۱۴۰۰ سراسری داخل

ریاضی

۱- گزینه ۴

استراتژی به خاطر وجود فرجه‌های چهارم در عبارت‌های $a=\sqrt[4]{\sqrt{6}-2}$ و $b=\sqrt[4]{\sqrt{6}+2}$، تا می‌توانیم a^4 و b^4 درست می‌کنیم؛ این کار را به کمک اتحاد مزدوج در عبارت $(a^2+b^2+2ab)^2(a^2+b^2-2ab)^2$ انجام می‌دهیم. در آخر مقادیر a و b را با خیال راحت جای‌گذاری می‌کنیم.

گام به کمک اتحاد مزدوج در عبارت $(a^2+b^2-2ab)^2(a^2+b^2+2ab)^2$ می‌توانیم بنویسیم:

$$(a^2+b^2-2ab)^2(a^2+b^2+2ab)^2$$

$$=[(a^2+b^2)^2-(2ab)^2]^2=[a^4+b^4+2a^2b^2-4a^2b^2]^2=[a^4+b^4-2a^2b^2]^2 \quad (*)$$

گام حالا که تا جای ممکن a^4 و b^4 داریم، $a=\sqrt[4]{\sqrt{6}-2}$ و $b=\sqrt[4]{\sqrt{6}+2}$ را در تساوی (*) جای‌گذاری می‌کنیم. هر جا هم که بتوانیم، فرجه و توان‌ها را ساده می‌کنیم:

$$[\underbrace{(\sqrt[4]{\sqrt{6}+2})^4}_{|\sqrt{6}+2|}+\underbrace{(\sqrt[4]{\sqrt{6}-2})^4}_{|\sqrt{6}-2|}-2(\sqrt[4]{\sqrt{6}+2})^{\frac{2}{4}}(\sqrt[4]{\sqrt{6}-2})^{\frac{2}{4}}]^2$$

$$=[(\sqrt{6}+2)+(\sqrt{6}-2)-2\underbrace{(\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}-2)}_{\text{اتحاد مزدوج}}]^2$$

$$=[(2\sqrt{6}-2\underbrace{\sqrt{(\sqrt{6})^2-2^2}}_{2}]^2=[2(\sqrt{6}-\sqrt{2})]^2$$

$$=2^2\underbrace{(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2}_{\text{اتحاد مربع}}=4(6+2-2\underbrace{\sqrt{12}}_{2\sqrt{3}})=4\underbrace{(8-4\sqrt{3})}_{\text{فاکتور از ۴}}=16(2-\sqrt{3})$$

مشاوره با توجه به سبک کنکورهای جدید و سخت‌بودن سؤال‌ها به‌هیچ‌وجه نباید همچین سؤالاتی را از دست بدهید. همان‌طور که دیدید برای حل سؤال فقط باید از اتحادها به خوبی استفاده می‌کردید که چندان هم سخت نبود.

۲- گزینه ۴

گام فضای نمونه‌ای این سؤال شامل همهٔ عددهای با ارقام متمایزی است که با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ ساخته می‌شود. این عددها، ۵رقمی یا ۴رقمی یا ۳رقمی یا ۲رقمی یا تک‌رقمی هستند، پس ۵ حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

◇ اعداد ۵رقمی: تعداد این اعداد برابر است با:

$$\frac{5}{\text{ده‌هزارگان}}\times\frac{4}{\text{هزارگان}}\times\frac{3}{\text{صدگان}}\times\frac{2}{\text{دهگان}}\times\frac{1}{\text{یکان}}=5!=120$$

◇ اعداد ۴رقمی: تعداد این اعداد برابر است با: $\frac{5}{\text{هزارگان}}\times\frac{4}{\text{صدگان}}\times\frac{3}{\text{دهگان}}\times\frac{2}{\text{یکان}}=120$

◇ اعداد ۳رقمی: تعداد این اعداد برابر است با: $\frac{5}{\text{صدگان}}\times\frac{4}{\text{دهگان}}\times\frac{3}{\text{یکان}}=60$

◇ اعداد ۲رقمی: تعداد این اعداد برابر است با: $\frac{5}{\text{دهگان}}\times\frac{4}{\text{یکان}}=20$

◇ اعداد ۱رقمی: واضح است که تعداد این اعداد ۵تاست.

پس تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر می‌شود با:

$$n(S)=120+120+60+20+5=325$$

نکته عددی بر ۴ بخش‌پذیر است که دو رقم سمت راستش بر ۴ بخش‌پذیر باشد. مثلاً ۵۳۲۸ بر ۴ بخش‌پذیر است، چون ۲۸ بر ۴ بخش‌پذیر است.

گام طبق نکتهٔ بالا عددی بر ۴ بخش‌پذیر است که دو رقم سمت راستش بر ۴ بخش‌پذیر باشد، پس اول اعداد دورقمی بخش‌پذیر بر ۴ که با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ می‌توان ساخت را می‌نویسیم: ۱۲,۲۴,۳۲,۵۲

حالا تعداد کل اعداد بخش‌پذیر بر ۴ را در ۵ حالت زیر پیدا می‌کنیم:

◇ تعداد اعداد یک‌رقمی بخش‌پذیر بر ۴: واضح است که یک عدد ۴ در این حالت وجود دارد.

◇ تعداد اعداد دورقمی بخش‌پذیر بر ۴: دیدیم که چهار عدد ۵۲، ۳۲، ۲۴ و ۱۲ وجود دارد.

◇ تعداد اعداد سه‌رقمی بخش‌پذیر بر ۴: همان‌طور که می‌بینید برای دو رقم سمت راست ۴ انتخاب داریم. تا این‌جا ۲ رقم از ۵ رقم را استفاده کردیم، پس سه حالت برای رقم سوم داریم؛ بنابراین تعداد عددهای سه‌رقمی بخش‌پذیر بر ۴ برابر است با:

$$\underset{\downarrow}{\text{\_}}\ ,\ \underset{\downarrow}{\boxed{\text{\_\_}}}\ \Rightarrow\ 3\times4=12$$

۳ حالت {۱۲,۲۴,۳۲,۵۲}

◇ تعداد اعداد چهاررقمی بخش‌پذیر بر ۴: باز هم برای ۲ رقم سمت راست ۴ انتخاب داریم. تا این‌جا ۲ رقم از ۵ رقم را استفاده کردیم، پس سه حالت برای رقم سوم و دو حالت برای رقم چهارم داریم؛ بنابراین تعداد عددهای ۴رقمی بخش‌پذیر بر ۴ برابر است با:

$$\underset{\downarrow}{\text{\_}}\ ,\ \underset{\downarrow}{\text{\_}}\ ,\ \underset{\downarrow}{\boxed{\text{\_\_}}}\ \Rightarrow\ 2\times3\times4=24$$

۲ حالت ۳ حالت {۱۲,۲۴,۳۲,۵۲}

◇ تعداد اعداد پنج‌رقمی بخش‌پذیر بر ۴: تعداد این اعداد برابر است با:

$$\underset{\downarrow}{\text{\_}}\ ,\ \underset{\downarrow}{\text{\_}}\ ,\ \underset{\downarrow}{\text{\_}}\ ,\ \underset{\downarrow}{\boxed{\text{\_\_}}}\ \Rightarrow\ 1\times2\times3\times4=24$$

۱ حالت ۲ حالت ۳ حالت {۱۲,۲۴,۳۲,۵۲}

پس تعداد کل عددهای بخش‌پذیر بر ۴ در این فضای نمونه‌ای می‌شود:

$$n(A)=1+4+12+24+24=65$$

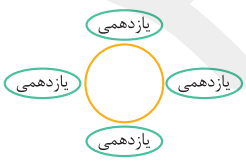
گام احتمال بخش‌پذیربودن بر ۴ برابر است با:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{65}{325}=\frac{1}{5}$$

۳- گزینه ۱

نکته n شیء را به $(n-1)!$ طریق می‌توانیم دور یک میز دایره‌ای بچینیم.

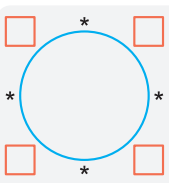
برای این‌که دانش‌آموزان هم‌پایه کنار هم نباشند، باید یازدهمی‌ها و دوازدهمی‌ها یکی‌درمیان بنشینند؛ پس مطابق شکل زیر، اول ۴ دانش‌آموز یازدهمی را دور میز گرد می‌چینیم.



طبق نکتهٔ بالا این کار به $(4-1)!=3!=6$ طریق قابل انجام است. در ادامه دانش‌آموزان دوازدهمی را بین یازدهمی‌ها قرار می‌دهیم. دانش‌آموز اول ۴ انتخاب، دومی ۳ انتخاب، ... و آخری ۱ انتخاب برای نشستن دارد؛ پس طبق اصل ضرب تعداد جواب‌های مسئله برابر است با:

$$3!\times(4\times3\times2\times1)=6\times24=144$$

تله اگر خنثی‌بودن جای نفر اول را در نظر نمی‌گرفتید، ممکن بود به ۴ هم برسید.

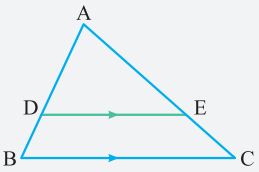


یعنی می‌گفتید فرض می‌کنیم در جایگاه‌های ستاره‌دار، یازدهمی‌ها باشند (!۴) و در جایگاه‌های مربعی دوازدهمی‌ها (!۴). بعد می‌گفتید یک حالت دیگر هم مشابه این داریم، فقط باید ستاره‌دارها را به دوازدهمی‌ها بدهیم و مربعی‌ها را به یازدهمی‌ها. بعد تعداد کل حالات می‌شد:

$$2\times(4!\times4!)=1152$$

۴- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ طبق قضیهٔ تالس اگر مطابق شکل مقابل، خطی موازی یک ضلع مثلث رسم بشود، روی دو ضلع دیگر قطعه‌هایی با طول‌های متناسب می‌سازد. این تناسب را به دو روش می‌توانیم بنویسیم:



$$\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$$

الف) جزءبه‌جزء:

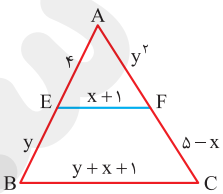
ب) جزءبه‌کل:

$$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$$

۲ تناسب‌ها چند ویژگی خیلی مهم دارند، این ویژگی‌ها را در جدول زیر ببینید:

اسم ویژگی	ویژگی به زبان ریاضی
تفضیل در صورت یا مخرج	$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ تفضیل در مخرج ⟵ $\frac{a}{b-a}=\frac{c}{d-c}$ ؛ تفضیل در صورت ⟵ $\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$
ترکیب در صورت یا مخرج	$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ ترکیب در مخرج ⟵ $\frac{a}{b+a}=\frac{c}{d+c}$ ؛ ترکیب در صورت ⟵ $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$

گام اول به کمک تالس جزءبه‌کل، مقدار x را پیدا می‌کنیم:

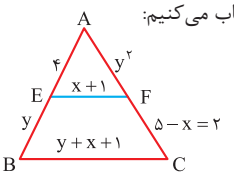


$$\frac{AE}{AB}=\frac{EF}{BC}\Rightarrow\frac{4}{4+y}=\frac{x+1}{y+x+1}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}}\frac{4}{(4+y)-4}=\frac{x+1}{(y+x+1)-(x+1)}$$

$$\frac{4}{\cancel{y}}=\frac{x+1}{\cancel{y}}\Rightarrow 4=x+1\Rightarrow x=3$$

گام همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، به ازای $x=3$ طول پاره‌خط FC برابر $5-x=2$ می‌شود. حالا با یک جزءبه‌جزء، مقدار y را حساب می‌کنیم:



$$\frac{AE}{EB}=\frac{AF}{FC}\Rightarrow\frac{4}{y}=\frac{y^2}{2}\Rightarrow y^3=8\Rightarrow y=2$$

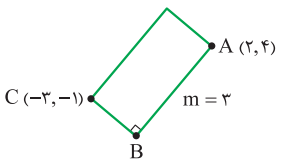
بنابراین $y-2x$ برابر می‌شود با:

$$y-2x=2-2(3)=-4$$

۵- گزینه ۳

استراتژی معادلهٔ خط گذرنده از نقطهٔ A با شیب ۳ را می‌نویسیم. نقطهٔ B روی این خط است، پس مختصات پارامتری B را داریم. شیب‌های دو پاره‌خط AB و BC را حساب می‌کنیم. چون این دو پاره‌خط بر هم عمودند، پس شیب‌هایشان قرینه و معکوس هم است.

گام شکل تقریبی می‌کشیم:



گام معادلهٔ پاره‌خط AB را می‌نویسیم:

$$y-y_A=m(x-x_A)\Rightarrow y-4=3(x-2)\Rightarrow y=3x-2$$

نقطهٔ B روی خط فوق است، پس مختصات پارامتری‌اش به صورت $B(\alpha,3\alpha-2)$ است.

گام شیب پاره‌خط BC را حساب می‌کنیم:

$$m_{BC}=\frac{y_B-y_C}{x_B-x_C}=\frac{3\alpha-2+1}{\alpha+3}=\frac{3\alpha-1}{\alpha+3}$$

چون AB و BC بر هم عمودند، پس شیب‌هایشان، قرینه و معکوس هم است؛ در نتیجه:

$$m_{BC}=\frac{-1}{m_{AB}}\Rightarrow\frac{3\alpha-1}{\alpha+3}=\frac{-1}{3}\Rightarrow 9\alpha-3=-\alpha-3\Rightarrow 10\alpha=0\Rightarrow\alpha=0$$

الان مختصات B را داریم:

$$B(\alpha,3\alpha-2)\xrightarrow{\alpha=0}B(0,-2)$$

گام طول پاره‌خط‌های AB و BC (یعنی طول و عرض مستطیل) را حساب می‌کنیم:

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$

$$=\sqrt{(0-2)^2+(-2-4)^2}=\sqrt{4+36}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$$

$$BC=\sqrt{(-3-0)^2+(-1+2)^2}=\sqrt{9+1}=\sqrt{10}$$

پس محیط مستطیل برابر است با:

$$\text{محیط}=2(2\sqrt{10}+\sqrt{10})=6\sqrt{10}$$

۶- گزینه ۲

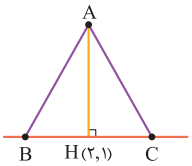
درس‌نامه ۱ معادلهٔ خطی که از نقطهٔ $A(x_0,y_0)$ می‌گذرد و شیبش برابر m است، می‌شود: $y-y_0=m(x-x_0)$

۲ دو خط وقتی بر هم عمودند که شیبشان قرینه و معکوس یکدیگر باشد.

۳ فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_0,y_0)$ از خط $ax+by+c=0$ برابر است با:

$$d=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

گام قبل از هر چیز شکل فرضی مقابل را می‌کشیم. فرض می‌کنیم طول ضلع مثلث a باشد، در این صورت چون محیط مثلث برابر $\sqrt{270}=3\sqrt{30}$ است، می‌توانیم بنویسیم:



$$\text{محیط مثلث متساوی‌الاضلاع ABC}=3\sqrt{30}\Rightarrow 3a=3\sqrt{30}\Rightarrow a=\sqrt{30}$$

نکته طول ارتفاع یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a برابر می‌شود با: $h=\frac{\sqrt{3}}{2}a$

حالا طبق این نکتهٔ بالا می‌توانیم بگوییم طول ارتفاع AH می‌شود:

$$h=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{30}=\frac{3}{2}\sqrt{10}$$

گام اگر معادلهٔ خط $3x-y=5$ را به صورت $y=3x-5$ بنویسیم، متوجه می‌شویم که شیب این خط برابر با ۳ است؛ پس شیب ارتفاع AH که بر این خط عمود است، می‌شود $-\frac{1}{3}$. حالا می‌دانیم که ارتفاع AH از نقطهٔ $H(2,1)$ گذشته و شیبش $-\frac{1}{3}$ است، پس معادله‌اش به صورت مقابل است:

$$y-1=-\frac{1}{3}(x-2)\Rightarrow y=-\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$$

نقطهٔ A روی خط $y=-\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$ قرار دارد؛ بنابراین می‌توانیم بگوییم مختصاتش به صورت $A(\alpha,-\frac{1}{3}\alpha+\frac{5}{3})$ است.

گام دیدیم طول ارتفاع AH برابر $\frac{3}{2}\sqrt{10}$ شد، این یعنی فاصلهٔ نقطهٔ $A(\alpha,-\frac{1}{3}\alpha+\frac{5}{3})$ از خط $3x-y-5=0$ یا نقطهٔ $H(2,1)$ هم باید $\frac{3}{2}\sqrt{10}$ باشد (همین الان شکل گام ۱ را دوباره ببینید). ما اینجا برای کم‌ترشدن محاسباتمان فاصلهٔ $A(\alpha,-\frac{1}{3}\alpha+\frac{5}{3})$ را از خط $3x-y-5=0$ مساوی $\frac{3}{2}\sqrt{10}$ می‌گذاریم:

$$\frac{|3(\alpha)-(-\frac{1}{3}\alpha+\frac{5}{3})-5|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\frac{3}{2}\sqrt{10}\Rightarrow\frac{|\frac{10}{3}\alpha-\frac{20}{3}|}{\sqrt{10}}=\frac{3}{2}\sqrt{10}$$

$$\Rightarrow\frac{10}{3}|\alpha-2|=\frac{3}{2}\sqrt{10}\times\sqrt{10}\Rightarrow\frac{\cancel{10}}{3}|\alpha-2|=\frac{3}{2}\times\cancel{10}\Rightarrow|\alpha-2|=\frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\alpha-2=\frac{9}{2}\Rightarrow\alpha=\frac{13}{2}\Rightarrow A(\alpha,-\frac{1}{3}\alpha+\frac{5}{3})=(\frac{13}{2},\bigcirc)\\ \alpha-2=-\frac{9}{2}\Rightarrow\alpha=-\frac{5}{2}\Rightarrow A(\alpha,-\frac{1}{3}\alpha+\frac{5}{3})=(-\frac{5}{2},\bigcirc)\end{cases}$$

در گزینه‌ها نیست.

تیزبازی می‌توانستیم بعد از این‌که فهمیدیم طول ارتفاع AH برابر با $\frac{۳}{۲}\sqrt{۱۰}$ است، از گزینه‌ها هم استفاده کنیم. گزینه‌ای درست است که فاصله‌اش از خط $۳x-y-۵=۰$ برابر $\frac{۳}{۲}\sqrt{۱۰}$ باشد. این اتفاق فقط برای نقطهٔ $A(\frac{۱۳}{۲},-\frac{۱}{۲})$ در ② می‌افتد؛ ببینید:

فاصلهٔ نقطهٔ $A(\frac{۱۳}{۲},-\frac{۱}{۲})$ از خط «$۳x-y-۵=۰$»

$$=\frac{|۳(\frac{۱۳}{۲})-(-\frac{۱}{۲})-۵|}{\sqrt{۳^۲+(-۱)^۲}}=\frac{۱۵}{\sqrt{۱۰}}\times\frac{\sqrt{۱۰}}{\sqrt{۱۰}}=\frac{۱۵}{۱۰}\sqrt{۱۰}=\frac{۳}{۲}\sqrt{۱۰}$$

مشاوره در کنکور ۱۴۰۰، تقریباً ۴ سؤال وجود دارد که برای حل‌کردنشان باید شکل مسئله را خودتان رسم کنید؛ این یعنی یکی از مهارت‌هایی که شما باید داشته باشید، مهارت رسم شکل است؛ روی این مهارت کار کنید.

۷- گزینه ۳

نکته در یک معادلهٔ درجه‌دوم هر وقت علامت ضریب $x^۲$ (a) و عدد ثابت (c) معادله متفاوت بود *(یعنی یکیش مثبت باشه، اون‌یکیش منفی)* سریعاً می‌توانیم بگوییم دلتای معادله مثبت است.

گام قبل از هر چیز باید شرط منفی‌نبودن دلتا را در نظر بگیریم تا معادله بی‌جواب نماند. چون $a,b,c\in\{۱,۲,۳,\dots,۹\}$، پس a و c هر دو مثبت هستند. در معادلهٔ $ax^۲+bx-c=۰$، ضریب $x^۲$، یعنی a مثبت و عدد ثابت یعنی «$-c$» منفی است؛ بنابراین طبق نکتهٔ بالا سریعاً می‌توانیم بگوییم دلتای این معادله مثبت است، پس خیالمان از دلتا راحت شد.

گام سؤال می‌خواهد مجموع ریشه‌های معادلهٔ $\underset{A}{a}x^۲+\underset{B}{b}x\underset{C}{-c}=۰$ از ضرب ریشه‌هایش، دو واحد بیشتر باشد؛ پس داریم:

$$\begin{cases}\text{ضرب ریشه‌ها}=\frac{C}{A}=\frac{-c}{a}\\ \text{جمع ریشه‌ها}=-\frac{B}{A}=-\frac{b}{a}\end{cases}\Rightarrow -\frac{b}{a}=\frac{-c}{a}+۲$$

$$\Rightarrow -\frac{b}{a}=-\frac{c}{a}+۲\Rightarrow \frac{c}{a}-\frac{b}{a}=۲\xrightarrow{\times a} c-b=۲a$$

از رابطهٔ $c-b=۲a$ نتیجه می‌گیریم که تفاضل b و c باید عددی زوج و مثبت باشد، این اتفاق در دو حالت زیر می‌افتد:

◇ b و c هر دو فرد باشند $(c>b)$: در این حالت باید از بین ۵ عدد فرد $\{۱,۳,۵,۷,۹\}$ دوتا عدد به عنوان b و c انتخاب کنیم که تعداد راه‌های این انتخاب برابر $\binom{۵}{۲}=\frac{۵\times۴}{۲}=۱۰$ است. چون جای b و c را نمی‌توان عوض کرد، پس تعداد حالات همان ۱۰تا می‌ماند. (ولی اگر قابل جابه‌جایی بودند، تعداد حالات ۲۰تا می‌شد.)

◇ b و c هر دو زوج باشند $(c>b)$: در این حالت باید از بین ۴ عدد زوج $\{۲,۴,۶,۸\}$ دوتا عدد به عنوان b و c انتخاب کنیم که تعداد راه‌های این انتخاب برابر $\binom{۴}{۲}=\frac{۴\times۳}{۲}=۶$ است؛ بنابراین در ۱۶ = ۶ + ۱۰ حالت خواستهٔ مسئله برآورده می‌شود.

۸- گزینه ۲

اول محدودهٔ $۳x$ را در بازهٔ $-\frac{۱}{۲}\le x<\frac{۱}{۲}$ به دست می‌آوریم:

$$-\frac{۱}{۲}\le x<\frac{۱}{۲}\xrightarrow{\times۳}-\frac{۳}{۲}\le ۳x<\frac{۳}{۲}\ \text{یا}\ -۱/۵\le ۳x<۱/۵$$

در ادامه با بازه‌بندی‌های مناسب داریم:

◇ $-۱/۵\le ۳x<-۱\xrightarrow{۳x\ \text{مثلاً}\ -۱/۴\ \text{باشد.}}[۳x]=-۲\Rightarrow y=۲|\underset{-۲}{[۳x]}|-۱=۳$

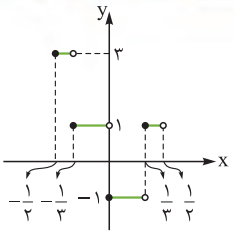
◇ $-۱\le ۳x<۰\xrightarrow{۳x\ \text{مثلاً}\ -۰/۹\ \text{باشد.}}[۳x]=-۱\Rightarrow y=۲|\underset{-۱}{[۳x]}|-۱=۱$

◇ $۰\le ۳x<۱\xrightarrow{۳x\ \text{مثلاً}\ ۰/۱\ \text{باشد.}}[۳x]=۰\Rightarrow y=۲|\underset{۰}{[۳x]}|-۱=-۱$

◇ $۱\le ۳x<۱/۵\xrightarrow{۳x\ \text{مثلاً}\ ۱/۲\ \text{باشد.}}[۳x]=۱\Rightarrow y=۲|\underset{۱}{[۳x]}|-۱=۱$

پس ساده‌شدهٔ ضابطهٔ تابع به صورت زیر است و نمودارش به شکل مقابل می‌شود:

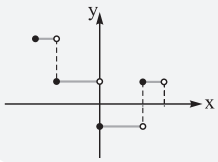
$$y=\begin{cases}۳ & -\frac{۱}{۲}\le x<-\frac{۱}{۳}\\ ۱ & -\frac{۱}{۳}\le x<۰\\ -۱ & ۰\le x<\frac{۱}{۳}\\ ۱ & \frac{۱}{۳}\le x<\frac{۱}{۲}\end{cases}$$



تیزبازی مقادیر $x=۰/۱$ و $x=-۰/۱$ را در تابع $y=۲|[۳x]|-۱$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases}x=۰/۱\Rightarrow y=۲|\underset{۰}{[۰/۳]}|-۱=-۱\\ x=-۰/۱\Rightarrow y=۲|\underset{-۱}{[-۰/۳]}|-۱=۲-۱=۱\end{cases}$$

تنها نموداری که به ازای $x=۰/۱$، yاش منفی و به ازای $x=-۰/۱$، yاش مثبت می‌شود، نمودار ② است، ببینید:



۹- گزینه ۴

استراتژی اول طرفین تساوی $x=\sqrt{y+۳}-\sqrt{y-۳}$ را به توان ۲ می‌رسانیم تا سمت چپش با سمت چپ تساوی $x^۲=۲y$ یکسان شود. در ادامه سمت راست تساوی‌ها را برابر هم می‌گذاریم تا y پیدا شود. در آخر y قابل قبول به دست آمده را در معادلهٔ $x^۲=۲y$ جای‌گذاری می‌کنیم؛ این‌جوری x هم مشخص می‌شود.

گام اول طرفین رابطهٔ $x=\sqrt{y+۳}-\sqrt{y-۳}$ را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$x^۲=(\sqrt{y+۳}-\sqrt{y-۳})^۲$$

$$\Rightarrow x^۲=(y+۳)+(y-۳)-۲\underbrace{\sqrt{(y+۳)(y-۳)}}_{y^۲-۳^۲}\Rightarrow x^۲=۲y-۲\sqrt{y^۲-۹}$$

حالا سمت راست تساوی بالا و تساوی $x^۲=۲y$ را برابر قرار می‌دهیم:

$$۲\cancel{y}-۲\sqrt{y^۲-۹}=۲\cancel{y}\Rightarrow \sqrt{y^۲-۹}=۰\Rightarrow y=\pm۳$$

چون به ازای $y=-۳$، عبارت $\sqrt{y-۳}$ تعریف نمی‌شود، پس فقط $y=۳$ قابل قبول است.

گام حالا با جای‌گذاری $y=۳$ در معادلهٔ $x^۲=۲y$، مقدار x را حساب می‌کنیم:

$$x^۲=۲(۳)\Rightarrow x^۲=۶\Rightarrow x=\sqrt{۶}\ \text{یا}\ -\sqrt{۶}$$

این‌جا باید حواسمان باشد که چون y عددی مثبت است، پس $y+۳>y-۳$ و در نتیجه $\underbrace{\sqrt{y+۳}-\sqrt{y-۳}}_{x}>۰$. بنابراین x نمی‌تواند عددی منفی باشد؛ یعنی $x=-\sqrt{۶}$ غیر قابل قبول است.

نکته فاصلهٔ نقطهٔ $A(a,b)$ از مبدأ مختصات $(O(۰,۰))$ برابر می‌شود با:

$$OA=\sqrt{a^۲+b^۲}$$

بنابراین نقطهٔ برخورد دو منحنی نقطهٔ $(\sqrt{۶},۳)$ است که فاصله‌اش از مبدأ مختصات طبق نکتهٔ بالا برابر می‌شود با:

$$\sqrt{(\sqrt{۶})^۲+۳^۲}=\sqrt{۱۵}$$

۱۰- گزینه ۴

استراتژی با دیدن «فرجهٔ ۳» و «ضرب دو پرانتز که یکی ۲ جمله و دیگری ۳ جمله دارد» باید یاد اتحاد چاق و لاغر بیفتید. برای ساده‌تر شدن معادله، ابتدا دو طرف را در $\sqrt[۳]{x^۲}$ ضرب می‌کنیم تا عبارت کسری نداشته باشیم.

گام طرفین معادله را در $\sqrt[3]{x^2}$ ضرب می‌کنیم تا مخرج عبارت «$\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}+1$» از بین برود:

$$\sqrt[3]{x^2}(\sqrt[3]{x^2}+\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}+1)(\sqrt[3]{x^2}-1)=\underbrace{\sqrt[3]{x^2}(2\sqrt[3]{x})}_{2\sqrt[3]{x^3}=2x}$$

$$\Rightarrow (\sqrt[3]{x^4}+1+\sqrt[3]{x^2})(\sqrt[3]{x^2}-1)=2x$$

نکته فرم کلی اتحاد چاق و لاغر به صورت زیر است:

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$$
$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$$

گام اگر فرض کنیم $\sqrt[3]{x^2}=t$ باشد، در این صورت عبارت $(\sqrt[3]{x^2}-1)(\sqrt[3]{x^4}+1+\sqrt[3]{x^2})$ به شکل $(t-1)(t^2+t+1)$ درمی‌آید که طبق نکتهٔ صفحهٔ قبل فرم اتحاد چاق و لاغر را دارد؛ پس می‌توانیم بنویسیم:

$$(\sqrt[3]{x^2}-1)(\sqrt[3]{x^4}+1+\sqrt[3]{x^2})=(\sqrt[3]{x^2})^3-1^3=x^2-1$$

پس در معادلهٔ اصلی به جای عبارت $(\sqrt[3]{x^2}-1)(\sqrt[3]{x^4}+1+\sqrt[3]{x^2})$، x^2-1 را قرار می‌دهیم تا به معادلهٔ ساده‌تر زیر برسیم:

$$(\sqrt[3]{x^4}+1+\sqrt[3]{x^2})(\sqrt[3]{x^2}-1)=2x \Rightarrow x^2-1=2x \Rightarrow x^2-2x-1=0$$

گام سؤال مقدار x_1+x_2، یعنی مجموع ریشه‌ها را می‌خواهد که این مقدار در معادلهٔ $x^2-2x-1=0$ برابر است با:

$$S=\frac{-b}{a}=2$$

۱۱- گزینه ۱

استراتژی اول ریشه‌های x_1 و x_2 را در معادلهٔ اولیه یعنی، $x=5-x^2$ جای‌گذاری می‌کنیم تا بتوانیم به کمک تساوی‌هایی که به دست می‌آید ریشه‌های $\frac{1}{(x_1+1)^3}$ و $\frac{1}{(x_2+1)^3}$ را ساده‌تر برحسب x_1 و x_2 بنویسیم. بعد از این کار $S_{\text{جدید}}$ و $P_{\text{جدید}}$ را حساب کرده و در رابطهٔ $x^2-S_{\text{جدید}}x+P_{\text{جدید}}=0$ جای‌گذاری می‌کنیم.

درس‌نامه ۱ در معادلهٔ درجه‌دوم $ax^2+bx+c=0$ با شرط $\Delta>0$ جمع، ضرب و اختلاف ریشه‌ها از رابطه‌های زیر محاسبه می‌شوند:

ضرب ریشه‌ها: $P=\frac{c}{a}$ مجموع ریشه‌ها: $S=\frac{-b}{a}$

اختلاف ریشه‌ها: $M=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

۲ اگر جمع و ضرب ریشه‌های یک معادلهٔ درجه‌دوم S و P باشد، آن معادلهٔ درجه‌دوم را می‌توانیم به صورت $x^2-Sx+P=0$ بنویسیم.

۳ در بعضی از قسمت‌ها یک معادلهٔ درجه‌دوم به ما می‌دهند و می‌گویند معادلهٔ درجه‌دومی بنویسید که ریشه‌هایش ارتباط مشخصی با ریشه‌های معادلهٔ اول داشته باشند. در این تست‌ها کارهای زیر را انجام می‌دهیم:

الف) در معادلهٔ اولیه S و P را به دست می‌آوریم.

ب) با توجه به رابطه‌هایی که بین ریشه‌ها وجود دارد، $S_{\text{جدید}}$ و $P_{\text{جدید}}$ را حساب می‌کنیم.

پ) در آخر به کمک رابطهٔ $x^2-S_{\text{جدید}}x+P_{\text{جدید}}=0$، معادلهٔ جدید را می‌نویسیم.

۴ اگر x_1 و x_2 ریشه‌های یک معادلهٔ درجه‌دوم باشند، حاصل دو عبارت زیر را برحسب S و P حفظ باشید:

مجموع مربع ریشه‌ها: $x_1^2+x_2^2=S^2-2P$

مجموع مکعب ریشه‌ها: $x_1^3+x_2^3=S^3-3PS$

۵ ریشه‌های هر معادله را می‌توانیم درونش جای‌گذاری کنیم. مثلاً اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادلهٔ $x^2+3x-1=0$ باشند، می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases}x_1^2+3x_1-1=0\\ x_2^2+3x_2-1=0\end{cases}$$

و اگر لازم شد می‌توانیم به این تساوی‌ها هم برسیم:

$$\begin{cases}x_1^2+3x_1=1\\ x_2^2+3x_2=1\xrightarrow{\div x_2} \underbrace{x_2+3=\frac{1}{x_2}}\end{cases}$$

یعنی جای $\frac{1}{x_2}$ می‌توانیم x_2+3 بنویسیم.

گام اول به کمک مورد (۱) درس‌نامه، جمع و ضرب ریشه‌های معادلهٔ $x=5-x^2$ را پیدا می‌کنیم:

$$x=5-x^2 \xrightarrow{\text{استانداردش می‌کنیم.}} x^2+x-5=0 \Rightarrow \begin{cases}S=-\frac{1}{1}=-1\\ P=\frac{-5}{1}=-5\end{cases}$$

گام طبق مورد (۵) درس‌نامه می‌توانیم x_1 و x_2 را در معادلهٔ $x=5-x^2$ جای‌گذاری کنیم:

$$\begin{cases}x_1=5-x_1^2 \Rightarrow x_1^2+x_1=5 \xrightarrow{\div x_1} x_1+1=\frac{5}{x_1}\\ x_2=5-x_2^2 \Rightarrow x_2^2+x_2=5 \xrightarrow{\div x_2} x_2+1=\frac{5}{x_2}\end{cases}$$

حالا می‌توانیم به کمک رابطه‌های به‌دست‌آمده، ریشه‌های $\frac{1}{(x_1+1)^3}$ و $\frac{1}{(x_2+1)^3}$ را به صورت ساده‌تر بنویسیم:

$$\begin{cases}\frac{1}{(x_1+1)^3}=\frac{1}{(\frac{5}{x_1})^3}=\frac{x_1^3}{125}\\ \frac{1}{(x_2+1)^3}=\frac{1}{(\frac{5}{x_2})^3}=\frac{x_2^3}{125}\end{cases}$$

گام حالا که ساده‌شدهٔ ریشه‌ها، یعنی $\frac{x_1^3}{125}$ و $\frac{x_2^3}{125}$ را داریم، می‌توانیم $S_{\text{جدید}}$ و $P_{\text{جدید}}$ را حساب کنیم. (به دست آوردن جمع و ضرب $\frac{1}{(x_1+1)^3}$ و $\frac{1}{(x_2+1)^3}$ بسیار سخت و وقت‌گیر بود.)

$$S_{\text{جدید}}=\frac{x_1^3}{125}+\frac{x_2^3}{125}=\frac{\overbrace{x_1^3+x_2^3}^{\text{مورد ۴ درس‌نامه}}}{125} \Rightarrow S_{\text{جدید}}=\frac{S^3-3PS}{125}$$

$$\xrightarrow[P=-5]{S=-1} S_{\text{جدید}}=\frac{(-1)^3-3(-1)(-5)}{125}=-\frac{16}{125}$$

همین‌جا گزینهٔ صحیح خودش را لو می‌دهد، چون تنها معادله‌ای که مجموع ریشه‌هایش $-\frac{16}{125}$ است، معادلهٔ $125x^2+16x=1$ در ① است. اما اگر بقیهٔ راه‌حل را هم می‌خواهید ببینید، با ما همراه باشید:

$$P_{\text{جدید}}=(\frac{x_1^3}{125})(\frac{x_2^3}{125})=\frac{\overbrace{(x_1x_2)^3}^{P}}{125\times125}=\frac{P^3}{5^3\times5^3}$$

$$\xrightarrow{P=-5} P_{\text{جدید}}=\frac{-5^3}{5^6}=-\frac{1}{5^3}=\frac{-1}{125}$$

گام در آخر به کمک رابطهٔ $x^2-S_{\text{جدید}}x+P_{\text{جدید}}=0$ معادلهٔ جدید را می‌نویسیم:

$$x^2-S_{\text{جدید}}x+P_{\text{جدید}}=0 \Rightarrow x^2+\frac{16}{125}x-\frac{1}{125}=0$$

$$\xrightarrow{\times125} 125x^2+16x-1=0 \Rightarrow 125x^2+16x=1$$

مشاوره در این تیپ سؤالات بهتر است اول به تفاوت Sها و Pها در گزینه‌ها دقت کنید. هر کدام که در همهٔ گزینه‌ها متفاوت بود را اول محاسبه کنید.

۱۲- گزینه ۳

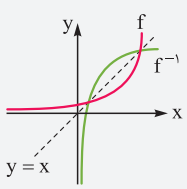
شفاف‌سازی «قرینهٔ نمودار تابع $y=2+\sqrt{x-1}$ نسبت به خط $y=x$ رسم می‌کنیم»؛ یعنی وارون تابع $y=2+\sqrt{x-1}$ را به دست می‌آوریم.

درس‌نامه ۱ برای نوشتن ضابطهٔ وارون یک تابع وارون‌پذیر مثل f، دو کار زیر را انجام می‌دهیم:

الف) x را برحسب y به دست می‌آوریم.

ب) جای x و y را عوض می‌کنیم.

۲ نمودار توابع f و f^{-1}، نسبت به خط $y=x$ قرینه‌اند؛



یک مثال هم ببینید:

۳ انتقال افقی و عمودی نمودار یک تابع، روی ضابطه‌اش تأثیر می‌گذارد؛ این تأثیرها را می‌توانید در جدول زیر ببینید:

انواع انتقال		تأثیری که روی ضابطهٔ تابع می‌گذارد.	مثال
انتقال افقی	a واحد به سمت راست	x به « $x-a$ » تبدیل می‌شود.	$y=(2x-1)^2 \xrightarrow[\text{به راست}]{\text{۲ واحد انتقال}} y=(2(x-2)-1)^2=(2x-5)^2$
	a واحد به سمت چپ	x به « $x+a$ » تبدیل می‌شود.	$y=(2x-1)^2 \xrightarrow[\text{به چپ}]{\text{۲ واحد انتقال}} y=(2(x+2)-1)^2=(2x+3)^2$
انتقال عمودی	b واحد به سمت بالا	b واحد به ضابطهٔ تابع اضافه می‌شود.	$y=(2x-1)^2 \xrightarrow[\text{به بالا}]{\text{۳ واحد انتقال}} y=(2x-1)^2+3$
	b واحد به سمت پایین	b واحد از ضابطهٔ تابع کم می‌شود.	$y=(2x-1)^2 \xrightarrow[\text{به پایین}]{\text{۳ واحد انتقال}} y=(2x-1)^2-3$

گام ۱ اولین تغییر در **نمودار** تابع $y=2+\sqrt{x-1}$ قرینه‌شدنش نسبت به خط $y=x$ است. پس با توجه به درس‌نامه باید ضابطهٔ وارون این تابع را پیدا کنیم. برای این کار طبق مورد (۱) درس‌نامه، اول x را برحسب y می‌نویسیم، بعد جای x و y را عوض می‌کنیم:

$$y=2+\sqrt{x-1} \Rightarrow y-2=\sqrt{x-1} \xrightarrow{\text{توان ۲}} (y-2)^2=x-1 \Rightarrow x=(y-2)^2+1 \xrightarrow[\text{عوض می‌کنیم.}]{\text{جای x و y را}} y=(x-2)^2+1$$

گام ۲ الان ضابطهٔ به دست آمده را ۲ واحد در جهت مثبت محور xها و ۳ واحد در جهت منفی محور yها انتقال می‌دهیم.

از مورد (۳) درس‌نامه استفاده می‌کنیم:

$$y=(x-2)^2+1 \xrightarrow[x\to x-2]{\text{۲ واحد به راست}} y=\underbrace{((x-2)-2)^2}_{x-4}+1$$

$$\xrightarrow[\text{۳ واحد از ضابطه کم می‌کنیم.}]{\text{۳ واحد به پایین}} y=(x-4)^2+1-3 \Rightarrow y=(x-4)^2-2$$

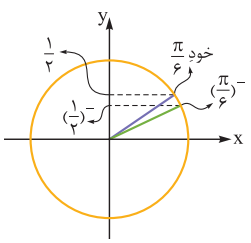
بنابراین $g(x)=(x-4)^2-2$ و در نتیجه $g(4)$ برابر است با:

$$g(4)=(4-4)^2-2=-2$$

مشاوره اگر در حل‌کردن سؤال‌های ترکیبی مثل این سؤال ضعف دارید، باید به شما بگوییم خطر بزرگی در کمین شماست، چون سؤالات ترکیبی در کنکورهای جدید جایگاه ویژه‌ای پیدا کردند، حتماً روی همچین سؤالاتی انرژی بگذارید.

۱۳- گزینه ۱

استراتژی وقتی $x \to \frac{\pi}{6}$، مقدار عبارت داخل براکت (یعنی $2\sin x-1$) عددی صحیح می‌شود (صفر می‌شود)؛ پس باید چک کنیم که این صفر، 0^+ است یا 0^-. برای این کار از دایرهٔ مثلثاتی یا نمودار تابع $y=\sin x$ کمک می‌گیریم.



با توجه به دایرهٔ مثلثاتی روبه‌رو می‌توانیم بگوییم، وقتی $x \to (\frac{\pi}{6})^-$، داریم $\sin(x) \to (\frac{1}{2})^-$؛ بنابراین $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}^-}[2\sin x-1]$ برابر می‌شود با:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{6}^-}[2\sin x-1]=[2(\tfrac{1}{2})^- -1]=[1^- -1]=[0^-]=-1$$

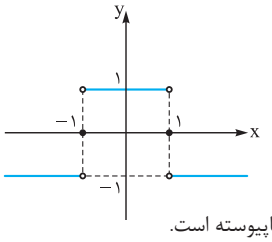
۱۴- گزینه ۳

استراتژی برای تشکیل ضابطهٔ $g(f(x))$، جای تمام xهای g، $f(x)$ قرار می‌دهیم. با ساده‌کردن محدودهٔ دامنه‌های تابع به دست آمده، نمودارش را رسم می‌کنیم و نقاط ناپیوستگی را مشخص می‌کنیم.

تابع gof را تشکیل می‌دهیم. جای تمام xهای تابع g، $f(x)$ قرار می‌دهیم:

$$g(f(x))=\begin{cases}1 & f(x)>0\\ 0 & f(x)=0\\ -1 & f(x)<0\end{cases}=\begin{cases}1 & 1-x^2>0\\ 0 & 1-x^2=0\\ -1 & 1-x^2<0\end{cases}=\begin{cases}1 & -1<x<1\\ 0 & x=\pm1\\ -1 & x>1 \text{ یا } x<-1\end{cases}$$

نمودار تابع gof را رسم می‌کنیم:



نمودار بالا در دو نقطه به طول‌های $x=1$ و $x=-1$ ناپیوسته است.

۱۵- گزینه ۲

استراتژی در صورت از 3^x و در مخرج از 2^x فاکتور می‌گیریم.

حل معادله را با فاکتورگرفتن از یک 3^x در صورت و یک 2^x از مخرج شروع می‌کنیم:

$$\frac{3^x+3^{x+1}+3^{x+2}+3^{x+3}+3^{x+4}+3^{x+5}}{2^{x-2}+2^{x-1}+2^x+2^{x+1}+2^{x+2}+2^{x+3}}=52$$

$$\Rightarrow \frac{3^x(1+3^1+3^2+3^3+3^4+3^5)}{2^x(2^{-2}+2^{-1}+1+2^1+2^2+2^3)}=52$$

$$\Rightarrow \frac{3^x(1+3+9+27+81+243)}{2^x(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+1+2+4+8)}=52 \Rightarrow \frac{3^x\times364}{2^x\times\frac{63}{4}}=52$$

$$\Rightarrow \frac{3^x}{2^x}\times364=\overset{13}{\cancel{52}}\times\frac{63}{\underset{1}{\cancel{4}}} \Rightarrow (\tfrac{3}{2})^x\times\overset{28}{\cancel{364}}=\overset{1}{\cancel{13}}\times63$$

$$\Rightarrow (\tfrac{3}{2})^x=\frac{\overset{9}{\cancel{63}}}{\underset{4}{\cancel{28}}} \Rightarrow (\tfrac{3}{2})^x=(\tfrac{3}{2})^2 \Rightarrow x=2$$

۱۶- گزینه ۳

شفاف‌سازی تعداد محل تقاطع نمودار حاصل با محور xها در فاصلهٔ $[0,\pi]$ چه‌قدر است؛ یعنی در تابع نمایی، y را صفر بگذارید و ببینید معادلهٔ حاصل در بازهٔ $[0,\pi]$ چند جواب دارد.

درس‌نامه ۱ برای حل معادله‌های توانی عجیب و غریب به فرم $a^{(x\text{ برحسب }b)}=b$ از طرفین، لگاریتم در مبنای a می‌گیریم تا مجهول از توان آزاد شود!

مثلاً در معادلهٔ $2^x=\sqrt{5}+1$، برای پیداکردن x باید از طرفینش در مبنای ۲ لگاریتم بگیریم:

$$\log_2 2^x=\log_2(\sqrt{5}+1) \Rightarrow x=\log_2(\sqrt{5}+1)$$

۲ بعضی وقت‌ها پیداکردن جواب‌های دقیق یک معادله مثل $f(x)=g(x)$ به دردمان نمی‌خورد و فقط تعداد جواب‌ها برایمان مهم است. در این‌جور مواقع «روش هندسی» انتخاب مناسبی است. در این روش نمودار توابع $f(x)$ و $g(x)$ را در یک دستگاه مختصات می‌کشیم؛ تعداد نقطه‌های برخورد این نمودارها همان تعداد جواب‌های معادلهٔ $f(x)=g(x)$ است.

۳ برای کشیدن نمودار $y=|f(x)|$، اول نمودار $y=f(x)$ را رسم می‌کنیم، بعد قسمت‌هایی از نمودار $f(x)$ که زیر محور xها قرار دارند را نسبت به همین محور قرینه می‌کنیم و به قسمت‌های بالا و روی محور xها هم دست نمی‌زنیم.

گام ۱ سؤال می‌گوید نمودار تابع $y=2^{|\sin x|}$ را $\frac{\pi}{2}$ در امتداد محور xها در جهت مثبت انتقال می‌دهیم، پس به جای x باید « $x-\frac{\pi}{2}$ » قرار دهیم، بنابراین تا این‌جا، ضابطه به شکل $y=2^{|\sin(x-\frac{\pi}{2})|}$ درمی‌آید. در ادامه نمودار را $\frac{3}{2}$ در امتداد محور yها در جهت منفی انتقال

می‌دهیم، با این کار $\frac{۳}{۲}$ واحد از ضابطهٔ قبلی، یعنی $y=۲^{|\sin(x-\frac{\pi}{۲})|}$ کم می‌شود؛ بنابراین ضابطهٔ تابع به صورت مقابل درمی‌آید:

$$y=۲^{|\sin(x-\frac{\pi}{۲})|}-\frac{۳}{۲} \quad (*)$$

گام می‌دانیم $\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$؛ پس:

$$\sin(x-\frac{\pi}{۲})=-\sin(\frac{\pi}{۲}-x)$$

از طرفی $\sin(\frac{\pi}{۲}-\alpha)$ با $\cos\alpha$ برابر است، پس:

$$-\sin(\frac{\pi}{۲}-x)=-\cos x$$

پس برای ساده‌تر نوشتن تابع (*) به جای $\sin(x-\frac{\pi}{۲})$ در آن $-\cos x$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$y=۲^{|\sin(x-\frac{\pi}{۲})|}-\frac{۳}{۲}=۲^{|-\cos x|}-\frac{۳}{۲} \xrightarrow{|-\cos x|=|\cos x|} y=۲^{|\cos x|}-\frac{۳}{۲}$$

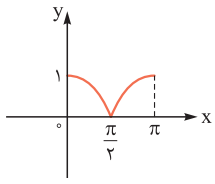
گام سؤال تعداد محل تقاطع تابع $y=۲^{|\cos x|}-\frac{۳}{۲}$ با محور طول‌ها را در بازهٔ $[۰,\pi]$ می‌خواهد، پس باید تعداد جواب‌های معادلهٔ $۲^{|\cos x|}-\frac{۳}{۲}=۰$ را به دست بیاوریم:

$$۲^{|\cos x|}-\frac{۳}{۲}=۰ \Rightarrow ۲^{|\cos x|}=\underbrace{\frac{۳}{۲}}_{۱/۵}$$

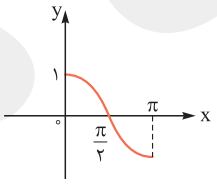
$$\xrightarrow[\text{از طرفین در مبنای ۲ لگاریتم می‌گیریم.}]{\text{طبق مورد (۱) درس‌نامه}} \log_۲ ۲^{|\cos x|}=\log_۲ ۱/۵ \Rightarrow |\cos x|=\log_۲ ۱/۵$$

واضح است که $\underbrace{\log_۲ ۲}_{۱} > \log_۲ ۱/۵ > \underbrace{\log_۲ ۱}_{۰}$، بنابراین $\log_۲ ۱/۵$ عددی بین صفر و ۱ است.

این عدد را L در نظر می‌گیریم $(۰<L<۱)$. حالا باید تعداد جواب‌های معادلهٔ $|\cos x|=L$ را پیدا کنیم. برای این کار طبق مورد (۲) درس‌نامه، نمودار تابع $y=|\cos x|$ و $y=L$ را در یک دستگاه مختصات می‌کشیم و نقاط برخوردشان را در بازهٔ $[۰,\pi]$ پیدا می‌کنیم. اول نمودار تابع $y=|\cos x|$ را می‌کشیم:

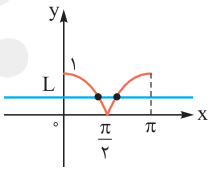


$y=|\cos x|$



$y=\cos x$

حالا مطابق شکل مقابل، خط $y=L$ را هم به نمودار $y=|\cos x|$ اضافه می‌کنیم. همان‌طور که می‌بینید این دو نمودار در دو نقطه همدیگر را قطع می‌کنند، پس تعداد جواب‌های مسئله دوتا است.



مشاوره یکی از مهارت‌های مهمی که شما سر جلسهٔ کنکور باید داشته باشید، مهارت مدیریت زمان و انتخاب هوشمندانهٔ سؤالات است. از سؤال‌های خیلی سخت بگذرید؛ قرار نیست به همهٔ سؤال‌ها جواب بدهید. مثلاً ردشدن از همچین سؤالی برای بار اول در آزمون یک تصمیم هوشمندانه است.

۱۷- گزینهٔ ۱

درس‌نامه ۱ در لگاریتم‌ها، سه قانون مهم زیر برقرار است:

الف) اگر جای عبارت جلوی لگاریتم و مبنا عوض شود، حاصل لگاریتم معکوس می‌شود؛ یعنی:

$$\log_x y=\frac{۱}{\log_y x}$$

ب) لگاریتم، توانی را که روی عبارت جلویش نشسته باشد، به عنوان ضریب به پشت خودش منتقل می‌کند؛ یعنی:

$$\log_b a^m=m\log_b a$$

پ) لگاریتم، معکوس توانی را که روی مبنایش نشسته باشد، به عنوان ضریب به پشت خودش منتقل می‌کند؛ یعنی:

$$\log_{b^n} a=\frac{۱}{n}\log_b a$$

ت) دو جملهٔ بالا با هم به صورت مقابل می‌شوند:

$$\log_{b^n} a^m=\frac{m}{n}\log_b a$$

۲ در معادلهٔ درجه‌دوم $ax^۲+bx+c=۰$، هر وقت $a+c=b$ شد، یکی از ریشه‌ها -۱ و دیگری $-\frac{c}{a}$ است.

گام طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم به جای $\log_y x$ در تساوی $\log_x y-۲\log_y x=۱$، عبارت $\frac{۱}{\log_x y}$ را جای‌گذاری کنیم؛ با این کار به تساوی زیر می‌رسیم:

$$\log_x y-\frac{۲}{\log_x y}=۱$$

گام حالا فرض می‌کنیم $\log_x y=t$ باشد، در این صورت داریم:

$$\log_x y-\frac{۲}{\log_x y}=۱ \Rightarrow t-\frac{۲}{t}=۱ \xrightarrow{\times t} t^۲-۲=t$$

$$\Rightarrow t^۲-t-۲=۰ \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} t=-۱ \\ t=\frac{-c}{a}=۲ \end{cases}$$

در آخر مقادیر به دست آمده برای t را در رابطهٔ $\log_x y=t$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} t=۲ \Rightarrow \log_x y=۲ \Rightarrow x^۲=y & ① \\ t=-۱ \Rightarrow \log_x y=-۱ \Rightarrow x^{-۱}=y \Rightarrow \frac{۱}{x}=y \Rightarrow xy=۱ & \times \end{cases}$$

دلیل امکان‌پذیرنبودن تساوی $xy=۱$ هم این است که خود سؤال می‌گوید $x,y>۱$ است؛ این یعنی همیشه $xy>۱$ خواهد بود؛ بنابراین $xy=۱$ امکان‌پذیر نیست.

تیزبازی با جای‌گذاری گزینه‌ها هم می‌شد به جواب رسید؛ با ① شروع می‌کنیم:

$$\log_x y-۲\log_y x=۱ \xrightarrow{y=x^۲} \log_x x^۲-۲\log_{x^۲} x=۱$$

$$\Rightarrow ۲\underbrace{\log_x x}_{۱}-۲\times\frac{۱}{۲}\underbrace{\log_x x}_{۱}=۱ \Rightarrow ۲-۱=۱ \checkmark$$

همان‌طور که می‌بینید خوش‌شانس بودیم، اولین گزینه، درست از آب درآمد.

۱۸- گزینهٔ ۱

درس‌نامه برای محاسبهٔ دامنهٔ توابع گویا، لگاریتمی و رادیکالی از جدول زیر استفاده کنید:

نوع توابع	روش محاسبهٔ دامنه
گویا	اول ریشه‌های مخرج را پیدا می‌کنیم، بعد می‌گوییم دامنه = $\mathbb{R}-\{$ریشه‌های مخرج$\}$.
رادیکالی با فرجهٔ زوج	عبارت زیر رادیکال را بزرگ‌تر مساوی صفر می‌گذاریم؛ جواب این نامعادله می‌شود دامنهٔ تابع.
لگاریتمی $(\log_B A)$	سه شرط زیر را اجرا می‌کنیم: (۱) $A>۰$ عبارت جلوی لگاریتم، (۲) $B>۰$ مبنا، (۳) $B\neq۱$ مبنا

برای محاسبهٔ دامنهٔ تابع $f(x)=\frac{\log_۴(x^۲-x-۲)}{\sqrt{x^۲-۱}+۱}$ باید حواسمان به سه مورد زیر باشد:

◆ عبارت لگاریتمی $\log_۴(x^۲-x-۲)$: طبق درس‌نامه باید سه شرط زیر را اجرا کنیم:

$$\begin{cases} \text{عبارت جلوی لگاریتم}>۰ \Rightarrow x^۲-x-۲>۰ \Rightarrow (x+۱)(x-۲)>۰ \\ \xrightarrow{\text{نابین ریشه‌ها}} \underbrace{x<-۱ \text{ یا } x>۲}_{(۱)} \\ \text{مبنا}>۰ \Rightarrow ۴>۰ \checkmark \\ \text{مبنا}\neq۱ \Rightarrow ۴\neq۱ \checkmark \end{cases}$$

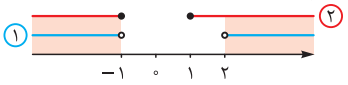
◆ رادیکال با فرجهٔ زوج $\sqrt{x^۲-۱}$: همان‌طور که در درس‌نامه گفتیم، عبارت زیر رادیکال را بزرگ‌تر مساوی صفر می‌گذاریم:

$$x^۲-۱\geq۰ \Rightarrow (x-۱)(x+۱)\geq۰ \xrightarrow{\text{نابین ریشه‌ها}} \underbrace{x\leq-۱ \text{ یا } x\geq۱}_{(۲)}$$

نکته یادتان باشد رادیکال با فرجه‌های زوج همیشه بزرگ‌تر مساوی صفرند؛ این یعنی در حالت کلی می‌توانیم بگوییم $\sqrt[۲n]{\quad}\geq۰$ است.

◆ مخرج «$\sqrt{x^۲-۱}+۱$»: طبق نکتهٔ بالا می‌توانیم بگوییم $\sqrt{x^۲-۱}\geq۰$ و در نتیجه $\sqrt{x^۲-۱}+۱\geq۱$ است. این یعنی مخرج هیچ‌وقت صفر نمی‌شود، پس شرط صفرنبودن مخرج همواره برقرار است.

حالا بین محدوده‌های (۱) و (۲) اشتراک می‌گیریم:



$\Rightarrow$ دامنه $= (-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

تیزبازی چون بازه‌ها را در گزینه‌ها داریم، می‌توانیم از عددگذاری استفاده کنیم. برای این کار از عددی استفاده می‌کنیم که بین گزینه‌ها اختلاف می‌اندازد؛ مثل $x=0$ که در ۲ و ۴ حضور دارد اما در بقیه نه. بیایید $x=0$ را در تابع جای‌گذاری کنیم:

$$f(x)=\frac{\log_4(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1} \Rightarrow f(0)=\frac{\log_4(-2)}{\sqrt{-1}+1}$$

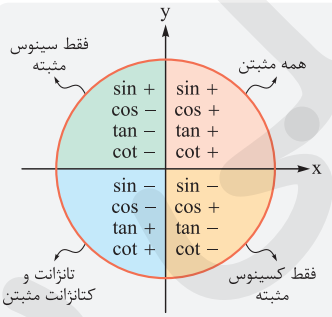
همان‌طور که می‌بینید هم عبارت جلوی لگاریتم منفی شد، هم عبارت زیر رادیکال با فرجهٔ زوج (البته اگه یکی از این اتفاقا هم می‌افتاد بازم $x=0$ رد می‌شد)؛ پس ۲ و ۴ پَر! حالا با انتخاب $x=-2$ بین ۱ و ۳ اختلاف می‌اندازیم:

$$f(-2)=\frac{\log_4(4)}{\sqrt{3}+1}$$

چون به ازای $x=-2$ جلوی لگاریتم صفر یا منفی نشد، پس گزینه‌ای که $x=-2$ در آن حضور ندارد، یعنی ۳ هم حذف می‌شود. بنابراین ۱ صحیح است.

۱۹- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ علامت نسبت‌های مثلثاتی در ناحیه‌های مختلف دستگاه مختصات این‌طوری است:



۲ اتحادهای مثلثاتی زیر را بلد باشید:

$$\tan\alpha=\frac{1}{\cot\alpha} \text{ یا } \cot\alpha=\frac{1}{\tan\alpha} \text{ و } \sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$

$$1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha} \text{ و } \cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$$

$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha.\cos\alpha \text{ و } \tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$$

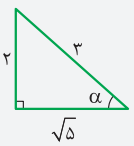
۳ برای ساده‌کردن نسبت‌های مثلثاتی به فرم $k\pi\pm\alpha$، $\frac{k\pi}{2}\pm\alpha$ و $-\alpha$، به جدول زیر توجه کنید:

فرم زاویه	روش ساده‌کردن
$k\pi\pm\alpha$ ↓ عدد صحیح	گام: $k\pi$ را به همراه $\pm$ بعدش حذف می‌کنیم و فقط نسبت مثلثاتی α را می‌نویسیم. در سمت چپ نسبت جدید یک دایرهٔ توخالی هم می‌گذاریم. مثلاً برای $\cos(11\pi-\alpha)$ داریم: $\cos(\cancel{11\pi}-\alpha)=\bigcirc\cos\alpha$ گام: حالا باید ببینیم $k\pi\pm\alpha$ در کدام ناحیه قرار دارد تا علامت نسبت مثلثاتی‌اش مشخص شود. این علامت را در دایرهٔ توخالی می‌نویسیم. مثلاً در نسبت بالا $\pi-\alpha+\underbrace{10\pi}_{\text{قابل حذف}}$ زاویه‌ای در ناحیهٔ دوم مثلثاتی بوده ($\pi-\alpha$ در ربع ۲ می‌شود) و کسینوس در این ناحیه منفی است، پس در دایرهٔ توخالی منفی قرار می‌دهیم: $\cos(\cancel{11\pi}-\alpha)=\ominus\cos\alpha$
عدد فرد ↑ $\frac{k\pi}{2}\pm\alpha$	همان کارهایی که برای «$k\pi\pm\alpha$» انجام دادیم، این‌جا هم انجام می‌دهیم؛ با این تفاوت که در گام ۱ نسبت مثلثاتی را تغییر می‌دهیم. یعنی sin و cos و همین‌طور tan و cot را به همدیگر تبدیل می‌کنیم: $\tan(\frac{11\pi}{2}-\alpha)=\oplus\cot\alpha$ (tan در ناحیهٔ سوم مثبت؛ ناحیهٔ سوم؛ tan را به cot تبدیل می‌کنیم.) از زاویهٔ $\frac{11\pi}{2}-\alpha$، مضارب 2π را حذف کنیم به $\frac{3\pi}{2}-\alpha$ ($\frac{4\pi}{2}$ حذف) می‌رسیم که در ربع ۳ قرار دارد.

زاویه‌های قرینه $(\alpha,-\alpha)$	برای کسینوس α و $-\alpha$ فرقی ندارد، یعنی $\cos(-\alpha)=\cos\alpha$ است، ولی برای sin، tan و cot، منفی داخل به پشت نسبت می‌رود. $\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$ $\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$ $\cot(-\alpha)=-\cot\alpha$

۴ محاسبهٔ نسبت‌های مثلثاتی به کمک مثلث قائم‌الزاویه با داشتن یکی از نسبت‌ها.

فرض کنید می‌دانیم $\sin\alpha=\frac{2}{3}$ و α در ربع دوم قرار دارد و ما $\tan\alpha$ را می‌خواهیم.



از آن‌جایی که $\sin\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}=\frac{2}{3}$، یک مثلث قائم‌الزاویه با زاویهٔ حادهٔ α می‌کشیم و ضلع روبه‌رو به α را برابر ۲ و وتر را برابر ۳ می‌گیریم. ضلع سوم را با فیثاغورس حساب می‌کنیم که می‌شود $\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$

حالا تانژانت α را می‌نویسیم: $\tan\alpha=\frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$

فقط حواسمان به علامت هم باید باشد. چون α در ربع ۲ بود و تانژانت در این ربع، منفی است، پس یک منفی پشت کسر $\frac{2}{\sqrt{5}}$ می‌نویسیم: $\tan\alpha=-\frac{2}{\sqrt{5}}$

گام اول بدون توجه به ناحیهٔ زاویهٔ α، نسبت‌های $\cos(\alpha+\pi)$ و $\cos(2\alpha-\frac{\pi}{2})$ را ساده می‌کنیم:

$\cos(\underbrace{\alpha+\pi}_{\text{ناحیهٔ سوم}})=\ominus\cos\alpha$ (cos تو این ناحیه منفیه)

$\cos(2\alpha-\frac{\pi}{2})=\cos(\frac{\pi}{2}-2\alpha)=\oplus\sin(2\alpha)$ (cos تو این ناحیه مثبته. ناحیهٔ اول)

برای cos، $(2\alpha-\frac{\pi}{2})$ و قرینه‌اش یعنی $(\frac{\pi}{2}-2\alpha)$ فرقی ندارد.

حالا نسبت صورت سؤال را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\frac{\cos(2\alpha-\frac{\pi}{2})+\cos(\alpha+\pi)}{\cot 2\alpha}=\frac{\sin 2\alpha-\cos\alpha}{\frac{1}{\tan 2\alpha}}=\tan 2\alpha(\sin 2\alpha-\cos\alpha)$$

گام در ادامه به کمک نسبت $\tan(\alpha)=\frac{3}{4}$، نسبت‌های مثلثاتی $\cos\alpha$، $\sin 2\alpha$ و $\tan 2\alpha$ را حساب می‌کنیم؛ این‌جا باید حواسمان باشد که α در ناحیهٔ سوم است:

◆ محاسبهٔ $\cos\alpha$:

$$1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha} \xrightarrow{\tan\alpha=\frac{3}{4}} 1+\underbrace{(\frac{3}{4})^2}_{\frac{9}{16}}=\frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{25}{16}=\frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \cos^2\alpha=\frac{16}{25} \xrightarrow{\text{cos تو ناحیهٔ سوم منفیه.}} \cos\alpha=-\frac{4}{5}$$

◆ محاسبهٔ $\sin\alpha$:

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1 \xrightarrow{\cos\alpha=-\frac{4}{5}} \sin^2\alpha+(-\frac{4}{5})^2=1$$

$$\Rightarrow \sin^2\alpha+\frac{16}{25}=1 \Rightarrow \sin^2\alpha=\frac{9}{25} \xrightarrow{\text{sin تو ناحیهٔ سوم منفیه.}} \sin\alpha=-\frac{3}{5}$$

◆ محاسبهٔ $\sin 2\alpha$:

$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha \xrightarrow[\cos\alpha=-\frac{4}{5}]{\sin\alpha=-\frac{3}{5}} \sin 2\alpha=2(-\frac{3}{5})(-\frac{4}{5})=\frac{24}{25}$$

◆ محاسبهٔ $\tan 2\alpha$:

$$\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=\frac{2(\frac{3}{4})}{1-(\frac{3}{4})^2}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{16}}=\frac{3\times\cancel{16}^{8}}{\cancel{2}\times 7}=\frac{24}{7}$$

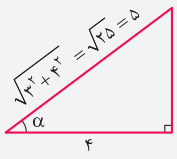
حالا با جای‌گذاری مقادیر بالا در عبارت $\tan 2\alpha(\sin 2\alpha-\cos\alpha)$، خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$\tan 2\alpha(\sin 2\alpha-\cos\alpha)=\frac{24}{7}(\frac{24}{25}-(-\frac{4}{5}))=\frac{24}{7}\times\frac{44}{25}=\frac{1056}{175}$$

تیزبازی ۱ دو کسر $\frac{۲۴}{۷}$ و $\frac{۴۴}{۲۵}$ هر دو بزرگ‌تر از ۱ هستند، پس حاصل‌ضربشان عددی بزرگ‌تر از ۱ می‌شود که در گزینه‌ها فقط عدد $\frac{۱۰۵۶}{۱۷۵}$ این ویژگی را دارد.

۲ برای محاسبهٔ $\sin\alpha$ و $\cos\alpha$ می‌توانیم کارهای زیر را هم انجام بدهیم:

◆ فرض می‌کنیم α یک زاویهٔ حاده باشد. چون $\tan\alpha=\frac{۳}{۴}$ است پس می‌توانیم مثلث قائم‌الزاویه‌ای بکشیم که در آن ضلع رو به α برابر ۳ و ضلع مجاور به α برابر ۴ باشد؛ دقیقاً مثل شکل مقابل:



◆ در این مثلث به راحتی می‌توانیم $\sin\alpha$ و $\cos\alpha$ را به دست بیاوریم. فقط این‌جا باید حواسمان باشد که α در ناحیهٔ سوم است؛ پس $\sin\alpha$ و $\cos\alpha$ هر دو منفی‌اند:

$$\sin\alpha=-\frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}=-\frac{۳}{۵},\quad \cos\alpha=-\frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}=-\frac{۴}{۵}$$

ادامهٔ راه حل هم مثل راه حل قبلی است ... .

۲۰- گزینه ۴

استراتژی

اول $x=\frac{\pi}{۳۶}$ را در $f(x)=۱۶\cos^۲(۳x)\cos^۲(۶x)\cos^۲(۱۲x)\cos^۲(۲۴x)$ جای‌گذاری می‌کنیم، بعد می‌بینیم که کدام عبارت‌هایش را سریعاً می‌توانیم جای‌گذاری کنیم؛ در مرحلهٔ اول همین عبارت‌ها را جای‌گذاری می‌کنیم. در آخر به سراغ محاسبهٔ عبارت‌های دیگر می‌رویم.

گام $x=\frac{\pi}{۳۶}$ را در $f(x)=۱۶\cos^۲(۳x)\cos^۲(۶x)\cos^۲(۱۲x)\cos^۲(۲۴x)$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$f(\tfrac{\pi}{۳۶})=۱۶\cos^۲(\tfrac{۳\pi}{۳۶})\cos^۲(\tfrac{۶\pi}{۳۶})\cos^۲(\tfrac{۱۲\pi}{۳۶})\cos^۲(\tfrac{۲۴\pi}{۳۶})$$

$$=۱۶\cos^۲(\tfrac{\pi}{۱۲})\cos^۲(\tfrac{\pi}{۶})\cos^۲(\tfrac{\pi}{۳})\cos^۲(\tfrac{۲\pi}{۳})$$

می‌دانیم $\cos(\frac{\pi}{۶})=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ و $\cos(\frac{\pi}{۳})=\frac{۱}{۲}$ است، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$f(\tfrac{\pi}{۳۶})=۱۶\cos^۲(\tfrac{\pi}{۱۲})(\tfrac{\sqrt{۳}}{۲})^۲(\tfrac{۱}{۲})^۲\cos^۲(\tfrac{۲\pi}{۳})$$

$$=\cancel{۱۶}\cos^۲(\tfrac{\pi}{۱۲})\times\tfrac{۳}{\cancel{۴}}\times\tfrac{۱}{\cancel{۴}}\times\cos^۲(\tfrac{۲\pi}{۳})=۳\cos^۲(\tfrac{\pi}{۱۲})\cos^۲(\tfrac{۲\pi}{۳})\ (*)$$

گام جای π، عدد ۱۸۰ را قرار می‌دهیم تا زوایا برحسب درجه شوند و راحت‌تر با آن‌ها برخورد کنیم:

$$f(\tfrac{\pi}{۳۶})=۳\cos^۲۱۵^\circ\cos^۲۱۲۰^\circ$$

گام

◆ محاسبهٔ $\cos۱۲۰^\circ$: اگر دو زاویه مکمل باشند، کسینوس‌هایشان قرینهٔ هم است. چون ۱۲۰° و ۶۰° مکمل‌اند، پس:

$$\cos۱۲۰^\circ=-\cos۶۰^\circ=\frac{-۱}{۲}$$

نکته برای $\cos۲x$ اتحاد مقابل را بلد باشید: $\cos۲x=۲\cos^۲x-۱$

◆ محاسبهٔ $\cos^۲۱۵$: برای محاسبهٔ این عبارت $x=۱۵^\circ$ را در اتحاد مثلثاتی $\cos۲x=۲\cos^۲x-۱$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\cos۳۰^\circ=۲\cos^۲۱۵^\circ-۱\Rightarrow\frac{\sqrt{۳}}{۲}=۲\cos^۲۱۵^\circ-۱$$

$$\Rightarrow\frac{\sqrt{۳}}{۲}+۱=۲\cos^۲۱۵^\circ\Rightarrow\frac{\sqrt{۳}+۲}{۴}=\cos^۲۱۵^\circ$$

حالا می‌توانیم با جای‌گذاری مقدار بالا در رابطهٔ (*)، $f(\frac{\pi}{۳۶})$ را کامل محاسبه کنیم:

$$f(\tfrac{\pi}{۳۶})=۳\cos^۲۱۵^\circ\cos^۲۱۲۰^\circ=۳(\tfrac{\sqrt{۳}+۲}{۴})(\tfrac{-۱}{۲})^۲=\frac{۶+۳\sqrt{۳}}{۱۶}$$

مشاوره حرفه‌ای‌ها سینوس و کسینوس ۱۵° و ۷۵° را حفظ هستند!

$$\cos۱۵^\circ=\sin۷۵^\circ=\frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۴}\quad\text{و}\quad\sin۱۵^\circ=\cos۷۵^\circ=\frac{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}{۴}$$

۲۱- گزینه ۳

شفاف‌سازی از جملهٔ «احتمال این‌که یک دانش‌آموز در یک امتحان نمرهٔ قبولی بگیرد ۰/۹ است.» باید نتیجه بگیریم «احتمال قبولی در آزمون اول ۰/۹ و احتمال قبولی در آزمون دوم نیز ۰/۹ است.»

درس‌نامه ۱ اگر A و B دو پیشامد از یک فضای نمونه باشند، احتمال رخ‌دادن پیشامد A به شرط رخ‌دادن پیشامد B را به صورت $P(A\mid B)$ نمایش می‌دهیم. از این رابطه محاسبه می‌شود:

$$P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

۲ یکی از نشانه‌هایی که به شما کمک می‌کند ببینید با یک احتمال شرطی طرف هستید، وجود کلمه یا جملاتی مثل «اگر»، «می‌دانیم» و «در صورتی که» است. جملهٔ بعد از کلمات (یا جملات) همان شرط سؤال است.

گام بعد از دیدن کلمهٔ «اگر» در صورت سؤال، طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم که با یک احتمال شرطی طرف هستیم.

گام قبولی در امتحان اول را پیشامد A و قبولی در امتحان دوم را پیشامد B در نظر می‌گیریم. به گفتهٔ سؤال احتمال قبولی در یک امتحان ۰/۹ است؛ بنابراین $P(A)=P(B)=۰/۹$. سؤال در ادامه می‌گوید احتمال قبولی در دو امتحان (قبولی در امتحان A و قبولی در امتحان B) ۰/۸۵ است، پس $P(A\cap B)=۰/۸۵$. حالا خوب به جملهٔ زیر توجه کنید:

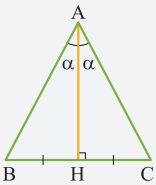
«اگر دانش‌آموز در امتحان دوم (B) موفق باشد، احتمال این‌که در امتحان قبلی (A) نیز موفق شده باشد، کدام است؟»

این جمله یعنی احتمال رخ‌دادن پیشامد A به شرط رخ‌دادن B چه‌قدر است؟ که طبق مورد (۱) درس‌نامه برابر می‌شود با:

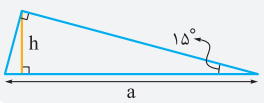
$$P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{۰/۸۵}{۰/۹}=\frac{۸۵}{۹۰}=\frac{۱۷}{۱۸}$$

۲۲- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ در هر مثلث متساوی‌الساقین مطابق شکل روبه‌رو، ارتفاع وارد بر قاعده، نیمساز و میانه هم هست.

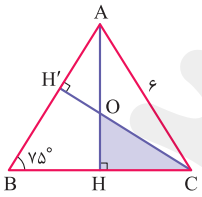


۲ در هر مثلث قائم‌الزاویه با زاویهٔ ۱۵°، ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{۱}{۴}$ وتر است؛ یعنی در شکل مقابل داریم:

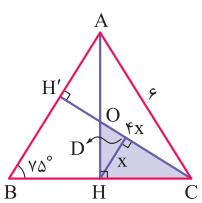


$$h=\frac{۱}{۴}a$$

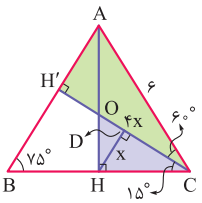
گام خوب به مثلث قائم‌الزاویهٔ $BH'C$ نگاه کنید. در این مثلث جمع زاویه‌های HCO و ۷۵° باید ۹۰° باشد، پس می‌توانیم بگوییم $H\hat{C}O=۱۵^\circ$ است.



گام مثلث قائم‌الزاویهٔ رنگی یک زاویهٔ ۱۵° دارد و طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم طول ارتفاع وارد بر وتر (ارتفاع HD در شکل مقابل را ببینید) $\frac{۱}{۴}$ وتر است؛ این یعنی اگر $HD=x$ باشد، طول OC می‌شود $۴x$. این اطلاعات را روی شکل می‌نویسیم.



گام چون مثلث ABC متساوی‌الساقین است، پس $\hat{C}=\hat{B}=۷۵^\circ$ و در نتیجه $A\hat{C}H'=۷۵^\circ-۱۵^\circ=۶۰^\circ$ می‌شود.

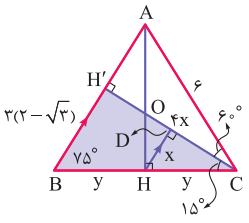


حالا به کمک نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ACH'، طول AH' را حساب می‌کنیم:

$$\sin ۶۰^\circ = \frac{AH'}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{AH'}{۶} \Rightarrow AH' = ۳\sqrt{۳}$$

بنابراین طول BH' برابر می‌شود با: $BH' = AB - AH' = ۶ - ۳\sqrt{۳} = ۳(۲-\sqrt{۳})$

گام همان‌طور که از شکل پیداست، در مثلث متساوی‌الساقین ABC، AH ارتفاع وارد بر قاعده است. پس طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم AH میانه هم هست، یعنی $BH = HC = y$.



حالا خوب به پاره‌خط‌های BH' و HD در مثلث رنگی نگاه کنید. همان‌طور که می‌بینید این دو پاره‌خط هر دو بر $H'C$ عمودند؛ این یعنی BH' و HD موازی‌اند و می‌توانیم در مثلث رنگی تالس بنویسیم:

$$\text{در } \Delta BH'C \text{ به‌کل جزء:} \quad \frac{CH}{CB} = \frac{HD}{BH'} \Rightarrow \frac{y}{۲y} = \frac{x}{۳(۲-\sqrt{۳})} \Rightarrow x = \frac{۳}{۲}(۲-\sqrt{۳})$$

گام حالا که x را داریم می‌توانیم مساحت مثلث OCH را به دست بیاوریم:

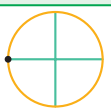
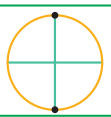
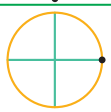
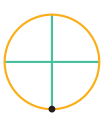
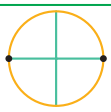
$$S_{\Delta OHC} = \frac{۱}{۲} \times OC \times HD = \frac{۱}{۲}(۴x)(x) = ۲x^۲ \xrightarrow{x=\frac{۳}{۲}(۲-\sqrt{۳})} S_{\Delta OHC}$$

$$= ۲(\frac{۳}{۲}(۲-\sqrt{۳}))^۲ = ۲ \times \frac{۹}{۴}(۲-\sqrt{۳})^۲ = \frac{۹}{۲}(۴+۳-۴\sqrt{۳})$$

$$= \frac{۹}{۲}(۷-۴\sqrt{۳}) \times \frac{۷+۴\sqrt{۳}}{۷+۴\sqrt{۳}} = \frac{۹(۴۹-۴۸)}{۲(۷+۴\sqrt{۳})} = \frac{۹}{۲(۷+۴\sqrt{۳})}$$

۲۳- گزینه ۳

درس‌نامه هر وقت در جریان حل یک معادلهٔ مثلثاتی سینوس یا کسینوس مساوی ۱، صفر یا ۱− شد، از جدول زیر استفاده کنید:

معادله	نمایش جواب روی دایرهٔ مثلثاتی	جواب
$\cos(x) = -۱$		$x = ۲k\pi + \pi$
$\cos(x) = ۰$		$x = k\pi + \frac{\pi}{۲}$
$\cos(x) = ۱$		$x = ۲k\pi$
$\sin(x) = -۱$		$x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۲}$ (یا $x = ۲k\pi + \frac{۳\pi}{۲}$)
$\sin(x) = ۰$		$x = k\pi$
$\sin(x) = ۱$		$x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲}$

گام با توجه به اتحاد مثلثاتی $\sin^۲(x) + \cos^۲(x) = ۱$، می‌توانیم بگوییم $\cos^۲(x) = ۱ - \sin^۲(x)$ است، پس داریم: $\cos^۲(x) - \sin^۲(x)\cos(۳x) = ۱$

$$\xrightarrow{\cos^۲(x)=۱-\sin^۲(x)} ۱ - \sin^۲(x) - \sin^۲(x)\cos(۳x) = ۱$$

$$\Rightarrow -\sin^۲(x)[۱+\cos(۳x)] = ۰ \quad (*)$$

گام حالا معادلهٔ (*) را به کمک نکته‌ای که گفتیم حل می‌کنیم:

$$-\sin^۲(x)[۱+\cos(۳x)] = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin^۲(x) = ۰ \Rightarrow \sin(x) = ۰ \Rightarrow x = k\pi \xrightarrow{x\in[۰,۲\pi]} x = ۰, \pi, ۲\pi \\ ۱+\cos(۳x) = ۰ \Rightarrow \cos(۳x) = -۱ \Rightarrow ۳x = ۲k\pi + \pi \\ \Rightarrow x = \frac{۲k\pi+\pi}{۳} \xrightarrow{x\in[۰,۲\pi]} x = \frac{\pi}{۳}, \pi, \frac{۵\pi}{۳} \end{cases}$$

همان‌طور که می‌بینید یک جواب مشترک $x = \pi$ بین دو معادله داریم، به همین خاطر تعداد جواب‌های معادله در بازهٔ گفته‌شده ۵ = ۱ − ۶ تا است.

تله در پیداکردن تعداد جواب‌ها حواستان به جواب‌های مشترک باشد، مثلاً در این تست اگر حواسمان به جواب مشترک $x = \pi$ نبود؛ می‌گفتیم معادله ۶ جواب دارد. این‌طوری در دام (۴) می‌افتادیم.

مشاوره معادلات مثلثاتی تقریباً پای ثابت کنکورها است. حتماً وقت زیادی برایشان بگذارید.

۲۴- گزینه ۴

استراتژی اول $\sqrt{x}$ را در دو رادیکال دیگر ضرب می‌کنیم، بعد به کمک **هم‌ارزی پرتوان** خواستهٔ مسئله را به دست می‌آوریم.

درس‌نامه هم‌ارزی پرتوان: برای حد $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{a_۱x^m + a_۲x^{m-۱} + \cdots + a_nx + k}{b_۱x^n + b_۲x^{n-۱} + \cdots + b_nx + k'}$ سه حالت زیر را مطرح می‌کند:

الف) وقتی درجهٔ صورت از درجهٔ مخرج بیشتر باشد، یعنی $m > n$، حاصل حد **بی‌نهایت** می‌شود.

ب) وقتی درجهٔ مخرج از درجهٔ صورت بیشتر باشد، یعنی $n > m$، حاصل حد **صفر** می‌شود.

پ) وقتی درجهٔ صورت با درجهٔ مخرج برابر باشد، یعنی $m = n$، حاصل حد برابر می‌شود با:

$$\frac{\text{ضریب بزرگ‌ترین توان } x \text{ در صورت}}{\text{ضریب بزرگ‌ترین توان } x \text{ در مخرج}} = \frac{a_۱}{b_۱}$$

گام اول $\sqrt{x}$ را در دو رادیکال دیگر ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x}(\sqrt{\frac{۱}{x+۱}+\frac{۱}{x}} - \sqrt{\frac{۱}{x^۲}-\frac{۱}{x^۲+۱}}) = \lim_{x\to+\infty} (\sqrt{\frac{x}{x+۱}+\frac{x}{x}} - \sqrt{\frac{x}{x^۲}-\frac{x}{x^۲+۱}})$$

$$= \lim_{x\to+\infty} (\sqrt{\frac{x}{x+۱}+۱} - \sqrt{\frac{۱}{x}-\frac{x}{x^۲+۱}})$$

گام طبق هم‌ارزی پرتوان، وقتی $x \to +\infty$، حد کسرهای $\frac{۱}{x}$ و $\frac{x}{x^۲+۱}$ برابر صفر و حد کسر $\frac{x}{x+۱}$ برابر ۱ می‌شود؛ بنابراین:

$$\lim_{x\to+\infty} (\sqrt{\frac{x}{x+۱}+۱} - \sqrt{\frac{۱}{x}-\frac{x}{x^۲+۱}}) = \sqrt{۱+۱} - \sqrt{۰-۰} = \sqrt{۲}$$

۲۵- گزینه ۴

استراتژی اول $g(\frac{۳}{\sqrt{۸}})$ را حساب می‌کنیم. در ادامه به سراغ براکت می‌رویم تا حذفش کنیم. در آخر به کمک رابطه‌ای که برای مشتق تابع مرکب بلدیم، خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم.

درس‌نامه ۱ برای محاسبهٔ مشتق تابع مرکب $y = fog(x)$ از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$y' = g'(x) \times f'(g(x))$$

۲ هر وقت بخواهیم از یک تابع براکت‌دار، در نقطه‌ای مثل $x = a$ مشتق بگیریم، کارهای زیر را انجام می‌دهیم:

گام اول باید براکت را حذف کنیم. برای این کار یک بار مقدار عددی براکت را در سمت راست $x = a$ (a^+) و بار دیگر در سمت چپ (a^-) به دست می‌آوریم.

گام اگر در گام ۱ به دو عدد مختلف رسیدیم باید مشتق چپ و راست را جداگانه حساب کنیم، اما در صورتی که به دو عدد یکسان رسیدیم، براکت را حذف کرده و همان عدد یکسان را به جایش قرار می‌دهیم و بعد مشتق‌گیری را شروع می‌کنیم.

۳ چند مورد از مهم‌ترین قاعده‌های مشتق‌گیری را در جدول زیر ببینید:

تابع	مشتق تابع
$y=u^n$	$y'=nu'u^{n-1}$
$y=\sqrt{u}$	$y'=\frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$y=\sqrt[3]{u}$	$y'=\frac{u'}{3\sqrt[3]{u^2}}$
$y=\frac{au+b}{cu+d}$	$y'=\frac{(ad-bc)u'}{(cu+d)^2}$
$y=f(x)g(x)$	$y'=f'(x)g(x)+g'(x)f(x)$
$y=\frac{f(x)}{g(x)}$	$y'=\frac{f'(x)g(x)-g'(x)f(x)}{g^2(x)}$

۴ برای محاسبهٔ مشتق توابع به فرم $y=\sqrt[p]{u^q}$، اول تابع را به صورت $y=u^{\frac{q}{p}}$ می‌نویسیم، بعد با آن مثل $y=u^n$ رفتار می‌کنیم.

گام با توجه به این‌که $g(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x^2-1}}$ است، $g(\frac{3}{\sqrt{8}})$ برابر می‌شود با:

$$g(\frac{3}{\sqrt{8}})=\frac{1}{\sqrt[3]{(\frac{3}{\sqrt{8}})^2-1}}=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{8}}}=\frac{1}{\frac{1}{2}}=2$$

گام سؤال مشتق تابع $y=(fog)(x)$ را در نقطهٔ $x=\frac{3}{\sqrt{8}}$ می‌خواهد که طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم این مقدار برابر می‌شود با:

$$g'(\frac{3}{\sqrt{8}})\times f'(\underbrace{g(\frac{3}{\sqrt{8}})}_{2})=g'(\frac{3}{\sqrt{8}})\times f'(2) \quad (*)$$

برای محاسبهٔ $g'(\frac{3}{\sqrt{8}})$ چالش خاصی نداریم:

$$g(x)=\frac{1}{(x^2-1)^{\frac{1}{3}}}=(x^2-1)^{-\frac{1}{3}} \xrightarrow{(u^{-\frac{1}{3}})'=\frac{-1}{3}u^{-\frac{4}{3}}u'} g'(x)=-\frac{1}{3}(2x)(x^2-1)^{-\frac{4}{3}}$$

$$\Rightarrow g'(\frac{3}{\sqrt{8}})=-\frac{1}{3}(2\times\frac{3}{\sqrt{8}})(\underbrace{\frac{9}{8}-1}_{\frac{1}{8}})^{-\frac{4}{3}}=-\frac{2}{\sqrt{8}}\times(2^{-3})^{-\frac{4}{3}}=-\frac{1}{2\sqrt{2}}\times 2^4$$

$$=-\frac{16}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=-8\sqrt{2}$$

اما برای محاسبهٔ $f'(2)$ باید از دست براکت راحت شویم. طبق مورد (۲) درس‌نامهٔ اول در همسایگی چپ و راست $x=2$ مقدار براکت را حساب می‌کنیم:

همسایگی راست: $[x^2+\frac{1}{2}]=[(2^+)^2+\frac{1}{2}]=[4^++\frac{1}{2}]=[\underbrace{(4/5)^+}_{\text{مثلاً } 4/6}]=4$

همسایگی چپ: $[x^2+\frac{1}{2}]=[(2^-)^2+\frac{1}{2}]=[4^-+\frac{1}{2}]=[\underbrace{(4/5)^-}_{\text{مثلاً } 4/4}]=4$

همان‌طور که می‌بینید خوشبختانه به عدد یکسان ۴ رسیدیم، پس به جای $[x^2+\frac{1}{2}]$ در $f(x)=(x[x^2+\frac{1}{2}])^2+1$ عدد ۴ را قرار می‌دهیم و مشتق می‌گیریم:

$$f(x)=(4x)^2+1=16x^2+1 \Rightarrow f'(x)=32x \Rightarrow f'(2)=64$$

حالا با جای‌گذاری مقادیر $f'(2)$ و $g'(\frac{3}{\sqrt{8}})$ در رابطهٔ (*)، خواستهٔ مسئله را به دست می‌آوریم:

$$y'=g'(\frac{3}{\sqrt{8}})\times f'(2)=\underbrace{-8\sqrt{2}}_{-2\sqrt{2}\times 4}\times 64=4\times(-2\sqrt{2}\times 64)=4(-128\sqrt{2})$$

مقدار عدد به دست آمده، ۴ برابر $-128\sqrt{2}$ است.

۲۶- گزینه ۳

درس‌نامه در بعضی از سؤال‌ها به ما یک تابع چندضابطه‌ای با تعدادی مجهول می‌دهند و می‌گویند مجهول‌ها را طوری پیدا کنید که تابع در نقطهٔ مرزی یا $\mathbb{R}$ مشتق‌پذیر باشد. در این‌جور سؤال‌ها باید دو شرط زیر را اجرا کنیم:

۱ شرط پیوستگی: مقدار تابع در نقطهٔ مرزی = حد چپ در نقطهٔ مرزی = حد راست در نقطهٔ مرزی

۲ شرط مساوی‌بودن مشتق چپ و راست در نقطهٔ مرزی: مشتق راست = مشتق چپ

روش گام اول به کمک رابطهٔ $b+c=a$، تابع $g(x)=ax^2+bx+c$ را بدون پارامتر c می‌نویسیم:

$$g(x)=ax^2+bx+c \xrightarrow{b+c=a \Rightarrow c=a-b} g(x)=ax^2+bx+a-b$$

بنابراین تابع $f(x)=\begin{cases}g(x) & x\geq k\\ g'(x) & x<k\end{cases}$ برحسب a و b برابر می‌شود با:

$$f(x)=\begin{cases}ax^2+bx+a-b & x\geq k\\ 2ax+b & x<k\end{cases}$$

گام برای این‌که تابع $f(x)=\begin{cases}ax^2+bx+a-b & x\geq k\\ 2ax+b & x<k\end{cases}$ پیوسته باشد، باید:

$$\underbrace{\text{مقدار تابع در نقطهٔ مرزی}}_{\text{ضابطهٔ بالا}}=\underbrace{\text{حد چپ در نقطهٔ مرزی}}_{\text{ضابطهٔ پایین}}=\underbrace{\text{حد راست در نقطهٔ مرزی}}_{\text{ضابطهٔ بالا}} \Rightarrow ak^2+bk+a-b=2ak+b$$

$$\Rightarrow ak^2+(b-2a)k+a-2b=0 \quad (1)$$

گام ضابطهٔ f' به صورت روبه‌رو است: $f'(x)=\begin{cases}2ax+b & x\geq k\\ 2a & x<k\end{cases}$

مشتق راست و چپ در $x=k$ را با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$\underbrace{f'_+(k)}_{\text{ضابطهٔ بالا}}=\underbrace{f'_-(k)}_{\text{ضابطهٔ پایین}} \Rightarrow 2ak+b=2a \Rightarrow b=2a-2ak$$

گام در آخر با جای‌گذاری رابطهٔ $b=2a-2ak$ در رابطهٔ (۱)، مقادیر k را حساب می‌کنیم:

$$ak^2+(b-2a)k+a-2b=0$$

$$\xrightarrow{b=2a-2ak} ak^2+(\cancel{2a}-2ak-\cancel{2a})k+a-2(2a-2ak)=0$$

$$\Rightarrow -ak^2+4ak-3a=0$$

$$\xrightarrow[a\neq 0]{\div a} -k^2+4k-3=0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب}=0} k=1 \text{ یا } k=\frac{c}{a}=3$$

بنابراین حداکثر مقدار k برابر ۳ است.

روش

نکته فرض کنید $f(x)=ax^2+bx+c$. اگر $x=k$ ریشهٔ f و f' باشد (یعنی $f(k)=f'(k)=0$)، آن‌گاه باید $x=k$ ریشهٔ مضاعف f باشد؛ یعنی f به صورت $f(x)=a(x-k)^2$ نوشته می‌شود (یا بگوییم $\Delta_f=0$).

گام ضابطهٔ f را می‌نویسیم:

$$f(x)=\begin{cases}\overbrace{ax^2+bx+c}^{g(x)} & x\geq k\\ \underbrace{2ax+b}_{h(x)} & x<k\end{cases}$$

شرط‌های مشتق‌پذیری f در $x=k$ را می‌نویسیم:

۱) $g(k)=h(k) \Rightarrow (g-h)(k)=0$ ۲) $g'(k)=h'(k) \Rightarrow (g-h)'(k)=0$

یعنی $x=k$ هم ریشهٔ $g-h$ است و هم ریشهٔ مشتقش، پس $x=k$ باید ریشهٔ مضاعف $g-h$ باشد.

گام $g-h$ را تشکیل می‌دهیم:

$$g(x)-h(x)=ax^2+bx+c-(2ax+b)=ax^2+(b-2a)x+c-b$$

با توجه به تساوی $b+c=a$، داریم $c=a-b$؛ پس با حذف c، ضابطه به صورت $y=ax^2+(b-2a)x+\underbrace{\overbrace{c-b}^{a-2b}}_{a-b}$ می‌شود.

دلتا را مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$(b-2a)^2-4a(a-2b)=0 \Rightarrow b^2-4ab+\cancel{4a^2}-\cancel{4a^2}+8ab=0$$

$$\Rightarrow b^2+4ab=0 \Rightarrow b(b+4a)=0 \Rightarrow \begin{cases} b=0 \\ b=-4a \end{cases}$$

گام با جای‌گذاری $b=0$، ضابطه به صورت $y=ax^2-2ax+a$ می‌شود. k همان ریشهٔ مضاعف این معادله است که برابر است با:

$$k=\frac{-B}{2A}=\frac{2a}{2a}=1$$

با جای‌گذاری $b=-4a$، ضابطه به صورت $y=ax^2-6ax+9a$ می‌شود. k ریشهٔ مضاعف این معادله است که برابر است با:

$$k=\frac{-B}{2A}=\frac{6a}{2a}=3$$

پس حداکثر k برابر ۳ است.

۲۷- گزینه ۲

گام تابع $f(x)$ بدون قدرمطلق به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$f(x)=\begin{cases} \frac{x^2}{x^2-1}(x^2-4) & x^2-4\geq 0 \\ -\frac{x^2}{x^2-1}(x^2-4) & x^2-4<0 \end{cases} \Rightarrow f(x)=\begin{cases} \frac{x^4-4x^2}{x^2-1} & x^2-4\geq 0 \\ -\frac{x^4-4x^2}{x^2-1} & x^2-4<0 \end{cases}$$

حالا باید نامعادله‌های $x^2-4\geq 0$ و $x^2-4<0$ را حل کنیم:

- $x^2-4\geq 0 \Rightarrow (x-2)(x+2)\geq 0 \xrightarrow{\text{نابین ریشه‌ها}} x\leq -2$ یا $x\geq 2$
- $x^2-4<0 \Rightarrow (x-2)(x+2)<0 \xrightarrow{\text{بین ریشه‌ها}} -2<x<2$

پس در نهایت ضابطهٔ $f(x)$ بدون قدرمطلق، به صورت زیر است:

$$f(x)=\begin{cases} \frac{x^4-4x^2}{x^2-1} & x\leq -2 \text{ یا } x\geq 2 \\ -\frac{x^4-4x^2}{x^2-1} & -2<x<2 \end{cases}$$

گام چون ضابطهٔ بالایی و پایینی فقط در یک منفی اختلاف دارند، محاسبهٔ مشتق یکی از ضابطه‌ها کافی است؛ این‌جا مشتق ضابطهٔ بالایی $(\frac{x^4-4x^2}{x^2-1})$ را به کمک رابطهٔ $(\frac{u}{v})'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$ می‌نویسیم:

$$f'(x)=\frac{\overbrace{2x(2x^2-4)}(x^2-1)-(2x)(x^4-4x^2)}{(x^2-1)^2}$$

$$=\frac{2x[(2x^2-4)(x^2-1)-(x^4-4x^2)]}{(x^2-1)^2}$$

$$=\frac{2x[2x^4-2x^2-4x^2+4-x^4+4x^2]}{(x^2-1)^2}=\frac{2x(x^4-2x^2+4)}{(x^2-1)^2}$$

بنابراین $f'(x)$ برابر می‌شود با:

$$f'(x)=\frac{2x(x^4-2x^2+1+3)}{(x^2-1)^2}=\frac{2x((x^2-1)^2+3)}{(x^2-1)^2}$$

$$\Rightarrow f'(x)=\begin{cases} \frac{2x((x^2-1)^2+3)}{(x^2-1)^2} & x\leq -2 \text{ یا } x\geq 2 \\ -\frac{2x((x^2-1)^2+3)}{(x^2-1)^2} & -2<x<2 \end{cases}$$

گام عبارت $((x^2-1)^2+3)$ همواره مثبت است و نقشی در تعیین علامت f' ندارد. از طرفی $(x^2-1)^2$ هم نامنفی است ولی ریشه‌هایش یعنی $x=\pm 1$ را در جدول می‌آوریم، اما حواستان باشد که در آن‌ها تغییر علامتی رخ نمی‌دهد.

حالا جدول تعیین علامت f' را می‌کشیم:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
f'		$-$	$\|\|$	$+$	$\|\|$	$+$		$-$	$\|\|$	$-$	$\|\|$	$+$	
f		$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
				min				max				min	

۲۸- گزینه ۳

شفاف‌سازی این‌که «طول نقطهٔ A بین دو طول متوالی از محل تقاطع تابع $f(x)$ با خط نیمساز ناحیهٔ اول و سوم است»، یعنی جواب‌های معادلهٔ $f(x)=x$ دو عدد صحیح‌اند و طول نقطهٔ A بینشان قرار دارد.

درس‌نامه ۱ اگر نقطه‌ای مثل A روی تابع $y=f(x)$ باشد، می‌توانیم مختصات پارامتری آن را به صورت $A(\alpha,f(\alpha))$ در نظر بگیریم. مثلاً اگر نقطهٔ A روی تابع $y=x^3$ قرار داشته باشد، می‌توانیم بگوییم مختصات پارامتری‌اش به صورت $A(\alpha,\alpha^3)$ است.

۲ برای پیداکردن قرینهٔ یک نقطه نسبت به محور xها، yها و ... از جدول زیر استفاده می‌کنیم:

قرینهٔ نقطهٔ $A(x,y)$ نسبت به ...	روش پیداکردن
محور طول (x)ها	عرض قرینه می‌شود: $A'(x,-y)$
محور عرض (y)ها	طول قرینه می‌شود: $A'(-x,y)$
مبدأ مختصات	هم طول و هم عرض قرینه می‌شود: $A'(-x,-y)$
نیمساز ناحیهٔ اول و سوم (خط $y=x$)	جای طول و عرض عوض می‌شود: $A'(y,x)$

۳ برای پیداکردن نقطه یا نقطه‌های برخورد دو منحنی مثل $y=f(x)$ و $y=g(x)$، باید معادلهٔ $f(x)=g(x)$ را حل کنیم. جواب‌های این معادله طول نقطه‌های برخورد را مشخص می‌کند. با جای‌گذاری این جواب‌ها در $f(x)$ یا $g(x)$، عرض نقطه یا نقطه‌های برخورد هم پیدا می‌شوند.

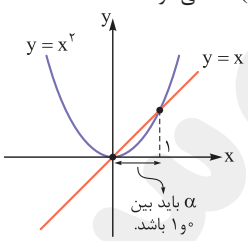
۴ مختصات رأس سهمی $y=ax^2+bx+c$، به صورت $S(-\frac{b}{2a},-\frac{\Delta}{4a})$ است. وقتی $a>0$ باشد، رأس سهمی نقطهٔ مینیمم و وقتی $a<0$ باشد، رأس سهمی نقطهٔ ماکزیمم می‌شود.

۵ طول پاره‌خط AB برابر است با:

$$\overline{AB}=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$

گام سؤال می‌گوید نقطهٔ A روی سهمی $y=x^2$ قرار دارد، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم مختصات نقطهٔ A به صورت $A(\alpha,\alpha^2)$ است. سؤال در ادامه نقطهٔ A را نسبت به نیمساز ناحیهٔ اول و سوم قرینه می‌کند تا به نقطهٔ A' برسد، پس طبق مورد (۲) درس‌نامه، مختصات نقطهٔ A' به صورت $A'(\alpha^2,\alpha)$ می‌شود.

گام سهمی $y=x^2$ و نیمساز ناحیهٔ اول و سوم (خط $y=x$) را در یک دستگاه مختصات می‌کشیم.



همان‌طور که از شکل پیداست این نمودارها در دو نقطه همدیگر را قطع کرده‌اند. طبق مورد (۳) درس‌نامه برای پیداکردن طول این نقطه‌ها باید معادلهٔ زیر را حل کنیم:

$$x^2=x \Rightarrow x^2-x=0 \Rightarrow x(x-1)=0 \Rightarrow x=0 \text{ یا } 1$$

به گفتهٔ سؤال طول نقطهٔ $A(\alpha,\alpha^2)$، یعنی α بین طول دو برخورد متوالی نمودارها است (نمودارها را ببینید)؛ این یعنی $0<\alpha<1$ است.

نکته وقتی $0<\alpha<1$ باشد، هر چه توان α بیشتر شود، مقدارش کوچک‌تر می‌شود؛ یعنی:

$$1>\alpha>\alpha^2>\alpha^3>\alpha^4>\cdots>0$$

گام حالا طول پاره‌خط AA' را به کمک مورد (۵) درس‌نامه حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} A(\alpha,\alpha^2) \\ A'(\alpha^2,\alpha) \end{cases} \Rightarrow AA'=\sqrt{(\alpha-\alpha^2)^2+\underbrace{(\alpha^2-\alpha)^2}_{(\alpha-\alpha^2)^2}}$$

$$=\sqrt{2(\alpha-\alpha^2)^2}=\sqrt{2}\,|\alpha-\alpha^2|$$

همان‌طور که می‌بینید در نقطه‌های $x=-2$، $x=0$ و $x=2$ مشتق تغییر علامت می‌دهد، پس این سه نقطه اکسترمم نسبی هستند.

مشاوره دیگر باید به محاسبات زیاد عادت کنید. یکی از ویژگی‌های پررنگ کنکورهای جدید وجود محاسبات زیاد است.

دیدیم که $0 < \alpha < 1$ است، پس طبق نکتهٔ بالا $\alpha > \alpha^2$ و در نتیجه $|\alpha - \alpha^2| = \alpha - \alpha^2$ است؛ بنابراین $AA' = \sqrt{2}(\alpha - \alpha^2)$ می‌شود. واضح است وقتی AA' بیشترین مقدار ممکن می‌شود که $\alpha - \alpha^2$، بیشترین شود. طبق مورد (۴) درس‌نامه بیشترین مقدار عبارت درجه‌دوم $-\alpha^2 + \alpha$ برابر است با:

$$\text{« بیشترین مقدار } -\alpha^2+\alpha \text{ »} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{1^2 - 4(-1)(0)}{4(-1)} = \frac{1}{4}$$

پس بیشترین مقدار AA' برابر $\sqrt{2}(\frac{1}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{4}$ است.

۲۹- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ برای حل مسئله‌های بهینه‌سازی کارهای زیر را انجام می‌دهیم:

الف) این مسائل معمولاً شکل لازم دارند، قبل از هر چیز یک شکل برای مسئله می‌کشیم.

ب) کمیتی را که می‌خواهیم ماکزیمم یا مینیمم شود، برحسب سایر متغیرها می‌نویسیم.

پ) اگر معادله‌ای که در قسمت (ب) نوشتیم تک‌متغیره نبود، به کمک روابطی که بین متغیرها وجود دارد، آن را تک‌متغیره می‌کنیم.

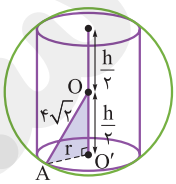
ت) در آخر اکسترمم مطلق معادله‌ای که در قسمت «پ» نوشتیم را به دست می‌آوریم.

۲ هر وقت جمع دو عدد مقداری ثابت باشد، حاصل‌ضربشان زمانی ماکزیمم می‌شود که دو عدد برابر باشند. مثلاً اگر $2x + y = 12$ باشد، حاصل xy به ازای $\begin{cases} 2x = 6 \\ y = 6 \end{cases}$ ماکزیمم می‌شود؛ پس جای x و y به ترتیب ۳ و ۶ قرار می‌دهیم:

$$3 \times 6 = 18$$

گام با توجه به اطلاعات مسئله شکل مقابل را می‌کشیم.

فرض می‌کنیم ارتفاع استوانه h و شعاع قاعده‌اش r باشد.



نکته مساحت جانبی استوانه با شعاع قاعدهٔ r و ارتفاع h برابر است با:

$$S_{\text{جانبی}} = 2\pi rh$$

گام کمیتی که می‌خواهیم ماکزیمم بشود، مساحت جانبی استوانه است که طبق نکتهٔ بالا برابر می‌شود با:

$$S = 2\pi rh \quad (*)$$

گام برای تک‌متغیره‌کردن رابطهٔ (*) باید رابطه‌ای بین r و h پیدا کنیم. برای این کار کافیست در مثلث قائم‌الزاویهٔ AOO' رابطهٔ فیثاغورس بنویسیم:

$$r^2 + (\frac{h}{2})^2 = (4\sqrt{2})^2 \Rightarrow \frac{h^2}{4} = 32 - r^2 \Rightarrow h^2 = 4(32 - r^2) \Rightarrow h = 2\sqrt{32 - r^2}$$

تساوی بالا را در $S = 2\pi rh$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$S = 2\pi r(2\sqrt{32 - r^2}) \Rightarrow S = 4\pi r\sqrt{32 - r^2}$$

گام از معادلهٔ تک‌متغیرهٔ $S = 4\pi r\sqrt{32 - r^2}$ مشتق گرفته و مساوی صفر می‌گذاریم:

$$S' = 4\pi[\sqrt{32 - r^2} + r(\frac{-2r}{2\sqrt{32 - r^2}})] = 0 \Rightarrow 4\pi(\frac{32 - 2r^2}{\sqrt{32 - r^2}}) = 0 \Rightarrow 32 - 2r^2 = 0$$

$$\Rightarrow r^2 = 16 \xrightarrow{r>0} r = 4$$

حالا $r = 4$ را در رابطهٔ $S = 4\pi r\sqrt{32 - r^2}$ جای‌گذاری می‌کنیم تا حداکثر مساحت جانبی استوانه پیدا بشود:

$$S_{\max} = \underbrace{4\pi(4)}_{16\pi}\underbrace{\sqrt{32 - (4)^2}}_{4} = 64\pi$$

تیزبازی خوب به رابطهٔ $S = 4\pi r\sqrt{32 - r^2}$ نگاه کنید. اگر r را به داخل رادیکال ببریم ($r > 0$ است و حق داریم) به رابطهٔ $S = 4\pi\sqrt{r^2(32 - r^2)}$ می‌رسیم. همان‌طور که می‌بینید جمع دو عدد «r^2» و «$32 - r^2$» مقدار ثابت ۳۲ است، پس طبق مورد (۲) درس‌نامه حاصل‌ضربشان یعنی $r^2(32 - r^2)$ زمانی ماکزیمم می‌شود که دو عدد برابر باشد؛ یعنی:

$$r^2 = 32 - r^2 = \frac{32}{2} \Rightarrow r^2 = 16 \Rightarrow r = 4$$

پس حداکثر مساحت جانبی استوانه به ازای $r = 4$ به دست می‌آید:

$$S_{\max} = 4\pi(4)\sqrt{32 - (4)^2} = 64\pi$$

۳۰- گزینه ۱

درس‌نامه هر وقت معادلهٔ گستردهٔ دو دایره را داشته باشیم و معادلهٔ **وترمشترک** را بخواهیم، کارهای زیر را انجام می‌دهیم:

الف) معادلهٔ هر دو دایره را به شکل $x^2 + y^2 = ax + by + c$ می‌نویسیم.

ب) سمت راست تساوی‌ها (یعنی $ax + by + c$ و $a'x + b'y + c'$) را با هم برابر قرار می‌دهیم.

گام (تنهاکردن $x^2 + y^2$ در هر دو معادله) در هر دو معادله، $x^2 + y^2$ را تنها می‌کنیم:

دایرهٔ اول: $x^2 + y^2 + 2y = 3 \Rightarrow x^2 + y^2 = -2y + 3$

دایرهٔ دوم: $x^2 + y^2 + 2x = 3 \Rightarrow x^2 + y^2 = -2x + 3$

گام عبارت‌های سمت راست دو تساوی بالا را برابر قرار می‌دهیم:

$$-2y + 3 = -2x + 3 \Rightarrow -2y = -2x \Rightarrow y = x$$

فیزیک

۳۱- گزینه ۴

استراتژی برای بررسی فرایندهای مربوط به واپاشی، مراحل زیر را به ترتیب طی می‌کنیم:

۱ فرایند واپاشی را می‌نویسیم. *(اگه فرایند توی صورت تست داده شده بود، نیازی به این مرحله نداریم.)*

۲ پایستگی عدد جرمی و پایستگی عدد اتمی را برای اجزای دو طرف فرایند می‌نویسیم تا خواستهٔ تست به دست آید.

درس‌نامه ۱ **عدد جرمی**: مجموع تعداد پروتون‌ها (عدد اتمی) و نوترون‌ها (عدد نوترونی)

$$A = Z + N$$

۲ در فرایندهای واپاشی دو اصل زیر برقرار است:

◇ **پایستگی عدد جرمی (پایستگی تعداد نوکلئون‌ها)**: مجموع تعداد نوکلئون‌های دو طرف فرایند یکسان است.

◇ **پایستگی عدد اتمی (پایستگی تعداد پروتون‌ها)**: مجموع تعداد پروتون‌های دو طرف فرایند یکسان است.

گام

نکته ذرهٔ α، هستهٔ اتم هلیم ($^4_2\alpha$) و ذرهٔ β^-، الکترون ($^0_{-1}\beta^-$) است.

فرایند واپاشی را می‌نویسیم (هستهٔ دختر را با $^A_Z Y$ نشان داده‌ایم):

$$^{237}_{93}Np \rightarrow {}^A_Z Y + 3\,{}^4_2\alpha + {}^0_{-1}\beta^-$$

گام پایستگی عدد جرمی و پایستگی عدد اتمی را برای اجزای دو طرف فرایند می‌نویسیم:

پایستگی عدد جرمی: $237 = A + 3(4) + 0 \Rightarrow A = 225$

پایستگی عدد اتمی: $93 = Z + 3(2) + (-1) \Rightarrow Z = 88$

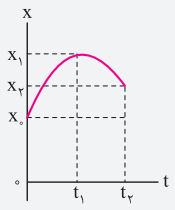
گام تعداد نوترون‌های هستهٔ دختر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$N = A - Z \xrightarrow[Z=88]{A=225} N = 225 - 88 = 137$$

۳۲- گزینه ۳

استراتژی با تست غیردقیق و عجیبی روبه‌رو هستیم. احتمالاً طراح سؤال می‌خواسته نمودار را به صورت شطرنجی بدهد که فراموش کرده، برای همین بهترین استراتژی، عددگذاری بر روی محور x در مکان‌های تغییر جهت متحرک است.

درس‌نامه ۱ تندی متوسط: مسافت طی‌شده $\rightarrow s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$



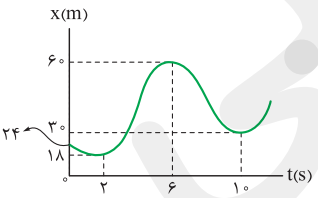
۲ محاسبهٔ مسافت طی‌شده از روی نمودار مکان ـ زمان:

مسافت طی‌شده برابر با مجموع اندازهٔ جابه‌جایی‌های قبل و بعد از لحظهٔ تغییر جهت متحرک است. مثلاً در نمودار شکل روبه‌رو، متحرک در لحظهٔ t_1 و در مکان x_1 تغییر جهت داده است؛ پس این متحرک اول از x_0 به x_1 و سپس از x_1 به x_2 رفته است و مسافتی که پیموده برابر می‌شود با:

$\ell = |\text{جابه‌جایی قبل از لحظهٔ } t_1| + |\text{جابه‌جایی بعد از لحظهٔ } t_1|$

$= |x_1 - x_0| + |x_2 - x_1|$

گام ۲ در شکل روبه‌رو بر روی محور x، به‌طور چشمی و دلخواه (البته با در نظر گرفتن تقریبی فاصله‌ها) در مکان اولیه و مکان‌های تغییر جهت، مقدار عددی مناسبی نوشتیم.



تیزبازی با توجه به لحظه‌های داده‌شده بر روی محور زمان، مقدار مکان‌ها را مضربی از ۶ در نظر گرفتیم تا محاسباتمان ساده‌تر بشود.

گام ۳ حالا با همان روشی که در درس‌نامه گفتیم با توجه به مکان‌های تغییر جهت در نموداری که عددگذاری کردیم، تندی متوسط متحرک را در بازه‌های زمانی خواسته‌شده حساب می‌کنیم:

۱ بازهٔ زمانی صفر تا ۲ s: در این بازهٔ زمانی متحرک تغییر جهت نداده است.

$$s_{av(0s,2s)} = \frac{\ell_{(0s,2s)}}{\Delta t_{(0s,2s)}} = \frac{|18-24|}{2-0} = 3\ m/s$$

۲ بازهٔ زمانی صفر تا ۶ s: در این بازهٔ زمانی متحرک در لحظهٔ $t = 2\ s$ تغییر جهت داده است.

$$s_{av(0s,6s)} = \frac{\ell_{(0s,6s)}}{\Delta t_{(0s,6s)}} = \frac{|\Delta x_{(0s,2s)}| + |\Delta x_{(2s,6s)}|}{6-0}$$

$$= \frac{|18-24| + |60-18|}{6} = \frac{48}{6} = 8\ m/s$$

۳ بازهٔ زمانی ۲ s تا ۱۰ s: در این بازهٔ زمانی متحرک در لحظهٔ $t = 6\ s$ تغییر جهت داده است.

$$s_{av(2s,10s)} = \frac{\ell_{(2s,10s)}}{\Delta t_{(2s,10s)}} = \frac{|\Delta x_{(2s,6s)}| + |\Delta x_{(6s,10s)}|}{10-2}$$

$$= \frac{|60-18| + |30-60|}{8} = \frac{72}{8} = 9\ m/s$$

۴ بازهٔ زمانی ۶ s تا ۱۰ s: در این بازهٔ زمانی متحرک تغییر جهت نداده است.

$$s_{av(6s,10s)} = \frac{\ell_{(6s,10s)}}{\Delta t_{(6s,10s)}} = \frac{|\Delta x_{(6s,10s)}|}{10-6} = \frac{|30-60|}{4} = \frac{30}{4} = 7/5\ m/s$$

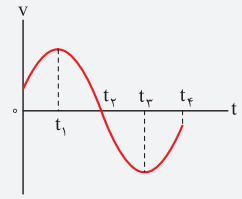
گام ۴ با یک مقایسهٔ سریع، می‌بینیم که با این عددها و این محاسبات، تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی داده‌شده در ۳، بیشتر از بقیه است. $s_{av(2s,10s)} > s_{av(0s,6s)} > s_{av(6s,10s)} > s_{av(0s,2s)}$

هواستون باشه! اگه در عددهایی که برای مکان‌های تغییر جهت انتخاب می‌کنیم، به صورت تقریبی، نسبت فاصله‌ها رو رعایت نکنیم، ممکنه به جوابی غیر از ۳ برسیم.

۳۳- گزینه ۴

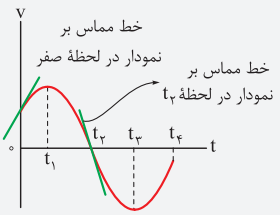
درس‌نامه برای پاسخ‌دادن به این تست، نکته‌های زیر را دربارهٔ نمودار سرعت ـ زمان باید بدانید:

۱ در بازهٔ زمانی که نمودار سرعت ـ زمان از محور t دور می‌شود، تندی در حال افزایش و در بازهٔ زمانی که این نمودار به محور t نزدیک می‌شود، تندی در حال کاهش است. مثلاً در شکل (الف) در بازه‌های زمانی صفر تا t_1 و t_2 تا t_3 نمودار در حال دورشدن از محور t و تندی در حال افزایش است، اما در بازه‌های زمانی t_1 تا t_2 و t_3 تا t_4 نمودار در حال نزدیک‌شدن به محور t و تندی در حال کاهش است.



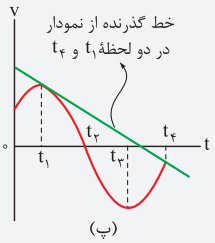
(الف)

۲ در نمودار سرعت ـ زمان، بزرگی یا اندازهٔ شتاب در هر لحظه برابر با قدرمطلق شیب خط مماس بر نمودار در آن لحظه است. مثلاً در شکل (ب)، اندازه شتاب متحرک در لحظه‌های صفر و t_2 برابر با قدرمطلق شیب خط مماس رسم‌شده بر نمودار در این لحظه‌ها است. با همین منطق، شتاب در لحظه‌های t_1 و t_3 (اکسترمم نسبی)، برابر با صفر است.



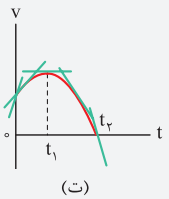
(ب)

۳ در نمودارهای سرعت ـ زمان، بزرگی شتاب متوسط در یک بازهٔ زمانی معین، برابر با قدرمطلق شیب خط گذرنده از نمودار در لحظه‌های ابتدا و انتهای آن بازهٔ زمانی است. مثلاً در شکل (پ)، بزرگی شتاب متوسط در بازهٔ زمانی t_1 تا t_4، برابر با قدرمطلق شیب خط گذرنده از نمودار در دو لحظهٔ t_1 و t_4 است.



(پ)

۴ در مورد (۲) گفتیم که شتاب در نقطهٔ اکسترمم برابر با صفر است؛ پس در نمودار سرعت ـ زمانی که به صورت سهمی است، در بازه‌های زمانی قبل از نقطهٔ اکسترمم، بزرگی شتاب به صفر نزدیک می‌شود؛ یعنی در حال کاهش است و در بازه‌های زمانی پس از نقطهٔ اکسترمم، بزرگی شتاب از صفر دور می‌شود؛ یعنی در حال افزایش است.



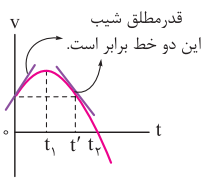
(ت)

مثلاً در شکل (ت)، در بازهٔ زمانی صفر تا t_1، بزرگی شتاب در حال کم‌شدن و در بازه‌های زمانی بعد از t_1 بزرگی شتاب در حال زیادشدن است. *(بد نیست در این شکل یه نگاهی هم به خط‌های مماس بیندازید و تغییرات شیب این خط‌ها را در طی زمان ببینید.)*

۵ در بازه‌های زمانی که نمودار سرعت ـ زمان صعودی است (مثلاً در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 در نمودار شکل (ت))، جهت شتاب در جهت محور x و در بازه‌های زمانی که نمودار سرعت ـ زمان نزولی است (مثلاً از لحظهٔ t_1 به بعد در نمودار شکل (ت))، جهت شتاب در خلاف جهت محور x است.

با علم به این‌که نمودار داده‌شده (شکل زیر) سرعت ـ زمان است، گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

بررسی گزینه‌ها: ۱ در بازهٔ زمانی صفر تا t_1، نمودار سرعت ـ زمان در حال دورشدن از محور t است؛ پس تندی متحرک در حال **افزایش** است. ×



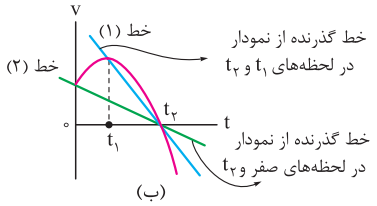
(الف)

۲ براساس مورد (۴) که در درس‌نامه گفتیم، نمودار سهمی در لحظهٔ t_2 نسبت به لحظهٔ صفر از نقطهٔ اکسترمم دورتر است؛ پس بزرگی شتاب در لحظهٔ t_2 از بزرگی شتاب در لحظهٔ صفر **بیشتر** است. ×

یادآوری در سهمی، قدرمطلق شیب خط مماس بر نمودار در دو نقطهٔ متقارن در دو سوی نقطهٔ اکسترمم برابر است؛ بنابراین در نمودار سرعت ـ زمان شکل (الف) بزرگی شتاب در لحظه‌های صفر و t' برابر است.

۳) با توجه به مورد (۵) درس‌نامه، در بازهٔ زمانی صفر تا t_1، شتاب **در جهت محور x** و پس از آن **در خلاف جهت محور x** است. ✗

۴) اگر مورد (۳) درس‌نامه را بلد باشید، به راحتی می‌توانید تشخیص بدهید که در شکل (ب) بزرگی شتاب متوسط در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 از بزرگی شتاب متوسط در بازهٔ زمانی صفر تا t_2 **بیشتر** است. ✓



تله شما عادت دارید که نمودار مکان ـ زمان را به صورت سهمی ببینید که در این صورت نوع حرکت، شتاب ثابت است؛ اما حواستون باشه هر سهمی‌ای، شتاب ثابت نیست! این‌جا نمودار اصلاً مکان ـ زمان نیست که بخواد شتاب ثابت باشه.

۳۴- گزینه ۲

درس‌نامه شتاب متوسط در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$a_{av}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}$$

گام شتاب متحرک در بازهٔ زمانی $t_1=5\,s$ تا $t_3=12\,s$ را می‌خواهیم؛ پس با توجه به رابطهٔ شتاب متوسط، باید به دنبال تغییرات سرعت در این بازه یعنی v_3-v_1 باشیم. اگر داده‌های تست را در فرمول شتاب بگذاریم، ایدهٔ حل تست خودش پیدا می‌شود.

$$a_{av(5s,10s)}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}\xrightarrow{a_{av(5s,10s)}=-4\,m/s^2}-4=\frac{v_2-v_1}{10-5}$$

$$\Rightarrow v_2-v_1=-20\quad (I)$$

$$a_{av(10s,12s)}=\frac{v_3-v_2}{t_3-t_2}\xrightarrow{a_{av(10s,12s)}=2\,m/s^2}2=\frac{v_3-v_2}{12-10}$$

$$\Rightarrow v_3-v_2=4\quad (II)$$

اگر دو رابطهٔ بالا را با هم جمع کنیم، به آن‌چه دنبالش هستیم می‌رسیم:

$$(v_3-v_2)+(v_2-v_1)=4+(-20)\Rightarrow v_3-v_1=-16$$

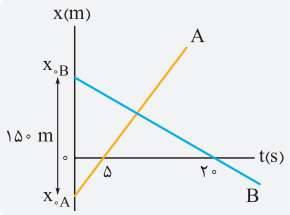
گام همه‌چیز برای محاسبهٔ شتاب در بازهٔ زمانی $t_1=5\,s$ تا $t_3=12\,s$ آماده است.

$$a_{av(5s,12s)}=\frac{v_3-v_1}{t_3-t_1}=\frac{-16}{12-5}=-\frac{16}{7}\,m/s^2$$

$$\Rightarrow \vec{a}_{av(5s,12s)}=(-\frac{16}{7}\,m/s^2\,\vec{i})$$

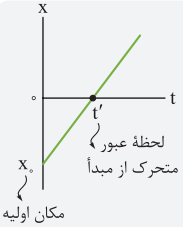
۳۵- گزینه ۳

شفاف‌سازی از این‌که در صورت تست، گفته شده در لحظهٔ $t=0$ فاصلهٔ دو متحرک $150\,m$ است، می‌فهمیم که در نمودار روبه‌رو $x_{0B}-x_{0A}=150\,m$ است.



استراتژی ۱) با در نظر گرفتن این‌که تندی متحرک A، ۲ برابر تندی متحرک B است، معادلهٔ مکان ـ زمان هر کدام از متحرک‌ها را جداجدا بنویسید. حواستان باشد که سرعت‌های دو متحرک در خلاف جهت یکدیگرند. ۲) لحظه‌های عبور هر کدام از متحرک‌ها از مکان $x=0$ را در معادله‌شان قرار دهید و مسئله را حل کنید.

درس‌نامه ۱) نمودار مکان ـ زمان حرکت با سرعت ثابت v، یک خط راست مانند شکل روبه‌رو است.

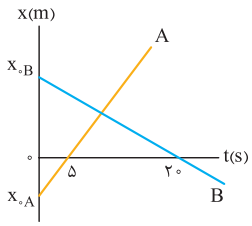


◇ در نمودار x ـ t، اگر شیب نمودار مثبت باشد، سرعت در جهت محور x و اگر منفی باشد، سرعت در خلاف جهت محور x خواهد بود.

۲) معادلهٔ مکان ـ زمان آن به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$x=vt+x_0$$

گام با توجه به شیب نمودارهای روبه‌رو، سرعت متحرک A در جهت محور x ($v_A>0$) و سرعت متحرک B در خلاف جهت محور x ($v_B<0$) است. هم‌چنین صورت تست گفته که $|v_A|=|2v_B|$ است؛ پس $v_A=-2v_B$ است.



با این توضیح معادلهٔ مکان ـ زمان هر کدام از متحرک‌ها را می‌نویسیم:

$$\begin{cases}x_A=v_At+x_{0A}\xrightarrow{v_A=-2v_B}x_A=-2v_Bt+x_{0A}\\ x_B=v_Bt+x_{0B}\end{cases}$$

گام در نمودار مشخص است که متحرک A در لحظهٔ $t_1=5\,s$ و متحرک B در لحظهٔ $t_2=20\,s$ از مبدأ ($x=0$) عبور کرده‌اند. این اطلاعات را در معادله‌های مکان ـ زمان متحرک‌ها قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases}x_A=-2v_Bt+x_{0A}\xrightarrow{t_1=5\,s,\,x_A=0}0=-2v_B\times5+x_{0A}\Rightarrow x_{0A}=10v_B\\ x_B=v_Bt+x_{0B}\xrightarrow{t_2=20\,s,\,x_B=0}0=v_B\times20+x_{0B}\Rightarrow x_{0B}=-20v_B\end{cases}$$

گام فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ $t=0$ برابر $150\,m$ است؛ یعنی داریم:

$$x_{0B}-x_{0A}=150\Rightarrow -20v_B-10v_B=150$$

$$\Rightarrow -30v_B=150\Rightarrow v_B=-5\,m/s\ ,v_A=-2v_B=-2\times(-5)=10\,m/s$$

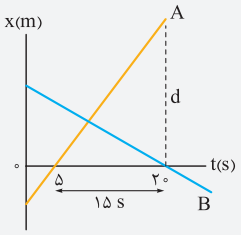
گام در لحظهٔ $t_2=20\,s$ مکان متحرک B از روی نمودار معلوم است ($x_{B(20s)}=0$)؛ پس کافی است به کمک معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک A، مکان این متحرک را در لحظهٔ $t_2=20\,s$ پیدا کنیم:

$$x_{A(20s)}=v_At+x_{0A}$$

$$\xrightarrow[x_{0A}=10v_B=10\times(-5)=-50\,m]{v_A=10\,m/s}x_{A(20s)}=10\times20+(-50)=150\,m$$

$$t_2=20\,s\text{ فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ }=|x_{A(20s)}-x_{B(20s)}|=|150-0|=150\,m$$

تیزبازی به نمودار زیر نگاه کنید. d فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ $t_2=20\,s$ است. با کمی دقت مشخص است که متحرک A در مدت $15\,s$ ($t_1=5\,s$ تا $t_2=20\,s$) به اندازهٔ d جابه‌جا شده است.



پس کافی است جابه‌جایی متحرک A را در مدت ۱۵s حساب کنیم:

$$\Delta x_A=v_A\Delta t=10\times15=150\,m$$

$$\xrightarrow{d=\Delta x_A}d=150\,m$$

مشاوره اگر می‌بینید که در این آزمون خبری از تست‌های حرکت با شتاب ثابت نیست، برای این است که در کنکور ۱۴۰۰ به دلیل شیوع کرونا مبحث حرکت با شتاب ثابت از کنکور حذف شده بود.

۳۶- گزینه ۲

استراتژی ۱) شتاب جسم را محاسبه می‌کنیم. ۲) برایند نیروهای وارد بر جسم در راستای حرکت آن را حساب کرده و برابر ma قرار می‌دهیم تا نیروی اصطکاک جنبشی (f_k) وارد بر جسم مشخص شود. ۳) برایند نیروهای وارد بر جسم در راستای عمود بر حرکت آن را برابر صفر قرار می‌دهیم تا نیروی عمودی سطح (F_N) به دست آید. ۴) با داشتن f_k و F_N، نیرویی را که سطح به جسم وارد می‌کند محاسبه می‌کنیم.

درس‌نامه اگر سرعت جسمی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، در مدت Δt از v_1 به v_2 برسد، شتاب آن از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

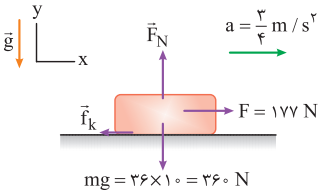
$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}$$

هنگام استفاده از رابطهٔ بالا حواستان به علامت‌های v_1 و v_2 باشد.

گام شتاب جسم را حساب می‌کنیم. در مدت ۴ s تندی جسم از صفر به ۳ m/s رسیده است؛ بنابراین داریم:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۳-۰}{۴}=\frac{۳}{۴}\,m/s^۲$$

گام حالا نیروهای وارد بر جسم را مطابق شکل روبه‌رو مشخص می‌کنیم. با توجه به شکل روبه‌رو، به سراغ برایند نیروها در راستای حرکت جسم (محور x) و برایند نیروها در راستای عمود بر حرکت جسم (محور y) می‌رویم.



در راستای محور y: $F_N=mg \Rightarrow F_N=۳۶۰\,N$

در راستای محور x: $F-f_k=ma \Rightarrow ۱۷۷-f_k=۳۶\times\frac{۳}{۴} \Rightarrow f_k=۱۵۰\,N$

گام نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، برایند نیروهای $\vec{f}_k$ و $\vec{F}_N$ است؛ بنابراین:

$$R=\sqrt{F_N^۲+f_k^۲}=\sqrt{۳۶۰^۲+۱۵۰^۲}$$

$$=\sqrt{۱۰^۲(۳۶^۲+۱۵^۲)}=۱۰\sqrt{۱۲۹۶+۲۲۵}=۱۰\times۳۹=۳۹۰\,N$$

تیزبازی R را به کمک الگوی اعداد فیثاغورسی ۵k، ۱۲k و ۱۳k نیز می‌توان به دست آورد:

$$\begin{cases}F_N=۳۶۰=۱۲\times۳۰\\ f_k=۱۵۰=۵\times۳۰\end{cases}\Rightarrow R=۱۳\times۳۰=۳۹۰$$

۳۷- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ قانون هوک: اگر فنری نسبت به حالت عادی خود، به اندازهٔ x کشیده یا فشرده شود، فنر به جسم متصل به خود نیروی کشسانی وارد می‌کند که اندازهٔ آن از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$F_e=k\,x \quad (k:\text{ثابت فنر})$$

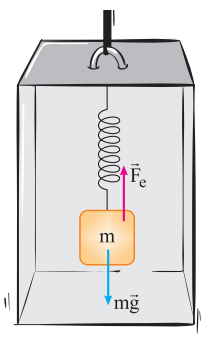
۲ فنر کشیده، جسم متصل به خود را می‌کشد و فنر فشرده، جسم متصل به خود را هل می‌دهد. شکل‌های زیر را ببینید. در این شکل‌ها، $\vec{F}_e$ نیرویی است که فنر به جسم وارد می‌کند.



(الف) (ب)

۳ قانون دوم نیوتون: $F_{net}=ma$

روش **گام** به جسم متصل به فنر دو نیرو وارد می‌شود. یکی نیروی کشسانی فنر و دیگری نیروی وزن. در حالت اول که آسانسور ساکن است، داریم (شکل الف):



(الف)

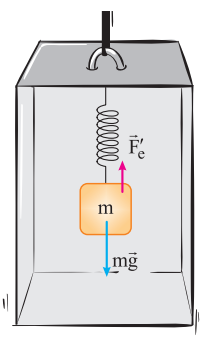
$$F_e=mg \Rightarrow kx=mg$$

$$\xrightarrow{x=۶۵-۵۰=۱۵\,cm} ۲۰۰\times\frac{۱۵}{۱۰۰}=m\times۱۰ \Rightarrow m=۳\,kg$$

گام در حالت دوم (شکل (ب)) طول فنر به ۶۰ cm رسیده است. در این حالت ابتدا نیروی کشسانی فنر و سپس شتاب جسم را حساب می‌کنیم:

$$x'=۶۰-۵۰=۱۰\,cm=\frac{۱}{۱۰}\,m$$

$$F_e'=kx'=۲۰۰\times\frac{۱}{۱۰}=۲۰\,N$$



(ب)

از آن‌جایی که $mg=۳۰\,N > F_e'$ است، شتاب جسم باید به سمت پایین باشد. اندازهٔ آن هم برابر است با:

$$F_{net}=ma \Rightarrow mg-F_e'=ma \Rightarrow ۳۰-۲۰=۳a$$

$$\Rightarrow a=\frac{۱۰}{۳}\,m/s^۲$$

از آن‌جایی که شتاب جسم به سمت پایین است، داریم:

$$\vec{a}=(-\frac{۱۰}{۳}\,m/s^۲)\vec{j}$$

متأسفانه طراح محترم فراموش کرده که جهت مثبت محور y رو مشخص کنه؛ یعنی تعیین نکرده که جهت $+\vec{j}$ رو به بالاست یا رو به پایین، اما از اون‌جایی که معمولاً جهت مثبت محور y به سمت بالا در نظر گرفته می‌شه، ما هم برای حل تست همین‌کارو کردیم.

روش **نکته** **الف)** اگر تغییر نیروی خالص وارد بر جسم برابر ΔF_{net} و تغییر شتاب ناشی از آن برابر Δa باشد، از قانون دوم نیوتون می‌توانیم نتیجه بگیریم: $\Delta F_{net}=m\Delta a$

ب) اگر تغییر نیروی کشسانی فنری به ثابت k برابر ΔF_e و تغییر طول فنر حاصل از آن برابر Δx باشد، داریم: $\Delta F_e=k\Delta x$

در نتیجه اگر با تغییر نیروی کشسانی فنر، نیروی خالص وارد بر جسم و در نتیجه شتاب آن تغییر کند، داریم: $k\Delta x=m\Delta a$

گام در حالت اول جسم ساکن است؛ پس داریم:

$$F_e=mg \xrightarrow{F_e=kx} kx=mg$$

$$\xrightarrow{x=۶۵-۵۰=۱۵\,cm} ۲۰۰\times\frac{۱۵}{۱۰۰}=m\times۱۰ \Rightarrow m=۳\,kg$$

گام حالا با توجه به نکتهٔ بالا می‌نویسیم (جهت رو به بالا را جهت مثبت در نظر گرفته‌ایم):

$$k\Delta x=m\Delta a \xrightarrow{\Delta x=۶۰-۶۵=-۵\,cm} ۲۰۰\times(-\frac{۵}{۱۰۰})=۳\times\Delta a$$

$$\Rightarrow \Delta a=-\frac{۱۰}{۳}\,m/s^۲ \xrightarrow{a_۱=۰} a_۲=-\frac{۱۰}{۳}\,m/s^۲$$

روش در این روش نیازی به محاسبهٔ m نیست، برای دو حالت می‌توان نوشت (جهت رو به بالا را جهت مثبت در نظر گرفته‌ایم):

$$\left.\begin{array}{l}\text{حالت اول: } kx=mg\\ \text{حالت دوم: } kx'-mg=ma \Rightarrow kx'=m(g+a)\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{تقسیم می‌کنیم}}\frac{x}{x'}=\frac{g}{g+a}$$

$$\xrightarrow[x'=۶۰-۵۰=۱۰\,cm]{x=۶۵-۵۰=۱۵\,cm}\frac{۱۵}{۱۰}=\frac{۱۰}{۱۰+a}\Rightarrow\frac{۳}{۲}=\frac{۱۰}{۱۰+a}$$

$$\Rightarrow ۲۰=۳۰+۳a \Rightarrow a=-\frac{۱۰}{۳}\,m/s^۲$$

۳۸- گزینه ۲

شفاف‌سازی **جسم در آستانهٔ حرکت رو به بالا قرار دارد:** نیروی اصطکاک وارد بر جسم، ایستایی بیشینه و به طرف پایین است.

استراتژی در تست‌های دینامیک، اغلب اوقات لازم است که وضعیت حرکتی جسم مشخص شود. برای این کار: **۱** نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. توجه داشته باشید که نیروی اصطکاک وارد بر جسم در خلاف جهت نیروی محرک وارد بر جسم است. **۲** اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه $(f_{s,max})$ و نیروی محرک وارد بر جسم $(F_{محرک})$ را محاسبه می‌کنیم. **۳** $f_{s,max}$ و $F_{محرک}$ را با هم مقایسه می‌کنیم.

- اگر $F_{محرک} < f_{s,max}$ باشد، جسم ساکن است و نیروی اصطکاک وارد بر آن ایستایی است: $f_s=F_{محرک}$
- اگر $F_{محرک} = f_{s,max}$ باشد، جسم ساکن و در آستانهٔ حرکت است و نیروی اصطکاک وارد بر آن ایستایی بیشینه است: $f_{s,max}=F_N\mu_s=F_{محرک}$
- اگر $F_{محرک} > f_{s,max}$ باشد، جسم در حال حرکت است و نیروی اصطکاک وارد بر آن جنبشی است: $f_k=F_N\mu_k$

درس‌نامه ۱ وقتی جسمی با یک سطح در تماس است، جسم و سطح به هم دو نیرو وارد می‌کنند؛ نیروی عمودی سطح $(\vec{F}_N)$ و نیروی اصطکاک ایستایی یا جنبشی $(\vec{f}_s$ یا $\vec{f}_k)$. بنابراین نیرویی که سطح و جسم به هم وارد می‌کنند (R)، برایند این دو نیروی عمود بر هم است و از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید: $R=\sqrt{F_N^۲+f^۲}$

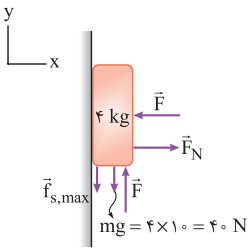
در رابطهٔ بالا، f نیروی اصطکاک است که می‌تواند ایستایی (f_s) یا جنبشی (f_k) باشد.

۲ در حالتی که جسم در آستانهٔ حرکت است:

- نیروی اصطکاک وارد بر آن، ایستایی بیشینه $(\vec{f}_{s,max})$ است و اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید: $f_{s,max}=F_N\,\mu_s$ ← ضریب اصطکاک ایستایی
- نیروی خالص وارد بر آن صفر است.

گام ۱ نیروهای وارد بر جسم را در حالت اول مشخص می‌کنیم. از آن‌جایی که جسم در آستانهٔ حرکت به سمت بالاست، نیروی اصطکاک وارد بر آن ایستایی بیشینه و به سمت پایین است؛ پس نیروهای وارد بر جسم مطابق شکل (الف) است. از آن‌جایی که جسم ساکن و در تعادل است؛ داریم: $F_N = F$:تعادل جسم در راستای محور x

$$f_{s,max} = F\mu_s = F \times ۰/۵ = \frac{۱}{۲}F$$



(الف)

$F = mg + f_{s,max}$:تعادل جسم در راستای محور y

$$\Rightarrow F = ۴۰ + \frac{۱}{۲}F \Rightarrow \frac{۱}{۲}F = ۴۰ \Rightarrow F = ۸۰\ N$$

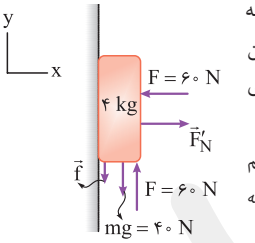
گام ۲ با توجه به خواستهٔ تست، در حالت اول، اندازهٔ نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند (R) را هم باید حساب کنیم. این نیرو برایند $f_{s,max}$ و F_N است؛ یعنی:

$$F_N = F = ۸۰\ N \quad , \quad f_{s,max} = \frac{۱}{۲}F = ۴۰\ N$$

$$R = \sqrt{F_N^۲ + f_{s,max}^۲} = \sqrt{۸۰^۲ + ۴۰^۲} = ۴۰ \times \sqrt{۲^۲ + ۱^۲} = ۴۰\sqrt{۵}\ N$$

گام ۳ در حالت دوم اندازهٔ نیروی F، ۲۰ N کاهش یافته و به ۶۰ N رسیده است. ابتدا باید تعیین کنیم که در این حالت جسم ساکن می‌ماند یا شروع به حرکت می‌کند. برای این کار ابتدا F'_N و سپس $f'_{s,max}$ را حساب می‌کنیم.

نیروهای وارد بر جسم را در شکل (ب) مشخص کرده‌ایم *(چون نوع نیروی اصطکاک وارد بر جسم رو فعلاً نمی‌دونیم، اون رو به صورت f (بدون اندیس) نشان داده‌ایم.)*



(ب)

دقت کنید که چون F از mg بزرگ‌تر است، اگر قرار باشد که جسم حرکت کند، به سمت بالا حرکت می‌کند؛ پس نیروی اصطکاک وارد بر جسم باید به سمت پایین باشد.

بریم سراغ محاسبهٔ $f'_{s,max}$!

$F'_N = F \Rightarrow F'_N = ۶۰\ N$:تعادل جسم در راستای محور x

$$f'_{s,max} = F'_N\mu_s = ۶۰ \times ۰/۵ = ۳۰\ N$$

اندازهٔ نیروی محرک وارد بر جسم تفاضل F و mg است:

$$F_{محرک} = F - mg = ۶۰ - ۴۰ = ۲۰\ N$$

اندازهٔ این نیرو را با $f_{s,max}$ مقایسه می‌کنیم: $f_{s,max} > F_{محرک} \Rightarrow$ جسم حرکت نمی‌کند

از آن‌جایی که جسم حرکت نمی‌کند، نیروی اصطکاک وارد بر آن از نوع ایستایی است. با توجه به شکل (ب) داریم $(\vec{f} = \vec{f}'_s)$:

$F = mg + f'_s \Rightarrow ۶۰ = ۴۰ + f'_s \Rightarrow f'_s = ۲۰\ N$:تعادل جسم در راستای محور y

گام ۴ نیرویی که سطح به جسم در حالت دوم وارد می‌کند (R′) برابر است با:

$$R' = \sqrt{F'^۲_N + f'^۲_s} = \sqrt{۶۰^۲ + ۲۰^۲} = ۲۰ \times \sqrt{۳^۲ + ۱^۲} = ۲۰\sqrt{۱۰}\ N$$

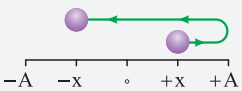
در پایان:

$$\frac{R'}{R} = \frac{۲۰\sqrt{۱۰}}{۴۰\sqrt{۵}} = \frac{\sqrt{۱۰}}{۲\sqrt{۵}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

مشاوره بررسی تست‌های همین یک کنکور نشان می‌دهد که طراحان کنکور در فصل ۲ فیزیک دوازدهم چه‌قدر به موضوع نیروی سطح (R) علاقه‌مندند؛ بنابراین روش محاسبهٔ این نیرو را باید خیلی خوب بلد باشید. با توجه به وقت‌گیربودن تست‌های این مبحث، با حل چند تست از آن، سرعت محاسبات خود را افزایش دهید.

۳۹- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ در حرکت هماهنگ ساده:



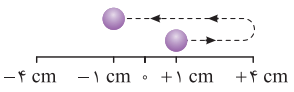
- نوسانگر در مدت $\frac{T}{۲}$ (T: دوره) مسیری به شکل مقابل طی می‌کند. در این مسیر:
- مکان نوسانگر قرینه می‌شود، یعنی از مکان x به مکان $-x$ می‌رسد.
- نوسانگر مسافتی برابر با ۲A طی می‌کند (A: دامنهٔ نوسان).

۲ انرژی مکانیکی نوسانگر ساده: (دامنهٔ نوسان، جرم نوسانگر)

$$E = \frac{۱}{۲}m\omega^۲A^۲ = ۲\pi^۲ mA^۲ f^۲$$

(بسامد زاویه‌ای، بسامد)

گام ۱ حداقل زمان لازم برای این‌که نوسانگر از مکان $x_۱ = ۱\ cm$ در جهت مثبت محور x عبور کند و به مکان $x_۲ = -۱\ cm$ برسد، مربوط به حالتی است که نوسانگر مسیر بالا را طی کند.



می‌دانیم مدت‌زمان لازم برای طی این مسیر، نصف دوره $(\frac{T}{۲})$ است؛ پس:

$$\frac{T}{۲} = ۲ \Rightarrow T = ۴\ s$$

گام ۲ ابتدا بسامد زاویه‌ای (ω) و سپس انرژی مکانیکی نوسانگر را حساب می‌کنیم:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۴} = \frac{\pi}{۲}\ rad/s$$

$$E = \frac{۱}{۲}m\omega^۲A^۲ = \frac{۱}{۲} \times \frac{۲}{۱۰} \times (\frac{\pi^۲}{۴}) \times (۱۶ \times ۱۰^{-۴}) = ۴\pi^۲ \times ۱۰^{-۵}\ J$$

$$\xrightarrow{\pi^۲ = ۱۰} E = ۴ \times ۱۰^{-۴}\ J \xrightarrow{۱۰^{-۳}J = ۱\ mJ} E = ۰/۴\ mJ$$

مشاوره بررسی تست‌های کنکورهای اخیر نشان می‌دهد، بازهٔ زمانی نیم‌دوره $(\Delta t = \frac{T}{۲})$ از تیپ‌های پرتکرار این موضوع است؛ بنابراین نکته‌های گفته‌شده دربارهٔ این موضوع در درس‌نامهٔ بالا را کاملاً جدی بگیرید.

۴۰- گزینه ۱

شفاف‌سازی مدت‌زمانی که طول می‌کشد که میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی یک نوسان کامل انجام دهند: دوره

میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در هر ثانیه ... نوسان انجام می‌دهند: بسامد

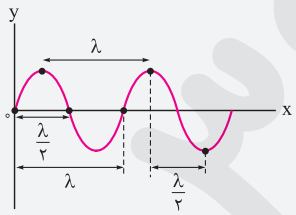
درس‌نامه ۱ دربارهٔ امواج الکترومغناطیسی: **الف)** تعریف سه کمیت مهم زیر را بدانید:

کمیت	یکا در SI	تعریف
دوره (T)	ثانیه (s)	مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا میدان‌های الکتریکی یا مغناطیسی یک نوسان کامل انجام دهند.
بسامد (f)	هرتز (Hz)	تعداد نوسان‌های کاملی که میدان‌های الکتریکی یا مغناطیسی در هر ثانیه انجام می‌دهند.
طول موج (λ)	متر (m)	مسافتی که موج الکترومغناطیسی در مدت یک دوره طی می‌کند.

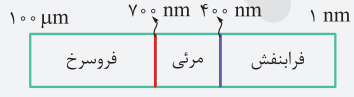
بین کمیت‌های بالا رابطه‌های زیر برقرار است (v تندی انتشار امواج الکترومغناطیسی در محیط است):

$$f = \frac{۱}{T} \quad , \quad \lambda = vT = \frac{v}{f}$$

ب) شکل مقابل را دربارهٔ رابطهٔ فاصلهٔ قله‌ها و دره‌ها با طول موج به خاطر بسپارید:

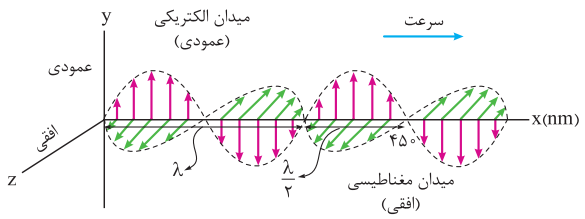


۲ در مورد طیف امواج الکترومغناطیسی، گسترهٔ تقریبی طول موجی مقابل را به خاطر بسپارید:



با توجه به تصویر داده‌شده از موج، داریم:

$$\lambda + \frac{\lambda}{۲} = ۴۵۰\ nm \Rightarrow \frac{۳\lambda}{۲} = ۴۵۰\ nm \Rightarrow \lambda = ۳۰۰\ nm = ۳ \times ۱۰^{-۷}\ m$$



حالا ابتدا دوره و سپس بسامد موج را حساب می‌کنیم:

$$\lambda = vT \Rightarrow ۳\times۱۰^{-۷} = (۳\times۱۰^{۸})\times T \Rightarrow T = ۱۰^{-۱۵}\ s$$

$$f = \frac{۱}{T} = \frac{۱}{۱۰^{-۱۵}} = ۱۰^{۱۵}\ Hz$$

$T = ۱۰^{-۱۵}\ s$؛ یعنی مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی یک نوسان کامل انجام دهند، برابر $۱۰^{-۱۵}\ s$ است (درستی ①) و $f = ۱۰^{۱۵}\ Hz$؛ یعنی میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در هر ثانیه $۱۰^{۱۵}$ نوسان انجام می‌دهند (نادرستی ②).

دربارهٔ نادرستی گزینه‌های دیگر هم داریم:

نادرستی ③: مسافتی که موج در هر ثانیه طی می‌کند، برابر است با:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v\Delta t = (۳\times۱۰^{۸})\times۱ = ۳\times۱۰^{۸}\ m$$

نادرستی ④: طول موج امواج مرئی تقریباً در محدودهٔ $۴۰۰\ nm \le \lambda \le ۷۰۰\ nm$ قرار دارد! چون $\lambda = ۳۰۰\ nm$ است، این موج در ناحیهٔ **فرابنفش** قرار دارد.

۴۱- گزینه ۲

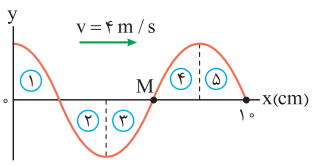
استراتژی یکی از رایج‌ترین تیپ‌های تست در فصل ۳ فیزیک دوازدهم، مربوط به تصویر لحظه‌ای از یک موج عرضی است که در آن‌ها دربارهٔ چگونگی حرکت یکی از ذرات محیط پرسشی مطرح می‌کنند. برای حل این تست‌ها به ترتیب مراحل زیر را طی می‌کنیم:

① با توجه به تصویر لحظه‌ای داده‌شده از موج عرضی، طول موج را حساب می‌کنیم.

② به کمک رابطهٔ $\lambda = vT$، دورهٔ موج را به دست می‌آوریم. ③ از این‌جا به بعد، با داشتن دوره، با حرکت هماهنگ سادهٔ ذرهٔ مورد نظر از محیط سروکار داریم. اغلب لازم است بازهٔ زمانی داده‌شده را با دوره (T) مقایسه کرده و با توجه به نتیجهٔ این مقایسه، مسیر حرکت دوره را تجسم کنیم. ④ با دانستن مسیر حرکت ذرهٔ مورد نظر، خواستهٔ تست را حساب می‌کنیم. مسافت طی‌شده توسط ذره، جابه‌جایی ذره، تندی یا سرعت متوسط ذره و نوع حرکت ذره از سوژه‌های پرتکرار در این تست‌ها هستند.

در پاسخ این تست نمونه‌ای از این چهار مرحله را قرار است ببینید.

گام در شکل مقابل $\frac{\lambda}{۴}$ تا ۵ داریم، پس $\frac{۵\lambda}{۴} = ۱۰\ cm$ است؛ بنابراین:



$$\frac{۵\lambda}{۴} = ۱۰\ cm \Rightarrow \lambda = \frac{۴۰}{۵} = ۸\ cm = ۸\times۱۰^{-۲}\ m$$

گام تندی موج $۴\ m/s$ و طول موج $۸\times۱۰^{-۲}\ m$ است؛ بنابراین دورهٔ تناوب برابر است با:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow ۴ = \frac{۸\times۱۰^{-۲}}{T} \Rightarrow T = ۲\times۱۰^{-۲}\ s$$

گام حالا $\Delta t = ۰/۲۵\ s$ را بر حسب T می‌نویسیم:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{۲۵\times۱۰^{-۲}}{۲\times۱۰^{-۲}} = \frac{۲۵}{۲} \Rightarrow \Delta t = ۲۵\left(\frac{T}{۲}\right)$$

گام **روش** بازهٔ زمانی داده‌شده ۲۵ برابر $\frac{T}{۲}$ است. در هر $\frac{T}{۲}$ مسافت طی‌شده برابر ۲A است. در نتیجه در بازهٔ زمانی داده‌شده، مسافت طی‌شده توسط نوسانگر برابر است با $۲۵\times۲A = ۵۰A$. در نتیجه داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow ۶ = \frac{۵۰A}{۰/۲۵} \Rightarrow A = \frac{۳}{۱۰۰}m = ۳\ cm$$

روش

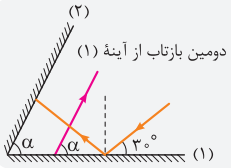
نکته اگر در حرکت هماهنگ ساده، دورهٔ نوسانگر برابر T و دامنهٔ نوسان آن برابر A باشد، تندی متوسط نوسانگر در بازهٔ زمانی $\Delta t = n(\frac{T}{۲})$ (n: یک عدد صحیح). از رابطهٔ $s_{av} = ۴\frac{A}{T}$ به دست می‌آید.

به کمک نکتهٔ بالا، گام چهارم کوتاه‌تر می‌شود. با توجه به این‌که بازهٔ زمانی داده‌شده ۲۵ برابر $\frac{T}{۲}$ است، داریم:

$$s_{av} = ۴\left(\frac{A}{T}\right) \Rightarrow ۶ = ۴\left(\frac{A}{۲\times۱۰^{-۲}}\right) \Rightarrow A = ۳\times۱۰^{-۲}m = ۳\ cm$$

۴۲- گزینه ۳

شفاف‌سازی در دومین بازتاب از آینهٔ (۱) پرتوی نور موازی آینهٔ (۲) شود: زاویهٔ پرتوی بازتاب و آینهٔ (۱) در دومین بازتاب برابر α شود (شکل روبه‌رو).



درس‌نامه ۱ **قانون بازتاب عمومی**: در هر تابش، زاویهٔ تابش با زاویهٔ بازتابش برابر است.

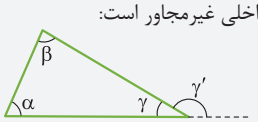


$$\theta_i = \theta_r$$

۲ قضایای هندسی زیر در حل تست‌های بازتاب به شما کمک می‌کنند:

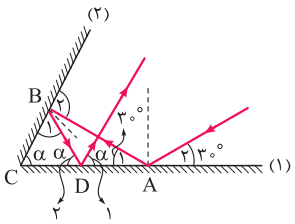
◇ مجموع زوایای داخلی هر مثلث برابر با ۱۸۰° است: $\alpha + \beta + \gamma = ۱۸۰^\circ$

◇ در هر مثلث، هر زاویهٔ خارجی برابر با مجموع زوایای داخلی غیرمجاور است:



$$\gamma' = \alpha + \beta$$

روش **گام** مسیر پرتو را مطابق شکل مقابل رسم می‌کنیم. با توجه به قانون بازتاب عمومی $\hat{A}_۱ = ۳۰^\circ$ است.



از طرفی چون پرتوی خروجی موازی با آینهٔ (۲) است، $\hat{D}_۱ = \hat{C} = \alpha$ است. هم‌چنین در نقطهٔ D با توجه به قانون بازتاب عمومی $\hat{D}_۲ = \hat{D}_۱ = \alpha$ است.

گام در مثلث CDB داریم:

$$\hat{B}_۱ = ۱۸۰^\circ - ۲\alpha$$

هم‌چنین با توجه به قانون بازتاب عمومی داریم:

$$\hat{B}_۱ = \hat{B}_۲ = ۱۸۰^\circ - ۲\alpha$$

گام $\hat{B}_۲$ زاویهٔ خارجی مثلث ABC است؛ بنابراین:

$$\hat{B}_۲ = ۳۰^\circ + \alpha \Rightarrow ۱۸۰^\circ - ۲\alpha = ۳۰^\circ + \alpha \Rightarrow ۳\alpha = ۱۵۰^\circ \Rightarrow \alpha = ۵۰^\circ$$

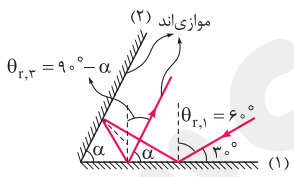
روش

نکته در آینه‌های متقاطع، زاویهٔ تابش یا بازتابش پرتو در برخورد nاُم از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\theta_{r,n} = \theta_{i,n} = (n-۱)\alpha - \theta_{i,۱}$$

(α زاویهٔ بین دو آینه و $\theta_{i,۱}$ زاویهٔ تابش در برخورد اول است.)

این تست به صورت غیرمستقیم زاویهٔ بازتابش سومین برخورد را برحسب α داده است. شکل روبه‌رو را ببینید. از آن‌جایی که پرتوی بازتاب برخورد سوم، موازی آینهٔ (۲) است، می‌توانیم زاویهٔ بازتاب برخورد سوم را تعیین کنیم:



$$\theta_{r,۳} = ۹۰^\circ - \alpha$$

کافی است همین داده را در فرمولی که در نکته گفتیم، قرار دهیم و به پاسخ تست برسیم:

$$\theta_{r,۳} = (n-۱)\alpha - \theta_{r,۱} \xrightarrow{\theta_{r,۱}=۶۰^\circ} ۹۰^\circ - \alpha = (۳-۱)\alpha - ۶۰ \Rightarrow ۳\alpha = ۱۵۰^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = ۵۰^\circ$$

مشاوره تست‌هایی که در آن با بازتاب پرتوی نور از دو آینهٔ متقاطع سروکار داریم، از نظر درجهٔ دشواری، دو وضعیت کاملاً متفاوت ممکن است داشته باشند:

وضعیت سفید: پرتوی نور از هر آینه یک بار بازتاب شود. اگر این‌طور بود، حل تست کار ساده‌ای است.

وضعیت قرمز: پرتو نور از هر آینه بیش از یک بار بازتاب شود.

قسمت بد ماجرا اینه که توی چند سال اخیر وضعیت بیشتر تستای این مبحث قرمز بوده، ولی اگه می‌خواید وضعیت این‌جور تستا همیشه براتون سفید باشه بهتون پیشنهاد می‌کنیم روش فرمولی رو که برای اولین بار در کتاب فیزیک دوازدهم فیلی سبز آوردیم، خوب تمرین کنید.

۴۳- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ **ترازهای انرژی الکترون در اتم هیدروژن در مدل اتمی بور:**

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2} \quad (E_R = ۱۳/۶\ eV : \text{یک ریدبرگ})$$

(E_n: انرژی الکترون در مدار $n^{ام}$، n: شمارهٔ مدار)

۲ در اتم هیدروژن وقتی که الکترون از یک حالت مانا با انرژی بیشتر (E_U) به یک حالت مانا با انرژی کم‌تر (E_L) می‌رود، یک فوتون گسیل می‌شود. انرژی این فوتون برابر با اختلاف انرژی بین دو مدار اولیه و نهایی است.

$$E_U - E_L = hf \quad (h \simeq ۶/۶\times ۱۰^{-۳۴}\ J.s : \text{ثابت پلانک})$$

(hf: انرژی فوتون گسیلی، f: بسامد فوتون گسیلی)

قبل از شروع پاسخ تست، ابتدا نکتهٔ زیر را بخوانید.

نکته اگر در اتم هیدروژن، الکترون در تراز n قرار داشته باشد:

الف) فوتون گسیلی با کم‌ترین انرژی (کم‌ترین بسامد یا بیشترین طول موج) مربوط به گذار به تراز $n-۱$ است.

ب) فوتون گسیلی با بیشترین انرژی (بیشترین بسامد یا کم‌ترین طول موج) مربوط به گذار به تراز ۱ است.

الکترون اتم هیدروژن در تراز $n=۵$ قرار دارد؛ پس با توجه به نکتهٔ بالا، کم‌انرژی‌ترین فوتونی که این الکترون می‌تواند گسیل کند، هنگامی است که به مدار $n'=۵-۱=۴$ برود. انرژی این فوتون برابر با اختلاف انرژی بین دو مدار $n=۵$ و $n'=۴$ است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$E_n - E_{n'} = hf \Rightarrow -\frac{۱۳/۶}{۵^۲} - (-\frac{۱۳/۶}{۴^۲}) = ۴\times ۱۰^{-۱۵}\times f$$

$$\Rightarrow ۱۳/۶(\frac{۱}{۱۶}-\frac{۱}{۲۵}) = ۴\times ۱۰^{-۱۵}\times f \Rightarrow ۳/۴(\frac{۲۵-۱۶}{۲۵\times ۱۶}) = ۱۰^{-۱۵}\times f$$

$$\Rightarrow f = \frac{۳/۴\times ۹}{۲۵\times ۱۶}\times ۱۰^{۱۵} = ۷۶/۵\times ۱۰^{۱۲}\ Hz$$

$$\xrightarrow{۱۰^{۱۲}\ Hz = ۱\ THz} f = ۷۶/۵\ THz$$

تله اگر به اشتباه بسامد پرانرژی‌ترین فوتون (گذار از $n=۵$ به $n'=۱$) را به دست آورید، به ۴ می‌رسید.

۴۴- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ **رابطهٔ بین طول موج و بسامد فوتون:**

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (c = ۳\times ۱۰^۸\ m/s : \text{تندی نور در خلأ})$$

۲ **معادلهٔ ریدبرگ:** طول موج‌های طیف گسیلی اتم هیدروژن در هر رشته، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲}) \quad (R \simeq ۰/۰۱(nm)^{-۱} : \text{ثابت ریدبرگ}, n > n')$$

(n': شمارهٔ رشته)

- در این رابطه طول موج (λ) برحسب نانومتر (nm) است.
- شماره و نام رشته‌ها به صورت جدول زیر است:

شمارهٔ رشته (n')	۱	۲	۳	۴	۵
نام رشته	لیمان	بالمر	پاشن	براکت	پفوند

گام ابتدا طول موج خط طیف گسیلی را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{c}{f} \xrightarrow[f=\frac{۸}{۳}\times ۱۰^{۱۵}\ Hz]{c=۳\times ۱۰^۸\ m/s} \lambda = \frac{۳\times ۱۰^۸}{\frac{۸}{۳}\times ۱۰^{۱۵}} = \frac{۹}{۸}\times ۱۰^{-۷}\ m$$

$$\xrightarrow{۱۰^{-۹}m = ۱\ nm} \lambda = \frac{۹۰۰}{۸}\ nm$$

گام حالا با استفاده از معادلهٔ ریدبرگ می‌توانیم مقدار n را به دست بیاوریم:

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲}) \xrightarrow{n'=۱} \frac{۱}{\frac{۹۰۰}{۸}} = \frac{۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{۱^۲}-\frac{۱}{n^۲})$$

$$\Rightarrow \frac{۸}{۹\not۰\not۰} = \frac{۱}{۱\not۰\not۰}(۱-\frac{۱}{n^۲}) \Rightarrow \frac{۱}{n^۲} = \frac{۱}{۹} \Rightarrow n = ۳$$

نکته در اتم هیدروژن شمارهٔ خط طیفی در رشتهٔ n' از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$n' = n - n'$ شمارهٔ خط طیفی در رشتهٔ n'

برای مثال در رشتهٔ لیمان $(n'=۱)$ به ازای $n=۵$، چهارمین خط طیفی به دست می‌آید.

با توجه به نکتهٔ بالا، این خط طیف گسیلی، مربوط به **دومین** $(n-n'=۳-۱=۲)$ خط طیف گسیلی اتم هیدروژن در رشتهٔ لیمان است.

تله در تست‌هایی که با شمارهٔ خط سروکار دارید، به‌هیچ‌وجه عجله نکنید. n شمارهٔ خط طیفی نیست! در این تست، ۳ برای دانش‌آموزان عجول قرار داده شده است.

۴۵- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ در جدول زیر، چگونگی تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بارهای الکتریکی را می‌بینید:

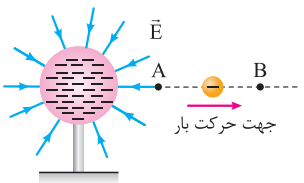
علامت بار	حرکت در جهت خطوط میدان الکتریکی	حرکت در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی
مثبت	کاهش	افزایش
منفی	افزایش	کاهش

۲ با حرکت در جهت خطوط میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی کاهش و با حرکت در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد. *(علامت بار مهم نیست.)*

گام مطابق شکل روبه‌رو خطوط میدان الکتریکی حاصل از کرهٔ فلزی را رسم می‌کنیم.

با حرکت از نقطهٔ A تا نقطهٔ B، در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت می‌کنیم.

می‌دانیم در این حالت پتانسیل الکتریکی **افزایش** می‌یابد؛ بنابراین $V_A < V_B$ است.

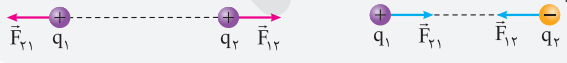


گام هم‌چنین می‌دانیم که انرژی پتانسیل الکتریکی ذره‌ای با بار الکتریکی منفی که در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت می‌کند، **کاهش** می‌یابد.

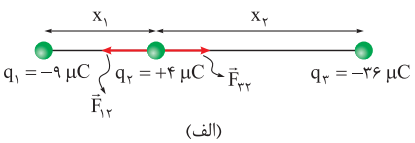
تله در این تست، باید به علامت بار، جهت خطوط میدان الکتریکی و جهت حرکت بار دقت کنید، چون هر یک از سه گزینهٔ نادرست دیگر در کمین شما هستند.

۴۶- گزینه ۴

درس‌نامه مطابق شکل‌های زیر، بارهای همنام یکدیگر را دفع و بارهای ناهمنام یکدیگر را جذب می‌کنند.



گام صفرشدن نیروی الکتریکی خالص وارد بر یکی از بارها (مثلاً $q_۲$) را بررسی می‌کنیم تا نسبت فاصلهٔ بین بارها به دست آید. با توجه به شکل (الف) داریم:

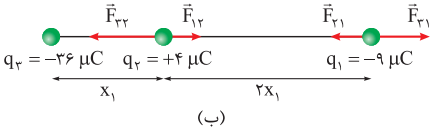


(الف)

$$F_{۱۲} = F_{۳۲} \Rightarrow k\frac{|q_۱||q_۲|}{x_۱^۲} = k\frac{|q_۳||q_۲|}{x_۲^۲}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_۳|}{|q_۱|} = (\frac{x_۲}{x_۱})^۲ \Rightarrow \frac{۳۶}{۹} = (\frac{x_۲}{x_۱})^۲ \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{x_۲}{x_۱} = ۲$$

گام **روش** حالا مطابق شکل (ب) جای بارهای q_1 و q_3 را عوض می‌کنیم و برایند نیروهای وارد بر بارهای q_2 و q_1 را حساب می‌کنیم:



(ب)

برایند نیروهای وارد بر بار q_1

$$\begin{cases} F_{21}=\dfrac{k|q_2||q_1|}{(2x_1)^2}=\dfrac{k\times4\times9}{4x_1^2}=\dfrac{9k}{x_1^2} \\ F_{31}=\dfrac{k|q_3||q_1|}{(3x_1)^2}=\dfrac{k\times36\times9}{9x_1^2}=\dfrac{36k}{x_1^2} \end{cases} \Rightarrow F_{net(1)}=F_{31}-F_{21}=\frac{36k}{x_1^2}-\frac{9k}{x_1^2}=\frac{27k}{x_1^2}$$

برایند نیروهای وارد بر بار q_2:

$$\begin{cases} F_{12}=F_{21}=\dfrac{9k}{x_1^2} \\ F_{32}=\dfrac{k|q_3||q_2|}{x_1^2}=\dfrac{k\times36\times4}{x_1^2}=\dfrac{144k}{x_1^2} \end{cases} \Rightarrow F_{net(2)}=F_{32}-F_{12}$$

$$=\frac{144k}{x_1^2}-\frac{9k}{x_1^2}=\frac{135k}{x_1^2}$$

در پایان نسبت $\frac{F_{net(2)}}{F_{net(1)}}$ را می‌نویسیم:

$$\frac{F_{net(2)}}{F_{net(1)}}=\frac{\frac{135k}{x_1^2}}{\frac{27k}{x_1^2}}=\frac{135}{27}=5$$

روش نیرویی که بار q_1 به بار q_2 وارد می‌کند برابر نیرویی است که بار q_2 به بار q_1 وارد می‌کند $(F_{12}=F_{21})$، بنابراین ما نیروهای F_{31} و F_{32} را بر حسب F_{12} به دست می‌آوریم:

$$\frac{F_{32}}{F_{12}}=|\frac{q_3}{q_1}|\times(\frac{r_{12}}{r_{32}})^2=\frac{36}{9}\times(\frac{2x_1}{x_1})^2=16 \Rightarrow F_{32}=16F_{12}$$

نیروی خالص وارد بر بار q_2: $F_{net(2)}=F_{32}-F_{12}=16F_{12}-F_{12}=15F_{12}$

$$\frac{F_{31}}{F_{21}}=|\frac{q_3}{q_2}|\times(\frac{r_{21}}{r_{31}})^2=\frac{36}{4}\times(\frac{2x_1}{3x_1})^2=4 \Rightarrow F_{31}=4F_{21}$$

نیروی خالص وارد بر بار q_1: $F_{net(1)}=F_{31}-F_{21}=4F_{21}-F_{21}=3F_{21}$

حالا نسبت $\frac{F_{net(2)}}{F_{net(1)}}$ را به دست می‌آوریم: $\frac{F_{net(2)}}{F_{net(1)}}=\frac{15F_{12}}{3F_{21}} \xrightarrow{F_{12}=F_{21}} \frac{F_{net(2)}}{F_{net(1)}}=5$

مشاوره بررسی برایند نیروهای الکتریکی در آرایش خطی بارها از موضوعات پرطرفدار طراحان کنکور است. در این تست‌ها، چون با کمیت‌ها و حالت‌های مختلف سروکار دارید، سرعت عمل و دقت کافی مهم‌ترین فاکتورهایی است که باید داشته باشید.

۴۷- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ **قانون کولن**: دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 که در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند به هم نیروی الکتریکی وارد می‌کنند که اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \qquad (k=9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2}: \text{ثابت کولن})$$

◇ **تکنیک محاسباتی ۹۰**: چون در بیشتر تست‌های این مبحث، بارها را برحسب میکروکولن و فاصله‌ها را برحسب سانتی‌متر می‌دهند، می‌توانید در رابطهٔ بالا کمیت‌ها را با همین یکاها جای‌گذاری کرده و به جای k، ۹۰ را قرار دهید تا F برحسب نیوتون به دست آید.

$$F=90\times\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$
($|q_1|$, $|q_2|$ برحسب μC؛ r برحسب cm؛ F برحسب N)

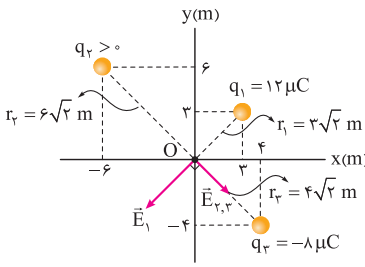
۲ اندازهٔ میدان الکتریکی در فاصلهٔ r از بار نقطه‌ای q از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$E=k\frac{|q|}{r^2}$$

۳ مطابق شکل‌های روبه‌رو، خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج و به بار منفی داخل می‌شوند.



گام اندازهٔ میدان‌های $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_3$ در نقطهٔ O را به دست می‌آوریم:

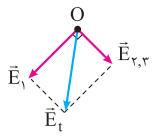


(الف)

$$E_1=\frac{k|q_1|}{r_1^2}=\frac{9\times10^9\times(12\times10^{-6})}{(3\sqrt{2})^2}=6\times10^3\ N/C$$

$$E_3=\frac{k|q_3|}{r_3^2}=\frac{9\times10^9\times(8\times10^{-6})}{(4\sqrt{2})^2}=2/25\times10^3\ N/C$$

گام مطابق شکل (الف) بردارهای میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_1، q_2 و q_3 در نقطهٔ O در امتداد قطرهای مربع قرار می‌گیرند (در این شکل $\vec{E}_{2,3}$ برایند بردارهای $\vec{E}_2$ و $\vec{E}_3$ است) یعنی برایند $\vec{E}_2$ و $\vec{E}_3$ بر $\vec{E}_1$ عمود است. در شکل (ب) بردارهای $\vec{E}_1$، $\vec{E}_{2,3}$ و برایندشان (یعنی بردار میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ O) را نشان داده‌ایم. بنابراین داریم:



(ب)

$$E_t^2=E_1^2+E_{2,3}^2 \Rightarrow (7/5\times10^3)^2=(6\times10^3)^2+(E_{2,3})^2$$

$$\Rightarrow E_{2,3}=4/5\times10^3\ N/C$$

تیزبازی $E_{2,3}$ را به کمک الگوی اعداد فیثاغورسی $3k$، $4k$ و $5k$ به دست آوردیم:

$$\begin{cases} E_t=7/5\times10^3=(5\times1/5)\times10^3 \\ E_1=6\times10^3=(4\times1/5)\times10^3 \end{cases} \Rightarrow E_{2,3}=(3\times1/5)\times10^3=4/5\times10^3$$

گام با توجه به علامت بارهای q_2 و q_3 (در شکل (الف))، جهت میدان‌های $\vec{E}_2$ و $\vec{E}_3$ در نقطهٔ O همسو است؛ پس داریم:

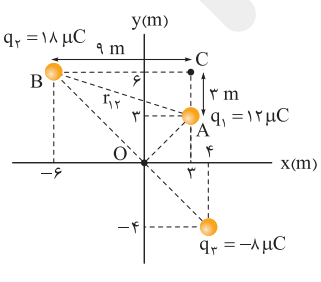
$$E_{2,3}=E_2+E_3 \Rightarrow 4/5\times10^3=E_2+2/25\times10^3$$

$$\Rightarrow E_2=2/25\times10^3\ N/C$$

حالا که E_2 را حساب کردیم، $|q_2|$ را هم می‌توانیم محاسبه کنیم:

$$E_2=\frac{k|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow 2/25\times10^3=\frac{9\times10^9\times|q_2|}{(6\sqrt{2})^2} \Rightarrow |q_2|=18\times10^{-6}\ C=18\,\mu C$$

گام در شکل (پ) می‌بینید که فاصلهٔ بارهای q_1 و q_2 (یعنی AB) برابر وتر مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC است؛ پس داریم:



(پ)

$$r_{12}=\sqrt{3^2+9^2}=3\sqrt{10}\ m=3\sqrt{10}\times10^2\ cm$$

گام محاسبهٔ نیرویی که بار q_1 به بار q_2 وارد می‌کند:

$$F_{12}=\frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow{\text{تکنیک محاسباتی ۹۰}} F_{12}=\frac{90\times12\times18}{(3\sqrt{10}\times10^2)^2}=\frac{90\times12\times18}{90\times10^4}=2/16\times10^{-2}\ N$$

۴۸- گزینه ۱

درس‌نامه ظرفیت خازن تختی که با دی‌الکتریکی با ثابت κ کاملاً پر شده است، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$C=\kappa\varepsilon_{\circ}\frac{A}{d}$$

(A: مساحت هر یک از صفحه‌های خازن، d: فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن دی‌الکتریک، κ: ثابت دی‌الکتریک، $\varepsilon_{\circ}=۸/۸۵\times۱۰^{-۱۲}\ F/m$: ضریب گذردهی الکتریکی خلأ)

به کمک رابطهٔ $C=\kappa\frac{\varepsilon_{\circ}A}{d}$ تغییر ظرفیت خازن را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta C=C_۲-C_۱=\kappa\frac{\varepsilon_{\circ}A}{d_۲}-\kappa\frac{\varepsilon_{\circ}A}{d_۱}=\kappa\varepsilon_{\circ}A\left(\frac{۱}{d_۲}-\frac{۱}{d_۱}\right)$$

$$=۴\times۸/۸۵\times۱۰^{-۱۲}\times(۲\times۱۰^{-۴})\left(\underbrace{\frac{۱}{(۵-۳)\times۱۰^{-۳}}-\frac{۱}{۵\times۱۰^{-۳}}}_{\frac{۱۰۰۰}{۲}-\frac{۱۰۰۰}{۵}=۳۰۰}\right)$$

$$=۲/۱۲۴\times۱۰^{-۱۲}\ F\xrightarrow{۱۰^{-۱۲}\ F=۱\ pF}\Delta C=۲/۱۲۴\ pF$$

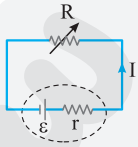
۴۹- گزینه ۴

درس‌نامه پدیدهٔ ابررسانایی: در برخی مواد مانند **جیوه** و **قلع** با کاهش دما مقاومت ویژه در دمای خاصی **به صورت ناگهانی** به صفر افت می‌کند و در دماهای پایین‌تر، هم‌چنان صفر می‌ماند.

با توجه به به درس‌نامهٔ بالا، بدون هیچ توضیح اضافه‌ای، ۴ جواب تست است.

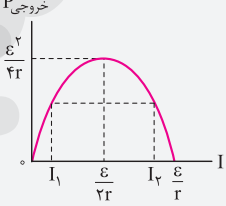
۵۰- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ در مدار شکل روبه‌رو اختلاف پتانسیل دو سر باتری و توان خروجی آن از روابط زیر به دست می‌آید:



$$V=\varepsilon-rI\ ,\ P_{\text{خروجی}}=VI=\varepsilon I-rI^{۲}$$

۲ نمودار توان خروجی باتری برحسب جریان عبوری از آن مطابق شکل روبه‌رو است. در مورد این نمودار باید بدانید که:



- وقتی جریان عبوری از باتری برابر $I=\frac{\varepsilon}{۲r}$ است، توان خروجی آن بیشینه و برابر با $\frac{\varepsilon^{۲}}{۴r}$ است.
- به ازای عبور جریان‌های $I=۰$ و $I=\frac{\varepsilon}{r}$ از باتری، توان خروجی آن برابر صفر است.
- اگر به ازای جریان‌های عبوری $I_۱$ و $I_۲$ از باتری، توان خروجی آن یکسان باشد، داریم:

$$I_۱+I_۲=\frac{\varepsilon}{r}$$

روش گام به ازای جریان‌های ۳A و ۵A، توان خروجی باتری یکسان است؛ پس:

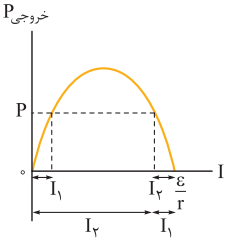
$$P_۱=P_۲\ \Rightarrow\ \varepsilon I_۱-rI_۱^{۲}=\varepsilon I_۲-rI_۲^{۲}$$

$$\xrightarrow[I_۲=۵\ A]{I_۱=۳\ A}\ ۳\varepsilon-۹r=۵\varepsilon-۲۵r\ \Rightarrow\ ۲\varepsilon=۱۶r\ \Rightarrow\ \frac{\varepsilon}{r}=۸\ (I)$$

گام ولت‌سنج آرمانی، اختلاف پتانسیل دو سر باتری و آمپرسنج آرمانی جریان عبوری از مدار که همان جریان عبوری از باتری است را نشان می‌دهد؛ بنابراین:

$$V=\varepsilon-rI\xrightarrow{V=۰}\varepsilon-rI=۰\ \Rightarrow\ I=\frac{\varepsilon}{r}\xrightarrow{(I)}I=۸\ A$$

روش شکل روبه‌رو نمودار توان خروجی باتری برحسب جریان عبوری از آن است. در حالتی که ولت‌سنج عدد صفر را نشان دهد، جریان مدار برابر $\frac{\varepsilon}{r}$ است، چون:



$$V=\varepsilon-rI=۰\ \Rightarrow\ I=\frac{\varepsilon}{r}$$

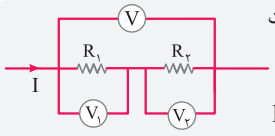
از طرفی با توجه به نمودار می‌دانیم $I_۱+I_۲=\frac{\varepsilon}{r}$ است؛ پس:

$$I=I_۱+I_۲=۳+۵=۸\ A$$

عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد.

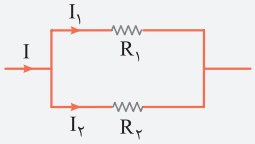
۵۱- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ مطابق شکل روبه‌رو، دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ به صورت متوالی (سری) به هم متصل‌اند:



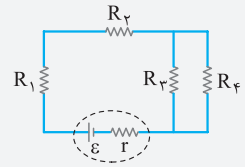
- مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq}=R_۱+R_۲$
- نسبت اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها برابر با نسبت مقاومت‌ها است: $\frac{V_۱}{V_۲}=\frac{R_۱}{R_۲}$
- اختلاف پتانسیل دو سر مجموعهٔ مقاومت‌ها برابر با مجموع اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از مقاومت‌ها است: $V=V_۱+V_۲$

۲ مطابق شکل روبه‌رو، دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ به صورت موازی به هم متصل‌اند:



- مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}$
- اگر مقاومت بزرگ‌تر، n برابر مقاومت کوچک‌تر باشد: $R_{eq}=\frac{\text{مقاومت بزرگ‌تر}}{n+۱}$
- نسبت جریان عبوری از مقاومت‌ها برابر با وارون نسبت مقاومت‌ها است: $\frac{I_۱}{I_۲}=\frac{R_۲}{R_۱}$
- اصل پایستگی بار الکتریکی: $I=I_۱+I_۲$

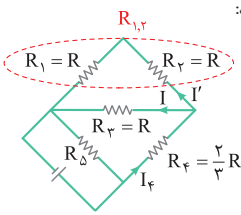
۳ جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) در شکل روبه‌رو از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$$

۴ اگر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R، برابر با V باشد، توان مصرفی این مقاومت از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید: $P=\frac{V^{۲}}{R}$

گام اگر جریان عبوری از مقاومت $R_۳$ را برابر I در نظر بگیریم، با توجه به شکل زیر، جریان عبوری از مقاومت $R_۴$ برحسب I به صورت زیر به دست می‌آید:



$R_۱=R$، $R_۲=R$، $R_۳=R$، $R_۴=\frac{۲}{۳}R$، $R_۵$

$R_{۱,۲}=R_۱+R_۲=R+R=۲R$: $R_۱$ و $R_۲$ متوالی‌اند.

$R_{۱,۲}:R_۳\Rightarrow\frac{R_{۱,۲}}{R_۳}=\frac{I}{I'}\Rightarrow\frac{۲R}{R}=\frac{I}{I'}\Rightarrow I'=\frac{I}{۲}$ موازی‌اند.

$I_۴=I+I'=I+\frac{I}{۲}=\frac{۳I}{۲}$: اصل پایستگی بار الکتریکی

گام اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۵$ برابر با مجموع اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ است؛ بنابراین:

$$V_۵=V_۳+V_۴=R_۳I+R_۴I_۴=RI+\frac{۲}{۳}R(\frac{۳I}{۲})=۲RI$$

$$\xrightarrow{RI=V_۳}\ V_۵=۲V_۳$$

گام نسبت توان مصرفی دو مقاومت $R_۳$ و $R_۵$ را داریم. مقاومت $R_۵$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$P=\frac{V^{۲}}{R}\ \Rightarrow\ \frac{P_۳}{P_۵}=(\frac{V_۳}{V_۵})^{۲}\times\frac{R_۵}{R_۳}\ \Rightarrow\ \frac{۱}{۳}=(\frac{۱}{۲})^{۲}\times\frac{R_۵}{R}\ \Rightarrow\ R_۵=\frac{۴}{۳}R$$

گام حالا مقاومت معادل مدار را مرحله‌به‌مرحله محاسبه می‌کنیم:

$R_{۱,۲}:R_{۱,۲,۳}=\frac{R_{۱,۲}\times R_۳}{R_{۱,۲}+R_۳}=\frac{۲R\times R}{۲R+R}=\frac{۲}{۳}R$ موازی‌اند.

$(\text{یا: } R_{۱,۲}=\overset{n}{۲}R_۳\ \Rightarrow\ R_{۱,۲,۳}=\frac{R_{۱,۲}}{n+۱}=\frac{۲R}{۲+۱}=\frac{۲}{۳}R)$

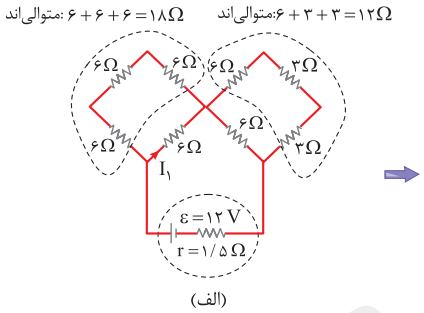
$R_{۱,۲,۳}:R_{۱,۲,۳,۴}=R_{۱,۲,۳}+R_۴=\frac{۲}{۳}R+\frac{۲}{۳}R=\frac{۴}{۳}R$ متوالی‌اند.

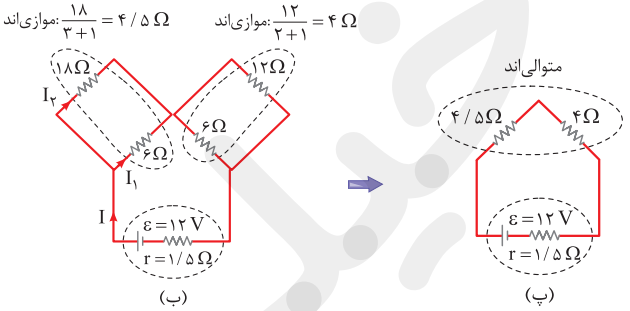
$R_{۱,۲,۳,۴}:R_{eq}=\frac{R_{۱,۲,۳,۴}\times R_۵}{R_{۱,۲,۳,۴}+R_۵}$ موازی‌اند.

$$=\frac{\frac{۴}{۳}R\times\frac{۴}{۳}R}{\frac{۴}{۳}R+\frac{۴}{۳}R}=\frac{۲}{۳}R\ (\text{یا: } R_{۱,۲,۳,۴}=R_۵\ \Rightarrow\ R_{eq}=\frac{R_۵}{۲}=\frac{\frac{۴}{۳}R}{۲}=\frac{۲}{۳}R)$$

۵۲- گزینه ۳

گام مطابق با شکل‌های (الف) تا (پ)، مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم:





$$R_{eq}=۴/۵+۴=۸/۵\ \Omega$$

گام جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۱۲}{۸/۵+۱/۵}=۱/۲\ A$$

گام به شکل (ب) نگاه کنید. جریان I بین دو مقاومت موازی $۶\ \Omega$ و $۱۸\ \Omega$ تقسیم می‌شود. $I_۱$ به صورت روبه‌رو به دست می‌آید:

$$\frac{I_۱}{I_۲}=\frac{۱۸}{۶}=۳$$

$$I=I_۱+I_۲ \Rightarrow ۱/۲=I_۱+\frac{I_۱}{۳} \Rightarrow I_۱=\frac{۱/۲}{\frac{۴}{۳}}=۰/۹\ A$$:اصل پایستگی بار الکتریکی

تیزبازی در پایان گام دوم که فهمیدیم $I=۱/۲\ A$ است، به راحتی می‌توان تشخیص داد که اولاً $I_۱<۱/۲\ A$ و ثانیاً با توجه به این‌که مقاومت $۶\ \Omega$ کوچک‌تر از مقاومت $۱۸\ \Omega$ است، باید $I_۱>\frac{۱/۲}{۲}=۰/۶\ A$ باشد. از بین گزینه‌ها فقط ۳ می‌تواند جواب تست باشد.

۵۳- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ ذره‌ای با بار q در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ قرار دارد:

◇ **اندازهٔ نیروی الکتریکی وارد بر این ذره:** $F=E|q|$

◇ **جهت نیروی الکتریکی وارد بر این ذره:**

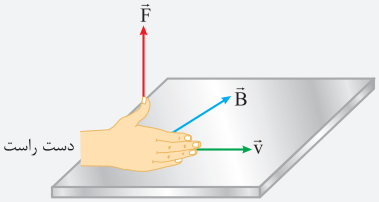
علامت بار ذره	جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره
مثبت	هم‌جهت با میدان الکتریکی
منفی	در خلاف جهت میدان الکتریکی

۲ ذره‌ای با بار q در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ در حال حرکت با سرعت $\vec{v}$ است:

◇ **اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره:** $F=|q|vB\sin\theta$

در رابطهٔ بالا، θ زاویهٔ بین جهت حرکت بار الکتریکی (بردار $\vec{v}$) و جهت میدان مغناطیسی (بردار $\vec{B}$) است.

◇ **جهت نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره:** به کمک قاعدهٔ دست راست تعیین می‌شود. طبق این قاعده، اگر چهار انگشت دست راست را طوری در جهت بردار سرعت ذره $(\vec{v})$ قرار دهیم که بردار میدان مغناطیسی $(\vec{B})$ از کف دست خارج شود، شست دست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره با بار مثبت را نشان می‌دهد. (شکل مقابل را ببینید.)



نکته اگر بار ذره منفی باشد، این قاعده را با دست چپ اجرا می‌کنیم.

علامت بار ذره	جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره
مثبت	قاعدهٔ دست راست
منفی	قاعدهٔ دست راست را با دست چپ اجرا می‌کنیم.

گام اندازهٔ نیروهای الکتریکی و مغناطیسی وارد بر ذره را محاسبه می‌کنیم:

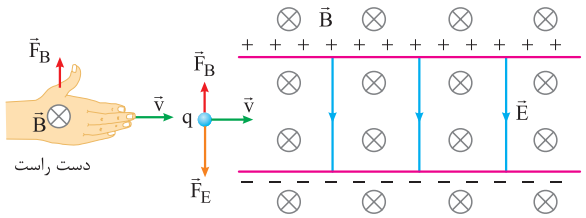
$$F_E=E|q|=۵۰۰\times(۲\times۱۰^{-۶})=۱۰^{-۳}\ N$$

$$F_B=|q|vB\sin\theta=(۲\times۱۰^{-۶})\times۲\times۱۰^{۴}\times۰/۰۲\times\sin۹۰^\circ=۰/۸\times۱۰^{-۳}\ N$$

گام با بار مثبت سروکار داریم؛ بنابراین مطابق شکل زیر نیروی الکتریکی وارد بر ذره $(\vec{F}_E)$ هم‌جهت با $\vec{E}$ یعنی به طرف پایین و نیروی مغناطیسی وارد بر ذره $(\vec{F}_B)$ به کمک قاعدهٔ دست راست به طرف بالا خواهد بود.

گام $\vec{F}_E$ و $\vec{F}_B$ در خلاف جهت یکدیگرند؛ بنابراین نیروی خالص وارد بر ذره در لحظهٔ ورود به میدان‌ها برابر است با:

$$F_{net}=F_E-F_B=۱۰^{-۳}-۰/۸\times۱۰^{-۳}=۰/۲\times۱۰^{-۳}=۲\times۱۰^{-۴}\ N$$



تله نتیجهٔ یک اشتباه کوچک در تعیین جهت نیروها، هم‌جهت‌شدن آن‌ها است. طراح ۴ را به همین دلیل در گزینه‌ها قرار داده است.

۵۴- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:

با تغییر شار مغناطیسی عبوری از یک مدار بسته، نیروی محرکه‌ای در آن القا می‌شود. نیروی محرکهٔ القایی متوسط در این مدار از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

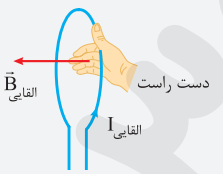
$$\varepsilon_{av}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$ (N: تعداد حلقه‌ها، $\Delta\Phi$: آهنگ تغییر شار مغناطیسی)

۲ قانون لنز: با تغییر شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه (یا پیچه یا سیم‌لوله)، میدان مغناطیسی القایی در داخل حلقه به وجود می‌آید که جهت آن طبق جدول زیر تعیین می‌شود:

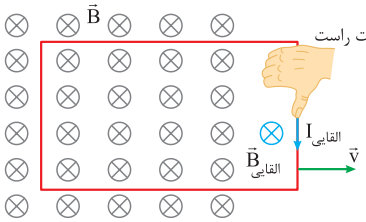
چگونگی تغییر شار مغناطیسی	جهت میدان مغناطیسی القایی
افزایش	در خلاف جهت میدان مغناطیسی اصلی
کاهش	هم‌جهت با میدان مغناطیسی اصلی

۳ قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت جریان القایی:

اگر چهار انگشت دست راست را در جهت میدان مغناطیسی در داخل حلقه قرار دهیم، شست دست جهت جریان القایی در حلقه را نشان می‌دهد (شکل مقابل):



گام هنگام خروج حلقه از میدان مغناطیسی، شار مغناطیسی عبوری از حلقه کاهش می‌یابد. طبق قانون لنز، میدان مغناطیسی القایی باید **هم‌جهت** با میدان مغناطیسی اصلی باشد؛ یعنی به سمت **درون صفحه**. مطابق شکل روبه‌رو طبق قاعدهٔ دست راست، جهت جریان القایی در حلقه **ساعتگرد** است.



گام نیروی محرکهٔ القایی متوسط، به صورت مقابل محاسبه می‌شود:

$$\varepsilon_{av}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-۱\times\frac{-۰/۰۲}{۱\times۱۰^{-۳}}=۲۰\ V$$

تله در گزینه‌ها برای جهت جریان القایی همیشه تله وجود دارد که در این تست ۴ است. حواستان باشد که برای تعیین جهت جریان القایی همیشه باید از دست راست کمک بگیرید.

۵۵- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ انرژی جنبشی جسمی به جرم m و تندی v، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$K=\frac{1}{2}mv^2$$

۲ انرژی مکانیکی جسم برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل جسم است:

$$E=K+U$$

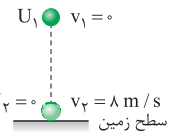
۳ **اصل پایستگی انرژی مکانیکی:** در غیاب نیروهای اتلافی مانند مقاومت هوا، اصطکاک و ... انرژی مکانیکی جسم در تمام نقاط مسیر حرکت جسم مقدار یکسانی دارد:

$$E_1=E_2 \Rightarrow K_1+U_1=K_2+U_2$$

۴ **بازده:** نسبت انرژی یا توان خروجی (مفید) به انرژی یا توان ورودی (مصرفی) است و از روابط زیر به دست می‌آید:

$$Ra=\frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}}\times 100\% = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}}\times 100\% \quad \text{(برحسب درصد)}$$

گام به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی پتانسیل گرانشی وزنه در نقطهٔ رهاشدن را به دست می‌آوریم (سطح زمین را به عنوان مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم):



$$E_1=E_2 \Rightarrow K_1+U_1=K_2+U_2$$

$$\xrightarrow[U_2=0]{K_1=0} U_1=K_2=\frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\Rightarrow U_1=\frac{1}{2}\times 50\times 8^2=1600\ J$$

گام دستگاه ۲۰۰۰ J انرژی مصرف می‌کند تا انرژی جسم را به ۱۶۰۰ J برساند؛ بنابراین بازده دستگاه برابر است با:

$$Ra=\frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}}\times 100\% = \frac{1600}{2000}\times 100\% = 80\% \quad \text{(برحسب درصد)}$$

۵۶- گزینه ۳

درس‌نامه فشار در عمق h از یک مایع:

$$P=P_0+\rho gh$$

(فشار هوا، چگالی مایع)

توجه داشته باشید که در تست‌ها، واژه‌های فشار، فشار کل و فشار مطلق معادل یکدیگرند.

اگر از عمق $h_1=10\ cm$ به عمق $h_2=53\ cm$ برویم، فشار ۱/۵ برابر $(P_2=1/5P_1)$ می‌شود؛ پس با نوشتن رابطهٔ $P=P_0+\rho gh$ به صورت نسبتی، داریم:

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{P_0+\rho gh_2}{P_0+\rho gh_1} \Rightarrow 1/5=\frac{1/026\times 10^5+\rho\times 10\times(53\times 10^{-2})}{1/026\times 10^5+\rho\times 10\times(10\times 10^{-2})}$$

$$\Rightarrow 1/5\times 1/026\times 10^5+1/5\rho=1/026\times 10^5+5/3\rho$$

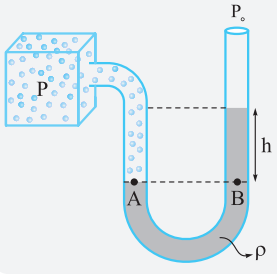
$$\Rightarrow \underbrace{(5/3-1/5)}_{3/8}\rho=1/026\times 10^5\underbrace{(1/5-1)}_{0/5}$$

$$\Rightarrow \rho=\frac{1/026\times 10^5\times 0/5}{3/8}=13/5\times 10^3\ kg/m^3$$

$$\xrightarrow{1\ kg/m^3=10^{-3}\ g/cm^3} \rho=13/5\ g/cm^3$$

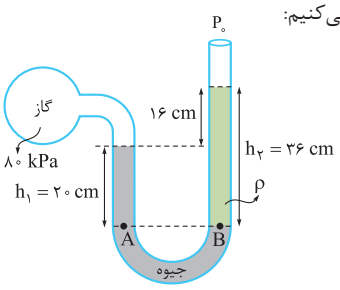
۵۷- گزینه ۳

درس‌نامه در مانومتر شکل روبه‌رو، با نوشتن اصل هم‌فشاری برای نقاط هم‌تراز A و B می‌توان فشار گاز محبوس را به دست آورد:



$$P_A=P_B \Rightarrow P=P_0+\rho gh$$

فشار هوا و فشار گاز محبوس را داریم و چگالی مایع را می‌خواهیم. برای این کار از اصل هم‌فشاری برای نقاط هم‌تراز A و B استفاده می‌کنیم:



$$P_A=P_B \Rightarrow P_{گاز}+\rho_{جیوه}gh_1=P_0+\rho gh_2$$

$$\Rightarrow 80\times 10^3+13600\times 10\times 0/2=10^5+\rho\times 10\times 0/36$$

$$\Rightarrow 107200-100000=3/6\rho$$

$$\Rightarrow \rho=2000\ kg/m^3$$

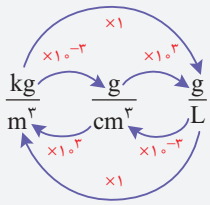
۵۸- گزینه ۱

درس‌نامه چگالی:

$$\rho=\frac{m\ (\text{جرم جسم})}{V\ (\text{حجم جسم})}$$

◇ $\frac{kg}{m^3}$، $\frac{g}{cm^3}$ و $\frac{g}{L}$ از یکاهای متداول چگالی‌اند.

تبدیل این یکاها به یکدیگر به صورت روبه‌رو انجام می‌شود:



گام حجم گلولهٔ آهنی را به کمک رابطهٔ چگالی به دست می‌آوریم:

$$\rho_{آهن}=\frac{m_{گلوله}}{V_{گلوله}} \Rightarrow 7800=\frac{3/9}{V_{گلوله}} \Rightarrow V_{گلوله}=5\times 10^{-4}\ m^3$$

گام

نکته اگر جسمی به حجم V به آرامی درون ظرف پر از مایعی فرو رود، حجم مایعی که از ظرف بیرون می‌ریزد، برابر با حجم جسم یعنی V است.

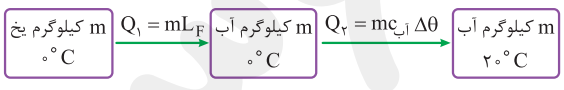
طبق نکتهٔ بالا، حجم الکلی که از ظرف بیرون می‌ریزد برابر با $5\times 10^{-4}\ m^3$ است؛ بنابراین:

$$\rho_{الکل}=\frac{m_{الکل}}{V_{الکل}} \xrightarrow{\rho_{الکل}=800\ g/L=800\ kg/m^3} 800=\frac{m_{الکل}}{5\times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow m_{الکل}=0/4\ kg \xrightarrow{1\ kg=10^3\ g} m=400\ g$$

۵۹- گزینه ۲

گام مطابق طرحوارهٔ گرمایی فرایند، ابتدا با دریافت گرمای Q_1، یخ ۰ °C به آب ۰ °C تبدیل می‌شود و سپس با دریافت گرمای Q_2، دمای آب از ۰ °C به ۲۰ °C می‌رسد؛ با این حساب کل گرمای دریافتی برابر است با:



$$\begin{cases} Q_1=mL_F=336\ m \\ Q_2=mc_{آب}\Delta\theta=m\times 4/2\times(20-0)=84\ m \end{cases}$$

$$\Rightarrow Q_{کل}=336\ m+84\ m=420\ m$$

گام می‌خواهیم ببینیم گرمای لازم برای تغییر حالت، چند درصد گرمای کل است؛ بنابراین:

$$\frac{Q_1}{Q_{کل}}\times 100\% = \frac{336\ m}{420\ m}\times 100\% = \frac{8\times 42}{10\times 42}\times 100\% = 80\%$$

تیزبازی از آن‌جا که در انتها یک نسبت را می‌خواهیم، فقط یکسان‌بودن واحدها مهم است و می‌توانیم برای تسریع در محاسبات، از ضرایب $L_F=80\ cal/g$ و $c_{آب}=1\ cal/g.K$ در فرمول استفاده کنیم و m را هم از محاسبات حذف کنیم. به زبان ریاضی:

$$\frac{Q_1}{Q_1+Q_2}\times 100\% = \frac{mL_F}{mL_F+mc\Delta\theta}\times 100\% = \underbrace{\frac{80}{80+1\times 20}}_{100}\times 100\% = 80\%$$

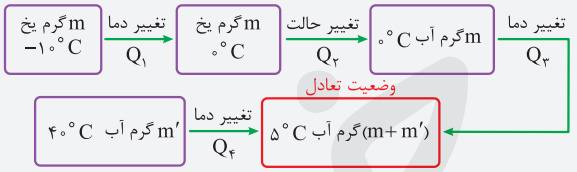
۶۰- گزینه ۳

استراتژی در تست‌های تعادلی که وضعیت تعادل مجموعه (وضعیت نهایی اجسام) معلوم است، برای محاسبهٔ خواسته تست:

۱ طرحوارهٔ گرمایی مربوط به فرایند را رسم می‌کنیم و تغییر حالت‌ها و تغییر دماهای مربوط به اجسام را تا رسیدن به وضعیت تعادل، مرحله‌به‌مرحله مشخص می‌کنیم:

برای مثال:

m گرم یخ $-10^\circ C$ و m' گرم آب $40^\circ C$ با هم مخلوط می‌شوند و دمای تعادل برابر $5^\circ C$ است. طرحوارهٔ گرمایی این فرایند به صورت زیر است:



۲ مجموع گرماهای مبادله‌شده در هریک از مراحل را برابر صفر قرار می‌دهیم (قانون پایستگی انرژی). به زبان ریاضی: $Q_1+Q_2+Q_3+Q_4=0$

درس‌نامه

۱ گرمای لازم برای تغییر دما:

دمای ثانویه، جرم جسم

$$Q=mc(\theta_2-\theta_1)$$

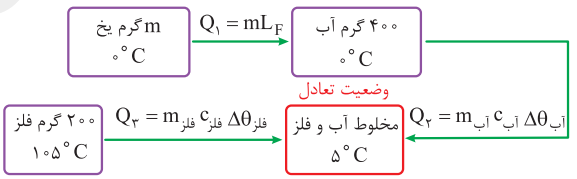
گرمای ویژهٔ جسم، دمای اولیه

۲ گرمای لازم برای تغییر حالت از جامد به مایع:

$$Q_F=mL_F$$

گرمای نهان‌ذوب جسم، جرم جسم

گام طرحوارهٔ گرمایی فرایند مطابق شکل زیر است:



گام با توجه به این طرحواره، مجموع گرماها را برابر صفر قرار می‌دهیم تا جرم یخ معلوم شود:

$$Q_1+Q_2+Q_3=0 \Rightarrow mL_F+m_{آب}c_{آب}\Delta\theta_{آب}+m_{فلز}c_{فلز}\Delta\theta_{فلز}=0$$

$$\Rightarrow m\times 336000+0/4\times 4200\times(5-0)+0/2\times 840\times(5-105)=0$$

$$\Rightarrow 336000m+8400-16800=0 \Rightarrow 336000m=16800-8400$$

$$\Rightarrow m=\frac{8400}{336000}=25\times10^{-3}\ kg \xrightarrow{10^{-3}\,kg=1\,g} m=25\ g$$

تیزبازی برای تسریع در محاسبات از ضرایب $L_F=80\ cal/g$ و $c_{آب}=1\ cal/g.K$ استفاده می‌کنیم. در این حالت $c_{فلز}=0/2\ cal/g.K$ $\left(\frac{c_{فلز}}{c_{آب}}=\frac{840}{4200}=\frac{1}{5}\right)$ می‌شود و چنین محاسباتی خواهیم داشت:

$$80m+400\times1\times(5-0)+200\times0/2\times(5-105)=0$$

$$\Rightarrow 80m+2000-4000=0 \Rightarrow 80m=2000 \Rightarrow m=25\ g$$

شیمی

۶۱- گزینه ۲

استراتژی ابتدا معادلهٔ واکنش بین عنصرها را بنویس و سپس به کمک کسر تناسب مربوط به جرم، جرم مولی عنصرهای X و Z را حساب کن و در آخر، خواسته‌های سؤال رو به دست بیار!

گام با توجه به واکنش بین عنصرهای A و X، جرم مولی عنصر X را حساب می‌کنیم:

$$\underset{16\,g}{A}+\underset{7\,g}{X}\rightarrow AX$$

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{A}}=\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{X}} \Rightarrow \frac{16}{1\times128}=\frac{7}{1\times x}$$

$$\Rightarrow x=\frac{7\times\cancel{128}^{8}}{\cancel{16}_{1}}=56\ g.mol^{-1}$$

گام با توجه به واکنش بین عنصرهای Z و X، جرم مولی عنصر Z را حساب می‌کنیم:

$$3Z+\underset{2/8\,g}{X}\rightarrow XZ_3$$

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{Z}}=\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{X}} \Rightarrow \frac{12}{3\times Z}=\frac{2/8}{1\times56}$$

$$\Rightarrow Z=\frac{\cancel{12}^{4}\times\cancel{56}^{20}}{\cancel{3}_{1}\times\cancel{2/8}_{1}}=80\ g.mol^{-1}$$

گام خواسته‌های سؤال را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم مولی X}}{\text{جرم مولی Z}}=\frac{56}{80}=0/7$$

$$\text{جرم مولی } XZ_3=56+(3\times80)=296\ g.mol^{-1}$$

۶۲- گزینه ۳

نکته در سؤالاتی که عدد جرمی یک اتم و تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌های آن داده شده، عدد اتمی آن را می‌توان به صورت زیر حساب کرد:

$$\begin{cases}N+Z=A\\N-Z=x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}N+Z=A\\-N+Z=-x\end{cases}\Rightarrow 2Z=A-x\Rightarrow Z=\frac{A-x}{2}$$

$$\Rightarrow \text{عدد اتمی }(Z)=\frac{\text{(اختلاف شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها)}-\text{(عدد جرمی (A))}}{2}$$

عبارت‌های (ب) و (پ) درست‌اند.

ابتدا باید عدد اتمی عنصر M را حساب کنیم:

$$\text{عدد اتمی}=\frac{\text{(اختلاف شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها)}-\text{(عدد جرمی)}}{2}$$

$$=\frac{65-7}{2}=\frac{58}{2}=29 \rightarrow$$ عنصر M همان مس $(_{29}Cu)$ است.

بررسی عبارت‌ها: (آ) در اتم $_{29}M$، ۷ الکترون با $l=0$ (زیرلایه‌های s) وجود دارد:

$$_{29}M:[_{18}Ar]3d^{10}4s^{1}\Rightarrow 1s^2/2s^2/3s^2/4s^1\Rightarrow$$ ۷ الکترون با $l=0$

(ب)

نکته برای تعیین موقعیت عنصرها در جدول تناوبی به کمک آرایش الکترونی آن‌ها به صورت زیر عمل می‌کنیم:

تعیین موقعیت عنصرها در جدول تناوبی

- تعیین شمارهٔ گروه
  - اگر آرایش الکترونی به زیرلایهٔ p ختم شود. → شمارهٔ گروه = ۱۲ + الکترون‌های آخرین زیرلایهٔ p
  - اگر آرایش الکترونی به زیرلایهٔ s ختم شود. → شمارهٔ گروه = الکترون‌های آخرین زیرلایهٔ s + الکترون‌های زیرلایهٔ d ماقبل آخر (درصورت وجود)
- تعیین شمارهٔ دوره (تناوب) → شمارهٔ دوره = بزرگ‌ترین ضریب در آرایش الکترونی (بزرگ‌ترین عدد کوانتومی اصلی (n))

عنصر $_{29}M$ با آرایش الکترونی $[_{18}Ar]3d^{10}4s^{1}$ در دورهٔ چهارم و گروه $10+1=11$ قرار دارد.

(پ) در اتم $_{29}M$، ۱۲ الکترون با $l=1$ ($2p^6$ و $3p^6$) و ۱۰ الکترون با $l=2$ ($3d^{10}$) وجود دارد:

$$\frac{12}{10}=1/2$$

(ت) آخرین لایهٔ الکترونی اشغال‌شدهٔ فلز M، لایهٔ چهارم است که در آن، یک الکترون ($4s^1$) قرار دارد، در حالی که آخرین لایهٔ اشغال‌شدهٔ $_{25}X$ ($_{18}Ar\,3d^5\,4s^2$) دارای ۲ الکترون است.

تله آرایش الکترونی عنصر مس از قاعدهٔ آفبا پیروی نمی‌کند و اگر به اشتباه، آرایش الکترونی آن را به صورت $_{18}Ar\,3d^9\,4s^2$ می‌نوشتید، فکر می‌کردید عبارت‌های (آ)، (ب) و (ت) درسته و جواب در گزینه‌ها نیست.

۶۳- گزینه ۴

درس‌نامه نام‌گذاری ترکیب‌های یونی و مولکولی:

۱ ترکیب‌های یونی: ترکیب‌های یونی اغلب از واکنش بین فلزها و نافلزها و یا یون‌های چندتایی به وجود می‌آیند. برای نام‌گذاری این ترکیب‌ها به صورت زیر عمل می‌کنیم:

«نام کاتیون و بار کاتیون با اعداد رومی در صورت لزوم + نام آنیون»

◇ فقط برای فلزهایی که بیش از یک نوع کاتیون پایدار دارند (مانند V، Cr، Mn، Fe، Co و Cu)، باید بار کاتیون با اعداد رومی داخل پرانتز نوشته شود.

مثال: MgO ← منیزیم اکسید — Cr_2S_3 ← کروم (III) سولفید

◇ مهم‌ترین یون‌های چندتایی که شما باید بلد باشین، در جدول زیر آورده شده است:

نام یون	فرمول یون	نام یون	فرمول یون
آمونیوم	NH_4^+	پرمنگنات	MnO_4^-
هیدروکسید	OH^-	کربنات	CO_3^{2-}
نیترات	NO_3^-	هیدروژن کربنات	HCO_3^-
متانوات (فورمات)	$HCOO^-$	سولفات	SO_4^{2-}
اتانوات (استات)	CH_3COO^-	فسفات	PO_4^{3-}
		سیلیکات	SiO_4^{4-}

مثال: $(NH_4)_2SO_4$ ← آمونیوم سولفات

۲ ترکیب‌های مولکولی: ترکیب‌های مولکولی اغلب از واکنش دو نافلز به وجود می‌آیند.

نام ترکیب‌های مولکولی از دو بخش، به صورت زیر تشکیل شده است:

«(پیشوند یونانی + نام نافلز سمت چپ (زیروند نافلز سمت چپ)) + (پیشوند یونانی + نام نافلز سمت راست (زیروند نافلز سمت راست)) + «ید» یا ریشهٔ آن»

(بخش اول: پیشوند یونانی + نام نافلز سمت چپ (زیروند نافلز سمت چپ)؛ بخش دوم: پیشوند یونانی + نام نافلز سمت راست (زیروند نافلز سمت راست) + «ید» یا ریشهٔ آن)

پیشوندهای یونانی، زیروند اتم‌ها یا همان تعداد آن‌ها را در فرمول مولکولی ترکیب مشخص می‌کنند.

تعداد	پیشوند	تعداد	پیشوند
۱	مونو	۴	تترا
۲	دی	۵	پنتا
۳	تری	۶	هگزا

مثال: N_2O_4 : دی‌نیتروژن تتراکسید ← N_2O_4 (دی‌نیتروژن / تتراکسید)

◇ دقت کنید که اگر در فرمول مولکولی یک ترکیب، تنها یک اتم از عنصر سمت چپ وجود داشته باشد، پیشوند «مونو» را برای آن به کار نمی‌بریم.

مثال: NO_2 ← نام درست: نیتروژن دی‌اکسید

نام غلط: ~~مونو~~ نیتروژن دی‌اکسید

در ردیف‌های (۲) و (۴) همهٔ نام‌های داده‌شده، درست‌اند. در ردیف (۱) نام CuO و در ردیف (۳) نام CrF_2 نادرست نوشته شده است.

ترکیب یونی	نام
Na_3N	سدیم نیترید
CuO	مس (II) اکسید
$CaSO_4$	کلسیم سولفات
Li_2CO_3	لیتیم کربنات
MnO	منگنز (II) اکسید
CrF_2	کروم (II) فلوئورید
BaI_2	باریم یدید

ترکیب مولکولی	نام
NO_2	نیتروژن دی‌اکسید
CS_2	کربن دی‌سولفید
PCl_5	فسفر پنتاکلرید
$COCl_2$	کربونیل کلرید

بچه‌ها حواستون باشه که SiO_2 (سیلیس) یک جامد کووالانسی است ولی می‌توان آن را مانند ترکیب‌های مولکولی به صورت سیلیسیم دی‌اکسید نام‌گذاری کرد. در ضمن با توجه به نام گروه عاملی کربونیل ($C(=O)$) و یا نام کربونیل سولفید (CSO) که در کتاب درسی آمده، می‌شه فهمید که $COCl_2$ را می‌توان کربونیل کلرید نامید.

مشاوره در بعضی از سؤال‌های کنکور، ممکنه به یک مورد جدیدی برخورد کنیم که تا حالا تو کتاب‌های درسی ندیدیمش! در این موارد نباید سؤال رو رها کنیم و بریم! مثلاً در این‌جا نام ترکیب $COCl_2$ اولین باره که در کنکور ظاهر شده، ولی بدون دونستن نام این ترکیب هم می‌شه به راحتی به گزینهٔ درست رسید! زیرا در ردیف‌های ۱ و ۳ به قطع، می‌شه فهمید که نام یکی از ترکیب‌ها غلطه! و ① تا ③ سریع حذف می‌شوند!

۶۴- گزینه ۱

شفاف‌سازی $\frac{2}{7}$ جرم اکسید X_2O_3 را اکسیژن تشکیل می‌دهد، یعنی نسبت جرم اکسیژن به جرم ترکیب $(\frac{\text{جرم O}}{\text{جرم } X_2O_3})$ برابر $\frac{2}{7}$ است.

نکته ۱ برای یک عنصر، مقادیر عدد جرمی، جرم اتمی و جرم مولی را از نظر عددی می‌توان معادل هم در نظر گرفت.

ویژگی	تعریف	یکا
عدد جرمی	مجموع تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها	یکا ندارد.
جرم اتمی	جرم یک اتم برحسب یکای جرم اتمی	amu
جرم مولی	جرم یک مول اتم ($6/02\times10^{23}$ اتم) برحسب گرم	$g.mol^{-1}$

۲ برای تعیین شمارهٔ دورهٔ یک عنصر در جدول تناوبی، می‌توان از جدول زیر استفاده کرد.

شمارهٔ دوره	محدودهٔ عدد اتمی عنصرها	شمارهٔ دوره	محدودهٔ عدد اتمی عنصرها
۱	۱ و ۲	۵	۳۷ تا ۵۴
۲	۳ تا ۱۰	۶	۵۵ تا ۸۶
۳	۱۱ تا ۱۸	۷	۸۷ تا ۱۱۸
۴	۱۹ تا ۳۶		

گام ابتدا باید جرم مولی عنصر X را حساب کنیم. طبق اطلاعات داده‌شده، نسبت جرم اکسیژن به جرم ترکیب برابر $\frac{2}{7}$ است. از طرفی در هر مول از ترکیب X_2O_3، ۳ مول O یا $3\times16=48$ گرم O وجود دارد؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{\text{جرم O}}{\text{جرم } X_2O_3}=\frac{2}{7}\Rightarrow\frac{3\times16}{2x+(3\times16)}=\frac{2}{7}$$

$$\Rightarrow 21\times8=2x+48\Rightarrow 2x=168-48=120\Rightarrow x=60\ g.mol^{-1}$$

تیزبازی با توجه به این‌که $\frac{2}{7}$ جرم اکسید را عنصر اکسیژن تشکیل داده، $\frac{5}{7}$ آن را عنصر X تشکیل می‌دهد و می‌توان گفت نسبت جرم O به X در ترکیب برابر $\frac{2}{5}$ است. *این‌بوری محاسبات راحت‌تر می‌شه:*

$$\frac{\text{جرم O}}{\text{جرم X}}=\frac{2}{5}\Rightarrow\frac{3\times16}{2\times x}=\frac{2}{5}\Rightarrow x=20\times3=60\ g.mol^{-1}$$

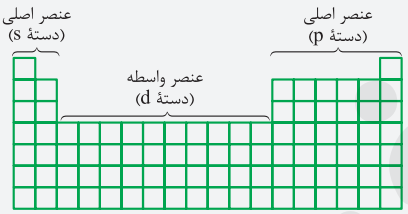
گام ۱ حالا با توجه به جرم مولی (عدد جرمی) عنصر X و تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌های آن، عدد اتمی X را حساب می‌کنیم.

$$\text{عدد اتمی} = \frac{\text{(عدد جرمی)} - \text{(اختلاف شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها)}}{۲} = \frac{۶۰-۶}{۲} = \frac{۵۴}{۲} = ۲۷$$

عنصری با عدد اتمی ۲۷ $(۳۶ \le Z \le ۱۹)$، در دورهٔ چهارم جدول تناوبی قرار دارد.

۶۵- گزینه ۱

نکته ۱ به عنصرهای دسته‌های s (گروه‌های ۱ و ۲) و p (گروه‌های ۱۳ تا ۱۸) جدول دوره‌ای، عنصرهای اصلی می‌گویند. **۲** به عنصرهای دستهٔ d (گروه‌های ۳ تا ۱۲) جدول دوره‌ای، عنصرهای واسطه می‌گویند. **۳** شمار الکترون‌های ظرفیتی عنصرهای واسطهٔ گروه‌های ۳ تا ۸ با شمار الکترون‌های ظرفیتی عنصرهای اصلی گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ (به‌جز هلیم)، برابر است؛ به عنوان نمونه، عنصری با شمار الکترون‌های ظرفیتی برابر ۶، هم می‌تواند عنصری واسطه از گروه ۶ و هم عنصری از گروه ۱۶ جدول دوره‌ای باشد.



بیایید به کمک اطلاعات داده‌شده، ببینیم با چه عنصرهایی سروکار داریم:

A: در لایهٔ اول الکترونی، ۲ الکترون وجود دارد، بنابراین:

$$\text{برای عنصر واسطهٔ A: } \frac{\text{شمار الکترون‌های ظرفیتی}}{\frac{\text{شمار الکترون‌های لایهٔ اول الکترونی}}{۲}} = ۳$$

$$\Rightarrow \text{شمار الکترون‌های ظرفیتی A} = ۳ \times ۲ = ۶$$

عنصر واسطهٔ A در دورهٔ چهارم با ۶ الکترون ظرفیتی، همان فلز کروم $(_{۲۴}Cr)$ است:

$$_{۲۴}Cr : [_{۱۸}Ar]\, ۳d^{۵}\, ۴s^{۱} \Rightarrow A : {}^{۲۴+۲۸=۵۲}_{۲۴}Cr$$

برای عنصر اصلی D داریم:

$$\frac{\text{شمار الکترون‌های ظرفیتی}}{\frac{\text{شمار الکترون‌های لایهٔ اول الکترونی}}{۲}} = ۳/۵ \Rightarrow \text{شمار الکترون‌های ظرفیتی D} = ۷$$

از آن‌جا که D یک عنصر اصلی است، همان عنصر برم از گروه ۱۷ است:

$$_{۳۵}Br : [_{۱۸}Ar]\, ۳d^{۱۰}\, ۴s^{۲}\, ۴p^{۵} \Rightarrow {}^{۳۵+۴۵=۸۰}_{۳۵}D$$

برای عنصر واسطهٔ E داریم:

$$\frac{\text{شمار الکترون‌های ظرفیتی}}{\frac{\text{شمار الکترون‌های لایهٔ اول الکترونی}}{۲}} = ۲ \Rightarrow \text{شمار الکترون‌های ظرفیتی E} = ۴$$

بنابراین عنصر E فلز واسطهٔ تیتانیم است: $_{۲۲}Ti : [_{۱۸}Ar]\, ۳d^{۲}\, ۴s^{۲} \Rightarrow {}^{۲۲+۲۶=۴۸}_{۲۲}E$

برای عنصر اصلی M داریم:

$$\frac{\text{شمار الکترون‌های ظرفیتی}}{\frac{\text{شمار الکترون‌های لایهٔ اول الکترونی}}{۲}} = ۱/۵ \Rightarrow \text{شمار الکترون‌های ظرفیتی M} = ۳$$

با توجه به این‌که M یک عنصر اصلی است، همان گالیم از گروه ۱۳ می‌باشد:

$$_{۳۱}Ga : [_{۱۸}Ar]\, ۳d^{۱۰}\, ۴s^{۲}\, ۴p^{۱} \Rightarrow {}^{۳۱+۳۹=۷۰}_{۳۱}M$$

بررسی گزینه‌ها: ۱ قبلاً حساب کردیم که عدد جرمی عنصر A برابر با ۵۲ است. میان عنصرهای E $(_{۲۲}Ti)$ و M $(_{۳۱}Ga)$، ۸ عنصر فلزی (فلز واسطه) با عددهای اتمی ۲۳ تا ۳۰ وجود دارد.

نکته عنصرهای واسطه، همگی فلزند اما در بین عنصرهای اصلی، هر سه نوع عنصر فلزی، نافلزی و شبه‌فلزی وجود دارد.

۲ در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش می‌یابد؛ بنابراین شعاع اتمی E از M بزرگ‌تر است. در اتم عنصر D $(_{۳۵}^{۸۰}Br)$، ۳۵ پروتون و ۴۵ نوترون وجود دارد:

$$۴۵ - ۳۵ = ۱۰$$

۳ A و M (کروم و گالیم) هر دو دارای کاتیون سه بار مثبت هستند. عنصر D یعنی برم، در دمای ۲۰۰ °C با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد. ۴ آرایش الکترونی A (کروم) از قاعدهٔ آفبا پیروی نمی‌کند. شمار الکترون‌ها با $l = ۲$ (زیرلایهٔ ۳d) در اتم عنصرهای D $(_{۳۵}Br)$ و E $(_{۲۲}Ti)$ به ترتیب برابر با ۱۰ و ۲ است.

مشاوره این سؤال نمونه‌ای از سؤال‌هایی که نشون می‌ده، باید عناصر ۱ تا ۳۶ جدول تناوبی و ویژگی‌هاشون رو *مثل کف دستت بلد باشی*، پس اگر هنوز تسلط کافی روشون نداری، حتماً وقت بذار و همهٔ اطلاعاتی که تو کتاب‌های درسی راجبشون اومده رو جمع‌بندی کن و بخون.

۶۶- گزینه ۱

شفاف‌سازی خانوادهٔ هالوژن‌ها یعنی عنصرهای گروه ۱۷!

عبارت‌های (آ) و (پ) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: (آ) هالوژن‌ها (نافلزهای F، Cl، Br و I) در واکنش با فلزهای قلیایی (گروه ۱)، ترکیب یونی تشکیل می‌دهند. (ب) فلوئور در همهٔ ترکیب‌ها، دارای عدد اکسایش ۱− است.

نکته برای عنصرهای گروه ۱۷ به‌جز فلوئور، بالاترین عدد اکسایش ۷+ و پایین‌ترین عدد اکسایش ۱− است:

$$\text{شمارهٔ گروه} = \text{بالاترین عدد اکسایش} \quad +۷ = ۱۷ - ۱۰ = -۱۰$$

$$\text{شمارهٔ گروه} = \text{پایین‌ترین عدد اکسایش} \quad -۱ = ۱۷ - ۱۸ = -۱۸$$

(پ) سومین هالوژن جدول دوره‌ای، در دورهٔ چهارم قرار دارد و آرایش الکترونی آن به $۴s^{۲}\, ۴p^{۵}$ ختم می‌شود.

$$n + l \begin{cases} ۴s^{۲} : ۲(۴+۰) = ۸ \\ ۴p^{۵} : ۵(۴+۱) = ۲۵ \end{cases} \Rightarrow ۲۵ + ۸ = ۳۳$$

(ت)

نکته در فلزها، واکنش‌پذیری با شعاع اتمی، رابطهٔ مستقیم دارد، اما در نافلزها، واکنش‌پذیری با شعاع اتمی رابطهٔ وارونه دارد.

در یک گروه با افزایش شعاع اتمی در فلزها ← افزایش خصلت فلزی و واکنش‌پذیری (افزایش تمایل به از دست دادن الکترون)

در یک گروه با افزایش شعاع اتمی در نافلزها ← کاهش خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری (کاهش تمایل به گرفتن الکترون)

در گروه هالوژن‌ها برخلاف فلزهای گروه ۱ (فلزهای قلیایی)، با افزایش عدد اتمی، واکنش‌پذیری کاهش می‌یابد.

۶۷- گزینه ۴

استراتژی فقط اتن و اتین با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند؛ پس اول از روی مول $H_۲$، مجموع مول‌های اتن و اتین *رو به دست بیار و بعدش*، این مجموع را از مجموع شمار مول‌های سه گاز *کم کن* تا مول اتان به دست *بیاد*. در آخر، درصد مولی اتان *رو در* مخلوط *حساب کن!*

درس‌نامه آلکان‌ها $(C_nH_{۲n+۲})$ سیرشده‌اند و با گاز هیدروژن واکنش نمی‌دهند. آلکن‌ها $(C_nH_{۲n})$ و آلکین‌ها $(C_nH_{۲n-۲})$ سیرنشده‌اند و با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند. هر پیوند دوگانه با ۱ مولکول $H_۲$ و هر پیوند سه‌گانه با ۲ مولکول $H_۲$ به طور کامل سیر می‌شود:

$$C_nH_{۲n} + H_۲ \rightarrow C_nH_{۲n+۲}$$

$$C_nH_{۲n-۲} + ۲H_۲ \rightarrow C_nH_{۲n+۲}$$

گام ۱ شمار کل مول‌های سه گاز را حساب می‌کنیم:

$$\text{مجموع شمار کل مول‌ها در مخلوط اولیه} = ۱۱/۲\ L \times \frac{۱\ mol}{۲۲/۴\ L} = ۰/۵\ mol$$

گام ۲ به کمک مول $H_۲$ مصرف‌شده، مجموع شمار مول‌های اتن $(C_۲H_۴)$ و اتین $(C_۲H_۲)$ را حساب می‌کنیم:

$$C_۲H_۴ + H_۲ \rightarrow C_۲H_۶$$

$$C_۲H_۲ + ۲H_۲ \rightarrow C_۲H_۶$$

با توجه به فرض سؤال، تعداد مول‌های اتن و اتین در مخلوط اولیه با هم برابر است. اگر تعداد مول‌های این دو ماده را x در نظر بگیریم، با توجه به معادلهٔ واکنش‌ها، تعداد کل مول‌های گاز هیدروژن مورد نیاز برابر $x + ۲x = ۳x$ مول خواهد بود:

$$\text{مجموع شمار مول‌های اتن و اتین} = x + x = ۰/۱ \Rightarrow ۳x = ۰/۱۵ \Rightarrow x = ۰/۰۵$$

گام ۳ شمار مول‌های اتان و درصد مولی آن در مخلوط اولیه را حساب می‌کنیم:

$$\text{شمار مول‌های اتان در مخلوط اولیه} = (\text{شمار مول‌های اتین} + \text{شمار مول‌های اتن}) - \text{شمار کل مول‌ها}$$

$$= ۰/۵ - ۰/۱ = ۰/۴$$

$$\text{درصد مولی اتان در مخلوط اولیه} = \frac{\text{مول اتان}}{\text{شمار کل مول‌های مخلوط}} \times ۱۰۰ = \frac{۰/۴}{۰/۵} \times ۱۰۰ = ٪۸۰$$

۶۸- گزینه ۴

همهٔ عبارت‌های داده‌شده درست‌اند. با توجه به گزینه‌ها، باید معادلهٔ هر سه واکنش را موازنه کنیم:

a) $2Co(OH)_3 + 3H_2SO_4 \rightarrow Co_2(SO_4)_3 + 6H_2O$

b) $3NiCO_3 + 2H_3PO_4 \rightarrow Ni_3(PO_4)_2 + 3CO_2 + 3H_2O$

c) $MgCO_3 + 2HNO_3 \rightarrow Mg(NO_3)_2 + CO_2 + H_2O$

بررسی عبارت‌ها: ◆ مجموع ضرایب مواد در هر دو معادلهٔ a و b برابر با ۱۲ است.

◆ در هر سه واکنش، عدد اکسایش هیچ عنصری تغییر نکرده است.

◆ مجموع ضرایب مواد در معادلهٔ b برابر با ۱۲ و در معادلهٔ c، برابر با ۶ است: $12 - 6 = 6$

◆ در معادلهٔ c، مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها با فراورده‌ها یکسان و برابر با ۳ است.

مشاوره در کنکورهای اخیر، موازنه‌های طولانی و پیچیده و یا موازنه‌های چندمعادله‌ای، *فیلی مد شده! طبیعیه* که این سؤال‌ها وقت‌گیرند و شما در دور اول، *بهتره این سؤال‌ها رو رها کنید و آفر سر بیاید سراغشون!*

۶۹- گزینه ۲

گام معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$H_3PO_4 + 3KOH \rightarrow K_3PO_4 + 3H_2O$$

تیزبازی در اکثر مسائل استوکیومتری واکنش که معادلهٔ واکنش داده می‌شود، نیازی به موازنهٔ کامل واکنش نیست و کافیه که فقط ضرایب مواد مورد نیاز رو به دست بیاریم. مثلاً در این سؤال از آن‌جا که تنها با ۲ مادهٔ K_3PO_4 و KOH سروکار داریم و K تنها در این ۲ ماده وجود دارد؛ بنابراین همواره نسبت ضریب KOH به K_3PO_4، ۳ به ۱ است؛ یعنی $3KOH \sim 1K_3PO_4$.

گام به کمک جرم پتاسیم فسفات، غلظت مولی محلول باز را حساب می‌کنیم:

روش استفاده از کسر تناسب: $3KOH \sim 1K_3PO_4$

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{K_3PO_4}} = \frac{\text{حجم (L)} \times \text{غلظت مولی}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{KOH}}$$

$$\Rightarrow \frac{53}{1 \times 212} = \frac{x \times 0/2}{3} \Rightarrow x = 3/75\ mol.L^{-1}$$

روش استفاده از کسر تبدیل: ابتدا باید مول KOH در محلول را حساب کرده و سپس از رابطهٔ غلظت مولی استفاده کنیم:

$$53\ g\ K_3PO_4 \times \frac{1\ mol\ K_3PO_4}{212\ g\ K_3PO_4} \times \frac{3\ mol\ KOH}{1\ mol\ K_3PO_4} = 0/75\ mol\ KOH$$

$$\text{غلظت مولی KOH} = \frac{0/75\ mol}{0/2\ L} = 3/75\ mol.L^{-1}$$

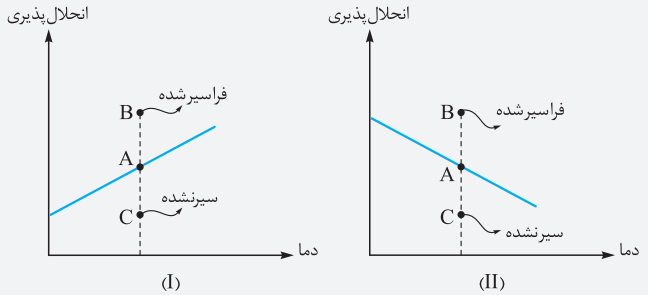
۷۰- گزینه ۳

نکته **جایگاه محلول‌های سیرشده، سیرنشده و فراسیرشده در نمودار انحلال‌پذیری**

هر نقطه روی منحنی انحلال‌پذیری (A) ⟵ محلول سیرشده

هر نقطه بالای منحنی انحلال‌پذیری (B) ⟵ محلول فراسیرشده

هر نقطه زیر منحنی انحلال‌پذیری (C) ⟵ محلول سیرنشده

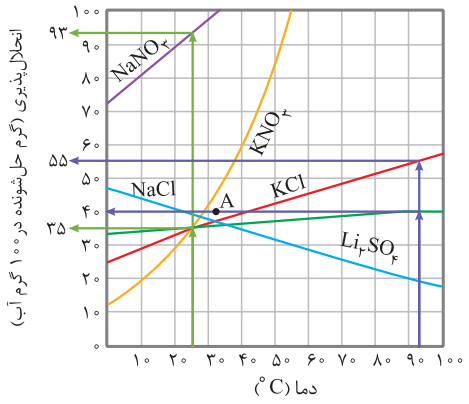


عبارت‌های اول، سوم و چهارم نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: ◆ محلول‌های KNO_3 و $NaNO_3$ دارای یون نیترات هستند. نقطهٔ A پایین نمودار انحلال‌پذیری این دو نمک قرار دارد و محلول‌ها در این نقطه، سیرنشده‌اند.

◆ نمک‌های NaCl و KCl دارای یون کلرید هستند. در دمای $90^\circ C$، انحلال‌پذیری این دو نمک به ترتیب ۴۰ و ۵۵ گرم است که تفاوت آن‌ها می‌شه ۱۵ گرم!

◆ در دمای $25^\circ C$، انحلال‌پذیری KCl و KNO_3 تقریباً یکسان و برابر با ۳۵ گرم است که مجموع آن‌ها برابر با ۷۰ خواهد بود، در حالی که انحلال‌پذیری $NaNO_3$ در دمای $25^\circ C$، حدود ۹۳ گرم است.



◆ اولاً که نمودار انحلال‌پذیری لیتیم سولفات، نزولی است و شیب معادلهٔ آن باید منفی باشد. ثانیاً اصلاً با جای‌گذاری $\theta = 20^\circ C$ در معادلهٔ داده‌شده، به انحلال‌پذیری برابر با ۳۳ نمی‌رسیم.

$$S = +0/15\theta + 35 \xrightarrow{\theta=20} S = 3 + 35 = 38 \neq 33$$

۷۱- گزینه ۳

استراتژی با توجه به این‌که فقط منیزیم با محلول هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهد، از روی میزان کاهش غلظت مولی محلول، مول و جرم فلز منیزیم رو به دست بیار و در مرحلهٔ بعد، با توجه به جرم کل مخلوط و جرم منیزیم، جرم نقره و درصد جرمی آن در نمونه رو حساب کن!

نکته فلزهایی مانند نقره، مس، پلاتین و طلا که پتانسیل کاهشی (E°) آن‌ها، مثبت است با محلول هیدروکلریک اسید واکنش نمی‌دهند.

نقره (Ag) با محلول هیدروکلریک اسید (HCl) واکنش نمی‌دهد. معادلهٔ واکنش انجام‌شده بین منیزیم و هیدروکلریک اسید به صورت مقابل است: $Mg + 2HCl \rightarrow MgCl_2 + H_2$

گام به کمک مول HCl مصرف‌شده، مول و جرم منیزیم موجود در نمونه را حساب می‌کنیم:

$$\text{مول HCl مصرف‌شده} = (0/8 - 0/3)\frac{mol}{L} \times \frac{200}{1000} L = 0/1\ mol$$

$$\text{مول Mg} = 0/1\ mol\ HCl \times \frac{1\ mol\ Mg}{2\ mol\ HCl} = 0/05\ mol\ Mg$$

(این از بفش دوم سؤال)

$$\text{جرم Mg} = 0/05\ mol\ Mg \times \frac{24\ g\ Mg}{1\ mol\ Mg} = 1/2\ g\ Mg$$

گام جرم نقره و درصد جرمی آن در نمونه را حساب می‌کنیم:

$$\text{جرم نقره} = \text{جرم مخلوط} - \text{جرم منیزیم} = 10 - 1/2 = 8/8\ g$$

$$\text{درصد جرمی نقره} = \frac{\text{جرم نقره}}{\text{جرم کل مخلوط}} \times 100 = \frac{8/8}{10} \times 100 = \%88$$

۷۲- گزینه ۲

عبارت‌های اول تا سوم درست‌اند.

عنصر $_{32}X$ همان عنصر ژرمانیم از گروه ۱۴ و عنصر $_{22}Z$، همان عنصر تیتانیم از گروه ۴ است.

بررسی عبارت‌ها: ◆ عنصر Z، فلز تیتانیم است و خواص فلزها مانند رسانایی گرمایی، قابلیت مفتول‌شدن و ... را دارد.

◆ ژرمانیم و تیتانیم در واکنش با اکسیژن، می‌توانند دی‌اکسیدهایی به فرمول GeO_2 و TiO_2 تشکیل دهند. *روکه قبلاً دیدین!* ژرمانیم هم مانند کربن که هم‌گروه آن است، می‌تواند اکسیدی به فرم XO_2 تشکیل دهد.

نکته برم (Br_2) تنها نافلز مایع جدول دوره‌ای است که در گروه ۱۷ قرار دارد.

◇ عنصر مایع در گروه ۱۷، همان $_{35}Br$ است که مانند $_{32}X$ و $_{22}Z$، در دورهٔ چهارم قرار دارد (عناصر با عدد اتمی ۱۹ تا ۳۶، در دورهٔ چهارم جدول تناوبی قرار دارند). در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش می‌یابد؛ بنابراین شعاع اتمی $_{32}X$ و $_{22}Z$ از $_{35}Br$ بزرگ‌تر است.

◇ عنصر X همان شبه‌فلز ژرمانیم است که در گروه ۱۴ قرار دارد. در گروه ۱۴، کربن، سیلیسیم و ژرمانیم، در واکنش با سایر اتم‌ها، الکترون به اشتراک می‌گذارند. اما *هواستون باشه* در این گروه، عنصرهای فلزی قلع و سرب هم وجود دارند که در واکنش با دیگر اتم‌ها، الکترون از دست می‌دهند.

مشاوره برای پاسخ به برخی از سؤالات جدول دوره‌ای، شما باید نام و عدد اتمی عنصرهای مهم *رو بلد باشین! مثلاً تا نگین عنصری با عدد اتمی ۳۱، شما باید سریع بفهمید منظور، گالیم* $(_{31}Ga)$ *است. حالا عنصرهای مهم کدوم‌ها هستند؟! ۳۶ عنصر اول جدول و عنصرهای گروه‌های ۱، ۱۴، ۱۷ و ۱۸.*

۷۳- گزینه ۲

نکته ۱ نیروهای بین مولکولی به دو دستهٔ نیروهای وان‌دروالسی و پیوند هیدروژنی تقسیم می‌شوند. در مولکول‌های دارای H متصل به یکی از اتم‌های فلوئور (F)، اکسیژن (O) و نیتروژن (N)، نیروهای بین مولکولی از نوع پیوند هیدروژنی است. به سایر نیروهای بین مولکولی، نیروهای وان‌دروالسی گفته می‌شود.

۲ مهم‌ترین گروه‌های عاملی در جدول زیر آورده شده است:

گروه عاملی	نام	گروه عاملی	نام
—OH	هیدروکسیل یا الکلی	—C(=O)—OH	کربوکسیل یا اسیدی
—O—	اتری	—C(=O)—O—	استری
—C(=O)—H	آلدهیدی	—N<	آمینی
—C(=O)—	کتونی	—C(=O)—N—	آمیدی

دقت کنید که آلدهیدها و کتون‌ها، هر دو دارای گروه کربونیل (—C(=O)—) هستند.

۳ ترکیب‌های آلی اکسیژن‌دار با تعداد کربن کم (معمولاً ۱ تا ۳ اتم کربن)، قطبی محسوب شده و در آب، محلول‌اند.

از ۱۲ مورد داده‌شده، ۳ مورد نادرست‌اند.

◇ نام گروه عاملی اتانول (C_2H_5OH) هیدروکسیل است و نه هیدروکسید! دقت کنید که هیدروکسید (OH^-) نام یک یون چنداتمی است.

◇ استون ($CH_3-C(=O)-CH_3$) مولکولی قطبی به حساب می‌آید.

◇ متیل آمین (CH_3NH_2) به دلیل قطبی‌بودن و توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی، انحلال‌پذیری بالایی در آب دارد.

۷۴- گزینه ۴

موارد (ب) و (پ) درست‌اند.

ترکیب‌های داده‌شده را نام‌گذاری می‌کنیم:

(آ) $CH_3-\underset{CH_3}{CH}-CH_2-\underset{CH_2-CH_3}{CH}-CH_2-CH_3$ ۲، ۴ـ دی‌متیل هگزان

(ب) $CH_3-CH_2-\underset{CH_3}{\overset{CH_3}{C}}-CH_2-CH_3$ ۳، ۳ـ دی‌متیل پنتان

(پ) $CH_3-\underset{CH_3}{\overset{CH_3}{C}}-CH_2-\underset{CH_3}{CH}-CH_3$ ۲، ۲، ۴ـ تری‌متیل پنتان

(ت) $CH_3-CH_2-\underset{CH_2-CH_3}{CH}-\underset{CH_2-CH_3}{CH}-CH_3$ ۳ـ اتیل ـ ۴ـ متیل هگزان

تیزبازی باید بدانیم که در نام هیچ آلکانی، ۲ـ اتیل وجود ندارد؛ بنابراین مورد (آ) غلط است و ① و ② حذف می‌شوند. در ③ و ④، مورد (پ) مشترک است؛ پس کافی است یکی از موارد (ب) یا (ت) را بررسی کنیم. مورد (ب) درست و مورد (ت) نادرست است؛ بنابراین جواب درست، ④ است.

۷۵- گزینه ۲

شفاف‌سازی محاسبهٔ درصد جرمی تقریبی کروم در تودهٔ جامد برجای‌مانده یعنی محاسبهٔ:

$$\frac{\text{جرم Cr در تودهٔ جامد برجای‌مانده}}{\text{جرم کل تودهٔ جامد برجای‌مانده}} \times ۱۰۰$$

استراتژی تودهٔ جامد برجای‌مانده شامل $(NH_4)_2Cr_2O_7$ تجزیه‌نشده و Cr_2O_3 تولید شده است که برای محاسبهٔ مجموع جرم آن‌ها می‌توان جرم هر کدام را جداگانه حساب کرد و یا جرم گازهای تولیدشده را از کل جرم اولیه کم کرد. هم‌چنین برای محاسبهٔ جرم کروم، می‌توان جرم کروم را در هر یک از جامدها حساب کرد ولی با توجه به قانون پایستگی جرم، راه حل سریع‌تر این است که جرم کروم را در نمونهٔ اولیه حساب کنیم، زیرا کروم موجود در تودهٔ جامد برجای‌مانده، همان کرومی است که در نمونهٔ اولیه وجود داشته است.

گام معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم: $(NH_4)_2Cr_2O_7 \rightarrow Cr_2O_3 + N_2 + 4H_2O$

گام جرم کل تودهٔ جامد برجای‌مانده (مجموع جرم واکنش‌دهندهٔ تجزیه‌نشده و جرم Cr_2O_3 تولیدشده) را حساب می‌کنیم:

روش $\text{جرم } (NH_4)_2Cr_2O_7 \text{ تجزیه‌نشده} = ۶۳ \times \frac{۲۰}{۱۰۰} = ۱۲/۶\ g$

$\underbrace{(NH_4)_2Cr_2O_7}_{A} \text{ جرم تجزیه‌شده} = ۶۳ - ۱۲/۶ = ۵۰/۴\ g$

$(NH_4)_2Cr_2O_7 \text{ جرم مولی} = ۲(۱۴+۴) + (۲\times ۵۲) + (۷\times ۱۶) = ۲۵۲\ g$

$Cr_2O_3 \text{ جرم تولیدشده} = ۵۰/۴\ g\,A \times \frac{۱\ mol\,A}{۲۵۲\ g\,A} \times \frac{۱\ mol\,Cr_2O_3}{۱\ mol\,A} \times \frac{۱۵۲\ g\,Cr_2O_3}{۱\ mol\,Cr_2O_3}$

$= ۳۰/۴\ g\,Cr_2O_3$

$\text{جرم کل تودهٔ جامد برجای‌مانده} = ۱۲/۶ + ۳۰/۴ = ۴۳\ g$

روش جرم کل گازهای تولیدشده را از جرم نمونهٔ اولیه کم می‌کنیم.

راحت‌تر و سریع‌تر اینه که از روش کسر تناسب استفاده کنیم، از اون‌جایی که از روی جرم تجزیه‌شدهٔ $(NH_4)_2Cr_2O_7$، می‌خواهیم به مجموع جرم N_2 و H_2O تولیدی برسیم، باید از کسر تناسب‌های مربوط به جرم استفاده کنیم: $(NH_4)_2Cr_2O_7 \sim N_2 + 4H_2O$

$$\frac{\frac{\text{جرم} \times \frac{\text{درصد تجزیه}}{۱۰۰}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{(NH_4)_2Cr_2O_7}}}{} = \frac{\text{مجموع جرم}}{\underbrace{\text{(جرم مولی} \times \text{ضریب)}}_{N_2} + \underbrace{\text{(جرم مولی} \times \text{ضریب)}}_{H_2O}}$$

$$\Rightarrow \frac{۶۳ \times \frac{۸۰}{۱۰۰}}{۱ \times ۲۵۲} = \frac{x}{(۱\times ۲۸) + (۴\times ۱۸)} \Rightarrow x = ۲۰\ g$$

$\text{جرم گازهای تولیدشده} = ۶۳ - ۲۰ = ۴۳\ g$ — جرم نمونهٔ اولیه = جرم تودهٔ برجای‌مانده

گام جرم کروم موجود در تودهٔ جامد برجای‌مانده را حساب می‌کنیم. این مقدار برابر با جرم کروم در ۶۳ گرم از نمونهٔ اولیه است:

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$۶۳\ g\,(NH_4)_2Cr_2O_7 \times \frac{۱\ mol\,(NH_4)_2Cr_2O_7}{۲۵۲\ g\,(NH_4)_2Cr_2O_7} \times \frac{۲\ mol\,Cr}{۱\ mol\,(NH_4)_2Cr_2O_7} \times \frac{۵۲\ g\,Cr}{۱\ mol\,Cr} = \frac{\overset{۱}{\cancel{۶۳}} \times ۲ \times ۵۲}{\underset{۴}{\cancel{۲۵۲}}} = \frac{۵۲}{۲} = ۲۶\ g\,Cr$$

روش استفاده از کسر تناسب: (باید از کسر تناسب‌های مربوط به جرم استفاده کنیم.)

$(NH_4)_2Cr_2O_7 \sim 2Cr$

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{(NH_4)_2Cr_2O_7}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{Cr}} \Rightarrow \frac{\overset{۱}{\cancel{۶۳}}}{۱ \times \underset{۴}{\cancel{۲۵۲}}} = \frac{x}{۲\times ۵۲} \Rightarrow x = ۲۶\ g\,Cr$$

گام درصد جرمی کروم در تودهٔ جامد برجای‌مانده را حساب می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی } Cr = \frac{\text{جرم } Cr}{\text{جرم تودهٔ برجای‌مانده}} \times ۱۰۰ = \frac{۲۶}{۴۳} \times ۱۰۰ = ٪۶۰/۴$$

تیزبازی ۲۶، از نصف ۴۳ بیشتر است؛ پس جواب بیشتر از ۵۰ درصد است و ۳ و ۴ پَر! هم‌چنین با توجه به این‌که ۷۰ درصد ۴۳، می‌شه ۲۸ و خورده‌ای، پس جواب کم‌تر از ۷۰ درصد است و ۱ هم پَر!

۷۶- گزینه ۳

عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: عبارت اول: اکسایش A با آزادشدن گرما (۸۵۲ kJ) و اکسایش D با گرفتن گرما (۸۵۲ kJ) همراه است؛ بنابراین می‌توان گفت اکسایش A، آسان‌تر از اکسایش D انجام می‌شود.

عبارت دوم: a که مقدار آنتالپی واکنش کلی را نشان می‌دهد.

باتوجه‌به‌نمودار، مقدار آنتالپی واکنش $2D(s) \rightarrow 2D(l)$ برابر با $-[-971-(-852+91)]=-28$ کیلوژول است؛ بنابراین آنتالپی ذوب ۱ مول D (آنتالپی واکنش $D(s) \rightarrow D(l)$) برابر با $\frac{+28}{2}=+14$ کیلوژول می‌باشد.

عبارت سوم: آنتالپی واکنش $2D(s)+A_2O_3(s) \rightarrow D_2O_3(s)+2A(s)$ برابر با ۹۷۱ kJ است؛ بنابراین برای تهیهٔ ۱ مول A به $\frac{971}{2}=485/5$ کیلوژول گرما نیاز است.

عبارت چهارم: با توجه به نمودار، واکنش: $2A(s)+D_2O_3(s) \rightarrow A_2O_3(s)+2D(s)$ گرماده است و به طور طبیعی انجام می‌شود. این موضوع نشان می‌دهد که واکنش‌پذیری A از D بیشتر است.

۷۷- گزینه ۲

نکته در آزمایش انحلال قرص جوشان در آب، با افزایش دما، افزایش مقدار قرص و هم‌چنین پودرکردن قرص، سرعت واکنش افزایش می‌یابد. در ضمن اثر پودرکردن قرص، بیشتر از افزایش مقدار قرص است.

عبارت‌های اول و سوم درست است.

بررسی عبارت‌ها:

- با افزایش دما، سرعت واکنش افزایش می‌یابد.
- *درسته که* در آزمایش ۲ از نصف قرص استفاده شده است، اما چون قرص به صورت پودر استفاده شده است، سرعت در این آزمایش از آزمایش (۱) بیشتر است. در ضمن بدانید و آگاه باشید که نمی‌توان گفت، لزوماً با ۲ برابر یا نصف‌شدن غلظت واکنش‌دهنده، سرعت واکنش به ترتیب ۲ برابر یا نصف می‌شود، فقط می‌توان گفت سرعت واکنش به ترتیب افزایش و کاهش پیدا می‌کند.
- سرعت واکنش در حالتی که از نصف قرص پودرشده و دمای بالاتر استفاده شده، بیشتر است.
- دما بر مقدار نهایی گاز تولیدشده تأثیری ندارد؛ بنابراین حجم گاز تولیدشده (که طراح به اشتباه نوشته جمع‌آوری‌شده) در آزمایش‌های (۲) و (۴) که مقدار واکنش‌دهندهٔ یکسانی دارند، با هم برابر است. *هواستون باشه که* این‌جا، گفته پس از کامل‌شدن واکنش‌ها، یعنی دیگه کاری به سرعت نداریم.

تله سازمان سنجش عبارت چهارم را نادرست در نظر گرفته است اما بهتر بود طراح محترم به جای گاز «جمع‌آوری‌شده»، از عبارت گاز «تولیدشده» استفاده می‌کرد، زیرا می‌دانیم که با کاهش دما، انحلال‌پذیری گازها در آب افزایش می‌یابد، با بیشترشدن انحلال‌پذیری گاز در آب در آزمایش (۲)، حجم گاز جمع‌آوری‌شده در این آزمایش کم‌تر خواهد بود ولی طراح سؤال، این اثر را در نظر نگرفته است. چی بگیم؟!

۷۸- گزینه ۱

گام ۱ ΔH واکنش مورد نظر را حساب می‌کنیم:

برای رسیدن به واکنش مورد نظر، به واکنش اول دست نمی‌زنیم، (به خاطر $C_6H_{12}O_6$)، واکنش دوم را ۲ برابر (به خاطر $2C_2H_5OH$) و واکنش سوم را ۲ برابر و وارونه (به خاطر $2CO_2$) می‌کنیم.

$$\Delta H(\text{کلی}) = \Delta H_1 + 2\Delta H_2 - 2\Delta H_3$$
$$= 1260 + 2(-278) - 2(394) = 1260 - 556 - 788 = -84 \text{ kJ}$$

گام ۲ جرم گلوکز را به ازای آزادشدن ۲۱۰ کیلوژول گرما حساب می‌کنیم:

$$C_6H_{12}O_6 \rightarrow 2C_2H_5OH + 2CO_2 \quad , \quad \Delta H = -84 \text{ kJ}$$

روش ۱ استفاده از کسر تناسب: (باید از کسر تناسب‌های جرم و گرمای واکنش استفاده کنیم.)

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{C_6H_{12}O_6}} = \frac{Q}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{x}{180 \times 1} = \frac{210}{84} \Rightarrow x = \frac{1800}{4} = 450 \text{ g}$$

روش ۲ استفاده از کسر تبدیل:

$$210 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{84 \text{ kJ}} \times \frac{180 \text{ g } C_6H_{12}O_6}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6} = 450 \text{ g } C_6H_{12}O_6$$

تیزبازی در این‌جا با یه سؤال دوقسمتی روبه‌رو هستیم که دو قسمت آن به هم ربط دارند. با توجه به گزینه‌ها، مقدار عددی ΔH واکنش یا ۸۴ یا ۹۲ کیلوژول است. حالا بدون استفاده از قانون هس و *این مرفا*، ببینیم با هر یک از این اعداد به چند گرم گلوکز می‌رسیم:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{Q}{|\Delta H|} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{180 \times 1} = \frac{210}{84} \Rightarrow x = 450 \text{ g} \rightarrow ① \\ \frac{x'}{180 \times 1} = \frac{210}{92} \Rightarrow x' = 410 \text{ g} \rightarrow ④ \text{ و } ③ \text{ رد} \end{cases}$$

۷۹- گزینه ۱

عبارت‌های اول، دوم و پنجم درست‌اند.

معادلهٔ واکنش انجام‌شده به صورت زیر است:

$$Zn(s) + CuSO_4(aq) \rightarrow ZnSO_4(aq) + Cu(s)$$

بررسی عبارت‌ها:

- با انجام واکنش، از شدت رنگ آبی محلول (به دلیل حضور یون‌های Cu^{2+}) کاسته شده و محلول کم‌رنگ‌تر می‌شود.
- در این واکنش، یون‌های Cu^{2+} از محلول آن خارج شده و به صورت فلز Cu آزاد شده است:

$$0/3 \text{ mol } CuSO_4 \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{1 \text{ mol } CuSO_4} \times \frac{64 \text{ g Cu}}{1 \text{ mol Cu}} = 19/2 \text{ g Cu}$$

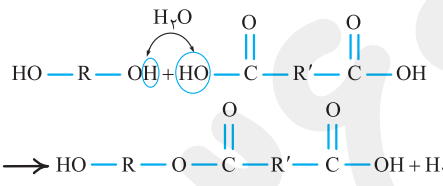
- با توجه به شکل‌ها، واکنش در مدت‌زمان ۲ ساعت انجام شده است.

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \bar{R}(CuSO_4) = \frac{-(-0/3 \text{ mol})}{120 \text{ min}} = 2/5 \times 10^{-3} \text{ mol.min}^{-1}$$

- نیم‌سلول، مجموعه‌ای از یک فلز و محلول حاوی یون‌های همان فلز است در حالی که در این‌جا، یک فلز (روی) در محلول حاوی یون‌های یک فلز دیگر (Cu^{2+}) قرار گرفته است!
- با توجه به برابربودن ضرایب استوکیومتری Zn و $CuSO_4$، سرعت متوسط مصرف Zn و Cu^{2+} برابر است.

۸۰- گزینه ۳

واکنش **یک مولکول** الکل دوعاملی با **یک مولکول** کربوکسیلیک اسید دوعاملی به صورت زیر است:



حالا در سؤال گفته شده که **۱ مول ($6/02 \times 10^{23}$ مولکول)** از الکل دوعاملی و اسید دوعاملی با هم واکنش می‌دهند؛ بنابراین فراوردهٔ آلی تولیدشده، یک پلی‌استر با تعداد زیادی گروه عاملی استری است که هم‌چنان در ابتدا و انتهای زنجیر پلیمری دارای گروه عاملی هیدروکسیل (الکلی) و کربوکسیل (اسیدی) است.

بررسی سایر گزینه‌ها: ① همان‌طور که گفتیم فراوردهٔ آلی تولیدشده، دارای تعداد زیادی گروه عاملی استری است. ② فراوردهٔ آلی تولیدشده، می‌تواند از سمتی که گروه هیدروکسیل دارد، با کربوکسیلیک اسید و از سمتی که گروه کربوکسیل دارد با الکل واکنش دهد (یعنی در ابتدا و انتهای زنجیرهای پلیمری). ④ فراوردهٔ تولیدشده (پلی‌استر) به دلیل جرم مولی بالاتر، انحلال‌پذیری کم‌تری نسبت به الکل و اسید اولیه در حلال‌های قطبی دارد.

۸۱- گزینه ۴

همهٔ عبارت‌های داده‌شده درست‌اند.

- ترکیب داده‌شده، دارای دو گروه اتری (—O—)، یک گروه کتونی (C(=O)) و یک حلقهٔ بنزنی است.

◇ در ساختار ترکیب داده‌شده، ۶ پیوند دوگانه وجود دارد. از طرفی این ترکیب دارای ۳ اتم اکسیژن و در نتیجه ۶ جفت‌الکترون ناپیوندی است. (هر اتم اکسیژن، دو جفت‌الکترون ناپیوندی دارد.)

◇ در ساختار داده‌شده، دو گروه متیل ($-CH_3$) وجود دارد. (دو گروه CH_3 متصل به اتم‌های O در دو گروه اتری ساختار داده‌شده) اگر دو گروه CH_3 (معادل C_2H_6) با دو اتم هیدروژن جایگزین شوند، جرم مولی ترکیب به اندازهٔ C_2H_4 (جرم مولی اتن) کاهش می‌یابد.

$$2CH_3 - H_2 = C_2H_6 - H_2 = C_2H_4$$

نکته برای تعیین شمار اتم‌های هیدروژن یک ترکیب آلی می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد (n شمار اتم‌های کربن است):

(تعداد حلقه‌ها + تعداد پیوندهای دوگانه)$2 - (2n + 2)$ = شمار اتم‌های هیدروژن

تعداد اتم نیتروژن + تعداد اتم هالوژن − (تعداد پیوندهای سه‌گانه)۴ −

◇ ترکیب داده‌شده، ۱۶ اتم کربن، ۳ اتم اکسیژن، ۳ حلقه و ۶ پیوند دوگانه دارد؛ بنابراین:

$C_{16}H_{16}O_3$ = فرمول ترکیب $\Rightarrow$ $16=(6+3)2-[(16\times2)+2]$ = شمار اتم‌های هیدروژن

در ترکیب داده‌شده $(C_{16}H_{16}O_3)$ مانند بنزن (C_6H_6) شمار اتم‌های کربن و هیدروژن برابر است.

مشاوره بهتره چنین سؤال‌های شمارشی که بررسی هر عبارت اون نیاز به دقت و وقت زیادی داره رو، تو دور اول حل نکنی و بذاریشون برای دور دوم!

۸۲- گزینه ۳

نکته ۱ ترکیب‌هایی که فرمول مولکولی یکسان اما ساختار متفاوتی دارند، **ایزومر** یا **هم‌پار** یکدیگر محسوب می‌شوند.

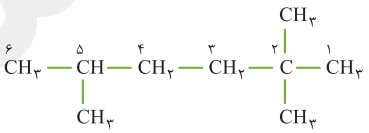
۲ برای محاسبهٔ درصد جرمی یک عنصر در ترکیب، می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$\text{درصد جرمی عنصر در ترکیب} = \frac{\text{جرم عنصر در ترکیب}}{\text{جرم مولی ترکیب}} \times 100$$

$$= \frac{\text{جرم مولی عنصر} \times \text{تعداد اتم‌های عنصر در فرمول ترکیب}}{\text{جرم مولی ترکیب}} \times 100$$

عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست‌اند.

ساختار گستردهٔ ترکیب داده‌شده به صورت مقابل است:



۲، ۲، ۵ ـ تری‌متیل هگزان

بررسی عبارت‌ها: ◇ آلکان داده‌شده و ۳ـ متیل اوکتان، ۹کربنی هستند و فرمول مولکولی یکسانی (C_9H_{20}) دارند؛ بنابراین ایزومر یا هم‌پار یکدیگر به حساب می‌آیند.

$$\text{جرم مولی } C_9H_{20} = (9\times12)+(20\times1) = 128\ g.mol^{-1} \Rightarrow \frac{128}{32} = 4$$

$$\text{جرم مولی } CH_3OH = 12+(4\times1)+16 = 32\ g.mol^{-1}$$

◇ $\text{درصد جرمی کربن در } C_9H_{20} = \frac{\text{جرم مولی کربن} \times \text{شمار اتم‌های کربن}}{\text{جرم مولی ترکیب}} \times 100$

$$= \frac{9\times12}{128}\times100 = 84/375$$

◇ دیدیم که نام آلکان داده‌شده، ۲، ۲، ۵ ـ تری‌متیل هگزان و مجموع اعداد در نام آن برابر با $9 = 5+2+2$ است.

۸۳- گزینه ۴

درس‌نامه اسید و باز آرنیوس:

	اسید آرنیوس	باز آرنیوس
تعریف	با حل‌شدن در آب، سبب افزایش غلظت یون هیدرونیوم (H_3O^+) می‌شود.	با حل‌شدن در آب، سبب افزایش غلظت یون هیدروکسید (OH^-) می‌شود.
مثال	HCl، HF، HCN، HNO_3، H_2SO_4، H_3PO_4، کربوکسیلیک اسیدها (مانند HCOOH و CH_3COOH) و اغلب اکسیدهای نافلزی (مانند SO_3، N_2O_5 و CO_2)	NaOH، KOH، $Ba(OH)_2$، آمونیاک (NH_3)، آمین‌ها (مانند متیل آمین) و اغلب اکسیدهای فلزی (مانند Li_2O، Na_2O، BaO و CaO)

اکسیدهای نافلزی CO_2 و SO_3، اسید آرنیوس هستند. CO_2 در آب، اسید ضعیف H_2CO_3 و SO_3 در آب، اسید قوی H_2SO_4 را تولید می‌کند.

۸۴- گزینه ۲

درس‌نامه مفهوم دما، ظرفیت گرمایی ویژه و ظرفیت گرمایی:

کمیت	توضیحات
دما	◇ تعیین‌کنندهٔ میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازندهٔ ماده است. ◇ به تعداد ذره‌های سازندهٔ ماده بستگی ندارد. ◇ صورتی از انرژی نیست. ◇ برای توصیف یک نمونه ماده به کار می‌رود.

کمیت	تعریف	وابستگی به جرم ماده	رابطه برای محاسبهٔ آن
ظرفیت گرمایی ویژه یا گرمای ویژه (c)	مقدار گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای ۱ گرم ماده به اندازهٔ ۱ °C یا ۱ K	ندارد	$c = \frac{Q}{m\Delta\theta}$
ظرفیت گرمایی (C)	مقدار گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای ماده به اندازهٔ ۱ °C یا ۱ K	دارد	$C = \frac{Q}{\Delta\theta}$ یا $C = mc$ (گرمای ویژه ↑، جرم ↓)

عبارت‌های اول تا سوم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

◇ گرمای ویژهٔ یک ماده، به مقدار ماده (جرم آن) بستگی ندارد.

◇ با توجه به یکسان‌بودن دمای دو ظرف، میانگین انرژی جنبشی مولکول‌های آب در دو ظرف یکسان است.

◇ ظرفیت گرمایی یک ماده از حاصل‌ضرب جرم در گرمای ویژه آن به دست می‌آید. با توجه به بیشتربودن جرم آب در ظرف ۲، ظرفیت گرمایی آب در این ظرف بیشتر است.

◇ به دلیل بیشتربودن ظرفیت گرمایی آب در ظرف ۲، دمای آب در این ظرف کم‌تر تغییر می‌کند و دمای پایانی آن پایین‌تر است.

۸۵- گزینه ۳

بررسی گزینه‌ها: ①

نکته برای اسیدهای ضعیف، بین ثابت یونش و درجهٔ یونش رابطهٔ $K_a = M\alpha^2$ برقرار است. با توجه به این‌که در دمای ثابت، K_a عدد ثابتی است، می‌توان نوشت:

درجهٔ یونش با غلظت محلول، رابطهٔ وارونه دارد. $M_1\alpha_1^2 = M_2\alpha_2^2 \Rightarrow \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \sqrt{\frac{M_1}{M_2}} \Rightarrow$

هر چه غلظت محلول یک اسید ضعیف بیشتر باشد، درجهٔ یونش اسید در محلول کم‌تر است.

② $[OH^-]$ در محلول یک اسید ضعیف (به طور کلی اسیدها) کوچک‌تر از 10^{-7} مولار است و $[H_3O^+]$ نیز در محلول یک باز ضعیف (به طور کلی بازها) کوچک‌تر از 10^{-7} مولار است.

③ درصد یونش برای باز قوی YOH برابر با ۱۰۰ است؛ بنابراین درصد یونش اسید HX برابر با ۵۰ $(\alpha = 0/5)$ است:

$$[H^+] = M\alpha = 1\times0/5 = 0/5$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log 0/5 = -\log\frac{1}{2} = \log 2 = 0/3$$

④ هیدروبرمیک اسید (HBr) یک اسید قوی است. اگر اسید مورد نظر قوی‌تر از HBr بود، pH محلول ۳ مولار آن منفی می‌شد $(-\log 3 = -0/5)$، حالا که pH آن در گسترهٔ صفر تا ۷ قرار گرفته، نتیجه می‌گیریم که غلظت یون هیدرونیوم $([H^+])$ آن کم‌تر از ۳ مولار بوده و در نتیجه یک اسید ضعیف بوده است.

۸۶- گزینه ۴

درس‌نامه اسیدهای قوی و ضعیف:

اسیدهای قوی در آب به طور کامل یونیده می‌شوند و در محلول آن‌ها (به‌جز مولکول‌های آب)، فقط یون‌های آبپوشیده وجود دارد و خبری از مولکول‌های اسید یونیده‌نشده نیست!

$$HA \xrightarrow{\text{به طور کامل}} H^+ + A^-$$

اسیدهای قوی ⟸ $H_2SO_4, HNO_3, HI, HBr, HCl$

اسیدهای ضعیف در آب یونیده می‌شوند و در محلول آن‌ها، علاوه بر اندک یون‌های آبپوشیده، شمار بسیار زیادی مولکول‌های اسید یونیده‌نشده نیز وجود دارد؛ به عبارتی واکنش یونش آن‌ها واکنشی تعادلی می‌باشد.

$$HX \rightleftharpoons H^+ + X^-$$

اسیدهای ضعیف ⟸ $H_2CO_3, HCN, HNO_2, HF, CH_3COOH, HCOOH$

◇ در دمای ثابت، هر چه ثابت یونش یک اسید بیشتر باشد، آن اسید قوی‌تر است و بیشتر یونیده می‌شود:

مقایسهٔ قدرت اسیدی: $HF > HNO_2 > HCOOH > CH_3COOH > H_2CO_3 > HCN$

همهٔ عبارت‌های داده‌شده، درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: ◇ غلظت مولی همهٔ محلول‌ها یکسان است و در هر ظرف، تعداد ذره‌های اولیهٔ اسید برابر با ۱۰ بوده است. با توجه به تعداد H_3O^+ در محلول‌ها، *واضح و مبرهن است!* که تعداد ذره‌های HX، HY و HZ یونیده‌شده به ترتیب ۱، ۸ و ۲ است[1] و این نشان می‌دهد HX ضعیف‌ترین اسید و HY قوی‌ترین اسید است.

◇ هیچ‌کدام از اسیدها به طور کامل در آب یونیده نشده‌اند (در هر سه محلول مولکول‌های یونیده‌نشدهٔ اسید وجود دارد) و همگی جزء اسیدهای ضعیف هستند و سامانهٔ آن‌ها در آب، تعادلی به شمار می‌آید.

◇ *درسته که* مقدار دقیق ثابت یونش اسیدها رو نداریم و درجهٔ یونش هم به غلظت بستگی دارد، اما اتانوئیک اسید، یک اسید بسیار ضعیف است و نمی‌تواند درجهٔ یونشی در حد اسید HY ($\alpha = 0/8$) داشته باشد؛ یعنی اتانوئیک اسید قطعاً از HY، اسید ضعیف‌تری است.

◇ مقایسهٔ ثابت یونش: $HY > HZ > HX$

◇ با توجه به این‌که HF اسید قوی‌تری نسبت به HCN است، *این عبارت درسته!*

۸۷- گزینه ۱

درس‌نامه روابط مربوط به محاسبات pH:

۱) در دمای اتاق: $[H^+][OH^-] = 10^{-14}$ ۲) $[H^+] = M\alpha$

۳) $pH = -\log[H^+]$

گام با توجه به رابطه‌های $[H^+] = M\alpha$ و $[H^+] = 10^{-pH}$، نسبت غلظت مولار (M) محلول HA به HD را حساب می‌کنیم:

$$M(HA) = \frac{[H^+]}{\alpha} = \frac{10^{-pH}}{\alpha} = \frac{10^{-2}}{0/1} = 0/1 \, mol.L^{-1}$$

$$M(HD) = \frac{[H^+]}{\alpha} = \frac{10^{-pH}}{\alpha} = \frac{10^{-3}}{0/2} = 5\times10^{-3} \, mol.L^{-1}$$

$$\Rightarrow \frac{M(HA)}{M(HD)} = \frac{0/1}{5\times10^{-3}} = 20$$

تیزبازی بدون محاسبه هم می‌تونستیم بگیم که اسید HA با درجهٔ یونش کم‌تر از HD، pH کم‌تر داشته و $[H^+]$ آن بیشتر است؛ بنابراین باید غلظت اولیهٔ اسید HA بیشتر از اسید HD باشد و گزینه‌های (۲) و (۴) حذف می‌شن!

$$[H^+] = M.\alpha \downarrow \Rightarrow \uparrow \Rightarrow M_{HA} > M_{HD}$$ اسید HA در مقایسه با اسید HD

گام نسبت $[OH^-]$ در محلول HA به HD را به دست می‌آوریم.

در محلول‌های HA و HD، غلظت یون هیدرونیوم به ترتیب 10^{-2} و 10^{-3} مولار است:

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14}$$

$$\begin{cases} [OH^-](HA) = \frac{10^{-14}}{10^{-2}} = 10^{-12} \\ [OH^-](HD) = \frac{10^{-14}}{10^{-3}} = 10^{-11} \end{cases} \Rightarrow \frac{10^{-12}}{10^{-11}} = 0/1$$

تیزبازی با توجه به این‌که در دمای ثابت، حاصل $[H^+][OH^-]$ در همهٔ محلول‌ها برابر است، خواهیم داشت:

$$\overbrace{[H^+][OH^-]}^{HA} = \overbrace{[H^+][OH^-]}^{HD} \Rightarrow \frac{[OH^-](HA)}{[OH^-](HD)} = \frac{[H^+](HD)}{[H^+](HA)} = \frac{10^{-3}}{10^{-2}} = 0/1$$

۸۸- گزینه ۳

نکته ۱ ولتاژ یا emf هر سلول گالوانی از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$emf = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = E^\circ(\text{بیشتر}) - E^\circ(\text{کم‌تر})$$

۲ در صورتی یک واکنش به طور طبیعی انجام‌پذیر است که طی آن، گونهٔ سمت راست یک نیم‌واکنش با E° کم‌تر با گونهٔ سمت چپ یک نیم‌واکنش با E° بیشتر، واکنش دهد. emf این‌گونه واکنش‌ها، عددی مثبت است.

واکنش‌های a، c و d انجام‌پذیرند، زیرا یک فلز کاهنده‌تر (با E° کم‌تر) با یون فلزی که قدرت کاهندگی کم‌تری دارد (با E° بیشتر)، واکنش داده است، حالا باید ببینیم emf کدام سلول برابر یا بیشتر از ۱/۵ است:

$$emf = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = E^\circ(\text{بزرگ‌تر}) - E^\circ(\text{کوچک‌تر})$$

$$emf(a) = 0/28 - (-0/76) = 0/48 \, V$$

$$emf(c) = 0/8 - (-0/76) = 1/56 \, V \checkmark$$

$$emf(d) = 0/34 - (-0/28) = 0/62 \, V$$

۸۹- گزینه ۳

شفاف‌سازی «چند نوع اتم کربن بر پایهٔ تفاوت عدد اکسایش وجود دارد»، یعنی این‌که اتم‌های کربن در ترکیب داده‌شده، دارای چند نوع عدد اکسایش مختلف هستند.

نکته برای تعیین عدد اکسایش یک اتم، می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

تعداد الکترون‌های نسبت داده‌شده به اتم − تعداد الکترون‌های ظرفیتی اتم = عدد اکسایش اتم

برای تعیین شمار الکترون‌های نسبت داده شده به هر اتم، پس از رسم ساختار لوویس گونهٔ مورد نظر به صورت زیر عمل می‌کنیم:

۱) به ازای هر جفت‌الکترون پیوندی میان دو اتم یکسان، یک الکترون به هر اتم نسبت می‌دهیم.

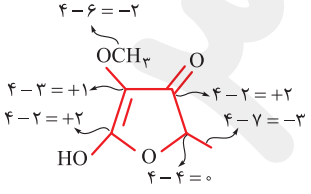
۲) به ازای هر جفت‌الکترون پیوندی میان دو اتم متفاوت، هر دو الکترون را به اتم با خصلت نافلزی بیشتر، نسبت می‌دهیم.

۳) همهٔ الکترون‌های ناپیوندی روی هر اتم را به همان اتم نسبت می‌دهیم.

◇ در محاسبهٔ عدد اکسایش اتم‌ها، بهتر است مقایسهٔ خصلت نافلزی چند عنصر زیر را بلد باشین.

خصلت نافلزی: $F > O > N > Cl > Br > I > S > C > H$

اتم کربن در گروه ۱۴ قرار دارد و دارای ۴ الکترون ظرفیتی است؛ با توجه به مقایسهٔ خصلت نافلزی کربن، اکسیژن و هیدروژن $(O > C > H)$، در پیوندهای بین کربن و اکسیژن، هیچ الکترونی به کربن نسبت داده نمی‌شود اما در پیوندهای بین کربن و هیدروژن، هر دو الکترون پیوندی به کربن نسبت داده می‌شود.



اتم‌های کربن در ترکیب داده‌شده، دارای ۵ نوع عدد اکسایش متفاوت (۳−، ۲−، ۰، ۱− و ۲+) هستند.

۹۰- گزینه ۴

درس‌نامه تکنیک مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب‌های یونی:

به طور کلی برای مقایسهٔ ΔH فروپاشی شبکهٔ ترکیب‌های یونی می‌توان از روش زیر استفاده کرد:

گام هر چه مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون در یک ترکیب یونی بزرگ‌تر باشد، ΔH فروپاشی شبکهٔ آن بزرگ‌تر است.

گام اگر مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون برای دو ترکیب یونی برابر باشد، شعاع یون‌های سازندهٔ آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم. هر چه شعاع یون‌ها کوچک‌تر باشد، ΔH فروپاشی بزرگ‌تر است.

۱- در ظرف HY هم، تعداد ذره‌های Y^- با H_3O^+ باید برابر باشد که در شکل کنکور، رعایت نشده است.

بررسی گزینه‌ها: ① آنتالپی فروپاشی NaBr از NaCl باید کم‌تر باشد، زیرا شعاع Br^- از Cl^- بزرگ‌تر است. ② آنتالپی فروپاشی Na_2O باید از سه ترکیب دیگر بیشتر باشد، زیرا مجموع بار یک کاتیون و یک آنیون در آن، از بقیهٔ ترکیب‌ها بیشتر است. ③ آنتالپی فروپاشی CsCl باید از آنتالپی فروپاشی KF کم‌تر باشد، زیرا شعاع یون‌های سازندهٔ آن بزرگ‌تر است.

④ همه‌پی درسته! آنتالپی فروپاشی: $LiF > LiCl > NaBr > KI$

مشاوره آنتالپی فروپاشی برخی از ترکیب‌های یونی را می‌توان با تکنیک‌های میانبر مقایسه کرد. مثلاً مجموع بار کاتیون و آنیون در NaI و KF برابر است؛ پس باید بریم سراغ مقایسهٔ شعاع یون‌ها! شعاع کاتیون NaI از KF کوچک‌تر اما شعاع آنیون آن بزرگ‌تر است و نمی‌توان به طور دقیق مقایسه انجام داد. اما همان‌طور که دیدین، برای پاسخ به این سؤال، اصلاً نیازی نبود خودمون رو درگیر این موضوع کنیم و کافی بود در هر گزینه یه مثال نقض پیدا کنیم. خلاصه که تکنیک «رد گزینه» رو جدی بگیرید!

۹۱- گزینه ۲

یون‌های $_{11}Na^+$ و $_8O^{2-}$، هم‌الکترون هستند. در بین یون‌های هم‌الکترون، شعاع کاتیون از آنیون کوچک‌تر است؛ پس تا این‌جا ③ و ④ پَر!

حالا بین ① و ② که هر دو کم‌تر از ۱۳۵ هستند، کدوم رو انتقاب کنیم؟!

واقعیت این‌که شعاع یک کاتیون نمی‌تواند خیلی‌خیلی کم‌تر از شعاع آنیون هم‌الکترون آن باشد به همین دلیل، ② را انتخاب می‌کنیم اما یه جور دیگه هم می‌شه ① را رد کرد. می‌دانیم که چگالی بار O^{2-} از چگالی بار Na^+ بیشتر است (در مقایسهٔ چگالی بار یون‌ها، اولویت با بار یون است). حالا اگر نسبت بار به شعاع، برای یون اکسید را بزرگ‌تر از این نسبت برای یون سدیم قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$\frac{2}{135} > \frac{1}{\text{شعاع } Na^+} \Rightarrow 2\times \text{شعاع } Na^+ > 135 \Rightarrow \text{شعاع } Na^+ > 67/5\,pm$$

۹۲- گزینه ۱

نکته ① در نمودار انرژی ـ پیشرفت واکنش، تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و قله، معادل با انرژی فعال‌سازی واکنش (در جهت رفت) و تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها، معادل با آنتالپی واکنش (ΔH) است.



نمودار یک واکنش گرماده — نمودار یک واکنش گرماگیر

② برای محاسبهٔ ΔH واکنش‌های گازی به کمک آنتالپی‌های پیوند، می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$\Delta H(\text{واکنش}) = \begin{bmatrix}\text{مجموع آنتالپی پیوندها}\\ \text{در مواد واکنش‌دهنده}\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\text{مجموع آنتالپی پیوندها}\\ \text{در مواد فراورده}\end{bmatrix}$$

با توجه به نمودار، آنتالپی واکنش $A_2(g)+B_2(g) \rightarrow 2AB(g)$ برابر با $380-562=182$ کیلوژول است.

$$\Delta H = \begin{bmatrix}\text{مجموع آنتالپی پیوندها}\\ \text{در مواد واکنش‌دهنده}\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\text{مجموع آنتالپی پیوندها}\\ \text{در مواد فراورده}\end{bmatrix}$$

$$182 = [940+492] - [2\Delta H(A-B)] \Rightarrow \Delta H(A-B) = 625\ kJ.mol^{-1}$$

۹۳- گزینه ۱

گام غلظت مولی اولیهٔ NO_2 و Cl_2 را حساب می‌کنیم:

$$[NO_2] = \frac{18/4\ g}{46\ g.mol^{-1} \times 4\ L} = 0/1\ mol.L^{-1}$$

$$[Cl_2] = \frac{21/3\ g}{71\ g.mol^{-1} \times 4\ L} = 0/075\ mol.L^{-1}$$

گام جدول تغییرات غلظت مواد را کشیده و با توجه به اطلاعات داده‌شده، غلظت‌های تعادلی مواد را حساب می‌کنیم:

	$2NO_2Cl$	$\rightleftharpoons$	$Cl_2(g)$	+	$2NO_2(g)$
غلظت اولیه	۰		۰/۰۷۵		۰/۱
غلظت تعادلی	$2x$		$0/075-x$		$0/1-2x$

با توجه به فرض سؤال، ۵۰ درصد NO_2 تا رسیدن به تعادل مصرف شده است.

$$2x = \frac{50}{100}\times 0/1 \Rightarrow x = 0/025 \qquad \text{غلظت تعادلی } NO_2 = 0/1-2x = 0/05$$

$$\text{غلظت تعادلی } NO_2Cl = 2x = 0/05 \qquad \text{غلظت تعادلی } Cl_2 = 0/075-x = 0/05$$

گام مقادیر غلظت‌های تعادلی را در رابطهٔ ثابت تعادل قرار می‌دهیم:

$$K = \frac{[NO_2Cl]^2}{[NO_2]^2[Cl_2]} = \frac{(0/05^2)}{(0/05^2)\times 0/05} = 20$$

گام با توجه به برابربودن غلظت تعادلی همهٔ مواد، نسبت مول تعادلی NO_2 به Cl_2 تعادلی برابر با ۱ است.

۹۴- گزینه ۲

درس‌نامه **اضافه‌کردن یک گاز بی‌اثر (خنثی!) به تعادل گازی:**

منظور از گاز بی‌اثر (خنثی)، گازی است که با مولکول‌های گازی در مخلوط تعادلی، وارد واکنش نشود (مانند گازهای نجیب). به طور کلی با اضافه‌کردن یک گاز بی‌اثر به سامانهٔ تعادلی دو حالت ممکن است پیش آید:

① اضافه‌کردن یک گاز بی‌اثر در حجم ثابت:

به طور کلی با افزودن یک گاز بی‌اثر در یک ظرف سربسته (در حجم ثابت)، فشار کلی داخل ظرف زیاد می‌شود، اما از آن‌جا که غلظت‌های هیچ‌یک از مواد شرکت‌کننده در تعادل تغییر نمی‌کند (حجم ثابت است)، بنابراین تعادل به‌هیچ‌وجه جابه‌جا نمی‌شود.

مثال: در تعادل $2SO_2(g)+O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$ با افزایش گاز هلیم به ظرف واکنش، غلظت هیچ‌یک از گازهای SO_3، O_2 و SO_2 تغییری نمی‌کند، بنابراین تعادل جابه‌جا نمی‌شود (البته توجه داشته باشید که فشار داخل ظرف زیاد می‌شود).

② اضافه‌کردن گاز بی‌اثر در فشار ثابت:

وقتی یک گاز بی‌اثر به مخلوط تعادلی اضافه می‌شود برای این‌که فشار ثابت بماند، باید حجم سامانه افزایش یابد. در واقع واکنش در زیر یک پیستون روان در حال انجام است که با اضافه‌کردن گاز بی‌اثر، پیستون آن‌قدر به سمت بالا جابه‌جا می‌شود (حجم افزایش می‌یابد) تا فشار زیر پیستون با حالت اولیه برابر شود. با افزایش حجم ظرف، غلظت همهٔ مواد گازی شرکت‌کننده در تعادل کاهش می‌یابد، بنابراین تعادل در جهت تعداد مول‌های گازی بیشتر حرکت می‌کند.

مثال: اگر به تعادل $2SO_2(g)+O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$ که در زیر یک پیستون روان (فشار ثابت) برقرار است، در دمای ثابت مقداری گاز هلیم اضافه کنیم، پیستون به سمت بالا جابه‌جا شده، حجم ظرف افزایش می‌یابد. بنابراین غلظت هر سه گاز SO_3، O_2 و SO_2 کاهش یافته و تعادل به منظور جبران آن در جهت برگشت (یعنی تعداد مول‌های گازی بیشتر) جابه‌جا می‌شود در نتیجه مقدار O_2 و SO_2 افزایش و مقدار SO_3 کاهش می‌یابد.

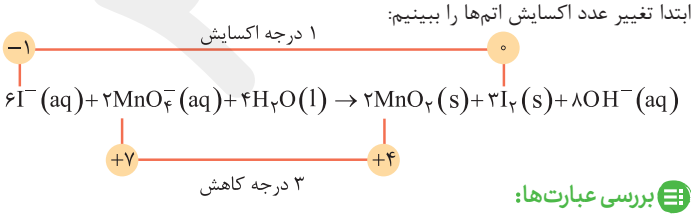
با افزایش دما، درصد فراورده‌ها در مخلوط واکنش افزایش یافته است؛ یعنی واکنش در جهت رفت جابه‌جا شده است؛ بنابراین واکنش گرماگیر است. تا این‌جا ① و ④ پَر!

طراح فرض کرده که با افزودن گاز بی‌اثر به ظرف، فشار زیاد شده و واکنش در جهت رفت جابه‌جا شده است؛ بنابراین می‌توان گفت که با کاهش حجم (افزایش فشار)، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود. (هرچند طبق درس‌نامهٔ بالا، این فرض اشتباه است.)

۹۵- گزینه ۴

عبارت‌های اول تا سوم درست‌اند.

ابتدا تغییر عدد اکسایش اتم‌ها را ببینیم:



بررسی عبارت‌ها:

- I^- که اکسایش یافته، کاهنده و MnO_4^- که کاهش یافته، اکسنده است.
- عدد اکسایش منگنز از ۷+ به ۴+ رسیده است.
- ضریب MnO_4^- در واکنش برابر با ۲ است و عدد اکسایش منگنز در این ترکیب، ۳ درجه تغییر کرده است؛ بنابراین می‌توان گفت که به ازای ۲ مول MnO_4^-، $2\times 3 = 6$ مول الکترون مبادله می‌شود.
- همان‌طور که می‌بینید ضریب I^-، دو برابر I_2 است، یعنی به ازای هر مول I^-، ۰/۵ مول I_2 تولید می‌شود.

۱۴۰۰ سراسری خارج

ریاضی

۱- گزینه ۲

استراتژی به خاطر وجود فرجهٔ چهارم در $a=\sqrt[۴]{۷-۴\sqrt{۳}}$، باید تا می‌توانیم $a^۴$ درست کنیم؛ این کار را به کمک اتحاد مزدوج و مربع دوجمله‌ای در عبارت $(a+\frac{۱}{a}-\sqrt{۲})^۲(a+\frac{۱}{a}+\sqrt{۲})^۲$ انجام می‌دهیم. در آخر نوبت جای‌گذاری است.

گام اول به کمک اتحاد مزدوج و سپس به کمک اتحاد مربع در عبارت $(a+\frac{۱}{a}-\sqrt{۲})^۲(a+\frac{۱}{a}+\sqrt{۲})^۲$، تا می‌توانیم $a^۴$ درست می‌کنیم:

$$(a+\frac{۱}{a}+\sqrt{۲})^۲(a+\frac{۱}{a}-\sqrt{۲})^۲=[\underbrace{(a+\frac{۱}{a})^۲}_{\text{اتحاد مربع}}-(\sqrt{۲})^۲]^۲$$

$$=[(a^۲+\frac{۱}{a^۲}+۲)-۲]^۲=\underbrace{(a^۲+\frac{۱}{a^۲})^۲}_{\text{اتحاد مربع}}=a^۴+\frac{۱}{a^۴}+۲ \quad (*)$$

گام حالا $a^۴$ و $\frac{۱}{a^۴}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$a=\sqrt[۴]{۷-۴\sqrt{۳}} \Rightarrow \begin{cases} a^۴=۷-۴\sqrt{۳} \\ \frac{۱}{a^۴}=\frac{۱}{۷-۴\sqrt{۳}}\times\frac{۷+۴\sqrt{۳}}{۷+۴\sqrt{۳}} \\ =\frac{۷+۴\sqrt{۳}}{۴۸}=۷+۴\sqrt{۳} \end{cases}$$

دو مقدار بالا را در تساوی (*)، جای‌گذاری می‌کنیم:

$$a^۴+\frac{۱}{a^۴}+۲=(۷-۴\sqrt{۳})+(۷+۴\sqrt{۳})+۲=۱۶$$

۲- گزینه ۳

گام فرض می‌کنیم در حالت اول، علی x تومان و اکرم y تومان پول داشته باشند. چون مجموع پول این دو نفر ۱۰۰ تومان است، پس می‌توانیم بنویسیم: $x+y=۱۰۰ \Rightarrow x=۱۰۰-y$

گام وقتی علی ۱۰ تومان از پولش را به اکرم می‌دهد، پول علی و اکرم به ترتیب برابر $x-۱۰$ و $y+۱۰$ می‌شود. سؤال می‌گوید در این حالت حاصل‌ضرب پول این دو نفر برابر ۴۷۵ تومان است؛ یعنی: $(x-۱۰)(y+۱۰)=۴۷۵$

گام با جای‌گذاری $x=۱۰۰-y$ در معادله، پول اولیهٔ اکرم، یعنی y را حساب می‌کنیم:

$$(x-۱۰)(y+۱۰)=۴۷۵ \xrightarrow{x=۱۰۰-y} ((۱۰۰-y)-۱۰)(y+۱۰)=۴۷۵$$

$$\Rightarrow (۹۰-y)(y+۱۰)=۴۷۵$$

بهترین کار برای پیداکردن y در معادلهٔ $(۹۰-y)(y+۱۰)=۴۷۵$، استفاده از گزینه‌ها است. در بین گزینه‌ها فقط $y=۸۵$ در ۳ در این معادله صدق می‌کند؛ ببینید:

$$(۹۰-۸۵)(۸۵+۱۰)=۴۷۵ \Rightarrow \underbrace{۵\times۹۵}_{۴۷۵}=۴۷۵ \checkmark$$

پس پول اولیهٔ اکرم ۸۵ تومان است.

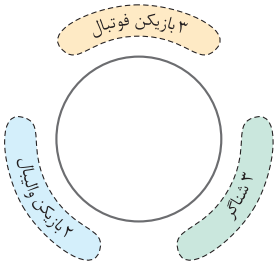
مشاوره در پیداکردن جواب‌های معادله‌ها (مخصوصاً وقتی عددهای بزرگی دارند)، همیشه نیم‌نگاهی به گزینه‌ها داشته باشید.

۳- گزینه ۲

استراتژی هر کدام از هم‌تیمی‌ها را یک دسته در نظر می‌گیریم؛ چون سه‌تا تیم داریم، سه‌تا دسته درست می‌شود. حالا تعداد حالت‌های قرارگرفتن سه شیء دور یک میز دایره‌ای را در جایگشت تک‌تک دسته‌ها ضرب می‌کنیم.

نکته n شیء را به $(n-۱)!$ طریق می‌توانیم در یک میز دایره‌ای بچینیم.

گام چون می‌خواهیم افراد هم‌تیمی کنار هم باشند، هر کدام از هم‌تیمی‌ها را یک دسته در نظر می‌گیریم. حالا مطابق شکل مقابل سه دسته را به $(۳-۱)!=۲$ طریق دور دایره می‌چینیم.



گام حالا جایگشت‌های داخل هر دسته را می‌نویسیم:

$$\underset{\text{والیبالیست}}{۲!}\times\underset{\text{فوتبالیست}}{۳!}\times\underset{\text{شناگر}}{۳!}=۲\times۶\times۶=۷۲$$

گام پس تعداد کل حالات برابر با $۲\times۷۲=۱۴۴$ است.

۴- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ عددی بر ۳ بخش‌پذیر است که مجموع ارقامش بر ۳ بخش‌پذیر باشد. مثلاً ۲۴۳۶ بر ۳ بخش‌پذیر است، چون مجموع ارقامش $(۱۵=۶+۳+۴+۲)$ بر ۳ بخش‌پذیر است.

۲ باقی‌ماندهٔ تقسیم هر عدد بر ۳ می‌تواند یکی از اعداد صفر یا ۱ یا ۲ باشد. اگر باقی‌مانده صفر باشد، عدد را به صورت $۳k$، اگر ۱ باشد به صورت «$۳k+۱$» و اگر ۲ باشد به صورت «$۳k+۲$» نمایش می‌دهیم.

گام فضای نمونه‌ای این سؤال شامل همهٔ عددهای با ارقام متمایزی است که با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ ساخته می‌شود. این عددها یا ۵رقمی یا ۴رقمی یا ۳رقمی یا ۲رقمی یا تک‌رقمی هستند، پس ۵ حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

- اعداد ۵رقمی: تعداد این اعداد برابر است با:

$$\underset{\text{یکان}}{۱}\times\underset{\text{دهگان}}{۲}\times\underset{\text{صدگان}}{۳}\times\underset{\text{هزارگان}}{۴}\times\underset{\text{ده‌هزارگان}}{۵}=۵!=۱۲۰$$

- اعداد ۴رقمی: تعداد این اعداد برابر است با:

$$\underset{\text{یکان}}{۲}\times\underset{\text{دهگان}}{۳}\times\underset{\text{صدگان}}{۴}\times\underset{\text{هزارگان}}{۵}=۱۲۰$$

- اعداد ۳رقمی: تعداد این اعداد برابر است با:

$$\underset{\text{یکان}}{۳}\times\underset{\text{دهگان}}{۴}\times\underset{\text{صدگان}}{۵}=۶۰$$

- اعداد ۲رقمی: تعداد این اعداد برابر است با:

$$\underset{\text{یکان}}{۴}\times\underset{\text{دهگان}}{۵}=۲۰$$

- اعداد ۱رقمی: واضح است که تعداد این اعداد ۵تاست.

پس تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر می‌شود با:

$$n(S)=۱۲۰+۱۲۰+۶۰+۲۰+۵=۳۲۵$$

گام طبق مورد (۲) درس‌نامه مشخص می‌کنیم عددهای ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ هر کدام براساس باقی‌مانده بر ۳ به چه فرمی نوشته می‌شوند:

عدد	۱	۲	۳	۴	۵
باقی‌مانده بر ۳	۱	۲	۰	۱	۲
فرم نمایش	$3k+1$	$3k+2$	$3k$	$3k+1$	$3k+2$

با توجه به جدول بالا، دوتا عدد به فرم $3k+1$، دوتا عدد به فرم $3k+2$ و یک عدد به فرم $3k$ داریم. حالا تعداد کل اعداد بخش‌پذیر بر ۳ را در پنج حالت زیر پیدا می‌کنیم:

◇ تعداد اعداد تک‌رقمی بخش‌پذیر بر ۳: واضح است که در این حالت فقط ۱ عدد ۳ وجود دارد.

◇ تعداد اعداد دورقمی بخش‌پذیر بر ۳: برای این‌که مجموع ارقام یک عدد دورقمی بر ۳ بخش‌پذیر باشد، به یک عدد به فرم $3k+1$ و یک عدد به فرم $3k+2$ نیاز داریم (چون این‌جوری مجموع ارقام می‌شه $3(2k+1)=(3k+2)+(3k+1)$ که بر ۳ بخش‌پذیره). از آن‌جایی که ۲تا عدد به فرم $3k+1$ و دوتا عدد به فرم $3k+2$ داریم، پس طبق اصل ضرب تعداد اعداد دورقمی بخش‌پذیر بر ۳ برابر است با: $\underbrace{3k+1}_{\text{۲ حالت}},\underbrace{3k+2}_{\text{۲ حالت}}:\underbrace{2\times2\times2!}_{\text{جایگشت ۲ رقم}}=8$

◇ اعداد سه‌رقمی: در این حالت فرم اعداد باید به صورت زیر باشند $3(k+1)=(3k+2)+(3k+1)+(3k)=3k'$، پس طبق اصل ضرب تعداد اعداد در این حالت برابر می‌شود با: $\underbrace{3k}_{\text{۱ حالت}},\underbrace{3k+1}_{\text{۲ حالت}},\underbrace{3k+2}_{\text{۲ حالت}}:\underbrace{(1\times2\times2)\times3!}_{\text{جایگشت ۳ رقم}}=24$

◇ تعداد اعداد ۴رقمی بخش‌پذیر بر ۳: در این حالت فرم اعداد باید به صورت زیر باشد:

$3k+1$ $3k+1$ $3k+2$ $3k+2$

در واقع فقط کافی است عددی که به فرم $3k$ می‌باشد (یعنی ۳) در آن نباشد. پس با ۴ رقم ۱، ۲، ۴ و ۵ باید عدد چهاررقمی بسازیم که $4!=24$ حالت می‌شود.

◇ تعداد اعداد ۵رقمی بخش‌پذیر بر ۳: چون در اعداد ۵رقمی مجبوریم از هر ۵ رقم ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ استفاده می‌کنیم، مجموع ارقام همیشه $1+2+3+4+5=15$ است که خودبه‌خود بر ۳ بخش‌پذیر است؛ این یعنی همهٔ $5!=120$ عدد ۵رقمی‌ای که می‌توانیم بسازیم بر ۳ بخش‌پذیرند. پس تعداد کل عددهای بخش‌پذیر بر ۳ برابر $n(A)=1+8+24+24+120=177$ تا است.

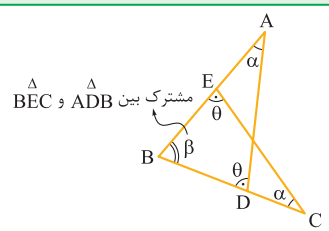
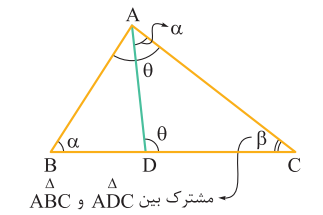
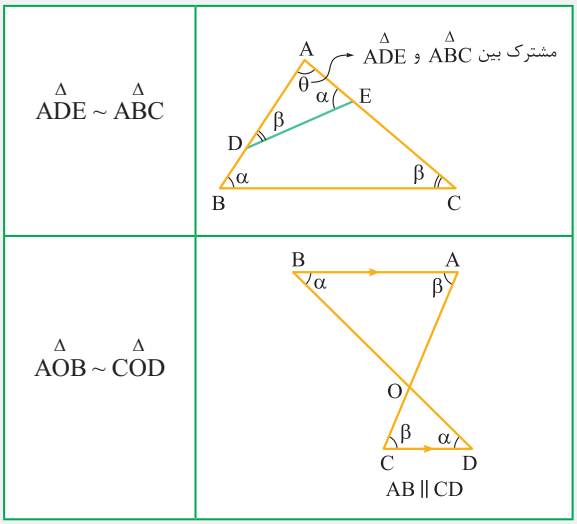
بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{177}{325}$$

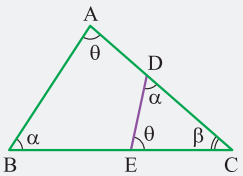
۵- گزینه ۳

استراتژی اول به کمک تشابه مثلث‌های EOF و OCD، مقدار y و طول OC را به دست می‌آوریم. بعد با استفاده از قضیهٔ تالس در مثلث AOB، مقدار x و طول AC را حساب می‌کنیم.

درس‌نامه ۱ تشابه با دو زاویهٔ برابر، مهم‌ترین حالت تشابه دو مثلث است. برای این حالت شکل‌های مهم و پرکاربردی وجود دارند که به کمک آن‌ها می‌توانید سریعاً، مثلث‌های متشابه را تشخیص بدهید. این شکل‌ها را می‌توانید در جدول زیر ببینید:

شکل‌ها	مثلث‌های متشابه
	$\triangle ABD \sim \triangle CEB$
	$\triangle ABC \sim \triangle ADC$
	$\triangle ADE \sim \triangle ABC$
	$\triangle AOB \sim \triangle COD$

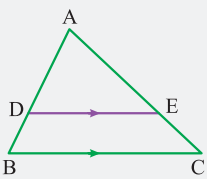
۲ برای نوشتن نسبت تشابه دو مثلث، ضلع‌های رو به زاویهٔ برابر را در یک نسبت زیر هم می‌نویسیم، به طوری که در صورت نسبت‌ها، اضلاع یک مثلث و در مخرج آن‌ها اضلاع مثلث دیگر قرار داشته باشند. مثلاً نسبت تشابه مثلث‌های ABC و DEC در شکل مقابل برابر می‌شود با:



$$\frac{AC}{EC}=\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{DC}$$

رو به α — رو به β — رو به θ

۳ طبق قضیهٔ تالس اگر مطابق شکل مقابل، خطی موازی یک ضلع مثلث رسم بشود، روی دو ضلع دیگر قطعه‌هایی با طول‌های متناسب می‌سازد. این تناسب را به دو روش می‌توانیم بنویسیم:



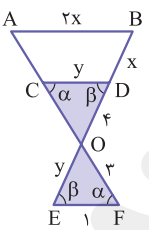
الف) جزءبه‌جزء:

$$\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$$

ب) جزءبه‌کل:

$$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$$

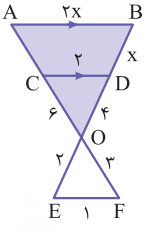
گام چون $CD \parallel EF$ است، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم مثلث‌های COD و EOF با دو زاویهٔ برابر α و β متشابه‌اند، بنابراین طبق مورد (۲) درس‌نامه نسبت‌های تشابهشان می‌شود:



$$\underbrace{\frac{OC}{OF}}_{\text{رو به }\beta}=\underbrace{\frac{OD}{OE}}_{\text{رو به }\alpha}=\underbrace{\frac{CD}{EF}}_{\text{رو به }\hat{O}}\Rightarrow\frac{OC}{3}=\frac{4}{y}=\frac{y}{1}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\frac{4}{y}=\frac{y}{1}\Rightarrow y^2=4\Rightarrow y=2\\ \frac{OC}{3}=\frac{4}{y}\xrightarrow{y=2}\frac{OC}{3}=2\Rightarrow OC=6\end{cases}$$

گام اطلاعات بالا $(OC=6, y=2)$ را روی شکل مقابل می‌نویسیم. حالا با نوشتن یک تالس جزءبه‌کل در مثلث AOB، مقدار x را حساب می‌کنیم:



$$\frac{OD}{OB}=\frac{CD}{AB}\Rightarrow\frac{4}{4+x}=\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}x}$$

$$\Rightarrow 4x=4+x\Rightarrow x=\frac{4}{3}$$

گام حالا که $x=\frac{۴}{۳}$ را داریم، می‌توانیم به کمک یک جزءبه‌جزء ساده در مثلث AOB، خواستهٔ سؤال، یعنی طول AC را حساب کنیم:

$$\frac{OD}{DB}=\frac{OC}{AC} \Rightarrow \frac{۴}{x}=\frac{۶}{AC} \xrightarrow{x=\frac{۴}{۳}} \frac{۴}{\frac{۴}{۳}}=\frac{۶}{AC} \Rightarrow ۴AC=\frac{۳}{۲}\times ۶ \Rightarrow AC=۲$$

۶- گزینه ۲

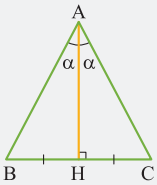
استراتژی اول معادلهٔ میانهٔ AM را می‌نویسیم تا مختصات پارامتری نقطهٔ A مشخص بشود، بعد با توجه به متساوی‌الساقین‌بودن مثلث و فاصلهٔ نقطه از یک خط خواستهٔ مسئله را به دست می‌آوریم.

درس‌نامه ۱ معادلهٔ خطی که از نقطهٔ $(x_۰,y_۰)$ می‌گذرد و شیبش برابر m است، می‌شود: $y-y_۰=m(x-x_۰)$

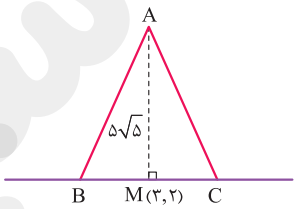
۲ دو خط وقتی بر هم عمودند که شیبشان قرینه و معکوس همدیگر باشد.

۳ فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_۰,y_۰)$ از خط $ax+by+c=۰$ برابر است با: $d=\frac{|ax_۰+by_۰+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$

۴ در هر مثلث متساوی‌الساقین مطابق شکل روبه‌رو، میانهٔ وارد بر قاعده، ارتفاع و نیمساز هم است.



گام اول شکل فرضی زیر را می‌کشیم. به گفتهٔ سؤال مثلث ABC متساوی‌الساقین است، پس طبق مورد (۴) درس‌نامه میانهٔ $AM=۵\sqrt{۵}$، ارتفاع هم هست، پس می‌توانیم بگوییم فاصلهٔ نقطهٔ A از خط $x+۲y-۷=۰$ برابر $۵\sqrt{۵}$ است.



گام برای به دست آوردن مختصات پارامتری نقطهٔ A باید معادلهٔ ارتفاع AM را بنویسیم. اگر معادلهٔ خط $x+۲y=۷$ را به صورت استاندارد $y=\frac{-۱}{۲}x+\frac{۷}{۲}$ بنویسیم، متوجه می‌شویم که شیب این خط برابر با $-\frac{۱}{۲}$ است؛ پس شیب ارتفاع AM که بر خط $y=-\frac{۱}{۲}x+\frac{۷}{۲}$ عمود است، می‌شود ۲. حالا می‌دانیم که ارتفاع AH از نقطهٔ M(۳,۲) گذشته و شیبش ۲ است، پس معادله‌اش به صورت زیر است:

$$y-۲=۲(x-۳) \Rightarrow y=۲x-۴$$

بنابراین مختصات پارامتری نقطهٔ A به صورت $A(\alpha,۲\alpha-۴)$ است.

گام سؤال طول نقطهٔ A یعنی α را می‌خواهد. در گام (۱) فهمیدیم فاصلهٔ $A(\alpha,۲\alpha-۴)$ از خط $x+۲y-۷=۰$ برابر $۵\sqrt{۵}$ است، پس طبق مورد (۳) درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم:

$$۵\sqrt{۵}=\frac{|\alpha+۲(۲\alpha-۴)-۷|}{\sqrt{۱^۲+۲^۲}} \Rightarrow ۲۵=|۵\alpha-۱۵|$$

$$\xrightarrow{\div ۵} |\alpha-۳|=۵ \Rightarrow \begin{cases}\alpha-۳=۵ \Rightarrow \alpha=۸\\ \alpha-۳=-۵ \Rightarrow \alpha=-۲\end{cases}$$

که فقط $\alpha=-۲$ در ۲ حضور دارد.

۷- گزینه ۴

استراتژی اول معادلهٔ خط مورد نظر را می‌نویسیم، بعد با مساوی هم قراردادن ضابطه‌های خط و سهمی، مختصات نقطه‌های تقاطعشان، یعنی A و B را به دست می‌آوریم. در آخر با پیداکردن مختصات وسط AB، خواستهٔ سؤال را به راحتی محاسبه می‌کنیم.

گام سؤال از خطی حرف می‌زند که عرض از مبدأش ۱- است، پس تا این‌جا معادلهٔ این خط به صورت $y=mx-۱$ است. در ادامه می‌گوید این خط از نقطهٔ (۱,۰) می‌گذرد، پس این نقطه در $y=mx-۱$ صدق می‌کند. $۰=m(۱)-۱ \Rightarrow m=۱$

بنابراین معادلهٔ خط به صورت $y=x-۱$ است.

گام برای به دست آوردن طول نقاط A و B باید ضابطهٔ سهمی و خط را برابر قرار دهیم:

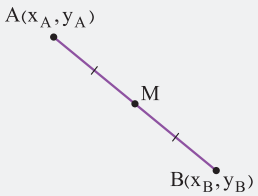
$$y_{\text{سهمی}}=y_{\text{خط}} \Rightarrow -x^۲+۲x+۱=x-۱$$

$$\Rightarrow -x^۲+x+۲=۰ \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases}x_A=-۱\\ x_B=-\frac{c}{a}=-\frac{۲}{-۱}=۲\end{cases}$$

با جای‌گذاری xها در معادلهٔ خط $y=x-۱$، عرض نقاط را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{cases}y_A=x_A-۱=-۱-۱=-۲ \Rightarrow A(-۱,-۲)\\ y_B=x_B-۱=۲-۱=۱ \Rightarrow B(۲,۱)\end{cases}$$

نکته مختصات وسط پاره‌خط AB در شکل مقابل از این رابطه پیدا می‌شود:



$$M=(\frac{x_A+x_B}{۲},\frac{y_A+y_B}{۲})$$

گام حالا طبق نکتهٔ بالا مختصات وسط پاره‌خط AB را به دست می‌آوریم:

$$M=(\frac{x_A+x_B}{۲},\frac{y_A+y_B}{۲})=(\frac{-۱+۲}{۲},\frac{-۲+۱}{۲})=(\frac{۱}{۲},-\frac{۱}{۲})$$

◆ مختصات رأس سهمی $y=-x^۲+۲x+۱$ را پیدا می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l}x_S=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۲}{-۲}=۱\\ y_S=-(۱)^۲+۲(۱)+۱=۲\end{array}\right\} \Rightarrow S(۱,۲)$$

در آخر فاصلهٔ نقطهٔ $M(\frac{۱}{۲},-\frac{۱}{۲})$ را از رأس سهمی یعنی نقطهٔ S(۱,۲) به دست می‌آوریم:

$$MS=\sqrt{(۱-\frac{۱}{۲})^۲+(۲-(-\frac{۱}{۲}))^۲}=\sqrt{\frac{۱}{۴}+\frac{۲۵}{۴}}=\sqrt{\frac{۲۶}{۴}}=\frac{۱}{۲}\sqrt{۲۶}$$

همان‌طور که می‌بینید، این فاصله $\frac{۱}{۲}$ برابر $\sqrt{۲۶}$ است.

۸- گزینه ۳

نکته در یک معادلهٔ درجه‌دوم هر وقت علامت ضریب $x^۲$ و عدد ثابت معادله متفاوت بود *(یعنی یکیش مثبت باشه، اون یکیش منفی)* سریعاً می‌توانیم بگوییم دلتای معادله مثبت است.

گام قبل از هر چیز باید شرط منفی‌نبودن دلتا را در نظر بگیریم تا معادله بی‌جواب نماند. چون $a,b,c\in\{۱,۲,۳,\ldots,۹\}$، پس a و c هر دو مثبت هستند.

در معادلهٔ $ax^۲+bx-c=۰$، ضریب $x^۲$، یعنی a مثبت و عدد ثابت یعنی « $-c$ » منفی است؛ بنابراین طبق نکتهٔ بالا سریعاً می‌توانیم بگوییم دلتای این معادله مثبت است؛ پس خیالمان از دلتا راحت شد.

گام جمع و ضرب ریشه‌های معادلهٔ $ax^۲+bx-c=۰$ را می‌نویسیم:

$$\begin{cases}S=\frac{-b}{a}\\ P=\frac{-c}{a}\end{cases}$$

سؤال می‌خواهد فاصلهٔ حاصل‌ضرب ریشه‌های معادله با جمع ریشه‌هایش، دو واحد باشد، پس داریم:

$$|P-S|=۲ \Rightarrow |-\frac{c}{a}-(-\frac{b}{a})|=۲ \Rightarrow |\frac{b-c}{a}|=۲$$

$$\Rightarrow \frac{|b-c|}{\underbrace{|a|}_{a}}=۲ \Rightarrow |b-c|=۲a$$

از رابطهٔ $|b-c|=2a$ نتیجه می‌گیریم که تفاضل b و c باید عددی زوج باشد، این اتفاق در دو حالت زیر می‌افتد:

◆ b و c هر دو فرد باشند: در این حالت باید از بین ۵ عدد فرد $\{1,3,5,7,9\}$ دوتا به عنوان b و c انتخاب کنیم که تعداد راه‌های این انتخاب برابر با $\binom{5}{2}=\frac{5\times4}{2}=10$ است. اما به خاطر وجود قدرمطلق جای b و c را هم می‌توانیم عوض کنیم، پس تعداد انتخاب‌ها در این حالت برابر $2\times10=20$ است.

◆ b و c هر دو زوج باشند: در این حالت باید از بین ۴ عدد زوج $\{2,4,6,8\}$ دوتا عدد به عنوان b و c انتخاب کنیم که تعداد راه‌های این انتخاب برابر $\binom{4}{2}=\frac{4\times3}{2}=6$ است که باز هم به خاطر وجود قدرمطلق امکان جابه‌جایی b و c وجود دارد، پس تعداد انتخاب‌ها در این حالت برابر $2\times6=12$ است.

بنابراین در $12+20=32$ حالت، خواستهٔ مسئله برآورده می‌شود.

۹- گزینهٔ ۱

درس‌نامه در یک دنبالهٔ هندسی با قدرنسبت q، اگر $|q|<1$ و $q<0$ باشد، در این صورت مجموع تعداد زیادی از جمله‌های این دنباله، **تقریباً** برابر است با: $\frac{\text{جملهٔ اول}}{1-q}$

گام بیایید در جدول زیر مسافتی که توپ در هر پرتاب طی می‌کند را بنویسیم:

مرحله	مسافت طی‌شده موقع پایین‌آمدن	مسافت طی‌شده موقع بالارفتن
۱	۶	$0/8\times6$
۲	$0/8\times6$	$0/8(0/8\times6)=0/8^2\times6$
۳	$0/8^2\times6$	$0/8^3\times6$
۴	$0/8^3\times6$	$0/8^4\times6$
⋮	⋮	⋮
۱۰۰	$0/8^{99}\times6$	این‌جا را اگر پر می‌کردیم، وارد مرحلهٔ ۱۰۱ام می‌شدیم.

گام سؤال مجموع مسافت‌های طی‌شده در ۱۰۰ مرحله را می‌خواهد که برابر با جمع تمام مسافت‌های نوشته‌شده در جدول بالا است:

$$\text{مجموع مسافت‌های طی‌شده در ۱۰۰ مرحله}=6+2(0/8\times6+0/8^2\times6+0/8^3\times6+\cdots+0/8^{99}\times6)$$

با کمی دقت متوجه می‌شویم که قسمت آبی‌رنگ تساوی بالا، مجموع ۹۹ جمله (که تعداد زیادی هم است) از یک دنبالهٔ هندسی با قدرنسبت $0/8$ است. طبق درس‌نامه چون $|q|<1$ و $q<0$، پس این مجموع تقریباً برابر $\frac{0/8\times6}{1-0/8}=24$ است؛ بنابراین مجموع مسافت طی‌شده در ۱۰۰ مرحله می‌شود:

$$\text{مجموع مسافت طی‌شده در ۱۰۰ مرحله}=6+2(24)=54$$

مشاوره متأسفانه این سؤال اصلاً در محدودهٔ کتاب درسی رشته‌های تجربی نیست، اما به کمک مفاهیم کتاب درسی ریاضی قابل حل است. بد نیست آمادگی ذهنی برای دیدن سؤال خارج از کتاب درسی در کنکور را داشته باشید!

۱۰- گزینهٔ ۱

استراتژی اول S و P را در معادلهٔ $x=x^2-4$ پیدا می‌کنیم. در ادامه با توجه به رابطهٔ بین ریشه‌ها، $S_{\text{جدید}}$ و $P_{\text{جدید}}$ را حساب و در معادلهٔ $x^2-S_{\text{جدید}}x+P_{\text{جدید}}=0$ جای‌گذاری می‌کنیم.

درس‌نامه ۱ در معادلهٔ درجه‌دوم $ax^2+bx+c=0$ با شرط $\Delta>0$ جمع، ضرب و اختلاف ریشه‌ها از رابطه‌های زیر محاسبه می‌شوند:

مجموع ریشه‌ها: $S=\frac{-b}{a}$ و ضرب ریشه‌ها: $P=\frac{c}{a}$ و اختلاف ریشه‌ها: $M=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

۲ اگر جمع و ضرب ریشه‌های یک معادلهٔ درجه‌دوم، S و P باشد، آن معادلهٔ درجه‌دوم را می‌توانیم به صورت $x^2-Sx+P=0$ بنویسیم.

۳ در بعضی از قسمت‌ها یک معادلهٔ درجه‌دوم به ما می‌دهند و می‌گویند معادلهٔ درجه‌دومی بنویسید که ریشه‌هایش ارتباط مشخصی با ریشه‌های معادلهٔ اول داشته باشند. در این تست‌ها کارهای زیر را انجام می‌دهیم:

الف) در معادلهٔ اولیه S و P را به دست می‌آوریم.

ب) با توجه به رابطه‌هایی که بین ریشه‌ها وجود دارد، $S_{\text{جدید}}$ و $P_{\text{جدید}}$ را حساب می‌کنیم.

پ) در آخر به کمک رابطهٔ $x^2-S_{\text{جدید}}x+P_{\text{جدید}}=0$، معادلهٔ جدید را می‌نویسیم.

۴ اگر x_1 و x_2 ریشه‌های یک معادلهٔ درجه‌دوم باشند، حاصل چند عبارت زیر را برحسب S و P حفظ باشید:

مجموع مربع ریشه‌ها: $x_1^2+x_2^2=S^2-2P$

مجموع مکعب ریشه‌ها: $x_1^3+x_2^3=S^3-3PS$

مجموع معکوس ریشه‌ها: $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{S}{P}$

گام به کمک مورد (۱) درس‌نامه، S و P را در معادلهٔ $x=x^2-4$ پیدا می‌کنیم:

$$x=x^2-4 \xrightarrow{\text{استانداردش می‌کنیم}} x^2-x-4=0 \Rightarrow \begin{cases} S=x_1+x_2=-\frac{-1}{1}=1 \\ P=x_1x_2=\frac{-4}{1}=-4 \end{cases}$$

گام حالا با توجه به این‌که «$x_1^3+\frac{1}{x_2}$» و «$x_2^3+\frac{1}{x_1}$» ریشه‌های معادلهٔ جدید هستند، $S_{\text{جدید}}$ و $P_{\text{جدید}}$ را حساب می‌کنیم:

$$S_{\text{جدید}}=(x_1^3+\frac{1}{x_2})+(x_2^3+\frac{1}{x_1})=(x_1^3+x_2^3)+(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2})$$

$$=(S^3-3PS)+(\frac{S}{P}) \xrightarrow[P=-4]{S=1} S_{\text{جدید}}=(1^3-3(-4)(1))+(\frac{1}{-4})=\frac{51}{4}$$

$$P_{\text{جدید}}=(x_1^3+\frac{1}{x_2})\times(x_2^3+\frac{1}{x_1})$$

$$=x_1^3x_2^3+x_1^2+x_2^2+\frac{1}{x_1x_2}=P^3+(S^2-2P)+\frac{1}{P}$$

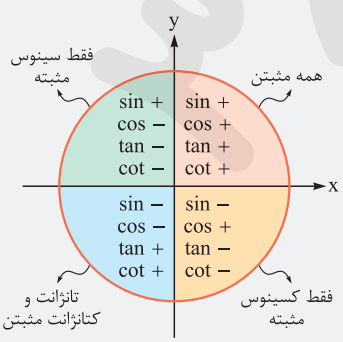
$$\xrightarrow[P=-4]{S=1} P_{\text{جدید}}=(-4)^3+(1^2-2(-4))+(\frac{1}{-4})=-\frac{221}{4}$$

گام حالا با جای‌گذاری مقادیر $S_{\text{جدید}}$ و $P_{\text{جدید}}$ در رابطهٔ $x^2-S_{\text{جدید}}x+P_{\text{جدید}}=0$، معادلهٔ جدید را می‌نویسیم:

$$x^2-\frac{51}{4}x-\frac{221}{4}=0 \xrightarrow{\times4} 4x^2-51x-221=0 \Rightarrow 4x^2=51x+221$$

۱۱- گزینهٔ ۳

درس‌نامه ۱ علامت نسبت‌های مثلثاتی در ناحیه‌های مختلف دستگاه مختصات این‌طوری است:



۲ اتحادهای مثلثاتی زیر را بلد باشید:

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ و $\cot\alpha=\frac{1}{\tan\alpha}$ یا $\tan\alpha=\frac{1}{\cot\alpha}$

$\cos2\alpha=2\cos^2\alpha-1$ یا $1-2\sin^2\alpha$ و $1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$

و $\sin2\alpha=2\sin\alpha.\cos\alpha$

۳ برای ساده‌کردن نسبت‌های مثلثاتی به جدول زیر توجه کنید:

فرم زاویه	روش ساده‌کردن
$k\pi \pm \alpha$ ↓ عدد صحیح	گام: $k\pi$ را به همراه $\pm$ بعدش حذف می‌کنیم و فقط نسبت مثلثاتی α را می‌نویسیم. در سمت چپ نسبت جدید یک دایرهٔ توخالی هم می‌گذاریم. مثلاً برای $\cos(11\pi-\alpha)$ داریم: $\cos(\cancel{11\pi}-\alpha)=\ominus\cos\alpha$ گام: حالا باید ببینیم $k\pi\pm\alpha$ در کدام ناحیه قرار دارد تا علامت نسبت مثلثاتی‌اش مشخص شود. این علامت را در دایرهٔ توخالی می‌نویسیم. مثلاً در نسبت بالا، $10\pi+\pi-\alpha$ در قابل‌حذف ناحیهٔ دوم مثلثاتی بوده ($\pi-\alpha$ زاویه‌ای در ربع ۲ می‌شود.) و کسینوس در این ناحیه منفی است، پس در دایرهٔ توخالی، منفی قرار می‌دهیم: $\cos(\cancel{11\pi}-\alpha)=\ominus\cos\alpha$
عدد فرد ↑ $\frac{kx}{2}\pm\alpha$	همان کارهایی که برای «$k\pi\pm\alpha$» انجام دادیم، این‌جا هم انجام می‌دهیم؛ با این تفاوت که در گام (۱) نسبت مثلثاتی را تغییر می‌دهیم؛ یعنی sin و cos و همین‌طور tan و cot را به همدیگر تبدیل می‌کنیم: tan در ناحیهٔ سوم مثبته ناحیهٔ سوم $\tan(\frac{11\pi}{2}-\alpha)=\oplus\cot\alpha$ tan را به cot تبدیل کردیم. از زاویهٔ $\frac{11\pi}{2}-\alpha$، مضارب 2π را حذف کنیم به $\frac{3\pi}{2}-\alpha+\underbrace{4\pi}_{\text{حذف}}$ می‌رسیم که در ربع سوم قرار دارد.
زاویه‌های قرینه $(\alpha,-\alpha)$	برای کسینوس، α و $-\alpha$ فرقی ندارد، یعنی $\cos(-\alpha)=\cos\alpha$ است، ولی برای sin، tan و cot، منفی داخل، به پشت نسبت می‌رود. $\begin{cases}\sin(-\alpha)=-\sin\alpha\\ \tan(-\alpha)=-\tan\alpha\\ \cot(-\alpha)=-\cot\alpha\end{cases}$

گام: اول بدون توجه به ناحیهٔ زاویهٔ α، نسبت‌های مثلثاتی $\sin(\alpha+\frac{\pi}{2})$ و $\sin(\alpha-\pi)$ را ساده می‌کنیم:

sin تو این ناحیه مثبته.
ناحیهٔ دوم
$\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)=\oplus\cos\alpha$

sin تو این ناحیه مثبته.
ناحیهٔ دوم
$\sin(\alpha-\pi)=-\sin(\pi-\alpha)=-\oplus\sin\alpha=-\sin\alpha$
اگر به جای $(\alpha-\pi)$ قرینه‌اش یعنی $(\pi-\alpha)$ را قرار دهیم sin منفی می‌شود.

حالا عبارت صورت سؤال را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\frac{\sin(\alpha+\frac{\pi}{2})-\sin(\alpha-\pi)}{|\tan^2(\alpha)-1|}=\frac{\cos\alpha+\sin\alpha}{|\tan^2(\alpha)-1|}$$

گام: در ادامه به کمک نسبت $\cos(\alpha)=\frac{2}{3}$، نسبت‌های مثلثاتی $\sin\alpha$ و $\tan\alpha$ را حساب می‌کنیم. فقط این‌جا باید حواسمان باشد که α در ناحیهٔ چهارم است:

◆ محاسبهٔ $\sin\alpha$:

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1\Rightarrow\sin^2\alpha+(\frac{2}{3})^2=1\Rightarrow\sin^2\alpha=1-\frac{4}{9}=\frac{5}{9}$$

$$\xrightarrow[\sin\alpha<0]{\text{ناحیهٔ چهارم}}\sin\alpha=-\frac{\sqrt{5}}{3}$$

◆ محاسبهٔ $\tan\alpha$:

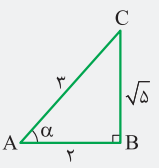
$$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{-\frac{\sqrt{5}}{3}}{\frac{2}{3}}=-\frac{\sqrt{5}}{2}$$

حالا با جای‌گذاری مقادیر بالا در عبارت $\frac{\cos\alpha+\sin\alpha}{|\tan^2(\alpha)-1|}$، خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\cos\alpha+\sin\alpha}{|\tan^2(\alpha)-1|}=\frac{\frac{2}{3}-\frac{\sqrt{5}}{3}}{|(-\frac{\sqrt{5}}{2})^2-1|}=\frac{\frac{2-\sqrt{5}}{3}}{\frac{1}{4}}=\frac{4(2-\sqrt{5})}{3}$$

تیزبازی برای محاسبهٔ $\sin\alpha$ و $\cos\alpha$ می‌توانیم کارهای زیر را هم انجام بدهیم:

◆ فرض می‌کنیم α حاده باشد. چون $\cos\alpha=\frac{2}{3}$ است، پس مطابق شکل مقابل یک مثلث قائم‌الزاویه می‌کشیم که ضلع مجاور به زاویهٔ α در آن ۲ و وترش ۳ باشد. طول ضلع BC در این مثلث، طبق قضیهٔ فیثاغورس می‌شود $\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$.



◆ در این مثلث به راحتی می‌توانیم $\sin\alpha$ و $\tan\alpha$ را به دست بیاوریم؛ فقط این‌جا باید حواسمان باشد که α در ناحیهٔ چهارم است؛ پس $\sin\alpha$ و $\tan\alpha$ هر دو منفی‌اند:

$$\sin\alpha=-\frac{\sqrt{5}}{3},\tan\alpha=-\frac{\sqrt{5}}{2}$$

۱۲- گزینه ۱

استراتژی اول $x=\frac{\pi}{12}$ را در تابع داده‌شده جای‌گذاری می‌کنیم. بعد از این جای‌گذاری، تعدادی از نسبت‌های مثلثاتی را می‌توانیم سریعاً جای‌گذاری کنیم. در مرحلهٔ اول همین نسبت‌ها را جای‌گذاری می‌کنیم. در آخر به سراغ محاسبهٔ نسبت‌های دیگر می‌رویم.

گام: $x=\frac{\pi}{12}$ را در تابع

$$f(x)=32\cos^2(x)\cos^2(2x)\cos^2(4x)\cos^2(8x)\cos^2(16x)$$

جای‌گذاری می‌کنیم:

$$f(\frac{\pi}{12})=32\cos^2(\frac{\pi}{12})\cos^2(\frac{2\pi}{12})\cos^2(\frac{4\pi}{12})\cos^2(\frac{8\pi}{12})\cos^2(\frac{16\pi}{12})$$

$$=32\cos^2(\frac{\pi}{12})\cos^2(\frac{\pi}{6})\cos^2(\frac{\pi}{3})\cos^2(\frac{2\pi}{3})\cos^2(\frac{4\pi}{3})$$

می‌دانیم $\cos(\frac{\pi}{6})=\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\cos(\frac{\pi}{3})=\frac{1}{2}$ است، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$f(\frac{\pi}{12})=32\cos^2(\frac{\pi}{12})(\frac{\sqrt{3}}{2})^2(\frac{1}{2})^2\cos^2(\frac{2\pi}{3})\cos^2(\frac{4\pi}{3})$$

$$=\cancel{32}^{2}\cos^2(\frac{\pi}{12})\times\frac{3}{\cancel{4}}\times\frac{1}{\cancel{4}}\times\cos^2(\frac{2\pi}{3})\times\cos^2(\frac{4\pi}{3})$$

$$=6\cos^2(\frac{\pi}{12})\cos^2(\frac{2\pi}{3})\cos^2(\frac{4\pi}{3})\quad(*)$$

گام جای π، در عبارت (*)، عدد 180° را قرار می‌دهیم تا زوایا برحسب درجه شوند و راحت‌تر با آن‌ها برخورد کنیم:

$$f(\frac{\pi}{12}) = 6\cos^2 15^\circ \cos^2 120^\circ \cos^2 240^\circ$$

گام ◇ محاسبهٔ $\cos 120^\circ$: اگر دو زاویه مکمل باشند، کسینوس‌هایشان قرینهٔ هم است.

حالا چون 120° و 60° مکمل‌اند، داریم: $\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$

◇ محاسبهٔ $\cos 240^\circ$: می‌دانیم $\cos(180+\alpha) = -\cos\alpha$، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\cos 240^\circ = \cos(180^\circ + 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$$

نکته

$$\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$$

◇ محاسبهٔ $\cos^2 15^\circ$: برای محاسبهٔ این عبارت $x = 15^\circ$ را در اتحاد مثلثاتی $\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$، جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\cos^2 15^\circ = \frac{1+\cos 30^\circ}{2} = \frac{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$$

حالا می‌توانیم با جای‌گذاری مقادیر بالا در تساوی (*)، $f(\frac{\pi}{12})$ را کامل حساب کنیم:

$$f(\frac{\pi}{12}) = 6\cos^2 15^\circ \cos^2 120^\circ \cos^2 240^\circ$$

$$= 6(\frac{2+\sqrt{3}}{4})(-\frac{1}{2})^2(-\frac{1}{2})^2 = \frac{6+3\sqrt{3}}{32} = \frac{6+\sqrt{27}}{32}$$

۱۳- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ برای پیداکردن دامنهٔ یک تابع لگاریتمی سه شرط زیر را اجرا می‌کنیم:

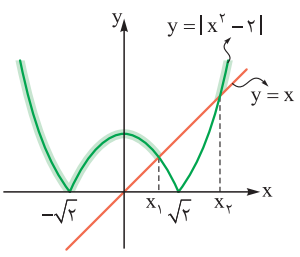
عبارت جلوی لگاریتم > 0 و مبنا > 0 و مبنا $\neq 1$

۲ برای کشیدن نمودار $y = |f(x)|$، اول نمودار $y = f(x)$ را رسم می‌کنیم، بعد قسمت‌هایی از نمودار $f(x)$ را که زیر محور x‌ها قرار دارند، نسبت به همین محور قرینه می‌کنیم.

گام همان‌طور که می‌بینید در تابع $y = \log_4(|x^2-2|-x)$، مبنا هم مخالف ۱ است هم بزرگ‌تر از صفر، پس شروط مبنا برقرارند. فقط می‌ماند عبارت جلویی که باید بزرگ‌تر از صفر باشد؛ یعنی:

$$|x^2-2|-x>0 \Rightarrow |x^2-2|>x \quad (*)$$

گام برای حل نامعادلهٔ $|x^2-2|>x$ از روش هندسی استفاده می‌کنیم. به این ترتیب که نمودارهای $|x^2-2|$ و x را مثل شکل زیر، در یک دستگاه مختصات می‌کشیم و جاهایی را که نمودار $|x^2-2|$ بالاتر از نمودار x هستند، به عنوان جواب در نظر می‌گیریم. همان‌طور که می‌بینید، نمودار تابع $y=|x^2-2|$ در بازه‌های $(-\infty, x_1)$ و $(x_2, +\infty)$ بالاتر از نمودار تابع $y=x$ است، پس مجموعه‌جواب نامعادله، بازهٔ $(-\infty, x_1)\cup(x_2, +\infty)$ است. حالا باید x_1 و x_2 را پیدا کنیم. با توجه به نمودار واضح است که x_1 و x_2 ریشه‌های معادلهٔ $|x^2-2|=x$ هستند.



فقط حواستان باشد که طبق نمودار، $0 < x_1 < \sqrt{2} < x_2$ است. در دو حالت معادله را حل می‌کنیم:

◇ $x > \sqrt{2}: \underbrace{|x^2-2|}_{\text{مثبت}} = x \Rightarrow x^2-2=x \Rightarrow x^2-x-2=0$

$$\Rightarrow (x-2)(x+1)=0 \xrightarrow{x_2>\sqrt{2}} x_2 = 2$$

◇ $0 < x < \sqrt{2}: \underbrace{|x^2-2|}_{\text{منفی}} = x \Rightarrow -x^2+2=x \Rightarrow x^2+x-2=0$

$$\Rightarrow (x+2)(x-1)=0 \xrightarrow{0<x_1<\sqrt{2}} x_1 = 1$$

پس دامنهٔ تابع مورد نظر $(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$ است.

تیزبازی چون بازه‌ها را در گزینه‌ها داریم، می‌توانیم از عددگذاری استفاده کنیم. برای این کار از عددهایی استفاده می‌کنیم که در بین گزینه‌ها اختلاف می‌اندازند؛ مثل $x=2$ که در ۲ و ۳ حضور دارد اما در بقیه نه. بیایید $x=2$ را در تابع جای‌گذاری کنیم:

$$f(x) = \log_4(|x^2-2|-x) \Rightarrow f(2) = \log_4 0$$

همان‌طور که می‌بینید، عبارت جلوی لگاریتم صفر شد، پس ۲ و ۳ پر! حالا با انتخاب $x=0$ بین ۱ و ۴ اختلاف می‌اندازیم:

$$f(x) = \log_4(|x^2-2|-x) \Rightarrow f(0) = \log_4 2$$

چون به ازای $x=0$ لگاریتم تعریف‌شده است، پس گزینه‌ای که $x=0$ در آن حضور ندارد، یعنی ۱ هم حذف می‌شود؛ بنابراین ۴ صحیح است.

۱۴- گزینه ۳

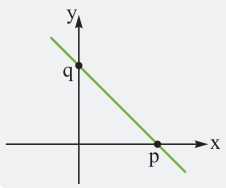
استراتژی ضابطهٔ توابع f و g را می‌نویسیم و با جای‌گذاری در حد داده‌شده، به کمک قاعدهٔ هوپیتال، حاصل حد را حساب می‌کنیم.

درس‌نامه ۱ اگر نقطهٔ $S(k,h)$ مختصات رأس یک سهمی باشد:

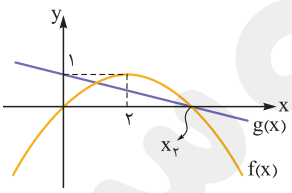
الف) معادلهٔ این سهمی به صورت مقابل است: $y = a(x-k)^2 + h$

ب) طول رأس سهمی میانگین ریشه‌های سهمی است، یعنی اگر x_1 و x_2 ریشه‌های سهمی باشند، داریم: $k = \frac{x_1+x_2}{2}$

۲ اگر طول از مبدأ و عرض از مبدأ خطی مطابق شکل مقابل به ترتیب p و q باشد، معادله‌اش به صورت مقابل می‌شود: $\frac{x}{p}+\frac{y}{q}=1$



گام همان‌طور که می‌بینید، رأس سهمی نقطهٔ $S(2,1)$ است، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم ضابطه‌اش به صورت $y = a(x-2)^2+1$ است. با نگاه دوباره به نمودار متوجه می‌شویم که سهمی از مبدأ مختصات می‌گذرد، پس نقطهٔ $(0,0)$ در آن صدق می‌کند:



$$y = a(x-2)^2+1 \xrightarrow{(0,0)} 0 = a(0-2)^2+1 \Rightarrow 4a=-1 \Rightarrow a=-\frac{1}{4}$$

بنابراین ضابطهٔ سهمی به صورت $f(x) = -\frac{1}{4}(x-2)^2+1$ است.

گام دیدیم که سهمی از مبدأ مختصات می‌گذرد، پس $x_1=0$ یکی از ریشه‌های آن است. از طرفی طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌دانیم، طول رأس سهمی، میانگین ریشه‌هایش است، پس اگر فرض کنیم x_2 ریشهٔ دوم سهمی باشد، داریم:

$$k = \frac{x_1+x_2}{2} \Rightarrow 2 = \frac{0+x_2}{2} \Rightarrow x_2 = 4$$

حالا می‌توانیم بگوییم طول از مبدأ و عرض از مبدأ خط $g(x)$ به ترتیب برابر ۴ و ۱ است، بنابراین طبق مورد (۲) درس‌نامه، معادله‌اش می‌شود:

$$\frac{x}{4}+\frac{y}{1}=1 \Rightarrow y = 1-\frac{x}{4}$$

بنابراین ضابطهٔ تابع خطی به صورت $g(x) = 1-\frac{x}{4}$ است.

گام حالا $f(x)=-\frac{1}{4}(x-2)^2+1$ و $g(x)=1-\frac{1}{4}x$ را در حد مورد نظر جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\lim_{x\to 4^-}\frac{f(x)+g(x)}{4-x}=\lim_{x\to 4^-}\frac{(-\frac{1}{4}(x-2)^2+1)+(1-\frac{1}{4}x)}{4-x}$$

$$=\lim_{x\to 4^-}\frac{-\frac{1}{4}x^2+x-1+1+1-\frac{1}{4}x}{4-x}=\lim_{x\to 4^-}\frac{-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{4}x+1}{4-x}$$

با توجه به این‌که حد بالا از نوع $\frac{0}{0}$ است، از هوپیتال استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{x\to 4^-}\frac{(-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{4}x+1)}{4-x}\overset{Hop}{=}\lim_{x\to 4^-}\frac{-\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}}{-1}=\frac{-2+\frac{3}{4}}{-1}=\frac{5}{4}$$

۱۵- گزینه ۱

گام اول ضابطهٔ تابع $(fof)og$ را به دست می‌آوریم:

$$(fof)og=\begin{cases}fof(1) & x>0\\ fof(0) & x=0\\ fof(-1) & x<0\end{cases}=\begin{cases}f(f(1)) & x>0\\ f(f(0)) & x=0\\ f(f(-1)) & x<0\end{cases}$$

مقادیر $f(1)$، $f(0)$ و $f(-1)$ را از ضابطهٔ $f(x)=x(1-x^2)$ حساب و در ضابطهٔ بالا جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases}\underset{0}{f(f(1))} & x>0\\ \underset{0}{f(f(0))} & x=0\\ \underset{0}{f(f(-1))} & x<0\end{cases}=\begin{cases}f(0) & x>0\\ f(0) & x=0\\ f(0) & x<0\end{cases}=\begin{cases}0 & x>0\\ 0 & x=0\\ 0 & x<0\end{cases}$$

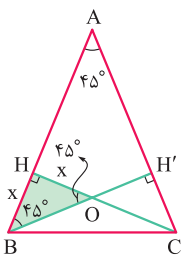
پس ضابطهٔ این تابع به صورت $y=0$ با دامنهٔ $\mathbb{R}$ است.

نکته تابع‌های ثابت با دامنهٔ $\mathbb{R}$ همواره پیوسته‌اند.

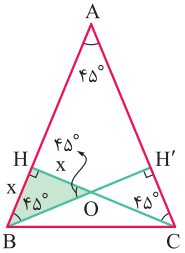
گام در گام (۱) دیدیم که $(fof)og$ یک تابع ثابت با دامنهٔ $\mathbb{R}$ شد، پس طبق نکتهٔ بالا همواره پیوسته است.

۱۶- گزینه ۴

گام با کمی دقت به مثلث قائم‌الزاویهٔ ABH' متوجه می‌شویم که $H\hat{B}O=90^\circ-45^\circ=45^\circ$ است. بنابراین زاویهٔ HOB در مثلث قائم‌الزاویهٔ رنگی هم 45° بوده و در نتیجه مثلث رنگی، یک مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین است؛ پس می‌توانیم طول ساق‌های این مثلث را مطابق شکل، برابر x در نظر بگیریم.



گام برای محاسبهٔ x باید طول AH را از طول ساق AB کم کنیم. خوب به مثلث قائم‌الزاویهٔ AHC نگاه کنید. در این مثلث زاویهٔ ACH برابر 45° است. حالا با نوشتن کسینوس در این مثلث طول AH را حساب می‌کنیم:



$$\overset{\Delta}{AHC}:\cos 45^\circ=\frac{AH}{AC}\xrightarrow[\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}]{AC=AB=8}\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{AH}{8}\Rightarrow AH=4\sqrt{2}$$

بنابراین مقدار x برابر می‌شود با:

$$x=AB-AH=8-4\sqrt{2}$$

گام حالا که x را داریم می‌توانیم مساحت مثلث رنگی را به دست بیاوریم:

$$S_{HBO}=\frac{1}{2}x\times x=\frac{1}{2}\times\underbrace{(8-4\sqrt{2})}_{4(2-\sqrt{2})}{}^2=\frac{1}{2}\times 4^2\times(2-\sqrt{2})^2$$

$$=8\underbrace{(4+2-4\sqrt{2})}_{2(3-2\sqrt{2})}=16(3-2\sqrt{2})\times\frac{3+2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}=\frac{16}{3+2\sqrt{2}}$$

۱۷- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ اگر A و B دو پیشامد از یک فضای نمونه باشند، احتمال رخدادن پیشامد A به شرط رخدادن پیشامد B را به صورت $P(A\mid B)$ نمایش می‌دهیم. از این رابطه محاسبه می‌شود:

$$P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

۲ یکی از نشانه‌هایی که به شما کمک می‌کند ببینید با یک احتمال شرطی طرف هستید؛ وجود کلمه یا جملاتی مثل «اگر»، «می‌دانیم» و «در صورتی که» است. جملهٔ بعد از کلمات (یا جملات) همان شرط سؤال است.

گام بعد از دیدن کلمهٔ «اگر» در صورت سؤال، طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم که با یک احتمال شرطی طرف هستیم.

گام متولدشدن خرگوش نر در اولین دورهٔ بارداری را A و متولدشدن خرگوش نر در دومین دورهٔ بارداری را پیشامد B در نظر می‌گیریم. سؤال می‌گوید احتمال متولدشدن خرگوش نر در اولین دورهٔ بارداری ۷۰ درصد است؛ این یعنی $P(A)=0/7$. اما راجع به $P(B)$ چیزی نگفته است که بدون آن نمی‌توانیم سؤال را حل کنیم. این‌جا احتمالاً منظور سؤال از جملهٔ «احتمال متولدشدن خرگوش نر در اولین دورهٔ بارداری ۷۰ درصد است» این است که احتمال متولدشدن خرگوش نر **در هر دورهٔ بارداری**، ۷۰ درصد است؛ پس $P(A)=P(B)=0/7$. سؤال در ادامه می‌گوید احتمال متولدشدن خرگوش نر در دو بار متوالی ۶۰ درصد است، پس $P(A\cap B)=0/6$.

حالا خوب به جملهٔ زیر توجه کنید:

«**اگر** دومین فرزند خرگوش، نر باشد، احتمال این‌که در زایمان قبلی خرگوش نر به دنیا آمده باشد، کدام است؟»

این جمله یعنی احتمال رخدادن پیشامد A به شرط رخدادن B چه‌قدر است؟ که طبق مورد (۱) درس‌نامه برابر می‌شود با:

$$P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0/6}{0/7}=\frac{6}{7}$$

۱۸- گزینه ۱

درس‌نامه انتقال افقی و عمودی نمودار یک تابع، روی ضابطه‌اش تأثیر می‌گذارد؛ این تأثیرها را می‌توانید در جدول زیر ببینید:

انواع انتقال		تأثیری که روی ضابطهٔ تابع می‌گذارد.	مثال
انتقال افقی	a واحد به سمت راست	x به «$x-a$» تبدیل می‌شود.	$y=(2x-1)^2\xrightarrow[\text{به راست}]{\text{۲ واحد انتقال}}(2(x-2)-1)^2=(2x-5)^2$
	a واحد به سمت چپ	x به «$x+a$» تبدیل می‌شود.	$y=(2x-1)^2\xrightarrow[\text{به چپ}]{\text{۲ واحد انتقال}}y=(2(x+2)-1)^2=(2x+3)^2$
انتقال عمودی	b واحد به سمت بالا	b واحد به ضابطهٔ تابع اضافه می‌شود.	$y=(2x-1)^2\xrightarrow[\text{به بالا}]{\text{۳ واحد انتقال}}y=(2x-1)^2+3$
	b واحد به سمت پایین	b واحد از ضابطهٔ تابع کم می‌شود.	$y=(2x-1)^2\xrightarrow[\text{به پایین}]{\text{۳ واحد انتقال}}y=(2x-1)^2-3$

گام طبق درس‌نامه، ضابطهٔ تابع $y=2^{x+|x|}$ بعد از ۳ واحد انتقال در امتداد محور xها در جهت منفی و ۲ واحد انتقال در امتداد محور yها در جهت منفی به صورت زیر درمی‌آید:

$$y=2^{x+|x|} \xrightarrow[x\to x+3]{\text{۳ واحد به چپ}} y=2^{(x+3)+|x+3|} \xrightarrow[\text{۲ واحد از ضابطه کم می‌کنیم.}]{\text{۲ واحد به پایین}} y=2^{(x+3)+|x+3|}-2$$

گام حالا تابع $y=2^{(x+3)+|x+3|}-2$ را به صورت دوضابطه‌ای و بدون قدرمطلق می‌نویسیم:

$$y=\begin{cases}2^{2(x+3)}-2 & x+3\geq 0\\ 2^{0}-2 & x+3<0\end{cases}=\begin{cases}2^{2x+6}-2 & x\geq -3\\ -1 & x<-3\end{cases}$$

گام معادلهٔ $y=0$ را حل می‌کنیم تا ببینیم تابع محور xها را با کدام طول قطع می‌کند؛ از آن‌جایی که ضابطهٔ پایین صفر نمی‌شود، پس فقط ضابطهٔ بالا را مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$2^{2x+6}-2=0 \Rightarrow 2^{2x+6}=2^{1} \Rightarrow 2x+6=1 \Rightarrow x=-\frac{5}{2}$$

$x=-\frac{5}{2}$ در محدودهٔ $x\geq -3$ قرار دارد، پس قابل قبول است.

۱۹- گزینه ۳

استراتژی اول $x=9$ را در معادله جای‌گذاری می‌کنیم؛ بعد معادلهٔ حاصل را با تغییر متغیر مناسب حل می‌کنیم.

درس‌نامه ۱ در لگاریتم‌ها، سه قانون مهم زیر برقرار است:

الف) اگر جای عبارت جلوی لگاریتم و مبنا عوض شود، حاصل لگاریتم معکوس می‌شود؛ یعنی:

$$\log_x y=\frac{1}{\log_y x}$$

ب) لگاریتم، توانی را که روی عبارت جلویش نشسته باشد، به عنوان ضریب به پشت خودش منتقل می‌کند؛ یعنی:

$$\log_b a^m=m\log_b a$$

پ) لگاریتم، معکوس توانی را که روی مبنایش نشسته باشد، به عنوان ضریب به پشت خودش منتقل می‌کند؛ یعنی:

$$\log_{b^n} a=\frac{1}{n}\log_b a$$

ت) دو جملهٔ بالا با هم به صورت زیر می‌شوند:

$$\log_{b^n} a^m=\frac{m}{n}\log_b a$$

۲ در معادلهٔ درجه‌دوم $ax^2+bx+c=0$، هر وقت $a+c=b$ شد، یکی از ریشه‌ها -1 و دیگری $-\frac{c}{a}$ است.

گام به گفتهٔ سؤال در معادلهٔ $2\log_x a+\log_a\sqrt{x}=2$، مقدار x برابر ۹ است، پس می‌توانیم $x=9$ را در آن جای‌گذاری کنیم:

$$2\log_9 a+\log_a\sqrt{9}=2 \xrightarrow{9=3^2} 2\log_{3^2} a+\log_a 3=2$$

حالا برای ساده‌ترشدن معادلهٔ بالا، از تساوی‌های $\log_{3^2} a=\frac{1}{2}\log_3 a$ و $\log_a 3=\frac{1}{\log_3 a}$ استفاده می‌کنیم:

$$2\left(\frac{1}{2}\log_3 a\right)+\frac{1}{\log_3 a}=2 \Rightarrow \log_3 a+\frac{1}{\log_3 a}=2 \quad (*)$$

گام در ادامه به کمک تغییر متغیر $\log_3 a=t$، معادلهٔ (*) را حل می‌کنیم:

$$\log_3 a+\frac{1}{\log_3 a}=2 \Rightarrow t+\frac{1}{t}=2 \xrightarrow[t\neq 0]{\times t} t^2+1=2t \Rightarrow t^2-2t+1=0$$

$$\Rightarrow (t-1)^2=0 \Rightarrow t=1$$

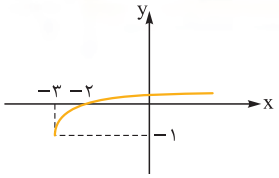
حالا $t=1$ را در تساوی $\log_3 a=t$، جای‌گذاری می‌کنیم: $\log_3 a=1 \Rightarrow a=3^1=3$

۲۰- گزینه ۲

درس‌نامه

۱ اگر f تابعی اکیداً صعودی باشد، برای پیداکردن نقاط برخورد f و f^{-1}، کافی است معادلهٔ $f(x)=x$ را حل کنیم. **۲** بعد از حل معادلهٔ گنگ، باید جواب‌های به دست آمده را در معادلهٔ قبل از به توان ۲ رساندن چک کنید.

گام نمودار تابع $f(x)=\sqrt{x+3}-1$ به صورت مقابل است که یک تابع اکیداً صعودی می‌باشد:



گام طبق مورد (۱) درس‌نامه برای پیداکردن نقطهٔ تقاطع تابع $f(x)=\sqrt{x+3}-1$ با وارونش باید جواب‌های معادلهٔ $f(x)=x$ را پیدا کنیم.

حالا با حل معادلهٔ $f(x)=x$، مختصات نقطهٔ M را به دست می‌آوریم:

$$f(x)=x \Rightarrow \sqrt{x+3}-1=x \Rightarrow \sqrt{x+3}=x+1$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} (\sqrt{x+3})^2=\underbrace{(x+1)^2}_{\text{اتحاد مربع}} \Rightarrow x+3=x^2+2x+1$$

$$\Rightarrow x^2+x-2=0 \xrightarrow{a+b+c=0} x=1 \text{ یا } -2$$

$x=-2$ در معادلهٔ $\sqrt{x+3}-1=x$ صدق نمی‌کند (مورد (۲) درس‌نامه)، پس $x=1$ تنها جواب قابل قبول است و در نتیجه مختصات نقطهٔ M که روی نیمساز ناحیهٔ اول و سوم قرار دارد به صورت $M(1,1)$ می‌باشد.

نکته فاصلهٔ نقطهٔ $A(a,b)$ از مبدأ مختصات ($O(0,0)$) برابر می‌شود با:

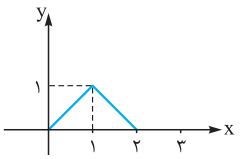
$$OA=\sqrt{a^2+b^2}$$

گام طبق نکتهٔ بالا، فاصلهٔ نقطهٔ $M(1,1)$ از مبدأ مختصات برابر $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ است.

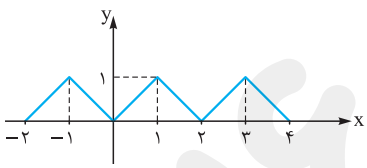
۲۱- گزینه ۱

درس‌نامه از دیدگاه نموداری، هر وقت نمودار یک تابع از تکرار قسمتی از آن به وجود آمده باشد، تابع متناوب است و به حداقل طول بازهٔ قسمت تکرارشونده، دورهٔ تناوب می‌گوییم.

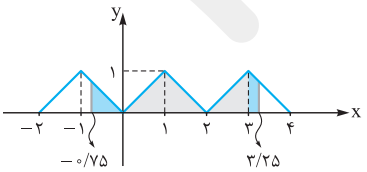
گام نمودار تابع $f(x)=\begin{cases}x & 0\leq x\leq 1\\ 2-x & 1<x\leq 2\end{cases}$ در بازهٔ $[0,2]$ به صورت مقابل است:



گام با توجه به این‌که دورهٔ تناوب تابع برابر ۲ است، می‌توانیم بگوییم برای کشیدن تابع در بازهٔ $[-2,4]$ باید نمودار گام (۱) را مطابق شکل مقابل، تکرارش کنیم:



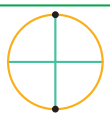
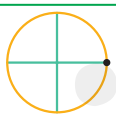
گام سؤال مساحت زیر نمودار در بازهٔ $[-0/75,3/25]$ را می‌خواهد. همان‌طور که می‌بینید مساحت زیر نمودار در این ناحیه شامل ۳تا مثلث خاکستری به مساحت $\frac{1\times 1}{2}=\frac{1}{2}$ است (دو قسمت آبی‌رنگ روی هم معادل با یک مثلث خاکستری می‌شوند.) بنابراین مساحت زیر نمودار در ناحیهٔ $[-0/75,3/25]$ برابر $3(\frac{1}{2})+\frac{1}{2}=2$ است.



۲۲- گزینه ۲

استراتژی اول -2 را به سمت چپ معادله می‌آوریم تا بتوانیم به کمک اتحاد $\cos 2x=2\cos^2 x-1$، معادله را به فرم $A^2+B^2=0$ دربیاوریم. در ادامه جواب‌های مشترک معادله‌های $A=0$ و $B=0$ را پیدا می‌کنیم.

درس‌نامه ۱ هر وقت در جریان حل یک معادلهٔ مثلثاتی، سینوس یا کسینوس مساوی ۱، صفر یا ۱− شد، از جدول زیر استفاده کنید:

معادله	نمایش جواب روی دایرهٔ مثلثاتی	جواب
$\cos(x)=-1$		$x=2k\pi+\pi$
$\cos(x)=0$		$x=k\pi+\frac{\pi}{2}$
$\cos(x)=1$		$x=2k\pi$
$\sin(x)=-1$		$x=2k\pi-\frac{\pi}{2}$ یا $x=2k\pi+\frac{3\pi}{2}$
$\sin(x)=0$		$x=k\pi$
$\sin(x)=1$		$x=2k\pi+\frac{\pi}{2}$

۲ برای $\cos 2x$، اتحاد مقابل را بلد باشید: $\cos^2 x=\frac{\cos 2x+1}{2}$

۳ هر وقت جمع دو عبارت نامنفی صفر شود، هر دو عبارت باید **همزمان** صفر باشند؛ این یعنی برای حل‌کردن معادله‌هایی مثل $\square^2+\triangle^2=0$ باید جواب‌های مشترک در معادلهٔ $\square=0$ و $\triangle=0$ را پیدا کنیم.

گام ۱ اول ۲− را به سمت چپ تساوی می‌بریم تا معادله به فرم $5\sin^2(x)+2(\cos(3x)+1)=0$ دربیاید. طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌دانیم $\cos^2 x=\frac{\cos 2x+1}{2}$ و در نتیجه $\cos 2x+1=2\cos^2 x$ است، پس داریم:

$$5\sin^2(x)+2(\cos(3x)+1)=0 \Rightarrow 5\sin^2(x)+2(2\cos^2(\frac{3x}{2}))=0$$

$$\Rightarrow 5\sin^2(x)+4\cos^2(\frac{3x}{2})=0$$

گام ۲ جمع دو عبارت نامنفی صفر شده، پس طبق مورد (۳) درس‌نامه برای حل‌کردن معادلهٔ بالا باید هر دو عبارت را مساوی صفر بگذاریم و جواب‌های مشترک را پیدا کنیم.

$$5\sin^2(x)=0 \Rightarrow \sin(x)=0 \Rightarrow x=k\pi \xrightarrow[k=-1,0,1]{x\in[-\pi,\pi]} x=-\pi,0,\pi$$

$$4\cos^2(\frac{3x}{2})=0 \Rightarrow \cos(\frac{3}{2}x)=0 \Rightarrow \frac{3x}{2}=k\pi+\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}x=\frac{(2k+1)}{2}\pi \Rightarrow x=\frac{(2k+1)\pi}{3}$$

$$\xrightarrow[k=-2,-1,0,1]{x\in[-\pi,\pi]} x=-\pi,-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3},\pi$$

اشتراک جواب‌های دو معادله، دو عدد π و $-\pi$ هستند.

بنابراین معادلهٔ مورد نظر، ۲ جواب در بازهٔ $[-\pi,\pi]$ دارد.

تله اگر از جواب‌های به دست آمده اشتراک نمی‌گرفتیم و تعداد جواب‌های هر یک را جمع می‌کردیم (یعنی ۷تا) در تلهٔ ۴ می‌افتادیم.

۲۳- گزینه ۴

درس‌نامه طبق هم‌ارزی پرتوان هر وقت $x\to\pm\infty$، می‌توانیم به جای چندجمله‌ای $ax^n+bx^{n-1}+\cdots+px+q$، جملهٔ با بیشترین توان، یعنی ax^n را جای‌گذاری کنیم. مثلاً وقتی $x\to\pm\infty$، به جای عبارت $7x^3-2x^4+5x^2+12$ می‌توانیم فقط $-2x^4$ را بنویسیم و بقیهٔ جملات را حذف کنیم.

به کمک هم‌ارزی پرتوان می‌توانیم بنویسیم:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^4-x^2+1}+\sqrt{x^2+1}-x^2}{x}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^4}+\sqrt{x^2}-x^2}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\overbrace{|x^2|}^{x^2}+\overbrace{|x|}^{\text{منفی}}-x^2}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2-x-x^2}{x}=-1$$

۲۴- گزینه ۱

استراتژی اول وارون تابع $f(x)$ را به دست می‌آوریم؛ بعد از آن مشتق می‌گیریم و جای xهایش ۲ قرار می‌دهیم.

شفاف‌سازی «شیب خط مماس بر منحنی $f^{-1}(x)$ در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن، کدام است؟» یعنی $(f^{-1})'(2)$ چه‌قدر است؟

درس‌نامه ۱ برای نوشتن ضابطهٔ وارون یک تابع وارون‌پذیر مثل f، دو کار زیر را انجام می‌دهیم:

الف) x را برحسب y به دست می‌آوریم. **ب)** جای x و y را عوض می‌کنیم.

۲ شیب خط مماس بر منحنی $f(x)$ در نقطه‌ای به طول $x=a$ واقع بر آن برابر با $f'(a)$ است.

۳ $(u^2)'=2uu'$

۴ $(\frac{ax+b}{cx+d})'=\frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

گام ۱ به کمک مورد (۱) درس‌نامه، وارون تابع $f(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$y=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \Rightarrow y(\sqrt{x}-1)=\sqrt{x}+1 \Rightarrow y\sqrt{x}-y=\sqrt{x}+1$$

$$\Rightarrow \sqrt{x}(y-1)=y+1 \Rightarrow \sqrt{x}=\frac{y+1}{y-1} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x=(\frac{y+1}{y-1})^2$$

$$\xrightarrow{\text{تعویض جای x و y}} y=(\frac{x+1}{x-1})^2$$

بنابراین ضابطهٔ وارون تابع $f(x)$ به صورت $f^{-1}(x)=(\frac{x+1}{x-1})^2$ است.

گام ۲ طبق مورد (۲) درس‌نامه، شیب خط مماس بر منحنی $f^{-1}(x)$ در نقطهٔ $x=2$، همان $(f^{-1})'(2)$ است. برای مشتق‌گرفتن از $(\frac{x+1}{x-1})^2$، آن را به شکل u^2 می‌بینیم و مشتق می‌گیریم:

$$f^{-1}(x)=(\frac{x+1}{x-1})^2$$

$$\Rightarrow (f^{-1})'(x)=2(\frac{x+1}{x-1})(\frac{x+1}{x-1})'=2(\frac{x+1}{x-1})(\frac{-1-1}{(x-1)^2})=\frac{-4(x+1)}{(x-1)^3}$$

$$\Rightarrow (f^{-1})'(2)=\frac{-4\times 3}{1^3}=-12$$

۲۵- گزینه ۱

درس‌نامه در بعضی از سؤال‌ها به ما یک تابع چندضابطه‌ای با تعدادی مجهول می‌دهند و می‌گویند مجهول‌ها را طوری پیدا کنید که تابع در نقطهٔ مرزی یا $\mathbb{R}$ مشتق‌پذیر باشد. در این‌جور سؤال‌ها باید دو شرط زیر را اجرا کنیم:

۱ شرط پیوستگی:
مقدار تابع در نقطهٔ مرزی = حد چپ در نقطهٔ مرزی = حد راست در نقطهٔ مرزی

۲ شرط مساوی‌بودن مشتق چپ و راست در نقطهٔ مرزی: مشتق راست = مشتق چپ

گام باداشتن $g(x)=ax^2+5x+b$، ضابطهٔ g' به‌صورت $g'(x)=2ax+5$ می‌شود.
ضابطهٔ f به صورت روبه‌رو شد:

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+5x+b & x\le 2 \\ 2ax+5 & x>2 \end{cases}$$

گام تنها نقطهٔ مشکل‌دار این تابع، $x=2$ (نقطهٔ مرزی) است. برای آن‌که f در $x=2$ مشتق‌پذیر باشد باید دو شرط داشته باشد:

الف) پیوسته باشد:

$$\left.\begin{array}{l} \text{حد راست (ضابطهٔ پایینی)} = 4a+5 \\ \text{حد چپ و مقدار (ضابطهٔ بالایی)} = 4a+10+b \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow 4a+5=4a+10+b \Rightarrow b=-5$$

ب) مشتق ضابطهٔ بالایی و پایینی در $x=2$ یکسان باشد:

$$(ax^2+5x-5)'=(2ax+5)' \Rightarrow 2ax+5=2a$$

$$\xrightarrow{x=2} 4a+5=2a \Rightarrow a=\frac{-5}{2}$$

گام پس:

$$a+b=\frac{-5}{2}+(-5)=\frac{-15}{2}$$

۲۶- گزینه ۴

استراتژی اول $g(\frac{\sqrt{5}}{2})$ را حساب می‌کنیم. در ادامه به سراغ براکت می‌رویم تا حذفش کنیم. در آخر به کمک رابطه‌ای که برای مشتق تابع مرکب بلدیم، خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم.

درس‌نامه

۱ برای محاسبهٔ مشتق تابع مرکب $y=fog(x)$ از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:
$y'=g'(x)\times f'(g(x))$

۲ هر وقت بخواهیم از یک تابع براکت‌دار، در نقطه‌ای مثل $x=a$ مشتق بگیریم، کارهای زیر را انجام می‌دهیم:

گام اول باید براکت را حذف کنیم. برای این کار یک بار مقدار عددی براکت را در سمت راست $x=a$ (a^+) و بار دیگر در سمت چپش (a^-) به دست می‌آوریم.

گام اگر در گام (۱) به دو عدد مختلف رسیدیم باید مشتق چپ و راست را جداگانه حساب کنیم. اما در صورتی که به دو عدد یکسان رسیدیم، براکت را حذف کرده و همان عدد یکسان را به جایش قرار می‌دهیم و بعد مشتق‌گیری را شروع می‌کنیم. دقت کنید اگر تابع در این نقطه از یک طرف ناپیوسته باشد، از همان طرف، مشتق هم ندارد.

۳ چند مورد از مهم‌ترین قاعده‌های مشتق‌گیری را در جدول زیر ببینید:

مشتق تابع	تابع
$y'=nu'u^{n-1}$	$y=u^n$
$y'=\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$y=\sqrt{u}$
$y'=\frac{u'}{3\sqrt[3]{u^2}}$	$y=\sqrt[3]{u}$
$y'=\frac{(ad-bc)u'}{(cu+d)^2}$	$y=\frac{au+b}{cu+d}$
$y'=f'(x)g(x)+g'(x)f(x)$	$y=f(x)g(x)$
$y'=\frac{f'(x)g(x)-g'(x)f(x)}{g^2(x)}$	$y=\frac{f(x)}{g(x)}$

۴ برای محاسبهٔ مشتق توابع به فرم $y=\sqrt[p]{u^q}$، اول تابع را به صورت $y=u^{\frac{q}{p}}$ می‌نویسیم؛ بعد با آن مثل $y=u^n$ رفتار می‌کنیم.

گام سؤال مشتق چپ تابع $y=(fog)(x)$ را در نقطهٔ $x=\frac{\sqrt{5}}{2}$ می‌خواهد که طبق مورد (۱) درس‌نامه برابر است با:

$$y'=g'((\tfrac{\sqrt{5}}{2})^-)\times f'(g((\tfrac{\sqrt{5}}{2})^-)) \quad (*)$$

گام برای محاسبهٔ $g'((\frac{\sqrt{5}}{2})^-)$ چالش خاصی نداریم:

$$g(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}=(x^2-1)^{-\frac{1}{2}} \xrightarrow{(u^{-\frac{1}{2}})'=-\frac{1}{2}u'u^{-\frac{3}{2}}} g'(x)=-\frac{1}{2}(2x)(x^2-1)^{-\frac{3}{2}}$$

$$\Rightarrow g'((\tfrac{\sqrt{5}}{2})^-)=-\frac{1}{2}(2\times\frac{\sqrt{5}}{2})\underbrace{(\frac{5}{4}-1)}_{\frac{1}{4}}^{-\frac{3}{2}}=-\frac{\sqrt{5}}{2}(2^{-2})^{-\frac{3}{2}}$$

$$=-\frac{\sqrt{5}}{2}\times 2^3=-4\sqrt{5}$$

گام برای محاسبهٔ $f'(g((\frac{\sqrt{5}}{2})^-))$، اول $g((\frac{\sqrt{5}}{2})^-)$ را حساب می‌کنیم:

$$g(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \Rightarrow g((\tfrac{\sqrt{5}}{2})^-)=\frac{1}{\sqrt{(\frac{5}{4})^--1}}=\frac{1}{\sqrt{(\frac{1}{4})^-}}=\frac{1}{(\frac{1}{2})^-}=2^+$$

پس $f'(g((\frac{\sqrt{5}}{2})^-))=f'(2^+)$ است. برای محاسبهٔ $f'(2^+)$ باید مقدار $[x]$ را در همسایگی راست $x=2$ (2^+) حساب کنیم:

$$[2^+]=2$$

بنابراین به جای $[x]$ در $f(x)=(x[x])^3$ عدد ۲ را قرار می‌دهیم و مشتق می‌گیریم:

$$f(x)=(2x)^3=8x^3 \Rightarrow f'(x)=24x^2 \Rightarrow f'(2^+)=24\times 4=96$$

گام حالا با جای‌گذاری مقادیر $f'(g((\frac{\sqrt{5}}{2})^-))=96$ و $g'((\frac{\sqrt{5}}{2})^-)=-4\sqrt{5}$ در تساوی (*) خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$y'=g'((\tfrac{\sqrt{5}}{2})^-)\times f'(g((\tfrac{\sqrt{5}}{2})^-))=(-4\sqrt{5})\times 96$$

در آخر عدد به دست آمده را بر $-48\sqrt{5}$ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{-4\sqrt{5}\times 96}{-48\times\sqrt{5}}=8$$

۲۷- گزینه ۲

استراتژی با توجه به دامنه، ضابطهٔ تابع را بدون قدرمطلق بنویسید. نقاط بحرانی در این بازه را پیدا کنید و مقدار تابع را به ازای آن‌ها به دست آورید. بین مقادیر به دست آمده، کم‌ترین مقدار همان min مطلق است.

درس‌نامه برای به دست آوردن اکسترمم مطلق یک تابع مثل $f(x)$، در بازهٔ $[a,b]$ کارهای زیر را انجام دهیم:

۱ نقطه‌های بحرانی تابع $f(x)$ را در بازهٔ $[a,b]$ پیدا می‌کنیم. این نقطه‌های بحرانی شامل ریشه‌های مشتق، نقطه‌های مشتق‌ناپذیر و سر و ته بازهٔ $[a,b]$ می‌شود.

۲ مقدار تابع $f(x)$ را در تمام نقطه‌های گام (۱) حساب می‌کنیم. کم‌ترینشان، min مطلق و بیشترینشان، max مطلق است.

گام ریشه‌های عبارت داخل قدرمطلق $\pm\sqrt{3}$ است. عبارت x^2-3 به ازای $-\sqrt{3}\le x\le\sqrt{3}$ نامنفی است. از آن‌جایی که بازهٔ $[-1/5,\sqrt{3}]$ زیرمجموعهٔ این محدوده است (دقت کنید $\sqrt{3}\simeq 1/7$)، پس می‌توانیم قدرمطلق را برداریم:

$$f(x)=x|\underbrace{3-x^2}_{\text{نامنفی}}|=x(3-x^2)=-x^3+3x$$

گام f' را حساب می‌کنیم: $f'(x) = -3x^2 + 3$

ریشه‌هایش برابر است با: $-3x^2 + 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

هر دو جواب به دست آمده در دامنه هستند.

گام مقدار تابع $f(x) = x(3 - x^2)$ را در ریشه‌های f' و نقاط سر و ته دامنه (یعنی $-1/5$ و $\sqrt{3}$) حساب می‌کنیم:

$f(1) = 2$

$f(-1) = -2$

$f(-1/5) = \frac{-3}{2} \times (3 - \frac{9}{4}) = \frac{-3}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{-9}{8}$

$f(\sqrt{3}) = 0$

گام بین مقادیر بالا کم‌ترین مقدار -2 است، پس min مطلق تابع -2 است.

۲۸- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ اگر نقطه‌ای مثل A روی تابع $y = f(x)$ باشد، می‌توانیم مختصات پارامتری آن را به صورت $A(\alpha, f(\alpha))$ در نظر بگیریم. مثلاً اگر نقطهٔ A روی تابع $y = x^3$ قرار داشته باشد، می‌توانیم بگوییم مختصات پارامتری‌اش به صورت $A(\alpha, \alpha^3)$ است.

۲ برای پیداکردن قرینهٔ یک نقطه نسبت به محور xها، yها و ... از جدول زیر استفاده می‌کنیم:

قرینهٔ نقطهٔ $A(x, y)$ نسبت به ...	روش پیداکردن
محور طول (x)ها	عرض قرینه می‌شود: $A'(x, -y)$
محور عرض (y)ها	طول قرینه می‌شود: $A'(-x, y)$
مبدأ مختصات	هم طول و هم عرض قرینه می‌شوند: $A'(-x, -y)$
نیمساز ناحیهٔ اول و سوم (خط $y = x$)	جای طول و عرض عوض می‌شود: $A'(y, x)$
نیمساز ناحیهٔ دوم و چهارم (خط $y = -x$)	جای طول و عرض عوض و جفتشان قرینه می‌شوند: $A'(-y, -x)$

۳ طول پاره‌خط AB برابر است با: $\overline{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

۴ $(\sqrt[3]{u})' = \frac{u'}{3\sqrt[3]{u^2}}$

گام به گفتهٔ سؤال، نقطهٔ A روی منحنی $f(x) = \sqrt[3]{-x}$ قرار دارد. پس طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم مختصات پارامتری A به صورت $A(\alpha, \sqrt[3]{-\alpha})$ است. سؤال در ادامه نقطهٔ $A(\alpha, \sqrt[3]{-\alpha})$ را نسبت به نیمساز ناحیهٔ دوم و چهارم قرینه می‌کند تا به نقطهٔ A' برسد، پس طبق مورد (۲) درس‌نامه، مختصات نقطهٔ A' به صورت $A'(-\sqrt[3]{-\alpha}, -\alpha)$ می‌شود؛ البته چون $-\sqrt[3]{-\alpha} = -(-\sqrt[3]{\alpha}) = \sqrt[3]{\alpha}$؛ پس مختصات نقطهٔ A' را می‌توانیم به صورت ساده‌تر، یعنی $A'(\sqrt[3]{\alpha}, -\alpha)$ بنویسیم.

گام طبق صورت سؤال قرینه‌کردن نقطهٔ A نسبت به نیمساز ناحیهٔ دوم و چهارم، در دامنهٔ $[0,1]$ انجام می‌شود؛ این یعنی $0 < \alpha < 1$ است.

نکته وقتی $0 < \alpha < 1$ باشد، هر چه توان α بیشتر شود، مقدارش کوچک‌تر می‌شود؛ یعنی: $1 > \cdots > \sqrt[3]{\alpha} > \sqrt{\alpha} > \alpha > \alpha^2 > \alpha^3 > \cdots > 0$

گام حالا طول پاره‌خط AA' را به کمک مورد (۳) درس‌نامه حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} A(\alpha, \sqrt[3]{-\alpha}) \\ A'(\sqrt[3]{\alpha}, -\alpha) \end{cases} \Rightarrow AA' = \sqrt{(\sqrt[3]{\alpha} - \alpha)^2 + (-\alpha - \underbrace{\sqrt[3]{-\alpha}}_{+\sqrt[3]{\alpha}})^2}$$

$$= \sqrt{2(\sqrt[3]{\alpha} - \alpha)^2} = \sqrt{2}\,|\sqrt[3]{\alpha} - \alpha|$$

دیدیم که $0 < \alpha < 1$ است، پس طبق نکتهٔ بالا $\sqrt[3]{\alpha} > \alpha$ و در نتیجه:

$$AA' = \sqrt{2}\,|\underbrace{\sqrt[3]{\alpha} - \alpha}_{\text{مثبت}}| = \sqrt{2}(\sqrt[3]{\alpha} - \alpha)$$

در آخر برای محاسبهٔ بیشترین مقدار AA'، از آن مشتق گرفته و مساوی صفر می‌گذاریم:

$$\sqrt{2}(\sqrt[3]{\alpha} - \alpha)' = 0 \Rightarrow \sqrt{2}(\frac{1}{3\sqrt[3]{\alpha^2}} - 1) = 0 \Rightarrow \frac{1}{3\sqrt[3]{\alpha^2}} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{1}{3\sqrt[3]{\alpha^2}} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{\alpha^2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha^2 = \frac{1}{27} \xrightarrow{0<\alpha<1} \alpha = \frac{1}{\sqrt{27}}$$

بنابراین مقدار $AA' = \sqrt{2}(\sqrt[3]{\alpha} - \alpha)$ به ازای $\alpha = \frac{1}{\sqrt{27}}$، بیشترین مقدار ممکن می‌شود:

$$(AA')_{max} = \sqrt{2}(\sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{27}}} - \frac{1}{\sqrt{27}}) = \sqrt{2}(\underbrace{\frac{1}{\sqrt[6]{27}}}_{\sqrt[3]{3}} - \frac{1}{3\sqrt{3}}) = \sqrt{2}(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{3\sqrt{3}})$$

$$= \sqrt{2}(\frac{3-1}{3\sqrt{3}}) = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4}{3\sqrt{6}}$$

۲۹- گزینه ۳

استراتژی اول ضابطهٔ سهمی $y^2 = 4x$ را به صورت $y = \pm 2\sqrt{x}$ می‌نویسیم. در ادامه یک نقطهٔ دلخواه مثل A را روی $y = \pm 2\sqrt{x}$ در نظر گرفته و فاصله‌اش از نقطهٔ M را به صورت پارامتری می‌نویسیم. در آخر از MA مشتق گرفته و مساوی با صفر می‌گذاریم؛ کم‌ترین مقدار MA در نقطه‌ای که مشتق صفر می‌شود، جواب مسئله است.

روش گام اگر ضابطهٔ سهمی $y^2 = 4x$ را به صورت $y = \pm 2\sqrt{x}$ بنویسیم، مختصات هر نقطهٔ دلخواه مثل A روی آن به صورت $A(\alpha, \pm 2\sqrt{\alpha})$ می‌شود.

گام حالا فاصلهٔ نقطهٔ $A(\alpha, \pm 2\sqrt{\alpha})$ را از نقطهٔ $M(3,0)$ به دست می‌آوریم:

$$d = \sqrt{(\alpha - 3)^2 + (\pm 2\sqrt{\alpha} - 0)^2} = \sqrt{\alpha^2 - 6\alpha + 9 + 4\alpha} = \sqrt{\alpha^2 - 2\alpha + 9}$$

گام سؤال کم‌ترین مقدار MA را می‌خواهد که برای به دست آوردنش باید کارهای زیر را انجام بدهیم:

◆ محاسبهٔ ریشهٔ d': $d' = 0 \Rightarrow \frac{2\alpha - 2}{2\sqrt{\alpha^2 - 2\alpha + 9}} = 0 \Rightarrow 2\alpha - 2 = 0 \Rightarrow \alpha = 1$

◆ جای‌گذاری $\alpha = 1$ در d: $d_{min} = \sqrt{(1)^2 - 2(1) + 9} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

روش گام با توجه به ضابطهٔ سهمی که به صورت $x = \frac{y^2}{4}$ است، این بار y را α می‌گیریم و x را برحسب آن حساب می‌کنیم که $\frac{\alpha^2}{4}$ می‌شود؛ پس نقطهٔ پارامتری روی سهمی را به صورت $A(\frac{\alpha^2}{4}, \alpha)$ در نظر می‌گیریم.

گام فاصلهٔ نقطهٔ $A(\frac{\alpha^2}{4}, \alpha)$ از $M(3,0)$ برابر است با:

$$d = \sqrt{(3 - \frac{\alpha^2}{4})^2 + (0 - \alpha)^2} = \sqrt{9 + \frac{\alpha^4}{16} - \frac{3}{2}\alpha^2 + \alpha^2} = \sqrt{\frac{\alpha^4}{16} - \frac{\alpha^2}{2} + 9}$$

گام ریشه‌های d' را حساب می‌کنیم:

$$d' = 0 \Rightarrow \frac{\frac{4\alpha^3}{16} - \frac{2\alpha}{2}}{2\sqrt{\frac{\alpha^4}{16} - \frac{\alpha^2}{2} + 9}} = 0 \Rightarrow \frac{\alpha^3}{4} - \alpha = 0 \Rightarrow \alpha(\frac{\alpha^2}{4} - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \\ \alpha = 2 \\ \alpha = -2 \end{cases}$$

گام مقدار d را به ازای سه مقدار α حساب می‌کنیم. هر کدام کم‌تر شد، جواب است.

$\alpha = 0 \Rightarrow d = \sqrt{9} = 3$

$\alpha = \pm 2 \Rightarrow d = \sqrt{4 + 4} = 2\sqrt{2}$

پس min مقدار d برابر با $2\sqrt{2}$ است.

۳۰- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ اگر مرکز یک دایره، نقطهٔ $O(\alpha,\beta)$ و شعاعش برابر R باشد، در این صورت معادله‌اش به صورت مقابل نوشته می‌شود: $(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=R^2$

۲ معادلهٔ گستردهٔ هر دایره به صورت $x^2+y^2+ax+by+c=0$ است. برای پیداکردن شعاع و مرکز در این معادله از رابطه‌های زیر استفاده می‌کنیم:

$$O\left(-\frac{\text{ضریب } x}{2},-\frac{\text{ضریب } y}{2}\right) \quad \text{و} \quad R=\sqrt{(\text{طول مرکز})^2+(\text{عرض مرکز})^2-c}$$

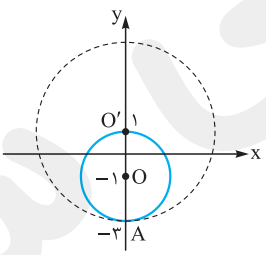
(c: عدد ثابت، معادلهٔ گسترده)

حواستان باشد که از فرمول‌های بالا زمانی می‌توانید استفاده کنید که عدد ثابت (c) سمت چپ و ضرایب x^2 و y^2 هر دو ۱ باشند. اگر معادله‌ای به شما دادند که این شرایط را نداشت، باید خودتان چنین شرایطی را بسازید.

گام اول عدد ثابت ۳ را به سمت چپ معادله می‌آوریم تا به معادلهٔ $x^2+y^2+2y-3=0$ برسیم؛ حالا شرایط استفاده از رابطه‌هایی که در مورد (۲) درس‌نامه گفتیم برقرارند:

$$\begin{cases} O\left(-\frac{\text{ضریب } x}{2},-\frac{\text{ضریب } y}{2}\right)=\left(-\frac{0}{2},-\frac{2}{2}\right)=(0,-1) \\ R=\sqrt{(\text{طول مرکز})^2+(\text{عرض مرکز})^2-c} \\ \sqrt{0^2+(-1)^2-(-3)}=\sqrt{4}=2 \end{cases}$$

گام حالا که شعاع مرکز دایرهٔ اصلی را داریم، می‌توانیم به صورت زیر رسمش کنیم.



سؤال به دنبال معادلهٔ دایره‌ای است که شعاعش برابر با قطر دایرهٔ اصلی و بر آن مماس‌درون باشد (دایرهٔ بزرگ در شکل مقابل را ببینید). همان‌طور که از شکل پیداست، مرکز این دایره نقطهٔ $O'(0,1)$ و شعاعش برابر $O'A=2+2=4$ است که طبق مورد (۱) درس‌نامه معادله‌اش می‌شود:

$$(x-0)^2+(y-1)^2=4^2 \Rightarrow x^2+y^2-2y=15$$

فیزیک

۳۱- گزینه ۳

درس‌نامه چگالی:

$$\rho=\frac{m\ (\text{جرم جسم})}{V\ (\text{حجم جسم})}$$

گام ابتدا حجم کره (حجم ظاهری) را به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{کره}}=\frac{4}{3}\pi r^3 \xrightarrow[r=5\text{ cm}]{\pi=3} V_{\text{کره}}=\frac{4}{3}\times 3\times(5)^3=500\text{ cm}^3$$

گام برای این‌که حجم فلز به‌کاررفته در کره را به دست آوریم، از چگالی فلز کمک می‌گیریم:

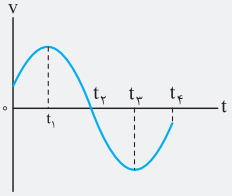
$$\rho_{\text{فلز}}=\frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}} \xrightarrow[m_{\text{فلز}}=1080\text{ g}]{\rho_{\text{فلز}}=2/7\text{ g/cm}^3} 2/7=\frac{1080}{V_{\text{فلز}}} \Rightarrow V_{\text{فلز}}=\frac{1080}{2/7}=400\text{ cm}^3$$

گام حجم حفره برابر است با: $V_{\text{حفره}}=V_{\text{کره}}-V_{\text{فلز}}=500-400=100\text{ cm}^3$

در پایان درصد خواسته‌شده را محاسبه می‌کنیم: $\frac{V_{\text{حفره}}}{V_{\text{کره}}}\times 100\%=\frac{100}{500}\times 100\%=20\%$

۳۲- گزینه ۱

درس‌نامه نمودار سرعت ـ زمان:



۱ در بازهٔ زمانی که نمودار سرعت ـ زمان **بالای محور** t است، سرعت متحرک **در جهت محور x** و در بازهٔ زمانی که این نمودار **پایین محور t** قرار دارد، سرعت **در خلاف جهت محور x** است. مثلاً در شکل روبه‌رو در بازهٔ زمانی صفر تا t_2، سرعت در جهت محور x و در بازهٔ زمانی t_2 تا t_4، سرعت در خلاف جهت محور x است.

◇ از مورد (۱) می‌شود فهمید که در لحظه‌ای که نمودار سرعت ـ زمان محور t را قطع می‌کند، علامت سرعت تغییر می‌کند؛ مثلاً در شکل بالا در لحظهٔ t_2، جهت سرعت از مثبت به منفی تغییر می‌کند.

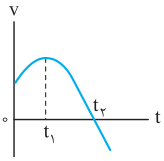
۲ در بازهٔ زمانی که نمودار سرعت ـ زمان **صعودی** است، شتاب **در جهت محور x** و در بازهٔ زمانی که این نمودار **نزولی** است، شتاب **در خلاف جهت محور x** است؛ مثلاً در شکل بالا، در بازه‌های زمانی صفر تا t_1 و t_3 تا t_4، شتاب در جهت محور x و در بازهٔ زمانی t_1 تا t_3، شتاب در خلاف جهت محور x است.

◇ در نقطه‌های اکسترمم نمودار سرعت ـ زمان، شتاب متحرک برای لحظه‌ای صفر می‌شود و تغییر جهت می‌دهد.

۳ جهت بردار سرعت متحرک همواره در جهت حرکت آن است.

۴ در بازهٔ زمانی که نمودار سرعت ـ زمان از محور t **دور** می‌شود، تندی متحرک **افزایش** می‌یابد و در بازهٔ زمانی که این نمودار به محور t **نزدیک** می‌شود، تندی متحرک **کاهش** می‌یابد؛ مثلاً در شکل بالا، در بازه‌های زمانی صفر تا t_1 و t_2 تا t_3، تندی در حال زیادشدن و در بازه‌های زمانی t_1 تا t_2 و t_3 تا t_4، تندی در حال کم‌شدن است.

با مطابقت‌دادن نمودار سرعت ـ زمان روبه‌رو با مواردی که در درس‌نامه گفتیم عبارت‌ها را یکی‌یکی بررسی می‌کنیم:



(الف): جهت سرعت در **لحظهٔ t_2** و جهت شتاب در لحظهٔ t_1 تغییر می‌کند. ✗

(ب): در بازهٔ زمانی صفر تا t_2، نمودار سرعت ـ زمان بالای محور t و در نتیجه، حرکت و بردار سرعت در جهت محور x است. ✓

(پ): در بازهٔ زمانی صفر تا t_1، نمودار سرعت ـ زمان در حال دورشدن از محور t است، پس در این بازهٔ زمانی تندی **در حال افزایش** است. ✗

(ت): نمودار در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 صعودی است، پس در این بازه شتاب **در جهت محور x** است، اما در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 نمودار نزولی و شتاب در خلاف جهت محور x است. ✗

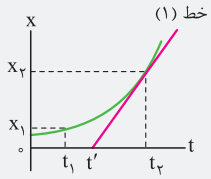
بنابراین فقط عبارت (ب) درست است و باید ① را انتخاب کنیم.

۳۳- گزینه ۱

شفاف‌سازی

۲ ثانیهٔ اول: بازهٔ زمانی ۰ تا ۲s　　**۲ ثانیهٔ هفتم:** بازهٔ زمانی ۱۲ s تا ۱۴ s

درس‌نامه ۱ قدرمطلق شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان در یک لحظهٔ معین برابر تندی متحرک در آن لحظه است؛ مثلاً در شکل روبه‌رو، تندی متحرک در لحظهٔ t_2 برابر با قدرمطلق شیب خط (۱) است:



$$\text{تندی در لحظهٔ } t_2:\ |\text{شیب خط (۱)}|=\frac{x_2}{t_2-t'}$$

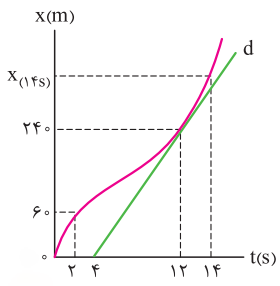
۲ سرعت متوسط و تندی متوسط:

$$\text{سرعت متوسط: } v_{av}=\frac{\Delta x\ (\text{جابه‌جایی})}{\Delta t\ (\text{مدت‌زمان})}$$

$$\text{تندی متوسط: } s_{av}=\frac{\ell\ (\text{مسافت طی‌شده})}{\Delta t\ (\text{مدت‌زمان})}$$

◇ اگر در یک بازهٔ زمانی معین، جهت حرکت متحرک تغییر نکند، در این بازهٔ زمانی اندازهٔ سرعت متوسط و تندی متوسط برابرند.

گام در شکل روبه‌رو می‌بینید که می‌توانیم شیب خط مماس بر نمودار را در لحظهٔ $t=12\text{ s}$ حساب کنیم و آن را برابر تندی در این لحظه قرار دهیم:



$$v_{(12\text{ s})}=\text{شیب خط } d=\frac{240}{12-4}=30\text{ m/s}$$

گام تندی در لحظهٔ $t=12\text{ s}$ را برابر تندی متوسط در بازهٔ $t_1=2\text{ s}$ تا $t_2=14\text{ s}$ قرار می‌دهیم تا مکان متحرک در لحظهٔ $t_2=14\text{ s}$ به دست بیاید

(چون در بازهٔ زمانی ۲s تا ۱۴s جهت حرکت متحرک تغییر نمی‌کند، در این بازهٔ زمانی تندی متوسط برابر با اندازهٔ سرعت متوسط است.):

$$v_{(12s)} = v_{av(2s,14s)} \Rightarrow v_{(12s)} = \frac{x_{(14s)} - x_{(2s)}}{t_2 - t_1} \xrightarrow[x_{(2s)}=60m]{v_{(12s)}=30m/s} 30 = \frac{x_{(14s)} - 60}{14-2}$$

$$\Rightarrow x_{(14s)} - 60 = 360 \Rightarrow x_{(14s)} = 420\,m$$

گام در نهایت می‌خواهیم نسبت سرعت متوسط در ۲ ثانیهٔ اول به سرعت متوسط در ۲ ثانیهٔ هفتم را پیدا کنیم (۲ ثانیهٔ هفتم یعنی بازهٔ زمانی $t=12\,s$ تا $t_2=14\,s$). کافی است، با توجه به نمودار این نسبت را بنویسیم:

$$\frac{v_{av(0s,2s)}}{v_{av(12s,14s)}} = \frac{\frac{x_{(2s)} - x_0}{2-0}}{\frac{x_{(14s)} - x_{(12s)}}{14-12}} = \frac{x_{(2s)} - x_0}{x_{(14s)} - x_{(12s)}} = \frac{60-0}{420-240} = \frac{60}{180} = \frac{1}{3}$$

۳۴- گزینه ۳

درس‌نامه شتاب متوسط در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 از رابطهٔ زیر حساب می‌شود:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

گام صورت تست، شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $t_1=0$ تا $t_2=10\,s$ و $t_1=0\,s$ تا $t_3=15\,s$ را داده است؛ بنابراین می‌توانیم با استفاده از رابطهٔ شتاب متوسط، اختلاف سرعت در بازه‌های زمانی داده‌شده را پیدا کنیم:

$$a_{av(0s,10s)} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \xrightarrow{a_{av(0s,10s)}=-2\,m/s^2} -2 = \frac{v_2 - v_1}{10-0}$$

$$\Rightarrow v_2 - v_1 = -20\,m/s \quad (I)$$

$$a_{av(0s,15s)} = \frac{v_3 - v_1}{t_3 - t_1} \xrightarrow{a_{av(0s,15s)}=\frac{2}{3}\,m/s^2} \frac{2}{3} = \frac{v_3 - v_1}{15-0}$$

$$\Rightarrow v_3 - v_1 = 10\,m/s \quad (II)$$

گام برای این‌که شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $t_2=10\,s$ تا $t_3=15\,s$ را داشته باشیم، کافی است بتوانیم اختلاف سرعت در این بازهٔ زمانی (یعنی $v_3 - v_2$) را پیدا کنیم. با کمی دقت می‌بینیم که اگر رابطهٔ (II) را منهای رابطهٔ (I) کنیم، به $v_3 - v_2$ می‌رسیم:

$$(v_3 - v_1) - (v_2 - v_1) = 10 - (-20) \Rightarrow v_3 - v_2 = 30\,m/s$$

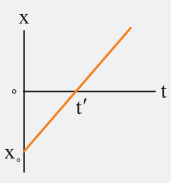
$$a_{av(10s,15s)} = \frac{v_3 - v_2}{t_3 - t_2} = \frac{30}{15-10} = 6\,m/s^2 \Rightarrow \vec{a}_{av(10s,15s)} = (6\,m/s^2)\vec{i}$$

۳۵- گزینه ۲

شفاف‌سازی از روی شیب نمودارها مشخص است که هر دو متحرک با سرعت ثابت در جهت محور x حرکت می‌کنند، به طوری که سرعت متحرک B از A بیشتر است. بنابراین از این جملهٔ سؤال که گفته «در لحظه‌های t_1 و t_2 فاصلهٔ دو متحرک از هم $600\,m$ است» می‌فهمیم که متحرک B در لحظهٔ t_1، $600\,m$ از متحرک A عقب‌تر بوده و پس از سبقت‌گرفتن، در لحظهٔ t_2، $600\,m$ از متحرک A جلوتر خواهد بود.

استراتژی ۱ از روی اطلاعاتی که نمودار داده است، معادلهٔ مکان ـ زمان دو متحرک را می‌نویسیم. ۲ با توجه به این‌که فاصلهٔ دو متحرک، از اختلاف xهای دو متحرک به دست می‌آید، به صورت مجزا اختلاف xها را برای دو لحظهٔ t_1 و t_2 برابر ۶۰۰ متر قرار می‌دهیم تا t_1 و t_2 به دست آیند.

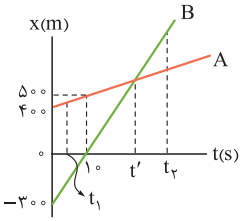
درس‌نامه ۱ معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت با سرعت ثابت از نوع درجه۱ و به صورت $x = vt + x_0$ است؛ بنابراین براساس این معادله، نمودار مکان ـ زمان حرکت با سرعت ثابت، یک خط راست مانند شکل روبه‌رو است. در این نمودار x_0 مکان اولیه و t' لحظهٔ عبور متحرک از مبدأ $(x=0)$ است.



۲ شیب نمودار مکان ـ زمان برابر سرعت متحرک است: شیب نمودار مکان ـ زمان $= v$

اگر شیب مثبت باشد، متحرک در جهت محور x و اگر منفی باشد، متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.

گام نمودارها را ببینید. به راحتی می‌توانیم شیب آن‌ها را از اطلاعاتی که در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۰ s داده حساب کنیم. پس داریم:



$$v_A = A \text{ شیب نمودار} = \frac{500-400}{10-0} = 10\,m/s$$

$$v_B = B \text{ شیب نمودار} = \frac{0-(-300)}{10-0} = 30\,m/s$$

گام معادلهٔ مکان ـ زمان هر کدام از متحرک‌ها را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{0A} \xrightarrow[x_{0A}=400\,m]{v_A=10\,m/s} x_A = 10t + 400 \\ x_B = v_B t + x_{0B} \xrightarrow[x_{0B}=-300\,m]{v_B=30\,m/s} x_B = 30t - 300 \end{cases}$$

گام *رسیدیم به مهم‌ترین گام این پاسخ!*

در شکل بالا، نمودارها را امتداد دادیم تا بتوانیم قبل و بعد از سبقت‌گرفتن متحرک B را ببینیم. همان‌طور که می‌بینید متحرک B در لحظهٔ t' از متحرک A سبقت گرفته است، پس متحرک B در لحظهٔ t_1، $600\,m$ عقب‌تر از متحرک A $(x_A - x_B = 600m)$ و در لحظهٔ t_2، $600\,m$ جلوتر از متحرک A $(x_B - x_A = 600m)$ است؛ پس می‌توانیم بنویسیم:

در لحظهٔ t_1: $x_A - x_B = 600 \Rightarrow (10t_1 + 400) - (30t_1 - 300) = 600$

$$\Rightarrow 20t_1 = 100 \Rightarrow t_1 = 5\,s$$

در لحظهٔ t_2: $x_B - x_A = 600 \Rightarrow (30t_2 - 300) - (10t_2 + 400) = 600$

$$\Rightarrow 20t_2 = 1300 \Rightarrow t_2 = 65\,s$$

گام نسبت $\frac{t_2}{t_1}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{65}{5} = 13$$

مشاوره به نظرتون تست‌های مبحث حرکت‌شناسی این آزمون عجیب نیست؟ همیشه ۲ یا ۳ سؤال مربوط به موضوع حرکت با شتاب ثابت است، اما در این آزمون خبری از تست‌های حرکت با شتاب ثابت نیست! دلیلش این است که در سال ۱۴۰۰ به خاطر همه‌گیری کرونا این قسمت از حرکت‌شناسی از کنکور حذف شده بود!

۳۶- گزینه ۲

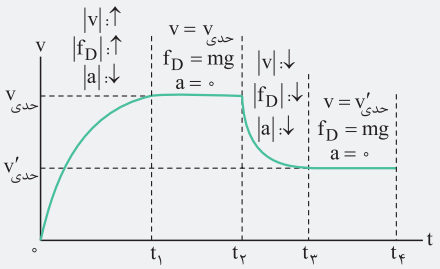
درس‌نامه اگر چتربازی در مبدأ زمان از یک بلندی رها شود، تندی متحرک شروع به افزایش می‌کند؛ در نتیجه اندازهٔ نیروی مقاومت هوای وارد بر آن هم افزایش می‌یابد؛ بنابراین چون نیروی مخالف حرکت چترباز بزرگ‌تر شده، اندازهٔ شتاب آن کاهش می‌یابد. با افزایش اندازهٔ نیروی مقاومت هوا، فرض می‌کنیم در لحظهٔ t_1، اندازهٔ این نیرو، با نیروی وزن برابر شده و چترباز به تندی حدی خود در حالتی که چتر، بسته است $(v_{حدی})$ می‌رسد. از لحظهٔ t_1 به بعد، تندی ثابت می‌ماند. اگر در لحظهٔ t_2، چتر، باز شود، اندازهٔ نیروی مقاومت هوا به طور ناگهانی افزایش می‌یابد. از این لحظه به بعد، چون اندازهٔ نیروی مقاومت هوا بزرگ‌تر از وزن است، تندی چترباز کاهش می‌یابد. با کاهش تندی چترباز، اندازهٔ نیروی مقاومت هوا هم کوچک‌تر می‌شود. این روند تا زمانی ادامه پیدا می‌کند که اندازهٔ نیروی مقاومت هوا با نیروی وزن برابر شده و از این لحظه به بعد که اسم آن را t_3 می‌گذاریم، جسم به تندی حدی خود در حالتی که چتر، باز است $(v'_{حدی})$ می‌رسد. نمودار تندی ـ زمان چترباز در این حرکت به شکل زیر خواهد بود. در این نمودار، دانستن تحلیل تغییرات ۳ کمیت زیر ضروری است:

الف) **تندی**: که واضح است!

ب) **اندازهٔ نیروی مقاومت هوا**: درست مثل تندی!

پ) **اندازهٔ شتاب (و نیروی خالص وارد بر) جسم**: برای تعیین کاهش و افزایش این کمیت به شیب نمودار توجه می‌کنیم.

چگونگی تغییر این کمیت‌ها را در هر مرحله، روی نمودار مشخص کرده‌ایم.



قبل از خواندن پاسخ تشریحی، درس‌نامهٔ بالا را حتماً بخوانید. تست دربارهٔ بازهٔ زمانی t_2 تا t_3 صحبت کرده است. در این بازهٔ زمانی واضح است که **تندی** چترباز **کاهش** می‌یابد. از طرفی اندازهٔ شیب نمودار نیز در حال کاهش است؛ بنابراین **اندازهٔ شتاب** چترباز هم **کاهش** می‌یابد.

۳۷- گزینه ۳

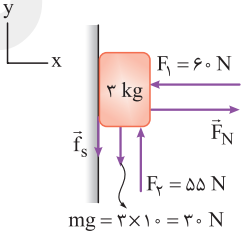
درس‌نامه وقتی جسمی با یک سطح در تماس است، اگر با وجود نیروهایی که به آن وارد می‌شود، روی سطح ساکن بماند و در آستانهٔ حرکت هم نباشد:

◇ نیروی اصطکاک وارد بر آن، ایستایی ($\vec{f}_s$) است. نیروی اصطکاک ایستایی فرمول خاصی ندارد و به کمک قوانین نیوتون به دست می‌آید.

◇ جسم و سطح به هم دو نیرو وارد می‌کنند، نیروی عمودی سطح ($\vec{F}_N$) و نیروی اصطکاک ایستایی ($\vec{f}_s$)؛ بنابراین نیرویی که سطح و جسم به هم وارد می‌کنند، برایند این دو نیروی عمود بر هم است و اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2}$$

گام در حالت دوم، نیروهای وارد بر جسم را مطابق شکل زیر رسم می‌کنیم. وقتی نیروی قائم $\vec{F}_2$ به جسم وارد می‌شود، باز هم جسم ساکن می‌ماند *(چرا!؟ زرنگ‌بازیش این می‌شه که در صورت تست خبری از μ_k نیست. دلیل علمیش هم این می‌شه که چون جسم در حالت اول با نیروی مقرک $mg = 3\times10 = 30\ N$ ساکن مونده، در حالت دوم با نیروی مقرک $F_2 - mg = 55 - 30 = 25\ N$، باز هم ساکن می‌مونه!)*، پس نیروی اصطکاک وارد بر آن ایستایی است. هم‌چنین چون $F_2 > mg$ است، $\vec{f}_s$ باید به سمت پایین باشد.



گام در شکل بالا، با توجه به ساکن‌بودن جسم داریم:

تعادل در راستای محور x: $F_N = F_1 \Rightarrow F_N = 60\ N$

تعادل در راستای محور y: $F_2 = mg + f_s \Rightarrow 55 = 30 + f_s \Rightarrow f_s = 25\ N$

گام سطح به جسم دو نیروی عمودی سطح ($\vec{F}_N$) و اصطکاک ایستایی ($\vec{f}_s$) را وارد می‌کند که اندازهٔ برایند آن‌ها برابر است با:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{60^2 + 25^2} = \sqrt{3600 + 625} = \sqrt{4225} = 65\ N$$

تیزبازی R را به کمک الگوی اعداد فیثاغورسی 5k، 12k و 13k نیز می‌توان به دست آورد:

$$\begin{cases} F_N = 60 = 12\times5 \\ f_s = 25 = 5\times5 \end{cases} \Rightarrow R = 13\times5 = 65$$

مشاوره بررسی تست‌های کنکور نشان می‌دهد که طراحان در فصل ۲ فیزیک دوازدهم به موضوع نیروی سطح (R) بسیار علاقه‌مندند؛ بنابراین روش محاسبهٔ این نیرو را باید خیلی خوب بلد باشید. با توجه به وقت‌گیربودن تست‌های این مبحث، با حل چند تست از آن، سرعت محاسبات خود را افزایش دهید.

۳۸- گزینه ۴

استراتژی برای حل تست‌های آسانسوری! مثل این تست، مراحل زیر را طی می‌کنیم:

۱ نیروهای وارد بر جسم را مشخص می‌کنیم. یک نیرو که همیشه با آن سروکار داریم، وزن است. نیروی دیگر هم در بیشتر تست‌ها، یا نیروی عمودی سطح است (که از کف اتاقک آسانسور به جسم وارد می‌شود)، یا نیروی کشسانی فنر (که از طرف فنری که جسم را به سقف اتاقک آسانسور متصل کرده وارد می‌شود).

۲ نیروی موافق حرکت جسم (نیرویی که در جهت حرکت جسم است) را از نیروی مخالف حرکت جسم (نیرویی که در خلاف جهت حرکت جسم است.) کم کرده و حاصل را برابر ma قرار می‌دهیم؛ یعنی:

$$F_{موافق} - F_{مخالف} = ma$$

◇ در رابطهٔ بالا اگر حرکت جسم تندشونده باشد، $a > 0$ و اگر حرکت جسم کندشونده باشد، $a < 0$ است.

درس‌نامه

۱ **قانون هوک:** اگر فنری نسبت به حالت عادی خود، به اندازهٔ x کشیده یا فشرده شود، فنر به جسم متصل به خود نیروی کشسانی وارد می‌کند که اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F_e = \underset{\text{ثابت فنر}}{k}x$$

۲ فنر کشیده، جسم متصل به خود را می‌کشد و فنر فشرده، جسم متصل به خود را هل می‌دهد. شکل‌های زیر را ببینید؛ در این شکل‌ها، $\vec{F}_e$ نیرویی است که فنر به جسم وارد می‌کند.



(الف) (ب)

۳ **قانون دوم نیوتون:**

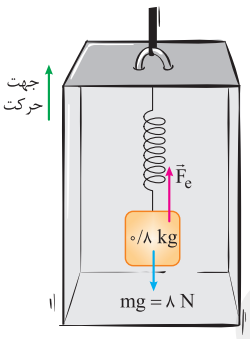
$$F_{net} = ma$$

روش به جسم متصل به فنر، دو نیروی وزن و کشسانی فنر وارد می‌شود. با توجه به قانون دوم نیوتون داریم: $F_{net} = ma \Rightarrow F_e - mg = ma$

در رابطهٔ بالا باید به جای a، $-2\ m/s^2$ قرار دهیم، زیرا حرکت جسم کندشونده است *(استراتژی رو بفونید.)*؛ بنابراین:

$$F_e - mg = ma \Rightarrow kx - mg = ma$$
$$\Rightarrow 2x - 8 = 0/8\times(-2) \Rightarrow 2x - 8 = -1/6$$
$$\Rightarrow x = 3/2\ cm$$

پس طول فنر $3/2\ cm$ افزایش یافته و به $20 + 3/2 = 23/2\ cm$ رسیده است.



روش

نکته در تست‌های آسانسوری که به جسم علاوه بر وزن، یک نیروی رو به بالا ($\vec{F}$) وارد می‌شود (این نیرو می‌تواند نیروی عمودی سطح، نیروی کشسانی فنر یا نیروی کشش نخ باشد.) می‌توانیم از رابطهٔ زیر استفاده کنیم:

$$F = m(g \pm a)$$

↑ حرکت رو به بالا تندشونده / حرکت رو به پایین کندشونده — اگر شتاب رو به بالا باشد.

↓ حرکت رو به بالا کندشونده / حرکت رو به پایین تندشونده — اگر شتاب رو به پایین باشد.

به کمک نکتهٔ بالا داریم:

$$F = m(g \pm a) \xrightarrow[F=kx]{\text{حرکت رو به بالا کندشونده}} kx = m(g - a)$$
$$\Rightarrow 2\times x = 0/8\times(10 - 2) \Rightarrow x = 3/2\ cm$$

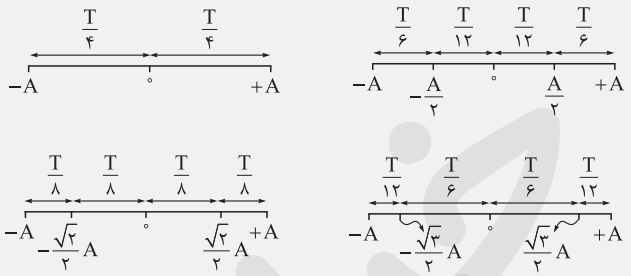
بنابراین طول فنر به $20 + 3/2 = 23/2\ cm$ می‌رسد.

۳۹- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت هماهنگ ساده:

$x = A\cos\omega t$ (دامنه، بسامد زاویه‌ای) , $\omega = \frac{2\pi}{T}$ (دوره)

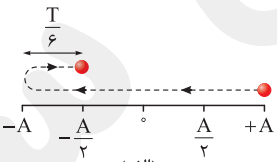
۲ در تست‌های حرکت هماهنگ ساده، مکان‌ها و جابه‌جایی‌های مشخص‌شده در شکل‌های زیر بسیار پرتکرارند. زمان لازم برای طی این جابه‌جایی‌ها را (برحسب دوره) به خاطر بسپارید:



۳ **انرژی مکانیکی نوسانگر:** برابر با مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل نوسانگر است؛ یعنی: $E = U + K$

۴ **انرژی مکانیکی نوسانگر ساده:** $E = \frac{1}{2}kA^2$ (دامنهٔ نوسان، ثابت فنر)

گام ۱ با توجه به نمودار مکان ـ زمان داده‌شده، $\frac{1}{3}$ s طول کشیده تا نوسانگر از مکان $x_1 = 4\text{ cm} = A$ برای دومین مرتبه از مکان $x_2 = -2\text{ cm} = -\frac{A}{2}$ عبور کند؛ بنابراین مسیر حرکت نوسانگر در این بازهٔ زمانی به شکل (الف) است:



(الف)

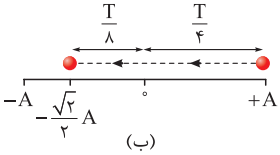
با توجه به درس‌نامهٔ قبل، می‌دانیم مدت‌زمان لازم برای طی مسیر مذکور، برابر $\frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{2T}{3}$ است ($\frac{T}{2}$ برای $+A$ تا $-A$ و $\frac{T}{6}$ برای $-A$ تا $-\frac{A}{2}$)؛ بنابراین داریم:

$$2\frac{T}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow T = \frac{1}{2}\text{ s}$$

گام ۲ روش حالا موقعیت نوسانگر را در لحظهٔ $t = \frac{3}{16}$ s تعیین می‌کنیم. برای این کار ابتدا مشخص می‌کنیم که $t = \frac{3}{16}$ s چه کسری از دوره $(T = \frac{1}{2}\text{ s})$ است:

$$\frac{t}{T} = \frac{\frac{3}{16}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{8} \Rightarrow t = \frac{3}{8}T = \frac{T}{4} + \frac{T}{8}$$

مطابق شکل (ب)، در این لحظه، متحرک در مکان $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}A$ قرار دارد.



(ب)

روش ۲ برای تعیین مکان متحرک در لحظهٔ $t = \frac{3}{16}$ s از معادلهٔ مکان ـ زمان هم می‌توانیم استفاده کنیم.

$$x = A\cos(\omega t) \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi\text{ rad/s}} x = A\cos(4\pi t)$$

$$\xrightarrow{t = \frac{3}{16}\text{ s}} x = A\cos(4\pi \times \frac{3}{16}) = A\cos(\frac{3\pi}{4}) = A \times (-\frac{\sqrt{2}}{2}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}A$$

گام ۲ حالا به سراغ محاسبهٔ نسبت خواسته‌شده می‌رویم. در این‌جا باید از نکته‌ای استفاده کنیم که در پاورقی کتاب درسی اشاره شده که نباید در کنکور از آن سؤالی مطرح شود، اما متأسفانه همان‌طور که می‌بینید، این موضوع رعایت نشده است. نکته این است که انرژی پتانسیل نوسانگر در مکان x متناسب با x^2 است.

در واقع به زبان ریاضی:

$$\frac{U}{E} = (\frac{x}{A})^2 \Rightarrow \frac{U}{E} = (\frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}A}{A})^2 = \frac{1}{2}$$

پس نیمی از انرژی مکانیکی نوسانگر به صورت پتانسیل و بقیهٔ آن به صورت جنبشی است:

$$U + K = E \Rightarrow \frac{1}{2}E + K = E \Rightarrow K = \frac{1}{2}E$$

۴۰- گزینه ۳

استراتژی یکی از رایج‌ترین تیپ‌های تست در فصل ۳ فیزیک دوازدهم، مربوط به تصویر لحظه‌ای از یک موج عرضی است که در آن‌ها، دربارهٔ چگونگی حرکت یکی از ذرات محیط، پرسشی مطرح می‌کنند. برای حل این تست‌ها به ترتیب مراحل زیر را طی می‌کنیم:

۱ با توجه به تصویر لحظه‌ای داده‌شده از موج عرضی، طول موج را حساب می‌کنیم.

۲ به کمک رابطهٔ $\lambda = vT$، دورهٔ موج را به دست می‌آوریم.

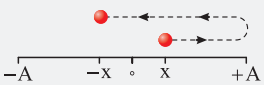
۳ از این‌جا به بعد، با داشتن دوره، با حرکت هماهنگ سادهٔ ذرهٔ مورد نظر از محیط سروکار داریم. اغلب لازم است بازهٔ زمانی داده‌شده را با دوره (T) مقایسه کرده و با توجه به نتیجهٔ این مقایسه، مسیر حرکت ذره را تجسم کنیم.

۴ با دانستن مسیر حرکت ذرهٔ مورد نظر، خواستهٔ تست را حساب می‌کنیم. مسافت طی‌شده توسط ذره، جابه‌جایی ذره، تندی یا سرعت متوسط ذره و نوع حرکت ذره از سوژه‌های پرتکرار در این تست‌ها هستند.

در پاسخ این تست نمونه‌هایی از این چهار مرحله را قرار است ببینید.

درس‌نامه

۱ در حرکت هماهنگ ساده، نوسانگر در مدت $\frac{T}{2}$ (T: دوره) مسیری به شکل مقابل را طی می‌کند.



در این مسیر:

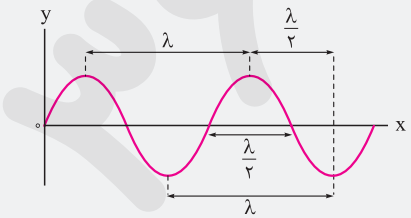
اولاً: مکان نوسانگر قرینه می‌شود، یعنی از مکان x به مکان $-x$ می‌رسد.

ثانیاً: نوسانگر مسافتی برابر با $2A$ طی می‌کند (A: دامنهٔ نوسان).

۲ بین طول موج، تندی انتشار و دورهٔ آن رابطهٔ روبه‌رو برقرار است: $\lambda = vT$

۳ **سرعت متوسط:** $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ (جابه‌جایی)

۴ شکل زیر را دربارهٔ رابطهٔ فاصلهٔ نقاط با طول موج، به خاطر بسپارید:



گام ۱ با توجه به تصویر لحظه‌ای داده‌شده و عدد ۵ cm روی محور x داریم:

$$\frac{\lambda}{2} = 5\text{ cm} \Rightarrow \lambda = 10\text{ cm}$$

گام ۲ دورهٔ نوسان تک‌تک ذرات ریسمان برابر است با:

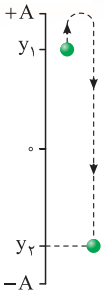
$$\lambda = vT \Rightarrow 10 = 20 \times T \Rightarrow T = \frac{1}{2}\text{ s}$$

گام ۳ بازهٔ زمانی داده‌شده را برحسب دوره به دست می‌آوریم:

$$\Delta t = \frac{1}{4}\text{ s} \xrightarrow{T = \frac{1}{2}\text{ s}} \Delta t = \frac{T}{2}$$

پس با یک نیم‌نوسان سروکار داریم.

گام حالا حرکت ذرهٔ M از ریسمان را بررسی می‌کنیم.



در لحظهٔ t_1، این ذره در مکان $y_1 = 3\ cm$ قرار دارد و در حال حرکت به سمت بالاست (شبیه ذرات قبل از خود می‌شود). $\frac{T}{2}$ بعد از این لحظه، ذره با طی مسیر مقابل به مکان $y_2 = -y_1 = -3\ cm$ می‌رسد.

پس سرعت متوسط ذرهٔ M در این مدت برابر است با:

$$v_{av} = \frac{y_2 - y_1}{\Delta t} = \frac{(-3)-(3)}{\frac{1}{4}} = -24\ cm/s$$

$$\Rightarrow |v_{av}| = 24\ cm/s$$

مشاوره بررسی تست‌های کنکورهای اخیر نشان می‌دهد که بازهٔ زمانی نیم‌دوره $(\Delta t = \frac{T}{2})$ از تیپ‌های پرتکرار این موضوع است؛ بنابراین نکته‌های گفته‌شده دربارهٔ این موضوع در درس‌نامه را کاملاً جدی بگیرید.

۴۱- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ شدت صوت حاصل از چشمهٔ صوتی با توان P در فاصلهٔ r از آن، از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

◇ با توجه به این رابطه، شدت صوت با مربع فاصله از چشمه، نسبت وارون دارد؛ یعنی:

$$\frac{I_2}{I_1} = (\frac{r_1}{r_2})^2$$

۲ اختلاف تراز شدت دو صوت (برحسب dB) از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10\log(\frac{I_2}{I_1})$$

◇ برای حل تست‌های این مبحث روابط لگاریتمی زیر به کارتان می‌آید:

$$\log A^n = n\log A\ ,\ \log(AB) = \log(A) + \log(B),$$

$$\log(\frac{A}{B}) = \log(A) - \log(B)$$

استراتژی ۱ نسبت شدت صوت دریافتی دو ناظر A و B را به دست می‌آوریم.

۲ از آن‌جایی که تراز شدت این دو صوت را برحسب β داریم، به کمک فرمول اختلاف تراز شدت صوت، مقدار β را مشخص می‌کنیم. ۳ نسبت شدت صوت دریافتی ناظرهای A و C را محاسبه می‌کنیم. ۴ به کمک فرمول اختلاف تراز شدت صوت، خواستهٔ تست را به دست می‌آوریم.

گام نسبت شدت صوت دریافتی دو ناظر A و B را تعیین می‌کنیم:

$$\frac{I_A}{I_B} = (\frac{r_B}{r_A})^2 \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = (\frac{2r}{r})^2 = 4$$

گام حالا می‌توانیم β را محاسبه کنیم:

$$\beta_A - \beta_B = 10\log(\frac{I_A}{I_B}) \Rightarrow \beta - \frac{5}{6}\beta = 10\log(4) \Rightarrow \frac{1}{6}\beta = 10\log(4)$$

$$\Rightarrow \beta = 60\log(2)^2 = 120\overbrace{\log(2)}^{0/3} = 120\times 0/3 = 36\ dB$$

تیزبازی پس از این‌که $\beta = 36\ dB$ به دست آمد، می‌توان فهمید که $\beta_B = \frac{5}{6}\times 36 = 30\ dB$ است. با توجه به این‌که نقطهٔ C نسبت به نقطهٔ B در فاصلهٔ بیشتری از چشمهٔ صوت قرار دارد، حتماً $\beta_C < 30\ dB$ است. با نگاهی به گزینه‌ها، می‌توانیم ۱ را انتخاب کنیم.

گام نسبت شدت صوت دریافتی دو ناظر A و C را حساب می‌کنیم:

$$\frac{I_A}{I_C} = (\frac{r_C}{r_A})^2 = (\frac{4r}{r})^2 = 16$$

گام حالا به سراغ محاسبهٔ تراز شدت صوت دریافتی ناظر C می‌رویم:

$$\beta_A - \beta_C = 10\log(\frac{I_A}{I_C}) \Rightarrow 36 - \beta_C = 10\log(16) \Rightarrow 36 - \beta_C = 10\log(2)^4$$

$$\Rightarrow 36 - \beta_C = 40\overbrace{\log(2)}^{0/3} \Rightarrow 36 - \beta_C = 12 \Rightarrow \beta_C = 24\ dB$$

مشاوره در حل تست‌های مبحث تراز شدت صوت، مهم‌ترین مهارت، حل رابطهٔ لگاریتمی است. در این تست‌ها اغلب $\log 2 = 0/3$ را می‌دهند و شما باید یاد بگیرید که چگونه عددی که با آن سروکار دارید را به صورت مجموع یا تفاضل یک عدد صحیح و یک عدد برحسب ۰/۳ بنویسید. چند نمونه ببینید:

◇ $5/1 = 6 - (3\times 0/3)$

◇ $5/2 = 4 + (4\times 0/3)$

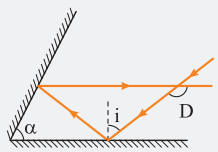
◇ $5/3 = 5 + 0/3$

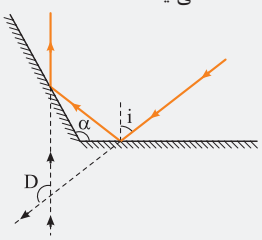
◇ $5/4 = 6 - (2\times 0/3)$

◇ $5/5 = 4 + (5\times 0/3)$

۴۲- گزینه ۳

درس‌نامه اگر پرتوی نور از هر یک از دو آینهٔ متقاطع **یک بار** بازتاب شود (کلاً دو برخورد داشته باشیم)، زاویهٔ بین پرتوی تابیده به آینهٔ اول و پرتوی بازتاب‌شده از آینهٔ دوم (که به آن زاویهٔ انحراف هم می‌گوییم.) فقط به **زاویهٔ بین دو آینه** بستگی دارد و از رابطه‌های زیر به دست می‌آید:





(الف) $\alpha \le 90^\circ \Rightarrow D = 2\alpha$ (ب) $\alpha > 90^\circ \Rightarrow D = 360^\circ - 2\alpha$

◇ در این حالت، زاویهٔ انحراف (D) به زاویهٔ پرتوی تابش به آینهٔ اول (i)، بستگی ندارد.

حواستان باشد، این فرمول‌ها فقط زمانی برقرارند که پرتوی نور از هر آینه **یک بار** بازتاب شود. *(ممکنه در ادامه بازتاب‌های بیشتری از آینه‌ها رخ بده، ولی بررسی ما تا موقعی است که از هر یک از آینه‌ها یک بازتاب رخ داده باشه.)*

با توجه به صورت تست، با وضعیتی روبه‌رو هستیم که پرتوی نور از هر آینه یک بار بازتاب شده است *(مرقی از بازتاب دوم، سوم و ... نزده)*. در درس‌نامه دیدید که زاویهٔ بین امتداد پرتوی نور بازتاب‌شده از آینهٔ M_2 با پرتوی تابیده به آینهٔ M_1 در حالتی که $\alpha < 90^\circ$ است، از رابطهٔ $D = 2\alpha$ (α: زاویهٔ بین دو آینه) به دست می‌آید و به زاویهٔ تابش بستگی ندارد؛ پس:

$$D = 2\alpha = 2\times 50^\circ = 100^\circ$$

۴۳- گزینه ۴

استراتژی برای بررسی فرایندهای مربوط به واپاشی، مراحل زیر را به ترتیب طی می‌کنیم:

۱ فرایند واپاشی را می‌نویسیم. *(اگه فرایند توی صورت تست داده شده بود نیازی به این مرحله نداریم.)*

۲ پایستگی عدد جرمی و پایستگی عدد اتمی را برای اجزای دو طرف فرایند می‌نویسیم تا خواستهٔ تست به دست آید.

درس‌نامه ۱ **عدد جرمی**: مجموع تعداد پروتون‌ها (عدد اتمی) و نوترون‌ها (عدد نوترونی)

$$A = Z + N$$

۲ در فرایندهای واپاشی دو اصل زیر برقرار است:

◇ **پایستگی عدد جرمی (پایستگی تعداد نوکلئون‌ها)**: مجموع تعداد نوکلئون‌های دو طرف فرایند، یکسان است.

◇ **پایستگی عدد اتمی (پایستگی تعداد پروتون‌ها)**: مجموع تعداد پروتون‌های دو طرف فرایند یکسان است.

گام

نکته ذرهٔ β^-، الکترون $({}^{0}_{-1}\beta^-)$ است.

فرایند واپاشی را می‌نویسیم (هستهٔ دختر را با ${}^{A}_{Z}Y$ نشان داده‌ایم).

$${}^{24}_{11}Na \rightarrow {}^{A}_{Z}Y + {}^{0}_{-1}\beta^-$$

گام پایستگی عدد جرمی و پایستگی عدد اتمی را برای اجزای دو طرف فرایند می‌نویسیم:

پایستگی عدد جرمی: $24 = A + 0 \Rightarrow A = 24$

پایستگی عدد اتمی: $11 = Z - 1 \Rightarrow Z = 12$

اگه همین‌جا نگاهی به گزینه‌ها بندازین، می‌فهمین جواب تست ۴ است.

گام تعداد نوترون‌های هستهٔ دختر را به دست می‌آوریم:

$$N = A - Z \xrightarrow[Z=12]{A=24} N = 24 - 12 = 12$$

مشاوره بررسی فرایندهای واپاشی از مباحث مورد علاقهٔ طراحان کنکور در فصل ۴ فیزیک دوازدهم است. دانستن استراتژی و درس‌نامه‌ای که برایتان آوردیم، برای حل تست‌های این مبحث کافی است. پس خوب یادشان بگیرید.

۴۴- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ رابطهٔ بین طول موج و بسامد فوتون:

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (\text{تندی نور در خلأ: } c = 3\times10^8\ m/s)$$

۲ معادلهٔ ریدبرگ: طول موج خط‌های طیف گسیلی اتم هیدروژن در هر رشته، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad (n > n' \text{ و ثابت ریدبرگ: } R \simeq 0/01(nm)^{-1})$$

(n': شمارهٔ رشته)

◇ در این رابطه، طول موج (λ) برحسب نانومتر (nm) است.

◇ شماره و نام رشته‌ها به صورت جدول زیر است:

شمارهٔ رشته (n')	۱	۲	۳	۴	۵
نام رشته	لیمان	بالمر	پاشن	براکت	پفوند

گام ابتدا طول موج خط طیف گسیلی را با استفاده از رابطهٔ $\lambda = \frac{c}{f}$ به دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{c}{f} \xrightarrow[f=2/5\times10^{14}\ Hz]{c=3\times10^8\ m/s} \lambda = \frac{3\times10^8}{2/5\times10^{14}} = \frac{6}{5}\times10^{-6}\ m$$

$$\xrightarrow{10^{-9}\ m = 1\ nm} \lambda = 1200\ nm$$

گام شمارهٔ مدار سومین خط طیف اتم هیدروژن در رشتهٔ n'، برابر با $n'+3$ است؛ بنابراین با استفاده از معادلهٔ ریدبرگ می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right) \xrightarrow[R=0/01(nm)^{-1}]{\lambda=1200\ nm,\ n=n'+3} \frac{1}{1200} = \frac{1}{100}\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+3)^2}\right)$$

معادله رو حل نکنید! گزینه‌ها رو جای‌گذاری کنید؛ مثلاً ① $(n'=3)$ را جای‌گذاری می‌کنیم تا ببینیم تساوی برقرار است یا نه:

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{3^2} - \frac{1}{6^2} \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{1}{9} - \frac{1}{36} \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{3}{36} \checkmark$$

۴۵- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ ترازهای انرژی الکترون در اتم هیدروژن در مدل اتمی بور:

(n: شمارهٔ مدار، انرژی الکترون در مدار nام)

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2} \quad (\text{یک ریدبرگ: } E_R = 13/6\ eV)$$

۲ در اتم هیدروژن، وقتی که الکترون از یک حالت مانا با انرژی بیشتر (E_U) به یک حالت مانا با انرژی کم‌تر (E_L) می‌رود، یک فوتون گسیل می‌شود. انرژی این فوتون برابر با اختلاف انرژی بین دو مدار اولیه و نهایی است. یعنی: $E = E_U - E_L$

۳ شعاع مدارهای الکترون در اتم هیدروژن در مدل اتمی بور:

(n: شمارهٔ مدار، شعاع مدار nام)

$$r_n = a_0 n^2$$

(a_0: شعاع اولین مدار (شعاع بور))

گام ابتدا باید شمارهٔ مدارهای r و r' را پیدا کنیم. برای این کار انرژی الکترون در چند تراز اتم هیدروژن را حساب می‌کنیم:

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = -\frac{13/6}{(1)^2} = -13/6\ eV \\ E_2 = -\frac{13/6}{(2)^2} = -3/4\ eV \\ E_3 = -\frac{13/6}{(3)^2} = -1/51\ eV \\ E_4 = -\frac{13/6}{(4)^2} = -0/85\ eV \end{cases}$$

حالا باید ببینیم اختلاف کدام دو تراز برابر $2/55\ eV$ است. با کمی دقت متوجه می‌شویم که $E_4 - E_2$ برابر این مقدار است: $E_4 - E_2 = -0/85 - (-3/4) = 2/55\ eV$

بنابراین الکترون از مدار $n = 4$ به مدار $n' = 2$ منتقل شده است.

گام حالا می‌توانیم به کمک رابطهٔ $r_n = a_0 n^2$ به جواب برسیم:

$$r - r' = a_0 n^2 - a_0 n'^2 = a_0(n^2 - n'^2) = a_0(4^2 - 2^2) = 12a_0$$

۴۶- گزینه ۲

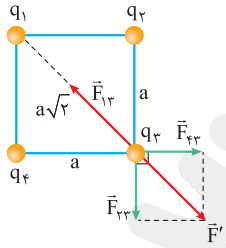
استراتژی برای این‌که نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 برابر صفر شود، لازم است که: ① برایند نیروهای الکتریکی که بارهای q_2 و q_4 به بار q_3 وارد می‌کنند $(\vec{F}')$ در خلاف جهت نیروی الکتریکی باشد که بار q_1 به بار q_3 وارد می‌کند $(\vec{F}_{13})$؛ برای این منظور، **اولاً** بارهای q_2 و q_4 را یکسان در نظر بگیرید تا $\vec{F}'$ در امتداد $\vec{F}_{13}$ قرار بگیرد و **ثانیاً** این بارها با بار q_1 ناهمنام باشند تا $\vec{F}'$ در خلاف جهت $\vec{F}_{13}$ باشد.

② اندازهٔ $\vec{F}'$ و $\vec{F}_{13}$ را برابر قرار دهید.

درس‌نامه قانون کولن: دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 که در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند، به هم نیروی الکتریکی وارد می‌کنند که اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad (\text{ثابت کولن: } k = 9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$$

گام طبق مرحلهٔ (۱) استراتژی بالا و با توجه به شکل زیر، ابتدا $\vec{F}'$ و سپس $\vec{F}_{13}$ را محاسبه می‌کنیم (فرض کردیم که بارهای q_2 و q_4 با بار q_3 همنام و در نتیجه بار q_1 با آن‌ها ناهمنام است):



$$F_{23} = F_{43} = k\frac{|q_2||q_3|}{a^2}$$

$\vec{F}_{43}$ و $\vec{F}_{23}$ بر هم عمودند: $F' = \sqrt{F_{23}^2 + F_{43}^2}$

$$\xrightarrow{F_{23}=F_{43}} F' = \sqrt{2}F_{23} = \sqrt{2}k\frac{|q_2||q_3|}{a^2}$$

$$F_{13} = k\frac{|q_1||q_3|}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{1}{2}k\frac{|q_1||q_3|}{a^2}$$

گام F' و F_{13} را برابر قرار می‌دهیم:

$$F' = F_{13} \Rightarrow \sqrt{2}k\frac{|q_2||q_3|}{a^2} = \frac{1}{2}k\frac{|q_1||q_3|}{a^2}$$

$$\Rightarrow |q_2| = \frac{1}{2\sqrt{2}}|q_1| \xrightarrow[q_2=q_4]{\text{ناهمنام‌اند } q_1 \text{ و } q_2} q_2 = q_4 = -\frac{\sqrt{2}}{4}q_1$$

۴۷- گزینه ۴

درس‌نامه اصل پایستگی بار الکتریکی: اگر بین دو جسم تبادل بار الکتریکی صورت گیرد، جمع جبری بارهای دو جسم قبل از تماس برابر با جمع جبری بارهای دو جسم بعد از تماس است.

گام طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، بار جسم A پس از انتقال بار، برابر است با:

$$q_A + q_B = q'_A + q'_B \Rightarrow q + q = q'_A + (-2q) \Rightarrow q'_A = 4q$$

گام نسبت بزرگی نیروی الکتریکی که دو ذره به هم وارد می‌کنند را می‌نویسیم:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow{r:\text{ثابت}} \frac{F'}{F} = \frac{|q'_A||q'_B|}{|q_A||q_B|} = \frac{4|q|\times 2|q|}{|q|\times|q|} = 8$$

۴۸- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ اندازهٔ میدان الکتریکی در فاصلهٔ r از بار نقطه‌ای q از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$E = k\frac{|q|}{r^2} \qquad (\text{ثابت کولن}: k = 9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$$

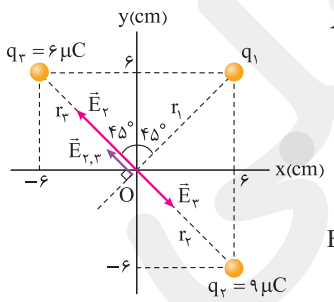
۲ مطابق شکل‌های روبه‌رو، خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج و به بار منفی داخل می‌شوند.



گام قبل از هر چیز، فاصلهٔ هر یک از بارها تا نقطهٔ O (مبدأ مختصات) برابر است با:

$$r_1 = r_2 = r_3 = \sqrt{6^2+6^2} = 6\sqrt{2}\ \text{cm}$$

گام حالا مطابق شکل مقابل، بردار میدان‌های الکتریکی حاصل از بارهای q_2 و q_3 در نقطهٔ O (مبدأ مختصات) را رسم می‌کنیم. بزرگی میدان‌های الکتریکی $\vec{E}_2$ و $\vec{E}_3$ به صورت زیر به دست می‌آید:



$$E_2 = k\frac{|q_2|}{r_2^2} = 9\times10^9\times\frac{9\times10^{-6}}{(6\sqrt{2}\times10^{-2})^2} = 11/25\times10^6\ N/C$$

$$E_3 = k\frac{|q_3|}{r_3^2} = 9\times10^9\times\frac{6\times10^{-6}}{(6\sqrt{2}\times10^{-2})^2} = 7/5\times10^6\ N/C$$

$$(\text{یا: } r_2 = r_3 \Rightarrow \frac{E_3}{E_2} = \frac{|q_3|}{|q_2|} \Rightarrow \frac{E_3}{11/25\times10^6} = \frac{6}{9} \Rightarrow E_3 = 7/5\times10^6\,N/C)$$

بزرگی برایند $\vec{E}_2$ و $\vec{E}_3$ برابر است با:

$$E_{2,3} = E_2 - E_3 = 11/25\times10^6 - 7/5\times10^6 = 3/75\times10^6\ N/C$$

گام علامت بار q_1، چه مثبت باشد و چه منفی، بردار میدان الکتریکی حاصل از آن $(\vec{E}_1)$ بر $\vec{E}_{2,3}$ عمود است؛ بنابراین E_1 به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$E_o^2 = E_{2,3}^2 + E_1^2 \Rightarrow (6/25\times10^6)^2 = (3/75\times10^6)^2 + E_1^2$$

$$\Rightarrow E_1^2 = (6/25^2 - 3/75^2)\times(10^6)^2$$

یادآوری اتحاد مزدوج:

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$\Rightarrow E_1^2 = \underbrace{(6/25-3/75)\times(6/25+3/75)}_{\text{اتحاد مزدوج}}\times(10^6)^2$$

$$= (2/5\times10)\times(10^6)^2 = (5\times10^6)^2 \Rightarrow E_1 = 5\times10^6\ N/C$$

تیزبازی E_1 را می‌توانیم به کمک الگوی اعداد فیثاغورسی 3k، 4k و 5k نیز به دست آوریم:

$$\begin{cases} E_{2,3} = 3/75\times10^6 = (3\times1/25)\times10^6 \\ E_o = 6/25\times10^6 = (5\times1/25)\times10^6 \end{cases} \Rightarrow E_1 = (4\times1/25)\times10^6 = 5\times10^6$$

گام با داشتن E_1، $|q_1|$ به راحتی به دست می‌آید:

$$E_1 = k\frac{|q_1|}{r_1^2} \Rightarrow 5\times10^6 = 9\times10^9\times\frac{|q_1|}{(6\sqrt{2}\times10^{-2})^2}$$

$$\Rightarrow |q_1| = \frac{5\times36\times2}{9}\times10^{-7} = 4\times10^{-6}\ C \xrightarrow{10^{-6}C=1\mu C} |q_1| = 4\ \mu C$$

۴۹- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ اگر بار الکتریکی روی صفحه‌های خازنی برابر Q و اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های آن برابر V باشد، ظرفیت خازن برابر است با:

$$C = \frac{Q}{V}$$

۲ انرژی ذخیره‌شده در خازنی به ظرفیت C که اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های آن V است، از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$U = \frac{1}{2}CV^2$$

گام اختلاف پتانسیل دو سر خازن، ۱۰ درصد کاهش یافته است؛ بنابراین:

$$V_2 = V_1 - \frac{10}{100}V_1 = 0/9V_1$$

گام

نکته ظرفیت خازن فقط به کمیت‌هایی که مربوط به ساختمان فیزیکی آن است، یعنی مساحت هر یک از صفحه‌ها، فاصلهٔ بین صفحه‌ها و دی‌الکتریکی که در فضای بین صفحات قرار دارد، وابسته است.

چون ساختمان خازن تغییر نکرده، ظرفیت آن ثابت باقی می‌ماند. درصد تغییرات بار الکتریکی را محاسبه می‌کنیم:

$$Q = CV \xrightarrow{C:\text{ثابت}} \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = 0/9 \Rightarrow Q_2 = 0/9Q_1$$

یعنی بار الکتریکی خازن $0/1\times100\% = 10\%$ کاهش می‌یابد.

گام درصد تغییرات انرژی ذخیره‌شده در خازن را محاسبه می‌کنیم:

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \xrightarrow{C:\text{ثابت}} \frac{U_2}{U_1} = (\frac{V_2}{V_1})^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = (0/9)^2 = 0/81 \Rightarrow U_2 = 0/81U_1$$

یعنی انرژی ذخیره‌شده در خازن $0/19\times100\% = 19\%$ کاهش می‌یابد.

تیزبازی به علت ثابت‌ماندن ساختمان خازن، ظرفیت آن ثابت می‌ماند (ثابت : C)؛ بنابراین طبق تناسب $Q \propto V$، چون توان V یک است، درصد کاهش بار الکتریکی با درصد کاهش اختلاف پتانسیل دو سر خازن، یکسان است (رد ۱ و ۲) و طبق تناسب $U \propto V^2$، چون توان V دو است، درصد کاهش انرژی ذخیره‌شده در خازن، بیشتر از درصد کاهش اختلاف پتانسیل دو سر خازن است. (رد ۳)

۵۰- گزینه ۳

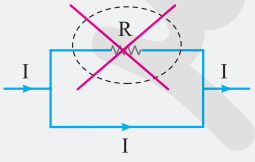
شفاف‌سازی

آمپرسنج آرمانی: همهٔ جریان از آمپرسنج می‌گذرد و مقاومت‌های ۴Ω و ۱۲Ω اتصال کوتاه می‌شوند.

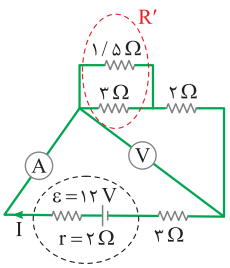
ولت‌سنج آرمانی: جریانی از ولت‌سنج عبور نمی‌کند.

گام

نکته مطابق شکل مقابل، اگر دو سر یک مقاومت، با سیم (بدون مقاومت) به یکدیگر متصل شوند، از این مقاومت جریانی عبور نمی‌کند و این مقاومت اصطلاحاً اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. در این حالت، همهٔ جریان ورودی به گره، از سیم عبور خواهد کرد.



چون آمپرسنج آرمانی است، مقاومت‌های ۴Ω و ۱۲Ω که با آمپرسنج موازی‌اند، اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شوند و شکل ساده‌شدهٔ مدار به صورت زیر خواهد بود. با توجه به این شکل، مقاومت معادل مدار را محاسبه می‌کنیم:



$$R' \text{ مقاومت‌های } 1/5\Omega \text{ و } 3\Omega \text{ موازی‌اند}: R' = \frac{1/5\times3}{1/5+3} = 1\Omega$$

$$(\text{یا: } \overset{n}{3} = \overset{n}{2}\times1/5 \Rightarrow R' = \frac{3}{2+1} = 1\Omega)$$

$$R_{eq} \text{ مقاومت‌های } R', 2\Omega \text{ و } 3\Omega \text{ متوالی‌اند}: R_{eq} = R'+2+3 = 1+2+3 = 6\ \Omega$$

گام عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد همان جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) است، پس:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۱۲}{۶+۲}=۱/۵\,A$$

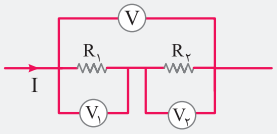
گام عدد ولت‌سنج برابر با مجموع اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های $R'=۱\,\Omega$ و $۲\,\Omega$ است؛ بنابراین:

$$V=V_{R'}+V_{۲\,\Omega}=R'I+۲I=۱\times ۱/۵+۲\times ۱/۵=۴/۵\,V$$

۵۱- گزینه ۲

درس‌نامه

۱ مطابق شکل روبه‌رو، دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ به صورت متوالی (سری) به هم متصل‌اند:



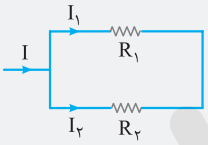
- مقاومت معادل این دو مقاومت:

$$R_{eq}=R_۱+R_۲$$

- اختلاف پتانسیل دو سر مجموعهٔ مقاومت‌ها برابر با مجموع اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از مقاومت‌ها است:

$$V=V_۱+V_۲$$

۲ مطابق شکل روبه‌رو، دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ به صورت موازی به هم متصل‌اند:



- مقاومت معادل این دو مقاومت:

$$R_{eq}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}$$

- اگر مقاومت بزرگ‌تر، n برابر مقاومت کوچک‌تر باشد:

$$R_{eq}=\frac{\text{مقاومت بزرگ‌تر}}{n+۱}$$

- نسبت جریان عبوری از مقاومت‌ها برابر با وارون نسبت مقاومت‌ها است:

$$\frac{I_۱}{I_۲}=\frac{R_۲}{R_۱}$$

- **اصل پایستگی بار الکتریکی:**

$$I=I_۱+I_۲$$

۳ اگر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R، برابر با V و جریان عبوری از آن برابر با I باشد، توان مصرفی در این مقاومت از روابط مقابل به دست می‌آید:

$$P_R=VI=RI^۲$$

روش **گام** با توجه به شکل (الف)، اصل پایستگی بار الکتریکی را در نقطهٔ A می‌نویسیم تا جریان عبوری از مقاومت $۶\,\Omega$ به دست آید:

$$I=I_{۶\,\Omega}+I_{۹\,\Omega}\Rightarrow ۴=I_{۶\,\Omega}+۱\Rightarrow I_{۶\,\Omega}=۳\,A$$

گام معادل مقاومت‌های $۹\,\Omega$، $R_۲$ و $۹۰\,\Omega$ (یعنی R') با مقاومت $۶\,\Omega$ موازی است و جریان عبوری از آن (I')، همان جریان عبوری از مقاومت $۹\,\Omega$ یعنی $۱\,A$ است؛ بنابراین مقدار R' به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{R'}{۶}=\frac{I_{۶\,\Omega}}{I'}\Rightarrow\frac{R'}{۶}=\frac{۳}{۱}\Rightarrow R'=۱۸\,\Omega$$

گام معادل مقاومت‌های موازی $R_۲$ و $۹۰\,\Omega$ را برابر با R'' در نظر می‌گیریم. مقاومت $R_۲$ به این صورت محاسبه می‌شود:

$$R'=۹+R''\Rightarrow ۱۸=۹+R''\Rightarrow R''=۹\,\Omega$$

$$R''=\frac{۹۰R_۲}{۹۰+R_۲}\Rightarrow ۹=\frac{۹۰R_۲}{۹۰+R_۲}\Rightarrow ۹۰+R_۲=۱۰R_۲\Rightarrow ۹R_۲=۹۰$$

$$\Rightarrow R_۲=۱۰\,\Omega$$

گام جریان عبوری از مقاومت $R_۲$ به صورت زیر به دست می‌آید:

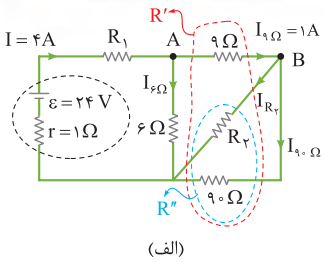
$$\frac{R_۲}{۹۰}=\frac{I_{۹۰\,\Omega}}{I_{R_۲}}\Rightarrow\frac{۱۰}{۹۰}=\frac{I_{۹۰\,\Omega}}{I_{R_۲}}\Rightarrow I_{۹۰\,\Omega}=\frac{۱}{۹}I_{R_۲}$$

اصل پایستگی بار الکتریکی در نقطهٔ B: $I_{۹\,\Omega}=I_{R_۲}+I_{۹۰\,\Omega}$

$$\Rightarrow ۱=I_{R_۲}+\frac{۱}{۹}I_{R_۲}\Rightarrow I_{R_۲}=\frac{۱}{\frac{۱۰}{۹}}=۰/۹\,A$$

گام توان الکتریکی مصرفی مقاومت $R_۲$ برابر است با:

$$P_{R_۲}=R_۲I_{R_۲}^۲=۱۰\times(۰/۹)^۲=۸/۱\,W$$



(الف)

روش

گام مانند گام اول روش اول.

گام با توجه به شکل (ب)، اختلاف پتانسیل بین نقاط A و C برابر با مجموع اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B و اختلاف پتانسیل بین نقاط B و C است. با این توضیحات، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۲$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$V_{AC}=V_{AB}+V_{BC}\Rightarrow V_{۶\,\Omega}=V_{۹\,\Omega}+V_{R_۲}\Rightarrow ۶\times ۳=۹\times ۱+V_{R_۲}$$
$$\Rightarrow V_{R_۲}=۹\,V$$

گام چون مقاومت‌های $R_۲$ و $۹۰\,\Omega$ موازی‌اند، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $۹۰\,\Omega$ هم برابر با $۹\,V$ است؛ بنابراین جریان عبوری از مقاومت‌های $۹۰\,\Omega$ و $R_۲$ به صورت زیر به دست می‌آید:

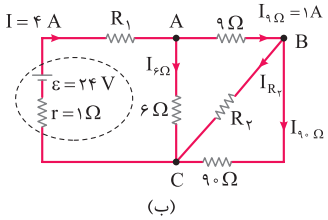
$$V_{۹۰\,\Omega}=۹۰I_{۹۰\,\Omega}\Rightarrow ۹=۹۰I_{۹۰\,\Omega}\Rightarrow I_{۹۰\,\Omega}=۰/۱\,A$$

اصل پایستگی بار الکتریکی در نقطهٔ B: $I_{۹\,\Omega}=I_{R_۲}+I_{۹۰\,\Omega}\Rightarrow ۱=I_{R_۲}+۰/۱$

$$\Rightarrow I_{R_۲}=۰/۹\,A$$

گام توان الکتریکی مصرفی مقاومت $R_۲$ برابر است با:

$$P_{R_۲}=V_{R_۲}I_{R_۲}=۹\times ۰/۹=۸/۱\,W$$

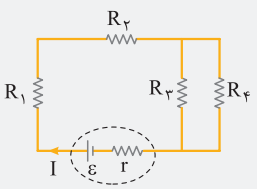


(ب)

۵۲- گزینه ۳

درس‌نامه

در مدار شکل زیر:



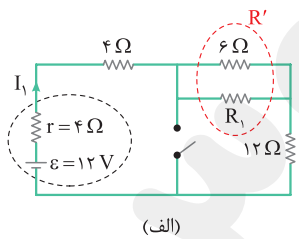
جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری):

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$$

اختلاف پتانسیل دو سر باتری:

$$V=\varepsilon-rI$$

گام در حالت اول که مطابق شکل (الف) کلید باز است، مقاومت معادل مدار و در نتیجه جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) به صورت زیر به دست می‌آید (معادل مقاومت‌های $۶\,\Omega$ و $R_۱$ را برابر R' در نظر می‌گیریم):



(الف)

$$R_{eq(۱)}=۴+R'+۱۲$$: مقاومت‌های $۴\,\Omega$، R' و $۱۲\,\Omega$ متوالی‌اند

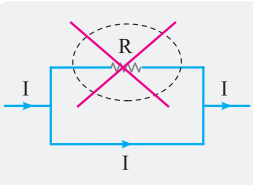
$$I_۱=\frac{\varepsilon}{R_{eq(۱)}+r}=\frac{۱۲}{۴+R'+۱۲+۴}=\frac{۱۲}{۲۰+R'}$$

اختلاف پتانسیل دو سر باتری در حالت اول برابر است با:

$$V_۱=\varepsilon-rI_۱=۱۲-۴\times\frac{۱۲}{۲۰+R'}=۱۲-\frac{۴۸}{۲۰+R'}\quad(I)$$

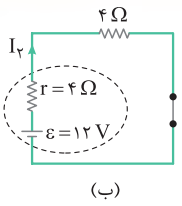
گام

نکته مطابق شکل روبه‌رو، اگر دو سر یک مقاومت، با سیم (بدون مقاومت) به یکدیگر متصل شوند، از این مقاومت جریانی عبور نمی‌کند و این مقاومت اصطلاحاً اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. در این حالت، همهٔ جریان ورودی به گره، از سیم عبور خواهد کرد.



در حالت دوم با بستن کلید، مقاومت‌های R' و $12\,\Omega$ اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شوند. در این حالت مدار به شکل (ب) ساده می‌شود. مقاومت معادل مدار و جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) را محاسبه می‌کنیم:

$R_{eq(۲)} = 4\,\Omega$



(ب)

$$I_۲ = \frac{\varepsilon}{R_{eq(۲)} + r} = \frac{۱۲}{۴+۴} = ۱/۵\,A$$

اختلاف پتانسیل دو سر باتری در حالت دوم برابر است با:

$$V_۲ = \varepsilon - rI_۲ = ۱۲ - ۴\times ۱/۵ = ۶\,V$$

گام ابتدا اختلاف پتانسیل دو سر باتری در حالت اول و سپس به کمک رابطهٔ (I)، R' را به دست می‌آوریم:

$$V_۲ = V_۱ - \frac{۴۰}{۱۰۰}V_۱ = ۰/۶V_۱ \Rightarrow ۶ = ۰/۶V_۱ \Rightarrow V_۱ = ۱۰\,V$$

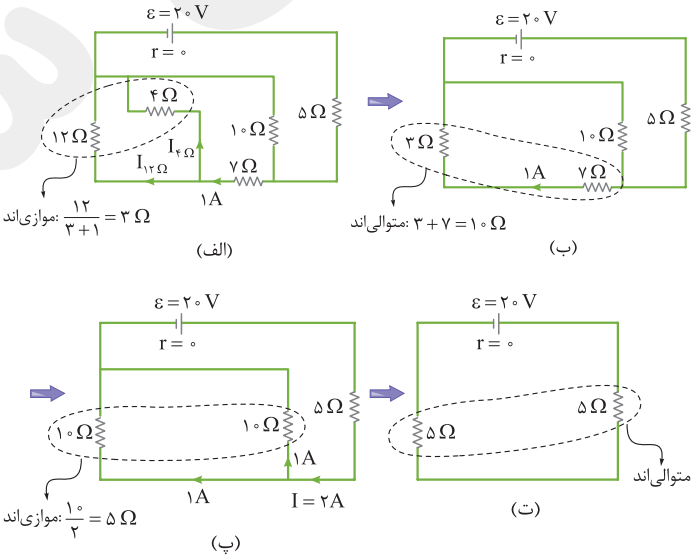
$$۱۲ - \frac{۴R'}{۲۰+R'} = ۱۰ \Rightarrow \frac{۴R'}{۲۰+R'} = ۲ \Rightarrow R' = ۲۴ - ۲۰ = ۴\,\Omega$$

گام شکل (الف) را ببینید. مقاومت‌های $R_۱$ و $6\,\Omega$ موازی‌اند؛ بنابراین $R_۱$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$R' = \frac{۶R_۱}{۶+R_۱} \Rightarrow ۴ = \frac{۶R_۱}{۶+R_۱} \Rightarrow ۶R_۱ = ۲۴ + ۴R_۱ \Rightarrow R_۱ = \frac{۲۴}{۲} = ۱۲\,\Omega$$

۵۳- گزینه ۲

گام مطابق شکل‌های (الف) تا (ت)، مقاومت معادل مدار را محاسبه می‌کنیم:



$$R_{eq} = ۵ + ۵ = ۱۰\,\Omega$$

گام جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{۲۰}{۱۰+۰} = ۲\,A$$

گام به شکل (پ) نگاه کنید. جریان $I = ۲\,A$ بین دو مقاومت موازی $۱۰\,\Omega$ به صورت مساوی تقسیم می‌شود، یعنی از هر مقاومت جریان $\frac{۲}{۲} = ۱\,A$ می‌گذرد. با توجه به شکل (ب)، این جریان $۱\,A$ از مقاومت $۳\,\Omega$ که معادل دو مقاومت موازی $۱۲\,\Omega$ و $۴\,\Omega$ است، می‌گذرد. با توجه به شکل (الف)، جریان عبوری از مقاومت $۴\,\Omega$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{I_{۱۲\Omega}}{I_{۴\Omega}} = \frac{۴}{۱۲} \Rightarrow I_{۱۲\Omega} = \frac{۱}{۳}I_{۴\Omega}$$

اصل پایستگی بار الکتریکی: $I_{۴\Omega} + I_{۱۲\Omega} = ۱\,A \Rightarrow I_{۴\Omega} + \frac{۱}{۳}I_{۴\Omega} = ۱$

$$\Rightarrow \frac{۴}{۳}I_{۴\Omega} = ۱ \Rightarrow I_{۴\Omega} = \frac{۳}{۴}\,A$$

تیزبازی در گام سوم، همین که فهمیدید جریان $۱\,A$ بین مقاومت‌های موازی $۱۲\,\Omega$ و $۴\,\Omega$ تقسیم می‌شود، به راحتی می‌توان گفت که سهم جریان عبوری از مقاومت کوچک‌تر یعنی $۴\,\Omega$، از مقاومت دیگر بیشتر است؛ بنابراین جریان عبوری از این مقاومت باید بیشتر از $\frac{۱}{۲}\,A$ (و قاعدتاً کم‌تر از جریان کل ورودی به مجموعه یعنی $۱\,A$) باشد؛ پس (۲) جواب تست است.

۵۴- گزینه ۱

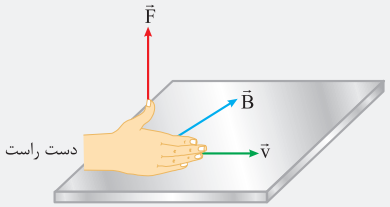
درس‌نامه

(۱) ذره‌ای با بار q در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ در حال حرکت با سرعت $\vec{v}$ است:

◇ **اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره:** $F = |q|\,vB\sin\theta$

در رابطهٔ بالا، θ زاویهٔ بین جهت حرکت بار الکتریکی (بردار $\vec{v}$) و جهت میدان مغناطیسی (بردار $\vec{B}$) است.

◇ **جهت نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره:** به کمک قاعدهٔ دست راست تعیین می‌شود. طبق این قاعده، اگر چهار انگشت دست راست را طوری در جهت بردار سرعت ذره $(\vec{v})$ قرار دهیم که بردار میدان مغناطیسی $(\vec{B})$ از کف دست خارج شود، شست دست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره با بار مثبت را نشان می‌دهد (شکل زیر را ببینید).

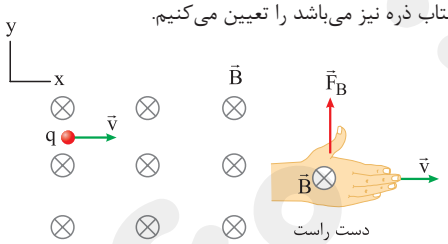


نکته اگر بار ذره منفی باشد، این قاعده را با دست چپ اجرا می‌کنیم.

علامت بار ذره	جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره
مثبت	قاعدهٔ دست راست
منفی	قاعدهٔ دست راست را با دست چپ اجرا می‌کنیم.

(۲) **قانون دوم نیوتون:** $F_{net} = ma$

گام مطابق شکل زیر، با استفاده از قاعدهٔ دست راست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره که جهت شتاب ذره نیز می‌باشد را تعیین می‌کنیم.



جهت شتاب **در جهت محور y** است. ((۲) و (۴) نادرست‌اند.)

گام حالا به سراغ محاسبهٔ شتاب می‌رویم:

$$F = |q|\,vB\sin\theta \xrightarrow{F=ma} ma = |q|\,vB\underbrace{\sin ۹۰^\circ}_{۱}$$

$$\Rightarrow ۱/۷\times ۱۰^{-۲۷}\times a = ۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}\times ۱۰^{۴}\times (۱۷۰\times ۱۰^{-۴})\times ۱$$

$$\Rightarrow a = ۱/۶\times ۱۰^{۱۰}\ m/s^۲ \xrightarrow{\vec{j}\ \text{در جهت}\ \vec{a}} \vec{a} = (۱/۶\times ۱۰^{۱۰}\ m/s^۲)\vec{j}$$

۵۵- گزینه ۴

درس‌نامه (۱) **قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:**

با تغییر شار مغناطیسی عبوری از یک مدار بسته، نیروی محرکه‌ای در آن القا می‌شود. نیروی محرکهٔ القایی متوسط در این مدار از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow[\text{فقط B تغییر کند.}]{\Phi = BA\cos\theta} \varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta$$

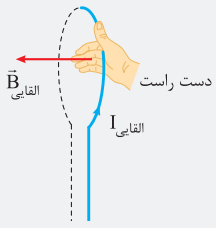
تعداد حلقه‌ها — آهنگ تغییر اندازهٔ میدان مغناطیسی — مساحت حلقه — زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی و نیم‌خط عمود بر سطح حلقه

◇ معمولاً در تست‌ها زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی و سطح حلقه (α) را می‌دهند. α متمم زاویهٔ θ است، یعنی: $\theta = 90^\circ - \alpha$

۲ قانون لنز: با تغییر شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه (یا پیچه یا سیم‌لوله)، میدان مغناطیسی القایی در داخل حلقه به وجود می‌آید که جهت آن طبق جدول زیر تعیین می‌شود:

چگونگی تغییر شار مغناطیسی	جهت میدان مغناطیسی القایی
افزایش	در خلاف جهت میدان مغناطیسی اصلی
کاهش	هم‌جهت با میدان مغناطیسی اصلی

۳ قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت جریان القایی: اگر چهار انگشت دست راست را در جهت میدان مغناطیسی در داخل حلقه قرار دهیم، شست دست جهت جریان القایی در حلقه را نشان می‌دهد (شکل روبه‌رو):



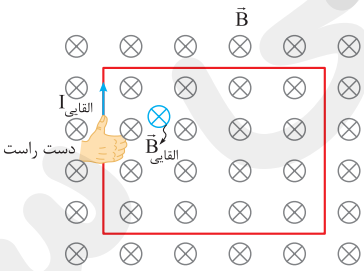
گام ۱ سطح حلقه بر میدان مغناطیسی عمود است؛ یعنی:

$$\alpha = 90^\circ \Rightarrow \theta = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 90^\circ = 0^\circ$$

نیروی محرکهٔ القایی متوسط در حلقه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta = -1\times\frac{(-200\times10^{-4})}{(1\times10^{-3})}\times(600\times10^{-4})\times\cos0^\circ = 1/2\ \text{V}$$

گام ۲ بزرگی میدان مغناطیسی و در نتیجه شار مغناطیسی عبوری از حلقه در حال **کاهش** است؛ بنابراین طبق قانون لنز، میدان مغناطیسی القایی **هم‌جهت** با میدان مغناطیسی اصلی خواهد بود و به کمک قاعدهٔ دست راست و مطابق شکل مقابل، جهت جریان القایی در حلقه **ساعتگرد** است.



تله طراح ① را قرار داده تا کوچک‌ترین اشتباه در تعیین جهت جریان القایی از سوی شما، به قیمت از دست دادن این تست تمام شود.

۵۶- گزینه ۱

درس‌نامه قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: کار کل انجام‌شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است: $W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_2 - K_1$

◇ رابطهٔ بالا برای هر نوع مسیری برقرار است.

◇ انرژی جنبشی در آغاز و پایان مسیر مهم است و این‌که در طول مسیر انرژی جنبشی جسم چگونه تغییر کرده، اهمیتی ندارد.

مورد **(الف) الزاماً درست** است. طبق قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، کار نیروی خالص وارد بر جسم برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است؛ بنابراین: $W_t = \Delta K \xrightarrow[K_1=K_2]{v_1=v_2} W_t = 0$

علت نادرستی موارد (ب) و (پ) را بررسی می‌کنیم.

(ب): فرض کنید جسمی را از سطح زمین با تندی ثابت به ارتفاع h می‌بریم. با این کار، انرژی جنبشی جسم $(K = \frac{1}{2}mv^2)$ ثابت و با افزایش ارتفاع h، انرژی پتانسیل گرانشی جسم $(U = mgh)$ افزایش می‌یابد؛ در نتیجه انرژی مکانیکی جسم طبق رابطهٔ $E = K + U$ افزایش می‌یابد.

(پ): طبق توضیحات مورد (الف)، فقط می‌توانیم بگوییم که کار نیروی خالص وارد بر جسم برابر صفر است و نمی‌توان گفت که الزاماً نیروی خالص وارد بر جسم برابر صفر است؛ مانند حالتی که نیروی خالص وارد بر جسم، عمود بر جابه‌جایی جسم باشد.

برای مثال فرض کنید بار الکتریکی در یک میدان مغناطیسی یکنواخت روی یک مسیر دایره‌ای در حال چرخش است. چون نیروی مغناطیسی همواره عمود بر بردار سرعت و جابه‌جایی است، کاری روی بار الکتریکی انجام نمی‌دهد و تندی بار ثابت می‌ماند. این در حالی است که نیروی خالص وارد بر بار صفر نیست.

۵۷- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ انرژی جنبشی جسمی به جرم m و تندی v، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید: $K = \frac{1}{2}mv^2$

۲ اگر ارتفاع جسمی به جرم m، به اندازهٔ Δh تغییر کند، تغییر انرژی پتانسیل گرانشی آن از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید: $\Delta U = mg\Delta h$

◇ در رابطهٔ بالا، اگر جسم به سطح زمین نزدیک شود، $\Delta h < 0$ و اگر جسم از سطح زمین دور شود، $\Delta h > 0$ است.

۳ انرژی مکانیکی جسم برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل جسم است: $E = K + U$

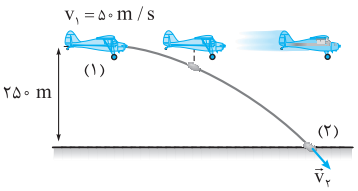
۴ اصل پایستگی انرژی مکانیکی: در غیاب نیروهای اتلافی مانند مقاومت هوا، اصطکاک و ...، انرژی مکانیکی جسم در تمام نقاط مسیر حرکت جسم، مقدار یکسانی دارد:

$$E_1 = E_2 \xrightarrow{\Delta E=0} \Delta K + \Delta U = 0$$

چون مقاومت هوا ناچیز است، انرژی مکانیکی بسته پایسته می‌ماند؛ بنابراین:

$$\Delta E = 0 \Rightarrow \Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) + mg\Delta h = 0$$

نکته اگر جسمی از درون متحرکی رها شود و سرعت متحرک در لحظهٔ رهاشدن جسم برابر با v باشد، سرعت اولیهٔ جسم هم برابر با v خواهد بود.



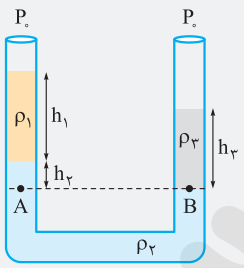
$$\Rightarrow \frac{1}{2}(v_2^2 - 50^2) + 10\times(-250) = 0$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}v_2^2 = 3750 \Rightarrow v_2^2 = 7500$$
$$\xrightarrow{\text{جذر}} v_2 = 50\sqrt{3}\ \text{m/s}$$

تله اگر به خاطر جملهٔ «بسته رها می‌شود»، تندی اولیهٔ بسته را برابر صفر در نظر بگیرید، راهتان به گزینهٔ ① ختم خواهد شد.

۵۸- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز: در نقطه‌های هم‌تراز یک مایع ساکن، فشار یکسان است و به شکل ظرف بستگی ندارد.

برای مثال در شکل مقابل، نقاط A و B هم‌ترازند و درون یک مایع ساکن قرار دارند؛ بنابراین فشار این دو نقطه با هم برابر است.

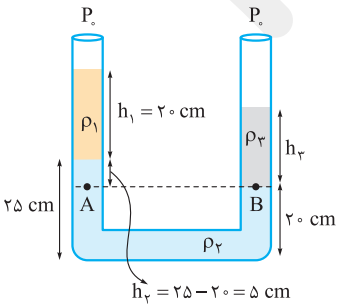


$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = P_0 + \rho_3 g h_3 \Rightarrow \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 = \rho_3 h_3$$

◇ توجه داشته باشید که در این رابطه فقط یکسان‌بودن یکاها در دو طرف تساوی مهم است.

۲ چگالی: $\rho = \frac{m}{V}$ (جرم جسم / حجم جسم)

گام ۱ مطابق شکل روبه‌رو، دو نقطهٔ A و B هم‌ترازند و در مایع (۲) قرار دارند؛ پس با توجه به اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز، می‌توان نوشت:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 = \rho_3 h_3$$
$$\Rightarrow 0/8\times20 + 2/4\times5 = \rho_3 h_3$$
$$\Rightarrow \rho_3 h_3 = 16 + 12 = 28\ \text{g/cm}^2$$

گام ۲ طراح جرم مایع سوم را از ما خواسته است؛ برای این کار از رابطهٔ چگالی و این‌که حجم لوله از رابطهٔ $V = Ah$ به دست می‌آید، کمک می‌گیریم:

$$m_3 = \rho_3 V_3 = \rho_3 A h_3 \xrightarrow[A=2\ \text{cm}^2]{\rho_3 h_3 = 28\ \text{g/cm}^2} m_3 = 28\times2 = 56\ \text{g}$$

۵۹- گزینه ۳

درس‌نامه رابطهٔ انبساط طولی:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta T \rightarrow \text{افزایش دما برحسب } K \text{ یا } ^\circ C$$

(L_1: طول اولیه، α: ضریب انبساط طولی برحسب $\frac{1}{K}$ یا $\frac{1}{^\circ C}$، ΔL: افزایش طول)

با توجه به داده‌های سؤال، ضریب انبساط طولی آلومینیم بیشتر از فولاد است؛ بنابراین از آن‌جا که طول اولیهٔ دو میله برابر است، با افزایش یکسان دمای میله‌ها، افزایش طول میلهٔ آلومینیمی بیشتر از افزایش طول میلهٔ فولادی خواهد بود؛ با این حساب برای این‌که اختلاف طول میله‌ها برابر با $2/3\ mm$ شود، باید افزایش طول میلهٔ آلومینیمی $2/3\ mm$ بیشتر از افزایش طول میلهٔ فولادی باشد؛ یعنی: $\Delta L_{\text{آلومینیم}} - \Delta L_{\text{فولاد}} = 2/3\ mm$

$$\xrightarrow{\Delta L = L_1 \alpha \Delta T} L_{1(\text{آلومینیم})} \alpha_{\text{آلومینیم}} \Delta T - L_{1(\text{فولاد})} \alpha_{\text{فولاد}} \Delta T = 2/3$$

$$\Rightarrow 4\times10^{-2}\times(23-11/5)\times10^{-6}\times\Delta T = 2/3 \Rightarrow 46\times10^{-3}\times\Delta T = 2/3$$

$$\Rightarrow \Delta T = 50\ ^\circ C$$

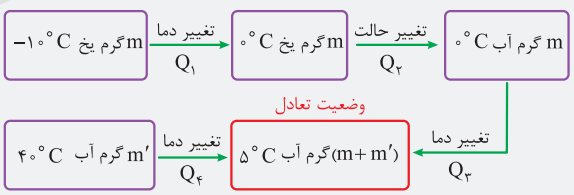
۶۰- گزینه ۳

شفاف‌سازی حداقل چند گرم آب ... تا تمام یخ ذوب شود: دمای تعادل برابر $0\ ^\circ C$ است.

استراتژی در تست‌های تعادلی که وضعیت تعادل مجموعه (وضعیت نهایی اجسام) معلوم است، برای محاسبهٔ خواستهٔ تست:

۱ طرحوارهٔ گرمایی مربوط به فرایند را رسم می‌کنیم و تغییر حالت‌ها و تغییر دماهای مربوط به اجسام را تا رسیدن به وضعیت تعادل، مرحله‌به‌مرحله مشخص می‌کنیم:

برای مثال، m گرم یخ $-10\ ^\circ C$ و m' گرم آب $40\ ^\circ C$ با هم مخلوط می‌شوند و دمای تعادل برابر $5\ ^\circ C$ است. طرحوارهٔ گرمایی این فرایند به صورت زیر است:



۲ مجموع گرماهای مبادله‌شده در هر یک از مراحل را برابر صفر قرار می‌دهیم (قانون پایستگی انرژی). به زبان ریاضی: $Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0$

درس‌نامه ۱ گرمای لازم برای تغییر دما:

$$Q = m c (\theta_2 - \theta_1)$$

(m: جرم جسم، θ_1: دمای اولیه، θ_2: دمای ثانویه، c: گرمای ویژهٔ جسم)

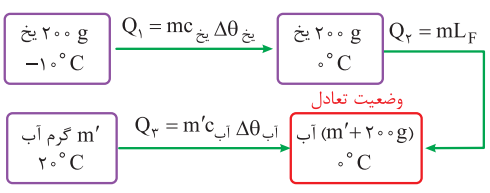
۲ گرمای لازم برای تغییر حالت از جامد به مایع:

$$Q_F = m L_F$$

(m: جرم جسم، L_F: گرمای نهان ذوب جسم)

گام طرحوارهٔ گرمایی فرایند را رسم می‌کنیم.

حداقل جرم آب $20\ ^\circ C$ مورد نیاز برای این‌که تمام یخ ذوب شود، مربوط به حالتی است که $200\ g$ یخ $-10\ ^\circ C$ به آب $0\ ^\circ C$ تبدیل شود (دمایش بالاتر نرود.)؛ بنابراین دمای تعادل همان $0\ ^\circ C$ است.



گام با توجه به طرحواره، مجموع گرماها را برابر صفر قرار می‌دهیم تا m' به دست آید:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow mc_{\text{یخ}}\Delta\theta_{\text{یخ}} + mL_F + m'c_{\text{آب}}\Delta\theta_{\text{آب}} = 0$$

$$\Rightarrow 200\times2/1\times(0-(-10)) + 200\times336 + m'\times4/2\times(0-20) = 0$$

$$\Rightarrow 200\times2/1\times(10+160-0/2m') = 0 \Rightarrow 170-0/2m' = 0 \Rightarrow m' = 850\ g$$

تیزبازی برای تسریع در محاسبات می‌توانیم از ضرایب $L_F = 80\ cal/g$، $c_{\text{آب}} = 1\ cal/g.K$ و $c_{\text{یخ}} = \frac{1}{2}\ cal/g.K$ استفاده کنیم. بر این اساس:

$$200\times\frac{1}{2}\times10 + 200\times80 + m'\times1\times(-20) = 0$$

$$\Rightarrow 1000+16000-20m' = 0 \Rightarrow m' = \frac{17000}{20} = 850\ g$$

شیمی

۶۱- گزینه ۴

درس‌نامه a) نام‌گذاری ترکیب‌های یونی

برای نوشتن نام ترکیب‌های یونی، ابتدا نام کاتیون و سپس نام آنیون آورده می‌شود.

◇ اگر یک فلز دارای چند نوع کاتیون پایدار باشد، باید بار کاتیون با اعداد رومی داخل پرانتز نوشته شود.

فلزهایی مانند Fe، Cu، Cr، Sn، V و Mn بیش از یک نوع کاتیون پایدار دارند.

مثال: $CrO \Leftarrow Cr^{2+}, O^{2-} \Leftarrow$ کروم (II) اکسید

◇ نام و فرمول شیمیایی مهم‌ترین یون‌های چنداتمی که شما باید بلد باشین، در جدول زیر آورده شده است:

نام یون	فرمول یون	نام یون	فرمول یون
آمونیوم	NH_4^+	پرمنگنات	MnO_4^-
هیدروکسید	OH^-	کربنات	CO_3^{2-}
نیترات	NO_3^-	هیدروژن کربنات	HCO_3^-
سیانید	CN^-	سولفات	SO_4^{2-}
متانوات (فورمات)	$HCOO^-$	فسفات	PO_4^{3-}
اتانوات (استات)	CH_3COO^-	سیلیکات	SiO_4^{4-}

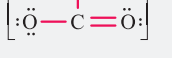
b) رسم سریع ساختار لوویس گونه‌ها

۱ ابتدا شمار کل پیوندهای اشتراکی در یک گونه را با فرمول زیر به دست می‌آوریم:

$$\text{شمار کل پیوندهای اشتراکی} = \frac{\text{بار با در نظر گرفتن علامت} + \left(\begin{array}{c}\text{مجموع تعداد eهای جفت‌نشده}\\ \text{در آرایش الکترون ـ نقطه‌ای اتم‌ها}\end{array}\right)}{2}$$

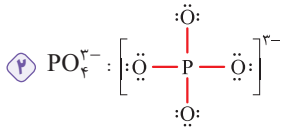
۲ با توجه به نوع اتم‌ها، اتم مرکزی را با پیوندهای یگانه، دوگانه یا سه‌گانه به اتم‌های اطراف متصل می‌کنیم و با گذاشتن جفت‌الکترون‌های ناپیوندی، اتم‌ها (به‌جز H) را هشت‌تایی می‌کنیم.

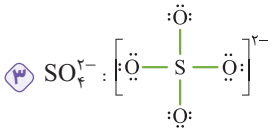
مثال: $CO_3^{2-} \Rightarrow$ شمار کل پیوندهای اشتراکی $= \frac{\overbrace{(4\times1)}^{C} + \overbrace{(2\times3)}^{O} - 2}{2} = \frac{8}{2} = 4$

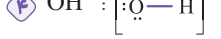
$\Rightarrow$ 

نام Cu_2CO_3، مس (I) کربنات است، پس ① پَر!

حالا باید ساختار لوویس آنیون سازندهٔ ترکیب‌های ۲ تا ۴ که نام آن‌ها درست است را رسم کنیم:

۲) PO_4^{3-} : 

۳) SO_4^{2-} : 

۴) OH^- : 

SO_4^{2-} و PO_4^{3-} در تفاوت شمار الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی $= \underbrace{(۴\times۶)}_{\text{ناپیوندی}} - \underbrace{(۴\times۲)}_{\text{پیوندی}} = ۱۶$

OH^- در تفاوت شمار الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی $= (۶) - (۱\times۲) = ۴$

۶۲- گزینه ۳

نکته جدول زیر مقدار عدد کوانتومی فرعی را برای زیرلایه‌های گوناگون نشان می‌دهد:

نوع زیرلایه	s	p	d	f
مقدار l	۰	۱	۲	۳

موارد «آ» و «پ» درست‌اند. در جدول زیر، عنصرهای واسطهٔ دورهٔ چهارم و آرایش الکترونی آن‌ها آورده شده است:

عنصر	$_{۲۱}Sc$	$_{۲۲}Ti$	$_{۲۳}V$	$_{۲۴}Cr$
آرایش الکترونی($[_{۱۸}Ar]\cdots$)	$۳d^۱۴s^۲$	$۳d^۲۴s^۲$	$۳d^۳۴s^۲$	$۳d^۵۴s^۱$

$_{۲۵}Mn$	$_{۲۶}Fe$	$_{۲۷}Co$	$_{۲۸}Ni$	$_{۲۹}Cu$	$_{۳۰}Zn$
$۳d^۵ ۴s^۲$	$۳d^۶ ۴s^۲$	$۳d^۷ ۴s^۲$	$۳d^۸ ۴s^۲$	$۳d^{۱۰} ۴s^۱$	$۳d^{۱۰} ۴s^۲$

در میان این عنصرها، در ۲ عنصر ($_{۲۹}Cu$ و $_{۳۰}Zn$) ۱۰ الکترون با عددهای کوانتومی $n=۳$ و $l=۲$ (زیرلایهٔ ۳d) وجود دارد و در آخرین لایهٔ الکترونی (لایهٔ چهارم) ۲ عنصر ($_{۲۴}Cr$ و $_{۲۹}Cu$)، تنها یک الکترون وجود دارد.

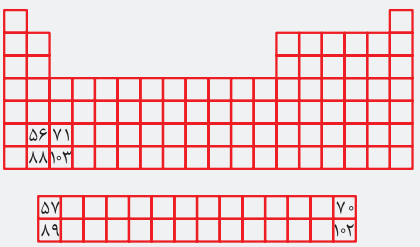
بررسی موارد نادرست: (ب) عددهای کوانتومی $n=۳$ و $l=۰$، مربوط به زیرلایهٔ ۳s است. در اتم همهٔ عنصرهای واسطه زیرلایهٔ ۳s به طور کامل پر و ۲ الکترونی است. (ت) عددهای کوانتومی $n=۳$ و $l=۱$، مربوط به زیرلایهٔ ۳p است. این زیرلایه حداکثر گنجایش ۶ الکترون را دارد.

۶۳- گزینه ۳

همهٔ عبارت‌ها، به‌جز عبارت آخر درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

نکته عنصرهایی با عددهای اتمی ۵۷ تا ۷۰ و ۸۹ تا ۱۰۲ در دو ردیف پایین جدول قرار دارند.



◆ می‌دانید که عنصرهایی با عدد اتمی ۵۷ تا ۷۰، در ردیف اول پایین جدول (اولین ردیف عناصر دستهٔ f) قرار گرفته‌اند؛ پس با این‌که به ظاهر عنصر X در خانهٔ بعد از عنصر با عدد اتمی ۵۶ قرار دارد ولی عدد اتمی آن ۵۷ نبوده و برابر ۷۱ است:

عدد اتمی عنصر X $= ۵۶ + ۱۴ + ۱ = ۷۱$

(اولین عنصر دستهٔ d دورهٔ ششم) ← (عدد اتمی دومین عنصر دورهٔ ششم)

(تعداد عناصر اولین ردیف دستهٔ f پایین جدول) ← (اولین عنصر دستهٔ d دورهٔ ششم)

◆ عنصر D (اولین عنصر گروه ۱۵) همان نیتروژن است که در دمای اتاق به حالت گاز است، اما عنصر E (دومین عنصر گروه ۱۵) همان فسفر است که در دمای اتاق، جامد می‌باشد.

◆ در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش می‌یابد؛ بنابراین شعاع اتمی D از A کوچک‌تر است. از طرفی در یک گروه از بالا به پایین، شعاع اتمی افزایش می‌یابد؛ در نتیجه شعاع اتمی D از E هم کوچک‌تر است.

◆ عنصرهای G (از گروه ۳) و A (از گروه ۱۳) می‌توانند اکسیدهایی به فرم $Z_۲O_۳$ تشکیل دهند.

◆ در یک دوره از چپ به راست، خصلت فلزی عنصرها کاهش می‌یابد؛ بنابراین خصلت فلزی M از Y بیشتر است.

۶۴- گزینه ۲

شفاف‌سازی چند درصد جرمی گلوکز در واکنش شرکت کرده است؛ یعنی این‌که مقدار مصرف‌شدهٔ گلوکز را به مقدار اولیهٔ آن تقسیم و در ۱۰۰ ضرب کن:

$$\frac{\text{مقدار مصرف‌شدهٔ گلوکز}}{\text{مقدار اولیهٔ گلوکز}} \times ۱۰۰$$

استراتژی برای این‌که بدانیم چند مول گلوکز در واکنش مصرف شده است، باید مول اولیه و نهایی آن را حساب کنیم؛ پس کارهای زیر را باید انجام بدیم:

۱ به کمک مول $O_۲$ مصرف‌شده، مول گلوکز مصرف‌شده در واکنش را حساب می‌کنیم.

۲ به کمک مول $O_۲$ مصرف‌شده، جرم و در نتیجه حجم آب تولیدشده در واکنش را حساب می‌کنیم (چگالی آب را $۱\,g.mL^{-۱}$ در نظر می‌گیریم). ۳ با داشتن حجم اولیه و نهایی محلول و نسبت غلظت آغازی به پایانی که در صورت سؤال داده شده، تعداد مول اولیهٔ گلوکز را حساب می‌کنیم. ۴ در مرحلهٔ آخر، مول گلوکز مصرف‌شده را به مول اولیهٔ آن تقسیم می‌کنیم.

گام موازنهٔ معادلهٔ واکنش و محاسبهٔ مول گلوکز مصرف‌شده:

$$C_۶H_{۱۲}O_۶ + ۶O_۲ \rightarrow ۶CO_۲ + ۶H_۲O$$

$$۱/۵\ mol O_۲ \times \frac{۱\ mol C_۶H_{۱۲}O_۶}{۶\ mol O_۲} = ۰/۲۵\ mol C_۶H_{۱۲}O_۶$$

گام محاسبهٔ حجم آب تولیدشده و حجم نهایی محلول:

حجم آب تولیدشده: $۱/۵\ mol O_۲ \times \frac{۶\ mol H_۲O}{۶\ mol O_۲} \times \frac{۱۸\ g H_۲O}{۱\ mol H_۲O} \times \frac{۱\ mL H_۲O}{۱\ g H_۲O}$

$= ۲۷\ mL H_۲O$

حجم اولیهٔ محلول $= ۸۱\ mL$

حجم نهایی محلول $= ۸۱ + ۲۷ = ۱۰۸\ mL$

گام نوشتن رابطهٔ بین غلظت اولیه و نهایی محلول و محاسبهٔ مول گلوکز اولیه:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{مول حل‌شونده}}{\text{حجم محلول}} \Rightarrow \frac{\text{غلظت مولی آغازی}}{\text{غلظت مولی پایانی}} = \frac{\frac{n_۱}{۸۱}}{\frac{n_۲}{۱۰۸}} = ۶/۵$$

$$\Rightarrow \frac{۴}{۳}\frac{n_۱}{n_۲} = ۶/۵ \Rightarrow \frac{n_۱}{n_۲} = \frac{۳\times۶/۵}{۴} = \frac{۱۹/۵}{۴} = \frac{۳۹}{۸}$$

مول نهایی گلوکز $-$ مول اولیهٔ گلوکز $=$ مول مصرف‌شدهٔ گلوکز $\Rightarrow n_۲ = n_۱ - ۰/۲۵$

$$\frac{n_۱}{n_۱ - ۰/۲۵} = \frac{۳۹}{۸} \Rightarrow ۸n_۱ = ۳۹n_۱ - ۹/۷۵$$

$$\Rightarrow ۳۱n_۱ = ۹/۷۵ \Rightarrow n_۱ = \frac{۹/۷۵}{۳۱}$$

گام محاسبهٔ درصد گلوکز شرکت‌کننده در واکنش:

$$\text{درصد گلوکز شرکت‌کننده در واکنش} = \frac{\text{گلوکز مصرف‌شده}}{\text{گلوکز اولیه}} \times ۱۰۰$$

$$= \frac{۰/۲۵}{\frac{۹/۷۵}{۳۱}} \times ۱۰۰ = \frac{۳۱\times۲۵}{۹/۷۵} = \frac{۳۱\times۱۰۰}{۳۹} \simeq ٪۷۹/۵$$

تله اگر حواستون به حجم آب تولیدشده نباشد و حجم محلول را ثابت در نظر بگیرید، به عدد ۸۴/۶ درصد می‌رسید که در گزینه‌ها نیست.

$$\text{حجم ثابت} \Rightarrow \frac{\text{غلظت مولی آغازی}}{\text{غلظت مولی پایانی}} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{n_1}{n_1 - 0/25} = 6/5 = \frac{13}{2}$$

$$\Rightarrow 2n_1 = 13n_1 - 3/25 \Rightarrow 11n_1 = 3/25 \Rightarrow n_1 = \frac{3/25}{11}$$

$$\text{درصد گلوکز شرکت‌کننده} = \frac{0/25}{\frac{3/25}{11}} \times 100 = \frac{11 \times 0/25}{3/25} \times 100 = \frac{1100}{13} \simeq \%84/6$$

مشاوره با یه نگاه به این سؤال معلومه که با سؤال سخت و وقت‌گیری روبه‌رو هستیم، پس سر جلسه، منطق حکم می‌کنه که توی دور اول این سؤال رو رها کنیم و در دور دوم، اگر وقت اضافه آوردیم، بیایم سراغش!

۶۵- گزینه ۴

همهٔ عبارت‌های داده‌شده درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

نکته به طور کلی عنصرهایی که در یک گروه جدول دوره‌ای قرار دارند، خواص شیمیایی مشابهی دارند.

◆ عدد اتمی عنصر $_{34}X$، ۲ واحد کم‌تر از گاز نجیب دورهٔ چهارم ($_{36}Kr$) است؛ پس این عنصر در گروه ۱۶ جدول قرار دارد. شانزدهمین عنصر جدول ($_{16}S$) نیز در گروه ۱۶ قرار دارد؛ پس این دو عنصر خواص شیمیایی مشابهی دارند.

◆ در اتم $_{34}X$، ۱۶ الکترون با $l=1$ (زیرلایه‌های p) و ۸ الکترون با $l=0$ (زیرلایه‌های s) وجود دارد. $_{34}X: 1s^2/2s^2 2p^6/3s^2 3p^6 3d^{10}/4s^2 4p^4$

◆ هر دو اتم $_{24}Cr$ ($[_{18}Ar]\underbrace{3d^5 4s^1}_{\text{۶ الکترون ظرفیتی}}$) و $_{34}X$، دارای ۶ الکترون ظرفیتی هستند.

نکته تنها نافلز مایع جدول دوره‌ای، برم (Br_2) است که در دورهٔ چهارم و گروه ۱۷ قرار دارد.

◆ عنصر $_{34}X$ در دورهٔ چهارم و گروه ۱۶ قرار دارد. اکسیژن در گروه ۱۶، گازی و برم در دورهٔ چهارم، مایع است.

۶۶- گزینه ۱

گام معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش سوختن کامل و ناقص بوتان (C_4H_{10}) را می‌نویسیم:

سوختن کامل: $2C_4H_{10} + 13O_2 \rightarrow 8CO_2 + 10H_2O$

سوختن ناقص: $2C_4H_{10} + 9O_2 \rightarrow 8CO + 10H_2O$

گام به ازای مصرف ۲ مول بوتان، تفاوت شمار مول گاز اکسیژن مصرف‌شده برابر $13 - 9 = 4$ مول است؛ بنابراین خواهیم داشت:

روش استفاده از کسر تناسب:

$$2C_4H_{10} \sim 4O_2$$

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{C_4H_{10}}} = \frac{\text{حجم}}{\underbrace{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}}_{O_2}}$$

$$\Rightarrow \frac{72/5}{2 \times 58} = \frac{x}{4 \times 22/4} \Rightarrow x = \frac{4 \times 72/5 \times 22/4}{2 \times 58} = 5 \times 11/2 = 56\ LO_2$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$72/5\ g\,C_4H_{10} \times \frac{1\ mol\,C_4H_{10}}{58\ g\,C_4H_{10}} \times \frac{4\ mol\,O_2}{2\ mol\,C_4H_{10}} \times \frac{22/4\ LO_2}{1\ mol\,O_2}$$

$$= \frac{72/5 \times 4 \times 22/4}{58 \times 2} = 5 \times 11/2 = 56\ LO_2$$

۶۷- گزینه ۳

همهٔ عبارت‌ها، به‌جز عبارت آخر درست‌اند.

ابتدا بیایید a و b را حساب کنیم تا جدول کامل *بشه!*

$$_{33}E: [_{18}Ar]3d^{10}4s^2 4p^3 \Rightarrow {}_{33}E^{3-}: [_{18}Ar]\underbrace{3d^{10}}_{l=2}4s^2 4p^6 \Rightarrow a = 10$$

$$_{29}D: [_{18}Ar]3d^{10}4s^1 \Rightarrow {}_{29}D^{2+}: [_{18}Ar]\underbrace{3d^9}_{l=2} \Rightarrow b = 9$$

بررسی عبارت‌ها:

◆ مجموع عددهای ردیف دوم جدول برابر با $35 = 10 + 10 + 9 + 6$ است. حالا باید عدد اتمی عنصر A را هم پیدا کنیم.

با توجه به فرض سؤال، عنصر A در دورهٔ چهارم قرار دارد و آخرین لایهٔ الکترونی اشغال‌شده A^- (لایهٔ چهارم) دارای ۸ الکترون است؛ پس قطعاً A در دستهٔ p قرار دارد و همان $_{35}Br$ است.

$$_{35}A: [_{18}Ar]3d^{10}4s^2 4p^5 \Rightarrow {}_{35}A^-: [_{18}Ar]3d^{10}4s^2 4p^6$$

◆ آخرین لایهٔ اشغال‌شدهٔ X^{3+} دارای ۱۴ الکترون است. در عنصرهای دورهٔ چهارم، فقط لایهٔ سوم می‌تواند دارای ۱۴ الکترون باشد ($3s^2 3p^6 3d^6$)؛ یعنی آرایش الکترونی X^{3+} به $3d^6$ ختم می‌شود.

$$X^{3+}: [_{18}Ar]3d^6 \Rightarrow X: [_{18}Ar]3d^7 4s^2$$

عدد اتمی X، ۲۷ و عدد اتمی فلز قلیایی دورهٔ چهارم (پتاسیم)، ۱۹ است: $27 - 19 = 8$

◆ عنصر $_{13}M$ همان آلومینیم است که کاتیون M^{3+} تشکیل می‌دهد:

$$M^{3+}E^{3-} \Rightarrow ME$$

◆ عنصر $_{29}D$ همان مس است که دارای دو کاتیون Cu^+ و Cu^{2+} می‌باشد، در حالی که عنصر ۳۱ جدول تناوبی (همان فلز گالیم) در گروه ۱۳ قرار دارد و کاتیون سه بار مثبت تشکیل می‌دهد.

۶۸- گزینه ۲

بریم با هم معادلهٔ واکنش‌ها را موازنه کنیم:

a) $2Cr + 6H_2SO_4 \rightarrow Cr_2(SO_4)_3 + 3SO_2 + 6H_2O$ مجموع ضرایب $= 18$

توجه: برای موازنهٔ این واکنش باید از روش ضرایب مجهول استفاده کرد.

$$\underline{2}Cr + \underline{a}H_2SO_4 \rightarrow \underline{1}Cr_2(SO_4)_3 + \underline{b}SO_2 + \underline{a}H_2O$$

$$\text{موازنهٔ S}: a = 3 + b$$
$$\text{موازنهٔ O}: 4a = 12 + 2b + a$$
$$\Rightarrow \times(-2)\begin{cases} a - b = 3 \\ 3a - 2b = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a + 2b = -6 \\ 3a - 2b = 12 \end{cases}$$
$$a = 6 \Rightarrow b = 3$$

b) $2Ag + 2H_2SO_4 \rightarrow Ag_2SO_4 + SO_2 + 2H_2O$ مجموع ضرایب $= 8$

توجه: مشابه با واکنش a، این واکنش نیز با روش ضرایب مجهول موازنه می‌شود.

$$\underline{2}Ag + \underline{a}H_2SO_4 \rightarrow \underline{1}Ag_2SO_4 + \underline{b}SO_2 + \underline{a}H_2O$$

$$\text{موازنهٔ O}: 4a = 4 + 2b + a \Rightarrow 3a - 2b = 4$$
$$\text{موازنهٔ S}: a = 1 + b \Rightarrow \underline{a - b = 1}$$
$$\Rightarrow \times(2)\begin{cases} 3a - 2b = 4 \\ a - b = 1 \end{cases}$$
$$a = 2, b = 1$$

c) $2H_3PO_4 + 3Zn(OH)_2 \rightarrow Zn_3(PO_4)_2 + 6H_2O$ مجموع ضرایب $= 12$

d) $4NH_3 + 5O_2 \rightarrow 4NO + 6H_2O$ مجموع ضرایب $= 19$

بیشترین مجموع ضرایب مربوط به واکنش d و کم‌ترین مجموع ضرایب مربوط به واکنش b است.

۶۹- گزینه ۳

همهٔ عبارت‌ها، به‌جز عبارت اول درست‌اند:

◆ در محلول (۴)، ۳ ذره در ۲۵ mL محلول و در محلول (۳)، ۵ ذره در ۵۰ mL محلول وجود دارد. با توجه به این‌که فقط می‌خواهیم نسبت غلظت محلول‌ها را حساب کنیم، نیازی به محاسبهٔ دقیق مول ذرات و غلظت مولی محلول‌ها نیست و برای هر محلول از نسبت شمار

ذره‌ها به حجم محلول استفاده می‌کنیم:

(هر ذره معادل ۰/۰۲۵ مول است.)

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{مول حل‌شونده}}{\text{حجم محلول}} = \frac{\text{تعداد ذرات} \times ۰/۰۲۵}{\text{حجم محلول}}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{غلظت مولی محلول (۴)}}{\text{غلظت مولی محلول (۳)}} = \frac{\frac{۳}{۲۵}}{\frac{۵}{۵۰}} = \frac{\frac{۶}{۵۰}}{\frac{۵}{۵۰}} = \frac{۶}{۵} = ۱/۲$$

◆ با اضافه‌شدن محلول‌های (۱) و (۳) به یکدیگر، محلولی به حجم $۵۰ + ۵۰ = ۱۰۰\ mL$ به دست می‌آید که دو برابر حجم هر یک از محلول‌های اولیه است. با توجه به این‌که تعداد ذره‌های هر یک از حل‌شونده‌ها تغییری نکرده است و غلظت مولی با حجم، رابطهٔ وارونه دارد، با دو برابر شدن حجم محلول، غلظت مولی هر یک از حل‌شونده‌ها، نصف می‌شود. (*هواستون باشه* که در این‌جا طبق فرض سؤال، نوع حل‌شوندهٔ محلول‌ها با هم متفاوت است.)

◆ در محلول (۲)، ۱۲ ذره و در محلول (۱)، ۹ ذرهٔ حل‌شونده وجود دارد؛ یعنی تعداد مول حل‌شونده در محلول (۲)، $\frac{۱۲}{۹} = \frac{۴}{۳}$ برابر محلول (۱) است.

$$\text{مول} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} \xrightarrow{\text{جرم یکسان}} \text{مول} \propto \frac{۱}{\text{جرم مولی}}$$

بنابراین جرم مولی حل‌شوندهٔ محلول (۲)، $\frac{۳}{۴}$ یا همان ۰/۷۵ برابر محلول (۱) است.

◆ تعداد مول حل‌شونده در محلول (۵)، $\frac{۸}{۱۲} = \frac{۲}{۳}$ برابر مول حل‌شونده در محلول (۲) است.

حالا اگر جرم مولی حل‌شوندهٔ محلول (۵)، ۰/۷۵ یا $\frac{۳}{۴}$ جرم مولی حل‌شوندهٔ محلول (۲) باشد، خواهیم داشت:

$$\text{جرم} = \text{مول} \times \text{جرم مولی} \Rightarrow \frac{\text{جرم حل‌شوندهٔ محلول (۵)}}{\text{جرم حل‌شوندهٔ محلول (۲)}} = \frac{۲}{۳} \times \frac{۳}{۴} = ۰/۵$$

حجم محلول (۲)، ۵۰ mL و حجم محلول (۵)، ۲۵ mL است؛ اگر چگالی محلول‌ها را یکسان در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰^۶ \Rightarrow \frac{\text{ppm (محلول ۵)}}{\text{ppm (محلول ۲)}} = \frac{\frac{۰/۵}{۲۵}}{\frac{۱}{۵۰}} = ۱$$

توجه: با توجه به این‌که از نوع حل‌شوندهٔ محلول‌های داده‌شده خبر نداریم، فرضیاتی که برای موارد سوم و چهارم این سؤال در نظر گرفتیم، علمی نیستند، ولی چه کنیم که طراح اطلاعات *دیگه‌ای نداره!*

۷۰- گزینه ۳

نکته ۱ برخی مواد مانند متانول، اتانول، پروپانول و استون، به هر نسبتی در آب حل می‌شوند و نمی‌توان از آن‌ها محلول سیرشده در آب تهیه کرد.

۲ نیروهای بین مولکولی در موادی که دارای H متصل به یکی از اتم‌های فلوئور (F)، اکسیژن (O) و نیتروژن (N) هستند، از نوع پیوند هیدروژنی است. اغلب ترکیب‌های دارای پیوند هیدروژنی، نسبت به ترکیب‌های فاقد پیوند هیدروژنی، نقطهٔ جوش بالاتری دارند.

۳ مهم‌ترین مواد نامحلول در آب عبارت‌اند از:

$$\underbrace{AgCl, BaSO_۴, Ca_۳(PO_۴)_۲, Mg(OH)_۲, (RCOO)_۲Mg, (RCOO)_۲Ca}_{\text{رسوب سفیدرنگ}}$$

$$\underbrace{Fe(OH)_۲}_{\text{رسوب سبزرنگ}}, \quad \underbrace{Fe(OH)_۳}_{\text{رسوب قرمز ـ قهوه‌ای (آجری) رنگ}}$$

$BaSO_۴$ در آب، نامحلول است در حالی که $Al(NO_۳)_۳$ در آب، محلول می‌باشد و انحلال آن نیز از نوع یونی است.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱ اتانول به هر نسبتی در آب حل می‌شود و نمی‌توان از آن محلول سیرشده تهیه کرد. ۲ $H_۲O$ برخلاف $H_۲S$، می‌تواند با مولکول‌های خود پیوند هیدروژنی برقرار کند؛ از این‌رو ویژگی‌های فیزیکی متفاوتی با $H_۲S$ دارد؛ مثلاً نقطهٔ جوش آن خیلی بالاتر از $H_۲S$ است. ۴ دلیل بالاتربودن نقطهٔ جوش $NH_۳$ نسبت به $AsH_۳$، توانایی برقراری پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های $NH_۳$ با یکدیگر است.

۷۱- گزینه ۲

موارد اول و سوم درست‌اند.

در دمای $۲۵\ ^\circ C$، ۳۶ گرم سدیم کلرید در ۱۰۰ گرم آب حل شده و محلول سیرشده تشکیل می‌شود؛ پس در یک کیلوگرم یا ۱۰۰۰ گرم آب، تنها ۳۶۰ گرم نمک حل می‌شود و نمک اضافی رسوب می‌کند: $۴۱۶ - ۳۶۰ = ۵۶\ g$ جرم نمک تهنشین‌شده =

بررسی همه موارد: مورد اول: برای حل‌شدن ۵۶ گرم نمک تهنشین‌شده، باید آب به محلول اضافه شود:

$$۵۶\ g \text{ نمک} \times \frac{۱۰۰\ g \text{ آب}}{۳۶\ g \text{ نمک}} = \frac{۵۶ \times ۱۰۰}{۳۶} \simeq \frac{۱۴۰۰}{۹}\ g \text{ آب} \quad \text{:جرم آب مورد نیاز}$$

$$\text{درصد آب اضافه‌شده} = \frac{\frac{۱۴۰۰}{۹}}{۱۰۰۰} \times ۱۰۰ = \frac{۱۴۰}{۹} = ٪۱۵/۵$$

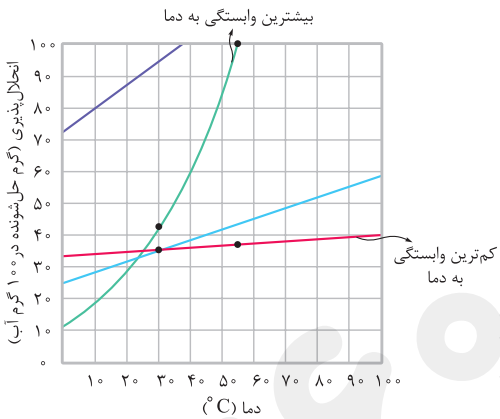
مورد دوم و چهارم: در مخلوط ساخته‌شده، مقداری نمک تهنشین شده است و برای تبدیل مخلوط به یک محلول سیرشده یا باید مقداری نمک خارج شده و یا مقداری آب به مخلوط اضافه شود. اضافه‌کردن نمک و خارج‌کردن آب، *دردی از ما دوا نمی‌کنه!*

مورد سوم: باید حساب کنیم جرم نمک تهنشین‌شده، چند درصد جرم نمک اولیه است:

$$\frac{۵۶}{۴۱۶} \times ۱۰۰ \simeq ٪۱۳/۵$$

۷۲- گزینه ۲

نکته هر چه شیب نمودار انحلال‌پذیری نمکی بیشتر باشد، میزان وابستگی انحلال‌پذیری آن نمک به دما بیشتر است و هر چه شیب نمودار «انحلال‌پذیری ـ دما» برای یک نمک کم‌تر باشد، میزان وابستگی انحلال‌پذیری آن نمک به دما کم‌تر است.



$$a = ۴۳ - ۳۶ = ۷$$
$$b = ۱۰۰ - ۳۸ = ۶۲$$
$$b - a = ۶۲ - ۷ = ۵۵$$

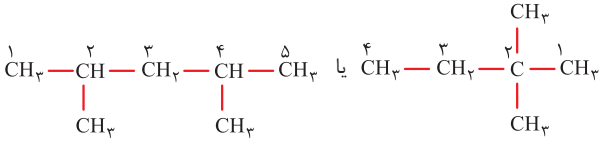
۷۳- گزینه ۲

عبارت‌های «ب» و «ت» درست‌اند.

آلکان مورد نظر ۴ گروه متیل ($-CH_۳$) متصل به دو اتم کربن دارد:



این آلکان هم‌چنین دارای یک گروه $CH_۲$ است. گروه‌های $CH_۲$ یا در گروه اتیل و یا در وسط زنجیر اصلی قرار دارند و به آن‌ها، هیچ شاخهٔ فرعی متصل نیست؛ در این‌جا چون گروه اتیل نداریم، پس $CH_۲$ در وسط زنجیر اصلی قرار دارد و ساختار کامل‌شده به یکی از دو صورت زیر است:



۲، ۲ـ دی‌متیل بوتان یا ۲، ۴ـ دی‌متیل پنتان

با توجه به این‌که مجموع اعداد در نام آلکان باید برابر ۶ شود، آلکان مورد نظر ۲، ۴ـ دی‌متیل پنتان است.

بررسی عبارت‌ها: (آ) یک آلکن (C_nH_{2n}) نمی‌تواند همپار یک آلکان (C_nH_{2n+2}) باشد. (ب) زنجیر اصلی آلکان مورد نظر دارای ۵ اتم کربن است. (پ) آلکان مورد نظر از ۲ بخش یکسان تشکیل شده است، نه ۳ بخش! (ت) آلکان مورد نظر ۷کربنی و فرمول مولکولی آن، C_7H_{16} است. از طرفی فرمول مولکولی پروپین، C_3H_4 است.

$$\frac{\text{جرم مولی } C_7H_{16}}{\text{جرم مولی } C_3H_4}=\frac{(7\times12)+16}{(3\times12)+4}=\frac{100}{40}=2/5$$

تیزبازی شاید رسیدن به ساختار آلکان مورد نظر خیلی سخت باشد، اما با نگاه به گزینه‌ها *می‌توانید به این ساختار برسید. حالا چه هوری؟!*

عبارت «آ»، *قطعاً غلط*، زیرا یک آلکان و یک آلکن، فرمول مولکولی متفاوتی دارند و نمی‌توانند همپار یکدیگر باشند؛ پس ۱ و ۳ پَر!

در ۲ و ۴ موارد «ب» و «ت» مشترک‌اند؛ یعنی این دو عبارت حتماً *درستن!* از این عبارت‌ها استفاده می‌کنیم تا بفهمیم با چه آلکانی سروکار داریم:

$$\text{جرم مولی پروپین}(C_3H_4)=(3\times12)+(4\times1)=40\ g.mol^{-1}$$

$$\text{جرم مولی آلکان}(C_nH_{2n+2})=14n+2=2/5\times40=100\Rightarrow n=7\Rightarrow C_7H_{16}$$

طبق عبارت «ب»، شاخهٔ اصلی باید ۵کربنی باشد و طبق فرض سؤال، مجموع اعداد در نام آن باید ۶ باشد؛ یعنی شاخه‌های فرعی باید روی کربن‌های ۲ و ۴ باشند.

مواستون باشه هر دو شاخه نمی‌توانند روی کربن شمارهٔ ۳ باشند زیرا در این حالت، گروه‌های CH_3، به ۳ اتم کربن (کربن‌های شمارهٔ ۲، ۳ و ۴) متصل خواهند بود که با فرض سؤال، مطابقت ندارد.



غلط! عبارت «پ» هم *غلط!* زیرا این ترکیب دارای ۳ بخش یکسان نیست.

۷۴- گزینه ۱

نکته اگر واکنش‌پذیری عنصر A از عنصر B بیشتر باشد، عنصر A می‌تواند با ترکیب عنصر B واکنش داده و جای آن را در ترکیبش بگیرد.

واکنش‌پذیری: $A>B\Rightarrow A+B$ ترکیب ⟵ انجام‌پذیر

مقایسهٔ کلی واکنش‌پذیری برخی عنصرهای مهم به صورت زیر است:

واکنش‌پذیری: $\text{فلزهای قلیایی و قلیایی خاکی} > Al > Zn > Fe > H > Cu > Ag > Au$

واکنش‌پذیری فلز مس از واکنش‌پذیری فلز اصلی M کم‌تر است و نمی‌تواند جای آن را در ترکیبش بگیرد. (با توجه به فرمول M_2O، M یکی از فلزهای قلیایی است.)

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) HX می‌تواند HCl باشد. فلز منیزیم می‌تواند با محلول هیدروکلریک اسید واکنش دهد.

۳) فلزهای قلیایی با آب واکنش می‌دهند.

۴) X می‌تواند Cl باشد: $2Na(s)+Cl_2(g)\rightarrow 2NaCl(s)$

۷۵- گزینه ۴

همهٔ عبارت‌های داده‌شده درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

◇ ساختار فراوردهٔ واکنش به صورت روبه‌رو بوده و نام آن ۱، ۲ـ دی‌برمو پروپان است.



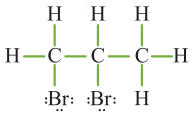
۱، ۲ـ دی‌برمو پروپان

◇ با توجه به این‌که خصلت نافلزی Br، از C و H بیشتر است، عدد اکسایش اتم‌های برم برابر ۱− است؛ بنابراین خواهیم داشت:

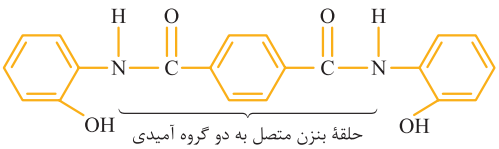
$$C_3H_6Br_2: 3C+6(+1)+2(-1)=0\Rightarrow 3C=-4$$

◇ اتم هیدروژن (H) با دوتایی‌شدن به آرایش گاز نجیب هلیم ($_2He$) و اتم‌های کربن ($_6C$) و برم ($_{35}Br$) با هشت‌تایی‌شدن به ترتیب به آرایش گازهای نجیب نئون ($_{10}Ne$) و کریپتون ($_{36}Kr$) رسیده‌اند.

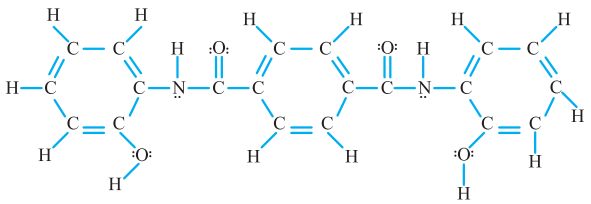
◇ در ساختار فراورده، ۶ جفت‌الکترون ناپیوندی و ۱۰ جفت‌الکترون پیوندی وجود دارد.



۷۶- گزینه ۴



بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) روش ساختار کامل‌تر ترکیب را رسم کرده و شمار پیوندهای C — H آن را می‌شماریم. (با توجه به ساختار، این روش راحت‌تر و سریع‌تر است.)



شمار پیوندهای C — H = ۱۲

روش ابتدا با استفاده از فرمول، شمار اتم‌های هیدروژن ترکیب را به دست می‌آوریم. به‌جز ۴تا اتم هیدروژن که با اتم‌های اکسیژن یا نیتروژن پیوند داده‌اند، سایر اتم‌های هیدروژن با کربن پیوند داده‌اند.

$$\text{شمار پیوندهای C — H}=\text{شمار کل اتم‌های هیدروژن}-\frac{\text{شمار اتم‌های هیدروژنی‌که با سایر اتم‌ها پیوند داده‌اند}}{4}$$

نکته برای به دست آوردن شمار اتم‌های هیدروژن در ترکیبی شامل اتم‌های C، H، O و N می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد. (n شمار اتم‌های کربن است.)

$$\begin{pmatrix}\text{شمار اتم‌های}\\ \text{هیدروژن}\end{pmatrix}=(2n+2)-2\begin{pmatrix}\text{تعداد پیوندهای}\\ \text{دوگانه و حلقه‌ها}\end{pmatrix}-4\begin{pmatrix}\text{تعداد پیوندهای}\\ \text{سه‌گانه}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\text{تعداد اتم‌های}\\ \text{نیتروژن}\end{pmatrix}$$

ترکیب مورد نظر دارای ۲۰ اتم کربن است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{شمار اتم‌های هیدروژن}=2(20)+2-2(11+3)+2=16$$

$$\Rightarrow \text{شمار پیوندهای C — H}=16-4=12$$

۲) با توجه به ساختار کامل ترکیب، می‌توان شمار پیوندهای یگانه را شمرد و به عدد ۳۳ رسید. همچنین می‌توان با استفاده از فرمول ترکیب $(C_{20}H_{16}O_4N_2)$، شمار کل پیوندهای موجود در ساختار ترکیب را حساب کرد و سپس با توجه به این‌که ترکیب دارای ۱۱ پیوند دوگانه است، عدد $11\times2=22$ را از شمار کل پیوندها کم کرد تا شمار پیوندهای یگانه به دست آید.

نکته برای ترکیب‌های آلی که دارای اتم‌های C، H، O و N هستند، از رابطهٔ زیر می‌توان شمار کل پیوندهای اشتراکی را حساب کرد:

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی}=\frac{\text{شمار نیتروژن}\times3+\text{شمار اکسیژن}\times2+(\text{شمار هیدروژن}\times1)+\text{شمار کربن}\times4}{2}$$

$$\text{شمار پیوندها در } C_{20}H_{16}O_4N_2=\frac{(4\times20)+(1\times16)+(2\times4)+(3\times2)}{2}=\frac{110}{2}=55$$

(شمار پیوندهای دوگانه)۲ − شمار کل پیوندها = شمار پیوندهای یگانه

$=55-2(11)=33$

③ هر اتم نیتروژن، دارای یک جفت‌الکترون ناپیوندی و هر اتم اکسیژن، دارای ۲ جفت‌الکترون ناپیوندی است:

$$\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی} = \underbrace{(۲\times۱)}_{N} + \underbrace{(۴\times۲)}_{O} = ۱۰$$

در ضمن در ساختار ترکیب مورد نظر، ۹ پیوند $C \equiv C$ وجود دارد.

۷۷- گزینه ۱

نکته اگر سرعت متوسط مصرف یا تولید یک ماده را بر ضریب استوکیومتری‌اش تقسیم کنیم، سرعت متوسط واکنش به دست می‌آید:

$$aA + bB \rightarrow cC + dD$$

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{\bar{R}(A)}{a} = \frac{\bar{R}(B)}{b} = \frac{\bar{R}(C)}{c} = \frac{\bar{R}(D)}{d}$$

عبارت‌های «آ» و «ت» درست‌اند.

(آ) ۲ دقیقهٔ دوم، یعنی از $t = ۲\ min$ تا $t = ۴\ min$!

$$\bar{R}(N_۲O_۵) = -\frac{(۰/۰۱۲ - ۰/۰۱۵)\ mol.L^{-۱}}{۲\ min} = \frac{۰/۰۰۳}{۲}\ mol.L^{-۱}.min^{-۱}$$

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{\bar{R}(N_۲O_۵)}{۲} = \frac{۰/۰۰۳}{۴} = ۷/۵\times۱۰^{-۴}\ mol.L^{-۱}.min^{-۱}$$

(ب)

$$\bar{R}(NO_۲) = ۲\bar{R}(N_۲O_۵)$$

$$= ۲\times\frac{-(۰/۰۱۲ - ۰/۰۲۰)\ mol.L^{-۱}}{۴\ min}\times\frac{۱\ min}{۶۰\ s} = \frac{۰/۰۰۴}{۶۰}\ mol.L^{-۱}.s^{-۱}$$

(پ) اول سرعت متوسط تولید $O_۲$ را در بازهٔ زمانی صفر تا ۴ دقیقه حساب می‌کنیم:

$$\bar{R}(O_۲) = \frac{۱}{۲}\bar{R}(N_۲O_۵)$$

$$= \frac{۱}{۲}\times\frac{-(۰/۰۱۲ - ۰/۰۲۰)mol.L^{-۱}}{۴\ min}\times\frac{۶۰\ min}{۱\ h} = ۰/۰۶\ mol.L^{-۱}.h^{-۱}$$

با گذشت زمان، سرعت متوسط مصرف واکنش‌دهنده‌ها و سرعت متوسط تولید فراورده‌ها کاهش می‌یابد؛ بنابراین سرعت تولید $O_۲$ از ۴ تا ۸ دقیقه، قطعاً کم‌تر از ۰/۰۶ است.

(ت) غلظت $N_۲O_۵$ در بازهٔ زمانی صفر تا ۲ دقیقه، ۰/۰۰۵ مولار $(۰/۰۰۵ = ۰/۰۱۵ - ۰/۰۲۰)$ و در بازهٔ زمانی ۲ تا ۴ دقیقه، ۰/۰۰۳ مولار $(۰/۰۰۳ = ۰/۰۱۲ - ۰/۰۱۵)$ کاهش یافته است.

$$\frac{۰/۰۰۵}{۰/۰۰۳} = \frac{۵}{۳} \simeq ۱/۶۷$$

۷۸- گزینه ۱

درس‌نامه وقتی دو یا چند ماده با دمای متفاوت در تماس با هم قرار می‌گیرند، ماده (مواد) با دمای بالاتر گرما از دست داده و ماده (مواد) با دمای پایین‌تر، گرما جذب می‌کنند. با فرض عدم اتلاف گرما، می‌توان نوشت:

$$|\underbrace{Q_A + Q_B + \cdots}_{\text{موادی که گرما از دست می‌دهند}}| = |\underbrace{Q_C + Q_D + \cdots}_{\text{موادی که گرما می‌گیرند}}|$$

◆ می‌دانیم که هر چه ظرفیت گرمایی ماده‌ای بیشتر باشد، در شرایط یکسان، مقاومت آن در برابر تغییر دما بیشتر است؛ بنابراین در این گونه فرایندها، ماده‌ای که ظرفیت گرمایی بیشتری دارد، تغییر دمای کم‌تری خواهد داشت.

◆ در این‌گونه مسائل، دمای نهایی (تعادل) را می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد:

$$\theta\ (\text{دمای تعادل}) = \frac{m_۱c_۱\theta_۱ + m_۲c_۲\theta_۲ + \cdots}{m_۱c_۱ + m_۲c_۲ + \cdots}$$

با فرض عدم اتلاف گرما، میزان گرمای جذب‌شده توسط روغن با میزان گرمایی که ورقهٔ فلزی از دست می‌دهد، برابر است.

$$Q_{\text{روغن}} = |Q_{\text{ورقهٔ فلزی}}|$$

بررسی سایر گزینه‌ها: ② آب گرمای ویژهٔ بالاتری نسبت به روغن دارد؛ بنابراین به ازای گرمای یکسان، دمای آن کم‌تر تغییر می‌کند.

③ و ④ هر ماده‌ای که ظرفیت گرمایی (mc) بزرگ‌تری داشته باشد، تغییر دمای کم‌تری خواهد داشت و به عبارت دیگر، دمای نهایی به دمای اولیهٔ آن نزدیک‌تر است. در این‌جا ظرفیت گرمایی روغن $(۱۵۰\times۲/۵)$ بیشتر از ورقهٔ فلزی $(۴۰\times۰/۵)$ است.

اگر *دلتون فواست*، می‌تونید دمای نهایی رو حساب کنید:

روش ۱

$$Q_{\text{روغن}} = |Q_{\text{ورقهٔ فلزی}}|$$

$$\xrightarrow{Q=mc\Delta\theta} ۱۵۰\times ۲/\overset{۱}{\cancel{۵}}\times(\theta - ۲۵) = \overset{۸}{\cancel{۴۰}}\times ۰/\overset{۱}{\cancel{۵}}\times(۴۵۰ - \theta)$$

$$\Rightarrow ۱۵۰\theta - ۳۷۵۰ = ۳۶۰۰ - ۸\theta \Rightarrow ۱۵۸\theta = ۷۳۵۰ \Rightarrow \theta \simeq ۴۶/۵۲\ ^\circ C$$

روش ۲

$$\theta\ (\text{دمای نهایی}) = \frac{m_۱c_۱\theta_۱ + m_۲c_۲\theta_۲}{m_۱c_۱ + m_۲c_۲}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{(۴۰\times۰/۵\times۴۵۰) + (۱۵۰\times۲/۵\times۲۵)}{(۴۰\times۰/۵) + (۱۵۰\times۲/۵)} \simeq ۴۶/۵۲\ ^\circ C$$

همان‌طور که دیدید، دمای پایانی به دمای آغازی روغن نزدیک‌تر است و به عبارت دیگر، تغییر دمای روغن کم‌تر می‌باشد.

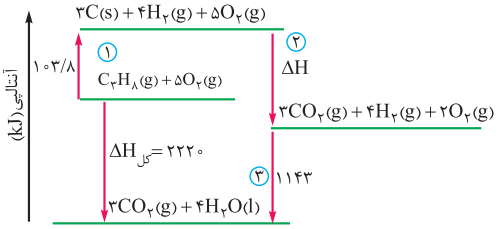
۷۹- گزینه ۲

عبارت‌های دوم، چهارم و پنجم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

◆ با توجه به نمودار، آنتالپی واکنش $۴H_۲(g) + ۲O_۲(g) \rightarrow ۴H_۲O(l)$ برابر با $-۱۱۴۳\ kJ$ است؛ بنابراین آنتالپی تهیهٔ یک مول آب از عنصرهای گازی سازندهٔ آن $\left(H_۲(g) + \frac{۱}{۲}O_۲(g) \rightarrow H_۲O(l)\right)$، برابر با $\frac{-۱۱۴۳}{۴} = -۲۸۵/۷۵\ kJ$ است.

◆ با توجه به نمودار خواهیم داشت:



$$\Delta H_{\text{کل}} = \Delta H_۱ + \Delta H_۲ + \Delta H_۳ \Rightarrow -۲۲۲۰ = ۱۰۳/۸ + \Delta H_۲ + (-۱۱۴۳)$$

$$\Rightarrow \Delta H_۲ = -۲۲۲۰ + ۱۱۴۳ - ۱۰۳/۸ = -۱۱۸۰/۸\ kJ$$

به ازای اکسایش ۳ مول کربن به ۳ مول کربن دی‌اکسید، ۱۱۸۰/۸ kJ گرما آزاد می‌شود؛ بنابراین گرمای آزادشده به ازای اکسایش یک مول کربن، برابر با $\frac{۱۱۸۰/۸}{۳} = ۳۹۳/۶$ کیلوژول خواهد بود.

◆ در نمودار داده‌شده، آب تشکیل‌شده در فرایند سوختن پروپان به حالت مایع است؛ یعنی انرژی آزادشده از سوختن یک مول پروپان در دمای اتاق و فشار ۱ اتمسفر برابر ۲۲۲۰ kJ است. در دمای ۱۲۰ °C، آب به حالت گاز است و بنابراین در این دما، آنتالپی سوختن یک مول پروپان قطعاً $-۲۲۲۰\ kJ$ نیست.

◆ *کاملاً درسته!* شکل داده‌شده مراحل سوختن پروپان را نشان می‌دهد که طی مراحل (۱)، (۲) و (۳) انجام شده است و ΔH واکنش کلی، $-۲۲۲۰\ kJ$ است.

تله با توجه به این‌که سازمان سنجش این عبارت را درست در نظر گرفته است، مجبوریم مقایسهٔ پایداری $H_۲O(l)$ و $CO_۲(g)$ را فقط براساس جایگاه و سطح انرژی آن‌ها در نمودار انجام دهیم. با توجه به نمودار، فراوردهٔ حاصل از اکسایش هیدروژن، $H_۲O(l)$ است که نسبت به فراوردهٔ حاصل از اکسایش کربن $(CO_۲(g))$، سطح انرژی پایین‌تری دارد و در نتیجه پایدارتر است. در صورتی که با توجه به مقادیر ΔH مراحل ۲ و ۳، واکنش اکسایش هر مول کربن از واکنش اکسایش هر مول هیدروژن، گرماده‌تر است و بنابراین $CO_۲$ پایدارتر از $H_۲O$ است.

۸۰- گزینه ۲

استراتژی ابتدا معادلهٔ واکنش رو بنویس و میزان تغییر جرم تیغه رو به ازای مصرف ۱ مول $CuSO_4$ حساب کن (حواست باشه که تغییر جرم تیغه، هم ناشی از مصرف Zn و هم ناشی از Cu رسوب‌کرده روی تیغه است). بعد ببین چند مول $CuSO_4$ تو محلول داری و به ازای این مقدار، تغییر جرم تیغه رو به دست بیار! سرعت مصرف Zn رو هم می‌تونی با نسبت ضرایب مواد و سرعت مصرف $CuSO_4$ حساب کنی!

گام ۱ معادلهٔ واکنش انجام‌شده را می‌نویسیم:

$$Zn(s) + CuSO_4(aq) \rightarrow ZnSO_4(aq) + Cu(s)$$

گام ۲ با مصرف هر مول $CuSO_4$، ۱ مول Zn با جرم ۶۵ گرم مصرف و ۱ مول Cu با جرم ۶۴ گرم تولید شده و بر سطح تیغه می‌نشیند؛ بنابراین به ازای مصرف ۱ مول $CuSO_4$، ۱ گرم $(-1 = 64 + (-65))$ از جرم تیغه کاسته می‌شود.

گام ۳ مول $CuSO_4$ در محلول را حساب کرده و تغییر جرم تیغه را حساب می‌کنیم:

$$\text{مول } CuSO_4 = \text{حجم} \times \text{غلظت مولی} = 1/25\ mol.L^{-1} \times \frac{200}{1000}\ L = 0/25\ mol$$

$$\text{تغییر جرم تیغه} = 0/25\ mol\ CuSO_4 \times \frac{\text{تغییر جرم تیغه}}{1\ mol\ CuSO_4} = 0/25\ g$$

گام ۴ سرعت مصرف Zn را حساب می‌کنیم. با توجه به این‌که ضرایب همهٔ مواد در معادلهٔ واکنش برابر ۱ است، خواهیم داشت:

$$\bar{R}(Zn) = \bar{R}(CuSO_4) = \frac{1/25\ mol.L^{-1}}{50\ min} = 0/025\ mol.L^{-1}.min^{-1}$$

بچه‌ها حواستون باشه که برای مواد جامد مانند Zn، نمی‌توان سرعت را برحسب مولار بر زمان بیان کرد، زیرا غلظت مواد جامد ثابت است و با گذشت زمان تغییر نمی‌کند و متأسفانه این‌جا هم *طراح دچار اشتباه شده!*

۸۱- گزینه ۴

اگر به معادلهٔ واکنش‌ها دقت کنید، متوجه خواهید شد که در ① تا ③، اسید قوی‌تر در سمت راست معادله قرار دارد، در حالی که در ④، اسید قوی‌تر در سمت چپ معادله قرار دارد و این *نشون می‌ده* که حتماً ④ با بقیهٔ گزینه‌ها فرق داره!

① قدرت اسیدی: $HCl > HF$

② قدرت اسیدی: $H_2SO_4 > HCN$

③ قدرت اسیدی: $HNO_3 > HNO_2$

④ قدرت اسیدی: $HBr > CH_3COOH$

در فصل ۱ شیمی یازدهم خواندیم که به طور کلی یک واکنش در جهت تولید ماده با واکنش‌پذیری کم‌تر پیش می‌رود؛ بنابراین در این‌جا هم می‌توان گفت که در ① تا ③، واکنش در جهت برگشت پیش می‌رود (اسید ضعیف‌تر در سمت چپ معادله قرار دارد) در حالی که در ④ واکنش در جهت رفت پیش می‌رود (اسید ضعیف‌تر در سمت راست معادله قرار دارد).

نکته در واکنش یک اسید با آنیون حاصل از اسید دیگر، تعادل همواره به سمت تشکیل اسید ضعیف‌تر پیش می‌رود.

$HY + X^- \rightleftharpoons HX + Y^-$ ⇒ قدرت اسیدی: $HY > HX$

۸۲- گزینه ۳

نکته ۱ در دمای ثابت، حاصل $[H^+][OH^-]$ در محلول‌های آبی ثابت است؛ بنابراین هر چه $[H^+]$ در محلولی بیشتر باشد، $[OH^-]$ در آن کم‌تر است. در ضمن در محلول‌های اسیدی، رابطهٔ $[OH^-] < [H^+]$ و در محلول‌های بازی، رابطهٔ $[H^+] < [OH^-]$ برقرار است.

② در محلول‌های اسید تک‌پروتون‌دار، غلظت کاتیون و آنیون حاصل از یونش با هم برابر است. $[H^+] = [X^-]$ ⇒ در محلول HX

③ درجهٔ یونش و ثابت یونش یک اسید را می‌توان از رابطه‌های زیر محاسبه کرد. دقت کنید که در مخرج رابطهٔ درجهٔ یونش، غلظت اولیهٔ اسید و در مخرج رابطهٔ ثابت یونش، غلظت تعادلی اسید قرار می‌گیرد:

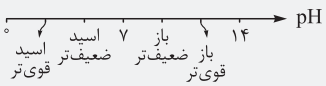
$$HX \rightleftharpoons H^+ + X^-$$

$$\alpha = \frac{[H^+]}{M}\ ,\ K_a = \frac{[H^+]^2}{[HX]_{\text{تعادلی}}} = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]}$$

اگر ثابت یونش اسید (K_a) کوچک باشد، می‌توان در مخرج رابطهٔ ثابت تعادل، به جای غلظت تعادلی اسید، غلظت اولیه را قرار داد:

برای اسیدهای خیلی ضعیف: $K_a = \frac{[H^+]^2}{M}$

④ هر چه یک اسید یا باز ضعیف‌تر باشد، pH محلول آن‌ها در دمای اتاق به عدد ۷ نزدیک‌تر است. از طرفی، هر چه اسید قوی‌تر باشد، pH محلول آن به صفر نزدیک‌تر است و هر چه باز قوی‌تر باشد، pH محلول آن به ۱۴ نزدیک‌تر است.



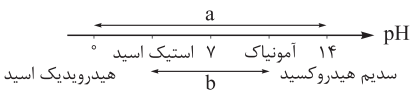
بررسی گزینه‌ها: ① آب گازدار خاصیت اسیدی ضعیف‌تری نسبت به اسید معده دارد، بنابراین غلظت یون هیدرونیوم $([H_3O^+])$ در آب گازدار کم‌تر از اسید معده است و در نتیجه، غلظت یون هیدروکسید $([OH^-])$ آن بیشتر است. در ضمن غلظت یون هیدروکسید در یک محلول اسیدی (مانند آب گازدار) کم‌تر از غلظت این یون در یک محلول بازی (مانند آمونیاک) است.

② $\text{درصد یونش} = \frac{\overbrace{[H^+]}^{[H^+]=[X^-]}}{M} \times 100 = \frac{1/6 \times 10^{-2}}{0/8} \times 100 = 2\%$

③ با توجه به رابطهٔ ثابت یونش خواهیم داشت:

$$K_a = \frac{[H^+][Y^-]}{[HY]} = \frac{3 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-2}} = 4/5 \times 10^{-4}$$

④ آمونیاک و استیک اسید به ترتیب جزء بازها و اسیدهای ضعیف هستند و pH آن‌ها به عدد ۷ نزدیک‌تر است؛ در حالی که سدیم هیدروکسید و هیدرویدیک اسید به ترتیب جزء بازها و اسیدهای قوی هستند و pH آن‌ها به ترتیب به ۱۴ و صفر نزدیک‌تر است.



$\Rightarrow a > b$

۸۳- گزینه ۴

نکته با توجه به مطالب کتاب درسی، براساس مدل آرنیوس، می‌توان اسید و باز را تشخیص داد اما نمی‌توان دربارهٔ میزان اسیدی یا بازی بودن یک محلول اظهار نظر کرد.

بررسی گزینه‌ها: ① و ③ که به مقایسهٔ قدرت دو اسید یا دو باز می‌پردازد، *پَرا بریم*

② و ④ را بررسی کنیم:

② *درسته* که محلول آبی Na_2O (اکسید فلزی) باز و محلول آبی N_2O_3 (اکسید نافلزی) اسید است، اما به کمک مدل آرنیوس از غلظت یون‌ها در این محلول‌ها، اطلاعی نداریم، به همین دلیل نمی‌توانیم رسانایی الکتریکی این محلول‌ها را با مدل آرنیوس توجیه کنیم.

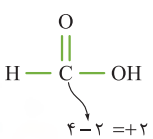
④ به کمک مدل آرنیوس، *می‌شه فهمید* که با حل‌شدن Rb_2O (اکسید فلزی) در آب، یون هیدروکسید و با حل‌شدن HCN در آب، یون هیدرونیوم ایجاد می‌شود؛ یعنی غلظت یون هیدرونیوم در محلول Rb_2O کم‌تر از محلول HCN است.

۸۴- گزینه ۳

به‌جز عبارت اول، بقیهٔ عبارت‌ها درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

◇ عدد اکسایش اتم کربن در متانوئیک اسید، برابر ۲+ است.



◇ الکل‌ها تا ۵ اتم کربن، به خوبی در آب حل می‌شوند.

◆ *درسته!* مثلاً قدرت اسیدی استیک اسید (CH_3COOH) از متانوئیک اسید ($HCOOH$) کم‌تر است.

◆ یکی از ترکیب‌های آلی موجود در بادام، بنزآلدهید است که گروه عاملی آلدهیدی دارد.

۸۵- گزینه ۱

گام ΔH واکنش داده‌شده را به کمک قانون هس محاسبه می‌کنیم:

برای رسیدن به واکنش مورد نظر، واکنش دوم را باید وارونه و بر ۲ تقسیم کنیم (به خاطر BCl_3)، واکنش سوم را باید بر ۲ تقسیم کنیم (به خاطر H_2O) و واکنش اول را باید در ۳ ضرب کنیم (به خاطر حذف H_2).

$$\Delta H(\text{کلی}) = 3\Delta H_1 - \frac{\Delta H_2}{2} + \frac{\Delta H_3}{2}$$

$$= 3(-184/6) - \frac{(-1374)}{2} + \frac{(-493/4)}{2} = -113/5\ \text{kJ}$$

گام مول BCl_3 مصرف‌شده به ازای آزادشدن $45/4\ \text{kJ}$ انرژی را حساب می‌کنیم:

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{مول ضریب } BCl_3}{|\Delta H|} = \frac{Q}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{45/4}{113/5} \Rightarrow x = 0/4\ \text{mol}$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$45/4\ \text{kJ} \times \frac{1\ \text{mol}\ BCl_3}{113/5\ \text{kJ}} = 0/4\ \text{mol}\ BCl_3$$

۸۶- گزینه ۴

شفاف‌سازی این‌که گفته شده، تغییر درجهٔ یونش اسید نسبت به حالت آغازی، چند درصد است؛ یعنی نسبت $\left|\frac{\Delta\alpha}{\alpha_1}\right| \times 100$ یا $\left|\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_1}\right| \times 100$ رو حساب کن!

استراتژی با توجه به ثابت‌بودن دما، K_a ثابت است. رابطهٔ ثابت یونش در دو حالت را برابر هم قرار بده و نسبت $\frac{\alpha_2}{\alpha_1}$ رو حساب کن و بعدش، $\left|\frac{\Delta\alpha}{\alpha_1}\right| \times 100$ رو به دست بیار!

برای قسمت دوم سؤال نیز، با توجه به رابطهٔ $[H^+] = M\alpha$، نسبت تغییرات $[H^+]$ در دو حالت را پیدا کن و میزان تغییر pH رو حساب کن!

می‌دانیم در دمای ثابت، مقدار ثابت یونش یک اسید، عدد مشخصی است و با تغییر غلظت محلول، تغییری نمی‌کند. از طرفی، ثابت یونش این اسید، عدد بسیار کوچکی است؛ بنابراین می‌توان گفت در محلول آن، غلظت تعادلی اسید با غلظت اولیهٔ محلول برابر بوده و رابطهٔ $K_a \simeq M\alpha^2$ برقرار است.

گام رابطهٔ ثابت یونش در دو حالت را برابر قرار می‌دهیم تا نسبت درجهٔ یونش اسید در دو حالت به دست آید:

$$K_{a_1} = K_{a_2} \Rightarrow M_1\alpha_1^2 = M_2\alpha_2^2 \Rightarrow \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \sqrt{\frac{M_1}{M_2}} = \sqrt{\frac{M_1}{25M_1}} = \frac{1}{5} = 0/2$$

گام درصد تغییر درجهٔ یونش اسید نسبت به حالت آغازی را حساب می‌کنیم:

$$\left|\frac{\Delta\alpha}{\alpha_1}\right| \times 100 = \left|\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_1}\right| \times 100 = \left|\frac{\alpha_2}{\alpha_1} - 1\right| \times 100 = \overbrace{\left|0/2 - 1\right|}^{0/8} \times 100 = \%80$$

گام میزان تغییر pH محلول نسبت به حالت آغازی را به دست می‌آوریم. دیدیم که با ۲۵ برابر شدن غلظت محلول، درجهٔ یونش آن $\frac{1}{5}$ برابر می‌شود؛ بنابراین:

$$[H^+] = M\alpha \Rightarrow \frac{[H^+]_2}{[H^+]_1} = \frac{M_2\alpha_2}{M_1\alpha_1} = \frac{25M_1}{M_1} \times \frac{1}{5} = 5$$

غلظت یون هیدرونیوم در محلول، ۵ برابر شده است؛ بنابراین pH محلول به اندازهٔ $\log 5$ یعنی ۰/۷ واحد تغییر می‌کند.

$$pH_1 - pH_2 = -\log[H^+]_1 - (-\log[H^+]_2)$$

$$= \log[H^+]_2 - \log[H^+]_1 = \log\frac{[H^+]_2}{[H^+]_1} = \log 5 = 0/7$$

تله اگر به جای درصد **تغییر درجهٔ یونش** نسبت به حالت آغازی، حاصل $\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \times 100$ رو حساب می‌کردین، برای قسمت اول سؤال، به عدد ۲۰ می‌رسیدین. اگر گفته بود، درجهٔ یونش در محلول دوم، چند درصد درجهٔ یونش در حالت آغازی است، باید $\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \times 100$ را حساب می‌کردین!

۸۷- گزینه ۱

نکته ۱ در صورتی یک واکنش انجام‌پذیر است که طی آن، گونهٔ سمت راست یک نیم‌واکنش با E° کم‌تر با گونهٔ سمت چپ یک نیم‌واکنش با E° بیشتر واکنش دهد. emf این گونه واکنش‌ها، عددی مثبت است.

۲ emf یا ولتاژ هر سلول گالوانی از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\text{emf} = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = E^\circ(\text{بیشتر}) - E^\circ(\text{کم‌تر})$$

هر چه تفاوت E° کاتد و E° آند بیشتر باشد یا به عبارت دیگر، دو نیم‌سلول آندی و کاتدی در سری الکتروشیمیایی فاصلهٔ بیشتری با هم داشته باشند، emf سلول حاصل از آن‌ها بیشتر است.

گام واکنش‌های «ب»، «پ» و «ت» به طور طبیعی انجام می‌شوند، زیرا در هر یک از این واکنش‌ها، فلز سمت چپ واکنش، کاهنده‌تر از فلز سمت راست واکنش است یا به عبارتی فلز سمت چپ واکنش، E° کوچک‌تری نسبت به فلز سمت راست واکنش دارد.

گام حالا *بریم* E° سلول مربوط به هر واکنش را حساب کنیم:

$$E^\circ = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = E^\circ(\text{بزرگ‌تر}) - E^\circ(\text{کوچک‌تر})$$

(ب) $E^\circ = E^\circ(Fe^{2+}/Fe) - E^\circ(V^{2+}/V) = -0/44 - (-1/2) = 0/76\ \text{V}$

(پ) $E^\circ = E^\circ(Cu^{2+}/Cu) - E^\circ(V^{2+}/V) = 0/34 - (-1/2) = 1/54\ \text{V}$

(ت) $E^\circ = E^\circ(Cu^{2+}/Cu) - E^\circ(Zn^{2+}/Zn) = 0/34 - (-0/76) = 1/1\ \text{V}$

تیزبازی اگر نیم‌سلول‌ها را به ترتیب از E° بیشتر به E° کم‌تر مرتب کنیم، می‌بینیم که:

گام واکنش‌های «ب»، «پ» و «ت» به طور طبیعی انجام می‌شوند، زیرا در هر واکنش، گونهٔ سمت راست نیم‌واکنش با E° کم‌تر با گونهٔ سمت چپ نیم‌واکنش با E° بیشتر واکنش داده است.

گام با توجه به ترتیب E° نیم‌سلول‌ها، فاصلهٔ نیم‌سلول‌های Cu و V بیشتر از هر دو نیم‌سلول دیگری است، بنابراین emf سلول گالوانی حاصل از آن‌ها (مورد پ) بیشترین خواهد بود.

Cu^{2+}/Cu
Fe^{2+}/Fe
Zn^{2+}/Zn
V^{2+}/V

emf بیشتر

۸۸- گزینه ۴

عبارت‌های «پ» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: (آ)

نکته

مونومر مورد نیاز برای تشکیل پلی‌استر:
- دی‌الکل و دی‌اسید
- ترکیبی که هر دو گروه عاملی الکلی (—OH) و اسیدی (—COOH) را دارد.

برای تشکیل پلی‌استر، به گروه‌های عاملی اسیدی (—COOH) و الکلی (—OH) نیاز است که این ترکیب *نداره!*

(ب)

نکته

R و R′ گروه هیدروکربنی هستند. $\underset{\text{گروه عاملی کتونی}}{-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-} \longrightarrow \underset{\text{فرمول کلی کتون‌ها}}{R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-R'} \Rightarrow$

R و R′ گروه هیدروکربنی هستند. $\underset{\text{گروه عاملی اتری}}{-O-} \longrightarrow \underset{\text{فرمول کلی اترها}}{R-O-R'} \Rightarrow$

ترکیب داده‌شده، تنها دارای یک گروه عاملی استری ($-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-$) است.

(پ) ترکیب داده‌شده دارای ۲ پیوند $C=C$ است، بنابراین هر مول آن می‌تواند با دو مول برم واکنش دهد.

توجه: فقط پیوندهای $C=C$ و $C\equiv C$ می‌توانند در واکنش با گاز هیدروژن یا برم مایع شرکت کنند و در این واکنش‌ها، نباید دیگر پیوندهای دوگانه (مانند $-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-$) را در نظر بگیریم.

(ت) در ساختار ترکیب داده‌شده، ۱۴ پیوند $C-C$ و ۴ جفت‌الکترون ناپیوندی (به ازای دو اتم اکسیژن) وجود دارد:

$$\frac{14}{4}=3/5$$

تیزبازی عبارت‌های (آ) و (ب) تابلو *غلطن!* بنابراین خیلی سریع می‌شه فهمید که ① تا ③ *غلطن* و جواب، ④ است.

۸۹- گزینه ۱

نکته ① در یک گروه جدول دوره‌ای، از بالا به پایین، شعاع یونی عنصرها افزایش می‌یابد.

مثال: شعاع: $_{19}K^+ > {}_{11}Na^+$

② در بین یون‌های هم‌الکترون، شعاع آنیون‌ها از شعاع کاتیون‌ها بزرگ‌تر است.

مثال: شعاع: $_{7}N^{3-} > {}_{11}Na^+$

③ در بین کاتیون‌های هم‌الکترون، هر چه مقدار بار کاتیون کم‌تر باشد، شعاع آن بزرگ‌تر است.

مثال: شعاع: $_{19}K^+ > {}_{20}Ca^{2+}$

④ در بین آنیون‌های هم‌الکترون، هر چه مقدار بار آنیون بیشتر باشد، شعاع آن بزرگ‌تر است.

مثال: شعاع: $_{16}S^{2-} > {}_{17}Cl^-$

مقایسهٔ شعاع: $\underset{\text{عددی بین ۹۵ و ۱۳۳}}{{}_{19}K^+} > {}_{20}Ca^{2+} > \underset{95}{{}_{11}Na^+} > \underset{65}{{}_{12}Mg^{2+}} > \underset{50}{{}_{13}Al^{3+}}$

۹۰- گزینه ۳

نکته اگر قدرت کاهندگی فلز A از فلز B بیشتر باشد، فلز A می‌تواند به طور خودبه‌خودی با ترکیب‌های فلز B واکنش دهد. $A + B^{n+} \xrightarrow{\text{خودبه‌خودی}} A^{m+} + B$

- قدرت کاهندگی A از B بیشتر است.
- قدرت اکسندگی B^{n+} از A^{m+} بیشتر است.
- E° الکترود A^{m+}/A کمتر از E° الکترود B^{n+}/B است.
- در سلول گالوانی حاصل از A و B، A آند (قطب منفی) و B کاتد (قطب مثبت) است.

به‌جز عبارت سوم، بقیهٔ عبارت‌ها نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

- با توجه به این‌که واکنش $A + D^{2+} \rightarrow \cdots$ در جهت رفت انجام شده است، نتیجه می‌گیریم که قدرت کاهندگی A بیشتر از D است و در نتیجه E° الکترود آن کوچک‌تر است.
- A آند و قطب منفی سلول است.
- مقایسهٔ قدرت کاهندگی سه فلز به صورت $A > D > X$ است؛ بنابراین A می‌تواند با محلول حاوی یون X^+ واکنش دهد.
- از *اون‌جایی‌که* اطلاعی از E° نیم‌سلول Y و موقعیت آن در سری الکتروشیمیایی نداریم، نمی‌توانیم ولتاژ سلول‌های گفته‌شده را با هم مقایسه کنیم. حالت‌های ممکن:

(۱)	(۲)	(۳)
Y	D	D
D	A	Y
A	Y	A

۹۱- گزینه ۲

درس‌نامه تکنیک مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب‌های یونی

به طور کلی برای مقایسهٔ ΔH فروپاشی شبکهٔ ترکیب‌های یونی می‌توان از روش زیر استفاده کرد:

گام هر چه مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون در یک ترکیب یونی بزرگ‌تر باشد، ΔH فروپاشی شبکهٔ آن بزرگ‌تر است.

گام اگر مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون برای دو ترکیب یونی برابر باشد، شعاع یون‌های سازندهٔ آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم. هر چه شعاع یون‌ها کوچک‌تر باشد، ΔH فروپاشی بزرگ‌تر است.

مثال ۱: مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور MgO و $CaCl_2$

مقایسهٔ مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون

$$MgO \Rightarrow \overset{Mg^{2+}}{\uparrow}\ \overset{O^{2-}}{\uparrow}\quad 2+2=4$$
$$CaCl_2 \Rightarrow \underset{Ca^{2+}}{\downarrow}\ \underset{Cl^-}{\downarrow}\quad 2+1=3$$
$$\Rightarrow \Delta H_{\text{فروپاشی}}: MgO > CaCl_2$$

مثال ۲: مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور Na_2O و MgF_2

گام مقایسهٔ مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون:

$$Na_2O: \overset{Na^+}{\uparrow}\ \overset{O^{2-}}{\uparrow}\quad 1+2=3$$
$$MgF_2: \underset{Mg^{2+}}{\downarrow}\ \underset{F^-}{\downarrow}\quad 2+1=3$$

گام مقایسهٔ شعاع یون‌ها:

$$\text{شعاع یونی}\begin{cases} O^{2-} > F^- \\ Na^+ > Mg^{2+} \end{cases} \Rightarrow \Delta H_{\text{فروپاشی}}: Na_2O < MgF_2$$

توجه: در مواردی که یکی از ترکیب‌ها، شعاع کاتیونش و ترکیب دیگر، شعاع آنیونش بزرگ‌تر باشد (مانند NaCl و KF)، نمی‌توان با قواعد بالا مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی را انجام داد. اگر در سؤالی به این‌گونه موارد برخورد کردید، بهتره از تکنیک رد گزینه استفاده کنید.

② درست است. مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی: $NaCl > NaBr > RbCl > RbBr$

به جای این‌که مورد درست رو پیدا کنیم، بیایید موارد غلط را در گزینه‌های *دیگه* کشف کنیم:

① آنتالپی فروپاشی LiBr باید از LiCl کم‌تر باشد، زیرا شعاع یون Br^- بزرگ‌تر از شعاع یون Cl^- است و آنتالپی فروپاشی با شعاع یون‌ها رابطهٔ وارونه دارد.

③ آنتالپی فروپاشی LiI باید بیشتر از NaI باشد، زیرا شعاع Li^+ کوچک‌تر از Na^+ است.

④ آنتالپی فروپاشی MgO باید بیشتر از Na_2O باشد، زیرا مجموع بار یک کاتیون و یک آنیون در آن بیشتر است.

۹۲- گزینه ۴

نکته بازده درصدی در واکنش‌های تعادلی به این معناست که تا رسیدن به حالت تعادل، چند درصد از واکنش‌دهنده‌ها مصرف شده‌اند.

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار مصرف‌شدهٔ واکنش‌دهنده}}{\text{مقدار اولیهٔ واکنش‌دهنده}} \times 100$$

گام ۱ مول‌های آغازی CO و H_2O را a مول در نظر می‌گیریم و با توجه به بازده واکنش، رابطه‌ای بین a و مقدار مصرف‌شدهٔ واکنش‌دهنده‌ها پیدا می‌کنیم.

	CO	+	H_2O	⇌	CO_2	+	H_2
مول تعادلی:	$a-x$		$a-x$		x		x

$$\text{بازده درصدی} = \frac{x}{a}\times 100 = 80 \Rightarrow x = 0/8a \text{ یا } a = 1/25x$$

گام ۲ رابطهٔ ثابت تعادل را نوشته و مقدار K را حساب می‌کنیم:

$$K = \frac{[CO_2][H_2]}{[CO][H_2O]} = \frac{\frac{x}{4}\times\frac{x}{4}}{\frac{(a-x)}{4}\times\frac{(a-x)}{4}} = \frac{x^2}{(0/25x)^2} = \frac{x^2}{(\frac{1}{4})^2 x^2} = 16$$

گام ۳ مقدار اولیهٔ CO را حساب می‌کنیم:

$$[CO_2] = \frac{x}{4} = 0/4 \text{ mol.L}^{-1} \Rightarrow x = 1/6 \text{ mol}$$

$$\text{مول اولیهٔ } CO = a = 1/25x = 1/25\times 1/6 = 2 \text{ mol}$$

۹۳- گزینهٔ ۳

درس‌نامه ۱ در یک واکنش اکسایش ـ کاهش، به گونه‌ای که اکسایش می‌یابد، **کاهنده** و به گونه‌ای که کاهش می‌یابد، **اکسنده** می‌گویند.

کاهنده	اکسنده
گونه(های) دیگر را کاهش می‌دهد.	گونه(های) دیگر را اکسید می‌دهد.
خودش اکسایش می‌یابد (الکترون از دست می‌دهد).	خودش کاهش می‌یابد (الکترون می‌گیرد).

اکسایش

کاهندهٔ ضعیف‌تر + اکسندهٔ قوی‌تر ← اکسندهٔ ضعیف‌تر + کاهندهٔ قوی‌تر

کاهش

۲ برای تعیین شمار الکترون‌های مبادله‌شده در یک واکنش اکسایش ـ کاهش می‌توانیم از فرمول زیر استفاده کنیم:

$$\text{شمار الکترون‌های مبادله‌شده براساس معادلهٔ موازنه‌شده} = \begin{pmatrix}\text{شمار اتم‌ها}\\ \text{در اکسنده}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}\text{ضریب}\\ \text{اکسنده}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}\text{تغییر بار}\\ \text{الکتریکی اکسنده}\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}\text{شمار اتم‌ها}\\ \text{در کاهنده}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}\text{ضریب}\\ \text{کاهنده}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}\text{تغییر بار}\\ \text{الکتریکی کاهنده}\end{pmatrix}$$

همهٔ عبارت‌ها، به‌جز عبارت سوم درست‌اند.

ابتدا موازنهٔ واکنش را کامل می‌کنیم:

$$3CH_3CH_2OH(aq) + 2Cr_2O_7^{2-}(aq) + aH^+(aq) \rightarrow 3CH_3COOH(aq) + bCr^{3+}(aq) + 11H_2O(l)$$

موازنهٔ Cr: $2\times 2 = b \Rightarrow b = 4$

موازنهٔ H: $(3\times 6) + a = (3\times 4) + (11\times 2) \Rightarrow a = 16$

به کمک موازنهٔ بار هم *می‌شد* به a رسید: $2\times(-2) + a\times(+1) = 4\times(+3) \Rightarrow a = 16$

بررسی عبارت‌ها:

- در این واکنش، عدد اکسایش H و O تغییر نکرده است. ولی عدد اکسایش کروم از $+6$ در $Cr_2O_7^{2-}$ به $+3$ در Cr^{3+} رسیده است؛ یعنی ۳ درجه کاهش یافته است پس $Cr_2O_7^{2-}$ اکسنده است و به این ترتیب CH_3CH_2OH گونهٔ کاهنده است. با توجه به ضریب گونه‌های کاهنده و اکسنده، این عبارت *درسته*!
- منظور مجموع ضرایب $Cr_2O_7^{2-}$ و Cr^{3+} است: $2+4=6$
- شمار اتم‌های اکسنده = شمار الکترون‌های مبادله‌شده

$12 = 2\times 2\times 3$ = تغییر عدد اکسایش اتم اکسنده × ضریب اکسنده ×

به ازای ۲ مول اکسنده یا ۳ مول کاهنده، ۱۲ مول الکترون مبادله می‌شود؛ بنابراین می‌توان گفت هر مول اکسنده، ۶ مول الکترون می‌گیرد و هر مول کاهنده، ۴ مول الکترون می‌دهد.

- مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها برابر با ۲۱ $(21 = 16+2+3)$ و ضریب استیک اسید (CH_3COOH) برابر با ۳ است: $\frac{21}{3} = 7$

۹۴- گزینهٔ ۱

ابتدا بریم سراغ اثر فشار! شمار مول‌های گازی در سمت متانول کم‌تر است؛ پس باید فشار را افزایش دهیم تا تعادل در جهت رفت و تولید متانول جابه‌جا شود.

و اما اثر دما! درسته که واکنش گرماده است و کاهش دما، تعادل را در جهت رفت و تولید متانول جابه‌جا می‌کند، اما نگاهی به مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده *بندازین*:

مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده $= 1072 + 2(435) = 1942$ kJ

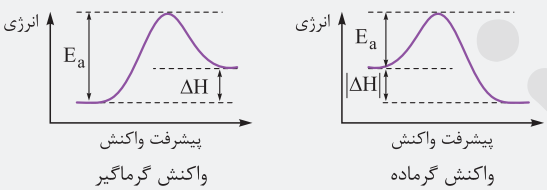
زیادبودن آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده، نشان می‌دهد که برای شروع این واکنش به انرژی بسیار زیادی نیاز است یا به عبارت دیگر، انرژی فعال‌سازی واکنش بسیار زیاد است؛ بنابراین باید دما را افزایش دهیم تا انرژی فعال‌سازی واکنش تأمین شده و سرعت واکنش افزایش یابد دقیقاً مثل فرایند هابر!

نکته به طور کلی انرژی فعال‌سازی یک واکنش از مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده آن کم‌تر است؛ زیرا برای شروع واکنش، کافی است که پیوند میان اتم‌ها سست شود، در حالی که آنتالپی پیوند، برای شکستن کامل پیوندهای اشتراکی به کار می‌رود.

تله اگر به آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده توجه نکرده باشید و تنها اثر دما را بر جابه‌جایی تعادل در نظر بگیرید، تو تلهٔ تست می‌افتید و به اشتباه ۲ رو به عنوان پاسخ تست انتخابی می‌کنید!

۹۵- گزینهٔ ۲

نکته ۱ در نمودار انرژی ـ پیشرفت واکنش، تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و قله، معادل انرژی فعال‌سازی (E_a) واکنش و تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها، معادل آنتالپی (ΔH) واکنش است.



۲ در شرایط یکسان، هر چه انرژی فعال‌سازی واکنشی کم‌تر باشد، سرعت آن واکنش بیشتر است.

عبارت‌های سوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

- انرژی موردنیاز برای انجام واکنش، یعنی همان انرژی فعال‌سازی: $248 - 183 = 65$ kJ
- واکنش (I) گرماگیر است و *بدون حساب‌کتاب! می‌شه فهمید این عبارت غلطه! چون صحبت از آزادشدن انرژی کرده!*

$$\text{انرژی مصرف‌شده: } 3 \text{ mol A} \times \frac{42 \text{ kJ}}{2 \text{ mol A}} = 63 \text{ kJ}$$

- انرژی فعال‌سازی واکنش (I) در جهت رفت و تشکیل گاز D_2 (248 kJ) بیشتر از انرژی فعال‌سازی واکنش (II) در جهت رفت و مصرف گاز D_2 (183 kJ) است؛ از آن‌جا که سرعت واکنش با انرژی فعال‌سازی رابطهٔ وارونه دارد، این عبارت *درسته*!

نکته

$$\Delta H(\text{واکنش}) = \begin{bmatrix}\text{مجموع آنتالپی پیوندها}\\ \text{در مواد واکنش‌دهنده}\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\text{مجموع آنتالپی پیوندها}\\ \text{در مواد فراورده}\end{bmatrix}$$

هر دو واکنش گرماگیرند و با توجه به رابطهٔ محاسبهٔ ΔH به کمک آنتالپی‌های پیوند، می‌توان گفت که مجموع آنتالپی پیوندها در واکنش‌دهنده‌های آن‌ها بیشتر از مجموع آنتالپی پیوندها در فراورده‌های آن‌ها است.

۱۴۰۱ سراسری داخل

ریاضی

۱- گزینه ۴

شفاف‌سازی الگوی خطی ⟸ دنبالهٔ حسابی

درس‌نامه جملهٔ عمومی یک الگوی خطی به صورت مقابل است: $t_n = an + b$

گام طبق درس‌نامه، جملهٔ عمومی این الگوی خطی، $t_n = an + b$ است؛ پس داریم:

$$\begin{cases} t_{۱۰} = ۵ \\ t_۵ = ۸ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۱۰a + b = ۵ \\ ۵a + b = ۸ \end{cases} \xrightarrow{\text{پایینی - بالایی}} ۵a = -۳ \Rightarrow a = -\frac{۳}{۵} = -۰/۶$$

حالا $a = -۰/۶$ را در تساوی $۵a + b = ۸$ جای‌گذاری می‌کنیم تا مقدار b هم پیدا شود:

$$۵(-۰/۶) + b = ۸ \Rightarrow -۳ + b = ۸ \Rightarrow b = ۱۱$$

پس جملهٔ عمومی به این صورت شد: $t_n = -۰/۶n + ۱۱$

گام حالا که جملهٔ عمومی را داریم، می‌توانیم $t_{۱۶}$ را به دست بیاوریم:

$$t_{۱۶} = -۰/۶(۱۶) + ۱۱ = -۹/۶ + ۱۱ = ۱/۴$$

۲- گزینه ۳

درس‌نامه اتحادهای مثلثاتی زیر را بلد باشید:

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} \qquad \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \qquad \sin^۲ x + \cos^۲ x = ۱$$

$$۱ + \cot^۲ x = \frac{۱}{\sin^۲ x} \qquad ۱ + \tan^۲ x = \frac{۱}{\cos^۲ x}$$

گام جای $۲\sin^۲ x$ می‌نویسیم $\sin^۲ x + \sin^۲ x$ و بعد از اتحاد $\sin^۲ x + \cos^۲ x = ۱$ استفاده می‌کنیم:

$$۲\sin^۲ x + \cos^۲ x = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \sin^۲ x + \underbrace{(\sin^۲ x + \cos^۲ x)}_{۱} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \sin^۲ x = \frac{۱}{۳}$$

گام حالا با جای‌گذاری تساوی بالا در اتحاد $\sin^۲ x + \cos^۲ x = ۱$، $\cos^۲ x$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{۱}{۳} + \cos^۲ x = ۱ \Rightarrow \cos^۲ x = \frac{۲}{۳}$$

گام $\tan^۲ x$ برابر می‌شود با:

$$\tan^۲ x = \frac{\sin^۲ x}{\cos^۲ x} = \frac{\frac{۱}{۳}}{\frac{۲}{۳}} = \frac{۱}{۲}$$

۳- گزینه ۲

استراتژی اول رادیکال‌ها را هم‌فرجه می‌کنیم؛ بعد به کمک اتحاد مربع و قاعدهٔ توان منفی، عبارت صورت سؤال را ساده می‌کنیم.

گام به جای $\sqrt{۱+\sqrt{۷}}$ می‌نویسیم $\sqrt[۴]{(۱+\sqrt{۷})^۲}$ تا رادیکال‌ها هم‌فرجه شوند:

$$\sqrt[۴]{(۴+\sqrt{۷})^{-۱}} . \sqrt{۱+\sqrt{۷}} = \sqrt[۴]{(۴+\sqrt{۷})^{-۱}} . \sqrt[۴]{(۱+\sqrt{۷})^۲}$$

گام حالا به کمک اتحاد مربع و تساوی $(۴+\sqrt{۷})^{-۱} = \frac{۱}{۴+\sqrt{۷}}$، عبارت بالا را ساده می‌کنیم:

$$\sqrt[۴]{(۴+\sqrt{۷})^{-۱}} . \sqrt[۴]{\underbrace{(۱+\sqrt{۷})^۲}_{\text{اتحاد مربع}}} = \sqrt[۴]{\frac{۱}{۴+\sqrt{۷}}} . \sqrt[۴]{۱^۲ + (\sqrt{۷})^۲ + ۲\sqrt{۷}}$$

$$= \sqrt[۴]{\frac{۱}{۴+\sqrt{۷}}} . \sqrt[۴]{۸+۲\sqrt{۷}}$$

چون فرجه‌ها یکسان است؛ پس عبارت داخل رادیکال‌ها را در هم ضرب می‌کنیم:

$$\sqrt[۴]{\frac{۸+۲\sqrt{۷}}{۴+\sqrt{۷}}} = \sqrt[۴]{\frac{۲(۴+\sqrt{۷})}{۴+\sqrt{۷}}} = \sqrt[۴]{۲}$$

۴- گزینه ۴

استراتژی اول به کمک جدول تعیین علامت، حدود x و در ادامه حدود $۳x$ را پیدا می‌کنیم، بعد با بازه‌بندی‌های مناسب مقادیر مختلف $[۳x]$ را مشخص می‌کنیم.

گام اول ریشه‌های صورت و مخرج کسر $\frac{۴-۲x}{۳x+۱}$ را به دست می‌آوریم:

$$۴-۲x = ۰ \Rightarrow x = ۲ \quad , \quad ۳x+۱ = ۰ \Rightarrow x = -\frac{۱}{۳}$$

گام حالا جدول تعیین علامت $y = \frac{۴-۲x}{۳x+۱}$ را می‌کشیم تا مجموعه‌جواب نامعادلهٔ $\frac{۴-۲x}{۳x+۱} \geq ۰$ را پیدا کنیم:

x		$-\frac{۱}{۳}$		۲	
$۴-۲x$	$+$		$+$	۰	$-$
$۳x+۱$	$-$	۰	$+$		$+$
y	$-$	تعریف نشده	$+$	۰	$-$

دنبال قسمت‌های بزرگ‌تر یا مساوی صفر بودیم که می‌شود $-\frac{۱}{۳} < x \leq ۲$.

گام حدود $۳x$ را حساب می‌کنیم:

$$-\frac{۱}{۳} < x \leq ۲ \xrightarrow{\times ۳} -۱ < ۳x \leq ۶$$

مقادیر $۳x$ در بازهٔ $(-۱,۶]$ قرار گرفت. اعدادی که در این بازه هستند، جزء صحیحشان از -۱ تا خود ۶ می‌تواند باشد که شامل ۸ عدد صحیح هستند (-۱، ۰، ۱، ... و ۶).

۵- گزینه ۳

نکته در توابع ثابت، ضریب متغیرها همیشه صفر است. مثلاً اگر $y = (a-۲)x^۳ + (b+۳)x + c$ تابع ثابت باشد، $a-۲$ و $b+۳$ باید صفر باشند؛ یعنی $a = ۲$ و $b = -۳$.

گام چون توابع $f(x) = b - ۳ax$ و $g(x) = c - (۳b-۳)x$ ثابت هستند، پس طبق نکتهٔ بالا ضریب x در جفتشان صفر است:

$$\begin{cases} ۳a = ۰ \Rightarrow a = ۰ \\ ۳b - ۳ = ۰ \Rightarrow b = ۱ \end{cases}$$

پس ضابطهٔ توابع f و g به این صورت شد: $f(x) = ۱ \ , \ g(x) = c$

گام به گفتهٔ سؤال $f + g = ۵$ است؛ پس:

$$۱ + c = ۵ \Rightarrow c = ۴$$

بنابراین $bc = ۱ \times ۴ = ۴$ است.

۶- گزینه ۳

استراتژی مسئله را بر اساس انتخاب شدن یا نشدن کتاب‌های ریاضی و فیزیک حالت‌بندی می‌کنیم. در ادامه تعداد ترکیب‌های هر حالت را به دست می‌آوریم و به کمک اصل جمع، جواب مسئله را حساب می‌کنیم.

گام با توجه به انتخاب شدن یا نشدن کتاب‌های ریاضی و فیزیک چهار حالت زیر را داریم:

حالت اول: هم ریاضی انتخاب شود و هم فیزیک: این حالت امکان‌پذیر نیست، چون با انتخاب‌شدن ریاضی، زیست هم انتخاب می‌شود ولی با انتخاب‌شدن فیزیک، زیست انتخاب نمی‌شود. (نمیشه که زیست هم انتخاب بشه هم نشه!)

حالت دوم: ریاضی انتخاب شود ولی فیزیک انتخاب نشود: در این حالت ریاضی انتخاب شده؛ پس زیست هم باید انتخاب شود. از طرفی فیزیک هم انتخاب نمی‌شود، برای درک بهتر اتفاقات تا این لحظه، شکل مقابل را ببینید:

ریاضی	~~فیزیک~~	زیست	a	b	c	d
↓ انتخاب شده		↓ انتخاب می‌شود.				

همان‌طور که می‌بینید از ۴ کتابی که باید انتخاب کنیم ۲تا را انتخاب کردیم؛ پس از بین ۴ کتاب باقی‌مانده، به $\binom{۴}{۲}=۶$ طریق، ۲ کتاب دیگر را انتخاب می‌کنیم.

حالت سوم: فیزیک انتخاب شود ولی ریاضی انتخاب نشود: در این حالت فیزیک انتخاب شده؛ پس زیست را نداریم. از طرفی ریاضی هم انتخاب نمی‌شود. برای درک بهتر اتفاقات تا این لحظه شکل مقابل را ببینید:

~~ریاضی~~	فیزیک	~~زیست~~	a	b	c	d
↓ انتخاب شده						

همان‌طور که می‌بینید از ۴ کتابی که باید انتخاب کنیم، یکی را انتخاب کردیم؛ پس از بین ۴ کتاب باقی‌مانده (کتاب‌های a، b، c و d) به $\binom{۴}{۳}=۴$ طریق، ۳ کتاب دیگر را انتخاب می‌کنیم.

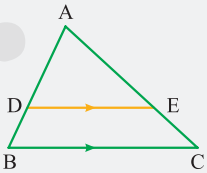
حالت چهارم: نه ریاضی انتخاب شود و نه فیزیک: همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، در این حالت باید هر ۴ کتاب را از ۵ موضوع باقی‌مانده انتخاب کنیم. این کار به $\binom{۵}{۴}=۵$ طریق امکان‌پذیر است.

~~ریاضی~~	~~فیزیک~~	زیست	a	b	c	d

گام طبق اصل جمع به $۵+۴+۶+۰=۱۵$ طریق می‌توانیم کار مورد نظر را انجام بدهیم.

۷- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ طبق قضیهٔ تالس اگر مطابق شکل مقابل، خطی موازی یک ضلع مثلث رسم بشود، روی دو ضلع دیگر قطعه‌هایی با طول‌های متناسب می‌سازد.

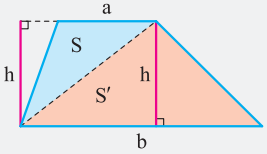


این تناسب را به دو روش می‌توانیم بنویسیم:

الف) جزءبه‌جزء: $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$

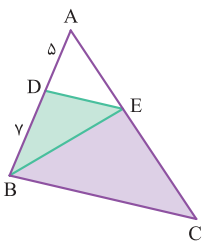
ب) جزءبه‌کل: $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$

۲ با رسم قطر هر ذوزنقه مطابق شکل مقابل، دو مثلث هم‌ارتفاع درست می‌شود که نسبت مساحت‌هایشان برابر با نسبت قاعده‌ها است:



$\frac{S}{S'}=\frac{a}{b}$

گام طبق مورد (۲) درس‌نامه، مثلث‌های BDE و BCE هم‌ارتفاع هستند؛ پس نسبت مساحت‌هایشان برابر می‌شود با:



$\frac{S_{BCE}}{S_{BDE}}=\frac{BC}{DE}$ (*)

گام حالا به کمک تالس جزءبه‌کل در مثلث ABC، نسبت $\frac{DE}{BC}$ را به دست می‌آوریم:

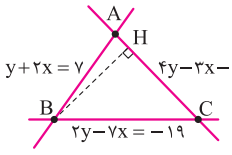
$$\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}\Rightarrow\frac{۵}{۵+۷}=\frac{DE}{BC}\Rightarrow\frac{DE}{BC}=\frac{۵}{۱۲}\xrightarrow{\text{معکوس}}\frac{BC}{DE}=\frac{۱۲}{۵}=۲/۴$$

بنابراین طبق رابطهٔ (*) خواستهٔ سؤال برابر است با: $\frac{S_{BCE}}{S_{BDE}}=\frac{BC}{DE}=۲/۴$

۸- گزینه ۱

استراتژی برای به دست آوردن طول ارتفاع BH اول باید مختصات نقطهٔ B را پیدا کنیم. برای این کار نقطهٔ برخورد ضلع‌های AB و BC را به دست می‌آوریم. در آخر فاصلهٔ نقطهٔ B را از ضلع AC حساب می‌کنیم.

گام یک شکل فرضی از مسئله می‌کشیم. همان‌طور که از شکل پیداست، نقطهٔ B همان محل برخورد ضلع‌های AB و BC است. برای پیداکردن مختصات این نقطه دستگاه زیر را حل می‌کنیم:



$$\begin{cases} y+۲x=۷ \xrightarrow{\times(-۲)} -۲y-۴x=-۱۴ \\ ۲y-۷x=-۱۹ \xrightarrow{\text{خودش}} ۲y-۷x=-۱۹ \end{cases} \xrightarrow{+} -۱۱x=-۳۳ \Rightarrow x=۳$$

حالا $x=۳$ را در $y+۲x=۷$ جای‌گذاری می‌کنیم تا عرض نقطهٔ B هم مشخص شود:

$$y+۲(۳)=۷ \Rightarrow y=۱$$

بنابراین مختصات نقطهٔ B شد: $B(۳,۱)$.

نکته فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_۰,y_۰)$ از خط $ax+by+c=۰$ برابر است با:

$$y=\frac{|ax_۰+by_۰+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$$

گام حالا فاصلهٔ نقطهٔ $B(۳,۱)$ را از خط $AC: ۴y-۳x-۱۷=۰$ حساب می‌کنیم:

$$BH=\frac{|\overbrace{۴(۱)-۳(۳)-۱۷}^{-۲۲}|}{\sqrt{۳^۲+۴^۲}}=\frac{۲۲\times۲}{۵\times۲}=۴/۴$$

۹- گزینه ۱

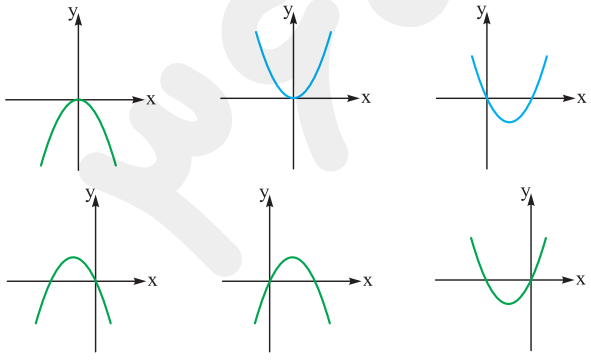
درس‌نامه ۱ در معادلهٔ درجه‌دوم $ax^۲+bx+c=۰$ با شرط $\Delta>۰$، جمع و ضرب ریشه‌ها از رابطه‌های زیر محاسبه می‌شوند:

مجموع ریشه‌ها: $S=-\frac{b}{a}$ و ضرب ریشه‌ها: $P=\frac{c}{a}$

۲ در سهمی $y=ax^۲+bx+c$:

- وقتی $a>۰$ باشد، دهانهٔ سهمی رو به بالا و وقتی $a<۰$ باشد، دهانه‌اش رو به پایین است.
- وقتی $c=۰$ باشد، سهمی از مبدأ مختصات می‌گذرد.

گام در سهمی $y=ax^۲+(۳+۲a)x$، $c=۰$ است؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه، نمودار این سهمی به یکی از صورت‌های زیر است:



گام همان‌طور که می‌بینید، نمودارهای آبی‌رنگ، شرط مسئله را دارند (از ناحیهٔ سوم نمی‌گذرند). برای این‌که سهمی $y=ax^۲+(۳+۲a)x$ شبیه نمودارهای آبی‌رنگ بشود دوتا شرط لازم دارد:

- دهانه‌اش رو به بالا باشد. طبق مورد (۲) درس‌نامه باید $a>۰$ باشد.
- ریشه‌های سهمی باید نامنفی باشند. ریشه‌های سهمی را پیدا می‌کنیم:

$$y=x(ax+۳+۲a)=۰ \Rightarrow \begin{cases} x_۱=۰ \\ x_۲=\frac{-۳-۲a}{a} \end{cases}$$

◇ ریشهٔ دوم سهمی باید نامنفی باشد:

$$x_2 \geq 0 \Rightarrow -\frac{3+2a}{a} \geq 0 \Rightarrow -(3+2a) \geq 0$$

(a: مثبت)

$$\Rightarrow 3+2a \leq 0 \Rightarrow a \leq \frac{-3}{2}$$

اشتراک شرط‌های $a>0$ و $a \leq \frac{-3}{2}$، تهی است؛ بنابراین به ازای هیچ مقداری از a، شرط مسئله برآورده نمی‌شود.

۱۰- گزینه ۲

درس‌نامه بعضی وقت‌ها پیداکردن جواب‌های دقیق یک معادله مثل $f(x)=g(x)$ به دردمان نمی‌خورد و فقط تعداد جواب‌ها برایمان مهم است. در این‌جور مواقع «روش هندسی» انتخاب مناسبی است. در این روش، نمودار توابع $f(x)$ و $g(x)$ را در یک دستگاه مختصات می‌کشیم؛ تعداد نقطه‌های برخورد این نمودارها، همان تعداد جواب‌های معادلهٔ $f(x)=g(x)$ است.

گام سمت راست معادله را گویا و سمت چپش را به کمک فاکتورگیری ساده می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}+3} - \frac{\sqrt{x+1}}{3-\sqrt{x-1}} = \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+1}\left(\frac{1}{\sqrt{x-1}+3} - \frac{1}{3-\sqrt{x-1}}\right) = \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} \times \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+1}\left(\frac{3-\sqrt{x-1}-\sqrt{x-1}-3}{(3+\sqrt{x-1})(3-\sqrt{x-1})}\right) = \frac{(x-1)\sqrt{x-1}}{x-1}$$

گام چون $x=1$ ریشهٔ مخرج است؛ پس $x \neq 1$ و در نتیجه می‌توانیم $(x-1)$ها و $\sqrt{x-1}$ها را بزنیم:

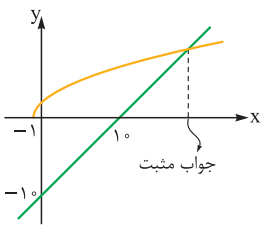
$$\sqrt{x+1}\left(\frac{-2\sqrt{x-1}}{(3+\sqrt{x-1})(3-\sqrt{x-1})}\right) = \frac{(x-1)\sqrt{x-1}}{x-1}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{-2\sqrt{x+1}}{(3+\sqrt{x-1})(3-\sqrt{x-1})}}_{\text{مزدوج}} = 1 \Rightarrow \sqrt{x+1}\left(\frac{-2}{3^2-(x-1)}\right) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{-2\sqrt{x+1}}{10-x} = 1 \Rightarrow -2\sqrt{x+1} = 10-x \xrightarrow{\text{قرینه}} 2\sqrt{x+1} = x-10$$

گام حالا چون تعداد جواب‌های مثبت معادلهٔ بالا را می‌خواهیم؛ پس طبق درس‌نامه از روش هندسی کمک می‌گیریم.

نمودار توابع $y=x-10$ و $y=2\sqrt{x+1}$ را مطابق شکل مقابل در یک دستگاه می‌کشیم. همان‌طور که می‌بینید این دو نمودار تنها در یک نقطه با طول مثبت همدیگر را قطع می‌کنند؛ پس معادله فقط یک جواب مثبت دارد.



۱۱- گزینه ۳

گام چون یکی از ریشه‌ها ۳ برابر دیگری است؛ پس می‌توانیم ریشه‌ها را α و 3α در نظر بگیریم. حالا مجموع و ضرب ریشه‌ها را برحسب α می‌نویسیم:

$$\begin{cases} S = \alpha + 3\alpha = 4\alpha \\ P = (\alpha)(3\alpha) = 3\alpha^2 \end{cases}$$

گام حالا مقادیر S و P را از معادلهٔ $3x^2 - ax + 4 = 0$ (A: 3، B: $-a$، C: 4) به دست می‌آوریم و با S و P گام (۱) برابر قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} P = \frac{C}{A} = \frac{4}{3} \xrightarrow{P=3\alpha^2} 3\alpha^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \alpha = \pm\frac{2}{3} \\ S = -\frac{B}{A} = -\frac{-a}{3} \xrightarrow{S=4\alpha} 4\alpha = \frac{a}{3} \xrightarrow{\alpha=\pm\frac{2}{3}} \pm\frac{8}{3} = \frac{a}{3} \Rightarrow a = \pm 8 \end{cases}$$

بنابراین اختلاف دو مقدار a برابر $16 = (-8) - 8$ است.

مشاوره در معادله‌های درجه‌دوم، معمولاً ضریب x^2 را a نمی‌گذارند تا در محاسبهٔ $S=-\frac{b}{a}$ و $P=\frac{c}{a}$ دچار اشتباه شویم. برای جلوگیری از این اشتباه ضریب معادله را با A، B و C نشان دهید و از رابطه‌های $S=-\frac{B}{A}$ و $P=\frac{C}{A}$ استفاده کنید.

۱۲- گزینه ۴

استراتژی اول به جای $f(x)$ در $g(f(x))$، $2x$ را جای‌گذاری می‌کنیم تا $g(2x)$ پیدا شود. در ادامه به کمک تغییر متغیر $2x=t$، ضابطهٔ $g(x)$ را پیدا می‌کنیم. در آخر با داشتن ضابطهٔ $g(x)$ به راحتی $g(x-7)$ را تشکیل داده و کم‌ترین مقدارش را حساب می‌کنیم.

گام چون $f(x)=2x$ است؛ پس می‌توانیم به جای $f(x)$ در $g(f(x))$، $2x$ را جای‌گذاری کنیم:

$$g(f(x)) = 5x^2 + 11 \Rightarrow g(2x) = 5x^2 + 11$$

گام حالا فرض می‌کنیم $2x=t$ باشد، در این صورت x برحسب t برابر است با:

$$2x = t \Rightarrow x = \frac{t}{2}$$

حالا در تساوی گام (۱)، جای تمام xها، $\frac{t}{2}$ قرار می‌دهیم:

$$g(t) = 5\left(\frac{t}{2}\right)^2 + 11 \Rightarrow g(t) = \frac{5t^2}{4} + 11$$

حالا در ضابطهٔ بالا، جای تمام tها، $x-7$ قرار می‌دهیم: $g(x-7) = \frac{5}{4}(x-7)^2 + 11$

نکته اگر $a>0$، کم‌ترین مقدار تابع به فرم $y=a(x-k)^2+h$ برابر h است.

گام حالا طبق نکتهٔ بالا می‌توانیم بگوییم کم‌ترین مقدار تابع $y=\frac{5}{4}(x-7)^2+11$ برابر ۱۱ است.

۱۳- گزینه ۲

استراتژی اول جای طول و عرض گزینه‌ها را عوض می‌کنیم؛ بعد می‌بینیم از بین نقطه‌های به‌دست‌آمده کدامش در ضابطهٔ تابع صدق می‌کند.

درس‌نامه در یک تابع مثل f، اگر $(a,b) \in f$ باشد، آن‌گاه $(b,a) \in f^{-1}$ خواهد بود.

تک‌تک گزینه‌ها را طبق استراتژی بررسی می‌کنیم:

① $(-1,-2) \in f^{-1} \Rightarrow (-2,-1) \in f : -1 \stackrel{?}{=} (-2)^3 - (-2) + 1 \Rightarrow -1 \stackrel{?}{=} -5$ ✗

② $(\frac{5}{8},\frac{1}{2}) \in f^{-1} \Rightarrow (\frac{1}{2},\frac{5}{8}) \in f : \frac{5}{8} \stackrel{?}{=} (\frac{1}{2})^3 - \frac{1}{2} + 1 \Rightarrow \frac{5}{8} \stackrel{?}{=} \frac{5}{8}$ ✓

همین‌جا معلوم می‌شود که ② صحیح است، اما برای اطمینان سایر گزینه‌ها را هم بررسی می‌کنیم:

③ $(1,2) \in f^{-1} \Rightarrow (2,1) \in f : 1 \stackrel{?}{=} 2^3 - 2 + 1 \Rightarrow 1 \stackrel{?}{=} 7$ ✗

④ $(-\frac{1}{2},-\frac{11}{8}) \in f^{-1} \Rightarrow (-\frac{11}{8},-\frac{1}{2}) \in f$

$$: -\frac{1}{2} \stackrel{?}{=} (-\frac{11}{8})^3 - (-\frac{11}{8}) + 1 \Rightarrow -\frac{1}{2} \stackrel{?}{=} \frac{-115}{512}$$ ✗

۱۴- گزینه ۴

درس‌نامه انتقال افقی و عمودی نمودار یک تابع، روی ضابطه‌اش تأثیر می‌گذارد؛ این تأثیرها را می‌توانید در جدول زیر ببینید:

انواع انتقال		تأثیری که روی ضابطهٔ تابع می‌گذارد.	مثال
انتقال افقی	a واحد به سمت راست	x به «x − a» تبدیل می‌شود.	$y=(2x-1)^2 \xrightarrow[\text{به راست}]{\text{2 واحد انتقال}} y=(2(x-2)-1)^2=(2x-5)^2$
	a واحد به سمت چپ	x به «x + a» تبدیل می‌شود.	$y=(2x-1)^2 \xrightarrow[\text{به چپ}]{\text{2 واحد انتقال}} y=(2(x+2)-1)^2=(2x+3)^2$
انتقال عمودی	b واحد به سمت بالا	b واحد به ضابطهٔ تابع اضافه می‌شود.	$y=(2x-1)^2 \xrightarrow[\text{به بالا}]{\text{3 واحد انتقال}} y=(2x-1)^2+3$
	b واحد به سمت پایین	b واحد از ضابطهٔ تابع کم می‌شود.	$y=(2x-1)^2 \xrightarrow[\text{به پایین}]{\text{3 واحد انتقال}} y=(2x-1)^2-3$

گام اول به کمک درس‌نامه ضابطهٔ تابع $f(x)=4x-x^2$ را ۲ واحد در جهت منفی محور xها انتقال می‌دهیم:

$$f(x)=4x-x^2 \xrightarrow[x\to x+2]{\text{2 واحد به چپ}} f(x+2)=4(x+2)-(x+2)^2$$
$$=(4x+8)-(x^2+4x+4)=-x^2+4$$

گام حالا برای پیداکردن طولِ نقطهٔ برخورد دو منحنی، جواب‌های معادلهٔ $f(x+2)=f(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$f(x+2)=f(x) \Rightarrow -x^2+4=4x-x^2 \Rightarrow 4=4x \Rightarrow x=1$$

$x=1$ را در $f(x)=4x-x^2$ جای‌گذاری می‌کنیم تا عرض نقطهٔ برخورد هم مشخص شود:

$f(1)=4(1)-(1)^2=3 \Rightarrow$ نقطهٔ برخورد: $(1,3)$

نکته فاصلهٔ نقطهٔ $A(a,b)$ از مبدأ مختصات $(O(0,0))$ برابر می‌شود با:

$$OA=\sqrt{a^2+b^2}$$

گام بنابراین فاصلهٔ نقطهٔ $(1,3)$ از مبدأ مختصات، طبق نکتهٔ بالا برابر با است:

$$\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$$

۱۵- گزینه ۳

درس‌نامه در هر تابع وارون‌پذیر مثل f، از تساوی $f(a)=b$ می‌توانیم نتیجه بگیریم که $f^{-1}(b)=a$ و برعکس؛ یعنی اگر $f^{-1}(b)=a$ باشد، می‌توانیم بگوییم $f(a)=b$ است.

گام چون تابع $f(x)=a+b(\frac{1}{2})^x$ از مبدأ مختصات عبور می‌کند؛ پس نقطهٔ $(0,0)$ در آن صدق می‌کند:

$$0=a+b(\tfrac{1}{2})^0 \Rightarrow 0=a+b \quad (1)$$

گام طبق درس‌نامه از تساوی $f^{-1}(-1)=-1$ می‌توانیم نتیجه بگیریم که $f(-1)=-1$ است؛ پس داریم:

$$-1=a+b(\tfrac{1}{2})^{-1} \Rightarrow -1=a+2b \quad (2)$$

گام حالا با حل دستگاه حاصل از روابط (۱) و (۲)، مقدار a و b را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} a+b=0 \\ a+2b=-1 \end{cases} \xrightarrow{\text{بالایی−پایینی}} b=-1 \xrightarrow[\text{جای‌گذاری}]{a+b=0} a-1=0 \Rightarrow a=1$$

بنابراین $a-b=1-(-1)=2$ است.

۱۶- گزینه ۱

استراتژی در تجزیهٔ اعداد به‌کاررفته در لگاریتم‌ها (۱۸، ۸، ۱۲ و ۴) فقط عوامل ۲ و ۳ می‌بینیم؛ به همین خاطر سعی می‌کنیم عبارت‌های $\log_8 18$ و $\log_4 12$ را جوری با قواعد لگاریتم ساده کنیم که فقط اعداد ۲ و ۳ داشته باشیم.

درس‌نامه در لگاریتم‌ها، سه قانون مهم زیر برقرار است:

۱ لگاریتم، توانی را که روی عبارت جلویش نشسته باشد، به عنوان ضریب به پشت خودش منتقل می‌کند؛ یعنی:

$$\log_b a^m = m\log_b a$$

۲ لگاریتم، معکوس توانی را که روی مبنایش نشسته باشد، به عنوان ضریب به پشت خودش منتقل می‌کند؛ یعنی:

$$\log_{b^n} a = \frac{1}{n}\log_b a$$

۳ دو قانون قبلی با هم، به صورت مقابل بیان می‌شوند:

$$\log_{b^n} a^m = \frac{m}{n}\log_b a$$

۴ قانون جمع و تفریق لگاریتم‌ها به صورت زیر است:

$$\log_c ab = \log_c a + \log_c b \qquad \log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$$

گام اول تساوی $\log_8 18 = m$ را برحسب اعداد ۲ و ۳ می‌نویسیم:

$$\log_8 18 = m \Rightarrow \log_{2^3} 18 = m$$
$$\Rightarrow \frac{1}{3}(\log_2(3^2\times 2)) = m \Rightarrow \frac{1}{3}(\log_2 3^2 + \log_2 2) = m$$
$$\Rightarrow \frac{1}{3}(2\log_2 3 + 1) = m \Rightarrow 2\log_2 3 = 3m-1 \Rightarrow \log_2 3 = \frac{3m-1}{2} \quad (*)$$

گام حالا $\log_4 12$ را بر اساس اعداد ۲ و ۳ می‌نویسیم:

$$\log_4 12 = \log_{2^2} 12 = \frac{1}{2}(\log_2 2^2\times 3) = \frac{1}{2}(2\log_2 2 + \log_2 3) = \frac{1}{2}(2+\log_2 3)$$

گام حالا تساوی (*) را در رابطهٔ گام (۲) جای‌گذاری می‌کنیم تا $\log_4 12$ را برحسب m بنویسیم:

$$\log_4 12 = \frac{1}{2}(2+\log_2 3) = \frac{1}{2}(2+\frac{3m-1}{2}) = \frac{3m+3}{4} = \frac{3}{4}(m+1)$$

۱۷- گزینه ۲

استراتژی اول مقدار براکت را در همسایگی راست $x=2$ به دست می‌آوریم؛ بعد این مقدار را جایگزین براکت می‌کنیم تا به حد $\frac{0}{0}$ برسیم. در آخر به کمک هوپیتال مقدار حد را به دست می‌آوریم.

گام اول تکلیف براکت را مشخص می‌کنیم. $x\to 2^+$؛ یعنی x کمی بیشتر از ۲ است؛ بنابراین x^3 کمی بیشتر از ۸ می‌شود و داریم:

$$\lim_{x\to 2^+}[x^3]=[8^+]=8$$

پس به جای $[x^3]$ در $\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{x^3-[x^3]}$ می‌توانیم عدد ۸ را بنویسیم:

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{x^3-[x^3]} = \lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{x^3-8}$$

گام $\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{x^3-8}$ از نوع $\frac{0}{0}$ است؛ پس از هوپیتال استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{x^3-8} \overset{\text{Hop}}{=\!=} \lim_{x\to 2^+}\frac{2x}{3x^2} = \lim_{x\to 2^+}\frac{2}{3x} = \frac{2}{3\times 2} = \frac{1}{3}$$

۱۸- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ اگر میانگین n دادهٔ x_1، x_2، ... و x_n برابر $\bar{x}$ باشد، در این صورت واریانسشان از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2}{n}$$

۲ انحراف معیار یا σ همان جذر واریانس است؛ یعنی: انحراف معیار $=\sqrt{\text{واریانس}}$

۳ مجموع اختلاف (انحراف) داده‌ها از میانگین برابر با صفر است؛ یعنی:

$$(x_1-\bar{x})+(x_2-\bar{x})+\cdots+(x_n-\bar{x})=0$$

گام ۹ دادهٔ آماری را x_1، x_2، x_3، ... و x_9 در نظر می‌گیریم. طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌دانیم واریانس این ۹ داده برابر می‌شود با:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_9-\bar{x})^2}{9}$$

این‌که اختلاف ۸ دادهٔ آماری از میانگین، برابر ۱+ یا ۱− است؛ یعنی ۸تا از پرانتزهای بالا برابر $(\pm 1)^2$ است، مثلاً: $(x_1-\bar{x})^2=(x_2-\bar{x})^2=\cdots=(x_8-\bar{x})^2=(\pm 1)^2$

از طرفی اختلاف یکی از داده‌ها از میانگین، صفر است؛ این یعنی: $(x_9-\bar{x})^2=0$

با توجه به مورد (۳) درس‌نامه، از ۸ دادهٔ x_1 تا x_8، باید اختلاف از میانگین ۴تایشان برابر ۱+ و برای ۴تای دیگر ۱− باشد (تا جمعشان صفر شود). البته این ریزبینی در حل این سؤال دخیل نمی‌شود ولی حواستان به این موضوع باشد!

گام بنابراین واریانس این ۹ داده برابر است با: $\sigma^2=\frac{4(1)^2+4(-1)^2+0}{9}=\frac{8}{9}$

در نتیجه طبق مورد (۲) درس‌نامه، انحراف معیار این ۹ داده می‌شود:

انحراف معیار $=\sqrt{\frac{8}{9}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

۱۹- گزینه ۴

گام دو پیشامد را سؤال به ما داده:

- شیوع‌یافتن بیماری که احتمالش ۰/۰۸ است: $P(\text{بیمارشدن})=0/08$
- بهبودیافتن بیماری (به شرطی که بیمار شده باشد) که احتمالش ۰/۵ است: $P(\text{بهبودیافتن}|\text{بیمارشدن})=0/5$

گام سؤال احتمال این را می‌خواهد که فردی بیمار شود و بهبود یابد:

$$P(\text{بهبودیافتن} \cap \text{بیمارشدن})$$

که به کمک احتمال شرطی به دست می‌آید:

$$\underbrace{P(\text{بیمارشدن}|\text{بهبودیافتن})}_{0/5}=\frac{\overbrace{P(\text{بهبودیافتن} \cap \text{بیمارشدن})}^{x}}{\underbrace{P(\text{بیمارشدن})}_{0/08}} \Rightarrow 0/5=\frac{x}{0/08}$$

$$\Rightarrow x=\frac{5}{10}\times\frac{8}{100}=\frac{4}{100} \Rightarrow 4 \text{ درصد}$$

تله اگر صورت سؤال را با دقت نخوانید ② را می‌زنید. دقت کنید که سؤال گفته «احتمال ... **چند درصد** است؟» نمی‌گوید احتمالش **چه‌قدر** است.

۲۰- گزینه ۱

درس‌نامه ① اگر داده‌های x_1، x_2، ... و x_n یک دنبالهٔ حسابی بسازند، میانگینشان برابر می‌شود با میانگین اعداد اول و آخر، یعنی: $\bar{x}=\frac{x_1+x_n}{2}$

② برای پیداکردن میانهٔ تعدادی داده، اول داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم. در ادامه با دو حالت مواجه می‌شویم:

الف) تعداد داده‌ها فرد باشد: در این صورت میانه برابر با همان دادهٔ وسط است.

ب) تعداد داده‌ها زوج باشد: در این صورت میانه برابر با میانگین دو دادهٔ وسط است.

③ اگر به همهٔ داده‌ها اعدادی ثابت را اضافه یا کم کنیم؛ به میانه و میانگینشان هم همان مقدار اضافه یا کم می‌شود.

گام بیایید فرض کنیم داده‌های آماری به دست آمده به صورت مقابل باشند: ۱،۲،۳،۴،۵

این داده‌ها یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت ۱ می‌سازند؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه میانگینشان برابر می‌شود با: $\bar{x}=\frac{1+5}{2}=3$

از طرفی تعداد این داده‌ها فرد است؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه میانهٔ این داده‌ها برابر با دادهٔ وسط، یعنی ۳ است.

گام طبق مورد (۳) درس‌نامه اگر به همهٔ داده‌ها ۲ واحد اضافه کنیم، به میانه و میانگینشان هم ۲ واحد اضافه می‌شود؛ پس میانه و میانگین داده‌های جدید، هر دو، برابر ۵ هستند و اختلافشان صفر است.

مشاوره از معدود دفعاتی است که در کنکورهای جدید از مبحث آمار ۲تا تست داشتیم که سؤالات پیچیده‌ای هم نبودند.

۲۱- گزینه ۱

نکته هر تابع به فرم $y=ax^3+b$:

- وقتی $a>0$ باشد، اکیداً صعودی است.
- وقتی $a<0$ باشد، اکیداً نزولی است.

گام طبق نکتهٔ بالا تابع $f(x)=(-9+k^2)x^3+5$ به شرطی اکیداً نزولی است که ضریب x^3 منفی باشد؛ یعنی:

$$-9+k^2<0 \Rightarrow k^2<9 \Rightarrow |k|<3 \Rightarrow -3<k<3$$

گام بنابراین مقادیر صحیح k عبارت‌اند از: ۲−، ۱−، ۰، ۱ و ۲

که مجموعشان برابر صفر است.

۲۲- گزینه ۱

استراتژی اول از روی $-\frac{\pi}{4}<x<\frac{\pi}{4}$ باید پیدا کنیم که زاویهٔ «$\frac{\pi}{4}-x$» در کدام ناحیه قرار دارد. در ادامه با توجه به علامت تانژانت در آن ناحیه، مجموعه مقادیر m را به دست می‌آوریم.

گام اول محدودهٔ «$\frac{\pi}{4}-x$» را با توجه به این‌که $-\frac{\pi}{4}<x<\frac{\pi}{4}$ است، پیدا می‌کنیم:

$$-\frac{\pi}{4}<x<\frac{\pi}{4} \xrightarrow{\times(-1)} \frac{\pi}{4}>-x>-\frac{\pi}{4} \xrightarrow{+\frac{\pi}{4}} \frac{\pi}{2}>\frac{\pi}{4}-x>0$$

از نامساوی بالا نتیجه می‌گیریم که «$\frac{\pi}{4}-x$» در ناحیهٔ اول قرار دارد.

گام می‌دانیم تانژانت در ناحیهٔ اول مثبت است؛ پس کسر $\frac{1-m}{2+m}$ که با $\tan(\frac{\pi}{4}-x)$ برابر است باید مثبت باشد. حالا مجموعه‌جواب نامعادلهٔ $\frac{1-m}{2+m}>0$ را به کمک جدول تعیین علامتش پیدا می‌کنیم:

m		−۲		۱	
$1-m$	+		+	۰	−
$2+m$	−	۰	+	+	+
$\frac{1-m}{2+m}$	−	تان	+	۰	−

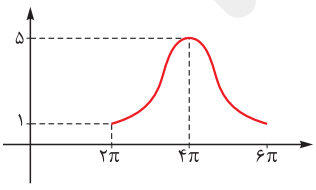
دنبال قسمت‌های مثبت جدول بالا بودیم که بازهٔ $(-2,1)$ می‌شود.

۲۳- گزینه ۳

درس‌نامه بیشترین و کم‌ترین مقادیرِ توابع به فرم $y=A\sin(Bx)+C$ و $y=A\cos(Bx)+C$ از رابطه‌های زیر محاسبه می‌شوند:

$$\max=|A|+C \quad , \quad \min=-|A|+C$$

با توجه به نمودار زیر، ماکزیمم و مینیمم تابع $y=\underset{A}{a}\cos bx+\underset{C}{c}$ به ترتیب ۵ و ۱ هستند؛



پس طبق درس‌نامه داریم:

$$\begin{cases}|A|+C=5\\-|A|+C=1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}|a|+c=5\\-|a|+c=1\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع طرفین}} 2c=6 \Rightarrow c=3$$

۲۴- گزینه ۴

استراتژی ابتدا به کمک اتحادهای اولیهٔ مثلثاتی، معادله را ساده کنید. بعد با توجه به ظاهر ساده‌ای که می‌گیرد، بدون به دست آوردن جواب کلی، جواب‌های در بازهٔ $[0,2\pi]$ را بنویسید.

گام به کمک اتحاد $1+\tan^2 x=\frac{1}{\cos^2 x}$، داریم:

$$8\cos x-\tan^2 x=1 \Rightarrow 8\cos x=1+\tan^2 x$$

$$\Rightarrow 8\cos x=\frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow 8\cos^3 x=1 \Rightarrow \cos^3 x=\frac{1}{8} \Rightarrow \cos x=\frac{1}{2}$$

گام نیازی به نوشتن جواب کلی معادلهٔ بالا نداریم. در محدودهٔ $[0,2\pi]$، دو جا، مقدار $\cos x$ برابر $\frac{1}{2}$ می‌شود: یکی $\frac{\pi}{3}$ و دیگری $2\pi-\frac{\pi}{3}$؛ یعنی $\frac{5\pi}{3}$.

پس معادله در این بازه، ۲ جواب دارد.

۲۵- گزینه ۳

استراتژی در حد دومی، تکلیف براکت را معلوم کنید (جایش عدد قرار دهید). بعد که حد g در 1^+ درآمد، سراغ حد اولی بروید.

درس‌نامه ۱ طبق هم‌ارزی پرتوان هروقت $x\to\pm\infty$ می‌توانیم به جای چندجمله‌ای $ax^n+bx^{n-1}+\cdots+px+q$، جملهٔ با بیشترین توان، یعنی ax^n را جای‌گذاری کنیم. مثلاً وقتی $x\to\pm\infty$، به جای عبارت $7x^3-2x^4+5x+1$ می‌توانیم فقط $-2x^4$ را بنویسیم و بقیهٔ جملات را حذف کنیم.

۲ هر وقت «$\lim_{x\to a}\frac{p(x)}{q(x)}=L\neq 0$» و حد مخرج در $x=a$ صفر بود ($\lim_{x\to a}q(x)=0$)؛ می‌توانیم بگوییم حد صورت در $x=a$ هم حتماً صفر است.

گام اول تکلیف براکت را مشخص می‌کنیم. $x\to 1^+$ یعنی مقدار x کمی بیشتر از یک است؛ بنابراین:

$$\lim_{x\to 1^+}[x]=[1^+]=1$$

پس به جای $[x]$ در تساوی $\lim_{x\to 1^+}(4-[x])g(x)=6$، عدد ۱ را می‌نویسیم:

$$\lim_{x\to 1^+}(4-[x])g(x)=6 \Rightarrow \lim_{x\to 1^+}(4-1)g(x)=6$$

$$\Rightarrow 3\lim_{x\to 1^+}g(x)=6 \Rightarrow \lim_{x\to 1^+}g(x)=2$$

حالا $g(x)=\frac{\sqrt{ax^2+bx+c}}{|x-1|}$ را در تساوی بالا جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{\sqrt{ax^2+bx+c}}{|x-1|}=2 \quad (*)$$

گام در تساوی (*) حد یک عبارت کسری برابر عدد حقیقی ۲ ولی حد مخرجش صفر است؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه نتیجه می‌گیریم که حد صورت هم در $x=1$ باید صفر باشد؛ بنابراین صورت حد بالا باید به صورت $\sqrt{4(x-1)^2}$ باشد؛ یعنی $\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{4(x-1)^2}$ است.

حالا می‌توانیم بگوییم $g(x)$ به این صورت شد:

$$g(x)=\frac{\sqrt{ax^2+bx+c}}{|x-1|}=\frac{\sqrt{4(x-1)^2}}{|x-1|}=\frac{2|x-1|}{|x-1|} \Rightarrow g(x)=2$$

بنابراین $\lim_{x\to+\infty}g(x)$ برابر می‌شود با: $\lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{x\to+\infty}2=2$

۲۶- گزینه ۱

گام اول $\frac{f(x)}{x}$ را تشکیل می‌دهیم:

$$f(x)=x\left(\sqrt{\frac{2x+1}{5x+9}}\right)^3 \xrightarrow{\div x} \frac{f(x)}{x}=\left(\sqrt{\frac{2x+1}{5x+9}}\right)^3$$

گام حالا $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}$ را به دست می‌آوریم، چون $\frac{0}{0}$ نیست، کافی است عددگذاری کنیم:

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to 0}\left(\sqrt{\frac{2x+1}{5x+9}}\right)^3=\left(\sqrt{\frac{1}{9}}\right)^3=\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$$

مشاوره بعضی سؤال‌ها مُفت هستند و حیف است آن‌ها را از دست بدهید. از ظاهر سؤال‌ها نترسید و یه اَتَکِ ریز به آن‌ها بزنید! نمونه‌اش همین تست.

۲۷- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ اگر یک خط بر تابع $y=f(x)$ در نقطهٔ $x=a$ مماس باشد، در این صورت:

الف) خط از نقطهٔ $A(a,f(a))$ می‌گذرد. ب) شیب خط برابر $f'(a)$ است.

۲ $(\frac{f}{g})'=\frac{f'g-g'f}{g^2}$

گام به گفتهٔ سؤال، خط $4y-3x=n$ در نقطه‌ای به طول واحد، یعنی $x=1$ بر نمودار $f(x)=\frac{x^2+mx+1}{x+3}$ مماس است؛ پس طبق درس‌نامه اولین نتیجه‌ای که می‌گیریم این است که شیب خط $4y-3x=n$ باید برابر با $f'(1)$ باشد. اگر معادلهٔ خط را به صورت استاندارد $y=\frac{3}{4}x+\frac{n}{4}$ بنویسیم، می‌فهمیم که شیبش می‌شود $\frac{3}{4}$؛ پس $f'(1)=\frac{3}{4}$ است. اول $f'(x)$ را پیدا می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{x^2+mx+1}{x+3} \Rightarrow f'(x)=\frac{(2x+m)(x+3)-(x^2+mx+1)(1)}{(x+3)^2}$$

گام حالا معادلهٔ $f'(1)=\frac{3}{4}$ را حل می‌کنیم:

$$f'(1)=\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{(2(1)+m)(1+3)-(1^2+m(1)+1)(1)}{(1+3)^2}=\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{4(m+2)-(m+2)}{4^4}=\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{(4m+8)-(m+2)}{4}=3 \Rightarrow 3m+6=12 \Rightarrow m=2$$

بنابراین ضابطهٔ $f(x)$ به این صورت شد: $f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x+3}$

گام دومین نتیجه‌ای که از مماس‌بودن خط $4y-3x=n$ بر منحنی $f(x)$ گرفته می‌شود این است که خط $4y-3x=n$ باید از نقطهٔ $A(1,f(1))$ بگذرد. $f(1)$ را حساب می‌کنیم:

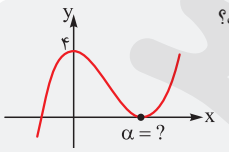
$$f(1)=\frac{1^2+2(1)+1}{1+3}=\frac{4}{4}=1$$

بنابراین نقطهٔ $A(1,1)$ باید در خط $4y-3x=n$ صدق کند: $4(1)-3(1)=n \Rightarrow n=1$

بنابراین $m+n=2+1=3$ است.

۲۸- گزینه ۲

شفاف‌سازی طول نقطهٔ مینیمم نسبی تابع کدام است؟



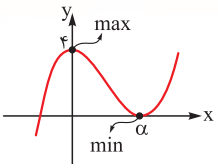
استراتژی طول نقطهٔ min را α فرض کنیم. مقدار f و f' در $x=\alpha$ باید صفر شود. هم‌چنین تابع، یک نقطهٔ اکسترمم نسبی دیگر هم دارد که f' در آن باید صفر شود. ضمناً از نقطهٔ برخورد نمودار با محور yها هم درمی‌آید.

درس‌نامه اگر $x=\alpha$ طول نقطهٔ اکسترمم تابع چندجمله‌ای $f(x)$ باشد، آن‌گاه $f'(\alpha)=0$ است. حالا اگر این نقطه روی محور طول‌ها قرار داشت، تساوی $f(\alpha)=0$ را هم داریم.

گام عرض نقطهٔ برخورد تابع با محور yها ۴ است؛ پس $c=4$ می‌شود و ضابطه به شکل $f(x)=x^3+ax^2+bx+4$ درمی‌آید.

گام مشتق تابع f را حساب می‌کنیم: $f'(x)=3x^2+2ax+b$

گام تابع در نقاطی به طول‌های ۰ و α دارای اکسترمم نسبی است:



پس مشتق به ازای $x=0$ و $x=\alpha$ باید صفر شود:

$$f'(0)=0 \Rightarrow 0+0+b=0 \Rightarrow b=0$$

$$f'(\alpha)=0 \Rightarrow 3\alpha^2+2a\alpha+\underbrace{b}_{0}=0 \Rightarrow 3\alpha^2+2a\alpha=0$$

$$\Rightarrow \alpha(3\alpha+2a)=0 \xrightarrow{\alpha\neq 0} \alpha=\frac{-2a}{3}$$

گام با توجه به شکل، مقدار خود تابع f در $x=\alpha$ (که الان شد $x=\frac{-2a}{3}$) باید صفر باشد (چون این نقطه روی محور xها است)؛ پس:

$$f(x)=x^3+ax^2+4 \xrightarrow{f(-\frac{2a}{3})=0} (\frac{-2a}{3})^3+a(\frac{-2a}{3})^2+4=0$$

$$\Rightarrow \frac{-8a^3}{27}+\frac{4a^3}{9}+4=0 \Rightarrow \frac{4a^3}{27}=-4 \Rightarrow a^3=-27 \Rightarrow a=-3$$

ما دنبال α بودیم که برابر است با:

$$\alpha=\frac{-2a}{3}=\frac{-2(-3)}{3}=2$$

۲۹- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ برای حل مسئله‌های بهینه‌سازی کارهای زیر را انجام می‌دهیم:

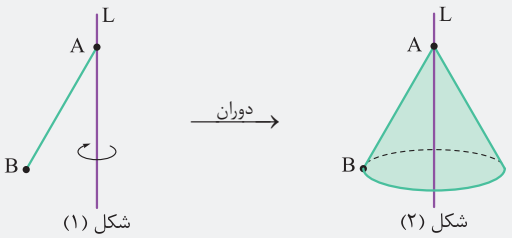
الف) این مسائل معمولاً شکل لازم دارند، قبل از هر چیز یک شکل برای مسئله می‌کشیم.

ب) کمیتی را که می‌خواهیم ماکزیمم یا مینیمم شود، برحسب سایر متغیرها می‌نویسیم.

پ) اگر معادله‌ای که در قسمت (ب) نوشتیم تک‌متغیره نبود، به کمک روابطی که بین متغیرها وجود دارد، آن را تک‌متغیره می‌کنیم.

ت) در آخر اکسترمم مطلق معادله‌ای که در قسمت (پ) نوشتیم را به دست می‌آوریم.

۲ مطابق شکل (۱)، اگر رأس A از پاره‌خط AB روی خط L باشد، در این صورت از دوران کامل پاره‌خط AB حول خط L یک مخروط تشکیل می‌شود (شکل (۲)) را ببینید).

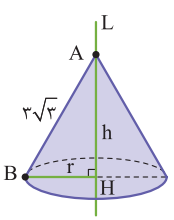


شکل (۱) شکل (۲)

۳ اگر شعاع قاعدهٔ مخروط r و ارتفاعش h باشد، در این صورت حجم مخروط از این رابطه به دست می‌آید:

$$V_{\text{مخروط}}=\frac{1}{3}\pi r^2 h$$

گام به گفتهٔ سؤال، رأس A از پاره‌خط AB روی L قرار دارد؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم از دوران کامل AB حول L مطابق شکل روبه‌رو یک مخروط با شعاع r و ارتفاع h درست می‌شود:



گام کمیتی که می‌خواهیم ماکزیمم بشود، حجم مخروط است که طبق مورد (۳) درس‌نامه برابر می‌شود با: $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$

گام حالا سعی می‌کنیم رابطهٔ بالا را برحسب یک متغیر بنویسیم. برای این کار به کمک قضیهٔ فیثاغورس در مثلث AHB رابطه‌ای بین r و h پیدا می‌کنیم:

$$r^2+h^2=AB^2 \xrightarrow{AB=3\sqrt{3}} r^2+h^2=(3\sqrt{3})^2$$

$$\Rightarrow r^2+h^2=27 \Rightarrow r^2=27-h^2$$

تساوی بالا را در $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$V=\frac{1}{3}\pi(27-h^2)h=\frac{1}{3}\pi(27h-h^3)$$

دقت کنید می‌توانیم h را برحسب r بنویسیم ولی با این کار به تساوی $h=\sqrt{27-r^2}$ می‌رسیدیم و با جای‌گذاری‌اش در رابطهٔ حجم، باید از یک عبارت رادیکالی مشتق می‌گرفتیم که محاسباتمان را طولانی‌تر می‌کرد.

گام از عبارت بالا مشتق گرفته و مساوی صفر قرار می‌دهیم:

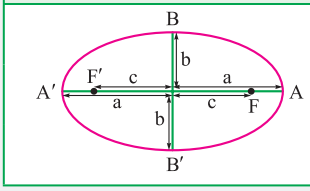
$$V'=0 \Rightarrow \frac{1}{3}\pi(27-3h^2)=0 \Rightarrow 27-3h^2=0$$

$$\Rightarrow 3h^2=27 \Rightarrow h^2=9 \Rightarrow h=3$$

بنابراین اگر ارتفاع مخروط برابر ۳ باشد، حجم، ماکزیمم می‌شود.

۳۰- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ فاصله‌های مهم در بیضی را مطابق جدول زیر بلد باشید:

فاصله‌های مهم	شکل
قطر بزرگ: $AA'=2a$	
قطر کوچک: $BB'=2b$	
فاصلهٔ کانونی: $FF'=2c$	

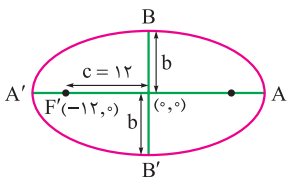
۲ به a، b و c پارامترهای بیضی می‌گوییم که بینشان این رابطه برقرار است:

$$a^2=b^2+c^2$$

۳ خروج از مرکز بیضی برابر است با:

$$e=\frac{c}{a}$$

گام اول شکل مسئله را رسم می‌کنیم. همان‌طور که از شکل پیداست $c=12$ است. از طرفی طول قطر کوچک بیضی برابر ۱۸ است؛ پس:



$$BB'=18 \Rightarrow 2b=18 \Rightarrow b=9$$

گام حالا به کمک مورد (۲) درس‌نامه، مقدار a را حساب می‌کنیم:

$$a^2=b^2+c^2 \Rightarrow a^2=9^2+12^2=3^2(3^2+4^2)$$

$$\Rightarrow a^2=3^2\times 25 \xrightarrow{\text{جذر}} a=3\times 5=15$$

گام بنابراین طبق مورد (۳) درس‌نامه، خروج از مرکز بیضی برابر می‌شود با:

$$e=\frac{c}{a}=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}=0/8$$

فیزیک

۳۱- گزینه ۱

شفاف‌سازی موج‌هایی که برای انتشار نیاز به محیط مادی دارند، همان موج‌های مکانیکی‌اند. در واقع خواستهٔ تست این است: کدام موج‌ها، مکانیکی‌اند؟

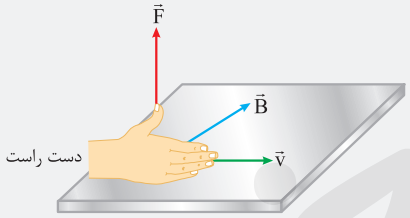
امواج صوتی، نوعی موج مکانیکی‌اند و برای انتشار به محیط مادی نیاز دارند. اما پرتوهای X، فروسرخ و امواج رادیویی نوعی موج الکترومغناطیسی هستند و برای انتشار به محیط مادی نیاز ندارند. (یعنی در خلأ هم منتشر می‌شوند.)

مشاوره در تست‌های چندموردی لازم نیست درستی یا نادرستی تک‌تک عبارت‌ها را بررسی کنید و معمولاً با بررسی دو عبارت، گزینهٔ درست لو می‌رود. مثلاً در این تست ابتدا عبارت (الف) را بررسی می‌کنیم. این عبارت درست است؛ پس یا ۱ درست است یا ۳. حالا کافی است تنها عبارت (ب) را بررسی کنیم. عبارت (ب) نادرست است؛ بنابراین ۳ هم کنار می‌رود. *یه چیز جالب! در گزینه‌ها به مورد (ت) هیچ اشاره‌ای نکرده. یعنی این مورد جواب تست نیست و اصلاً نیازی نیست بهش نگاه کنید. خب طراح محترم اصلاً برای چی آوردیش!؟*

۳۲- گزینه ۳

درس‌نامه قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره:

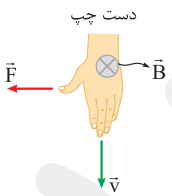
طبق این قاعده، اگر چهار انگشت باز دست راست را طوری در جهت بردار سرعت ذره $(\vec{v})$ قرار دهیم که بردار میدان مغناطیسی $(\vec{B})$ از کف دست خارج شود، شست دست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره با بار مثبت را نشان می‌دهد. (شکل زیر را ببینید.)



نکته اگر بار ذره منفی باشد، این قاعده را با دست چپ اجرا می‌کنیم.

علامت بار ذره	جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره
مثبت	قاعدهٔ دست راست
منفی	قاعدهٔ دست راست را با دست چپ اجرا می‌کنیم.

چون بار الکترون منفی است، از دست چپ کمک می‌گیریم. مطابق شکل مقابل، چهار انگشت باز دست چپ را طوری در جهت $\vec{v}$ قرار می‌دهیم که شست دست در جهت $\vec{F}$ قرار بگیرد. در این حالت بردار $\vec{B}$ که باید از کف دستمان خارج شود در جهت **درون‌سو** $(\otimes)$ خواهد بود.



تله در تست‌هایی که با تعیین جهت $\vec{F}_B$ یا $\vec{v}$ یا $\vec{B}$ سروکار دارید، اغلب یک گزینهٔ تله وجود دارد. در این تست اگر به منفی‌بودن بار الکترون توجه نکنید و از دست راستتان برای تعیین جهت $\vec{B}$ استفاده کنید، گزینهٔ ۴ نادرست گریبان‌گیرتان خواهد شد.

۳۳- گزینه ۱

درس‌نامه برای برخی کمیت‌های فرعی که یکاهای پرکاربردی دارند، مانند نیرو، انرژی و ... دو نوع یکا داریم:

- **یکای SI**: که نام یک دانشمند است، مانند نیوتون (N) و ژول (J).
- **یکای فرعی**: که برحسب یکاهای اصلی است، مانند $\frac{kg.m}{s^2}$ و $\frac{kg.m^2}{s^2}$.

باید به کمک روابطی که بلدیم، یکای کمیت‌های داده‌شده در گزینه‌ها را برحسب یکاهای اصلی بنویسیم:

۱) میدان مغناطیسی: $B=\frac{F}{IL}$

$$\Rightarrow \text{یکای } B=\frac{\text{یکای } F}{(\text{یکای } L)\times(\text{یکای } I)}=\frac{(\text{یکای } m)\times(\text{یکای } a)}{(\text{یکای } L)\times(\text{یکای } I)}=\frac{kg.\frac{m}{s^2}}{A.m}=\frac{kg}{A.s^2} \quad \checkmark$$

همین‌جا جواب تست مشخص شد. *برای تمرین می‌تونید همین کار رو برای سه کمیت دیگه هم انجام بدید.*

۳۴- گزینه ۴

شفاف‌سازی انرژی الکترون در دومین حالت برانگیخته: انرژی الکترون در مدار $n=2+1=3$

درس‌نامه ترازهای انرژی الکترون در اتم هیدروژن در مدل اتمی بور:

$$E_n=\frac{-E_R}{n^2} \quad (E_R=13/6\ eV \text{: یک ریدبرگ}) \leftarrow \text{انرژی الکترون در مدار } n\text{اُم}$$

n: شمارهٔ مدار الکترون

ابتدا نکتهٔ زیر را بخوانید.

نکته در اتم هیدروژن، $n=1$ حالت پایه، $n=2$ اولین حالت برانگیخته، $n=3$ دومین حالت برانگیخته و ... نامیده می‌شود؛ بنابراین در kاُمین حالت برانگیخته شمارهٔ مدار $n=k+1$ است.

با توجه به نکتهٔ بالا، در دومین حالت برانگیخته، الکترون در مدار مانای $n=2+1=3$ قرار دارد و حالت پایه هم که مربوط به مدار $n=1$ است؛ پس با توجه به رابطهٔ $E_n=\frac{-E_R}{n^2}$ داریم:

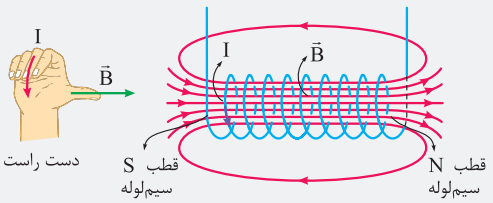
$$E_n=\frac{-E_R}{n^2} \Rightarrow \frac{E_3}{E_1}=(\frac{n_1}{n_3})^2=(\frac{1}{3})^2=\frac{1}{9}$$

تله در تست‌هایی که با شمارهٔ حالت برانگیخته سروکار دارید، به هیچ وجه عجله نکنید. n'اُمین حالت برانگیخته، مربوط به مدار $n'+1$ است. در این تست، ۳ برای دانش‌آموزان عجول قرار داده شده است.

۳۵- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله:

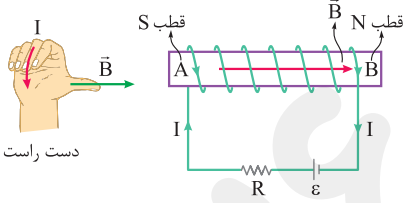
اگر چهار انگشت دست راست را روی حلقه‌ها و در جهت جریان قرار دهید، انگشت شست، جهت میدان مغناطیسی در داخل سیم‌لوله را نشان می‌دهد (شکل زیر):



۲ جهت میدان مغناطیسی **درون** سیم‌لوله از **قطب S به قطب N** است.

گام با توجه به این‌که جریان از قطب مثبت باتری خارج می‌شود، در شکل زیر جهت جریان در مدار و سیم‌لوله را مشخص کرده‌ایم. حالا از قاعدهٔ دست راست کمک می‌گیریم. با قراردادن چهار انگشت دست راست در جهت جریان عبوری از سیم‌لوله (I)، شست، جهت میدان مغناطیسی $(\vec{B})$ درون سیم‌لوله را نشان می‌دهد که به طرف **راست** $(\rightarrow)$ است.

گام جهت میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله از قطب S به قطب N است؛ بنابراین ناحیهٔ **B**، قطب N سیم‌لوله است.



تله استفاده از دست درست برای تعیین جهت I یا $\vec{B}$ در سیم‌لوله، اولین و مهم‌ترین چیز در این‌گونه تست‌ها است، چون طراح همیشه تله‌ای را برای اشتباهات احتمالی شما قرار می‌دهد. هم‌چنین یک تلهٔ دیگر در این تست، مربوط به تعیین قطب‌های سیم‌لوله است. یادتان باشد **درون** سیم‌لوله، پیچه و حلقه، میدان مغناطیسی **از قطب S به قطب N** است و در **خارج** سیم‌لوله، میدان **از قطب N به قطب S** است. این دو نکته را از هم تفکیک کنید. *متأسفانه همهٔ گزینه‌های این تست بوی تله می‌دن.*

۳۶- گزینه ۲

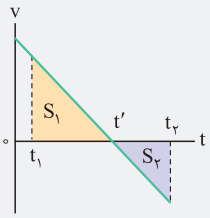
شفاف‌سازی معادلهٔ سرعت ـ زمان $(v=-6t+18)$ تابع درجه‌یک از زمان: حرکت راست‌خط شتاب ثابت

درس‌نامه ۱ در لحظه‌ای که متحرک **تغییر جهت** می‌دهد، سرعت متحرک **صفر** می‌شود؛ بنابراین برای پیداکردن لحظهٔ تغییر جهت باید معادلهٔ سرعت ـ زمان را برابر صفر قرار دهیم.

۲ اگر بخواهیم مسافت طی‌شده توسط یک متحرک را در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 حساب کنیم، از دو روش می‌توانیم استفاده کنیم:

الف) رسم نمودار سرعت ـ زمان:

می‌دانیم مساحت محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان در یک بازهٔ زمانی معین بیانگر مسافت طی‌شده توسط متحرک در آن بازهٔ زمانی است.

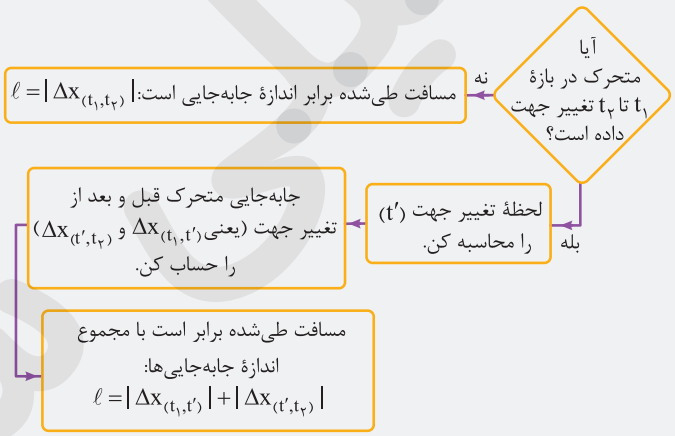


مثلاً در شکل روبه‌رو، نمودار در لحظهٔ t'، محور t را قطع کرده و متحرک در این لحظه تغییر جهت داده است؛ یعنی S_1 معادل مسافت طی‌شده قبل از تغییر جهت متحرک و S_2 معادل مسافت طی‌شده بعد از تغییر جهت است، پس مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 برابر می‌شود با:

$$\ell_{(t_1,t_2)} = S_1 + S_2$$

ب) استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان:

اگر معادله‌های سرعت ـ زمان و مکان ـ زمان را داشته باشیم به کمک دستورالعمل زیر مسافت طی‌شده را محاسبه می‌کنیم.



۳ تندی متوسط:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \rightarrow \text{مسافت طی‌شده}$$

روش گام رسم نمودار سرعت ـ زمان:

برای رسم نمودار سرعت ـ زمان این حرکت در بازهٔ زمانی $t_1 = 0\,s$ تا $t_2 = 4\,s$، به کمک معادلهٔ $v = -6t + 18$، دو چیز را حساب می‌کنیم:

۱) لحظهٔ تغییر جهت متحرک یا همان لحظهٔ برخورد نمودار با محور t

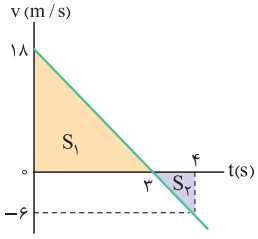
۲) سرعت متحرک در لحظهٔ $t_2 = 4\,s$

لحظهٔ تغییر جهت متحرک $(v' = 0)$:

$$0 = -6t' + 18 \Rightarrow 6t' = 18 \Rightarrow t' = 3\,s$$

سرعت متحرک در لحظهٔ $t_2 = 4\,s$:

$$v_2 = -6 \times 4 + 18 = -6\,m/s$$



بنابراین شکل روبه‌رو نمودار سرعت ـ زمان این حرکت است:

گام محاسبهٔ تندی متوسط:

مسافت طی‌شده توسط متحرک از جمع مساحت‌های S_1 و S_2 محاسبه می‌شود؛ بنابراین تندی متوسط برابر می‌شود با:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{S_1 + S_2}{\Delta t} = \frac{\frac{3\times 18}{2} + \frac{1\times 6}{2}}{4-0} = \frac{27+3}{4} = 7/5\,m/s$$

روش گام محاسبهٔ لحظهٔ تغییر جهت:

برای محاسبهٔ لحظهٔ تغییر جهت، در معادلهٔ سرعت ـ زمان داده‌شده، v را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$v = -6t + 18 \Rightarrow 0 = -6t' + 18 \Rightarrow t' = \frac{18}{6} = 3\,s$$

گام تعیین شتاب و سرعت اولیهٔ متحرک:

شتاب حرکت و سرعت اولیه را در معادلهٔ سرعت ـ زمان شناسایی می‌کنیم:

$$\begin{cases} v = a\,t + v_0 \\ v = -6\,t + 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -6\,m/s^2 \\ v_0 = 18\,m/s \end{cases}$$

گام محاسبهٔ جابه‌جایی‌های قبل و بعد از لحظهٔ تغییر جهت:

ابتدا نکتهٔ زیر را بخوانید:

نکته در حرکت راستخط شتاب ثابت، جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 از رابطهٔ مقابل محاسبه می‌شود:

$$\Delta x_{(t_1,t_2)} = \frac{1}{2}a(t_2 - t_1)^2 + v_1(t_2 - t_1)$$

(در این رابطه v_1، سرعت متحرک در لحظهٔ t_1 است.)

سرعت متحرک در لحظهٔ $t_1 = 0\,s$ برابر $18\,m/s$ و شتاب حرکت $-6\,m/s^2$ است؛ پس جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 0$ تا لحظهٔ تغییر جهت $(t' = 3\,s)$ برابر می‌شود با:

$$\Delta x_{(0,3\,s)} = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \frac{1}{2}(-6)(3)^2 + 18\times 3 = -27 + 54 = 27\,m$$

هم‌چنین سرعت متحرک در لحظهٔ تغییر جهت $(t' = 3\,s)$ برابر صفر و شتاب هم که همان $-6\,m/s^2$ است؛ پس جابه‌جایی در بازهٔ زمانی $t' = 3\,s$ تا $t_2 = 4\,s$ را هم می‌توانیم حساب کنیم:

$$\Delta x_{(3\,s,4\,s)} = \frac{1}{2}a(t_2 - t')^2 + v'(t_2 - t')$$

$$\xrightarrow[v'=0]{t'=3\,s} \Delta x_{(3\,s,4\,s)} = \frac{1}{2}\times(-6)(4-3)^2 + 0 = -3\,m$$

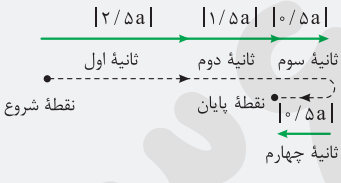
گام حالا می‌توانیم مسافت طی‌شده و تندی متوسط را در بازهٔ زمانی $t_1 = 0\,s$ تا $t_2 = 4\,s$ را به دست بیاوریم:

$$s_{av(0,4\,s)} = \frac{|\Delta x_{(0,3\,s)}| + |\Delta x_{(3\,s,4\,s)}|}{\Delta t} = \frac{27 + |-3|}{4-0} = \frac{30}{4} = 7/5\,m/s$$

ابتدا نکته و سپس تیزبازی را بخوانید:

نکته اگر متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت a شروع به حرکت کند، جابه‌جایی‌های متحرک در ثانیه‌های پشت سر هم، یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت a و جملهٔ ابتدایی $0/5a$ است؛ یعنی متحرک در ثانیهٔ اول $0/5a$، در ثانیهٔ دوم $1/5a$، در ثانیهٔ سوم $2/5a$ و ... می‌پیماید.

تیزبازی در لحظهٔ تغییر جهت $(t' = 3\,s)$، سرعت متحرک صفر است؛ یعنی ۳ثا ۱s طول کشیده تا سرعت متحرک صفر شود و ۱sهم از حال سکون حرکت کرده است؛ پس با توجه به نکتهٔ بالا می‌توانیم مسافتی را که متحرک پیموده در شکلی مثل شکل روبه‌رو نشان دهیم و مسافت طی‌شده و تندی متوسط را به راحتی محاسبه کنیم:



$$\ell = |2/5a| + |1/5a| + |0/5a| + |0/5a| = |5a| = |5\times -6| = 30\,m$$

$$s_{av} = \frac{30}{4} = 7/5\,m/s$$

تله اگر تغییر جهت متحرک را در نظر نگیرید و به جای مسافت کل، جابه‌جایی کل متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 4\,s$ را حساب کنید، در تلهٔ ① خواهید افتاد.

۳۷- گزینه ۴

استراتژی یک بار جابه‌جایی متحرک را برای ۴ ثانیهٔ اول و یک بار هم برای ۱۶ ثانیهٔ اول می‌نویسیم و با یک دستگاه دو معادله ـ دو مجهولی به پاسخ تست می‌رسیم.

درس‌نامه در حرکت راستخط شتاب ثابت، جابه‌جایی متحرک در t ثانیهٔ اول از رابطهٔ روبه‌رو محاسبه می‌شود:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

گام **مرتب‌کردن معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان برای دو بازهٔ زمانی داده‌شده:**

متحرک در ۴ ثانیهٔ اول، نیمی از جابه‌جایی (یعنی ۲۰۰ m) و در مدت ۱۶ s، تمام جابه‌جایی (یعنی ۴۰۰ m) را انجام داده است؛ پس داریم:

$$\Delta x_{(0,4\,s)} = \frac{1}{2}a(4)^2 + v_0 \times 4 \xrightarrow{\Delta x_{(0,4\,s)}=200\,m} 200 = 8a + 4v_0$$

$$\Delta x_{(0,16\,s)} = \frac{1}{2}a(16)^2 + v_0 \times 16 \xrightarrow{\Delta x_{(0,16\,s)}=400\,m} 400 = 16\times 8a + 16v_0$$

گام **حل دستگاه دو معادله ـ دو مجهولی و محاسبهٔ شتاب حرکت:**

$$\begin{cases} 200 = 8a + 4v_0 \\ 400 = 16\times 8a + 16v_0 \end{cases} \xrightarrow[\div 4]{} \begin{cases} 200 = 8a + 4v_0 \quad (I) \\ 100 = 32a + 4v_0 \quad (II) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(I)-(II)} 200 - 100 = (8a + 4v_0) - (32a + 4v_0)$$

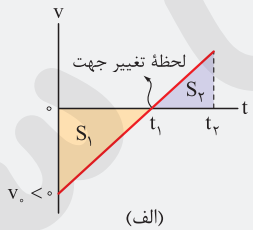
$$\Rightarrow 100 = -24a \Rightarrow a = \frac{-100}{24} = \frac{-25}{6}\,m/s^2$$

اندازهٔ شتاب را خواسته است که برابر $\frac{25}{6}\,m/s^2$ است.

۳۸- گزینه ۳

استراتژی ۱ به کمک اطلاعاتی که در نمودار مکان ـ زمان داده شده، نمودار سرعت ـ زمان را رسم می‌کنیم. ۲ به کمک برابری نسبت مساحت‌ها و مجذور اضلاع متناظر در مثلث‌های متشابه، به جواب می‌رسیم.

درس‌نامه ۱ در نمودار سرعت ـ زمان، مساحت محصور بین نمودار و محور زمان در یک بازهٔ زمانی معین، بیانگر مسافت طی‌شده توسط متحرک در این بازهٔ زمانی است. مثلاً در شکل (الف)، S_1 بیانگر مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 و S_2 بیانگر مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 است.



(الف)

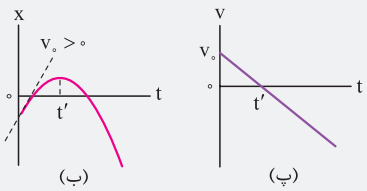
در این شکل متحرک در لحظهٔ t_1 تغییر جهت داده است؛ بنابراین این متحرک قبل از لحظهٔ t_1 در جهت منفی و پس از آن در جهت مثبت حرکت کرده است و اندازهٔ جابه‌جایی آن در بازهٔ زمانی صفر تا t_2 برابر می‌شود با: $|\Delta x_{(0,t_2)}| = |S_1 - S_2|$

۲ رسم نمودار سرعت ـ زمان از روی نمودار مکان ـ زمان در حرکت شتاب ثابت:

دانستن دو چیز از نمودار مکان ـ زمان، کافی است تا ما بتوانیم نمودار سرعت ـ زمان یک حرکت شتاب ثابت بر خط راست را از روی نمودار مکان ـ زمان آن رسم کنیم:

اول: شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان در لحظهٔ $t_0 = 0$ بیانگر سرعت اولیه است. مثلاً در نمودار $x-t$ (ب) این شیب مثبت است؛ یعنی $v_0 > 0$ است و ما باید نمودار $v-t$ را از بالای محور t شروع کنیم.

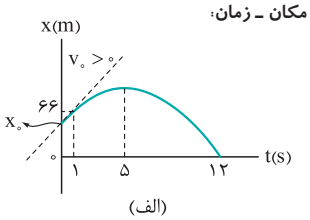
دوم: لحظهٔ اکسترمم در نمودار مکان ـ زمان، همان لحظه‌ای است که سرعت صفر می‌شود و متحرک تغییر جهت می‌دهد؛ پس در این لحظه نمودار سرعت ـ زمان محور t را قطع می‌کند. مثلاً در نمودار $x-t$ (ب)، لحظهٔ t'، لحظهٔ صفرشدن سرعت است. حالا اگر مانند شکل (پ) یک خط راست از نقطهٔ v_0 روی محور v به نقطهٔ t' روی محور t بکشیم، نمودار سرعت ـ زمان را رسم کرده‌ایم.



(ب) (پ)

گام **رسم نمودار سرعت ـ زمان از روی نمودار مکان ـ زمان:**

به نمودار مکان ـ زمان (الف) نگاه کنید. شیب خط مماس بر نمودار در لحظهٔ صفر، مثبت است؛ پس سرعت اولیهٔ متحرک هم مثبت است و ما باید نمودار سرعت ـ زمان را از بالای محور t شروع کنیم.

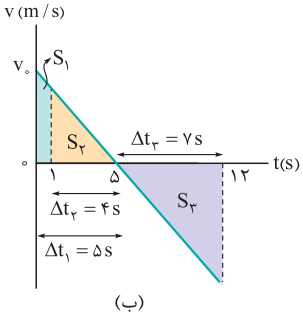


(الف)

همچنین در لحظهٔ $t = 5\,s$ نمودار مکان ـ زمان بیشینه است و متحرک در این لحظه تغییر جهت داده است؛ پس نمودار $v-t$ در لحظهٔ $t = 5\,s$ محور t را قطع می‌کند؛ بنابراین نمودار سرعت ـ زمان مطابق شکل (ب) است.

گام در شکل (ب)، S_2 بیانگر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی ۱s تا ۵ s است و S_3 بیانگر مسافتی است که متحرک در بازهٔ زمانی ۵ s تا ۱۲ s می‌پیماید.

از آن‌جایی که متحرک در لحظهٔ $t = 5\,s$ تغییر جهت داده، اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی ۱s تا ۱۲s برابر $S_3 - S_2$ است.

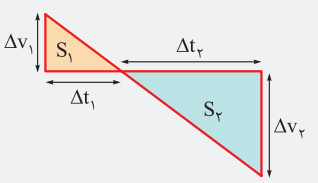


(ب)

همچنین با توجه به نمودار مکان ـ زمان، متحرک در لحظهٔ ۱s در مکان $x_1 = 66\,m$ و در لحظهٔ ۱۲s در مکان صفر قرار دارد؛ یعنی اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی ۱s تا ۱۲s برابر ۶۶ m است، پس می‌توانیم بنویسیم: $|\Delta x_{(1\,s,12\,s)}| = S_3 - S_2 = 66\,m$

گام

یادآوری در مثلث‌های متشابه مانند شکل روبه‌رو نسبت مساحت مثلث‌ها برابر با مجذور نسبت اضلاع متناظر است. مثلاً برای شکل روبه‌رو داریم:



$$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}\right)^2 = \left(\frac{\Delta v_2}{\Delta v_1}\right)^2$$

به کمک یادآوری بالا، S_2 را به دست می‌آوریم:

$$\frac{S_3}{S_2} = \left(\frac{\Delta t_3}{\Delta t_2}\right)^2 \xrightarrow{\Delta t_2 = 4\,s,\ \Delta t_3 = 7\,s} \frac{S_3}{S_2} = \left(\frac{7}{4}\right)^2 = \frac{49}{16}$$

برای آن‌که در طرف چپ رابطهٔ بالا $S_3 - S_2$ را ایجاد کنیم کافی است برای این تساوی، تفاضل مخرج در صورت را بنویسیم:

$$\xrightarrow{\text{تفاضل مخرج در صورت}} \frac{S_3 - S_2}{S_2} = \frac{49-16}{16} \xrightarrow{S_3 - S_2 = 66} \frac{66}{S_2} = \frac{33}{16} \Rightarrow S_2 = 32$$

گام حالا یک بار دیگر از یادآوری بالا برای محاسبهٔ S_1 کمک می‌گیریم:

$$\frac{S_1 + S_2}{S_2} = \left(\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_1 + 32}{32} = \left(\frac{5}{4}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_1 + 32}{32} = \frac{25}{16} \Rightarrow S_1 + 32 = 50$$

$$\Rightarrow S_1 = 50 - 32 = 18$$

گام S_1 برابر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در بازهٔ صفر تا ۱s است؛ یعنی داریم:

$$\Delta x_{(0,1s)} = S_1 = 18\,m \Rightarrow x_1 - x_0 = 18 \xrightarrow{x_1 = 66\,m} x_0 = 66 - 18 = 48\,m$$

مشاوره احتمال این‌که در حرکت‌شناسی به تست‌های سخت مثل این تست برخورد کنید، زیاد است. باید یاد بگیرید که در باتلاق این‌جور تست‌ها گرفتار نشوید و هر وقت دیدید یک تست دارد زمانتان را می‌بلعد، فوری بی‌خیالش شوید.

۳۹- گزینه ۱

استراتژی ۱ با نوشتن رابطه‌های جابه‌جایی ـ زمان و سرعت ـ زمان برای بازهٔ زمانی ۲s تا ۱۵s، مکان و سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 15\,s$ را به دست می‌آوریم. ۲ به کمک رابطهٔ جابه‌جایی ـ زمان در بازهٔ زمانی ۱۵ s تا ۳۵ s، مکان متحرک در لحظهٔ $t = 35\,s$ را محاسبه می‌کنیم.

درس‌نامه ۱ اگر در یک حرکت راست‌خط با شتاب ثابت a، سرعت متحرک در لحظهٔ t_1 را داشته باشیم، جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta x_{(t_1,t_2)} = \frac{1}{2}a(t_2 - t_1)^2 + v_1(t_2 - t_1)$$

(در رابطهٔ بالا v_1 سرعت در لحظهٔ t_1 است.)

۲ در حرکت راست‌خط شتاب ثابت، اگر سرعت متحرک در لحظهٔ t_1 برابر v_1 باشد، سرعت متحرک در لحظهٔ t_2 از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1} \Rightarrow v_2=a(t_2-t_1)+v_1$$

گام **محاسبهٔ مکان و سرعت متحرک در لحظهٔ $t_2=15\,s$:**

شتاب متحرک در مدت $t_1=2\,s$ تا $t_2=15\,s$ برابر $2\,m/s^2$ است. با داشتن سرعت و مکان در لحظهٔ $t_1=2\,s$ می‌توانیم سرعت و مکان متحرک را در لحظهٔ $t_2=15\,s$ حساب کنیم:

$$\Delta x_{(t_1,t_2)}=\frac{1}{2}a(t_2-t_1)^2+v_1(t_2-t_1)$$

$$\xrightarrow[t_1=2s,t_2=15s]{a=2\,m/s^2,v_1=-6\,m/s} \Delta x_{(2s,15s)}=\frac{1}{2}\times2\times(15-2)^2+(-6)\times(15-2)=91\,m$$

$$\Rightarrow x_2-x_1=91\,m \xrightarrow{x_1=-16\,m} x_2-(-16)=91 \Rightarrow x_2=91-16=75\,m$$

$$v_2=a(t_2-t_1)+v_1 \xrightarrow[t_1=2s,t_2=15s]{v_1=-6\,m/s} v_2=2\times(15-2)-6=20\,m/s$$

بنابراین در لحظهٔ $t_2=15\,s$، سرعت متحرک $v_2=20\,m/s$ و مکان آن $x_2=75\,m$ است.

گام **محاسبهٔ مکان متحرک در لحظهٔ $t_3=35\,s$:**

در بازهٔ زمانی $t_2=15\,s$ تا $t_3=35\,s$، متحرک با شتاب ثابت $-1\,m/s^2$ حرکت کرده است؛ پس برای محاسبهٔ مکان متحرک در لحظهٔ $t_3=35\,s$ می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta x_{(t_2,t_3)}=\frac{1}{2}a'(t_3-t_2)^2+v_2(t_3-t_2)$$

$$\xrightarrow[t_3=35\,s,t_2=15\,s]{a'=-1\,m/s^2,v_2=20\,m/s} \Delta x_{(t_2,t_3)}=\frac{1}{2}\times(-1)\times(35-15)^2+20\times(35-15)$$

$$=-200+400=200\,m \Rightarrow x_3-x_2=200\,m$$

$$\xrightarrow{x_2=75\,m} x_3-75=200 \Rightarrow x_3=275\,m \Rightarrow \vec{x}_3=(275\,m)\,\vec{i}$$

۴۰- گزینه ۴

درس‌نامه **شتاب گرانشی در فاصلهٔ r از مرکز زمین:** $g'=\frac{GM_e}{r^2}$

اگر فاصله تا سطح زمین h و شعاع زمین R_e باشد، داریم: $r=R_e+h$

شکل نسبتی رابطه:

$$\frac{g'}{g}=\left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^2$$

$\leftarrow g'$: شتاب گرانش در ارتفاع h از سطح زمین

$\leftarrow g$: شتاب گرانش در سطح زمین

گام شتاب گرانش در فاصلهٔ h از سطح زمین در مقایسه با شتاب گرانش در سطح زمین (g)، ۹۹ درصد کم‌تر است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{g'}{g}=1-\frac{99}{100}=\frac{1}{100}$$

گام حالا با توجه به تناسب گفته‌شده در درس‌نامهٔ بالا داریم:

$$\frac{g'}{g}=\left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{100}=\left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{10}=\frac{R_e}{R_e+h}$$

$$\Rightarrow R_e+h=10R_e \Rightarrow h=9R_e$$

تله اگر به جای محاسبهٔ فاصله از سطح زمین، به اشتباه فاصله از مرکز زمین را محاسبه می‌کردید، به ۳ که نادرست است، می‌رسیدید.

۴۱- گزینه ۲

شفاف‌سازی **جسم روی سطح افقی در آستانهٔ حرکت قرار دارد:** نیروی اصطکاک وارد بر جسم، ایستایی بیشینه است.

استراتژی در تست‌های دینامیک، اغلب اوقات لازم است که وضعیت حرکتی جسم و اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر آن تعیین شود. برای این کار:

۱ نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. توجه داشته باشید که نیروی اصطکاک وارد بر جسم، در خلاف جهت نیروی محرک وارد بر جسم است.

۲ اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه $(f_{s,max})$ و نیروی محرک وارد بر جسم $(F_{محرک})$ را محاسبه می‌کنیم.

۳ $f_{s,max}$ و $F_{محرک}$ را با هم مقایسه می‌کنیم.

◇ اگر $F_{محرک} < f_{s,max}$ باشد، جسم ساکن است و نیروی اصطکاک وارد بر آن ایستایی است: $f_s=F_{محرک}$

◇ اگر $F_{محرک}=f_{s,max}$ باشد، جسم ساکن و در آستانهٔ حرکت است و نیروی اصطکاک وارد بر آن ایستایی بیشینه است: $f_{s,max}=F_N\mu_s=F_{محرک}$

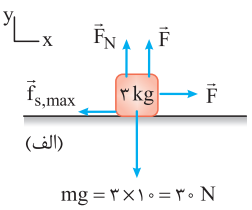
◇ اگر $F_{محرک} > f_{s,max}$ باشد، جسم در حال حرکت است و نیروی اصطکاک وارد بر آن جنبشی است: $f_k=F_N\mu_k$

درس‌نامه وقتی جسم در آستانهٔ حرکت است، نیروی اصطکاک وارد بر آن ایستایی بیشینه است و اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$f_{s,max}=F_N\,\mu_s$$

(F_N: اندازهٔ نیروی عمودی سطح؛ μ_s: ضریب اصطکاک ایستایی)

گام در حالت اول، نیروهای وارد بر جسم را در شکل (الف) مشخص کرده‌ایم. جسم **در آستانهٔ حرکت** بوده و نیروی اصطکاک وارد بر آن، **ایستایی بیشینه** **$(f_{s,max})$** است. با توجه به تعادل جسم، F_N و $f_{s,max}$ را برحسب F به دست می‌آوریم:

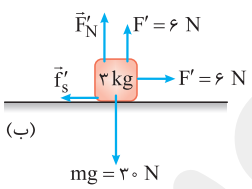


تعادل در راستای y: $F_N+F=mg \Rightarrow F_N=mg-F \Rightarrow F_N=30-F\,(N)$

تعادل در راستای x: $f_{s,max}=F$

حالا داریم: $f_{s,max}=F_N\mu_s \Rightarrow F=(30-F)\times\frac{1}{2} \Rightarrow F=10\,N$

گام در حالت دوم، اندازهٔ نیروهای عمودی و افقی F وارد بر جسم (همون دوتا F) ۴ N کم شده‌اند؛ پس نیروهای وارد بر جسم به صورت شکل (ب) است. ابتدا باید تعیین کنیم که جسم حرکت می‌کند یا نه.



محاسبهٔ F_N:

تعادل در راستای y: $F'_N+F'=mg \Rightarrow F'_N+6=30 \Rightarrow F'_N=24\,N$

محاسبهٔ $f'_{s,max}$: $f'_{s,max}=F'_N\mu_s=24\times0/5=12\,N$

نیروی محرک $F'=6\,N$ و نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه $f_{s,max}=12\,N$ است؛ پس جسم **حرکت نمی‌کند** و نیروی اصطکاک وارد بر آن، **ایستایی** است. اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی با اندازهٔ نیروی محرک برابر است؛ پس: $f'_s=F'=6\,N$

تیزبازی می‌توانیم به جای گام دوم، به این صورت تحلیل کنیم. با کاهش نیروی افقی F، اندازهٔ نیروی محرک وارد بر جسم کاهش می‌یابد. از طرفی با کاهش نیروی قائم F، اندازهٔ نیروی عمودی سطح و درنتیجه اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه افزایش می‌یابد. چون جسم در حالت اول در آستانهٔ حرکت بود، یقیناً کاهش اندازهٔ نیروی محرک و افزایش اندازهٔ نیروی اصطکاک بیشینه، باعث می‌شود جسم هم‌چنان ساکن بماند (و در آستانهٔ حرکت هم نخواهد بود).

بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر جسم، ایستایی و هم‌اندازه با نیروی محرک است، یعنی:

$f'_s=F-4=10-4=6\,N$

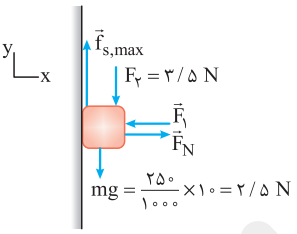
۴۲- گزینه ۱

شفاف‌سازی **چوب در آستانهٔ لغزش قرار گیرد:** نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر چوب، ایستایی بیشینه است.

درس‌نامه **اندازهٔ نیروی سطح (نیروی تکیه‌گاه یا نیروی واکنش سطح):** $R=\sqrt{f^2+F_N^2}$

در رابطهٔ بالا، f می‌تواند نیروی اصطکاک ایستایی (f_s) یا نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه $(f_{s,max})$ یا نیروی اصطکاک جنبشی (f_k) باشد.

گام مثل همیشه، قبل از هر کاری، نیروهای وارد بر جسم را مشخص می‌کنیم. شکل روبه‌رو را ببینید. *(چون نیروی محرک یعنی $\mathbf{F}_2+\mathbf{mg}$، به سمت پایین، $\mathbf{f}_{s,max}$ باید به طرف بالا باشه)* در این شکل با توجه به ساکن‌بودن جسم داریم:



تعادل در راستای y: $f_{s,max}=mg+F_2=2/5+3/5=6\ N$

گام نیرویی که دیوار به قطعهٔ چوبی وارد می‌کند (R) برابر $10\ N$ است؛ پس:

$$R=\sqrt{f_{s,max}^2+F_N^2}\Rightarrow 10=\sqrt{6^2+F_N^2}\Rightarrow F_N=8\ N$$

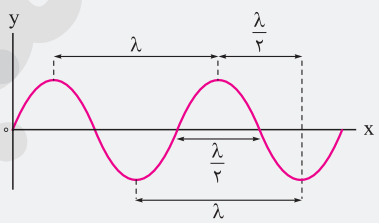
گام ضریب اصطکاک ایستایی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$f_{s,max}=F_N\mu_s\Rightarrow 6=8\mu_s\Rightarrow \mu_s=\frac{3}{4}=0/75$$

۴۳- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ بین تندی انتشار موج، دورهٔ موج و طول موجِ موج، رابطهٔ زیر برقرار است: $\lambda=vT$

۲ شکل مقابل را دربارهٔ رابطهٔ فاصلهٔ نقاط با طول موج به خاطر بسپارید:



۳ در حرکت هماهنگ ساده، نوسانگر در مدت $\frac{T}{2}$ (T: دوره)، مسافتی برابر با $2A$ (A: دامنهٔ نوسان) را طی می‌کند.

استراتژی یکی از رایج‌ترین تیپ‌های تست در فصل ۳ فیزیک دوازدهم، مربوط به تصویر لحظه‌ای از یک موج عرضی است که در آن‌ها، دربارهٔ چگونگی حرکت یکی از ذرات محیط، پرسش مطرح می‌کنند. برای حل این تست‌ها به ترتیب مراحل زیر را طی می‌کنیم:

۱ با توجه به تصویر لحظه‌ای داده‌شده از موج عرضی، طول موج را حساب می‌کنیم.

۲ به کمک رابطهٔ $\lambda=vT$، دورهٔ موج را به دست می‌آوریم.

۳ از این‌جا به بعد، با داشتن دوره، با حرکت هماهنگ سادهٔ ذرهٔ مورد نظر از محیط سروکار داریم. اغلب لازم است بازهٔ زمانی داده‌شده را با دوره (T) مقایسه کرده و با توجه به نتیجهٔ این مقایسه، مسیر حرکت ذره را تجسم کنیم.

۴ با دانستن مسیر حرکت ذرهٔ مورد نظر، خواستهٔ تست را حساب می‌کنیم. مسافت طی‌شده توسط ذره، جابه‌جایی ذره، تندی یا سرعت متوسط ذره و نوع حرکت ذره از سوژه‌های پرتکرار در این تست‌ها هستند.

در پاسخ این تست نمونه‌ای از این چهار مرحله را قرار است ببینید.

گام با توجه به تصویر لحظه‌ای موج، طول موج به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{5\lambda}{4}=25\Rightarrow \lambda=20\ cm=0/2\ m$$

گام دورهٔ موج برابر است با: $\lambda=vT\Rightarrow 0/2=10\times T\Rightarrow T=0/02\ s$

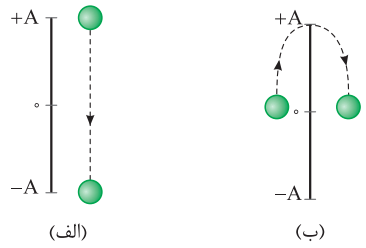
گام دورهٔ تناوب $0/02\ s$ است؛ پس $0/01\ s$، برابر با نصف دوره $(\frac{T}{2})$ است.

گام **بررسی عبارت‌ها:**

(الف): موج با سرعت ثابت $10\ m/s$ پیشروی می‌کند؛ پس مسافت طی‌شده توسط موج در هر ثانیه برابر است با $10\ m$، (نه $20\ cm$). $\Delta x=v\Delta t=10\times1=10\ m$ ×

(ب): $0/01\ s$ یعنی نصف دوره. می‌دانیم مسافت طی‌شده توسط هر ذره از محیط در این مدت برابر $2A$ (A: دامنهٔ نوسان ذرات) خواهد بود؛ یعنی: $\ell=2A=2\times2=4\ cm$ ✓

(پ): در بازهٔ زمانی $0/01$ ثانیه‌ای که برابر با نصف دوره است، ذرات مختلف محیط، بسته به این‌که مکان اولیه‌شان کجا باشد، جابه‌جایی‌های متفاوتی دارند. به عنوان مثال در شکل (الف)، اگر ذره‌ای در مکان $+A$ باشد، پس از مدت $\Delta t=\frac{T}{2}$ به مکان $-A$ می‌رسد ($2A=$ اندازهٔ جابه‌جایی) و در شکل (ب)، اگر ذره‌ای در مکان صفر باشد، پس از مدت $\Delta t=\frac{T}{2}$ باز هم به این مکان خواهد رسید. ($0=$ اندازهٔ جابه‌جایی)×



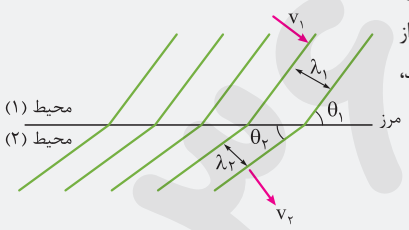
(ت): در مدت $0/02\ s$ که برابر با دوره است، هر ذره یک نوسان کامل انجام داده و به همان مکان قبلی خود می‌رسد؛ پس جابه‌جایی تمام ذرات محیط در این مدت صفر است؛ بنابراین موارد «ب» و «ت» درست هستند و باید ۳ را انتخاب کنیم. ✓

مشاوره در این تست‌ها معمولاً با بررسی دو عبارت می‌توان به گزینهٔ درست رسید. کافی است مثلاً ابتدا عبارت (الف) را بررسی کنیم. این عبارت نادرست است؛ بنابراین ۱ و ۲ رد می‌شوند. در ۳ و ۴، عبارت (ب) مشترک است، پس کاری به این عبارت نداریم *(این عبارت درسته)*. حالا با بررسی عبارت (پ) یا (ت)، جواب تست مشخص می‌شود.

۴۴- گزینه ۴

درس‌نامه **قانون شکست عمومی:**

وقتی جبهه‌های موج، به شکل مقابل از محیط (۱)، وارد محیط (۲) می‌شوند، داریم:



$$\frac{v_2}{v_1}=\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}$$

در رابطهٔ بالا، θ در هر محیط، زاویهٔ بین جبهه‌های موج با مرز دو محیط است.

این‌جا با شکست جبهه‌های موج سروکار داریم؛ بنابراین زاویهٔ جبهه‌های موج در هر محیط با مرز مهم است؛ یعنی زاویهٔ تابش (θ_1) همان $\alpha=37^\circ$ و زاویهٔ شکست (θ_2) همان $\beta=30^\circ$ است. در نتیجه به کمک قانون شکست عمومی داریم:

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{\sin37^\circ}{\sin30^\circ}=\frac{0/6}{0/5}=\frac{6}{5}$$

تله وقتی با جبهه‌های موج سروکار دارید، زاویهٔ بین جبهه‌های موج و مرز مهم است و در رابطهٔ قانون شکست عمومی از این زوایا استفاده می‌کنیم. اگر به اشتباه به سراغ زاویهٔ بین جبهه‌های موج و نیم‌خط عمود بر مرز بروید، زوایا را $\theta_1=53^\circ$ و $\theta_2=60^\circ$ در نظر می‌گیرید و جوابتان ۱ خواهد شد.

۴۵- گزینه ۴

شفاف‌سازی **حرکت نوسانگر چند ثانیه تندشونده است:** نوسانگر چند ثانیه در حال نزدیک‌شدن به مبدأ (مرکز نوسان) است.

درس‌نامه ۱ در حرکت هماهنگ ساده:

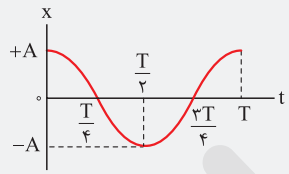
◇ **معادلهٔ مکان ـ زمان:**

$$x = A\cos\omega t \quad (\omega = \frac{2\pi}{T})$$

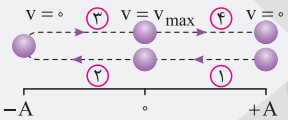
بسامد زاویه‌ای ↑ دامنهٔ نوسان

T ↓ دوره

◇ **نمودار مکان ـ زمان:**



۲ توصیف نوع حرکت نوسانگر در یک نوسان کامل:



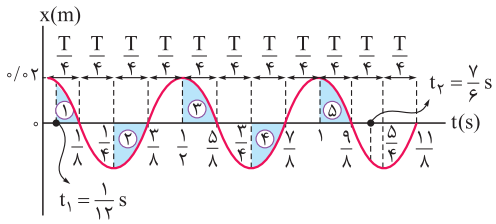
۱ و ۳: نوسانگر در حال **نزدیک‌شدن به مبدأ (مرکز نوسان)** ⟸ حرکت **تندشونده**

۲ و ۴: نوسانگر در حال **دورشدن از مبدأ (مرکز نوسان)** ⟸ حرکت **کندشونده**

گام از روی معادلهٔ حرکت، دورهٔ تناوب را به دست می‌آوریم و با توجه به آن، لحظاتی که متحرک در نقطه‌های بازگشت و تعادل قرار دارد را روی نمودار مکان ـ زمان مشخص می‌کنیم:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}\,s$$

مدت‌زمان هر ربع: $\frac{T}{4} = \frac{1}{8}\,s$



گام حالا بازهٔ زمانی $t_1 = \frac{1}{12}\,s$ تا $t_2 = \frac{7}{6}\,s$ را روی نمودار مشخص می‌کنیم و مطابق شکل بالا، لحظاتی را که نوسانگر در این مدت در حال نزدیک‌شدن به مبدأ بوده را رنگی می‌کنیم. با این حساب، در این مدت مجموع زمان‌هایی که متحرک در حال نزدیک‌شدن به مبدأ بوده برابر است با:

$$\Delta t = 4(\frac{T}{4}) + (\frac{T}{4} - \frac{1}{12}) = 5\frac{T}{4} - \frac{1}{12} = \frac{5}{8} - \frac{1}{12} = \frac{15-2}{24} = \frac{13}{24}\,s$$

۴۶- گزینه ۱

درس‌نامه **رابطهٔ بین طول موج و بسامد فوتون:**

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (c = 3\times10^8\ m/s \text{ تندی نور در خلأ})$$

گام ابتدا به کمک رابطهٔ $\lambda = \frac{c}{f}$، طول موج فوتون گسیلی را حساب می‌کنیم تا بفهمیم در چه بخشی از طیف امواج الکترومغناطیسی قرار دارد:

$$\lambda = \frac{3\times10^8}{2/25\times10^{15}} = \frac{4}{3}\times10^{-7}\ m \xrightarrow{10^{-9}\,m=1\,nm} \lambda = \frac{400}{3}\,nm$$

این طول موج در محدودهٔ امواج **فرابنفش** قرار دارد؛ پس حتماً فوتون گسیلی در رشتهٔ **لیمان** قرار دارد و $n' = 1$ است.

گام طبق رابطهٔ ریدبرگ، n به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}) \Rightarrow \frac{3}{400} = \frac{1}{100}(\frac{1}{(1)^2} - \frac{1}{n^2})$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} = 1 - \frac{1}{n^2} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow n = 2$$

۴۷- گزینه ۳

درس‌نامه **معادلهٔ ریدبرگ:** طول موج خط‌های طیف گسیلی اتم هیدروژن در هر رشته، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}) \quad (n > n',\ \text{ثابت ریدبرگ: } R \simeq 0/01\,(nm)^{-1})$$

n' ↓ شمارهٔ رشته

◇ در این رابطه، طول موج (λ) برحسب نانومتر (nm) است.

◇ شماره و نام رشته‌ها به صورت جدول زیر است:

شمارهٔ رشته (n')	۱	۲	۳	۴	۵
نام رشته	لیمان	بالمر	پاشن	براکت	پفوند

گام

نکته در اتم هیدروژن، شمارهٔ خط طیف گسیلی در رشتهٔ n' از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

شمارهٔ خط طیف گسیلی در رشتهٔ $n' = n - n'$

برای مثال در رشتهٔ لیمان ($n' = 1$) به ازای $n = 5$، چهارمین خط طیف گسیلی به دست می‌آید.

براساس نکته، nهای مربوط به خط‌های طیفی این دو رشته را به دست می‌آوریم:

شمارهٔ خط طیفی در رشتهٔ $n' = n - n'$

$$\Rightarrow \begin{cases} (n'=4)\ \text{براکت}: 2 = n_{\text{براکت}} - 4 \Rightarrow n_{\text{براکت}} = 6 \\ (n'=2)\ \text{بالمر}: 4 = n_{\text{بالمر}} - 2 \Rightarrow n_{\text{بالمر}} = 6 \end{cases}$$

گام به کمک معادلهٔ ریدبرگ می‌توان نوشت:

$$\frac{\frac{1}{\lambda_{\text{بالمر}}}}{\frac{1}{\lambda_{\text{براکت}}}} = \frac{\cancel{R}(\frac{1}{n'^2_{\text{بالمر}}} - \frac{1}{n^2_{\text{بالمر}}})}{\cancel{R}(\frac{1}{n'^2_{\text{براکت}}} - \frac{1}{n^2_{\text{براکت}}})} = \frac{\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2}}{\frac{1}{4^2} - \frac{1}{6^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_{\text{براکت}}}{\lambda_{\text{بالمر}}} = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{36}}{\frac{1}{16} - \frac{1}{36}} = \frac{\frac{9-1}{36}}{\frac{9-4}{144}} = \frac{\frac{8}{\cancel{36}^{1}}}{\frac{5}{\cancel{144}^{4}}} = \frac{32}{5}$$

۴۸- گزینه ۲

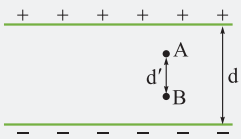
درس‌نامه میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ موازی باردار، یکنواخت است و اندازهٔ آن از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$E = \frac{|\Delta V|}{d}$$

$|\Delta V|$: اختلاف پتانسیل الکتریکی میان صفحه‌ها

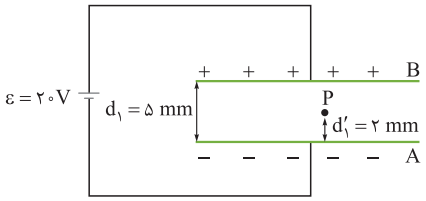
d: فاصلهٔ بین صفحه‌ها

◇ چون اندازهٔ میدان ثابت است، برای هر دو نقطهٔ دلخواه از این فضا، رابطهٔ زیر برقرار است:



$$E: \text{ثابت} \Rightarrow \frac{V_+ - V_-}{d} = \frac{V_A - V_B}{d'}$$

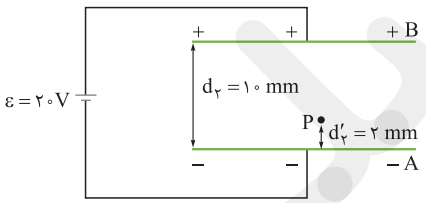
گام فرض می‌کنیم پتانسیل الکتریکی صفحهٔ منفی (V_A)، برابر صفر است. در نتیجه پتانسیل الکتریکی صفحهٔ مثبت (V_B)، برابر با ۲۰ V می‌شود. با توجه به این‌که میدان الکتریکی بین صفحات ثابت است، برای حالت اول می‌توان نوشت:



$$E=\frac{\Delta V}{d} \Rightarrow \frac{V_B-V_A}{d_1}=\frac{V_{P(1)}-V_A}{d'_1}$$

$$\Rightarrow \frac{۲۰-۰}{۵}=\frac{V_{P(1)}-۰}{۲} \Rightarrow V_{P(1)}=۸\ V$$

گام صفحات به پتانسیل ثابتی متصل‌اند، بنابراین با افزایش فاصلهٔ بین صفحات، اختلاف پتانسیل بین آن‌ها ثابت می‌ماند. با همان فرض‌های اولیهٔ $V_A=۰$ و $V_B=۲۰\ V$ برای حالت دوم داریم:



$$E=\frac{\Delta V}{d} \Rightarrow \frac{V_B-V_A}{d_2}=\frac{V_{P(2)}-V_A}{d'_2} \Rightarrow \frac{۲۰-۰}{۱۰}=\frac{V_{P(2)}-۰}{۲} \Rightarrow V_{P(2)}=۴\ V$$

بنابراین پتانسیل الکتریکی نقطهٔ P از ۸ V به ۴ V می‌رسد؛ یعنی ۴ V کاهش می‌یابد.

مشاوره چون با تعیین پتانسیل الکتریکی یک نقطه سروکار داریم، بهتر بود طراح، برای پتانسیل یکی از صفحات، مقدار عددی معینی تعریف می‌کرد تا بتوانیم آن را به عنوان مبنای پتانسیل الکتریکی در نظر بگیریم. به همین دلیل ما در حل تست، فرض کردیم پتانسیل صفحهٔ A، برابر با مقدار معین صفر است.

۴۹- گزینه ۱

درس‌نامه با حرکت در **جهت خطوط میدان الکتریکی**، پتانسیل الکتریکی **کاهش** و با حرکت در **خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی**، پتانسیل الکتریکی **افزایش** می‌یابد.

گام برای اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه از یک میدان الکتریکی یکنواخت، رابطهٔ $|\Delta V|=Ed$ برقرار است. چون با حرکت در جهت خطوط میدان، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد، در هر سه آرایش، $V_A>V_B$ بوده و $\Delta V<۰$ است؛ پس: $\Delta V=-Ed$

فاصلهٔ بین نقاط A و B (d) در هر سه آرایش یکسان است؛ بنابراین برای مقایسهٔ اختلاف پتانسیل‌ها کافی است، میدان‌های الکتریکی در سه آرایش را با هم مقایسه کنیم.

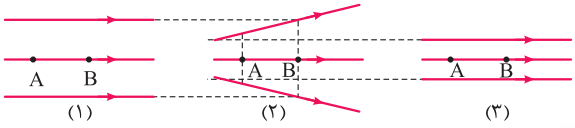
در فاصلهٔ نقطهٔ A تا نقطهٔ B، تراکم خطوط میدان الکتریکی در آرایش (۳) بیشتر از آرایش (۱) و آرایش (۲) است؛ بنابراین اندازهٔ میدان الکتریکی و در نتیجه اختلاف پتانسیل الکتریکی بین نقاط A و B در آرایش (۳) بزرگ‌تر از دو آرایش دیگر است؛ یعنی:

$$|\Delta V_{(3)}|>|\Delta V_{(1)}| \text{ و } |\Delta V_{(3)}|>|\Delta V_{(2)}|$$

همین‌جا مشخص شده که (۱) *جواب تسته.*

گام حالا به شکل‌ها نگاه کنید. در این شکل‌ها امتداد خطوط میدان در آرایش‌های (۱) و (۳) را به صورت خط‌چین روی آرایش (۲) رسم کردیم. همان‌طور که مشخص است، در فاصلهٔ نقطهٔ A تا نقطهٔ B تراکم متوسط خطوط میدان در آرایش (۲) کم‌تر از آرایش (۳) و بیشتر از آرایش (۱) است؛ بنابراین متوسط اندازهٔ میدان الکتریکی و در نتیجه اختلاف پتانسیل الکتریکی بین نقاط A و B برای این سه آرایش به صورت زیر مقایسه می‌شود:

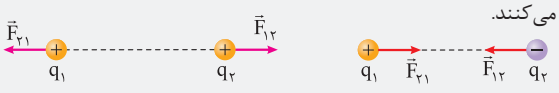
$$|\Delta V_{(3)}|>|\Delta V_{(2)}|>|\Delta V_{(1)}|$$



تله همان‌طور که فهمیدید، نوع بار ذره تأثیری در حل تست نداشت و سرکاری بود. برای بررسی پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه، اصلاً به بار جابه‌جاشده بین دو نقطه کاری نداریم. هم‌چنین باید دقت کنید که در این تست $\Delta V=V_A-V_B$، مثبت است. اگر به اشتباه آن را منفی در نظر می‌گرفتید، ممکن بود (۳) را به عنوان جواب درست انتخاب کنید.

۵۰- گزینه ۳

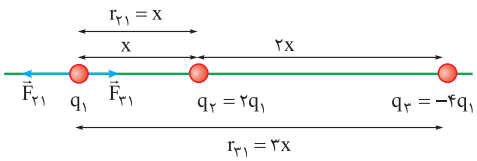
درس‌نامه مطابق شکل زیر، بارهای **همنام** یکدیگر را **دفع** و بارهای **ناهمنام** یکدیگر را **جذب** می‌کنند.



گام واضح است که بارهای $q_2=۲q_1$ و q_1 همنام و بارهای $q_3=-۴q_1$ و q_1 ناهمنام‌اند؛ بنابراین بار q_2، بار q_1 را دفع و بار q_3، بار q_1 را جذب می‌کند. با توجه به شکل (الف)، نیروی خالص وارد بر q_1 را به دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{aligned}F_{21}&=k\frac{|q_1||q_2|}{r_{21}^2}=k\frac{|q_1|\times ۲|q_1|}{x^2}\\ F_{31}&=k\frac{|q_1||q_3|}{r_{31}^2}=k\frac{|q_1|\times ۴|q_1|}{(۳x)^2}\end{aligned}\right\}\Rightarrow F_{T(1)}=F_{21}-F_{31}$$

$$=۲\frac{k|q_1|^2}{x^2}-\frac{۴}{۹}\frac{k|q_1|^2}{x^2}=\frac{۱۴}{۹}\frac{k|q_1|^2}{x^2}$$

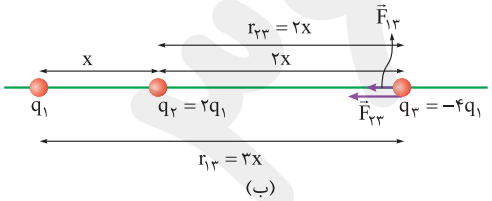


(الف)

گام به سراغ بار q_3 می‌رویم. بارهای q_1 و q_2، بار q_3 را جذب می‌کنند؛ بنابراین مطابق شکل (ب)، نیروهای وارد بر q_3 را رسم کرده و برایند آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{aligned}F_{13}&=k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2}=k\frac{|q_1|\times ۴|q_1|}{(۳x)^2}\\ F_{23}&=k\frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2}=k\frac{۲|q_1|\times ۴|q_1|}{(۲x)^2}\end{aligned}\right\}\Rightarrow F_{T(3)}=F_{13}+F_{23}$$

$$=\frac{۴}{۹}\frac{k|q_1|^2}{x^2}+۲\frac{k|q_1|^2}{x^2}=\frac{۲۲}{۹}\frac{k|q_1|^2}{x^2}$$



(ب)

گام نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{F_{T(1)}}{F_{T(3)}}=\frac{\frac{۱۴}{۹}\frac{k|q_1|^2}{x^2}}{\frac{۲۲}{۹}\frac{k|q_1|^2}{x^2}}=\frac{۱۴}{۲۲}=\frac{۷}{۱۱}$$

۵۱- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ **قانون کولن**: دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 که در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند به هم نیروی الکتریکی وارد می‌کنند که اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

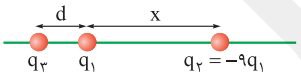
$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad (\text{ثابت کولن: } k=۹\times ۱۰^۹\ \frac{N.m^2}{C^2})$$

۲ دو بار الکتریکی $q_۱$ و $q_۲$ در فاصلهٔ معینی از یکدیگر، روی محوری قرار دارند. بار سوم $q_۳$ در چه نقطه‌ای روی این محور قرار بگیرد تا نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن برابر صفر شود؟ برای پاسخ به این سؤال، جدول زیر به کارتان می‌آید:

	موقعیت نقطهٔ مورد نظر (نقطهٔ A)	شکل (فرض: $\lvert q_۲\rvert > \lvert q_۱\rvert$)
$q_۱$ و $q_۲$ همنام باشند.	حد فاصل بین دو بار و نزدیک‌تر به بار با اندازهٔ کم‌تر	A، $q_۱$، $q_۲$
$q_۱$ و $q_۲$ ناهمنام باشند.	خارج از فاصلهٔ بین دو بار و نزدیک‌تر به بار با اندازهٔ کم‌تر	A، $q_۱$، $q_۲$

گام ۱ بارهای $q_۱$ و $q_۲ = -۹q_۱$ ناهمنام‌اند؛ بنابراین برای این‌که نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۳$ برابر صفر شود، این بار باید خارج از فاصلهٔ بین دو بار و نزدیک‌تر به بار با اندازهٔ کم‌تر (یعنی $q_۱$) قرار بگیرد.

حالا مطابق شکل زیر فرض می‌کنیم بار $q_۳$ در فاصلهٔ d سمت چپ بار $q_۱$ قرار دارد؛ بنابراین بدون توجه به علامت بار $q_۳$، نیروهای وارد بر آن از طرف بارهای $q_۱$ و $q_۲$ هم‌اندازه و در خلاف جهت یکدیگرند و می‌توان نوشت:



$$F_{T(۳)} = ۰ \Rightarrow F_{۱۳} = F_{۲۳} \Rightarrow k\frac{|q_۱||q_۳|}{d^۲} = k\frac{|q_۲||q_۳|}{(x+d)^۲}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_۱|}{d^۲} = \frac{۹|q_۱|}{(x+d)^۲} \Rightarrow \frac{(x+d)^۲}{d^۲} = ۹ \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{x+d}{d} = ۳ \Rightarrow x+d = ۳d$$

$$\Rightarrow x = ۲d \Rightarrow d = \frac{x}{۲} \qquad \text{(رد ۱ و ۳)}$$

گام ۲ حالا صفربودن نیروی الکتریکی خالص وارد بر یکی از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ (برای مثال بار $q_۱$) را بررسی می‌کنیم. چون بار $q_۱$ در حد فاصل بین بارهای $q_۲$ و $q_۳$ قرار دارد، برای صفرشدن نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۱$، باید بارهای $q_۳$ و $q_۲$ همنام و در نتیجه بارهای $q_۳$ و $q_۱$ ناهمنام باشند. (رد ۲)

همین‌جا جواب تست که ۴ است معلوم شد، ولی اگر بخواهیم $q_۳$ را به دست آوریم، داریم:

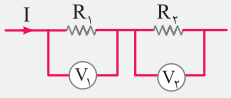
$$F_{T(۱)} = ۰ \Rightarrow F_{۳۱} = F_{۲۱}$$

$$\Rightarrow k\frac{|q_۳||q_۱|}{(\frac{x}{۲})^۲} = k\frac{|q_۲||q_۱|}{x^۲} \Rightarrow \frac{|q_۳|}{\frac{x^۲}{۴}} = \frac{۹|q_۱|}{x^۲}$$

$$\Rightarrow |q_۳| = \frac{۹}{۴}|q_۱| \xrightarrow{q_۳ \text{ و } q_۱ \text{ ناهمنام‌اند.}} q_۳ = -\frac{۹}{۴}q_۱$$

۵۲- گزینه ۲

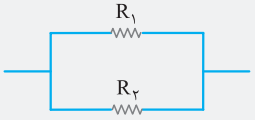
درس‌نامه ۱ مطابق شکل روبه‌رو، دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ به صورت متوالی (سری) به هم متصل‌اند:



◇ مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq} = R_۱ + R_۲$

◇ نسبت اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها برابر با نسبت مقاومت‌ها است: $\frac{V_۱}{V_۲} = \frac{R_۱}{R_۲}$

۲ مطابق شکل روبه‌رو، دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ به صورت موازی به هم متصل‌اند:

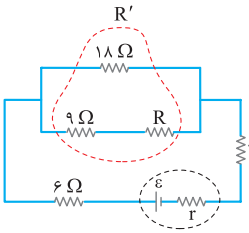


◇ مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq} = \frac{R_۱R_۲}{R_۱ + R_۲}$

گام اختلاف پتانسیل الکتریکی مقاومت‌های ۱۲Ω و ۱۸Ω برابر است؛ بنابراین اختلاف پتانسیل الکتریکی مقاومت‌های ۱۲Ω و R' (معادل مقاومت‌های ۱۸Ω، ۹Ω و R) نیز برابر است. با توجه به این‌که مقاومت‌های ۱۲Ω و R' متوالی‌اند، برابربودن اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها به معنای برابربودن این مقاومت‌ها است، زیرا:

$$\frac{V_{R'}}{V_{۱۲\Omega}} = \frac{R'}{۱۲} \xrightarrow{V_{R'} = V_{۱۲\Omega}} ۱ = \frac{R'}{۱۲} \Rightarrow R' = ۱۲\,\Omega$$

گام دو مقاومت R و ۹Ω متوالی‌اند و معادلشان برابر با $R + ۹(\Omega)$ است. معادل دو مقاومت موازی $R + ۹(\Omega)$ و ۱۸Ω هم که باید برابر با $R' = ۱۲\,\Omega$ شود، پس:



$$۱۲ = \frac{(R+۹)(۱۸)}{(R+۹)+۱۸}$$

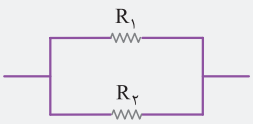
$$\Rightarrow ۲R + (۲\times۲۷) = ۳R + ۲۷$$

$$\Rightarrow R = (۲\times۲۷) - ۲۷ = ۲۷\,\Omega$$

۵۳- گزینه ۳

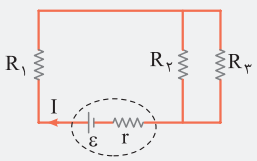
درس‌نامه

۱ مطابق شکل روبه‌رو، دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ به صورت موازی به هم متصل‌اند:



◇ مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq} = \frac{R_۱R_۲}{R_۱ + R_۲}$

۲ در مدار روبه‌رو:



◇ جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری): $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$

◇ اختلاف پتانسیل دو سر باتری: $V = \varepsilon - rI$

گام در حالت اول که یکی از کلیدها بسته است، داریم:

$$\begin{cases} I = \frac{\varepsilon}{R+r} \\ V = \varepsilon - rI \end{cases} \Rightarrow V = \varepsilon - r(\frac{\varepsilon}{R+r}) \Rightarrow ۶ = ۱۰ - \frac{۱۰r}{R+r} \Rightarrow \frac{۱۰r}{R+r} = ۴$$

$$\Rightarrow ۱۰r = ۴R + ۴r \Rightarrow ۶r = ۴R \Rightarrow R = \frac{۳}{۲}r \quad (۱)$$

گام در حالت دوم که هر دو کلید بسته است، دو مقاومت R موازی بوده و معادل آن‌ها برابر است با:

$$R'_{eq} = \frac{R}{۲} \xrightarrow{(۱)} R'_{eq} = \frac{۳}{۴}r$$

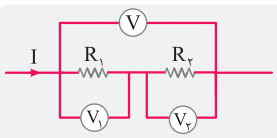
برای این حالت هم می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} \\ V' = \varepsilon - rI' \end{cases} \Rightarrow V' = \varepsilon - r(\frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r})$$

$$= ۱۰ - \frac{۱۰r}{\frac{۳}{۴}r + r} = ۱۰ - \frac{۱۰r}{\frac{۷}{۴}r} = ۱۰ - \frac{۴۰}{۷} = \frac{۳۰}{۷}\,V$$

۵۴- گزینه ۲

درس‌نامه اختلاف پتانسیل دو سر مجموعهٔ مقاومت‌های متوالی برابر با مجموع اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از مقاومت‌ها است: $V = V_۱ + V_۲$



روش گام جریان عبوری از مقاومت‌های ۴ Ω و ۹ Ω همان جریان عبوری از آمپرسنج یعنی I = ۰/۸ A است؛ بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از این مقاومت‌ها برابر است با:

$$V = RI \Rightarrow \begin{cases} V_{4\Omega} = 4\times 0/8 = 3/2\ V \\ V_{9\Omega} = 9\times 0/8 = 7/2\ V \end{cases}$$

گام اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر با مجموع اختلاف پتانسیل دو سر سه مقاومت است؛ پس:

$$V_{\text{باتری}} = V_{4\Omega} + V_R + V_{9\Omega} \Rightarrow \varepsilon - rI = 3/2 + 12 + 7/2$$

$$\Rightarrow \varepsilon - (2\times 0/8) = 22/4 \Rightarrow \varepsilon = 24\ V$$

روش گام جریان عبوری از مقاومت R برابر با I = ۰/۸ A و اختلاف پتانسیل دو سر آن برابر با V = ۱۲ V است؛ بنابراین:

$$V = RI \Rightarrow 12 = R\times 0/8 \Rightarrow R = 15\ \Omega$$

گام به کمک رابطهٔ جریان کل عبوری از مدار، ε را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{4+15+9+r} \Rightarrow 0/8 = \frac{\varepsilon}{28+2} \Rightarrow \varepsilon = 0/8\times 30 = 24\ V$$

۵۵- گزینه ۱

درس‌نامه اگر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R برابر V و جریان عبوری از آن برابر I باشد، توان مصرفی در این مقاومت را به کمک روابط زیر می‌توان به دست آورد:

$$P = IV \ ,\ P = \frac{V^2}{R}$$

روش گام اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های ۹ Ω و R برابر با اختلاف پتانسیل دو سر باتری است؛ پس:

$$V_{9\Omega} = V_R = V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI$$

$$\Rightarrow V_{9\Omega} = V_R = 12 - (2\times 1/5) = 9\ V$$

گام ابتدا جریان عبوری از مقاومت ۹ Ω و سپس جریان عبوری از مقاومت R را محاسبه می‌کنیم:

$$V_{9\Omega} = 9\times I_{9\Omega} \Rightarrow 9 = 9\times I_{9\Omega} \Rightarrow I_{9\Omega} = 1\ A$$

$$I = I_{9\Omega} + I_R \Rightarrow 1/5 = 1 + I_R \Rightarrow I_R = 0/5\ A$$:اصل پایستگی بار الکتریکی

گام توان مصرفی در مقاومت R به صورت زیر به دست می‌آید:

$$P_R = I_R V_R = 0/5\times 9 = 4/5\ W$$

روش گام اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R مانند گام اولِ روش اول محاسبه می‌شود:

$$V_R = 9\ V$$

گام به کمک رابطهٔ جریان کل عبوری از مدار، مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow 1/5 = \frac{12}{R_{eq}+2} \Rightarrow R_{eq}+2 = 8 \Rightarrow R_{eq} = 6\ \Omega$$

گام مقاومت‌های ۹ Ω و R موازی‌اند؛ بنابراین R به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$R_{eq} = \frac{9\times R}{9+R} \Rightarrow \frac{\cancel{6}^{2}}{1} = \frac{\cancel{9}^{3}R}{9+R} \Rightarrow 18+2R = 3R \Rightarrow R = 18\ \Omega$$

گام توان مصرفی مقاومت R برابر است با:

$$P_R = \frac{V_R^2}{R} = \frac{9^2}{18} = \frac{9}{2} = 4/5\ W$$

روش گام اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۹ Ω مانند گام اولِ روش اول محاسبه می‌شود:

$$V_{9\Omega} = 9\ V$$

گام توان مصرفی مقاومت ۹ Ω برابر است با:

$$P_{9\Omega} = \frac{V_{9\Omega}^2}{9} = \frac{9^2}{9} = 9\ W$$

گام توان خروجی باتری برابر است با:

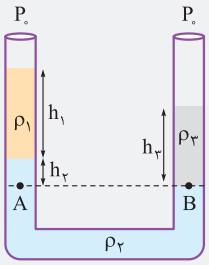
$$P_{\text{باتری}} = \varepsilon I - rI^2 = 12\times 1/5 - 2\times (1/5)^2 = 18 - 4/5 = 13/5\ W$$

گام توان خروجی باتری برابر با مجموع توان مصرفی دو مقاومت است؛ بنابراین:

$$P_{\text{باتری}} = P_{9\Omega} + P_R \Rightarrow 13/5 = 9 + P_R \Rightarrow P_R = 4/5\ W$$

۵۶- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ **اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز:**



در نقطه‌های هم‌تراز یک مایع ساکن، فشار یکسان است و به شکل ظرف بستگی ندارد. برای مثال، در شکل مقابل، نقاط A و B هم‌ترازند و درون یک مایع ساکن قرار دارند؛ بنابراین فشار این دو نقطه با هم برابر است:

$$P_A = P_B$$

$$\Rightarrow \cancel{P_0} + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = \cancel{P_0} + \rho_3 g h_3$$

$$\Rightarrow \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 = \rho_3 h_3$$

◇ توجه داشته باشید که در این رابطه، فقط یکسان‌بودن یکاها در دو طرف تساوی مهم است.

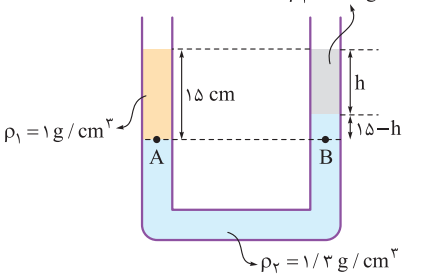
۲ **چگالی:**

$$\rho = \frac{m \rightarrow \text{جرم جسم}}{V \rightarrow \text{حجم جسم}}$$

۳ اگر چند مادهٔ مختلف با چگالی و حجم متفاوت را با هم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط آن از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \cdots}{V_1 + V_2 + \cdots}$$

گام روش ابتدا مطابق شکل، مایع مخلوط‌نشدنی (ρ_2) را در شاخهٔ راست می‌ریزیم تا سطح آزاد مایع در دو لوله در یک سطح باشد. در این حالت، اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز را برای نقطه‌های A و B می‌نویسیم:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 + \rho_3 h_3 \Rightarrow \rho_1\times 15 = \rho_2(15-h) + \rho_3\times h$$

$$\Rightarrow 1\times 15 = 1/3\times(15-h) + 0/8h$$

$$\Rightarrow (1/3 - 0/8)h = 15(1/3 - 1) \Rightarrow 0/5h = 4/5 \Rightarrow h = 9\ cm$$

روش از آن‌جا که فشار در نقاط هم‌تراز A و B یکسان و ارتفاع مایع‌های قرارگرفته بالای این دو نقطه نیز یکسان است، می‌توان گفت چگالی مخلوط h سانتی‌متر مکعب از مایع با چگالی ۰/۸ g/cm۳ و (۱۵ − h) سانتی‌متر مکعب از مایع با چگالی ρ_2 برابر با چگالی مایع ρ_1 است. به زبان ریاضی:

$$\rho_1 = \frac{\rho_2 V_2 + \rho_3 V_3}{V_2 + V_3} \xrightarrow[V_2 = A(15-h) = (15-h)]{V_3 = Ah = 1\times h = h} 1 = \frac{1/3\times(15-h) + 0/8\times h}{15}$$

$$\Rightarrow 15 = 19/5 - 1/3h + 0/8h \Rightarrow 0/5h = 4/5 \Rightarrow h = 9\ cm$$

گام طراح، حجم مایع ریخته‌شده را می‌خواهد؛ بنابراین:

$$V = Ah = 1\ cm^2\times 9\ cm = 9\ cm^3$$

۵۷- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ انرژی جنبشی جسمی به جرم m و تندی v از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

۲ کار نیروی وزن جسم برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم است:

$$W_{mg} = -\Delta U = -mg\Delta h$$

در رابطهٔ بالا، اگر جسم از سطح زمین دور شود، $\Delta h > 0$ و اگر جسم به سطح زمین نزدیک شود، $\Delta h < 0$ است.

۳ **قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی:** کار کل انجام‌شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_2 - K_1$$

◇ رابطهٔ بالا برای هر نوع مسیری برقرار است.

◇ انرژی جنبشی در آغاز و پایان هر مسیر مهم است و این‌که در طول مسیر انرژی جنبشی چگونه تغییر کرده است، اهمیتی ندارد.

۴ انرژی مکانیکی جسم برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل جسم است:

$$E = K + U$$

۵ **قانون پایستگی انرژی:** کار نیروهای اتلافی مانند اصطکاک و مقاومت هوا برابر با تغییر انرژی مکانیکی است:

$$W_f = \Delta E = \Delta K + \Delta U$$

گام کار نیروی وزن برابر است با:

$$W_{mg} = -\Delta U = -mg\Delta h = -۰/۵ \times ۱۰ \times (-۰/۸) = ۴\ J$$

گام کار نیروی اصطکاک را می‌خواهیم:

روش قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: دو نیروی وزن و اصطکاک روی جسم کار انجام می‌دهند؛ پس:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = \Delta K$$

$$\Rightarrow ۴ + W_{f_k} = \frac{۱}{۲} \times ۰/۵ \times (۳^۲ - ۰^۲) \Rightarrow W_{f_k} = -۱/۷۵\ J$$

روش قانون پایستگی انرژی: همان روش اول است، ولی با بیانی دیگر.

$$W_{f_k} = \Delta K + \Delta U = \frac{۱}{۲} m(v_۲^۲ - v_۱^۲) + mg\Delta h$$

$$= \frac{۱}{۲} \times ۰/۵ \times (۳^۲ - ۰^۲) + ۰/۵ \times ۱۰ \times (۰ - ۰/۸) = ۲/۲۵ - ۴ = -۱/۷۵\ J$$

۵۸- گزینه ۴

روش قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: دو نیروی وزن و مقاومت هوا روی جسم کار انجام می‌دهند؛ بنابراین:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{f_D} = \Delta K \Rightarrow -mg\Delta h + W_{f_D} = \frac{۱}{۲} m(v^۲ - v_۰^۲)$$

$$\xrightarrow{W_{f_D} = -\frac{۱}{۸}K_۰} -m \times ۱۰ \times (۳-۲) + (-\frac{۱}{۸} \times \frac{۱}{۲} m \times (۸)^۲) = \frac{۱}{۲} m (v^۲ - ۸^۲)$$

$$\Rightarrow ۲ \times (-۱۰ - ۴) = v^۲ - ۸^۲ \Rightarrow v^۲ = ۶۴ - ۲۸ = ۳۶ \xrightarrow{\text{جذر}} v = ۶\ m/s$$

روش قانون پایستگی انرژی: $W_{f_D} = \Delta K + \Delta U$

$$\Rightarrow -\frac{۱}{۸}(\frac{۱}{۲} m v_۰^۲) = \frac{۱}{۲} m (v^۲ - v_۰^۲) + mg\Delta h$$

$$\Rightarrow -\frac{۱}{۸} \times \frac{۱}{۲} \times (۸)^۲ = \frac{۱}{۲}(v^۲ - ۸^۲) + ۱۰ \times (۳-۲) \Rightarrow -۴ - ۱۰ = \frac{۱}{۲}(v^۲ - ۶۴)$$

$$\Rightarrow v^۲ = ۶۴ - ۲۸ = ۳۶ \xrightarrow{\text{جذر}} v = ۶\ m/s$$

۵۹- گزینه ۲

درس‌نامه رابطهٔ انبساط طولی:

طول اولیه — افزایش طول

$$\Delta L = L_۱ \alpha \Delta T \rightarrow \text{افزایش دما برحسب } K \text{ یا } ^\circ C$$

ضریب انبساط طولی برحسب $\frac{۱}{K}$ یا $\frac{۱}{^\circ C}$

با توجه به داده‌های تست، ضریب انبساط طولی مس، بیشتر از آهن است؛ بنابراین از آن‌جا که طول اولیهٔ دو میله برابر است، با افزایش یکسان دمای میله‌ها، افزایش طول میلهٔ مسی (Cu) بیشتر از افزایش طول میلهٔ آهنی (Fe) خواهد شد؛ با این حساب برای این‌که اختلاف طول میله‌ها $۰/۳\ mm$ شود، باید افزایش طول میلهٔ مسی $۰/۳\ mm$ بیشتر از افزایش طول میلهٔ آهنی باشد؛ یعنی:

$$\Delta L_{Cu} - \Delta L_{Fe} = ۰/۳\ mm$$

$$\xrightarrow{\Delta L = L_۱ \alpha \Delta T} L_۱ \alpha_{Cu} \Delta T - L_۱ \alpha_{Fe} \Delta T = ۰/۳\ mm$$

$$\Rightarrow ۰/۵ \times ۱۰^۳ \times (۱/۸ - ۱/۲) \times ۱۰^{-۵} \times \Delta T = ۰/۳$$

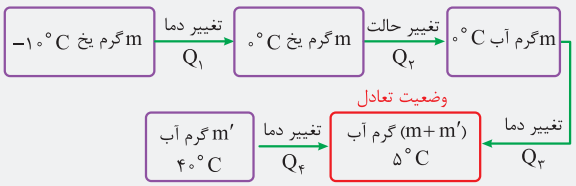
$$\Rightarrow ۰/۳ \times ۱۰^{-۲} \Delta T = ۰/۳ \Rightarrow \Delta T = ۱۰۰^\circ C$$

۶۰- گزینه ۴

استراتژی در تست‌های تعادلی که وضعیت تعادل مجموعه (وضعیت نهایی اجسام) معلوم است، برای محاسبهٔ خواستهٔ تست:

۱ طرحوارهٔ گرمایی مربوط به فرایند را رسم می‌کنیم و تغییر حالت‌ها و تغییر دماهای مربوط به اجسام را تا رسیدن به وضعیت تعادل، مرحله‌به‌مرحله مشخص می‌کنیم:

برای مثال m گرم یخ $-۱۰^\circ C$ و m' گرم آب $۴۰^\circ C$ با هم مخلوط می‌شوند و دمای تعادل برابر $۵^\circ C$ است. طرحوارهٔ گرمایی این فرایند به صورت زیر است:



۲ مجموع گرماهای مبادله‌شده در هر یک از مراحل را برابر صفر قرار می‌دهیم. (قانون پایستگی انرژی) به زبان ریاضی:

$$Q_۱ + Q_۲ + Q_۳ + Q_۴ = ۰$$

درس‌نامه ۱ گرمای لازم برای تغییر دما:

جرم جسم — دمای ثانویه — دمای اولیه

$$Q = mc(\theta_۲ - \theta_۱)$$

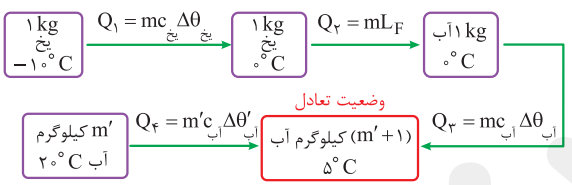
گرمای ویژهٔ جسم

۲ گرمای لازم برای تغییر حالت از جامد به مایع:

$$Q_F = mL_F \rightarrow \text{گرمای نهان ذوب جسم}$$

جرم جسم

گام طرحوارهٔ گرمایی فرایند را رسم می‌کنیم:



گام با توجه به طرحواره، مجموع گرماها را برابر صفر قرار می‌دهیم تا m' به دست آید:

$$Q_۱ + Q_۲ + Q_۳ + Q_۴ = ۰$$

$$\Rightarrow mc_{\text{یخ}}\Delta\theta_{\text{یخ}} + mL_F + mc_{\text{آب}}\Delta\theta_{\text{آب}} + m'c_{\text{آب}}\Delta\theta'_{\text{آب}} = ۰$$

$$\Rightarrow ۱ \times ۲۱۰۰ \times (۰ - (-۱۰)) + ۱ \times ۳۳۶۰۰۰ + ۱ \times ۴۲۰۰ \times (۵ - ۰)$$

$$+ m' \times ۴۲۰۰ \times (۵ - ۲۰) = ۰ \Rightarrow ۲۱۰۰ \times (۱۰ + ۱۶۰ + ۱۰ - ۳۰m') = ۰$$

$$\Rightarrow ۱۸۰ - ۳۰m' = ۰ \Rightarrow ۱۸۰ = ۳۰m' \Rightarrow m' = ۶\ kg$$

تیزبازی برای تسریع در محاسبات می‌توانیم از ضرایب $c_{\text{آب}} = ۱\frac{cal}{g.K}$، $L_F = ۸۰ cal/g$ و $c_{\text{یخ}} = \frac{۱}{۲}\frac{cal}{g.K}$ استفاده کنیم. بر این اساس:

$$۱ \times \frac{۱}{۲} \times ۱۰ + ۱ \times ۸۰ + ۱ \times ۱ \times ۵ + m' \times ۱ \times (-۱۵) = ۰$$

$$\Rightarrow ۵ + ۸۰ + ۵ = ۱۵m' \Rightarrow m' = \frac{۹۰}{۱۵} = ۶\ kg$$

شیمی

۶۱- گزینه ۱

شفاف‌سازی آرایش الکترونی عنصرها در ۴ دورهٔ اول، به زیرلایهٔ ns یا np ختم می‌شود؛ پس سؤال داره می‌گه که آرایش الکترونی چند عنصر به $ns^۱$ یا $np^۱$ ختم می‌شود.

در دوره‌های اول تا چهارم جدول تناوبی، زیرلایه‌های ۱s تا ۴p از الکترون اشغال می‌شوند. در این چهار دوره، زیرلایه‌های ۱s، ۲s، ۲p، ۳s، ۳p، ۴s و ۴p می‌توانند **بیرونی‌ترین زیرلایه**

به حساب آیند. می‌خواهیم این زیرلایه‌ها تنها دارای ۱ الکترون باشند:

$$۹\ \text{عنصر} \rightarrow \underset{{}_{1}H}{1s^1},\underset{{}_{3}Li}{2s^1},\underset{{}_{5}B}{2p^1},\underset{{}_{11}Na}{3s^1},\underset{{}_{13}Al}{3p^1},\underset{{}_{19}K}{4s^1},\underset{{}_{24}Cr}{4s^1},\underset{{}_{29}Cu}{4s^1},\underset{{}_{31}Ga}{4p^1}$$

مشاوره بهتر بود طراح محترم در جمله‌بندی سؤال به جای آخرین زیرلایهٔ اشغال‌شده، از عبارت بیرونی‌ترین زیرلایهٔ اشغال‌شده استفاده می‌کرد. اگر طراح *منظورش* آخرین زیرلایهٔ اشغال‌شده *باشه*، در عناصر دستهٔ d دورهٔ چهارم، زیرلایهٔ ۳d، آخرین زیرلایهٔ اشغال‌شده می‌باشد که در این صورت تعداد عنصرهای مورد نظر ۸تا می‌شد (از عناصر دستهٔ d فقط $3d^1 4s^2$ شرایط مورد نظر سؤال را خواهد داشت) که *تو گزینه‌ها نیست! پس با یه نگاه به گزینه‌ها می‌شه فهمید که طراح منظورش بیرونی‌ترین زیرلایه بوده*. در این حالت در میان عناصر دستهٔ d، ۲ عنصر $(\underbrace{[{}_{18}Ar]3d^{10}4s^1}_{{}_{29}Cu}، \underbrace{[{}_{18}Ar]3d^5 4s^1}_{{}_{24}Cr})$ شرایط مورد نظر را دارند و پاسخ *می‌شه* ۹ عنصر.

۶۲- گزینه ۴

گام ابتدا باید حجم هگزان را به مول آن تبدیل کنیم:

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$۴۰\,L\,C_6H_{14} \times \frac{۰/۶۴۵\,g\,C_6H_{14}}{۱\,L\,C_6H_{14}} \times \frac{۱\,mol\,C_6H_{14}}{۸۶\,g\,C_6H_{14}} = ۰/۳\,mol\,C_6H_{14}$$

روش استفاده از فرمول:

$$\text{مول} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} = \frac{\text{حجم} \times \text{چگالی}}{\text{جرم مولی}} = \frac{\overset{۰/۰۱۵}{۰/۶۴۵} \times ۴۰}{\underset{۲}{۸۶}} = ۰/۳$$

گام *حالا بریم سراغ* واکنش سوختن هگزان: $C_6H_{14} + \frac{19}{2}O_2 \rightarrow 6CO_2 + 7H_2O$

$$C_6H_{14} \sim \frac{19}{2}O_2$$

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}_{C_6H_{14}}} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}_{O_2}} \Rightarrow \frac{۰/۳}{۱} = \frac{x}{\frac{19}{2}} \Rightarrow x = \frac{19}{2} \times ۰/۳ = \frac{57}{20} = ۲/۸۵\,mol\,O_2$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$۰/۳\,mol\,C_6H_{14} \times \frac{\frac{19}{2}\,mol\,O_2}{۱\,mol\,C_6H_{14}} = \frac{57}{20} = ۲/۸۵\,mol\,O_2$$

تیزبازی با توجه به گزینه‌ها، مول هگزان یا ۰/۳ است یا ۰/۶. همچنین در قسمت دوم گزینه‌ها، اعداد دو برابر هم نیستند ($۲/۸۵ \neq ۲ \times ۱/۵۶$)؛ پس می‌شه بدون حل‌کردن قسمت اول سؤال، با استفاده از هم‌ارزی ($C_6H_{14} \sim \frac{19}{2}O_2$) به جواب رسید:

O_2 مول $= ۰/۳ \times \frac{19}{2} = ۲/۸۵$ ✓

O_2 مول $= ۰/۶ \times \frac{19}{2} = ۵/۷$ ✗ در گزینه‌ها نیست.

۶۳- گزینه ۳

درس‌نامه نام‌گذاری ترکیب‌های یونی و مولکولی:

۱. ترکیب‌های یونی: ترکیب‌های یونی اغلب از واکنش بین فلزها و نافلزها و یا یون‌های چندتایی به وجود می‌آیند. برای نام‌گذاری این ترکیب‌ها به صورت زیر عمل می‌کنیم:

«نام کاتیون و بار کاتیون با اعداد رومی در صورت لزوم + نام آنیون»

◇ فقط برای فلزهایی که بیش از یک نوع کاتیون پایدار دارند (مانند V، Cr، Mn، Fe، Co و Cu)، باید بار کاتیون با اعداد رومی داخل پرانتز نوشته شود.

مثال: MgO ← منیزیم اکسید Cr_2S_3 ← کروم (III) سولفید

◇ مهم‌ترین یون‌های چندتایی که شما باید بلد باشین، در جدول زیر آورده شده:

نام یون	فرمول یون	نام یون	فرمول یون
آمونیوم	NH_4^+	پرمنگنات	MnO_4^-
هیدروکسید	OH^-	کربنات	CO_3^{2-}
نیترات	NO_3^-	هیدروژن کربنات	HCO_3^-
متانوات (فورمات)	$HCOO^-$	سولفات	SO_4^{2-}
اتانوات (استات)	CH_3COO^-	فسفات	PO_4^{3-}
		سیلیکات	SiO_4^{4-}

مثال: $(NH_4)_2SO_4$ ← آمونیوم سولفات

۲. ترکیب‌های مولکولی: ترکیب‌های مولکولی اغلب از واکنش دو نافلز به وجود می‌آیند:

نام ترکیب‌های مولکولی از دو بخش، به صورت زیر، تشکیل شده است:

«پیشوند یونانی (زیروند نافلز سمت چپ) + نام نافلز سمت چپ (بخش اول) + پیشوند یونانی (زیروند نافلز سمت راست) + نام نافلز سمت راست یا ریشهٔ آن + ید» (بخش دوم)

پیشوندهای یونانی، زیروند اتم‌ها یا همان تعداد آن‌ها را در فرمول مولکولی ترکیب مشخص می‌کنند.

پیشوند	تعداد	پیشوند	تعداد
مونو	۱	تترا	۴
دی	۲	پنتا	۵
تری	۳	هگزا	۶

مثال: N_2O_4 : دی‌نیتروژن تتراکسید ⇐ N_2O_4

دی‌نیتروژن تتراکسید

◇ دقت کنید که اگر در فرمول مولکولی یک ترکیب، تنها یک اتم از عنصر سمت چپ وجود داشته باشد، پیشوند «مونو» را برای آن به کار نمی‌بریم.

مثال: NO_2 ← نام درست: نیتروژن دی‌اکسید

نام غلط: ~~مونو~~نیتروژن دی‌اکسید

دقت کنید که در نام ترکیب‌های یونی، برخلاف ترکیب‌های مولکولی، از پیشوند برای مشخص‌کردن تعداد یون‌ها، استفاده نمی‌شود.

نام ترکیب‌های CuCl، FeO و $Al_2(CO_3)_3$ درست است.

بررسی موارد نادرست:

◇ ZnF_2 : روی فلوئورید (برای ترکیب‌های یونی از پیشوندهای نشان‌دهندهٔ شمار اتم‌های عناصر (مونو، دی، تری و ...) استفاده نمی‌شود.)

◇ N_2O_3 : دی‌نیتروژن تری‌اکسید

◇ ScP: اسکاندیم فسفید (اسکاندیم فقط یک نوع کاتیون پایدار تشکیل می‌دهد و نباید برای آن از اعداد رومی استفاده کرد.)

۶۴- گزینه ۲

نکته عدد کوانتومی فرعی (l) هر الکترون، با توجه به نوع زیرلایه‌ای که در آن قرار دارد، به صورت زیر مشخص می‌شود:

زیرلایه	s	p	d	f
عدد کوانتومی فرعی (l)	۰	۱	۲	۳

به‌جز عبارت اول، بقیهٔ عبارت‌ها درست‌اند.

عددهای کوانتومی $n=3$ و $l=2$ مربوط به زیرلایهٔ $3d$ و عدد کوانتومی $l=0$ مربوط به زیرلایه‌های s است؛ بنابراین آرایش الکترونی عنصر مورد نظر به صورت زیر است:

$$X: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^1 \Rightarrow {}_{29}Cu$$

بررسی عبارت‌ها:

◇ ${}_{29}Cu$ در گروه ۱۱ جدول تناوبی قرار دارد. (در عناصر دستهٔ d، شمارهٔ گروه برابر است با مجموع الکترون‌ها در زیرلایه‌های ns و $(n-1)d$.)

◇ *به!* کاملاً درست است.

◇ در اتم هر دو عنصر ${}_{29}Cu$ و ${}_{22}Ti$، ۱۲ الکترون با $l=1$ $(2p^6 3p^6)$ وجود دارد.

◇ در بیرونی‌ترین (خارجی‌ترین) زیرلایهٔ اشغال‌شدهٔ ${}_{29}Cu$، ۱ الکترون وجود دارد. عنصر ۲۱ جدول تناوبی $({}_{21}Sc: [{}_{18}Ar]\, 3d^1 4s^2)$، دارای ۳ الکترون ظرفیتی است. پس نسبتشون می‌شه $\frac{1}{3}$.

مشاوره با توجه به پاسخ‌نامهٔ کلیدی سازمان سنجش، عبارت چهارم درست بوده و منظور طراح از آخرین زیرلایهٔ اشغال‌شدهٔ اتم ${}_{29}Cu$، خارجی‌ترین زیرلایهٔ اشغال‌شدهٔ این اتم بوده است! چی بگیم؟!

۶۵- گزینه ۳

به‌جز «پایداری»، بقیهٔ موارد جملهٔ داده‌شده را به درستی کامل می‌کنند.



شمار الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در ساختار O_3 بیشتر از O_2 است. مولکول اوزون واکنش‌پذیری بیشتر و در نتیجه پایداری کم‌تری نسبت به مولکول اکسیژن دارد. هم‌چنین مولکول اوزون برخلاف اکسیژن، قطبی بوده و گشتاور دوقطبی آن بزرگ‌تر از صفر است.

نکته در جدول زیر، برخی از ویژگی‌های O_2 و O_3 با هم مقایسه شده‌اند:

ویژگی / آلوتروپ	O_2	O_3
ساختار لوویس		
شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی	۴	۶
شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی	۲	۳
نسبت شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی	$\frac{4}{2}=2$	$\frac{6}{3}=2$
رنگ در حالت مایع	آبی روشن	آبی تیره
نقطهٔ جوش	$-183\,^\circ C$ (کم‌تر)	$-112\,^\circ C$ (بیشتر)
واکنش‌پذیری	کم‌تر	بیشتر
پایداری	بیشتر	کم‌تر
گشتاور دوقطبی	صفر	بزرگ‌تر از صفر

۶۶- گزینه ۳

آلکان‌ها ناقطبی‌اند و می‌توانند بافت‌های چربی موجود در پوست را در خود حل کرده و به مرور به آن آسیب برسانند.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) آلکان‌ها تمایل چندانی به انجام واکنش ندارند، به همین دلیل میزان سمی‌بودن آن‌ها کم است. ۲) آلکان‌ها برخلاف آلکن‌ها، تمایل چندانی به انجام واکنش ندارند. ۴) *درسته* که آلکان‌ها واکنش‌پذیری کمی دارند، اما با برداشتن بنزین از باک خودرو با شلنگ، بخارهای بنزین وارد شش‌ها شده، از انتقال گازهای تنفسی در شش‌ها جلوگیری می‌کند و نفس‌کشیدن دشوار می‌شود.

۶۷- گزینه ۲

نکته با مشخص‌شدن جایگاه یک عنصر در جدول تناوبی، موارد زیر برای آن مشخص می‌شود:

- شمارهٔ گروه
- شمارهٔ دوره
- عدد اتمی
- شمار پروتون‌ها و الکترون‌ها
- تعداد زیرلایه‌ها و لایه‌های الکترونی اشغال‌شده
- تعداد الکترون‌ها در آخرین زیرلایه و لایه
- تعداد الکترون‌های ظرفیتی
- نوع دستهٔ عنصر (s، p، d و f)
- اصلی یا واسطه بودن عنصر

با مشخص‌شدن جایگاه یک عنصر در جدول تناوبی، شمارهٔ گروه، شمارهٔ دوره، عدد اتمی و در نتیجه شمار پروتون‌ها و الکترون‌ها و هم‌چنین آرایش الکترونی و زیرلایهٔ در حال پرشدن اتم آن مشخص می‌شود. اما با فهمیدن جایگاه یک عنصر در جدول نمی‌توان به شمار ایزوتوپ‌ها، عدد جرمی و شمار نوترون‌های اتم آن پی برد.

نکته در جدول دوره‌ای، جرم اتمی میانگین عنصر نوشته می‌شود و به ایزوتوپ‌های عنصر، عدد جرمی (مجموع شمار پروتون‌ها و نوترون‌ها) و شمار نوترون‌های آن‌ها اشاره‌ای نمی‌شود.

۶۸- گزینه ۱

استراتژی اول به کمک مول اتین، مول و حجم گاز هیدروژن رو حساب کن. بعدش از مقدار گاز هیدروژن، جرم Zn واکنش‌داده با هیدروکلریک اسید رو به دست بیار و در آخر، درصد جرمی مس در آلیاژ رو حساب کن و تمام!

نکته ۱) فلزهایی مانند مس، نقره، پلاتین و طلا، با محلول هیدروکلریک اسید واکنش نمی‌دهند. ۲) از واکنش فلزهایی مانند آهن، روی و منیزیم با محلول هیدروکلریک اسید، کلرید فلز و گاز هیدروژن تولید می‌شود. ۳) هر مول آلکن (C_nH_{2n}) با ۱ مول گاز هیدروژن و هر مول آلکین (C_nH_{2n-2}) با ۲ مول گاز هیدروژن به طور کامل واکنش داده و به آلکان تبدیل می‌شود.

مس موجود در آلیاژ با هیدروکلریک اسید واکنش نمی‌دهد. واکنش فلز روی با هیدروکلریک اسید به صورت مقابل است:

$$Zn(s)+2HCl(aq) \rightarrow ZnCl_2(aq)+H_2(g)$$

گام ۱ ابتدا حجم گاز H_2 را حساب می‌کنیم. هر مول اتین (C_2H_2) در واکنش با ۲ مول گاز هیدروژن، به ۱ مول اتان تبدیل می‌شود:

$$C_2H_2(g)+2H_2(g) \rightarrow C_2H_6(g)$$

بنابراین برای تبدیل ۰/۱ مول اتین به اتان، به ۰/۲ مول گاز هیدروژن نیاز است که این مقدار گاز هیدروژن، در واکنش فلز روی با هیدروکلریک اسید تولید شده است:

$$0/2\,mol\,H_2 \times \frac{22/4\,L\,H_2}{1\,mol\,H_2} = 4/48\,L\,H_2$$

گام ۲ از مول H_2 تولیدشده، می‌توان به جرم Zn موجود در آلیاژ رسید.

$$0/2\,mol\,H_2 \times \frac{1\,mol\,Zn}{1\,mol\,H_2} \times \frac{65\,g\,Zn}{1\,mol\,Zn} = 13\,g\,Zn$$

گام ۳ محاسبهٔ درصد جرمی مس در آلیاژ:

$$\text{جرم Zn} - \text{جرم آلیاژ} = \text{جرم Cu موجود در آلیاژ} \quad 40-13=27\,g$$

$$\text{درصد جرمی Cu در آلیاژ} = \frac{\text{جرم Cu}}{\text{جرم آلیاژ}} \times 100 = \frac{27}{40} \times 100 = \frac{27\times 5}{2} = \frac{135}{2} = 67/5$$

۶۹- گزینه ۳

عبارت‌های دوم و سوم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

◇ $S=-0/2\theta+35 \xrightarrow{\theta=60} S=-0/2(60)+35=23\,g$

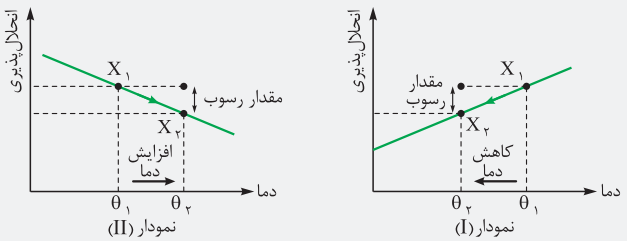
◇ در دمای $50\,^\circ C$، انحلال‌پذیری نمک برابر با ۲۵ گرم است:

$$S=-0/2(50)+35=25$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{25}{25+100} \times 100 = 20$$

◇ شیب نمودار انحلال‌پذیری نمک مورد نظر منفی است و مانند لیتیم سولفات، انحلال‌پذیری آن در آب با افزایش دما، کاهش می‌یابد.

نکته اگر نمودار انحلال‌پذیری نمکی صعودی باشد (نمودار (I))، با کاهش دمای محلول آن، رسوب تشکیل می‌شود و اگر نمودار انحلال‌پذیری نمکی، نزولی باشد (نمودار (II))، با افزایش دمای محلول آن، رسوب تشکیل خواهد شد.



با توجه به این‌که با افزایش دما، انحلال‌پذیری نمک مورد نظر کاهش می‌یابد، برای تشکیل رسوب، باید محلول آن را گرم کنیم. با سردکردن محلول این نمک، رسوبی تشکیل نمی‌شود.

۷۰- گزینه ۲

نکته ۱ مقایسهٔ انحلال‌پذیری گازهای CO_2، N_2، O_2 و NO به صورت زیر است:

مقایسهٔ انحلال‌پذیری در آب: $CO_2 > NO > O_2 > N_2$

- CO_2: مولکول ناقطبی که با آب واکنش می‌دهد.
- NO: مولکول قطبی
- O_2: مولکول ناقطبی با جرم مولی بیشتر
- N_2: مولکول ناقطبی با جرم مولی کم‌تر

۲ با افزایش فشار، انحلال‌پذیری گازها در آب، افزایش و با افزایش دما، انحلال‌پذیری گازها در آب، کاهش می‌یابد.

۳ با افزایش مقداری نمک به آب، انحلال‌پذیری گازها در آب کاهش می‌یابد.

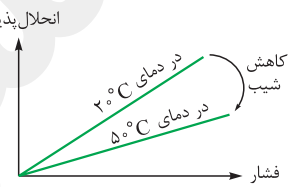
عبارت‌های اول، چهارم و پنجم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: ◆ به دلیل واکنش CO_2 با آب، انحلال‌پذیری CO_2 در شرایط یکسان، از انحلال‌پذیری NO بیشتر است. در فشار ۳ atm، انحلال‌پذیری NO کم‌تر از ۰/۰۳ گرم است؛ بنابراین انحلال‌پذیری CO_2 می‌تواند برابر ۰/۰۳ گرم باشد.

◆ با توجه به نمودار، در فشار ۶ atm، انحلال‌پذیری گاز N_2 در آب کم‌تر از ۰/۰۲ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. با افزایش نمک به آب، انحلال‌پذیری گازها کاهش می‌یابد؛ بنابراین در فشار ۶ atm، انحلال‌پذیری N_2 در آب شور، قطعاً کم‌تر از ۰/۰۲ گرم است.

◆ با توجه به نمودار داده‌شده، در فشار ۵ atm، انحلال‌پذیری O_2 حدود ۰/۰۲ گرم و انحلال‌پذیری NO کم‌تر از ۰/۰۴ گرم است؛ بنابراین تفاوت انحلال‌پذیری این دو گاز کم‌تر از ۰/۰۲ گرم می‌باشد.

◆ با افزایش دما (از ۲۰°C تا ۵۰°C)، انحلال‌پذیری گازها در آب کاهش می‌یابد. از طرفی نمودار انحلال‌پذیری ـ فشار برای گازها در هر دمایی از نقطهٔ (۰،۰) عبور می‌کند (در فشار صفر اتمسفر، گازی وجود ندارد.)؛ بنابراین شیب نمودارها در دمای بالاتر، کم‌تر است.



◆ انحلال‌پذیری O_2 در فشار ۴ atm کمی کم‌تر از ۰/۰۲ گرم است. از طرفی شیب تغییرات انحلال‌پذیری گاز X_2 بیشتر است؛ پس نمودار آن بالاتر از O_2 قرار دارد؛ در نتیجه انحلال‌پذیری آن می‌تواند برابر ۰/۰۲ گرم در فشار ۴ atm باشد.

۷۱- گزینه ۴

استراتژی با داشتن حجم و چگالی آب استخر، می‌تونی جرم آن (جرم محلول) رو به دست بیاری. با توجه به داشتن غلظت ppm کلر، می‌تونی از مفهوم ppm یا فرمول اون استفاده کنی و جرم گاز کلر رو به دست بیاری. قسمت دوم سؤال هم که یک استوکیومتری ساده‌ست، با توجه به واکنش برقکافت $MgCl_2$، از روی مقدار جرم Cl_2 باید به جرم $MgCl_2$ مصرفی برسی.

روش برای قسمت اول سؤال، با توجه به این‌که در هر 10^6 گرم آب استخر، ۱/۲ گرم کلر وجود دارد، خواهیم داشت:

$$۸۵۲\ m^3\text{آب} \times \frac{۱۰۰۰\ L\text{آب}}{۱\ m^3\text{آب}} \times \frac{۱\ kg\text{آب}}{۱\ L\text{آب}} \times \frac{۱۰۰۰\ g\text{آب}}{۱\ kg\text{آب}} \times \frac{۱/۲\ g\,Cl_2}{10^6\ g\text{آب}} = ۱۰۲۲/۴\ g\,Cl_2$$

روش استفاده از فرمول:

$$\text{جرم آب} = \text{حجم آب} \times \text{چگالی آب} = ۸۵۲\times10^3\ L \times ۱\frac{kg}{L} = ۸۵۲۰۰۰\ kg$$

$$\text{جرم کلر} = ۱۰۲۲/۴\ g \Rightarrow ۱/۲ = \frac{\text{جرم کلر}}{۸۵۲\times10^6}\times10^6 \Rightarrow ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}}\times10^6$$

می‌خواهیم ۱۰۲۲/۴ گرم گاز کلر را از برقکافت منیزیم کلرید مذاب تهیه کنیم:

$$MgCl_2(l) \rightarrow Mg(l) + Cl_2(g)$$

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{MgCl_2}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{Cl_2}} \Rightarrow \frac{x}{۱\times۹۵} = \frac{۱۰۲۲/۴}{۱\times۷۱}$$

$$\Rightarrow x = \frac{۱۰۲۲/۴\times۹۵}{۷۱}\ g = \frac{۱۰۲۲۴\times۹۵\times10^{-۴}}{۷۱}\ kg = ۱/۳۶۸\ kg$$

تیزبازی (تکنیک محاسباتی): نیازی به محاسبهٔ کامل نیست. با توجه به گزینه‌ها، جواب قسمت دوم، ۱/۳۶۸ یا ۲/۳۶۸ گرم است. با توجه به این‌که $\frac{۹۵}{۷۱}$ خیلی کم‌تر از ۲ است، جواب نهایی قطعاً کم‌تر از ۲ خواهد بود و نمی‌تواند ۲/۳۶۸ باشد.

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$۱۰۲۲/۴\ g\,Cl_2 \times \frac{۱\ mol\,Cl_2}{۷۱\ g\,Cl_2} \times \frac{۱\ mol\,MgCl_2}{۱\ mol\,Cl_2} \times \frac{۹۵\ g\,MgCl_2}{۱\ mol\,MgCl_2} \times \frac{۱\ kg}{۱۰۰۰\ g}$$

$$= ۱/۳۶۸\ kg\,MgCl_2$$

۷۲- گزینه ۳

نکته روند تغییر واکنش‌پذیری عنصرهای فلزی و نافلزی با افزایش عدد اتمی، عکس یکدیگر است.

در یک دوره از چپ به راست:
- شعاع اتمی عنصرها، کاهش می‌یابد.
- خصلت فلزی و واکنش‌پذیری فلزها، کاهش می‌یابد.
- خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری نافلزها، افزایش می‌یابد.

در یک گروه از بالا به پایین:
- شعاع اتمی عنصرها، افزایش می‌یابد.
- خصلت فلزی و واکنش‌پذیری فلزها، افزایش می‌یابد.
- خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری نافلزها، کاهش می‌یابد.

به‌جز عبارت سوم، بقیهٔ عبارت‌ها درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

◆ در یک دوره از چپ به راست خصلت نافلزی عنصرها افزایش می‌یابد؛ بنابراین عنصرهای گروه ۱۶، خاصیت نافلزی بیشتری نسبت به عنصرهای گروه ۱۴ دارند.

◆ گروه ۲ شامل فلزهای قلیایی خاکی است که با افزایش عدد اتمی، واکنش‌پذیری آن‌ها افزایش می‌یابد، اما گروه ۱۷ شامل هالوژن‌ها (قوی‌ترین نافلزها) است که با افزایش عدد اتمی، واکنش‌پذیری آن‌ها کاهش می‌یابد.

◆ فلزهای قلیایی در مقایسه با سایر فلزهای هم‌دورهٔ خود، واکنش‌پذیری بیشتری دارند. واکنش‌پذیری بیشتر هم یعنی پایداری کم‌تر!

◆ در اتم $^{۸۴}_{۳۶}A$، ۳۶ الکترون و ۴۸ نوترون (۸۴ − ۳۶ = ۴۸) وجود دارد؛ بنابراین تفاوت شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها در آن برابر با ۱۲ = ۳۶ − ۴۸ است؛ یعنی برابر با عدد اتمی عنصر دورهٔ سوم از گروه ۲ یعنی $_{۱۲}Mg$!

◆ عنصر M با عدد اتمی ۲۹، همان فلز مس است که در گروه ۱۱ قرار دارد و دارای دو نوع کاتیون پایدار Cu^+ و Cu^{2+} می‌باشد. $_{۲۹}Cu : [_{۱۸}Ar]\,۳d^{۱۰}۴s^{۱} \Rightarrow$ گروه ۱۱

۷۳- گزینه ۴

استراتژی ابتدا با توجه به شمار یون‌های موجود در سدیم نیترید، مول سدیم نیترید را به دست بیار. با نوشتن واکنش سدیم نیترید با آب و موازنهٔ آن، با استفاده از استوکیومتری واکنش، از مول سدیم نیترید، موارد خواسته‌شده برای فراورده‌های واکنش رو به دست بیار.

گام ۱ فرمول سدیم نیترید را می‌نویسیم و مشخص می‌کنیم که در هر مول از آن، چند مول یون وجود دارد:

در هر مول سدیم نیترید (Na_3N)، ۴ مول یون (۳ مول Na^+ و ۱ مول N^{3-}) وجود دارد؛ بنابراین تعداد مول Na_3N برابر است با:

$$۳/۶۱۲\times۱۰^{۲۴}\text{ یون}\times\frac{۱\text{ mol یون}}{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\text{ یون}}\times\frac{۱\text{ mol }Na_3N}{۴\text{ mol یون}}=۱/۵\text{ mol }Na_3N$$

گام ۲ با توجه به اطلاعات داده‌شده، فراورده‌های واکنش سدیم نیترید با آب، گاز آمونیاک و سدیم هیدروکسید هستند. واکنش را نوشته و موازنه می‌کنیم و از طریق استوکیومتری واکنش، خواسته‌های سؤال را به دست می‌آوریم:

$$Na_3N+۳H_2O\rightarrow NH_3+۳NaOH$$

روش استفاده از کسر تناسب:

$$Na_3N\sim NH_3\sim ۳NaOH$$

$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}=\frac{\text{حجم}}{\text{حجم مولی}\times\text{ضریب}}=\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}$$

(Na_3N در مخرج اول، NH_3 در مخرج دوم، $NaOH$ در مخرج سوم)

$$\Rightarrow\frac{۱/۵}{۱}=\frac{x}{۱\times۲۲/۴}=\frac{x'}{۳\times۴۰}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=۱/۵\times۲۲/۴=\frac{۳}{۲}\times۲۲/۴=۳۳/۶\text{ L }NH_3\\x'=۱/۵\times۳\times۴۰=۱۸۰\text{ g }NaOH\end{cases}$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$NH_3\text{ حجم}:۱/۵\text{ mol }Na_3N\times\frac{۱\text{ mol }NH_3}{۱\text{ mol }Na_3N}\times\frac{۲۲/۴\text{ L }NH_3}{۱\text{ mol }NH_3}=۳۳/۶\text{ L }NH_3$$

$$NaOH\text{ جرم}:۱/۵\text{ mol }Na_3N\times\frac{۳\text{ mol }NaOH}{۱\text{ mol }Na_3N}\times\frac{۴۰\text{ g }NaOH}{۱\text{ mol }NaOH}=۱۸۰\text{ g }NaOH$$

۷۴- گزینه ۱

درس‌نامه روش کسر تناسب برای مسائل چندواکنشی!

در برخی مسائل استوکیومتری، با دو یا چند واکنش مرتبط با هم *سروکار داریم* و مثلاً می‌خواهیم ببینیم به ازای چه نسبت جرمی از واکنش‌دهنده‌ها در واکنش‌های مختلف، مقدار یکسانی از یک فراورده مشخص تولید می‌شود و یا مثلاً می‌خواهیم از فراورده تولیدشده در یک واکنش، به عنوان واکنش‌دهنده در یک واکنش دیگر استفاده کنیم.

برای حل این نوع مسائل به کمک کسر تناسب، کافی است با **ضرب‌کردن معادلهٔ واکنش‌ها در اعداد مشخص، ضریب مادهٔ مشترک در واکنش‌ها را با هم یکسان کنیم** و بین دو مادهٔ اصلی، تناسب برقرار کنیم. *با یه مثال کاملاً دستتون میاد؛*

مثال: اگر گاز هیدروژن حاصل از تجزیهٔ ۰/۰۴ مول آمونیاک را با مقدار کافی گاز اکسیژن واکنش دهیم، چند گرم آب به دست می‌آید؟ ($O=۱۶, N=۱۴, H=۱: g.mol^{-1}$)

$$۲NH_3(g)\rightarrow N_2(g)+۳H_2(g)$$

$$۲H_2(g)+O_2(g)\rightarrow ۲H_2O(l)$$

پاسخ: معادلهٔ اول را در ۲ و معادلهٔ دوم را در ۳ ضرب می‌کنیم تا ضریب H_2 در دو معادله یکسان شود:

$$۴NH_3(g)\rightarrow ۲N_2(g)+۶H_2(g)$$

$$۶H_2(g)+۳O_2(g)\rightarrow ۶H_2O(l)$$

حالا بین آمونیاک که تعداد مول آن داده شده و آب که جرم آن خواسته شده، تناسب برقرار می‌کنیم:

$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}=\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}\Rightarrow\frac{۰/۰۴}{۴}=\frac{x}{۶\times۱۸}\Rightarrow x=۱/۰۸\text{ g }H_2O$$

(NH_3 در مخرج اول، H_2O در مخرج دوم)

معادلهٔ واکنش‌ها به صورت زیر است:

$$I)\ CaCO_3\rightarrow CaO+CO_2$$

$$II)\ C_2H_8+۵O_2\rightarrow ۳CO_2+۴H_2O$$

روش استفاده از کسر تناسب: با توجه به این‌که مقدار CO_2 تولیدشده در دو واکنش برابر است، می‌توانیم با ضرب‌کردن معادلهٔ اول در ۳، ضریب CO_2 (مادهٔ مشترک در دو واکنش) را یکسان کرده و بین $CaCO_3$ و C_2H_8 تناسب برقرار کنیم:

$$I)\ ۳CaCO_3\rightarrow ۳CaO+\boxed{۳CO_2}$$

$$II)\ C_2H_8+۵O_2\rightarrow \boxed{۳CO_2}+۴H_2O$$

$$۳CaCO_3\sim C_2H_8$$

$$\frac{\frac{\text{جرم}\times\frac{\text{بازده درصدی}}{۱۰۰}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{CaCO_3}}}{\underbrace{\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}}_{C_2H_8}}=\frac{\frac{۱۰\times\frac{x}{۱۰۰}}{۳\times۱۰۰}}{\frac{۱}{۱}}=\frac{۰/۰۳}{۱}\Rightarrow x=۹۰$$

روش استفاده از کسر تبدیل: با توجه به معادلهٔ سوختن کامل پروپان، به ازای سوختن ۰/۰۳ مول پروپان، ۰/۰۹ = ۰/۰۳×۳ مول CO_2 تولید می‌شود. این *یعنی* مقدار عملی CO_2 در تجزیهٔ کلسیم کربنات! حالا تعداد مول نظری CO_2 تولیدشده به ازای ۱۰ گرم کلسیم کربنات را حساب می‌کنیم:

$$۱۰\text{ g }CaCO_3\times\frac{۱\text{ mol }CaCO_3}{۱۰۰\text{ g }CaCO_3}\times\frac{۱\text{ mol }CO_2}{۱\text{ mol }CaCO_3}=۰/۱\text{ mol }CO_2\text{ (مقدار نظری)}$$

و در آخر رابطهٔ بازده درصدی:

$$\text{بازده درصدی}=\frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}}\times۱۰۰=\frac{۰/۰۹}{۰/۱}\times۱۰۰=۹۰$$

۷۵- گزینه ۲

به‌جز عبارت اول، بقیهٔ عبارت‌ها درست‌اند.

نکته کربوکسیلیک اسیدها و استرها به شرطی که تعداد کربن آن‌ها برابر و زنجیر هیدروکربنی آن‌ها، سیرشده باشد، ایزومر یا هم‌پار یکدیگر به حساب می‌آیند.

ویژگی / ترکیب آلی	کربوکسیلیک اسید	استر
ساختار کلی	$R-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH$	$R-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-R'$
نام عمومی	آلکانوئیک اسید	آلکیل آلکانوات
فرمول عمومی	$C_nH_{۲n}O_۲$	$C_nH_{۲n}O_۲$

بررسی عبارت‌ها:

◇ اتانوئیک اسید دارای دو اتم کربن و اتیل متانوات، دارای ۳ اتم کربن است؛ پس این دو ترکیب نمی‌توانند هم‌پار یا ایزومر یکدیگر باشند:

اتانوئیک اسید: $CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH$

اتیل متانوات: $H-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-CH_2CH_3$

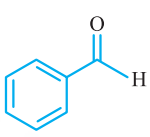
◇ با توجه به فرمول عمومی آلکین‌ها ($C_nH_{۲n-۲}$)، فرمول پنتین (آلکین ۵ کربنی)، C_5H_8 است. فرمول مولکولی نفتالن هم $C_{۱۰}H_8$ می‌باشد. تفاوت جرم مولی این دو ترکیب در جرم ۵ مول کربن ($۵\times۱۲=۶۰\text{ g}$) است. جرم مولی متیل متانوات (استر ۲کربنی) نیز برابر با ۶۰ گرم است.

متیل متانوات: $H-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-CH_3\Longrightarrow C_2H_4O_2\Longrightarrow ۶۰\text{ g.mol}^{-۱}$

◇ *مگه شک دارین؟!*

◇ نفت خام مخلوطی از هیدروکربن‌های مختلف است. *همه پور هیدروکربنی داره!*

◇ فرمول «پیوند ـ خط»، نمایشی ساده از ساختار ترکیبات آلی است که در آن پیوند بین اتم‌ها را با خط تیره نشان می‌دهند و اتم‌های کربن و هیدروژن در آن نشان داده نمی‌شوند، مگر این‌که اتم‌های هیدروژن، بخشی از یک گروه عاملی باشند. مثلاً در فرمول پیوند ـ خط آلدهیدها، اتم هیدروژن گروه عاملی و پیوند بین هیدروژن و کربن باید نشان داده شود:



با توجه به این‌که این عبارت کلی، عبارت متن کتاب درسیه، باید این عبارت را درست در نظر گرفت.

۷۶- گزینه ۱

استراتژی با استفاده از فرمول محاسبهٔ ΔH واکنش به کمک آنتالپی‌های پیوند، رابطهٔ محاسبهٔ ΔH واکنش سوختن ۱ مول بوتان و ۱ مول اتان را بنویس و از هم کم کن تا تفاوت گرما به ازای سوختن ۱ مول از این مواد به دست بیاد و در آخر، عدد به‌دست‌آمده رو نصف کن!

گام ۱ به کمک آنتالپی‌های پیوند، تفاوت آنتالپی سوختن ۱ مول بوتان و اتان را به دست می‌آوریم:

$$\Delta H(\text{واکنش}) = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}]$$

$$I)\ C_4H_{10} + \frac{13}{2}O_2 \rightarrow 4CO_2 + 5H_2O$$

$$(H_3C-CH_2-CH_2-CH_3)$$

$$\Delta H(\text{واکنش}) = [3\Delta H(C-C) + 10\Delta H(C-H) + \frac{13}{2}\Delta H(O=O)] - [8\Delta H(C=O) + 10\Delta H(O-H)]$$

$$II)\ C_2H_6 + \frac{7}{2}O_2 \rightarrow 2CO_2 + 3H_2O$$

$$(H_3C-CH_3)$$

$$\Delta H(\text{واکنش}) = [\Delta H(C-C) + 6\Delta H(C-H) + \frac{7}{2}\Delta H(O=O)] - [4\Delta H(C=O) + 6\Delta H(O-H)]$$

$$\Delta H(C_4H_{10}\text{ سوختن}) - \Delta H(C_2H_6\text{ سوختن}) = 2\Delta H(C-C) + 4\Delta H(C-H) + 3\Delta H(O=O) - 4\Delta H(C=O) - 4\Delta H(O-H)$$

$$= (2\times 348) + (4\times 414) + (3\times 495) - (4\times 800) - (4\times 463)$$

$$4(414-800-463) = 4\times(-849) = -3396$$

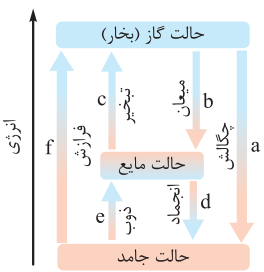
$$= 696 - 3396 + 1485 = -1215\ kJ$$

گام ۲ این مقدار تفاوت گرمای سوختن، به ازای ۱ مول بوتان و اتان است؛ بنابراین تفاوت گرما به ازای سوختن ۰/۵ مول از آن‌ها برابر با $\frac{1215}{2} = 607/5$ کیلوژول خواهد بود.

مشاوره سؤالات مربوط به محاسبهٔ ΔH واکنش به کمک آنتالپی‌های پیوند، محاسبات زیاد و وقت‌گیری دارند و شما باید آخر آزمون، اگر وقت اضافه *داشتین، بیاین سر وقتشون!*

۷۷- گزینه ۴

با توجه به نمودار زیر که در آن تغییر انرژی متناظر با تغییر حالت‌های فیزیکی مختلف نشان داده شده است، داریم:



a: بخار ← جامد: چگالش

b: بخار ← مایع: میعان

c: مایع ← بخار: تبخیر

d: مایع ← جامد: انجماد

e: جامد ← مایع: ذوب

f: جامد ← بخار: فرازش (تصعید)

۷۸- گزینه ۲

عبارت‌های اول، سوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

◆ معادلهٔ واکنش تشکیل A_2B_4 را ببینید: $A_2 + X \rightarrow A_2B_4 \Rightarrow X = 2B_2$

◆ نمودار داده‌شده مربوط به یک واکنش دومرحله‌ای است:

مرحلهٔ ۱: $A_2 + 2B_2 \rightarrow A_2B_4$

مرحلهٔ ۲: $A_2B_4 + B_2 \rightarrow 2AB_3$

واکنش کلی: $A_2 + 3B_2 \rightarrow 2AB_3$

◆ باتوجه‌به‌نمودار، مقایسهٔ سطح انرژی A_2، A_2B_4 و AB_3 به‌صورت $A_2B_4 > A_2 > AB_3$ است.

◆ واکنش تشکیل A_2B_4 گرماگیر $(A_2 + 2B_2 \rightarrow A_2B_4, \Delta H > 0)$ و واکنش تشکیل AB_3 گرماده $(A_2 + 3B_2 \rightarrow 2AB_3, \Delta H < 0)$ است.

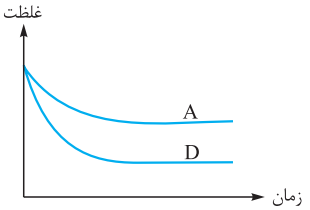
◆ سطح انرژی A_2B_4 از AB_3 بالاتر است؛ در نتیجه پایداری آن کم‌تر است. (پایداری به تعداد پیوندهای اشتراکی مربوط *نمی‌شه که!*)

۷۹- گزینه ۴

بیایید گزینه‌ها را به ترتیب بررسی کنیم:

۱) با توجه به این‌که ضریب X دو برابر Y است، تا قبل از رسیدن به تعادل، شیب نمودار غلظت ـ زمان X دو برابر Y است. اما از لحظهٔ تعادل به بعد که غلظت‌ها ثابت می‌شوند، شیب نمودار همهٔ مواد با هم یکسان و برابر صفر است.

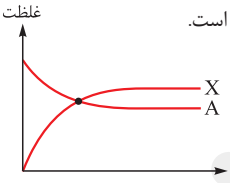
۲) A و D هر دو واکنش‌دهنده هستند و مول‌های آغازی آن‌ها یکسان بوده است. با توجه به این‌که شیب نمودار D بیشتر از A است، نمودار این دو ماده ممکن نیست یکدیگر را قطع کنند.



۳) D واکنش‌دهنده است و تا قبل از رسیدن به تعادل، نمودار آن نزولی است. ضریب هر دو مادهٔ X و D با هم برابر است، اما یکی واکنش‌دهنده و یکی فراورده است؛ بنابراین شیب نمودار آن‌ها، قرینهٔ یکدیگر می‌باشد، نه عکس یا معکوس هم!

تله از نظر ریاضی، قرینه و عکس یک عدد با هم فرق *داره!* مثلاً قرینهٔ عدد ۵ می‌شود ۵−، ولی عکس یا معکوس آن می‌شود $\frac{1}{5}$!

۴) وقتی در واکنش‌های تعادلی گفته می‌شود که نمودار دو ماده همدیگر را قطع می‌کنند، یعنی قبل از تعادل در لحظه‌ای، غلظت آن دو ماده برابر شده است.



در این‌جا با توجه به این‌که نمودار A نزولی و نمودار X صعودی است، *کاملاً واضح و مبرهن است* که از لحظهٔ برخورد نمودار دو ماده به بعد، غلظت X بیشتر از A خواهد بود.

۸۰- گزینه ۱

با توجه به این‌که ضریب A در معادلهٔ واکنش برابر ۱ است، سرعت متوسط واکنش با سرعت متوسط مصرف A برابر است:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_A}{1}$$

می‌خواهیم سرعت واکنش از ۰/۴ به ۳/۲ مولار بر ثانیه برسد؛ یعنی ۸ برابر شود $(\frac{3/2}{0/4} = 8)$؛ برای ۲ برابر شدن سرعت، ۱۰ درجه افزایش دما نیاز است، پس برای ۸ برابر (2^3) شدن سرعت، دما باید ۳۰ درجهٔ سلسیوس افزایش یابد.

دما ($^\circ C$)	۲۵	۳۵	۴۵	۵۵
سرعت ($mol.L^{-1}.s^{-1}$)	۰/۴	۰/۸	۱/۶	۳/۲
		×۲	×۲	×۲

تله در گزینه‌ها عدد ۵۵ رو هم داریم. اگر به جای تغییر دما، به اشتباه دمای نهایی رو در نظر بگیرید، به غلط این گزینه رو انتخاب می‌کنید.

۸۱- گزینه ۲

نکته در نام استرها (آلکیل آلکانوات)، قسمت آلکیل مربوط به نام الکل سازندهٔ استر و قسمت آلکانوات، مربوط به نام اسید سازندهٔ استر است.

$(C_nH_{2n}O_2)$ آلکیل آلکانوات

الکل سازنده ← آلکانول $(C_xH_{2x+2}O)$

اسید سازنده ← آلکانوئیک اسید $(C_yH_{2y}O_2)$

به‌جز عبارت سوم، بقیهٔ عبارت‌ها درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

- پنتیل اتانوات یک استر است و استرها منشأ بوی خوش شکوفه‌ها، گل‌ها، عطرها و بو و طعم میوه‌ها هستند.
- گروه عاملی استری ($-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-$) از ۳ اتم تشکیل شده است.
- در ساختار استر مورد نظر، تنها یک پیوند دوگانه ($-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-$) وجود دارد.

$$C-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-C-C-C-C-C$$

- هر اتم اکسیژن، دارای ۲ جفت‌الکترون ناپیوندی است؛ بنابراین هر مولکول پنتیل اتانوات با دو اتم اکسیژن، دارای ۴ جفت‌الکترون ناپیوندی است.
- اسید سازندهٔ پنتیل اتانوات، اتانوئیک اسید (CH_3COOH یا $C_2H_4O_2$) با جرم مولی ۶۰ $g.mol^{-1}$ است. از آبکافت هر مول استر با بازده ۱۰۰ درصد، ۱ مول اسید با جرم ۶۰ گرم به دست می‌آید. حالا که بازده، ۵۰ درصد است، نصف این مقدار، یعنی ۳۰ گرم اسید به دست می‌آید.

واکنش آبکافت پنتیل اتانوات:

$$CH_3-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-C_5H_{11} + H_2O \rightarrow CH_3COOH + C_5H_{11}OH$$

استر (پنتیل اتانوات) — اسید (اتانوئیک اسید) — الکل (پنتانول)

$$1\,mol\ \text{استر} \times \frac{1\,mol\ \text{اسید}}{1\,mol\ \text{استر}} \times \underbrace{\frac{60\,g\ \text{اسید}}{1\,mol\ \text{اسید}}}_{\text{جرم مولی}} \times \underbrace{\frac{50}{100}}_{\substack{\text{بازده}\\ \text{واکنش}}} = 30\,g\ CH_3COOH$$

۸۲- گزینه ۳

عبارت‌های دوم و چهارم نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

- *درسته*؛ زیرا در فرایند تشکیل پلیمرها، چندین پیوند کووالانسی شکسته و تشکیل می‌شود.
- انسولین جزء پروتئین‌ها است و در ساختار آن علاوه بر اتم‌های کربن و هیدروژن، اتم‌های دیگری مانند اکسیژن و نیتروژن نیز وجود دارند. (حالا بماند که یک سری از علما به علت تفاوت واحدهای سازندهٔ پروتئین‌ها (آمینواسیدهای مختلف) آن را پلیمر در نظر نمی‌گیرند ولی یک سری دیگه، معتقدند که به هر حال واحدهایی از یک جنس در ساختار آن‌ها تکرار می‌شوند و آن را پلیمر در نظر می‌گیرند.)
- *مگه شک دارین؟!*
- درشت‌مولکول‌های مختلف، معمولاً دارای جرم مولی‌های متفاوت هستند؛ به همین دلیل خواص فیزیکی متفاوتی دارند.

۸۳- گزینه ۱

هر چه تفاوت قدرت اسیدی (ثابت یونش) اسیدها با هم بیشتر باشد، تفاوت شمار مولکول‌ها در محلول آن‌ها بیشتر خواهد بود. *متأسفانه طراح یادش رفته ثابت یونش* HCN و HNO_2 *رو بده!* ثابت یونش این دو اسید به ترتیب (از راست به چپ) در حدود 10^{-10} و 10^{-4} است.

در نگاه اول، *می‌تونیم* (۲) و (۳) را حذف کنیم. در (۲)، H_2SO_4 و HNO_3 جزء اسیدهای قوی هستند و شمار مولکول‌ها در محلول آن‌ها یکسان و تقریباً برابر با صفر است.

اسیدهای داده‌شده در (۳) نیز، هر سه ضعیف‌اند و شمار مولکول‌ها در محلول آن‌ها به هم نزدیک است.

حالا بریم سراغ (۱) و (۴):

در (۴)، HCl اسید قوی است و شمار مولکول‌ها در محلول آن به تقریب صفر است. دو اسید دیگر، جزء اسیدهای ضعیف با ثابت یونش نزدیک به هم هستند و می‌توان گفت شمار مولکول‌ها در محلول آن‌ها به هم نزدیک است؛ بنابراین جواب درست سؤال، (۱) است. در این گزینه HBr اسید قوی است و تفاوت ثابت یونش H_2CO_3 و HCN بیشتر از ثابت یونش اسیدهای C_6H_5COOH و CH_3COOH (اسیدهای ضعیف (۴)) است.

مشاوره اگر سر جلسهٔ آزمون، به سؤال مبهمی مثل این سؤال برخورد کردین، در دور اول با خیال راحت رهاش کنید! حواستون باشه که یکی از هنرهای شما سر جلسه، مدیریت زمان و تشخیص اینه که کدوم سؤال‌ها رو در دور اول و کدوم سؤال‌ها رو در دور دوم حل کنید!

۸۴- گزینه ۴

درس‌نامه اسید چرب، استر سنگین، چربی، صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی

۱ **اسید چرب** یک کربوکسیلیک اسید با زنجیر بلند هیدروکربنی است.

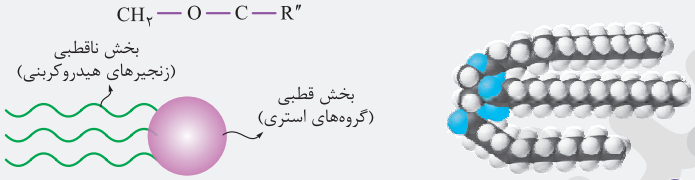
اسیدچرب: $RCOOH$



۲ **استر سنگین**، استری با ۳ گروه عاملی استری است که گروه‌های هیدروکربنی آن (R، R' و R'')، تعداد کربن زیادی دارند.

استر سنگین:

$$CH_2-O-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-R$$
$$CH-O-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-R'$$
$$CH_2-O-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-R''$$



۳ **چربی‌ها**، مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای سنگین هستند.

۴ **صابون**، نمک اسید چرب است که می‌توان آن را از واکنش اسیدهای چرب یا استرهای سنگین با بازهای قوی، مانند $NaOH$ و KOH به دست آورد.

صابون: $RCOOX$

صابون جامد: $R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O^-Na^+$

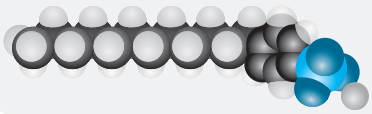
صابون مایع:

$$R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O^-K^+$$
$$R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O^-NH_4^+$$



۵ پاک‌کننده‌های غیرصابونی از بنزن و دیگر مواد شیمیایی تهیه می‌شوند و در ساختار نوعی از آن‌ها، حلقهٔ بنزن وجود دارد. هم‌چنین در ساختار این پاک‌کننده‌ها، به جای گروه COO^- صابون‌ها، گروه SO_3^- قرار گرفته است.

پاک‌کننده‌های غیرصابونی: $RC_6H_4SO_3^-X^+$



عبارت‌های (پ) و (ت) درست‌اند.

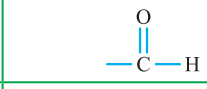
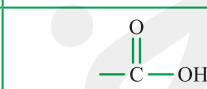
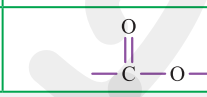
a ← اسید چرب　　b ← استر سنگین　　c ← صابون

بررسی عبارت‌ها: (الف) a و b از اجزای سازندهٔ چربی‌ها هستند. c که صابون است!

(ب) a (اسید چرب) ناقطبی است و در آب حل نمی‌شود. (پ) صابون‌های جامد را می‌توان از واکنش اسیدهای چرب و یا استرهای سنگین با سدیم هیدروکسید به دست آورد. (ت) با اضافه‌کردن صابون (c) به مخلوط آب و چربی (b)، یک کلوئید به دست می‌آید. (ث) c یک پاک‌کنندهٔ صابونی است و نه غیرصابونی $(RC_6H_4SO_3Na)$!

۸۵- گزینه ۱

نکته ۱ نام گروه‌های عاملی اکسیژن‌دار در جدول زیر آورده شده است:

ساختار	نام گروه عاملی (خانواده)
	آلدهیدی
	کربونیل (کتونی)
	هیدروکسیل (الکلی)
	اتری
	کربوکسیل (اسیدی)
	استری

۲ به طور کلی، برای به دست آوردن شمار اتم‌های هیدروژن در ترکیب‌های آلی با n اتم کربن می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$\text{شمار اتم‌های هیدروژن} = (2n+2) - 2(\text{تعداد پیوندهای دوگانه و حلقه‌ها}) - (\text{تعداد پیوندهای سه‌گانه}) + \text{تعداد اتم‌های نیتروژن} + \text{تعداد اتم‌های هالوژن}$$

طبق کتاب درسی، ترکیب داده‌شده دارای دو نوع گروه عاملی اتری (—O—) و هیدروکسیل (—OH) است.

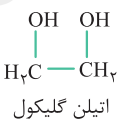
بررسی سایر گزینه‌ها: **۲** ترکیب مورد نظر دارای پیوند O — H است و می‌تواند با مولکول‌های خود و یا مولکول‌های آب، پیوند هیدروژنی تشکیل دهد.

۳ ترکیب داده‌شده، ۱۴ اتم کربن، ۲ حلقه و ۳ پیوند دوگانه دارد؛ بنابراین:

$$\text{شمار اتم‌های H در ترکیب داده‌شده} = (2n+2) - 2(\text{تعداد پیوندهای دوگانه و حلقه‌ها}) = [2(14)+2] - [2(3+2)] = 20$$

در ساختار ترکیب مورد نظر، ۲۰ اتم هیدروژن و در ساختار بوتان (C_4H_{10})، ۱۰ اتم هیدروژن وجود دارد.

۴ ترکیب مورد نظر، دو عامل هیدروکسیل (—OH) دارد.



اتیلن گلیکول

اتیلن گلیکول ($C_2H_6O_2$) هم، دارای دو اتم کربن است.

۸۶- گزینه ۳

نیتریک اسید (HNO_3) یک اسید قوی است و با افزایش دما، غلظت یون‌های موجود در محلول آن تغییری نمی‌کند، اما استیک اسید، یک اسید ضعیف است و با افزایش دما، یونش آن بیشتر شده و غلظت یون‌های موجود در محلول آن بالا می‌رود؛ بنابراین می‌توان گفت با افزایش دما، تفاوت غلظت یون‌های موجود در دو محلول، کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها: **۱** با توجه به این‌که استیک اسید، اسیدی ضعیف و نیتریک اسید، اسیدی قوی است، در غلظت و دمای یکسان، غلظت مولکول‌ها در محلول استیک اسید بیشتر است ولی غلظت یون‌ها در محلول نیتریک اسید بیشتر است. **۲** با افزایش دما غلظت یون‌ها در محلول استیک اسید بیشتر شده و pH محلول کم‌تر می‌شود، اما غلظت یون‌ها در محلول اسید قوی نیتریک اسید تغییری نمی‌کند. **۴** با تغییر غلظت، ثابت تعادل تغییری نمی‌کند؛ بنابراین تفاوت ثابت تعادل دو محلول تغییری نمی‌کند. با افزایش غلظت محلول استیک اسید (M)، درصد یونش (α) آن کاهش می‌یابد و تفاوت درصد یونش اسیدها در دو محلول بیشتر می‌شود. (درصد یونش نیتریک اسید، ثابت و تقریباً برابر با ۱۰۰ است.)

در محلول اسیدهای ضعیف در دمای ثابت $\Rightarrow K_a = \uparrow M . \downarrow \alpha^2$ (ثابت)

تیزبازی **۲** و **۳** این سؤال در کتاب درسی مطرح نشده‌اند، اما به راحتی با رد گزینه می‌شد به این سؤال جواب داد. با اطلاعات کتاب درسی، **۱** و **۴** پَرا! با توجه به این‌که یکی از اسیدها، ضعیف و یکی از آن‌ها قوی است، می‌شه فهمید **۲** هم غلطه و جواب، **۳** است.

۸۷- گزینه ۲

استراتژی ابتدا تعداد مول HCl خنثی‌شده توسط هر یک از مواد موجود در ضد اسید را حساب کن؛ سپس مجموع مول HCl خنثی‌شده را به کمک pH، به حجم شیرهٔ معده تبدیل کن!

گام ابتدا معادلهٔ واکنش‌ها را موازنه کرده و سپس تعداد مول HCl خنثی‌شده توسط هر یک از مواد موجود در ضد اسید را حساب می‌کنیم:

$$Mg(OH)_2 + 2HCl \rightarrow MgCl_2 + 2H_2O$$

$$1/16\times10^{-3}\ g\ Mg(OH)_2 \times \frac{1\ mol\ Mg(OH)_2}{58\ g\ Mg(OH)_2} \times \frac{2\ mol\ HCl}{1\ mol\ Mg(OH)_2}$$

$$= 4\times10^{-5}\ mol\ HCl$$

$$Al(OH)_3 + 3HCl \rightarrow AlCl_3 + 3H_2O$$

$$3/9\times10^{-3}\ g\ Al(OH)_3 \times \frac{1\ mol\ Al(OH)_3}{78\ g\ Al(OH)_3} \times \frac{3\ mol\ HCl}{1\ mol\ Al(OH)_3}$$

$$= 15\times10^{-5}\ mol\ HCl$$

گام ضد اسید مورد نظر در مجموع می‌تواند $(15+4)\times10^{-5} = 19\times10^{-5}$ مول اسید معده را خنثی کند. باید مول HCl را به حجم شیرهٔ معده تبدیل کنیم (ابتدا از روی pH شیرهٔ معده، غلظت مولار اسید معده (HCl) رو به دست می‌آوریم):

$$[HCl] = [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-1/7} = 10^{-2}\times10^{0/3}$$

$$\xrightarrow[10^{0/3}=2]{\log2=0/3} = 2\times10^{-2}\ mol.L^{-1} \Rightarrow \text{غلظت مولار اسید معده}$$

$$19\times10^{-5}\ mol\ HCl \times \frac{1\ L\ HCl(aq)}{2\times10^{-2}\ mol\ HCl} \times \frac{1000\ mL}{1\ L} = 9/5\ mL\ HCl(aq)$$

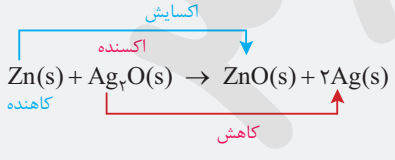
مشاوره در این سؤال، حجم شربت ضد اسید، *سرکاری است!* زیرا سؤال جرم مواد موجود در آن‌ها را داده است. اگر درصد جرمی یا غلظت مولی مواد در شربت، داده شده بود، به حجم یا جرم شربت هم نیاز داشتیم.

۸۸- گزینه ۳

درس‌نامه **۱** در یک واکنش اکسایش ـ کاهش، به گونه‌ای که اکسایش می‌یابد، **کاهنده** و به گونه‌ای که کاهش می‌یابد، **اکسنده** می‌گویند.

کاهنده	اکسنده
گونه(های) دیگر را کاهش می‌دهد.	گونه(های) دیگر را اکسید می‌کند.
خودش اکسایش می‌یابد (الکترون از دست می‌دهد) و آند است.	خودش کاهش می‌یابد (الکترون می‌گیرد) و کاتد است.

۲ باتری‌های روی ـ نقره از جمله باتری‌های دگمه‌ای هستند که در آن‌ها واکنش زیر انجام می‌شود:



۳ در سلول گالوانی:
- الکترود با E° کوچک‌تر ← آند (قطب منفی) سلول
- الکترود با E° بزرگ‌تر ← کاتد (قطب مثبت) سلول

۴ $emf = E^\circ_{\text{سلول}} = E^\circ_{(\text{کاتد})} - E^\circ_{(\text{آند})} = E^\circ_{(\text{بزرگ‌تر})} - E^\circ_{(\text{کوچک‌تر})}$

عبارت‌های اول، دوم و پنجم درست‌اند. باتری‌ها از جمله سلول‌های گالوانی هستند؛ بنابراین:

بررسی عبارت‌ها:

◇ $emf = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = E^\circ(\text{بیشتر}) - E^\circ(\text{کم‌تر})$

$= 0/8 - (-0/76) = 1/56\ V$

◇ اتم روی به Zn^{2+} اکسایش می‌یابد و نقش کاهنده را دارد.

تله یون‌های نقره (نه اتم‌های نقره)، نقش اکسنده را ایفا می‌کنند. دقت کنید که در باتری روی ـ نقره، یون Ag^+ کاهش می‌یابد و بنابراین گونهٔ اکسنده است نه اتم Ag!

اکسایش
اکسنده
$Zn(s) + Ag_2O(s) \rightarrow ZnO(s) + 2Ag(s)$
کاهنده
کاهش

◇ روی، آند (قطب منفی) و نقره، کاتد (قطب مثبت) باتری را تشکیل می‌دهند.

◇ با آزادشدن هر مول الکترون، ۱ مول نقره تشکیل می‌شود: $Ag^+ + e^- \rightarrow Ag$

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}_{Ag}} = \frac{\text{تعداد}}{\text{عدد آووگادرو} \times \text{ضریب}_{e^-}}$$

$$\Rightarrow \frac{3/01\times10^{20}}{6/02\times10^{23}} = \frac{x}{108} \Rightarrow x = 54\times10^{-3}\ g = 54\ mg\ Ag$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$3/01\times10^{20}\ e^- \times \frac{1\ mole^-}{6/02\times10^{23}\ e^-} \times \frac{1\ mol\ Ag}{1\ mole^-} \times \frac{108\ g\ Ag}{1\ mol\ Ag} \times \frac{10^3\ mg}{1\ g} = 54\ mg\ Ag$$

۸۹- گزینه ۱

نکته ویژگی‌های سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن و سلول برقکافت آب، در جدول زیر مقایسه شده‌اند.

ویژگی / سلول	سلول سوختی هیدروژن	سلول برقکافت آب
نوع سلول	گالوانی	الکترولیتی
خودبه‌خودی یا غیرخودبه‌خودی	خودبه‌خودی	غیرخودبه‌خودی
نیم‌واکنش آندی	$H_2 \rightarrow 2H^+ + 2e^-$	$2H_2O \rightarrow O_2 + 4H^+ + 4e^-$
نیم‌واکنش کاتدی	$O_2 + 4H^+ + 4e^- \rightarrow 2H_2O$	$2H_2O + 2e^- \rightarrow H_2 + 2OH^-$
واکنش کلی	$2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$	$2H_2O \rightarrow 2H_2 + O_2$

عبارت‌های اول و سوم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

◇ در همهٔ سلول‌های الکتروشیمیایی، جهت حرکت الکترون‌ها از آند به کاتد است.

◇ واکنش کلی برقکافت آب ($2H_2O \rightarrow 2H_2 + O_2$) و واکنش کلی سلول سوختی هیدروژن ($2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$)، عکس یکدیگرند.

◇ در آند هر دو سلول، H^+ تولید می‌شود و کاغذ pH در محیط اسیدی، به رنگ قرمز درمی‌آید:

نیم‌واکنش آندی سلول سوختی: $H_2 \rightarrow 2H^+ + 2e^-$

نیم‌واکنش آندی برقکافت آب: $2H_2O \rightarrow O_2 + 4H^+ + 4e^-$

◇ با هم ببینیم:

نیم‌واکنش کاتدی سلول سوختی: $O_2 + 4H^+ + 4e^- \rightarrow 2H_2O$

نیم‌واکنش کاتدی برقکافت آب: $2H_2O + 2e^- \rightarrow H_2 + 2OH^-$

◇ همان‌طور که در عبارت قبل دیدیم، نیم‌واکنش کاتدی دو سلول با هم متفاوت است.

۹۰- گزینه ۲

عبارت‌های دوم و سوم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

◇ برخی مولکول‌های سه‌اتمی با ساختار خطی، قطبی‌اند. مانند HCN!

نکته مولکول‌های سه‌اتمی خطی می‌توانند قطبی یا ناقطبی باشند، ولی مولکول‌های سه‌اتمی خمیده، حتماً قطبی‌اند.

SO_2	HCN	CO_2
خمیده و قطبی	خطی و قطبی	خطی و ناقطبی

◇ *کاملاً درسته!* CCl_4 (کربن تتراکلرید) و $CHCl_3$ (کلروفرم)، هر دو مایع هستند. ولی CCl_4 مولکولی ۵ اتمی با همهٔ اتم‌های کناری یکسان و ناقطبی و $CHCl_3$ مولکولی ۵ اتمی و قطبی است.

نکته در مولکول‌های چهاراتمی به فرم AB_3، اگر اتم مرکزی، جفت‌الکترون ناپیوندی نداشته باشد، مولکول ناقطبی است و شکل هندسی آن به صورت سه‌ضلعی مسطح است، ولی اگر اتم مرکزی، جفت‌الکترون ناپیوندی داشته باشد، مولکول قطبی است و شکل هندسی آن به صورت هرم با قاعدهٔ سه‌ضلعی است.

◇ *بله درسته!* مثلاً PCl_3 قطبی و SO_3 ناقطبی است.

◇ *نه لزوماً!* مثلاً در SO_2، بار جزئی اتم مرکزی (گوگرد)، مثبت است.

مشاوره در این مدل سؤال‌ها که راجب مولکول‌ها با ساختارهای گوناگون و ... است، باید تو ذهنتون بگردین و حالت‌ها و مثال‌های مختلفی رو که می‌شناسید، چک کنید که اگر مثال نقضی وجود داشت، بتونید عبارت رو رد کنید.

۹۱- گزینه ۴

درس‌نامه تکنیک مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب‌های یونی:

به طور کلی برای مقایسهٔ ΔH فروپاشی شبکهٔ ترکیب‌های یونی می‌توان از روش زیر استفاده کرد:

گام هر چه مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون در یک ترکیب یونی بزرگ‌تر باشد، ΔH فروپاشی شبکهٔ آن بزرگ‌تر است.

گام اگر مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون برای دو ترکیب یونی برابر باشد، شعاع یون‌های سازندهٔ آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم. هر چه شعاع یون‌ها کوچک‌تر باشد، ΔH فروپاشی بزرگ‌تر است.

مثال ۱: مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور MgO و $CaCl_2$

مقایسهٔ مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون:

$$MgO \Rightarrow \overset{Mg^{2+}}{\uparrow}\ 2 + \overset{O^{2-}}{\uparrow}\ 2 = 4$$
$$CaCl_2 \Rightarrow \underset{Ca^{2+}}{\downarrow}\ 2 + \underset{Cl^-}{\downarrow}\ 1 = 3$$
$$\Rightarrow \Delta H_{\text{فروپاشی}}: MgO > CaCl_2$$

مثال ۲: مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور Na_2O و MgF_2

گام مقایسهٔ مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون:

$$Na_2O: \overset{Na^+}{\uparrow}\ 1 + \overset{O^{2-}}{\uparrow}\ 2 = 3$$
$$MgF_2: \underset{Mg^{2+}}{\downarrow}\ 2 + \underset{F^-}{\downarrow}\ 1 = 3$$

گام مقایسهٔ شعاع یون‌ها:

$$\text{شعاع یونی} \begin{cases} O^{2-} > F^- \\ Na^+ > Mg^{2+} \end{cases} \Rightarrow \Delta H_{\text{فروپاشی}}: Na_2O < MgF_2$$

آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب‌های یونی، با بار یون‌ها رابطهٔ مستقیم و با شعاع آن‌ها رابطهٔ وارونه دارد. بار آنیون در MgF_2 نسبت به MgO کم‌تر است، به همین دلیل MgF_2 آنتالپی فروپاشی کم‌تری دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) آنتالپی فروپاشی Na_2O بیشتر است، زیرا شعاع Na^+ کوچک‌تر از K^+ است. ۲) آنتالپی فروپاشی NaCl از KBr بیشتر است، زیرا شعاع یون‌های سازندهٔ آن کوچک‌تر است. ۳) آنتالپی فروپاشی CaO از K_2O بیشتر است، زیرا مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون در CaO (۴) بیشتر از K_2O (۳) است. در ضمن شعاع $_{20}Ca^{2+}$ کوچک‌تر از $_{19}K^+$ می‌باشد.

۹۲- گزینه ۱

نکته مجموع عدد اکسایش اتم‌ها در یک مولکول، برابر صفر و مجموع عدد اکسایش اتم‌ها در یک یون چنداتمی، برابر با بار یون است.

مثال: عدد اکسایش کروم در یون $Cr_2O_7^{2-}$ را حساب کنید.

پاسخ: با توجه به این‌که عدد اکسایش اکسیژن، اغلب برابر -2 است، خواهیم داشت:

$$2Cr + 7(-2) = -2 \Rightarrow Cr = +6$$

در دو مورد، عدد اکسایش فلز کاهش می‌یابد.

بررسی عبارت‌ها:

- $SnO_2 \rightarrow SnO_3^{2-}$ (+۴ ← +۴)
- $MnO_4^- \rightarrow MnO_4^{2-}$ (+۷ ← +۶)
- $CrO_3^{2-} \rightarrow CrO_2$ (+۴ ← +۶)
- $Cr_2O_7^{2-} \rightarrow CrO_4^{2-}$ (+۶ ← +۶)
- $Cu(OH)_2 \rightarrow CuO$ (+۲ ← +۲)
- $MnO_2 \rightarrow Mn^{2+}$ (+۴ ← +۲)

۹۳- گزینه ۴

در آغاز واکنش، تعداد مول A_2 و D_2 یکسان و برابر با $1/0 \times 10 = 10$ مول بوده است. در ۲۵ دقیقهٔ اول، از ۱۰ ذرهٔ A_2 یا D_2، ۴ ذره باقی مانده؛ یعنی $0/6 \times 10 = 6$ مول از آن‌ها مصرف شده است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \bar{R}(A_2) = \bar{R}(D_2) = \frac{-\Delta n(A_2 \text{ یا } D_2)}{V.\Delta t}$$

$$= \frac{0/6\,mol}{2L \times 25\,min} \times \frac{1\,min}{60\,s} = 2 \times 10^{-4}\,mol.L^{-1}.s^{-1}$$

در لحظهٔ تعادل، ۲ ذرهٔ A_2، ۲ ذرهٔ D_2 و ۱۶ ذرهٔ AD در ظرف وجود دارد.

نکته با توجه به این‌که مجموع تعداد مول‌های گازی در دو سمت معادلهٔ واکنش برابر است، حجم ظرف در محاسبهٔ ثابت تعادل تأثیری ندارد؛ بنابراین می‌توانیم در رابطهٔ ثابت تعادل، به جای غلظت تعادلی مواد، مول تعادلی آن‌ها را قرار دهیم. $A_2(g) + D_2(g) \rightleftharpoons 2AD(g)$

با توجه به نکتهٔ بالا داریم:

$$K = \frac{[AD]^2}{[A_2][D_2]} = \frac{(16 \times 0/1)^2}{(2 \times 0/1)(2 \times 0/1)} = \frac{\overset{8}{\cancel{16}} \times \overset{8}{\cancel{16}}}{\underset{1}{\cancel{2}} \times \underset{1}{\cancel{2}}} = 64$$

۹۴- گزینه ۳

درس‌نامه اثر تغییر عوامل بر تعادل‌های گازی:

عامل			عکس‌العمل تعادل به تغییر	چگونگی تغییر ثابت تعادل (K) با جابه‌جاشدن تعادل
تغییر غلظت		افزایش غلظت یک ماده	جابه‌جایی در جهت مصرف آن ماده	تغییر نمی‌کند.
		کاهش غلظت یک ماده	جابه‌جایی در جهت تولید آن ماده	تغییر نمی‌کند.
تغییر حجم (فشار)		افزایش حجم (کاهش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی بیشتر	تغییر نمی‌کند.
		کاهش حجم (افزایش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی کم‌تر	تغییر نمی‌کند.
تغییر دما	واکنش‌های گرماده	کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت رفت)	افزایش می‌یابد.
		افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت برگشت)	کاهش می‌یابد.
	واکنش‌های گرماگیر	کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت برگشت)	کاهش می‌یابد.
		افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت رفت)	افزایش می‌یابد.

به‌جز مورد سوم، بقیهٔ عبارت‌ها درست‌اند.

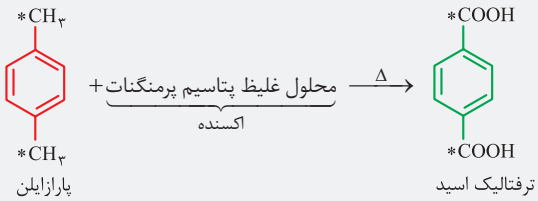
بررسی عبارت‌ها:

- واکنش گرماده است و با کاهش دما، تعادل در جهت رفت (تولید گرما) جابه‌جا می‌شود.
- با افزایش دما، تعادل در جهت برگشت (واکنش گرماگیر) جابه‌جا شده و ثابت تعادل کاهش می‌یابد.
- ثابت تعادل با تغییر فشار تغییر نمی‌کند.
- با کاهش فشار، تعادل به سمت تعداد مول‌های گازی بیشتر، یعنی در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود.

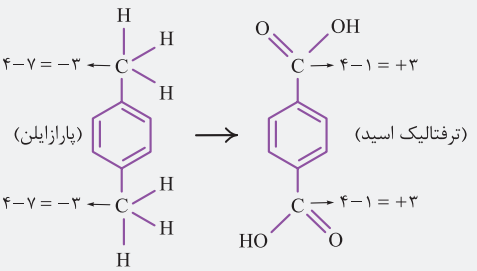
۹۵- گزینه ۲

درس‌نامه اکسایش پارازایلن به ترفتالیک اسید:

پارازایلن را می‌توان در شرایط مناسب به ترفتالیک اسید تبدیل کرد. برای تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید به یک **اکسنده** نیاز است. پتاسیم پرمنگنات ($KMnO_4$) اکسنده‌ای است که محلول **غلیظ** آن، *این کار رو برای ما انجام می‌ده!*



- در این فرایند عدد اکسایش اتم‌های کربن حلقهٔ بنزن تغییر نمی‌کند، اما عدد اکسایش کربن در دو گروه متیل (اتم‌های کربن ستاره‌دار) از -3 به $+3$ می‌رسد؛ پس هر اتم کربن ۶ درجه اکسایش می‌یابد؛ بنابراین به ازای تبدیل هر مولکول پارازایلن به یک مولکول ترفتالیک اسید، مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن، ۱۲ واحد افزایش می‌یابد:



- در این واکنش، یون پرمنگنات (MnO_4^-) به منگنز (IV) اکسید (MnO_2) تبدیل می‌شود؛ پس می‌توان گفت عدد اکسایش منگنز از $+7$ در یون پرمنگنات به $+4$ در منگنز (IV) اکسید می‌رسد؛ یعنی ۳ واحد کاهش می‌یابد.
- اکسایش پارازایلن به ترفتالیک اسید، *کاری بس دشوار و طاقت‌فرساست!* و با وجود غلظت بالای یون پرمنگنات، باز هم شرایط تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید تأمین نمی‌شود. انرژی فعال‌سازی این واکنش زیاد است. با افزایش دما هم، اگرچه شرایط انجام واکنش تأمین می‌شود اما **بازده هم‌چنان مطلوب نیست.**
- تحقیقات شیمی‌دان‌ها نشان می‌دهد که با استفاده از اکسیژن هوا و کاتالیزگرهای مناسب نیز می‌توان پارازایلن را به ترفتالیک اسید تبدیل کرد. این روش *انگاری* آسان‌تر از روش قبل است و بازده بالاتری دارد.

عبارت‌های اول و سوم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

- در تبدیل پارازایلن (C_8H_{10}) به ترفتالیک اسید ($C_8H_6O_4$)، به ازای مصرف هر مول پارازایلن، ۱ مول ترفتالیک اسید تولید می‌شود:

$$0/1\,mol\,C_8H_{10} \times \frac{1\,mol\,C_8H_6O_4}{1\,mol\,C_8H_{10}} \times \frac{166\,g\,C_8H_6O_4}{1\,mol\,C_8H_6O_4} = 16/6\,g\,C_8H_6O_4$$

- برای تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید، استفاده از اکسیژن هوا و کاتالیزگر مناسب، مناسب‌تر از استفاده از محلول غلیظ پتاسیم پرمنگنات است.
- $C_8H_{10} \xrightarrow{12\text{واحد}} C_8H_6O_4$ (C=−۱۰ ← C=+۲)
- اگرچه با افزایش دما، شرایط انجام واکنش تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید تأمین می‌شود، اما بازده هم‌چنان مطلوب نیست.

۱۴۰۱ سراسری خارج

ریاضی

۱- گزینه ۴

شفاف‌سازی جملهٔ «اگر ضریب بزرگ‌ترین درجهٔ جملهٔ عمومی، برابر $\frac{۱}{۷۰}$ قرینهٔ جملهٔ پنجم باشد»، یعنی اگر جملهٔ عمومی را $t_n = an^۲ + bn + c$ در نظر بگیریم، تساوی $a = \frac{۱}{۷۰}(-t_۵)$ برقرار است.

درس‌نامه جملهٔ عمومی الگوی درجه‌دوم به صورت زیر است:
$t_n = an^۲ + bn + c$

گام چون دنباله درجه‌دوم است، پس طبق درس‌نامه جملهٔ عمومی‌اش را به صورت $t_n = an^۲ + bn + c$ در نظر می‌گیریم. به گفتهٔ سؤال جملات پنجم و هفتم این دنباله به ترتیب ۱۴ و ۱۷/۲ است؛ پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases} t_۷ = ۱۷/۲ \Rightarrow a(۷)^۲ + b(۷) + c = ۱۷/۲ \Rightarrow ۴۹a + ۷b + c = ۱۷/۲ \\ t_۵ = ۱۴ \Rightarrow a(۵)^۲ + b(۵) + c = ۱۴ \Rightarrow ۲۵a + ۵b + c = ۱۴ \end{cases}$$

گام حالا طرفین دو رابطهٔ بالا را کم می‌کنیم تا c حذف بشود:

$$\begin{cases} ۴۹a + ۷b + c = ۱۷/۲ \\ ۲۵a + ۵b + c = ۱۴ \ (*) \end{cases} \xrightarrow{\text{پایینی - بالایی}} ۲۴a + ۲b = ۳/۲$$

$$\xrightarrow{\div ۲} ۱۲a + b = ۱/۶ \ (**)$$

گام طبق شفاف‌سازی تساوی $a = \frac{۱}{۷۰}(-t_۵)$ برقرار است. از طرفی می‌دانیم $t_۵ = ۱۴$، بنابراین مقدار a می‌شود:

$$a = \frac{۱}{۷۰}(-۱۴) = -\frac{۲}{۱۰} = -۰/۲$$

حالا با جای‌گذاری $a = -۰/۲$ در رابطهٔ (**)، مقدار b را پیدا می‌کنیم:

$$۱۲a + b = ۱/۶ \Rightarrow ۱۲(-۰/۲) + b = ۱/۶ \Rightarrow b = ۱/۶ + ۲/۴ = ۴$$

گام در آخر $a = -۰/۲$ و $b = ۴$ را در تساوی (*) (در گام ۲) جای‌گذاری می‌کنیم تا مقدار c هم مشخص بشود:

$$۲۵a + ۵b + c = ۱۴ \Rightarrow \underbrace{۲۵(-۰/۲)}_{-۵} + \underbrace{۵(۴)}_{۲۰} + c = ۱۴ \Rightarrow c = ۱۴ + ۵ - ۲۰ = -۱$$

پس جملهٔ عمومی به این صورت شد:
$t_n = -۰/۲n^۲ + ۴n - ۱$

گام حالا که جملهٔ عمومی را داریم، می‌توانیم خواستهٔ سؤال، یعنی نسبت $\frac{t_{۱۵}}{t_۱}$ را به دست بیاوریم:

$$\frac{t_{۱۵}}{t_۱} = \frac{-۰/۲(۱۵)^۲ + ۴(۱۵) - ۱}{-۰/۲(۱)^۲ + ۴(۱) - ۱} = \frac{-۴۵ + ۶۰ - ۱}{-۰/۲ + ۴ - ۱} = \frac{۱۴}{۲/۸} = ۵$$

مشاوره بعضی‌وقت‌ها چیزی که یک سؤال را سخت می‌کند، زیادبودن محاسباتش است. این سؤال هم استراتژی حل مشخصی دارد. فقط محاسباتش زیاد است.

۲- گزینه ۱

استراتژی پرانتزها را جداگانه ساده می‌کنیم. پرانتز سمت چپ را به کمک ضرب و تقسیم مناسب و پرانتز سمت راست را به کمک اتحاد مربع کامل، ساده می‌کنیم.

گام برای ساده‌کردن پرانتز سمت چپ، صورت و مخرج را در $\sqrt{۲}$ ضرب می‌کنیم:

$$\left(\frac{\sqrt{۲}+\sqrt{۵}}{\sqrt{۱۰}+۲}\right) \times \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = \frac{(۲+\sqrt{۱۰})}{\sqrt{۲}(\sqrt{۱۰}+۲)} = \frac{۱}{\sqrt{۲}}$$

گام عبارت داخل پرانتز سمت راست را برابر B قرار می‌دهیم و طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$B = \sqrt{۳-\sqrt{۵}} - \sqrt{۳+\sqrt{۵}} \Rightarrow B^۲ = (۳-\sqrt{۵}) + (۳+\sqrt{۵})$$

$$-۲\sqrt{\underbrace{(۳-\sqrt{۵})(۳+\sqrt{۵})}_{\text{اتحاد مزدوج}}} \Rightarrow B^۲ = ۶ - ۲\sqrt{\underbrace{۳^۲ - (\sqrt{۵})^۲}_{۴}}$$

$$= ۶ - ۲(۲) \Rightarrow B^۲ = ۲ \Rightarrow B = \pm\sqrt{۲}$$

گام این‌جا باید حواسمان باشد که B مناسب را انتخاب کنیم. با توجه به این‌که $۳-\sqrt{۵} < ۳+\sqrt{۵}$، پس $\sqrt{۳-\sqrt{۵}} < \sqrt{۳+\sqrt{۵}}$ و در نتیجه $\underbrace{\sqrt{۳-\sqrt{۵}} - \sqrt{۳+\sqrt{۵}}}_{B} < ۰$ است. بنابراین $B = -\sqrt{۲}$ را انتخاب می‌کنیم.

گام حالا که پرانتزها را ساده کردیم، می‌توانیم حاصل عبارت صورت سؤال را به دست بیاوریم:

$$\left(\frac{\sqrt{۲}+\sqrt{۵}}{\sqrt{۱۰}+۲}\right)\left(\sqrt{۳-\sqrt{۵}} - \sqrt{۳+\sqrt{۵}}\right) = \left(\frac{۱}{\sqrt{۲}}\right)(-\sqrt{۲}) = -۱$$

تله اگر حواسمان به علامت B نبود و $B = \sqrt{۲}$ را انتخاب می‌کردیم، به گزینهٔ غلط ۳ می‌رسیدیم.

تیزبازی با چک علامت می‌توانستیم دو گزینه را رد کنیم:

$$\left(\frac{\overbrace{\sqrt{۲}+\sqrt{۵}}^{+}}{\underbrace{\sqrt{۱۰}+۲}_{+}}\right)\left(\underbrace{\sqrt{۳-\sqrt{۵}} - \sqrt{۳+\sqrt{۵}}}_{-}\right) < ۰$$

۳- گزینه ۲

استراتژی یک بار نامعادلهٔ $\frac{۱-۳x}{x+۱} < ۰$ و بار دیگر نامعادلهٔ $-۲ < \frac{۱-۳x}{x+۱}$ را حل می‌کنیم. در ادامه از مجموعه‌جواب‌های به‌دست‌آمده اشتراک می‌گیریم تا محدودهٔ x مشخص شود. در آخر با داشتن محدودهٔ x، محدودهٔ $\frac{x}{۲}$ و سپس مجموعهٔ مقادیر $[\frac{x}{۲}]$ را به دست می‌آوریم.

گام اول نامعادلهٔ $\frac{۱-۳x}{x+۱} < ۰$ را حل می‌کنیم. برای این‌کار از جدول تعیین علامت $y = \frac{۱-۳x}{x+۱}$ کمک می‌گیریم. ریشهٔ صورت این عبارت $x = \frac{۱}{۳}$ و ریشهٔ مخرجش $x = -۱$ است؛ پس جدول تعیین علامت این‌شکلی است:

x		-۱		$\frac{۱}{۳}$	
$۱-۳x$	+		+	۰	−
$۱+x$	−	۰	+		+
y	−	ت ب	+	۰	−

دنبال قسمت‌های کوچک‌تر از صفر (منفی) هستیم، پس:

$$\underbrace{x < -۱ \text{ یا } x > \frac{۱}{۳}}_{(I)}$$

گام حالا باید نامعادلهٔ $-۲ < \frac{۱-۳x}{x+۱}$ را حل کنیم. عدد -۲ را به سمت راست نامعادله می‌بریم:

$$-۲ < \frac{۱-۳x}{x+۱} \Rightarrow ۰ < ۲ + \frac{۱-۳x}{x+۱} \Rightarrow ۰ < \frac{۲(x+۱)+۱-۳x}{x+۱} \Rightarrow \frac{۳-x}{x+۱} > ۰$$

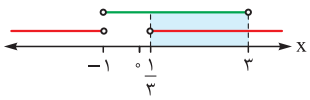
حالا جدول تعیین علامت $y=\frac{۳-x}{x+۱}$ را با توجه به ریشه‌های صورت $(x=۳)$ و مخرج $(x=-۱)$ می‌کشیم:

x		-۱		۳	
$۳-x$	$+$		$+$	۰	$-$
$۱+x$	$-$	۰	$+$		$+$
y	$-$	∄	$+$	۰	$-$

به دنبال قسمت‌های بزرگ‌تر از صفر هستیم، پس:

$$\underbrace{-۱<x<۳}_{(II)}$$

گام حالا بین محدوده‌های (I) و (II) اشتراک می‌گیریم:



پس محدودهٔ x به این صورت شد: $\frac{۱}{۳}<x<۳$.

گام مجموعه مقادیر $[\frac{x}{۲}]$ را می‌خواهیم، پس حدود $\frac{x}{۲}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{۱}{۳}<x<۳ \xrightarrow{\div ۲} \frac{۱}{۶}<\frac{x}{۲}<۱/۵$$

همان‌طور که می‌بینید مقادیر $\frac{x}{۲}$ در بازهٔ $(\frac{۱}{۶},۱/۵)$ قرار گرفت. اعدادی که در این بازه هستند، جزء صحیحشان می‌تواند ۰ و ۱ باشد؛ بنابراین مجموعه مقادیر $[\frac{x}{۲}]$، ۲ عضو دارد.

۴- گزینه ۲

شفاف‌سازی کلمهٔ «برعکس» در صورت سؤال، یعنی هم رأس سهمی اول روی سهمی دوم قرار دارد، هم رأس سهمی دوم روی سهمی اول.

درس‌نامه مختصات رأس سهمی $y=Ax^۲+Bx+C$ به صورت زیر است:

$$S=(-\frac{B}{۲A},-\frac{\Delta}{۴A})$$

گام اول مختصات رأس سهمی $y=\underbrace{-a}_{A}x^۲+\underbrace{a}_{B}x+\underbrace{۲}_{C}$ را به کمک درس‌نامه به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x_S=\frac{-B}{۲A}=-\frac{a}{۲(-a)}=\frac{۱}{۲} \\ y_S=-\frac{\Delta}{۴A}=-\frac{B^۲-۴AC}{۴A}=-\frac{a^۲-۴(-a)(۲)}{۴(-a)}=\frac{a^۲+۸a}{۴a} \\ =\frac{a(a+۸)}{۴a}=\frac{a+۸}{۴} \end{cases}$$

بنابراین مختصات رأس سهمی اول شد $S(\frac{۱}{۲},\frac{a+۸}{۴})$. حالا به سراغ رأس سهمی $y=\underbrace{۲b}_{A}x^۲\underbrace{-b}_{B}x\underbrace{-۱}_{C}$ می‌رویم:

$$\begin{cases} x_S=-\frac{B}{۲A}=-\frac{-b}{۲(۲b)}=\frac{۱}{۴} \\ y_S=-\frac{\Delta}{۴A}=-\frac{B^۲-۴AC}{۴A}=-\frac{(-b)^۲-۴(۲b)(-۱)}{۴(۲b)}=-\frac{b^۲+۸b}{۸b} \\ =-\frac{b(b+۸)}{۸b}=-\frac{b+۸}{۸} \end{cases}$$

پس مختصات رأس سهمی دوم هم شد: $S'(\frac{۱}{۴},-\frac{b+۸}{۸})$

گام طبق شفاف‌سازی می‌توانیم به دو نتیجه برسیم:

◆ رأس $S(\frac{۱}{۲},\frac{a+۸}{۴})$ روی سهمی $y=۲bx^۲-bx-۱$ قرار دارد، پس این نقطه در ضابطهٔ سهمی صدق می‌کند:

$$\frac{a+۸}{۴}=۲b(\frac{۱}{۲})^۲-b(\frac{۱}{۲})-۱ \Rightarrow \frac{a+۸}{۴}=\frac{b}{۲}-\frac{b}{۲}-۱$$

$$\Rightarrow \frac{a+۸}{۴}=-۱ \Rightarrow a+۸=-۴ \Rightarrow a=-۱۲$$

◆ رأس $S'(\frac{۱}{۴},-\frac{b+۸}{۸})$ روی سهمی $y=-ax^۲+ax+۲$ قرار دارد؛ پس این نقطه هم در ضابطهٔ سهمی باید صدق بکند:

$$-\frac{b+۸}{۸}=-a(\frac{۱}{۴})^۲+a(\frac{۱}{۴})+۲ \Rightarrow -\frac{b+۸}{۸}=\frac{۱۲}{۱۶}-\frac{۱۲}{۴}+۲$$

$$\Rightarrow -\frac{b+۸}{۸}=\frac{۳}{۴}-۳+۲ \Rightarrow \frac{b+۸}{۸}=\frac{۱}{۴} \Rightarrow b+۸=۲ \Rightarrow b=-۶$$

گام بنابراین $b-a$ برابر می‌شود با: $b-a=-۶-(-۱۲)=-۶+۱۲=۶$

۵- گزینه ۳

استراتژی اول ضابطهٔ تابع را ساده می‌کنیم تا به صورت $f(x)=Ax^۲+Bx+C$ دربیاید. بعد ضرایب $x^۲$ و x را مساوی صفر می‌گذاریم تا a و b پیدا بشوند. در آخر با داشتن a و b، برد $f(x)$ را به راحتی پیدا می‌کنیم.

گام اول ضابطهٔ تابع را تا جای ممکن ساده می‌کنیم:

$$f(x)=(ax+۲)(b-x)-۷x^۲ \Rightarrow f(x)=abx-ax^۲+۲b-۲x-۷x^۲$$

$$\Rightarrow f(x)=-(a+۷)x^۲+(ab-۲)x+۲b$$

نکته در توابع ثابت، ضریب متغیرها همیشه صفر است. مثلاً اگر $y=(a+۱)x^۳+(b+۳)x+۳$، تابع ثابت باشد، $a+۱$ و $b+۳$ باید صفر باشد، یعنی: $a=-۱$ و $b=-۳$.

گام حالا چون $f(x)$ تابع ثابت است، پس طبق نکته باید ضرایب $x^۲$ و x را مساوی صفر بگذاریم:

$$\begin{cases} -(a+۷)=۰ \Rightarrow a=-۷ \\ ab-۲=۰ \xrightarrow{a=-۷} -۷b=۲ \Rightarrow b=-\frac{۲}{۷} \end{cases}$$

گام پس ضابطهٔ تابع ثابت $f(x)=-(a+۷)x^۲+(ab-۲)x+۲b$ به این صورت می‌شود: $f(x)=۰+۰+۲(-\frac{۲}{۷})=-\frac{۴}{۷}$

که واضح است، بردش برابر $-\frac{۴}{۷}$ است.

۶- گزینه ۳

شفاف‌سازی «دو کتابِ مجاور هر کتاب» ⟸ کتاب‌هایی که در چپ و راست هر کتاب قرار دارند.

گام فقط در ساختار زیر، خواستهٔ مسئله (طبق شفاف‌سازی) برآورده می‌شود:

ر ر آ آ ر ر

گام در ساختار بالا کتاب‌های ریاضی (۴!) و کتاب‌های آمار (۲!) جایگشت دارند، پس جواب مسئله طبق اصل ضرب برابر می‌شود با: $۴!\times۲!=۲۴\times۲=۴۸$

تله اگر فکر می‌کردیم منظور از دو کتابِ مجاور هر کتاب، دو کتابی بعد از آن هستند، آرایش زیر را هم می‌شمردیم. این‌جوری ۴۸ حالت دیگر هم اضافه می‌شود. در تلهٔ ① می‌افتادیم!

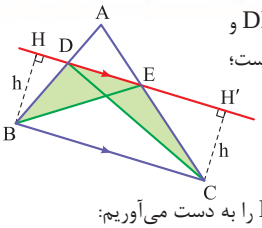
ر ر آ آ ر ر

چپ و راست ر متفاوت نیست.

۷- گزینه ۴

استراتژی دو مثلث مورد نظر در قاعدهٔ DE مشترک‌اند. پس مساحتشان را جوری می‌نویسیم که قاعدهٔ هر دو DE باشد.

گام همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، چون DE و BC موازی‌اند، پس فاصلهٔ B و C از DE به یک‌اندازه است؛ پس می‌توانیم فرض کنیم $BH = CH' = h$.



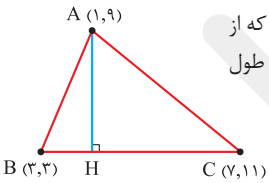
گام حالا نسبت مساحت مثلث‌های CDE و BDE را به دست می‌آوریم:

$$\frac{S_{CDE}}{S_{BDE}} = \frac{\frac{1}{2}DE \times CH'}{\frac{1}{2}DE \times BH} = \frac{CH'}{BH} = \frac{h}{h} = 1$$

۸- گزینه ۳

استراتژی فاصله رأس A(۱,۹) از ضلع BC می‌شود ارتفاع AH. پس اول معادلهٔ ضلع BC را می‌نویسیم، بعد فاصلهٔ رأس از آن را به دست می‌آوریم.

گام اول شکل فرضی مقابل را می‌کشیم. همان‌طور که از شکل پیداست، فاصلهٔ رأس A(۱,۹) از ضلع BC، همان طول ارتفاع AH است.



گام اول معادلهٔ ضلع BC را می‌نویسیم. ضلع BC از دو نقطهٔ B(۳,۳) و C(۷,۱۱) می‌گذرد، پس شیبش می‌شود:

$$m_{BC} = \frac{11-3}{7-3} = \frac{8}{4} = 2$$

ضلع BC از نقطهٔ B(۳,۳) می‌گذرد و شیبش ۲ است، پس معادله‌اش به صورت زیر است:

$$y - 3 = 2(x-3) \Rightarrow y - 3 = 2x - 6 \Rightarrow y = 2x - 3$$
$$\Rightarrow BC: 2x - y - 3 = 0$$

نکته فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_0, y_0)$ از خط $ax + by + c = 0$ برابر است با:

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

گام حالا که معادلهٔ ضلع BC را داریم، می‌توانیم فاصلهٔ نقطهٔ A(۱,۹) را از آن به دست بیاوریم. این فاصله طبق نکتهٔ بالا برابر می‌شود با:

$$AH = \frac{|2(1) - 9 - 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$$

۹- گزینه ۲

درس‌نامه در معادلهٔ درجه‌دوم $Ax^2 + Bx + C = 0$ با شرط $\Delta > 0$، جمع و ضرب ریشه‌ها از رابطه‌های زیر محاسبه می‌شوند:

ضرب ریشه‌ها: $P = \frac{C}{A}$ و مجموع ریشه‌ها: $S = -\frac{B}{A}$

گام به گفتهٔ سؤال اعداد طبیعی a و b ریشه‌های معادله هستند، پس می‌توانیم بگوییم جمع و ضرب ریشه‌ها برابرند با:

$$S = a + b$$
$$P = ab$$

گام حالا S و P را از معادلهٔ $\underbrace{1}_{A}x^2 \underbrace{-(a^2+b^2-12)}_{B}x + \underbrace{a+b-1}_{C} = 0$ حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} P = \frac{C}{A} = \frac{a+b-1}{1} = a+b-1 \\ S = -\frac{B}{A} = -\frac{-(a^2+b^2-12)}{1} = a^2+b^2-12 \end{cases}$$

گام با جای‌گذاری مقادیر بالا در روابط گام (۱) به تساوی‌های زیر می‌رسیم:

$$(1)\ a + b - 1 = ab$$
$$(2)\ a^2 + b^2 - 12 = a + b$$

گام تساوی (۲) را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$(a+b)^2 - 2ab - 12 = a + b$$

با توجه به تساوی (۱)، جای ab، $a + b - 1$ می‌نویسیم:

$$(a+b)^2 - 2\underbrace{ab}_{a+b-1} - 12 = a + b \Rightarrow (a+b)^2 - 2(a+b) + 2 - 12 = a + b$$

گام جای $a + b$، S قرار می‌دهیم:

$$S^2 - 2S + 2 - 12 = S \Rightarrow S^2 - 3S - 10 = 0$$
$$(S-5)(S+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = 5 \checkmark \\ S = -2 \times \end{cases}$$

جمع دو عدد طبیعی نمی‌تواند ۲- باشد، پس فقط $S = 5$ قبول است.

سؤال هم $a + b$ که همان S می‌شود را از ما می‌خواست.

مشاوره این سؤال جزء سؤالات خاص معادلهٔ درجه‌دوم است که پیشنهاد می‌کنم روش حلش را در مغزتان save کنید.

۱۰- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ انتقال افقی و عمودی نمودار یک تابع، روی ضابطه‌اش تأثیر می‌گذارد. این تأثیرها را می‌توانید در جدول زیر ببینید:

	انواع انتقال	تأثیری که روی ضابطهٔ تابع می‌گذارد.	مثال
انتقال افقی	a واحد به سمت راست	« $x - a$ » به x تبدیل می‌شود.	$y = (2x-1)^2 \xrightarrow[\text{به راست}]{\text{۲ واحد انتقال}} y = (2(x-2)-1)^2 = (2x-5)^2$
	a واحد به سمت چپ	« $x + a$ » به x تبدیل می‌شود.	$y = (2x-1)^2 \xrightarrow[\text{به چپ}]{\text{۲ واحد انتقال}} y = (2(x+2)-1)^2 = (2x+3)^2$
انتقال عمودی	b واحد به سمت بالا	b واحد به ضابطهٔ تابع اضافه می‌شود.	$y = (2x-1)^2 \xrightarrow[\text{به بالا}]{\text{۳ واحد انتقال}} y = (2x-1)^2 + 3$
	b واحد به سمت پایین	b واحد از ضابطهٔ تابع کم می‌شود.	$y = (2x-1)^2 \xrightarrow[\text{به پایین}]{\text{۳ واحد انتقال}} y = (2x-1)^2 - 3$

۲ برای پیداکردن قرینهٔ تابع $f(x)$ نسبت به محور xها، yها و مبدأ مختصات، از جدول زیر استفاده می‌کنیم:

قرینهٔ تابع $f(x)$ نسبت به ...	روش پیداکردن
محور طول (x)ها	کل ضابطه را قرینه می‌کنیم.
	$f(x)$ تبدیل می‌شود به $-f(x)$.
محور عرض (y)ها	به جای xها، $-x$ می‌گذاریم.
	$f(x)$ تبدیل می‌شود به $f(-x)$.
مبدأ مختصات	هر دو کار بالا را انجام می‌دهیم.
	$f(x)$ تبدیل می‌شود به $-f(-x)$.

گام اول ضابطهٔ $y_{\text{اولیه}} = \frac{1}{x}$ را طبق قسمت (۱) درس‌نامه، ۱ واحد در جهت مثبت محور xها انتقال می‌دهیم:

$$y = \frac{1}{x} \xrightarrow[x \to x-1]{\text{۱ واحد به راست}} y = \frac{1}{x-1}$$

گام حالا تابع $y = \frac{1}{x-1}$ را نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم. طبق قسمت (۲) درس‌نامه برای این‌کار باید کل ضابطه را قرینه کنیم:

$$y = -\frac{1}{x-1}$$

در آخر ضابطهٔ بالا را در امتداد محور yها، ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم:

$$y = -\frac{1}{x-1} \xrightarrow[\text{۲ واحد از ضابطه کم می‌کنیم.}]{\text{۲ واحد به پایین}} y = -\frac{1}{x-1} - 2$$

گام حالا ضابطهٔ $y=\frac{1}{x}$ و $y=-\frac{1}{x-1}-2$ را برابر قرار می‌دهیم تا طول نقطه‌های برخورد تابع اولیه با تابع نهایی پیدا شود:

$$-\frac{1}{x-1}-2=\frac{1}{x} \Rightarrow \frac{-1-2x+2}{x-1}=\frac{1}{x} \Rightarrow \frac{-2x+1}{x-1}=\frac{1}{x}$$
$$\Rightarrow -2x^2+x=x-1 \Rightarrow x^2=\frac{1}{2} \Rightarrow x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$$

این‌جا باید حواسمان باشد که جواب‌های به‌دست‌آمده مخرجی را صفر نکند که خوشبختانه $x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$ مخرج هیچ‌کدام از کسرهای $\frac{1}{x}$ و $\frac{1}{x-1}$ را صفر نمی‌کند.

گام حالا $x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$ را در یکی از دو تابع اولیه یا نهایی جای‌گذاری می‌کنیم تا عرض نقطه‌های برخورد هم پیدا شود.

این‌جا برای کم‌شدن محاسبات ما $x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$ را در $y_{\text{اولیه}}=\frac{1}{x}$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$y=\frac{1}{\pm\frac{1}{\sqrt{2}}}=\pm\sqrt{2}$$

بنابراین مختصات نقطه‌های برخورد $A(\frac{1}{\sqrt{2}},\sqrt{2})$ و $B(\frac{-1}{\sqrt{2}},-\sqrt{2})$ است.

نکته فاصلهٔ نقطهٔ $A(a,b)$ از مبدأ مختصات $(O(0,0))$ برابر می‌شود با:

$$OA=\sqrt{a^2+b^2}$$

گام حالا به کمک نکتهٔ بالا، فاصلهٔ نقطه‌های تلاقی را از مبدأ مختصات به دست می‌آوریم (فرقی ندارد کدام نقطه را بگیریم).

$$OA=\sqrt{(\frac{1}{\sqrt{2}})^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{\frac{1}{2}+2}=\sqrt{\frac{5}{2}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}}{2}$$

مشاوره در کنکورهای جدید، ترکیب مباحثی مثل «انتقال نمودار»، «پیداکردن نقطهٔ تقاطع» و «فاصلهٔ نقطه از مبدأ مختصات» زیاد دیده می‌شود. نکات و درس‌نامهٔ این تست را خوب بخوانید تا به این سه مورد کاملاً مسلط بشوید.

۱۱- گزینهٔ ۱

روش **گام** دوتا کار باید انجام بدهیم. اول این‌که سمت راست معادله را گویا کنیم. دوم این‌که در سمت چپش مخرج‌مشترک بگیریم:

$$\underbrace{\frac{1}{\sqrt{2-x}+2}}_{2+\sqrt{2-x}}-\frac{1}{2-\sqrt{2-x}}=\frac{2-x}{5\sqrt{2-x}}\times\frac{\sqrt{2-x}}{\sqrt{2-x}}$$
$$\Rightarrow \frac{(2-\sqrt{2-x})-(2+\sqrt{2-x})}{\underbrace{(2+\sqrt{2-x})(2-\sqrt{2-x})}_{\text{مزدوج}}}=\frac{(2-x)\sqrt{2-x}}{5(2-x)}$$
$$\Rightarrow \frac{-2\sqrt{2-x}}{2^2-(\sqrt{2-x})^2}=\frac{(2-x)\sqrt{2-x}}{5(2-x)} \Rightarrow \frac{-2\sqrt{2-x}}{4-(2-x)}=\frac{(2-x)\sqrt{2-x}}{5(2-x)}$$

گام چون $x=2$ ریشهٔ مخرج است، پس $x\neq 2$ و حق داریم $(2-x)$ها را از صورت و مخرج کسر سمت راست و همچنین $\sqrt{2-x}$ها را از طرفین معادله بزنیم:

$$\frac{-2\sqrt{2-x}}{x+2}=\frac{(2-x)\sqrt{2-x}}{5(2-x)} \Rightarrow \frac{-2}{x+2}=\frac{1}{5} \Rightarrow -10=x+2 \Rightarrow x=-12$$

همان‌طور که می‌بینید معادله فقط یک جواب منفی دارد؛ پس هیچ ریشهٔ مثبتی ندارد.

روش **گام** می‌توانیم از تغییر متغیر هم استفاده کنیم. فرض می‌کنیم؛ $\sqrt{2-x}=t$ باشد، در این صورت $2-x=t^2$ می‌شود. حالا معادله را برحسب t می‌نویسیم:

$$\frac{1}{\sqrt{2-x}+2}-\frac{1}{2-\sqrt{2-x}}=\frac{2-x}{5\sqrt{2-x}} \Rightarrow \frac{1}{\underbrace{t+2}_{2+t}}-\frac{1}{2-t}=\frac{t^2}{5t}$$
$$\Rightarrow \frac{(2-t)-(2+t)}{\underbrace{(2+t)(2-t)}_{\text{مزدوج}}}=\frac{t^2}{5t} \Rightarrow \frac{-2t}{2^2-t^2}=\frac{t^2}{5t}$$

گام چون $t=0$ ریشهٔ مخرج است، پس $t\neq 0$ و در نتیجه حق داریم tها را در طرفین معادله تا جای ممکن بزنیم:

$$\frac{-2\cancel{t}}{4-t^2}=\frac{\cancel{t}^2}{5\cancel{t}} \Rightarrow -\frac{2}{4-t^2}=\frac{1}{5} \Rightarrow -10=4-t^2 \Rightarrow t^2=14$$

گفته بودیم $t^2=2-x$، پس: $2-x=14 \Rightarrow x=-12$

که باز هم به همان نتیجهٔ روش اول می‌رسیم.

۱۲- گزینهٔ ۱

استراتژی اول جای طول و عرض گزینه‌ها را عوض می‌کنیم؛ بعد می‌بینیم از بین نقطه‌های به‌دست‌آمده کدامش در ضابطهٔ تابع صدق می‌کند.

درس‌نامه در یک تابع مثل f، اگر $(a,b)\in f$ باشد، در این صورت $(b,a)\in f^{-1}$ خواهد بود.

طبق استراتژی تک‌تک گزینه‌ها را در $y=-3x^3+2x-11$ بررسی می‌کنیم:

① $(9,-2)\in f^{-1} \Rightarrow (-2,9)\in f : 9\overset{?}{=}-3(-2)^3+2(-2)-11 \Rightarrow 9\overset{?}{=}9$ ✓

خوشبختانه همین اول کار، گزینهٔ صحیح خودش را لو داد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

② $(2,-31)\in f^{-1} \Rightarrow (-31,2)\in f : 2\overset{?}{=}\underbrace{-3(-31)^3}_{\text{عدد مثبتِ نسبتاً بزرگ}}+2(-31)-11$

تابلوئه برقرار نیست.

③ $(-1,10)\in f^{-1} \Rightarrow (10,-1)\in f : -1\overset{?}{=}-3(10)^3+2(10)-11$

$\Rightarrow -1\overset{?}{=}-2991$ ×

④ $(-12,-1)\in f^{-1} \Rightarrow (-1,-12)\in f : -12\overset{?}{=}-3(-1)^3$

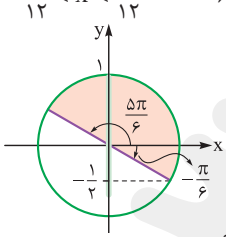
$+2(-1)-11 \Rightarrow -12\overset{?}{=}-10$ ×

۱۳- گزینهٔ ۲

استراتژی اول از روی $-\frac{\pi}{12}<x<\frac{5\pi}{12}$، محدودهٔ $2x$ را به دست می‌آوریم تا ببینیم این زاویه در کدام نواحی دایرهٔ مثلثاتی قرار دارد. در ادامه با توجه به علامت سینوس در آن نواحی مجموعه مقادیر m را پیدا می‌کنیم.

گام طرفین نامساوی $-\frac{\pi}{12}<x<\frac{5\pi}{12}$ را در ۲ ضرب می‌کنیم تا محدودهٔ $2x$ مشخص شود:

$$-\frac{\pi}{12}<x<\frac{5\pi}{12} \xrightarrow{\times 2} -\frac{\pi}{6}<2x<\frac{5\pi}{6}$$



پس زاویهٔ $2x$ مطابق شکل مقابل، ناحیهٔ قرمزرنگ را شامل می‌شود. همان‌طور که می‌بینید سینوس در این ناحیه بین ۱ و $\sin(\frac{-\pi}{6})$ قرار دارد، یعنی:

$$\sin(\frac{-\pi}{6})<\sin 2x\leq 1 \quad (*)$$

می‌دانیم $\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$، پس: $\sin(\frac{-\pi}{6})=-\sin\frac{\pi}{6}=-\frac{1}{2}$

بنابراین نامعادلهٔ (*) به صورت مقابل می‌شود: $-\frac{1}{2}<\sin 2x\leq 1$

گام حالا $\sin 2x=\frac{m-1}{4}$ را در نامساوی بالا جای‌گذاری می‌کنیم:

$$-\frac{1}{2}<\frac{m-1}{4}\leq 1 \xrightarrow{\times 4} -2<m-1\leq 4 \xrightarrow{+1} -1<m\leq 5$$

بنابراین مجموعه‌جواب m برابر $(-1,5]$ است.

۱۴- گزینهٔ ۳

استراتژی با دیدن تساوی به شکل $\sin x\pm\cos x=t$، طرفین را به توان ۲ برسانید.

درس‌نامه اتحادهای مثلثاتی زیر را بلد باشید:

$$\sin^2 x+\cos^2 x=1 \quad , \quad \sin 2x=2\sin x\cos x \quad , \quad \sin 2x=\frac{2\tan x}{1+\tan^2 x}$$

گام اول $\sin x + \cos x$ را تنها می‌کنیم:

$$۱۰(\sin x + \cos x) = ۶\sqrt{۵} \Rightarrow \sin x + \cos x = \frac{۶\sqrt{۵}}{۱۰} = \frac{۳\sqrt{۵}}{۵} \quad (۱)$$

گام حالا طرفین تساوی (۱) را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(\sin x + \cos x)^۲ = (\frac{۳\sqrt{۵}}{۵})^۲ \Rightarrow \sin^۲ x + \cos^۲ x + ۲\sin x \cos x = \frac{۹ \times ۵}{۲۵}$$

گام طبق درس‌نامه می‌دانیم $\sin^۲ x + \cos^۲ x = ۱$ و $\sin ۲x = ۲\sin x \cos x$، پس تساوی بالا به این صورت درمی‌آید:

$$۱ + \sin ۲x = \frac{۹}{۵} \Rightarrow \sin ۲x = \frac{۴}{۵}$$

گام طبق درس‌نامه در تساوی بالا می‌توانیم به جای $\sin ۲x$، $\frac{۲\tan x}{۱+\tan^۲ x}$ را بنویسیم:

$$\frac{۲\tan x}{۱+\tan^۲ x} = \frac{۴}{۵} \Rightarrow ۲\tan^۲ x + ۲ = ۵\tan x \Rightarrow ۲\tan^۲ x - ۵\tan x + ۲ = ۰$$

گام حالا معادلهٔ درجه‌دوم بالا را به روش Δ حل می‌کنیم:

$$\tan x = \frac{۵ \pm \sqrt{(-۵)^۲ - ۴(۲)(۲)}}{۲(۲)} = \frac{۵ \pm \sqrt{۹}}{۴} = \frac{۵ \pm ۳}{۴} = ۲ \text{ یا } \frac{۱}{۲}$$

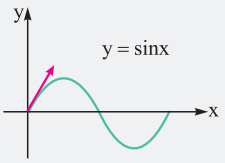
بنابراین $\tan ۲x$ می‌تواند ۲ یا $\frac{۱}{۲}$ باشد که فقط $\frac{۱}{۲}$ در گزینه‌ها وجود دارد.

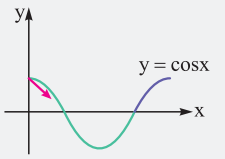
۱۵- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ بیشترین و کم‌ترین مقدار توابع به فرم $y = A\sin(Bx) + C$ و $y = A\cos(Bx) + C$ از رابطه‌های زیر محاسبه می‌شوند:

$$max = |A| + C \quad , \quad min = -|A| + C$$

۲ نمودار توابع $\sin x$ و $\cos x$ را ببینید:



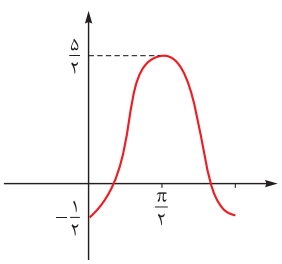


همان‌طور که می‌بینید، $\sin x$ در سمت راست محور y‌ها شروع صعودی ولی $\cos x$ شروع نزولی دارد. بنابراین هر وقت نمودار توابعی مثل $y = A\sin(Bx) + C$ و $y = A\cos(Bx) + C$ را دادند، می‌توانید علامت (A و B) را به صورت زیر مشخص کنید:

الف) اگر نمودار $y = A\sin(Bx) + C$ دقیقاً مثل $\sin x$ در سمت راست محور y‌ها شروع صعودی داشت $AB > ۰$ و در غیر این صورت $AB < ۰$ است.

ب) اگر نمودار $y = A\cos(Bx) + C$ دقیقاً مثل $\cos x$ در سمت راست محور y‌ها، شروع نزولی داشت $A > ۰$ و در غیر این صورت $A < ۰$ است (علامت B هم می‌تواند مثبت باشد هم منفی، چون $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$).

گام طبق نمودار تابع $y = \underbrace{a}_{A}\cos(bx) + \underbrace{c}_{C}$، ماکزیمم و مینیمم تابع به ترتیب $\frac{۵}{۲}$ و $-\frac{۱}{۲}$ هستند، پس طبق قسمت (۱) درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم:



$$\begin{cases} |A| + C = \frac{۵}{۲} \Rightarrow |a| + c = \frac{۵}{۲} \\ -|A| + C = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow -|a| + c = -\frac{۱}{۲} \end{cases}$$

از جمع طرفین تساوی‌های بالا، داریم:

$$۲c = ۲ \Rightarrow c = ۱$$

حالا $c = ۱$ در تساوی $|a| + c = \frac{۵}{۲}$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$|a| + ۱ = \frac{۵}{۲} \Rightarrow |a| = \frac{۵}{۲} - ۱ \Rightarrow |a| = \frac{۳}{۲} \Rightarrow a = \pm\frac{۳}{۲}$$

گام این‌جا باید حواسمان باشد که مقدار a را درست انتخاب کنیم. همان‌طور که از نمودار گام اول پیداست، نمودار تابع، برعکس $\cos x$، شروع صعودی دارد؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم $a < ۰$ است، پس $a = -\frac{۳}{۲}$ را انتخاب می‌کنیم.

گام بنابراین مقدار ac برابر می‌شود با:

$$ac = (-\frac{۳}{۲})(۱) = -\frac{۳}{۲}$$

مشاوره نمودارهای مثلثاتی تقریباً پای ثابت کنکورها هستند. حتماً وقت زیادی برایشان بگذارید.

۱۶- گزینه ۳

درس‌نامه در لگاریتم‌ها، ۵ قانون مهم زیر برقرار است:

۱ لگاریتم، توانی را که روی عبارت جلویش نشسته باشد، به عنوان ضریب به پشت خودش منتقل می‌کند؛ یعنی:

$$\log_b a^m = m\log_b a$$

۲ لگاریتم، معکوس توانی را که روی مبنایش نشسته باشد، به عنوان ضریب به پشت خودش منتقل می‌کند؛ یعنی:

$$\log_{b^n} a = \frac{۱}{n}\log_b a$$

۳ دو قانون بالا با هم به صورت مقابل بیان می‌شوند:

$$\log_{b^n} a^m = \frac{m}{n}\log_b a$$

۴ قانون جمع و تفریق لگاریتم‌ها به صورت زیر است:

$$\log_c ab = \log_c a + \log_c b \quad , \quad \log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$$

۵ اگر $\log_b a = c$ باشد، می‌توانیم بگوییم:

$$b^c = a$$

گام به جای $\log_۸ b$، می‌نویسیم $\log_{۲^۳} b$ تا بتوانیم $\frac{۱}{۳}$ را به پشتش منتقل کنیم:

$$\log_۸ b = \frac{۲}{۳}(۱+a) \Rightarrow \log_{۲^۳} b = \frac{۲}{۳}(۱+a)$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۳}\log_۲ b = \frac{۲}{۳}(۱+a) \Rightarrow \log_۲ b = ۲ + ۲a$$

گام حالا $\log_۲ ۳ = a$ را در تساوی بالا جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\log_۲ b = ۲ + ۲\log_۲ ۳ \Rightarrow \log_۲ b = ۲ + \log_۲ ۳^۲$$

$$\Rightarrow \log_۲ b - \log_۲ ۹ = ۲ \Rightarrow \log_۲ \frac{b}{۹} = ۲ \Rightarrow \frac{b}{۹} = ۲^۲ \Rightarrow b = ۳۶$$

گام در آخر با توجه به این‌که $b = ۳۶$ شد، $\log(۳b - ۸)$ برابر می‌شود با:

$$\log(۳b - ۸) = \log(\underbrace{۳(۳۶)}_{۱۰۸} - ۸) = \log ۱۰۰ = \log_{۱۰} ۱۰^۲ = ۲$$

۱۷- گزینه ۱

گام تابع $f(x) = \sqrt[۳]{۲^{ax+b}}$ از نقطهٔ $(\frac{۱}{۲}, ۱)$ می‌گذرد، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$۱ = \sqrt[۳]{۲^{a(\frac{۱}{۲})+b}} \xrightarrow{\text{توان ۳}} ۱ = ۲^{\frac{a}{۲}+b} \Rightarrow ۲^۰ = ۲^{\frac{a}{۲}+b}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{۲} + b = ۰ \Rightarrow \frac{a}{۲} = -b \Rightarrow a = -۲b$$

گام از تساوی $f^{-۱}(۸) = ۵$ نتیجه می‌گیریم که $f(۵) = ۸$ است، بنابراین:

$$۸ = \sqrt[۳]{۲^{a(۵)+b}} \Rightarrow ۲^۳ = \sqrt[۳]{۲^{۵a+b}} \xrightarrow{\text{توان ۳}} (۲^۳)^۳ = ۲^{۵a+b}$$

$$\Rightarrow ۲^۹ = ۲^{۵a+b} \Rightarrow ۵a + b = ۹$$

گام حالا $a = -۲b$ را در تساوی بالا جای‌گذاری می‌کنیم:

$$۵(-۲b) + b = ۹ \Rightarrow -۹b = ۹ \Rightarrow b = -۱$$

$$\xrightarrow{a=-۲b} a = -۲(-۱) = ۲$$

بنابراین $a - b$ برابر است با:

$$a - b = ۲ - (-۱) = ۳$$

۱۸- گزینه ۴

استراتژی اول مقدار براکت‌ها را در همسایگی راست $x = -۱$ به دست می‌آوریم تا بتوانیم این مقدار را به جای براکت جای‌گذاری کنیم. بعد علامت عبارت داخل قدرمطلق را هم در همان همسایگی راست $x = -۱$ مشخص می‌کنیم تا قدرمطلق را هم حذف کنیم. در آخر حد را محاسبه می‌کنیم.

گام اول تکلیف براکت را مشخص می‌کنیم. $x \to -1^+$ یعنی x کمی بیشتر از -1 است (مثلاً $-0/9$)؛ پس داریم:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to -1^+}[x]=[-0/9]=-1 \\ \lim\limits_{x\to -1^+}[-x]=[-(-0/9)]=[0/9]=0 \end{cases}$$

گام برای xهای کمی بیشتر از -1 (مثلاً $-0/9$)، داخل قدرمطلق مثبت می‌شود؛ پس به جای $|x+1|$، خود $x+1$ را می‌نویسیم.

گام با توجه به دو گام بالا، براکت‌ها و قدرمطلق را حذف می‌کنیم:

$$\lim_{x\to -1^+}\frac{|x+1|+[x]}{x-[-x]}=\lim_{x\to -1^+}\frac{(x+1)-1}{x-0}=\lim_{x\to -1^-}\frac{x}{x}=1$$

مشاوره حدهای براکتی و قدرمطلق‌دار جزء پرتکرارترین سؤالات کنکور هستند. همان‌طور که می‌بینید روند حل این سؤالات کاملاً مشخص است. با یادگرفتن این روند یک تست کنکور را برای خودتان ذخیره کنید.

۱۹- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ اگر میانگین n دادهٔ $x_1, x_2, \dots, x_n$ برابر $\bar{x}$ باشد، در این صورت واریانسشان از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\sigma^2=\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2}{n}$$

۲ انحراف معیار یا σ، همان جذر واریانس است؛ یعنی: انحراف معیار $=\sqrt{\text{واریانس}}$

۳ مجموع انحراف داده‌ها از میانگین برابر با صفر است؛ یعنی:

$$(x_1-\bar{x})+(x_2-\bar{x})+(x_3-\bar{x})+\cdots+(x_n-\bar{x})=0$$

گام به گفتهٔ سؤال اختلاف داده‌ها از میانگین برابر $3,-1,b,-1,0,a$ است؛ پس طبق مورد (۳) درس‌نامه مجموعشان صفر می‌شود:

$$a+0+(-1)+b+(-1)+3=0 \Rightarrow a+b=-1 \quad (1)$$

گام از این‌که انحراف معیار داده‌ها ۲ است، به کمک مورد (۲) درس‌نامه نتیجه می‌گیریم که واریانس داده‌ها $2^2=4$ است؛ بنابراین طبق مورد (۱) درس‌نامه داریم:

$$4=\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_6-\bar{x})^2}{6}$$

$$\Rightarrow 24=a^2+0^2+(-1)^2+b^2+(-1)^2+3^2 \Rightarrow 24=a^2+b^2+11 \Rightarrow a^2+b^2=13$$

گام دو عدد که جمعشان -1 و جمع مربعشان ۱۳ باشد، -3 و ۲ هستند. چون $a>0$، پس $b=-3$ می‌شود.

۲۰- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ برای پیداکردن میانهٔ تعدادی داده، اول داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم. در ادامه با دو حالت مواجه می‌شویم:

الف) تعداد داده‌ها فرد باشد: در این صورت میانه برابر با همان دادهٔ وسط است.

ب) تعداد داده‌ها زوج باشد، در این صورت میانه برابر با میانگین دو دادهٔ وسط است.

۲ چارک دوم، همان میانه است.

۳ فرض کنید تعدادی داده داریم که میانگین mتایشان $\bar{x}$ و میانگین nتای دیگر $\bar{y}$ باشد. در چنین حالتی میانگین کل داده‌ها برابر می‌شود با: میانگین کل داده‌ها $=\frac{m\bar{x}+n\bar{y}}{m+n}$

گام چون تعداد داده‌ها زوج است، پس می‌توانیم بگوییم کلاً $2n$ داده داریم. به گفتهٔ سؤال، چارک دوم یا همان میانه برابر ۳ است، پس n دادهٔ کوچک‌تر از ۳ با میانهٔ $\bar{x}_1$ و n دادهٔ بزرگ‌تر از ۳ با میانگین $\bar{x}_2$ داریم.

گام طبق صورت سؤال بین $\bar{x}_1$ و $\bar{x}_2$ رابطهٔ مقابل برقرار است: $-\bar{x}_1=\bar{x}_2-6$

بنابراین: $\bar{x}_1+\bar{x}_2=6 \quad (*)$

گام حالا $2n$ داده داریم که میانگین nتایشان $\bar{x}_1$ و میانگین nتای دیگرشان $\bar{x}_2$ است؛ پس طبق مورد (۳) درس‌نامه میانگین کل داده‌ها می‌شود:

$$\text{میانگین کل داده‌ها}=\frac{n\bar{x}_1+n\bar{x}_2}{n+n}=\frac{n(\bar{x}_1+\bar{x}_2)}{2n}=\frac{\bar{x}_1+\bar{x}_2}{2}$$

$$\xrightarrow{(*)} \text{میانگین کل داده‌ها}=\frac{6}{2}=3$$

تیزبازی تعداد داده‌ها باید زوج باشد که ما آن را ۴تا می‌گیریم. میانه ۳ است، پس میانگین دو دادهٔ وسطی باید ۳ باشد. آن‌ها را به صورت $a,2,4,b$ می‌گیریم. قرینهٔ میانگین داده‌های کوچک‌تر از میانه $-\frac{a+2}{2}$ و میانگین داده‌های بزرگ‌تر از میانه $\frac{4+b}{2}$ است. دومی منهای اولی باید ۶ باشد:

$$\frac{4+b}{2}-(-\frac{a+2}{2})=6 \xrightarrow{\times 2} 4+b+a+2=12 \Rightarrow a+b=6$$

میانگین کل داده‌ها برابر است با:

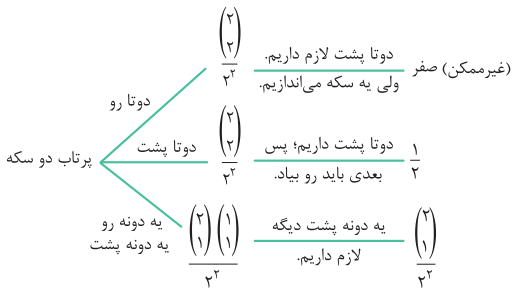
$$\frac{a+2+4+b}{4}=\frac{6+6}{4}=3$$

۲۱- گزینه ۴

درس‌نامه در پرتاب n سکه احتمال این‌که k بار رو بیاید، از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$P=\frac{\binom{n}{k}}{2^n}$$

گام نمودار درختی مسئله به صورت زیر است:

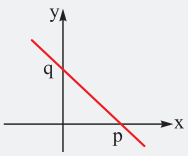


گام حالا شاخه‌ها را در هم ضرب و جواب‌هایشان را جمع می‌کنیم تا احتمال مورد نظر به دست بیاید:

$$P=(0\times\frac{\binom{2}{2}}{2^2})+(\frac{1}{2}\times\frac{\binom{2}{2}}{2^2})+(\frac{\binom{2}{1}}{2^2}\times\frac{\binom{2}{1}\binom{1}{1}}{2^2})=0+(\frac{1}{2}\times\frac{1}{4})+(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2})=\frac{3}{8}$$

۲۲- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ اگر طول از مبدأ و عرض از مبدأ خطی مطابق شکل مقابل، به ترتیب برابر p و q باشد، معادله‌اش به صورت مقابل می‌شود: $\frac{x}{p}+\frac{y}{q}=1$



۲ در هر تابع وارون‌پذیر مثل f، از تساوی $f(a)=b$ می‌توانیم نتیجه بگیریم که $f^{-1}(b)=a$ و برعکس؛ یعنی اگر $f^{-1}(b)=a$ باشد، می‌توانیم بگوییم $f(a)=b$ است.

۳ هر وقت ضابطهٔ تابعی مثل $f(x)$ را دادند و مقدار $f^{-1}(\alpha)$ را خواستند، کارهای زیر را انجام می‌دهیم:

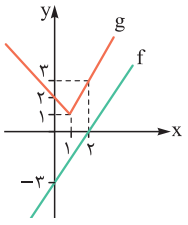
الف) فرض می‌کنیم $f^{-1}(\alpha)=A$ باشد، در این صورت $f(A)=\alpha$ خواهد بود.

ب) معادلهٔ $f(A)=\alpha$ را حل می‌کنیم تا A پیدا بشود.

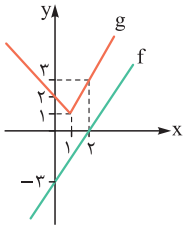
۴ معادلهٔ خطی که از نقطهٔ $A(x_0,y_0)$ می‌گذرد و شیبش برابر m است؛ به صورت زیر می‌شود:

$$y-y_0=m(x-x_0)$$

گام اول $g(g(0))$ را حساب می‌کنیم. همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، نمودار g از نقطهٔ $(0,2)$ می‌گذرد، پس $g(0)=2$ و در نتیجه $g(g(0))=g(2)$ است. از طرفی طبق نمودار $g(2)=3$، بنابراین: $g(g(0))=3$



گام حالا نوبت $gof^{-1}(-2)$ یا همان $g(f^{-1}(-2))$ است. اول باید $f^{-1}(-2)$ را پیدا کنیم. برای این‌کار اول ضابطهٔ f را می‌نویسیم.



همان‌طور که می‌بینید f یک خط با طول از مبدأ ۲ و عرض از مبدأ ۳− است، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه، معادله‌اش به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}=1 \Rightarrow \frac{y}{3}=\frac{x}{2}-1 \xrightarrow{\times 3} y=\frac{3}{2}x-3$$
$$\Rightarrow f(x)=\frac{3}{2}x-3$$

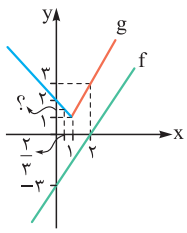
حالا طبق مورد (۳) درس‌نامه فرض می‌کنیم $f^{-1}(-2)=A$ باشد، در این صورت $f(A)=-2$ می‌شود.

بنابراین با توجه به ضابطهٔ $f(x)=\frac{3}{2}x-3$ داریم:

$$f(A)=-2 \Rightarrow \frac{3}{2}A-3=-2 \Rightarrow \frac{3}{2}A=1 \Rightarrow A=\frac{2}{3}$$

پس $f^{-1}(-2)=\frac{2}{3}$ و در نتیجه $g(f^{-1}(-2))=g(\frac{2}{3})$ است.

گام همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، $g(\frac{2}{3})$ روی نمودار معلوم نشده است، پس باید معادلهٔ خطِ آبی در شکل مقابل را بنویسیم. این خط از دو نقطهٔ (۱,۱) و (۰,۲) می‌گذرد؛ پس شیبش می‌شود:



$$m_{\text{آبی}}=\frac{2-1}{0-1}=-1$$

حالا که شیب را داریم، می‌توانیم به کمک مورد (۴) درس‌نامه معادلهٔ خطِ آبی را بنویسیم:

$$y-1=-1(x-1) \Rightarrow y=-x+2$$

پس $g(\frac{2}{3})$ برابر می‌شود با:

$$g(\frac{2}{3})=-\frac{2}{3}+2=\frac{4}{3}$$

بنابراین $g(f^{-1}(-2))$ شد:

$$g(\underbrace{f^{-1}(-2)}_{\frac{2}{3}})=g(\frac{2}{3})=\frac{4}{3}$$

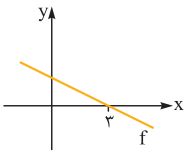
گام حالا می‌توانیم مقدار $gof^{-1}(-2)\times gog(0)$ را حساب کنیم:

$$gof^{-1}(-2)\times gog(0)=\frac{4}{3}\times 3=4$$

۲۳- گزینه ۴

استراتژی اول یک نمودار نزولی اکید فرضی برای f می‌کشیم که در آن $f(3)=0$ باشد، یعنی نمودار محور xها را در $x=3$ قطع کند. بعد زیر رادیکال را بزرگ‌تر مساوی صفر می‌گذاریم تا ببینیم در دامنهٔ $g(x)$ چند عدد صحیح نامنفی وجود دارد.

گام اول یک نمودار فرضی برای f می‌کشیم. f اکیداً نزولی و $f(3)=0$ است؛ پس نمودارش می‌تواند این‌شکلی باشد:



گام دامنهٔ تابع رادیکالی $g(x)=\sqrt{x^2 f(x)}$ را می‌خواهیم؛ پس زیر رادیکال را بزرگ‌تر مساوی صفر می‌گذاریم: $x^2.f(x)\geq 0$

برای حل نامعادله از جدول تعیین علامت کمک می‌گیریم (دقت کنید ریشهٔ x^2 و $f(x)$ به ترتیب $x=0$ و $x=3$ هستند که $x=0$ ریشهٔ مرتبهٔ زوج محسوب می‌شود و در آن تغییر علامت نداریم.):

		۰		۳	
x^2	+	۰	+		+
$f(x)$	+		+	۰	−
$x^2 f(x)$	+	۰	+	۰	−

ما دنبال قسمت‌های بزرگ‌تر یا مساوی صفر بودیم، پس: $D_g=(-\infty,3]$.

گام بازهٔ $(-\infty,3]$ شامل ۴ عدد صحیح نامنفی است. این ۴ عدد ۰، ۱، ۲ و ۳ هستند.

مشاوره ترکیب نمودار با دامنه را جدی بگیرید. جدیداً پرتکرار شده است.

۲۴- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ برای کسینوس، α و −α فرقی ندارد، یعنی $\cos(-\alpha)=\cos\alpha$ است، ولی برای sin، tan و cot، منفیِ داخل به پشت نسبت می‌رود:

$$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha \quad , \quad \tan(-\alpha)=-\tan\alpha \quad , \quad \cot(-\alpha)=-\cot\alpha$$

۲ اگر $\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$ (یعنی α و β متمم باشند.)، در این صورت:

$$\sin\alpha=\cos\beta \quad , \quad \tan\alpha=\cot\beta$$

۳ اگر $\cos A=0$ باشد، آن‌گاه: $A=k\pi+\frac{\pi}{2}$.

گام طبق قسمت (۱) درس‌نامه، در معادلهٔ $\sin(x+\frac{\pi}{6})\cos(x-\frac{\pi}{3})=1$ به جای $x-\frac{\pi}{3}$، قرینه‌اش، یعنی $\frac{\pi}{3}-x$ را بنویسیم: $\sin(x+\frac{\pi}{6})\cos(\frac{\pi}{3}-x)=1 \quad (*)$

گام حالا خوب به زاویه‌های «$\frac{\pi}{3}-x$» و «$x+\frac{\pi}{6}$» توجه کنید. همان‌طور که می‌بینید جمع این زاویه‌ها $\frac{\pi}{2}$ می‌شود:

$$(x+\frac{\pi}{6})+(\frac{\pi}{3}-x)=\frac{2\pi+\pi}{6}=\frac{3\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$$

پس طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم $\cos(\frac{\pi}{3}-x)$ با سینوس متممش یعنی $\sin(x+\frac{\pi}{6})$ برابر است؛ بنابراین معادلهٔ (*) به شکل زیر درمی‌آید:

$$\sin(x+\frac{\pi}{6}).\sin(x+\frac{\pi}{6})=1 \Rightarrow \sin^2(x+\frac{\pi}{6})=1 \Rightarrow \sin(x+\frac{\pi}{6})=\pm 1$$

نکته به جای حل معادلهٔ $\sin A=\pm 1$ (یا $|\sin A|=1$)، می‌توانید معادلهٔ $\cos A=0$ را حل کنید.

گام پس جای معادله $\sin(x+\frac{\pi}{6})=\pm 1$، معادلهٔ $\cos(x+\frac{\pi}{6})=0$ را حل می‌کنیم:

$$\cos(x+\frac{\pi}{6})=0 \xrightarrow{\text{مورد ۳ درس‌نامه}} x+\frac{\pi}{6}=k\pi+\frac{\pi}{2} \Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{3}$$

با جای‌گذاری $k=0$ و $k=1$، جواب‌های در بازه $[0,2\pi]$ را می‌نویسیم: $x=\frac{\pi}{3},\frac{4\pi}{3}$

بنابراین تعداد جواب‌ها ۲تا است.

۲۵- گزینه ۱

درس‌نامه طبق هم‌ارزی پرتوان هر وقت $x\to\pm\infty$، می‌توانیم به جای چندجمله‌ای $ax^n+bx^{n-1}+\cdots+px+q$، جملهٔ با بیشترین توانش، یعنی ax^n را جای‌گذاری کنیم. مثلاً وقتی $x\to\pm\infty$، به جای عبارت $7x^3-2x^4+5x+1$ می‌توانیم فقط $-2x^4$ را بنویسیم و بقیهٔ جملات را حذف کنیم.

گام به جای $f(x)$ در $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x+2}=\frac{1}{2}$، می‌نویسیم $\sqrt{ax^2+x+1}$:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{ax^2+x+1}}{x+2}=\frac{1}{2}$$

حالا طبق هم‌ارزی پرتوان در صورت از $\sqrt{ax^2}$ و در مخرج از x استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{ax^2+x+1}}{x+2}=\frac{1}{2} \Rightarrow \lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{ax^2}}{x}=\frac{1}{2} \Rightarrow \lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{a}\,|x|}{x}=\frac{1}{2}$$

(مثبت ↑)

$$\Rightarrow \lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{a}\,x}{x}=\frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{a}=\frac{1}{2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} a=\frac{1}{4}$$

پس ضابطهٔ f به این صورت شد: $f(x)=\sqrt{\frac{1}{4}x^2+x+1}$

گام حد $\lim_{x\to(-1)^-}[\frac{1}{x}]f(x)$ را می‌خواهیم. اول تکلیف براکت را مشخص می‌کنیم.

$x\to(-1)^-$ یعنی x کمی کوچک‌تر از −۱ است (مثلاً −۱/۱)، پس داریم:

$$\lim_{x\to-1^-}[\frac{1}{x}]=[\frac{1}{-1/1}]=[\frac{1}{\frac{-11}{10}}]=[-\frac{10}{11}]=[-0/9\ldots]=-1$$

گام حالا که می‌دانیم $f(x)=\sqrt{\frac{1}{4}x^2+x+1}$ و $\lim\limits_{x\to-1^-}[\frac{1}{x}]=-1$ است، می‌توانیم خواستهٔ سؤال را حساب کنیم:

$$\lim_{x\to-1^-}[\frac{1}{x}]f(x)=\lim_{x\to-1^-}-\sqrt{\frac{1}{4}x^2+x+1}=-\sqrt{\frac{1}{4}(-1)^2-1+1}=-\sqrt{\frac{1}{4}}=-\frac{1}{2}$$

۲۶- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ $(\frac{f}{g})'=\frac{f'g-g'f}{g^2}$ ۲ $(u^n)'=nu^{n-1}.u'$

گام با جای‌گذاری $x=1$ داریم: $\lim\limits_{x\to1}\frac{2f(x)-1}{2(x-1)}=\lim\limits_{x\to1}\frac{2f(1)-1}{0}$

حالا $f(1)$ را حساب می‌کنیم: $f(x)=\frac{x\sqrt{x}}{2x^2+x-1}\Rightarrow f(1)=\frac{1\sqrt{1}}{2(1)^2+1-1}=\frac{1}{2}$

پس: $\lim\limits_{x\to1}\frac{2f(1)-1}{0}=\lim\limits_{x\to1}\frac{2(\frac{1}{2})-1}{0}$

گام دیدیم که با حد $\frac{0}{0}$ روبه‌رو هستیم، پس از هوپیتال استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{x\to1}\frac{2f(x)-1}{2(x-1)}\overset{Hop}{=}\lim_{x\to1}\frac{2f'(x)}{2}=\lim_{x\to1}f'(x)=f'(1)$$

گام حالا $f'(1)$ را حساب می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{x\sqrt{x}}{2x^2+x-1}=\frac{x\times x^{\frac{1}{2}}}{2x^2+x-1}=\frac{x^{\frac{3}{2}}}{2x^2+x-1}$$

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{(x^{\frac{3}{2}})'(2x^2+x-1)-(2x^2+x-1)'(x^{\frac{3}{2}})}{(2x^2+x-1)^2}$$

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{(\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}})(2x^2+x-1)-(4x+1)(x^{\frac{3}{2}})}{(2x^2+x-1)^2}$$

$$\Rightarrow f'(1)=\frac{(\frac{3}{2})(2)-(5)(1)}{(2)^2}=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}$$

۲۷- گزینه ۳

شفاف‌سازی نقطه‌ای به طول واحد $\Leftarrow x=1$

درس‌نامه ۱ اگر یک خط بر تابع $y=f(x)$ در نقطهٔ $x=a$ مماس باشد، در این صورت: **الف)** خط از نقطهٔ $A(a,f(a))$ می‌گذرد. **ب)** شیب خط برابر $f'(a)$ است.

۲ $(\frac{ax+b}{cx+d})'=\frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

گام به گفتهٔ سؤال خط $y=2x+b$ در نقطه‌ای به طول واحد (یعنی $x=1$) بر نمودار $y=\frac{x+a}{ax+1}$ مماس است؛ پس طبق قسمت (۱) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم شیب خط $y=2x+b$ (که برابر ۲ است) باید برابر با $f'(1)$ باشد؛ بنابراین: $f'(1)=2\quad(*)$

گام $f'(1)$ را باید حساب کنیم. برای این‌کار اول $f'(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$f(x)=\frac{1x+a}{ax+1}\xrightarrow{\text{مورد ۲ درس‌نامه}}f'(x)=\frac{(1)(1)-(a)(a)}{(ax+1)^2}=\frac{1-a^2}{(ax+1)^2}$$

بنابراین $f'(1)$ برابر می‌شود با: $f'(1)=\frac{1-a^2}{(a+1)^2}=\frac{(1-a)(1+a)}{(a+1)^2}=\frac{1-a}{a+1}$

گام حالا تساوی بالا را در رابطه (*) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{1-a}{a+1}=2\Rightarrow1-a=2a+2\Rightarrow3a=-1\Rightarrow a=-\frac{1}{3}$$

بنابراین ضابطهٔ $f(x)$ به این صورت شد: $f(x)=\frac{x-\frac{1}{3}}{-\frac{1}{3}x+1}$

گام دومین نتیجه‌ای که می‌توانیم از مماس‌بودن خط $y=2x+b$ بر منحنی $f(x)$ بگیریم، این است که خط $y=2x+b$ از نقطهٔ $A(1,f(1))$ می‌گذرد. $f(1)$ را حساب می‌کنیم:

$$f(1)=\frac{1-\frac{1}{3}}{\frac{-1}{3}(1)+1}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}}=1$$

پس نقطهٔ $A(1,1)$ باید در خط $y=2x+b$ صدق کند:

$$1=2(1)+b\Rightarrow b=1-2=-1$$

در نهایت $a-b$ می‌شود: $a-b=-\frac{1}{3}-(-1)=-\frac{1}{3}+1=\frac{2}{3}$

۲۸- گزینه ۱

درس‌نامه اگر $x=\alpha$ طول نقطهٔ اکسترمم نسبی تابع چندجمله‌ای $f(x)$ باشد، در این صورت $f'(\alpha)=0$ می‌شود.

گام به گفتهٔ سؤال $x=-2$ و $x=0$ طول اکسترمم‌های نسبی تابع $f(x)$ هستند، پس طبق درس‌نامه می‌توانیم بگوییم $f'(0)=f'(-2)=0$ است. $f'(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$f(x)=x^3+ax^2-2bx-4\Rightarrow f'(x)=3x^2+2ax-2b$$

گام حالا باید معادله‌های $f'(0)=0$ و $f'(-2)=0$ را تشکیل بدهیم. با اولی شروع می‌کنیم:

$$f'(0)=0\Rightarrow-2b=0\Rightarrow b=0$$

حالا نوبت دومی است:

$$f'(-2)=0\Rightarrow3(-2)^2+2a(-2)-2b=0$$

$$\xrightarrow{b=0}12-4a=0\Rightarrow4a=12\Rightarrow a=3$$

پس ضابطهٔ $f(x)$ به این صورت شد: $f(x)=x^3+3x^2-4$

گام حالا $x=0$ و $x=-2$ را در ضابطهٔ $f(x)$ جای‌گذاری می‌کنیم تا عرض نقطه‌های اکسترمم هم مشخص شود:

$$f(0)=-4$$

$$f(-2)=(-2)^3+3(-2)^2-4=0$$

پس مختصات نقطه‌های اکسترمم نسبی به صورت $A(0,-4)$ و $B(-2,0)$ هستند که فاصله‌شان برابر می‌شود با: $AB=\sqrt{(-2-0)^2+(0-(-4))^2}=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

۲۹- گزینه ۲

شفاف‌سازی «حداقل حلب استفاده‌شده در هر قوطی، چند واحد مربع است؟» ⟸ حداقل مساحت جانبی قوطی چه‌قدر است؟

درس‌نامه برای حل مسئله‌های بهینه‌سازی کارهای زیر را انجام می‌دهیم:

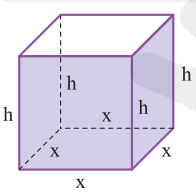
الف) این مسائل معمولاً شکل لازم دارند، قبل از هر چیز یک شکل برای مسئله می‌کشیم.

ب) کمیتی را که می‌خواهیم ماکزیمم یا مینیمم شود، برحسب سایر متغیرها می‌نویسیم.

پ) اگر معادله‌ای که در قسمت (ب) نوشتیم تک‌متغیره نبود، به کمک روابطی که بین متغیرها وجود دارد، آن را تک‌متغیره می‌کنیم.

ت) در آخر اکسترمم مطلق معادله‌ای که در قسمت «پ» نوشتیم را به دست می‌آوریم.

گام شکل مسئله به صورت مقابل است. اضلاع قاعدهٔ مربعی را x و ارتفاع را h در نظر می‌گیریم.



گام طبق شفاف‌سازی کمیتی که می‌خواهیم مینیمم بشود، مساحت جانبی حلبی است که برابر است با:

$$S_{\text{جانبی}}=S_{\text{قاعده}}+4(h,x\text{ مساحت مستطیل‌های با ابعاد})\Rightarrow S_{\text{جانبی}}=x^2+4xh$$

گام حالا سعی می‌کنیم رابطهٔ بالا را برحسب یک متغیر بنویسیم. به گفتهٔ سؤال حجم حلبی ۴ واحد مکعب است، پس بین x و h رابطهٔ زیر برقرار است:

$$V=4\Rightarrow x\times x\times h=4\Rightarrow x^2h=4\Rightarrow h=\frac{4}{x^2}$$

تساوی بالا را در رابطهٔ $S_{\text{جانبی}}=x^2+4xh$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$S_{\text{جانبی}}=x^2+4x(\frac{4}{x^2})\Rightarrow S_{\text{جانبی}}=x^2+\frac{16}{x}$$

گام از عبارت به‌دست‌آمده مشتق گرفته و مساوی صفر می‌گذاریم:

$$S'_{\text{جانبی}}=0 \Rightarrow 2x-\frac{16}{x^2}=0 \Rightarrow 2x=\frac{16}{x^2} \Rightarrow x^3=8 \Rightarrow x=2$$

بنابراین حداقل مساحت جانبی (همان حداقل حلب استفاده‌شده) به ازای $x=2$ حاصل می‌شود:

$$\min(S_{\text{جانبی}})=(2)^2+\frac{16}{2}=4+8=12$$

۳۰- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ معادلهٔ گستردهٔ هر دایره به صورت $x^2+y^2+ax+by+c=0$ است.

شعاع و مرکز در این معادله از رابطه‌های مقابل محاسبه می‌شوند: $O(-\frac{\text{ضریب } x}{2},-\frac{\text{ضریب } y}{2})$

$$r=\sqrt{(\text{طول مرکز})^2+(\text{عرض مرکز})^2-c}$$

حواستان باشد فقط زمانی می‌توانید از رابطه‌های بالا استفاده کنید که ضریب x^2 و y^2 برابر ۱ و عدد ثابت یا همان c، سمت چپ معادله باشد.

۲ دو دایرهٔ $C(O,r)$ و $C'(O',r')$، ۵ وضعیت مختلف نسبت به همدیگر می‌توانند داشته باشند:

دو دایرهٔ متخارج	$r+r'<OO'$
دو دایرهٔ مماس‌بیرون	$r+r'=OO'$
دو دایرهٔ متقاطع	$\lvert r-r'\rvert<OO'<r+r'$
دو دایرهٔ مماس‌درون	$OO'=\lvert r-r'\rvert$
دو دایرهٔ متداخل	$0\le OO'<\lvert r-r'\rvert$

گام اول شعاع و مرکز دایره را به دست می‌آوریم. با دایرهٔ $x^2+y^2+2y-4x=0$ شروع می‌کنیم:

$$\begin{cases} O(-\frac{-4}{2},-\frac{2}{2})=(2,-1) \\ r=\sqrt{2^2+(-1)^2-0}=\sqrt{5}\simeq 2/2 \end{cases}$$

در ادامه مرکز و شعاع دایرهٔ $x^2+y^2-2y=2$ را پیدا می‌کنیم، اما قبل از استفاده از فرمول، ۲ را به سمت چپ معادله می‌آوریم تا معادلهٔ دایره به صورت $x^2+y^2-2y-2=0$ دربیاد.

حالا داریم:

$$\begin{cases} O'(-\frac{0}{2},-\frac{-2}{2})=(0,1) \\ r'=\sqrt{0^2+1^2-(-2)}=\sqrt{3}\simeq 1/7 \end{cases}$$

گام سه مقدار OO'، $r+r'$ و $\lvert r-r'\rvert$ را حساب می‌کنیم:

- OO': $OO'=\sqrt{(2-0)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}\simeq 2(1/4)=2/8$
- $r+r'$: $r+r'\simeq 2/2+1/7\simeq 3/9$
- $\lvert r-r'\rvert$: $\lvert r-r'\rvert\simeq\lvert 2/2-1/7\rvert\simeq 0/5$

گام حالا با توجه به گام دوم، می‌بینید که $\underbrace{\lvert r-r'\rvert}_{0/5}<\underbrace{OO'}_{2/8}<\underbrace{r+r'}_{3/9}$ است، پس طبق قسمت (۲) درس‌نامه، دو دایره متقاطع‌اند.

فیزیک

۳۱- گزینه ۴

استراتژی برای بررسی فرایندهای مربوط به واپاشی، مراحل زیر را به ترتیب طی می‌کنیم:

۱ فرایند واپاشی را می‌نویسیم. *(اگه فرایند توی صورت تست داده شده بود نیازی به این مرحله نداریم.)*

۲ پایستگی عدد جرمی و پایستگی عدد اتمی را برای اجزای دو طرف فرایند می‌نویسیم تا خواستهٔ تست به دست آید.

درس‌نامه در فرایندهای واپاشی دو اصل زیر برقرار است:

- **پایستگی عدد جرمی (پایستگی تعداد نوکلئون‌ها):** مجموع تعداد نوکلئون‌های دو طرف فرایند، یکسان است.
- **پایستگی عدد اتمی (پایستگی تعداد پروتون‌ها):** مجموع تعداد پروتون‌های دو طرف فرایند، یکسان است.

گام

نکته ذرهٔ α، هستهٔ اتم هلیم $(^4_2\alpha)$ است.

فرایند واپاشی را می‌نویسیم (هستهٔ مادر را با $^A_Z X$ نشان داده‌ایم.):

$$^A_Z X \rightarrow {}^{207}_{82}Pb+{}^4_2\alpha$$

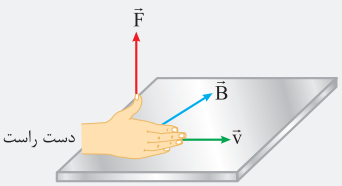
گام پایستگی عدد جرمی را برای اجزای دو طرف فرایند می‌نویسیم:

پایستگی عدد جرمی: $A=207+4=211$

۳۲- گزینه ۱

درس‌نامه **قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره:**

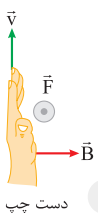
طبق این قاعده، اگر چهار انگشت باز دست راست را طوری در جهت بردار سرعت ذره $(\vec{v})$ قرار دهیم که بردار میدان مغناطیسی $(\vec{B})$ از کف دست خارج شود، شست دست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره با بار مثبت را نشان می‌دهد. (شکل روبه‌رو را ببینید.)



نکته اگر بار ذره منفی باشد، این قاعده را با دست چپ اجرا می‌کنیم.

علامت بار ذره	جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره
مثبت	قاعدهٔ دست راست
منفی	قاعدهٔ دست راست را با دست چپ اجرا می‌کنیم.

چون بار الکترون منفی است، قاعده را با **دست چپ** اجرا می‌کنیم. مطابق شکل روبه‌رو، چهار انگشت باز دست چپ را در جهت $\vec{v}$ قرار می‌دهیم، به طوری که $\vec{B}$ از کف دست خارج شود. در این حالت جهت نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون **برون‌سو** (⊙) خواهد بود.



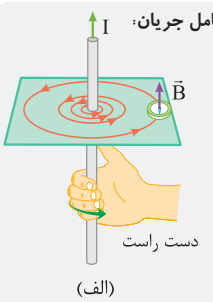
تله عدم توجه به علامت بار، برای تعیین جهت $\vec{F}$، یعنی انتخاب ۲ و از دست دادن این تست آسان در کنکور. در این گونه تست‌ها، همیشه برایتان تله می‌گذارند. مراقب باشید قربانی نشوید.

۳۳- گزینه ۲

درس‌نامه **میدان مغناطیسی حاصل از یک سیم مستقیم حامل جریان:**

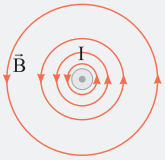
الف) تعیین جهت میدان مغناطیسی:

با استفاده از قاعدهٔ دست راست، می‌توان این جهت را تعیین کرد؛ مطابق این قاعده، اگر سیم را در دست راست خود بگیرید به گونه‌ای که انگشت شست در جهت جریان الکتریکی باشد، جهت خم‌شدن چهار انگشت دست شما جهت خط‌های میدان مغناطیسی را در اطراف سیم نشان می‌دهد (شکل الف).



(الف)

ب) بررسی اندازهٔ میدان مغناطیسی:

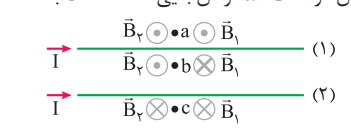


(ب)

◆ همان‌طور که در شکل (ب) می‌بینید، با فاصله‌گرفتن از سیم، تراکم خطوط میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد؛ بنابراین با **افزایش** فاصله از سیم مستقیم، اندازهٔ میدان مغناطیسی **کاهش** می‌یابد.

◆ با **افزایش** جریان عبوری از سیم، اندازهٔ میدان مغناطیسی در فاصلهٔ معینی از سیم، **افزایش** می‌یابد.

به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی ناشی از سیم‌ها را در هر یک از این سه نقطه مشخص می‌کنیم. همان‌طور که در شکل می‌بینید، میدان مغناطیسی ناشی از سیم‌ها در نقطه‌های a و c هم‌جهت‌اند؛ بنابراین میدان مغناطیسی برایند (خالص) در نقطهٔ a **برونسو** و در نقطهٔ c **درونسو** است. می‌ماند نقطهٔ b! در این نقطه میدان مغناطیسی ناشی از سیم (۱) درون‌سو و میدان مغناطیسی ناشی از سیم (۲) برون‌سو است؛ اما از آن‌جایی که نقطهٔ b به سیم (۱) نزدیک‌تر است، $B_1 > B_2$ خواهد بود. در نتیجه میدان مغناطیسی برایند (خالص) در نقطهٔ b **درونسو** (هم‌جهت با $\vec{B}_1$) است.



۳۴- گزینه ۲

درس‌نامه رابطهٔ انبساط حجمی: ضریب انبساط طولی برحسب $\frac{1}{°C}$ یا $\frac{1}{K}$ ، افزایش حجم

$$\Delta V = V_1(3\alpha)\Delta T$$

V_1: حجم اولیه ، ΔT: افزایش دما برحسب °C یا K

به کمک رابطه‌ای که در درس‌نامه گفتیم، داریم:

$$\Delta V = V_1(3\alpha)\Delta T \Rightarrow 8/1 = 1000 \times 3\alpha \times 120 \Rightarrow \alpha = \frac{8/1}{3 \times 1/2 \times 10^5}$$
$$= 2/25 \times 10^{-5}\ \frac{1}{K}$$

۳۵- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ انرژی جنبشی جسمی به جرم m و تندی v از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

۲ کار نیروی وزن جسم برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم است:

$$W_{mg} = -\Delta U = -mg\Delta h$$

در رابطهٔ بالا، اگر جسم از سطح زمین دور شود، $\Delta h > 0$ و اگر جسم به سطح زمین نزدیک شود، $\Delta h < 0$ است.

۳ قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: کار کل انجام‌شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_2 - K_1$$

◆ رابطهٔ بالا برای هر نوع مسیری برقرار است.

◆ انرژی جنبشی در آغاز و پایان مسیر مهم است و این‌که در طول مسیر، انرژی جنبشی جسم چگونه تغییر کرده، اهمیتی ندارد.

۴ انرژی مکانیکی جسم برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل جسم است:

$$E = K + U$$

۵ اصل پایستگی انرژی مکانیکی: در غیاب نیروهای اتلافی مانند مقاومت هوا، اصطکاک و ... انرژی مکانیکی جسم در تمام نقاط مسیر حرکت جسم مقدار یکسانی دارد:

$$E_1 = E_2 \xrightarrow{\Delta E = 0} \Delta K + \Delta U = 0$$

گام تندی جسم در نقاط B و C را محاسبه می‌کنیم.

روش قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: در نبود اصطکاک، فقط نیروی وزن روی جسم کار انجام می‌دهد؛ بنابراین قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی را یک بار برای مسیر A تا B و یک بار برای مسیر A تا C می‌نویسیم:

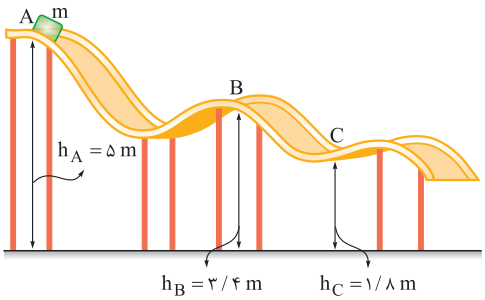
$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} = \Delta K \Rightarrow \begin{cases} B\text{ تا }A: W_{mg} = K_B - K_A \\ \xrightarrow{K_A = 0} -mg(h_B - h_A) = \frac{1}{2}mv_B^2 \\ v_B^2 = -2g(3/4 - 5) = 2g \times 1/6 \quad (I) \\ C\text{ تا }A: W'_{mg} = K_C - K_A \\ \xrightarrow{K_A = 0} -mg(h_C - h_A) = \frac{1}{2}mv_C^2 \\ v_C^2 = -2g(1/8 - 5) = 2g \times 3/2 \quad (II) \end{cases}$$

روش اصل پایستگی انرژی مکانیکی: اصل پایستگی انرژی مکانیکی را یک بار برای مسیر A تا B و یک بار برای مسیر A تا C می‌نویسیم:

$$B\text{ تا }A: E_B = E_A \Rightarrow \Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) + mg\Delta h = 0$$
$$\xrightarrow{v_A = 0} \frac{1}{2}v_B^2 + g(h_B - h_A) = 0$$
$$\Rightarrow v_B^2 = -2g(3/4 - 5) = 2g \times 1/6 \quad (I)$$
$$C\text{ تا }A: E_C = E_A \Rightarrow \Delta K' + \Delta U' = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}m(v_C^2 - v_A^2) + mg\Delta h' = 0$$
$$\xrightarrow{v_A = 0} \frac{1}{2}v_C^2 + g(h_C - h_A) = 0 \Rightarrow v_C^2 = -2g(1/8 - 5)$$
$$= 2g \times 3/2 \quad (II)$$

گام با تقسیم رابطهٔ (II) بر رابطهٔ (I)، نسبت خواسته‌شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{v_C^2}{v_B^2} = \frac{2g \times 3/2}{2g \times 1/6} = 2 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{v_C}{v_B} = \sqrt{2}$$



مشاوره فصل ۳ دهم و باز هم یکی از تمرین‌های کتاب درسی! در چند سال اخیر تقریباً همهٔ تست‌های کنکوری که از این فصل آمده، همین تمرین‌ها، پرسش‌ها و ... کتاب درسی بوده است. از آن‌ها غافل نشوید!

۳۶- گزینه ۲

شفاف‌سازی جابه‌جایی در بازهٔ زمانی $t_1 = 9$ s تا $t_2 = 16$ s صفر است: متحرک در لحظهٔ وسط این بازه $(t' = \frac{16+9}{2} = 12/5\ s)$ تغییر جهت داده است.

استراتژی ۱ جابه‌جایی در بازهٔ زمانی $t' = 12/5$ s تا $t_2 = 16$ s را حساب می‌کنیم.

۲ مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی $t_1 = 9$ s تا $t_2 = 16$ s را به دست می‌آوریم.

۳ تندی متوسطی که خواسته را پیدا می‌کنیم.

درس‌نامه ۱ در حرکت راست‌خط شتاب ثابت، اگر شتاب و سرعت در لحظهٔ t_1 را به ما بدهند، می‌توانیم جابه‌جایی در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 را از رابطهٔ زیر محاسبه کنیم:

$$\Delta x_{(t_1,t_2)} = \frac{1}{2}a(t_2 - t_1)^2 + v_1(t_2 - t_1)$$

(در رابطهٔ بالا، v_1 سرعت در لحظهٔ t_1 است.)

۲ تندی متوسط:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \rightarrow \text{مسافت طی‌شده}$$

روش **گام** **محاسبهٔ جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $t' = 12/5$ s تا $t_2 = 16$ s:**

متحرک در لحظهٔ $t' = \frac{9+16}{2} = 12/5$ s سرعتش صفر شده و تغییر جهت داده است؛ پس جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $t' = 12/5$ s تا $t_2 = 16$ s برابر می‌شود با:

$$\Delta x_{(t',t_2)} = \frac{1}{2}a(t_2 - t')^2 + v'(t_2 - t')$$
$$\xrightarrow[v'=0]{a=4\ m/s^2} \Delta x_{(12/5\ s,16\ s)} = \frac{1}{2} \times 4 \times (16 - 12/5)^2 + 0 = \frac{1}{2} \times \overset{2\times2}{4} \times (3/5)^2$$
$$= \frac{1}{2} \times 7 \times 7 = \frac{49}{2}\ m$$

گام **محاسبهٔ مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی $t_1 = 9$ s تا $t_2 = 16$ s:**

متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 9$ s تا $t_2 = 16$ s، بر روی پاره‌خطی به طول $\frac{49}{2}$ m حرکت رفت و برگشت داشته است؛ پس مسافتی که در این مدت می‌پیماید برابر می‌شود با:

$$\ell_{(9\ s,16\ s)} = 2|\Delta x_{(12/5\ s,16\ s)}| = 2 \times \frac{49}{2} = 49\ m$$

گام محاسبهٔ تندی متوسط در بازهٔ زمانی $t_1 = 9\,s$ تا $t_2 = 16\,s$:

رابطهٔ $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$ را می‌نویسیم و به جوابی که می‌خواهیم می‌رسیم:

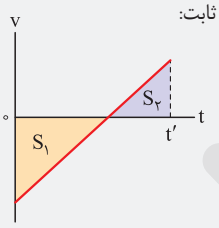
$$s_{av} = \frac{\ell_{(9\,s,16\,s)}}{\Delta t} = \frac{49}{16-9} = 7\,m/s$$

تیزبازی از آن‌جایی که حرکت رفت و برگشت از نظر مسافت و زمان یکسان‌اند، پس نیازی به محاسبهٔ مسافت کل در بازهٔ زمانی $t_1 = 9\,s$ تا $t_2 = 16\,s$ نیست. کافی است تندی متوسط در بازهٔ زمانی $t' = 12/5\,s$ تا $t_2 = 16\,s$ را حساب کنیم:

$$s_{av_{کل}} = s_{av_{رفت}} = s_{av_{برگشت}} = \frac{|\Delta x_{(12/5\,s,16\,s)}|}{16-12/5} = \frac{\frac{49}{2}}{3/5} = \frac{49}{7} = 7\,m/s$$

روش ابتدا نکتهٔ زیر را بخوانید:

نکته در نمودار سرعت ـ زمان حرکت راست‌خط شتاب ثابت:



۱ شیب نمودار بیانگر شتاب حرکت است.

۲ مساحت سطح محصور بین نمودار و محور t در یک بازهٔ زمانی معین، بیانگر مسافتی است که متحرک در آن بازه طی می‌کند. مثلاً در شکل روبه‌رو، مسافت پیموده‌شده در بازهٔ زمانی صفر تا t' برابر $S_1 + S_2$ است.

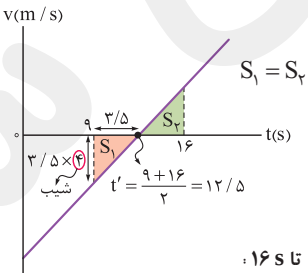
گام محاسبهٔ لحظهٔ t' (محل برخورد نمودار با محور t):

$$t' = \frac{9+16}{2} = 12/5\,s$$

محاسبهٔ ارتفاع مثلث‌ها: برای محاسبهٔ ارتفاع، شیب نمودار را لازم داریم که آن را هم داریم. (شتاب حرکت $4\,m/s^2$ است؛ پس شیب نمودار سرعت ـ زمان هم ۴ است.)

$$\text{ارتفاع} = 3/5 \times 4 \xrightarrow{\text{شیب}=4 \atop \text{قاعده}=3/5} \text{ارتفاع} = \text{قاعده} \times \text{شیب}$$

گام محاسبهٔ مساحت‌های S_1 و S_2:



$$S_1 = S_2 = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2} = \frac{3/5 \times 3/5 \times 4}{2} = \frac{7 \times 7}{2}$$

گام محاسبهٔ مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی $9\,s$ تا $16\,s$:

$$\ell_{(9\,s,16\,s)} = S_1 + S_2 = 2S_1 = 2 \times \frac{7 \times 7}{2} = 7 \times 7\,m$$

گام محاسبهٔ تندی متوسط در بازهٔ زمانی $9\,s$ تا $16\,s$:

$$s_{av(9\,s,16\,s)} = \frac{\ell_{(9\,s,16\,s)}}{\Delta t} = \frac{7 \times 7}{16-9} = 7\,m/s$$

۳۷- گزینهٔ ۳

شفاف‌سازی از صورت تست می‌فهمیم که این حرکت از سه بخش تشکیل شده است:

الف) **بازهٔ زمانی صفر تا $5\,s$:** با شتاب ثابت a_1 سرعتش از صفر به $v_{(5\,s)} = 20\,m/s$ رسیده است. **ب)** **بازهٔ زمانی $5\,s$ تا $15\,s$:** با سرعت ثابت $v_{(5\,s)} = 20\,m/s$ به حرکتش ادامه می‌دهد. $(v_{(5\,s)} = v_{(15\,s)} = 20\,m/s)$. **پ)** **بازهٔ زمانی $15\,s$ تا $19\,s$:** با شتاب ثابت a_2 سرعتش از $v_{(15\,s)} = 20\,m/s$ به صفر می‌رسد.

استراتژی برای محاسبهٔ شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $t_1 = 2\,s$ تا $t_2 = 17\,s$، باید به دنبال محاسبهٔ سرعت متحرک در لحظه‌های $t_1 = 2\,s$ و $t_2 = 17\,s$ باشیم.

درس‌نامه

۱ می‌دانیم در یک حرکت راست‌خط شتاب ثابت، شتاب لحظه‌ای از رابطهٔ $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ محاسبه می‌شود. این رابطه را برای هر بازهٔ زمانی دلخواه در طی این حرکت می‌توانیم بنویسیم؛ یعنی:

$$\begin{cases} a = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} \\ a = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2}$$

۲ در تمام انواع حرکت، شتاب متوسط از رابطهٔ $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ به دست می‌آید.

گام **روش** محاسبهٔ سرعت در لحظه‌های $t_1 = 2\,s$ و $t_2 = 17\,s$:

لحظهٔ $t_1 = 2\,s$ در بازهٔ زمانی صفر تا $5\,s$ قرار دارد. طبق گفتهٔ سؤال حرکت متحرک در این بازه با شتاب ثابت بوده و سرعت اولیهٔ آن $v_0 = 0$ و سرعت نهایی آن $v_{(5s)} = 20\,m/s$ است؛ پس سرعت متحرک در لحظهٔ $t_1 = 2\,s$ را به صورت زیر حساب می‌کنیم:

$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} \Rightarrow \frac{v_{(5s)} - v_0}{5-0} = \frac{v_{(2s)} - v_0}{2-0}$$

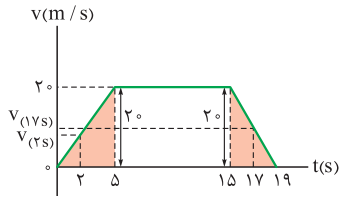
$$\xrightarrow{v_0=0 \atop v_{(5s)}=20\,m/s} \frac{20-0}{5} = \frac{v_{(2s)}-0}{2} \Rightarrow v_{(2s)} = 8\,m/s$$

لحظهٔ $t_2 = 17\,s$ در بازهٔ زمانی $15\,s$ تا $19\,s$ قرار دارد که متحرک با شتاب ثابت ترمز کرده و سرعتش از $v_{(15s)} = 20\,m/s$ به صفر رسیده است؛ پس مانند محاسبات بالا داریم:

$$a_2 = \frac{\Delta v'}{\Delta t'} = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{\Delta v'_1}{\Delta t'_1} = \frac{\Delta v'_2}{\Delta t'_2} \Rightarrow \frac{v_{(19s)} - v_{(15s)}}{19-15} = \frac{v_{(17s)} - v_{(15s)}}{17-15}$$

$$\xrightarrow{v_{(19s)}=0 \atop v_{(15s)}=20\,m/s} \frac{0-20}{4} = \frac{v_{(17s)}-20}{2} \Rightarrow v_{(17s)} = 10\,m/s$$

روش نمودار سرعت ـ زمان این متحرک مطابق شکل روبه‌رو است:



برای آن‌که بتوانیم سرعت در لحظه‌های $t_1 = 2\,s$ و $t_2 = 17\,s$ را پیدا کنیم، از تشابه مثلث‌ها کمک می‌گیریم:

در مثلث سمت چپ: $\frac{20}{5} = \frac{v_{(2s)}}{2} \Rightarrow v_{(2s)} = 8\,m/s$

در مثلث سمت راست: $\frac{20}{19-15} = \frac{v_{(17s)}}{19-17} \Rightarrow v_{(17s)} = 10\,m/s$

گام حالا می‌توانیم شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $t_1 = 2\,s$ تا $t_2 = 17\,s$ را به دست آوریم:

$$a_{av(2s,17s)} = \frac{v_{(17s)} - v_{(2s)}}{t_2 - t_1} = \frac{10-8}{17-2} = \frac{2}{15}\,m/s^2$$

۳۸- گزینهٔ ۳

شفاف‌سازی در بازه‌ای که بردار مکان در جهت محور x است، $x > 0$، بوده و نمودار مکان ـ زمان بالای محور t است؛ بنابراین تست لحظهٔ برخورد نمودار با محور t را می‌خواهد.

استراتژی ۱ با داشتن سرعت در مکان‌های $x_1 = 25\,m$ و $x_2 = -375\,m$، به کمک رابطهٔ مستقل از زمان، شتاب حرکت را پیدا می‌کنیم ۲ به کمک رابطهٔ جابه‌جایی ـ زمان، لحظهٔ مورد نظر را به دست می‌آوریم.

درس‌نامه ۱ **در یک حرکت راست‌خط شتاب ثابت:** **الف)** اگر زمان را ندهند و نخواهند، از رابطهٔ مستقل از زمان استفاده می‌کنیم: $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$

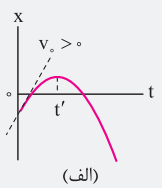
ب) اگر سرعت ابتدایی در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 را داشته باشیم، رابطهٔ جابه‌جایی ـ زمان به صورت زیر درمی‌آید: (v_1 سرعت در لحظهٔ t_1 است.)

$$\Delta x_{(t_1,t_2)} = \frac{1}{2}a(t_2 - t_1)^2 + v_1(t_2 - t_1)$$

۲ **رسم نمودار سرعت ـ زمان از روی نمودار مکان ـ زمان در حرکت شتاب ثابت:**

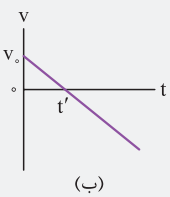
دانستن دو چیز از نمودار مکان ـ زمان کافی است تا ما بتوانیم نمودار سرعت ـ زمان یک حرکت شتاب ثابت را رسم کنیم:

الف) شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان در لحظهٔ $t_0 = 0$، همان سرعت اولیه است. مثلاً در نمودار $x - t$ (الف) این شیب مثبت است؛ یعنی $v_0 > 0$ است.



(الف)

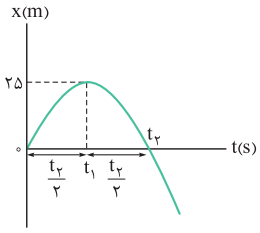
ب) لحظهٔ اکسترمم در نمودار مکان ـ زمان، همان لحظه‌ای است که سرعت صفر می‌شود و متحرک تغییر جهت می‌دهد؛ پس در این لحظه نمودار سرعت ـ زمان محور t را قطع می‌کند. مثلاً در نمودار $x - t$ (الف)، لحظهٔ t'، لحظهٔ صفرشدن سرعت است. حالا اگر مانند شکل (ب) یک خط راست از نقطهٔ v_0 روی محور v به نقطهٔ t' روی محور t بکشیم و آن را ادامه دهیم، نمودار سرعت ـ زمان را رسم کرده‌ایم.



(ب)

روش گام **محاسبهٔ شتاب به کمک رابطهٔ مستقل از زمان:**

در نمودار (الف) در لحظهٔ t_1، سرعت متحرک در مکان $x_1 = 25\,m$ برابر $v_1 = 0$ است. در صورت سؤال هم گفته شده که تندی متحرک در مکان $x_2 = -375\,m$ برابر $40\,m/s$ است؛ پس به کمک رابطهٔ مستقل از زمان می‌توانیم شتاب حرکت را حساب کنیم (با توجه به نمودار، در مکان‌های منفی مانند $-375\,m$ که نمودار زیر محور t قرار دارد، شیب خط مماس بر نمودار و در نتیجه سرعت متحرک منفی است):



(الف)

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \xrightarrow[v_1=0]{v_2=-40\,m/s} (-40)^2 - (0)^2 = 2a\underbrace{(-375-25)}_{-400}$$

$$\Rightarrow a = \frac{1600}{-800} = -2\,m/s^2$$

گام **محاسبهٔ لحظهٔ برخورد نمودار $x-t$ با محور t به کمک رابطهٔ جابه‌جایی ـ زمان:**

به قسمت حساس مسئله رسیدیم. طراح پرسیده که بردار مکان متحرک چند ثانیه در جهت محور x است؟ این یعنی نمودار مکان ـ زمان در چه بازهٔ زمانی‌ای در بالای محور t قرار دارد. در واقع باید در نمودار (الف) لحظهٔ t_2 را حساب کنیم.

از سوی دیگر این نمودار مکان ـ زمان یک سهمی است، پس لحظهٔ t_1 (لحظهٔ تغییر جهت متحرک) وسط بازهٔ صفر تا t_2 قرار دارد. با این حساب اگر بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 را به دست بیاوریم، می‌توانیم لحظهٔ t_2 را هم داشته باشیم. جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 برابر $-25\,m$ است. پس داریم:

$$\Delta x_{(t_1,t_2)} = \frac{1}{2}a(t_2-t_1)^2 + v_1(t_2-t_1) \xrightarrow[t_2-t_1=\frac{t_2}{2}]{v_1=0}$$

$$-25 = \frac{1}{2}\times(-2)\times(\frac{t_2}{2})^2 + 0 \Rightarrow (\frac{t_2}{2})^2 = 25 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{t_2}{2} = 5 \Rightarrow t_2 = 10\,s$$

روش گام **رسم نمودار سرعت ـ زمان:**

به کمک نمودار مکان ـ زمان، نمودار سرعت ـ زمان این حرکت را مطابق شکل (ب) رسم می‌کنیم. (در این نمودار، لحظهٔ t_1 لحظهٔ بیشینهٔ نمودار مکان ـ زمان و لحظهٔ t_2 لحظهٔ برخورد نمودار مکان ـ زمان با محور t است.)

با توجه به نمودار مکان ـ زمان، در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 متحرک از مکان صفر به $x_1 = 25\,m$ رفته است؛ بنابراین مساحت S_1 در نمودار (ب) برابر ۲۵ است. هم‌چنین در بازهٔ زمانی t_1 تا t_3 متحرک از مکان $x_1 = 25\,m$ به مکان $x_2 = -375\,m$ رفته است؛ پس مساحت S_2 برابر $400 = 375 + 25$ است.

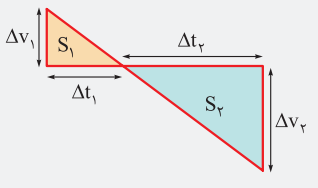
گام **محاسبهٔ بازهٔ زمانی Δt_2 (بازهٔ زمانی t_1 تا t_3):**

در نمودار (ب)، مساحت S_2 و ارتفاع مثلث بزرگ (۴۰) را داریم، پس می‌توانیم Δt_2 را حساب کنیم:

$$S_2 = \frac{40\times\Delta t_2}{2} = 400 \Rightarrow \Delta t_2 = 20\,s$$

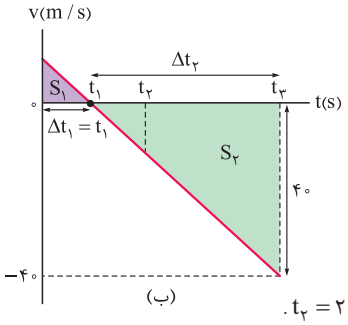
گام

یادآوری در مثلث‌های متشابه مانند شکل روبه‌رو، نسبت مساحت مثلث‌ها برابر با مجذور نسبت اضلاع متناظر است. مثلاً برای شکل روبه‌رو داریم:



$$\frac{S_2}{S_1} = (\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1})^2 = (\frac{\Delta v_2}{\Delta v_1})^2$$

حالا به کمک نسبت مساحت و مجذور اضلاع متناظر مثلث‌های متشابه می‌توانیم بنویسیم:



(ب)

$$\frac{S_2}{S_1} = (\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1})^2 \xrightarrow{\Delta t_1 = t_1} \frac{400}{25} = (\frac{20}{t_1})^2$$

$$\Rightarrow 16 = (\frac{20}{t_1})^2 \xrightarrow{\text{جذر}} 4 = \frac{20}{t_1}$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{20}{4} = 5\,s$$

می‌دانیم $t_2 = 2t_1$ است؛ بنابراین: $t_2 = 2\times 5 = 10\,s$.

۳۹- گزینه ۲

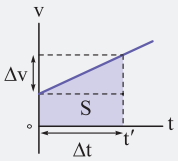
درس‌نامه ۱ در حرکت راست‌خط شتاب ثابت:

◆ اگر متحرک تغییر جهت نداده باشد، مسافت طی‌شده توسط متحرک در t ثانیهٔ اول از رابطهٔ جابه‌جایی ـ زمان محاسبه می‌شود: $|\Delta x| = |\frac{1}{2}at^2 + v_0 t|$:مسافت در t ثانیهٔ اول

◆ اگر سرعت نهایی متحرک صفر باشد، برای محاسبهٔ مسافت در t ثانیهٔ آخر می‌توانیم با یک ترفند حرفه‌ای، حرکتمان را برعکس کنیم و به کمک رابطهٔ جابه‌جایی ـ زمان، مسافت مورد نظرمان را حساب کنیم. $|\Delta x| = |\frac{1}{2}(-a)t^2|$:مسافت در t ثانیهٔ آخر

علامت منفی شتاب در رابطهٔ بالا به خاطر برعکس‌کردن حرکت است.

۲ در نمودار سرعت ـ زمان: **الف)** مساحت محصور بین نمودار و محور زمان در بازهٔ زمانی Δt، بیانگر مسافت طی‌شده توسط متحرک در این بازه است. مثلاً برای شکل روبه‌رو داریم: $\ell = S$



ب) شیب نمودار سرعت ـ زمان، بیانگر شتاب حرکت است. مثلاً برای شکل بالا داریم:

$$a = \text{شیب} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta v = \text{شیب}\times\Delta t$$

روش گام با توجه به درس‌نامه، مسافت طی‌شده در ۴ ثانیهٔ اول و ۲ ثانیهٔ آخر را برحسب a می‌نویسیم (چون نمودار بالای محور t قرار دارد، در هر دو بازهٔ زمانی، جابه‌جایی مثبت است):

$$\ell_{\text{۴ ثانیهٔ اول}} = |\Delta x_{(0,4s)}| = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2}a\times(4)^2 + 20\times 4 = 8a + 80$$

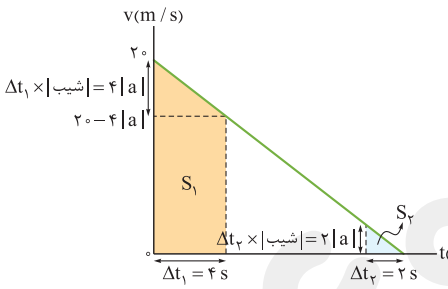
$$\ell_{\text{۲ ثانیهٔ آخر}} = |\Delta x_{\text{۲ ثانیهٔ آخر}}| = \frac{1}{2}(-a)t'^2 = -\frac{1}{2}a\times(2)^2 = -2a$$

گام نسبت مسافت طی‌شده در ۴ ثانیهٔ اول به مسافت طی‌شده در ۲ ثانیهٔ آخر را داریم و بزرگی شتاب حرکت را می‌خواهیم:

$$\frac{\ell_{\text{۴ ثانیهٔ اول}}}{\ell_{\text{۲ ثانیهٔ آخر}}} = 36 \Rightarrow \frac{8a+80}{-2a} = 36 \Rightarrow 8a + 80 = -72a \Rightarrow 80a = -80$$

$$\Rightarrow a = -1\,m/s^2 \Rightarrow |a| = 1\,m/s^2$$

روش در نمودار سرعت ـ زمان زیر، سطح زیر نمودار بیانگر مسافت طی‌شده است؛ بنابراین طبق گفتهٔ سؤال $\frac{S_1}{S_2} = 36$ است.



حالا اگر بدانیم که شیب نمودار سرعت ـ زمان بیانگر شتاب حرکت است، می‌توانیم اضلاع مورد نظرمان را در شکل روبه‌رو برحسب شتاب بنویسیم و در نهایت شتاب را محاسبه کنیم:

$$S_1 = \text{مساحت ذوزنقه} = \frac{20 + (20 - 4|a|)}{2}\times 4 = 80 - 8|a|$$

$$S_2 = \text{مساحت مثلث} = \frac{2|a|\times 2}{2} = 2|a|$$

$$\frac{S_1}{S_2} = 36 \Rightarrow \frac{80 - 8|a|}{2|a|} = 36 \Rightarrow 40 - 4|a| = 36|a|$$

$$\Rightarrow 40|a| = 40 \Rightarrow |a| = 1\,m/s^2$$

۴۰- گزینه ۴

درس‌نامه **قانون دوم نیوتون:** اگر نیروی خالص وارد بر جسمی $\vec{F}_{net}$ باشد، جسم شتاب $\vec{a}$ می‌گیرد که:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{net}}{m}$$

قانون سوم نیوتون: اگر جسم (۱) بر جسم (۲) نیروی $\vec{F}_{12}$ را وارد کند، جسم (۲) هم بر جسم (۱) نیرویی هم‌اندازه و در خلاف جهت $\vec{F}_{12}$ وارد می‌کند؛ یعنی:

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

گام طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که دو جسم به هم وارد می‌کنند، هم‌اندازه و در خلاف جهت هم است؛ یعنی در این‌جا به زبان ریاضی داریم: $\vec{F} = -\vec{F}'$ (با این حساب ① و ② کنار می‌روند.)

گام در این گام به سراغ قانون دوم نیوتون می‌رویم. طبق رابطهٔ $\vec{a}=\frac{\vec{F}_{net}}{m}$، به ازای $\vec{F}_{net}$ معین، هر چه جرم جسم کم‌تر باشد، اندازهٔ شتاب آن بیشتر خواهد بود. در این تست اندازهٔ نیروی خالص وارد بر دو شخص یکسان است؛ پس شخص با جرم **کم‌تر**، اندازهٔ شتاب **بیشتری** خواهد داشت. روابط ریاضی هم همین را به ما می‌گویند:

$$a=\frac{F_{net}}{m} \xrightarrow[m_2>m_1]{\text{یکسان: } F_{net}} a_2<a_1$$

۴۱- گزینهٔ ۱

استراتژی برای حل تست‌های آسانسوری! مثل این تست، مراحل زیر را طی می‌کنیم:

۱ نیروهای وارد بر جسم را مشخص می‌کنیم. یک نیرو که همیشه با آن سروکار داریم، وزن است. نیروی دیگر هم در بیشتر تست‌ها، یا نیروی عمودی سطح است (که از کف اتاقک آسانسور به جسم وارد می‌شود)، یا نیروی کشسانی فنر (که از طرف فنری که جسم را به سقف اتاقک آسانسور متصل کرده وارد می‌شود). ۲ نیروی موافق حرکت جسم (نیرویی که در جهت حرکت جسم است) را از نیروی مخالف حرکت جسم (نیرویی که در خلاف جهت حرکت جسم است.) کم کرده و حاصل را برابر ma قرار می‌دهیم؛ یعنی: $F_{\text{موافق}}-F_{\text{مخالف}}=ma$

◇ در رابطهٔ بالا، اگر حرکت جسم تندشونده باشد، $a>0$ و اگر حرکت جسم کندشونده باشد، $a<0$ است.

درس‌نامه ۱ **قانون هوک:** اگر فنری نسبت به حالت عادی خود، به اندازهٔ x کشیده یا فشرده شود، فنر به جسم متصل به خود نیروی کشسانی وارد می‌کند که اندازهٔ آن از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

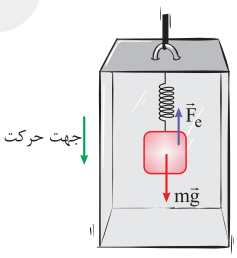
$$F_e=\underset{\text{ثابت فنر}}{k}x$$

۲ فنر کشیده، جسم متصل به خود را می‌کشد و فنر فشرده، جسم متصل به خود را هل می‌دهد. شکل‌های مقابل را ببینید؛ در این شکل‌ها، $\vec{F}_e$ نیرویی است که فنر به جسم وارد می‌کند.



(الف) (ب)

ابتدا مطابق شکل نیروهای وارد بر جسم را مشخص کرده و سپس طبق استراتژی بالا، به کمک قانون دوم نیوتون، خواستهٔ تست را حساب می‌کنیم:



$$F_{net}=ma \Rightarrow mg-F_e=ma \xrightarrow[a>0:\text{حرکت تندشونده}]{F_e=kx}$$

$$m\times 10-200\times(35-26)\times 10^{-2}=m\times 1$$

$$\Rightarrow 10m-18=m \Rightarrow 9m=18$$

$$\Rightarrow m=2\ kg$$

۴۲- گزینهٔ ۴

استراتژی در تست‌های دینامیک، اغلب اوقات لازم است که وضعیت حرکتی جسم و اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر آن تعیین شود. برای این کار: ۱ نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. توجه داشته باشید که نیروی اصطکاک وارد بر جسم، در خلاف جهت نیروی محرک وارد بر جسم است. ۲ اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه $(f_{s,max})$ و نیروی محرک وارد بر جسم $(F_{\text{محرک}})$ را محاسبه می‌کنیم. ۳ $f_{s,max}$ و $F_{\text{محرک}}$ را با هم مقایسه می‌کنیم.

◇ اگر $F_{\text{محرک}}<f_{s,max}$ باشد، جسم ساکن است و نیروی اصطکاک وارد بر آن ایستایی است: $f_s=F_{\text{محرک}}$

◇ اگر $F_{\text{محرک}}=f_{s,max}$ باشد، جسم ساکن و در آستانهٔ حرکت است و نیروی اصطکاک وارد بر آن ایستایی بیشینه است: $f_{s,max}=F_N\mu_s=F_{\text{محرک}}$

◇ اگر $F_{\text{محرک}}>f_{s,max}$ باشد، جسم در حال حرکت است و نیروی اصطکاک وارد بر آن جنبشی است: $f_k=F_N\mu_k$

درس‌نامه وقتی جسمی با یک سطح در تماس است:

◇ اگر با وجود نیروهایی که به آن وارد می‌شود، روی سطح ساکن بماند و در آستانهٔ حرکت هم نباشد، نیروی اصطکاک وارد بر آن، ایستایی $(\vec{f}_s)$ است. نیروی اصطکاک ایستایی فرمول خاصی ندارد و به کمک قوانین نیوتون به دست می‌آید.

◇ وقتی جسم در آستانهٔ حرکت است، نیروی اصطکاک وارد بر آن ایستایی بیشینه است و اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$f_{s,max}=F_N\mu_s \rightarrow \text{ضریب اصطکاک ایستایی}$$

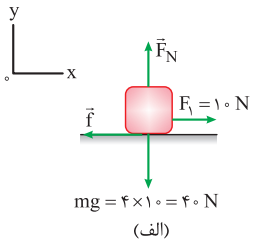
↓ اندازهٔ نیروی عمودی سطح

◇ وقتی جسم در حالت حرکت است (می‌لغزد) نیروی اصطکاک وارد بر آن جنبشی است و اندازهٔ آن از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$f_k=F_N\mu_k \rightarrow \text{ضریب اصطکاک جنبشی}$$

↓ اندازهٔ نیروی عمودی سطح

گام ابتدا در حالتی که $F_2=0$ است، تعیین می‌کنیم که جسم حرکت می‌کند یا نه، تا نوع نیروی اصطکاک وارد بر آن مشخص شود. در این حالت براساس شکل (الف) ابتدا F_N و سپس $f_{s,max}$ را حساب می‌کنیم:



(الف)

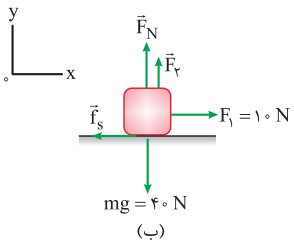
تعادل در راستای y: $F_N=mg \Rightarrow F_N=40\ N$

$$f_{s,max}=F_N\mu_s=40\times 0/4=16\ N$$

نیروی محرک (یعنی F_1) برابر $10\ N$ و کوچک‌تر از $f_{s,max}$ است؛ پس جسم **حرکت نمی‌کند** و نیروی اصطکاک وارد بر آن، **ایستایی** است. می‌دانیم اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی با اندازهٔ نیروی محرک برابر است و به عامل دیگری بستگی ندارد:

$$f_s=F_1=10N$$

گام مطابق شکل (ب)، با افزایش اندازهٔ $\vec{F}_2$، اندازهٔ نیروی عمودی سطح و در نتیجه $f_{s,max}$ کاهش می‌یابد، زیرا:



(ب)

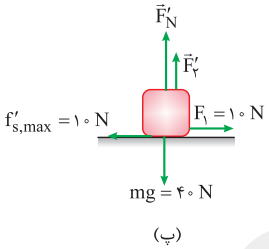
تعادل در راستای y: $F_N+F_2=mg$

$$\Rightarrow \downarrow F_N=mg-F_2\uparrow$$

$$\downarrow f_{s,max}=\downarrow F_N\mu_s$$

بنابراین ممکن است به ازای مقداری از F_2، جسم در آستانهٔ حرکت قرار گیرد و سپس شروع به حرکت کند. تا آن لحظه، اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر جسم **ثابت** و برابر با $f_s=F_1=10\ N$ است. *(همین جا گزینهٔ درست لو رفت.)*

گام حالا مقداری از F_2 که به ازای آن جسم در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد را حساب می‌کنیم. این مقدار را با F'_2 نشان می‌دهیم.



(پ)

$$f'_{s,max}=F_1=10\ N$$

$$f'_{s,max}=F'_N\mu_s \Rightarrow 10=F'_N\times\frac{4}{10}$$

$$\Rightarrow F'_N=25\ N$$

بنابراین:

$$F'_N+F'_2=mg \Rightarrow 25+F'_2=40 \Rightarrow F'_2=15\ N$$

نتیجه این‌که در بازه‌ای که F_2 از صفر به $15\ N$ می‌رسد، نیروی اصطکاک وارد بر جسم، ایستایی و ثابت است و در بازه‌ای که F_2 از $15\ N$ به $20\ N$ می‌رسد، نیروی اصطکاک وارد بر جسم، جنبشی و در حال **کاهش** است. به زبان ریاضی:

$$f_k=F_N\mu_k \xrightarrow{F_N=mg-F_2} \downarrow f_k=(mg-\uparrow F_2)\mu_k$$

۴۳- گزینهٔ ۴

درس‌نامه ۱ **قانون بازتاب عمومی:** در هر تابش، زاویهٔ تابش با زاویهٔ بازتابش برابر است.

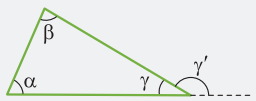
$$\theta_i=\theta_r$$



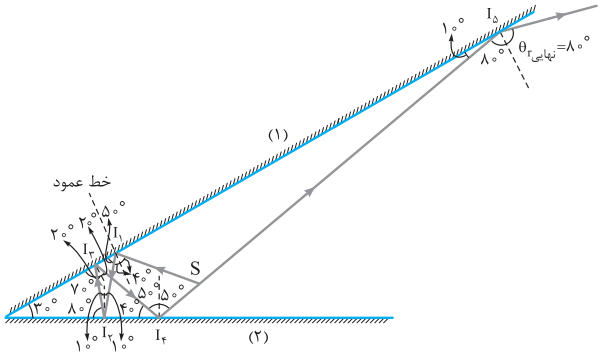
۲ قضایای هندسی زیر در حل تست‌های بازتاب به شما کمک می‌کنند:

◇ مجموع زوایای داخلی هر مثلث برابر با 180° است: $\alpha+\beta+\gamma=180^\circ$

◇ در هر مثلث، هر زاویهٔ خارجی برابر با مجموع زوایای داخلی غیرمجاور است: $\gamma'=\alpha+\beta$



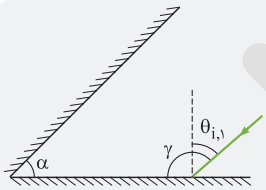
روش در شکل زیر مسیر پرتوی SI را تا خروج از دو آینه مشخص کرده‌ایم.



همین‌طور که می‌بینید پرتو پس از ۵ برخورد از بین دو آینه خارج می‌شود و آخرین زاویهٔ بازتابش 80° است.

روش ابتدا نکتهٔ زیر را بخوانید:

نکته ۱ وقتی یک پرتو مانند شکل روبه‌رو وارد مجموعهٔ دو آینهٔ متقاطع بشود، برای این‌که بفهمیم پس از چند برخورد به آینه‌ها از مجموعه خارج می‌شود، باید نسبت به $\frac{\gamma}{\alpha}$ را حساب کنیم. در این صورت:



الف) اگر $\frac{\gamma}{\alpha}$ **یک عدد صحیح باشد**، تعداد برخورد برابر $\frac{\gamma}{\alpha}$ است:

$$\frac{\gamma}{\alpha}=\text{یک عدد صحیح} \Rightarrow n=\frac{\gamma}{\alpha}$$

ب) اگر $\frac{\gamma}{\alpha}$ **یک عدد اعشاری باشد**، آن را به سمت بالا گرد کنید تا تعداد برخورد معلوم شود. یعنی:

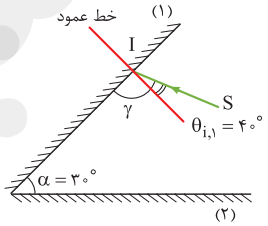
$$\frac{\gamma}{\alpha}=\text{یک عدد اعشاری} \Rightarrow n=[\frac{\gamma}{\alpha}]+1$$

[ ] علامت جزء صحیح است.

۲ در دو آینهٔ متقاطع مانند شکل بالا، زاویهٔ تابش یا بازتابش در nاُمین برخورد به مجموعهٔ آینه‌ها از رابطهٔ مقابل محاسبه می‌شود:

$$\theta_{r,n}=\theta_{i,n}=|(n-1)\alpha-\theta_{i,1}|$$

گام در شکل روبه‌رو، ابتدا γ را حساب می‌کنیم و سپس از مورد (۱) نکته، تعداد برخورد پرتو به آینه‌ها را پیدا می‌کنیم:



$$\gamma=90^\circ+\theta_{i,1}=90^\circ+40^\circ=130^\circ$$

$$\frac{\gamma}{\alpha}=\frac{130^\circ}{30^\circ}=4/33 \xrightarrow{\text{به سمت بالا گرد می‌کنیم}} n=5$$

پس پرتو پس از ۵ برخورد از مجموعهٔ آینه‌ها خارج می‌شود.

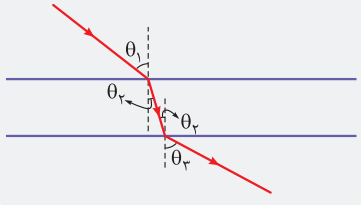
گام حالا به کمک رابطه‌ای که در مورد (۲) نکته گفتیم آخرین زاویهٔ بازتابش را حساب می‌کنیم:

$$\theta_{r,n}=|(n-1)\alpha-\theta_{i,1}| \xrightarrow{n=5\,,\,\theta_{i,1}=40^\circ} \theta_{r,5}=|(5-1)\times30^\circ-40^\circ|=80^\circ$$

مشاوره اگر بخواهید تست‌های آینه‌های متقاطع را از روش‌های هندسی و کلاسیک حل کنید، گاهی می‌توانند تا بی‌نهایت وقت‌گیر شوند. پس یا باید بی‌خیال این‌جور تست‌ها بشوید و یا وقت بگذارید و روش فرمولی این تست‌ها را یاد بگیرید.

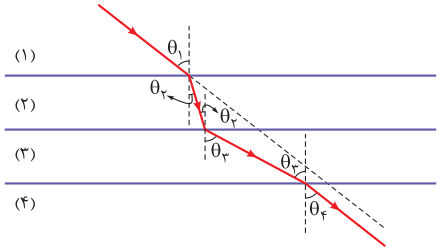
۴۴- گزینه ۳

درس‌نامه وقتی پرتو نوری از چند محیط متوالی با مرزهای موازی عبور می‌کند، **هر چه زاویهٔ پرتو نور با خط عمود بر مرز، در یک محیط بیشتر باشد، تندی انتشار نور در آن محیط بیشتر و ضریب شکست آن محیط کم‌تر است.** به عنوان نمونه، در شکل زیر، اگر $\theta_2<\theta_1<\theta_3$ باشد، داریم:



$$v_2<v_1<v_3$$
$$n_2>n_1>n_3$$

طبق رابطهٔ قانون شکست عمومی هر چه زاویه‌ای که پرتوی نور با خط عمود بر مرز در یک محیط می‌سازد کم‌تر باشد، تندی نور در آن محیط، کم‌تر است؛ پس در این شکل داریم:



$$\theta_3>\theta_1=\theta_4>\theta_2$$
$$\Rightarrow v_3>v_1=v_4>v_2$$

دقت کنید که چون اندازهٔ زاویه‌های تابش و شکست در محیط‌ها را نداریم، دربارهٔ تناسب بین تندی نور در محیط‌ها نمی‌توانیم نتیجه‌ای بگیریم. یعنی ۲ ممکن است درست باشد، ولی ما نمی‌توانیم اظهار نظر قطعی بکنیم (۱ هم که اساساً غلط)

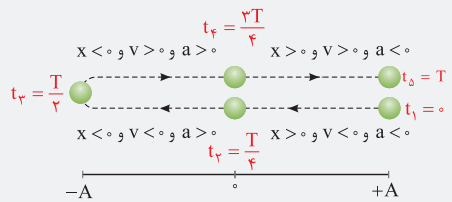
تله دیدیم که زاویهٔ پرتو نور با خط عمود بر مرز در هر محیطی بیشتر باشد، تندی انتشار نور در آن محیط بیشتر خواهد بود. اگر این قاعده را به درستی به خاطر نسپرده باشید، ممکن است ۴ را انتخاب کنید!

۴۵- گزینه ۱

درس‌نامه

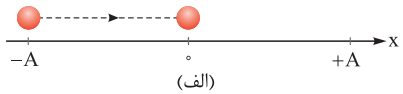
۱ معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده: $x=A\cos(\omega t)$ و $\omega=\frac{2\pi}{T}$

۲ علامت سه کمیت مکان (x)، سرعت (v) و شتاب (a) در یک دورهٔ تناوب از حرکت هماهنگ ساده در شکل زیر مشخص شده است:



◆ در این حرکت علامت شتاب همیشه قرینهٔ علامت مکان است.

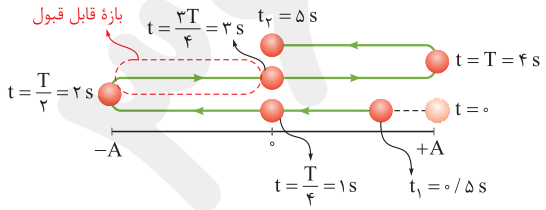
گام وقتی بردار شتاب نوسانگر در جهت محور x است که بردار مکان آن در خلاف جهت محور x باشد؛ پس متحرک باید در مکانی بین صفر و $-A$ قرار گیرد. هم‌چنین برای آن‌که سرعت متحرک در جهت محور x باشد، باید متحرک به سمت راست در حال حرکت باشد؛ بنابراین بازه‌ای خواستهٔ سؤال است که متحرک مطابق شکل (الف) در محدودهٔ مکانی بین $-A$ تا صفر به سمت راست در حال حرکت باشد.



گام دورهٔ نوسانگر را پیدا می‌کنیم:

$$\omega=\frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{T}=\frac{\pi}{2} \Rightarrow T=4\,s$$

مسیر حرکت متحرک در بازهٔ زمانی $t_1=0/5\,s=\frac{T}{8}$ تا $t_2=5\,s=\frac{5}{4}T$ به شکل زیر است:



در طی این مسیر، فقط در بازهٔ زمانی $t=2\,s$ تا $t=3\,s$ یعنی به مدت ۱s، بردار شتاب و سرعت متحرک هم‌زمان در جهت محور x است.

۴۶- گزینه ۱

درس‌نامه

۱ انرژی مکانیکی یک نوسانگر برابر با مجموع انرژی‌های پتانسیل و جنبشی آن است:

$$E=U+K$$

۲ انرژی مکانیکی نوسانگر ساده: $E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2=2\pi^2mA^2f^2$

گام انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$E=U+K=15+5=20\,mJ \xrightarrow{1mJ=10^{-3}J} E=2\times10^{-2}J$$

گام بسامد نوسان به صورت مقابل به دست می‌آید: $E = 2\pi^2 m A^2 f^2$

$\Rightarrow 2\times10^{-2} = 2\times10\times\frac{1}{10}\times(2\times10^{-2})^2\times f^2 \Rightarrow f^2 = \frac{10^{-2}}{4\times10^{-4}} = 25$

$\xrightarrow{\text{جذر}} f = 5\,\text{Hz}$

۴۷- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ در اتم هیدروژن، وقتی که الکترون از یک حالت مانا با انرژی بیشتر (E_U) به یک حالت مانا با انرژی کمتر (E_L) می‌رود، یک فوتون گسیل می‌شود. انرژی این فوتون برابر با اختلاف انرژی بین دو مدار اولیه و نهایی است: $E = E_U - E_L$

۲ ترازهای انرژی الکترون در اتم هیدروژن در مدل اتمی بور:

$E_n = \frac{-E_R}{n^2}$ ← انرژی الکترون در مدار nاُم ($E_R = 13/6\,\text{eV}$: یک ریدبرگ)

↓ شمارهٔ مدار

◇ الکترون‌ولت (eV) یکای متداول انرژی در فیزیک اتمی و هسته‌ای است. تبدیل eV به J و برعکس به صورت روبه‌رو انجام می‌شود:

eV ⇄ J (×۱/۶×۱۰^−۱۹ ، ÷(۱/۶×۱۰^−۱۹))

۳ شعاع مدارهای الکترون در اتم هیدروژن در مدل اتمی بور:

$r_n = a_0 n^2$ → شمارهٔ مدار

↓

شعاع اولین مدار (شعاع بور)

شعاع مدار nاُم ↑

گام انرژی فوتون را برحسب الکترون‌ولت به دست می‌آوریم:

$E = \frac{4/08\times10^{-19}\,\text{J}}{1/6\times10^{-19}} = 2/55\,\text{eV}$

گام n و n' را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$E = E_n - E_{n'} = \frac{-E_R}{n^2} - \frac{-E_R}{n'^2} \Rightarrow 2/55 = -13/6\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2}\right)$

$\Rightarrow \frac{3}{16} = \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \xrightarrow[n=4]{\text{حدس می‌زنیم که}} \frac{3}{16} = \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{1}{n'^2} = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow n' = 2$

گام شعاع مدار $n = 4$ را برحسب شعاع بور به دست می‌آوریم:

$r_n = a_0 n^2 \xrightarrow{n=4} r_4 = 16a_0$

۴۸- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ رابطهٔ بین طول موج و بسامد فوتون:

$\lambda = \frac{c}{f}$ ($c = 3\times10^8\,\text{m/s}$: تندی نور در خلأ)

۲ معادلهٔ ریدبرگ: طول موج خط‌های طیف گسیلی اتم هیدروژن در هر رشته از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ $(n > n'$ و $R = 0/01\,(\text{nm})^{-1}$: ثابت ریدبرگ)

◇ در این رابطه، طول موج (λ) برحسب نانومتر است.

◇ شماره و نام رشته‌ها به صورت جدول زیر است:

شمارهٔ رشته (n')	۱	۲	۳	۴	۵
نام رشته	لیمان	بالمر	پاشن	براکت	پفوند

◇ در هر رشته، کوتاه‌ترین طول موج (بیشترین بسامد و انرژی) مربوط به‌گذار از تراز $n = \infty$ و بلندترین طول موج (کم‌ترین بسامد و انرژی) مربوط به‌گذار از تراز $n = n' + 1$ است.

در رشتهٔ پاشن $(n' = 3)$ بیشترین بسامد مربوط به $n = \infty$ و کم‌ترین بسامد مربوط به $n = n' + 1 = 4$ است؛ بنابراین با توجه به معادلهٔ ریدبرگ، اختلاف بیشترین و کم‌ترین بسامد را حساب می‌کنیم:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{f}{c} \Rightarrow \begin{cases} \frac{f_{max}}{c} = R\left(\frac{1}{(3)^2} - \underbrace{\frac{1}{\infty}}_{\text{صفر}}\right) \Rightarrow f_{max} = \frac{1}{9}Rc \\ \frac{f_{min}}{c} = R\left(\frac{1}{(3)^2} - \frac{1}{(4)^2}\right) \Rightarrow f_{min} = \left(\frac{7}{9\times16}\right)Rc \end{cases}$$

$f_{max} - f_{min} = \frac{1}{9}Rc\left(1 - \frac{7}{16}\right) = \frac{1}{9}\times\left(\frac{1}{100}\times10^9\right)\times(3\times10^8)\times\left(\frac{9}{16}\right)$

(تبدیل $\frac{1}{m}$ به $\frac{1}{nm}$)

$= \frac{3}{16}\times10^{15} = 1/875\times10^{14}\,\text{Hz}$

۴۹- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ اگر بار الکتریکی روی صفحه‌های خازنی برابر Q و اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های آن برابر V باشد، ظرفیت خازن برابر است با: $C = \frac{Q}{V}$

۲ اصل کوانتیده‌بودن بار الکتریکی: بار الکتریکی هر جسم، همواره مضرب درستی از بار الکتریکی پایه است:

$Q = \pm ne$ ($e = 1/6\times10^{-19}\,\text{C}$: بار الکتریکی پایه و $n = 1,2,3,\ldots$)

گام به کمک رابطهٔ $C = \frac{Q}{V}$، تغییر بار الکتریکی روی صفحات خازن را به دست می‌آوریم:

$C = \frac{|\Delta Q|}{|\Delta V|} \Rightarrow |\Delta Q| = C|\Delta V| = (8\times10^{-6})\times1 = 8\times10^{-6}\,\text{C}$

گام به کمک رابطهٔ $|Q| = ne$، تغییر تعداد الکترون‌های هر صفحه به صورت زیر به دست می‌آید:

$|\Delta Q| = |\Delta n|\times e \Rightarrow 8\times10^{-6} = |\Delta n|\times(1/6\times10^{-19})$

$\Rightarrow |\Delta n| = \frac{8\times10^{-6}}{1/6\times10^{-19}} = 5\times10^{13}$

۵۰- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ اگر ذرهٔ بارداری فقط تحت تأثیر میدان الکتریکی حرکت کند، انرژی مکانیکی‌اش پایسته می‌ماند. در این حالت رابطهٔ زیر برقرار است:

$\Delta E = 0 \Rightarrow \Delta U_E + \Delta K = 0 \Rightarrow \Delta U_E = -\Delta K$

(ΔU_E: تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره، ΔK: تغییر انرژی جنبشی ذره)

۲ اگر ذره‌ای با بار q، از نقطهٔ A تا B جابه‌جا شود و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار در این جابه‌جایی برابر ΔU_E باشد، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطهٔ A و B از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید: $\Delta V = V_B - V_A = \frac{\Delta U_E}{q}$

◇ دقت کنید که در رابطهٔ بالا، q با علامتش جای‌گذاری می‌شود.

۳ انرژی جنبشی: $K = \frac{1}{2}mv^2$ (m: جرم جسم، v: تندی جسم)

گام چون ذره فقط تحت تأثیر میدان الکتریکی جابه‌جا می‌شود، انرژی مکانیکی‌اش پایسته می‌ماند و داریم:

$\Delta U_E = -\Delta K = -\frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2)$

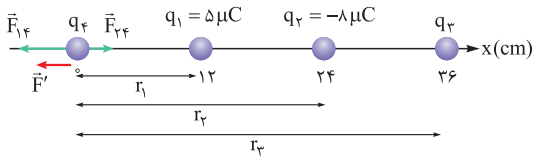
$= -\frac{1}{2}\times(4\times10^{-9})\times(20^2 - 10^2) = -600\times10^{-9}\,\text{J}$

گام $V_B - V_A$ برابر است با:

$\Delta V = V_B - V_A = \frac{\Delta U_E}{q} = \frac{-600\times10^{-9}}{5\times10^{-9}} = -120\,\text{V}$

۵۱- گزینه ۲

گام آرایش بارهای الکتریکی مطابق شکل زیر است. با این فرض که $q_4 > 0$ است *(این فرض توی جواب نهایی تأثیر نداره)*، بردار نیروهای الکتریکی که بارهای q_1 و q_2 به بار q_4 وارد می‌کنند را رسم کرده و اندازهٔ آن‌ها را به دست می‌آوریم:



$F_{14} = k\frac{|q_1||q_4|}{r_1^2} = k\frac{5|q_4|}{(12)^2}$

$$F_{۲۴}=k\frac{|q_۲||q_۴|}{r_۲^۲}=k\frac{۸|q_۴|}{(۲۴)^۲}=\frac{۱}{۴}k\frac{۸|q_۴|}{(۱۲)^۲}=k\frac{۲|q_۴|}{(۱۲)^۲}$$

$\vec{F}_{۱۴}$ بزرگ‌تر از $\vec{F}_{۲۴}$ است؛ بنابراین برایند این دو بردار هم‌جهت با $\vec{F}_{۱۴}$ (یعنی به طرف چپ) و اندازهٔ آن برابر است با:

$$F'=F_{۱۴}-F_{۲۴}=k\frac{۵|q_۴|}{(۱۲)^۲}-k\frac{۲|q_۴|}{(۱۲)^۲}=k\frac{۳|q_۴|}{(۱۲)^۲}$$

گام برای صفرشدن نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۴$، نیروی الکتریکی که بار $q_۳$ به بار $q_۴$ وارد می‌کند ($\vec{F}_{۳۴}$) باید در خلاف جهت $\vec{F}'$ باشد، یعنی به طرف راست؛ پس $q_۳<۰$ است. همچنین $\vec{F}_{۳۴}$ باید هم‌اندازه با $\vec{F}'$ باشد؛ پس:

$$F_{۳۴}=F'\Rightarrow k\frac{|q_۳||q_۴|}{r_۳^۲}=F'\Rightarrow k\frac{|q_۳||q_۴|}{(۳۶)^۲}=k\frac{۳|q_۴|}{(۱۲)^۲}$$

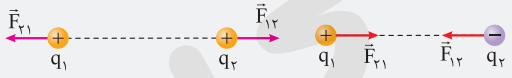
$$\Rightarrow\frac{|q_۳|}{۹\times(۱۲)^۲}=\frac{۳}{(۱۲)^۲}\Rightarrow|q_۳|=۲۷\,\mu C\xrightarrow{q_۳<۰}q_۳=-۲۷\,\mu C$$

۵۲- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ قانون کولن: دو بار نقطه‌ای $q_۱$ و $q_۲$ که در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند، به هم نیروی الکتریکی وارد می‌کنند که اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\qquad(\text{ثابت کولن: }k=۹\times۱۰^۹\ \frac{N.m^۲}{C^۲})$$

۲ مطابق شکل‌های زیر، بارهای همنام یکدیگر را دفع و بارهای ناهمنام یکدیگر را جذب می‌کنند.



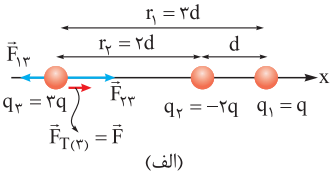
گام به کمک شکل نسبتی رابطهٔ $F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$، نسبت نیروهای الکتریکی را که بارهای $q_۱=q$ و $q_۲=-۲q$ به بار $q_۳=۳q$ وارد می‌کنند، به دست می‌آوریم:

$$\frac{F_{۲۳}}{F_{۱۳}}=\frac{|q_۲|}{|q_۱|}\times(\frac{r_۱}{r_۲})^۲=\frac{۲|q|}{|q|}\times(\frac{۳d}{۲d})^۲\Rightarrow\frac{F_{۲۳}}{F_{۱۳}}=۲\times\frac{۹}{۴}=\frac{۹}{۲}$$

گام بار $q_۱=q$ با بار $q_۳=۳q$ همنام است و در نتیجه آن را دفع می‌کند. بار $q_۲=-۲q$ با بار $q_۳=۳q$ ناهمنام است و آن را جذب می‌کند. مطابق شکل (الف)، نیروهای وارد بر بار $q_۳=۳q$ را رسم کرده و برایند آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$F_{T(۳)}=F_{۲۳}-F_{۱۳}\xrightarrow[F_{T(۳)}=F]{\text{طبق صورت تست}}F=F_{۲۳}-\frac{۲}{۹}F_{۲۳}=\frac{۷}{۹}F_{۲۳}$$

چون $F_{۲۳}>F_{۱۳}$ است، نیروی الکتریکی خالص وارد بر $q_۳$ ($\vec{F}$) هم‌جهت با $\vec{F}_{۲۳}$ یعنی به طرف **راست** است.



(الف)

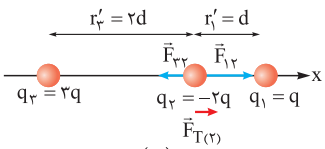
گام دوباره از رابطهٔ $F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$ کمک می‌گیریم تا نسبت نیروهایی که بارهای $q_۱=q$ و $q_۳=۳q$ به بار $q_۲=-۲q$ وارد می‌کنند را به دست آوریم:

$$\frac{F_{۳۲}}{F_{۱۲}}=\frac{|q_۳|}{|q_۱|}\times(\frac{r'_۱}{r'_۳})^۲=\frac{۳|q|}{|q|}\times(\frac{d}{۲d})^۲\Rightarrow\frac{F_{۳۲}}{F_{۱۲}}=\frac{۳}{۴}$$

گام هر دو بار $q_۱=q$ و $q_۳=۳q$ با بار $q_۲=-۲q$ ناهمنام‌اند و در نتیجه آن را جذب می‌کنند. نیروهای وارد بر بار $q_۲=-۲q$ را مطابق شکل (ب) رسم کرده و برایند آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$F_{T(۲)}=F_{۱۲}-F_{۳۲}=\frac{۴}{۳}F_{۳۲}-F_{۳۲}=\frac{۱}{۳}F_{۳۲}$$

چون $F_{۱۲}>F_{۳۲}$ است، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۲$ هم‌جهت با $\vec{F}_{۱۲}$ یعنی به طرف **راست** است.



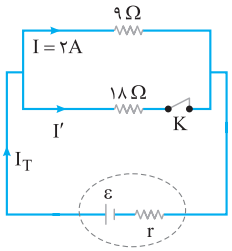
(ب)

گام همان‌طور که در شکل‌های قبل می‌بینید، $\vec{F}_{T(۲)}$ با $\vec{F}$ هم‌جهت است و نسبت اندازهٔ آن‌ها برابر است با:

$$\frac{F_{T(۲)}}{F}=\frac{\frac{۱}{۳}F_{۳۲}}{\frac{۷}{۹}F_{۲۳}}\xrightarrow[F_{۳۲}=F_{۲۳}]{\text{طبق قانون سوم نیوتون}}\frac{F_{T(۲)}}{F}=\frac{۹}{۲۱}=\frac{۳}{۷}$$

$$\xrightarrow{\vec{F}\text{ و }\vec{F}_{T(۲)}\text{ هم‌جهت‌اند.}}\vec{F}_{T(۲)}=\frac{۳}{۷}\vec{F}$$

۵۳- گزینه ۴



روش گام در حالت اول، جریان عبوری از مقاومت ۹ Ω برابر ۲ A است. با توجه به موازی‌بودن مقاومت‌های ۹ Ω و ۱۸ Ω، نسبت جریان عبوری از این مقاومت‌ها، وارون نسبت مقاومت‌های آن‌ها است؛ پس جریان عبوری از مقاومت ۱۸ Ω به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{۹}{۱۸}=\frac{I'}{۲}\Rightarrow I'=۱\,A$$

جریان کل عبوری از مدار برابر است با:

$$I_{T(۱)}=I+I'=۲+۱=۳\,A$$

گام مقاومت معادل مقاومت‌های موازی ۹ Ω و ۱۸ Ω برابر است با:

$$R_{eq(۱)}=\frac{۱۸\times۹}{۱۸+۹}=\frac{۱۸}{۳}=۶\,\Omega$$

$$(\text{یا }۱۸=\overset{n}{۲}\times۹\Rightarrow R_{eq}=\frac{۱۸}{\underset{n}{۲}+۱}=۶\,\Omega)$$

رابطه جریان کل عبوری از مدار به صورت زیر است:

$$I_{T(۱)}=\frac{\varepsilon}{R_{eq(۱)}+r}\Rightarrow۳=\frac{\varepsilon}{۶+r}\qquad(۱)$$

گام با قطع کلید K، از مقاومت ۱۸ Ω جریانی عبور نمی‌کند و این مقاومت از مدار حذف می‌شود. جریان عبوری از مقاومت ۹ Ω که همان جریان کل عبوری از مدار در حالت دوم است برابر است با:

$$I_{T(۲)}=۲+۰/۲۵=۲/۲۵\,A$$

بنابراین برای این حالت داریم:

$$I_{T(۲)}=\frac{\varepsilon}{R_{eq(۲)}+r}\Rightarrow۲/۲۵=\frac{\varepsilon}{۹+r}\qquad(۲)$$

گام طرفین رابطهٔ (۱) را بر طرفین رابطهٔ (۲) تقسیم می‌کنیم تا r به دست آید:

$$\frac{۳}{۲/۲۵}=\frac{\frac{\varepsilon}{۶+r}}{\frac{\varepsilon}{۹+r}}\Rightarrow\frac{۳}{۲/۲۵}=\frac{۹+r}{۶+r}\Rightarrow۱۸+۳r=۲۰/۲۵+۲/۲۵r$$

$$\Rightarrow۰/۷۵r=۲/۲۵\Rightarrow r=\frac{۲/۲۵}{۰/۷۵}=۳\,\Omega$$

روش گام مانند گام اول روش اول.

گام اختلاف پتانسیل دو سر باتری در حالت اول با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۹ Ω برابر است؛ بنابراین:

$$V_{\text{باتری}(۱)}=V_{۹\,\Omega}\Rightarrow\varepsilon-rI_{T(۱)}=۹\times۲\Rightarrow\varepsilon-۳r=۱۸\qquad(۱)$$

در حالت دوم هم اختلاف پتانسیل دو سر باتری با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۹ Ω برابر است؛ بنابراین:

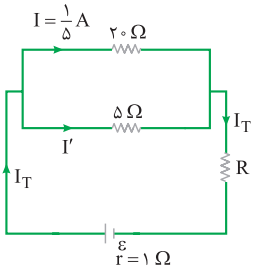
$$V_{\text{باتری}(۲)}=V'_{۹\,\Omega}\Rightarrow\varepsilon-rI_{T(۲)}=۹\times۲/۲۵\Rightarrow\varepsilon-۲/۲۵r=۲۰/۲۵\qquad(۲)$$

دقت کنید که در این حالت چون مقاومت ۱۸ Ω از مدار خارج شده، $I_{T(۲)}$ همون جریان عبوری از مقاومت ۹ Ω (یعنی ۲/۲۵ A) هست.

گام طرفین رابطهٔ (۱) را از طرفین رابطهٔ (۲) کم می‌کنیم:

$$-۲/۲۵r+۳r=۲۰/۲۵-۱۸\Rightarrow۰/۷۵r=۲/۲۵\Rightarrow r=\frac{۲/۲۵}{۰/۷۵}=۳\,\Omega$$

۵۴- گزینه ۴



گام مقاومت‌های ۲۰ Ω و ۵ Ω موازی‌اند؛ بنابراین با توجه به این‌که نسبت جریان‌های عبوری از آن‌ها، وارون نسبت مقاومت‌های آن‌ها است، جریان عبوری از مقاومت ۵ Ω به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{I'}{I}=\frac{۲۰}{۵}\Rightarrow\frac{I'}{\frac{۱}{۵}}=۴\Rightarrow I'=\frac{۴}{۵}\,A$$

گام ۳ جریان کل عبوری از مدار که همان جریان عبوری از مقاومت R است، برابر است با:

$$I_T = I + I' = \frac{۱}{۵} + \frac{۴}{۵} = ۱\,A$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R و جریان عبوری از آن را داریم؛ پس مقاومت R برابر است با:

$$V = RI_T \Rightarrow ۳ = R \times ۱ \Rightarrow R = ۳\,\Omega$$

گام ۲ ابتدا مقاومت معادل مدار و سپس به کمک رابطهٔ جریان عبوری از کل مدار، نیروی محرکهٔ باتری را به دست می‌آوریم:

$۲۰\,\Omega$ و $۵\,\Omega$ موازی‌اند. $\frac{۲۰\times۵}{۲۰+۵} = \frac{۲۰}{۵} = ۴\,\Omega$

$$(\overset{n}{۴}\times ۵ \Rightarrow \frac{۲۰}{\overset{n}{۴}+۱} = ۴\,\Omega \text{ یا } ۲۰=)$$

$۴\,\Omega$ و R متوالی‌اند. $R_{eq} = ۴+۳ = ۷\,\Omega$

$$I_T = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow ۱ = \frac{\varepsilon}{۷+۱} \Rightarrow \varepsilon = ۸\,V$$

تیزبازی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $۲۰\,\Omega$ برابر با $۲۰\times\frac{۱}{۵} = ۴\,V$ و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R برابر $۳\,V$ است. اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر با مجموع این دو اختلاف پتانسیل است؛ بنابراین:

$$V_{\text{باتری}} = ۳+۴ = ۷\,V$$

$$\Rightarrow \varepsilon - rI = ۷ \Rightarrow \varepsilon = ۷ + rI \xrightarrow{rI>۰} \varepsilon > ۷\,V$$

فقط مقدار داده‌شده در ۴ بزرگ‌تر از ۷ است و این گزینه جواب تست است.

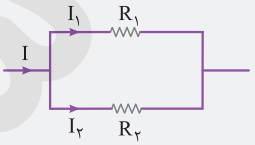
۵۵- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ مطابق شکل زیر، دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ به صورت متوالی (سری) به هم متصل‌اند:



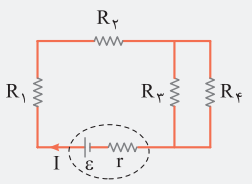
- مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq} = R_۱ + R_۲$

۲ مطابق شکل روبه‌رو، دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ به صورت موازی به هم متصل‌اند:



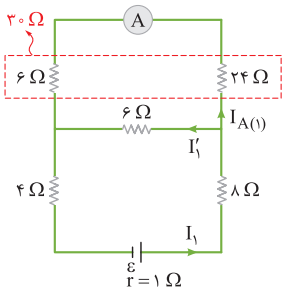
- مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq} = \frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}$
- اگر مقاومت بزرگ‌تر، n برابر مقاومت کوچک‌تر باشد: $R_{eq} = \frac{\text{مقاومت بزرگ‌تر}}{n+۱}$
- نسبت جریان عبوری از مقاومت‌ها برابر با وارون نسبت مقاومت‌ها است: $\frac{I_۱}{I_۲} = \frac{R_۲}{R_۱}$
- اصل پایستگی بار الکتریکی: $I = I_۱ + I_۲$

۳ جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) در شکل روبه‌رو از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$$

گام ۴ در حالت اول، کلید باز و مدار به شکل (الف) است. مقاومت معادل مدار را در این حالت به دست می‌آوریم:



(الف)

$۲۴\,\Omega$ و $۶\,\Omega$ (شاخهٔ بالا) متوالی‌اند. $۲۴+۶ = ۳۰\,\Omega$

$۳۰\,\Omega$ و $۶\,\Omega$ (شاخهٔ وسط) موازی‌اند. $\frac{۳۰\times۶}{۳۰+۶} = \frac{۳۰}{۶} = ۵\,\Omega$

$$(\overset{n}{۵}\times ۶ \Rightarrow \frac{۳۰}{\overset{n}{۵}+۱} = ۵\,\Omega \text{ یا } ۳۰=)$$

$۵\,\Omega$، $۴\,\Omega$ و $۸\,\Omega$ متوالی‌اند. $R_{eq(۱)} = ۵+۴+۸ = ۱۷\,\Omega$

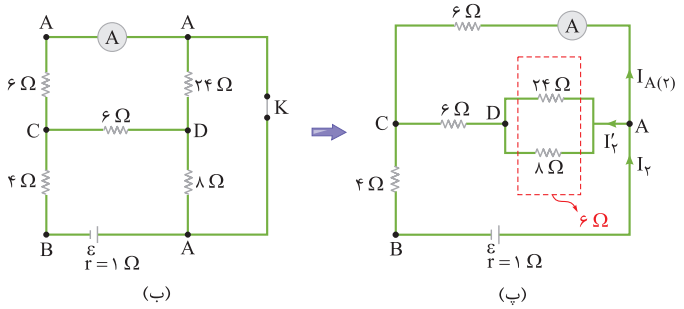
گام ۱ جریان کل عبوری از مدار در حالت اول برابر است با:

$$I_۱ = \frac{\varepsilon}{R_{eq(۱)}+r} = \frac{\varepsilon}{۱۷+۱} = \frac{\varepsilon}{۱۸}$$

مقاومت‌های $۳۰\,\Omega$ و $۶\,\Omega$ موازی‌اند و جریان عبوری از کل مجموعهٔ آن‌ها برابر $I_۱ = \frac{\varepsilon}{۱۸}$ است؛ بنابراین جریان عبوری از مقاومت $۳۰\,\Omega$ (جریان عبوری از آمپرسنج) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} \frac{I_{A(۱)}}{I'_۱} = \frac{۶}{۳۰} = \frac{۱}{۵} \\ I_{A(۱)} + I'_۱ = I_۱ \end{cases} \Rightarrow I_{A(۱)} + ۵I_{A(۱)} = \frac{\varepsilon}{۱۸} \Rightarrow I_{A(۱)} = \frac{\varepsilon}{۱۸\times۶}$$

گام ۲ در حالت دوم، کلید K بسته می‌شود. شکل مدار را به کمک نام‌گذاری نقاط هم‌پتانسیل از شکل (ب) به شکل ساده‌تر (پ) تبدیل می‌کنیم:



(ب) (پ)

مقاومت معادل مدار را در این حالت به دست می‌آوریم:

$۲۴\,\Omega$ و $۸\,\Omega$ موازی‌اند. $\frac{۲۴\times۸}{۲۴+۸} = \frac{۲۴}{۴} = ۶\,\Omega$

$$(\overset{n}{۳}\times ۸ \Rightarrow \frac{۲۴}{\overset{n}{۳}+۱} = ۶\,\Omega \text{ یا } ۲۴=)$$

$۶\,\Omega$ و $۶\,\Omega$ (شاخهٔ وسط) متوالی‌اند. $۶+۶ = ۱۲\,\Omega$

$۱۲\,\Omega$ و $۶\,\Omega$ (شاخهٔ بالا) موازی‌اند. $\frac{۱۲\times۶}{۱۲+۶} = \frac{۱۲}{۳} = ۴\,\Omega$

$$(\overset{n}{۲}\times ۶ \Rightarrow \frac{۱۲}{\overset{n}{۲}+۱} = ۴\,\Omega \text{ یا } ۱۲=)$$

$۴\,\Omega$ و $۴\,\Omega$ متوالی‌اند. $R_{eq(۲)} = ۴+۴ = ۸\,\Omega$

گام ۳ جریان کل عبوری از مدار در حالت دوم برابر است با:

$$I_۲ = \frac{\varepsilon}{R_{eq(۲)}+r} = \frac{\varepsilon}{۸+۱} = \frac{\varepsilon}{۹}$$

مقاومت شاخهٔ وسط برابر با $۱۲\,\Omega = ۶+۶$ است و این مقاومت با مقاومت $۶\,\Omega$ شاخهٔ بالایش موازی است. جریان کل عبوری از مجموعهٔ این دو شاخه برابر $I_۲ = \frac{\varepsilon}{۹}$ است. جریان عبوری از مقاومت $۶\,\Omega$ شاخهٔ بالا (جریان عبوری از آمپرسنج) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} \frac{I_{A(۲)}}{I'_۲} = \frac{۱۲}{۶} = ۲ \\ I_{A(۲)} + I'_۲ = I_۲ \end{cases} \Rightarrow I_{A(۲)} + \frac{I_{A(۲)}}{۲} = \frac{\varepsilon}{۹} \Rightarrow \frac{۳}{۲}I_{A(۲)} = \frac{\varepsilon}{۹} \Rightarrow I_{A(۲)} = \frac{۲\varepsilon}{۲۷}$$

گام ۴ نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{I_{A(۲)}}{I_{A(۱)}} = \frac{\frac{۲\varepsilon}{۲۷}}{\frac{\varepsilon}{۱۸\times۶}} = \frac{۲\times۱۸\times۶}{۲۷} = ۸$$

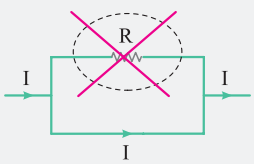
۵۶- گزینه ۲

گام ۱ مقاومت معادل مدار در دو حالت را به دست می‌آوریم:

حالت اول (کلید باز): مقاومت‌های $۱\,\Omega$ و R متوالی‌اند؛ بنابراین: $R_{eq(۱)} = ۱ + R\ (\Omega)$

حالت دوم (کلید بسته):

نکته مطابق شکل روبه‌رو، اگر دو سر یک مقاومت، با سیم (بدون مقاومت) به یکدیگر متصل شود، از این مقاومت جریانی عبور نمی‌کند و این مقاومت اصطلاحاً اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. در این حالت همهٔ جریان ورودی به گره، از سیم عبور خواهد کرد.



مقاومت R اتصال کوتاه و از مدار حذف می‌شود و داریم:

$$R_{eq(۲)} = ۱\,\Omega$$

گام

نکته اگر توان خروجی باتری به ازای دو حالت برابر باشد، بین مقاومت معادل‌های مدار در این دو حالت رابطهٔ مقابل برقرار است: $R_{eq(1)}R_{eq(2)} = r^2$

مقادیر به‌دست‌آمده را در رابطهٔ بیان‌شده جای‌گذاری می‌کنیم:

$$R_{eq(1)} \times R_{eq(2)} = r^2 \Rightarrow (1+R)\times 1 = 2^2 \Rightarrow 1+R=4 \Rightarrow R = 3\,\Omega$$

۵۷- گزینه ۳

درس‌نامه اگر چند مادهٔ مختلف با چگالی و حجم متفاوت را با هم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط آن‌ها از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید: $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \cdots}{V_1 + V_2 + \cdots}$

گام چگالی مخلوط ۱۰ درصد بیشتر از چگالی الکل است، پس:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \rho_{\text{الکل}} + \frac{10}{100}\rho_{\text{الکل}} = 1/1\rho_{\text{الکل}} = 1/1\times 0/8\ \text{g/cm}^3$$

گام به کمک رابطهٔ چگالی مخلوط، حجم الکل را به دست می‌آوریم:

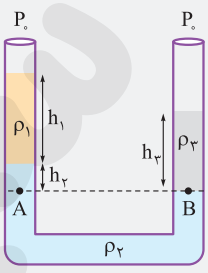
$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_{\text{الکل}}V_{\text{الکل}} + \rho_{\text{آب}}V_{\text{آب}}}{V_{\text{آب}} + V_{\text{الکل}}} \Rightarrow 1/1\times 0/8 = \frac{1\times 10^3 + 0/8V_{\text{الکل}}}{10^3 + V_{\text{الکل}}}$$

$$\Rightarrow 0/88\times 10^3 + 0/88V_{\text{الکل}} = 10^3 + 0/8V_{\text{الکل}} \Rightarrow 0/08V_{\text{الکل}} = 0/12\times 10^3$$

$$\Rightarrow V_{\text{الکل}} = \frac{0/12}{0/08}\times 10^3 = 1500\ \text{cm}^3$$

۵۸- گزینه ۴

درس‌نامه **اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز:** در نقطه‌های هم‌تراز یک مایع ساکن، فشار یکسان است و به شکل ظرف بستگی ندارد. برای مثال در شکل مقابل، نقاط A و B هم‌ترازند و درون یک مایع ساکن قرار دارند؛ بنابراین فشار این دو نقطه با هم برابر است:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = P_0 + \rho_3 g h_3$$

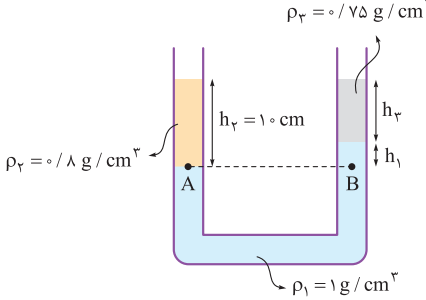
$$\Rightarrow \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 = \rho_3 h_3$$

◇ توجه داشته باشید که در این رابطه، فقط یکسان‌بودن یکاها در دو طرف تساوی مهم است.

روش **گام** ارتفاع مایع (۲) را به دست می‌آوریم:

$$V_2 = Ah_2 \Rightarrow 20 = 2\times h_2 \Rightarrow h_2 = 10\ \text{cm}$$

نحوهٔ قرارگیری مایع‌ها در لولهٔ U‌شکل مطابق شکل زیر است. فشار نقاط هم‌تراز A و B را برابر قرار می‌دهیم:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_2 h_2 = \rho_1 h_1 + \rho_3 h_3$$

$$\xrightarrow{h_1 = h_2 - h_3} \rho_2 h_2 = \rho_1(h_2 - h_3) + \rho_3 h_3$$

$$\Rightarrow 0/8\times 10 = 1\times(10 - h_3) + 0/75h_3$$

$$\Rightarrow 8 = 10 - h_3 + 0/75h_3 \Rightarrow 2 = 0/25h_3 \Rightarrow h_3 = 8\ \text{cm}$$

گام حجم مایع (۳) برابر است با: $V_3 = Ah_3 = 2\times 8 = 16\ \text{cm}^3$

روش با توجه به این‌که فشار در نقاط هم‌تراز A و B یکسان و ارتفاع مایع‌های قرارگرفته بالای این دو نقطه نیز یکسان است، می‌توان نتیجه گرفت که چگالی مایع بالای نقطهٔ A (ρ_2) با چگالی مخلوط مایع‌های بالای نقطهٔ B برابر است؛ بنابراین:

$$\rho_2 = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_3 V_3}{V_1 + V_3} \xrightarrow[V_2 = 20\ \text{cm}^3]{V_1 + V_3 = V_2} 0/8 = \frac{1\times(20 - V_3) + 0/75\times V_3}{20}$$

$$\Rightarrow 16 = 20 - 0/25V_3 \Rightarrow 0/25V_3 = 4 \Rightarrow V_3 = 16\ \text{cm}^3$$

۵۹- گزینه ۱

درس‌نامه **۱ توان متوسط:** $P_{av} = \frac{W \to \text{کار انجام‌شده}}{\Delta t \to \text{مدت‌زمان انجام کار}}$

۲ اگر جسمی به جرم m را به اندازهٔ h بالا ببریم (جسم در ابتدا و انتها ساکن باشد)، کاری که انجام می‌دهیم از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید: $W = mgh$

۳ چگالی: $\rho = \frac{m \to \text{جرم جسم}}{V \to \text{حجم جسم}}$

۴ بازده: نسبت توان یا انرژی خروجی (مفید) به توان یا انرژی ورودی (مصرفی) است و از روابط زیر به دست می‌آید:

$$\text{Ra (برحسب درصد)} = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}}\times 100 = \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}}\times 100$$

گام توان خروجی (مفید) پمپ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$P_{\text{خروجی}} = P_{av} = \frac{W}{\Delta t} \xrightarrow[m=\rho V]{W=mgh}$$

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{\rho V g h}{\Delta t} = \frac{(1\times 10^3)\times(1200\times 10^{-3})\times 10\times 15}{1\times 60} = 3\times 10^3\ \text{W}$$

$$\xrightarrow{10^3\,\text{W} = 1\,\text{kW}} P_{\text{خروجی}} = 3\,\text{kW}$$

گام بازده پمپ برابر است با: $\text{Ra} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times 100 = \frac{3}{5}\times 100 = 60$

۶۰- گزینه ۴

استراتژی در تست‌های تعادلی که فقط دمای اجسام تغییر می‌کند، برای محاسبهٔ خواستهٔ تست:

مجموع گرماهای مبادله‌شدهٔ اجسام تا برقراری تعادل را برابر صفر قرار می‌دهیم (قانون پایستگی انرژی). به زبان ریاضی: $Q_1 + Q_2 + \cdots = 0$

درس‌نامه **گرمای لازم برای تغییر دما:** $Q = mc(\theta_2 - \theta_1)$ (دمای ثانویه، جرم جسم؛ دمای اولیه، گرمای ویژهٔ جسم)

روش در وضعیت تعادل، دمای آب و آلومینیم درون آن به ۵۲ °C می‌رسد. مجموع گرماها را برابر صفر قرار می‌دهیم تا m به دست آید.

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}\Delta\theta_{\text{آب}} + mc_{Al}\Delta\theta_{Al} = 0$$

$$\Rightarrow 4/5\times 4200\times(52 - 50) + m\times 900\times(52 - 94) = 0$$

$$\Rightarrow 4200(9 - 9m) = 0 \Rightarrow 9 - 9m = 0 \Rightarrow m = 1\,\text{kg}$$

روش

نکته در تست‌های تعادل گرمایی، اگر تغییر حالت نداشته باشیم، دمای تعادل را از رابطهٔ مقابل نیز می‌توان محاسبه کرد: $\theta_e = \frac{m_1c_1\theta_1 + m_2c_2\theta_2 + \ldots}{m_1c_1 + m_2c_2 + \ldots}$

با توجه به نکتهٔ بالا:

$$\theta_e = \frac{m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}\theta_{\text{آب}} + m_{Al}c_{Al}\theta_{Al}}{m_{\text{آب}}c_{\text{آب}} + m_{Al}c_{Al}}$$

$$\Rightarrow 52 = \frac{4/5\times 4200\times 50 + m\times 900\times 94}{4/5\times 4200 + m\times 900}$$

$$\Rightarrow 52 = \frac{4/5\times 100\,(42\times 50 + m\times 2\times 94)}{4/5\times 100\,(42 + 2m)}$$

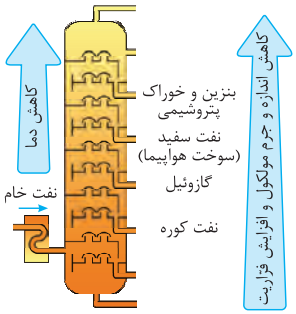
$$\Rightarrow 52(42 + 2m) = 42\times 50 + 2m\times 94 \Rightarrow 2m(94 - 52) = 42(52 - 50)$$

$$\Rightarrow 2m = 2 \Rightarrow m = 1\,\text{kg}$$

شیمی

۶۱- گزینه ۲

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) در برج تقطیر نفت خام، مولکول‌های سنگین‌تر، مانند نفت کوره، پایین برج باقی می‌مانند. ۳) *اتفاقاً برعکس!* در نفت خام سبک، درصد هیدروکربن‌های سبک‌تر مانند بنزین و خوراک پتروشیمی، بیشتر است. ۴) بخش عمده‌ای از هیدروکربن‌های موجود در نفت خام، آلکان‌ها هستند که واکنش‌پذیری کمی دارند.



۶۲- گزینه ۳

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) یاقوت جزء دگرشکل‌های کربن نیست. ۲) کربن توانایی تشکیل حداکثر چهار پیوند را دارد؛ بنابراین نمی‌تواند هم‌زمان یک پیوند دوگانه و یک پیوند سه‌گانه (در مجموع ۵ پیوند) تشکیل دهد. ۴) با اتصال اتم‌های کربن به اتم‌های هیدروژن، هیدروکربن‌های شاخه‌دار هم تشکیل می‌شوند.

۶۳- گزینه ۱

درس‌نامه رسم سریع ساختار لوویس گونه‌ها

۱) ابتدا تعداد کل شمار پیوندهای اشتراکی در یک گونه را با فرمول زیر به دست می‌آوریم:

$$\text{شماره کل پیوندهای اشتراکی} = \frac{\text{بار با در نظر گرفتن علامت} + (\text{مجموع تعداد الکترون‌های جفت‌نشده در آرایش الکترون ـ نقطه‌ای اتم‌ها})}{۲}$$

۲) با توجه به نوع اتم‌ها، اتم مرکزی را با پیوندهای یگانه، دوگانه یا سه‌گانه به اتم‌های اطراف متصل می‌کنیم (۱- اتم H و هالوژن‌ها به عنوان اتم کناری، تنها یک پیوند تشکیل می‌دهند.)
(۲- در اتصال اتم‌های یکسان به اتم مرکزی، پیوند دوگانه به سه‌گانه تقدم دارد.)

۳) با گذاشتن جفت‌الکترون‌های ناپیوندی، اتم‌ها (به‌جز H) را هشت‌تایی می‌کنیم.

مثال: رسم ساختار مولکول کربونیل سولفید (SCO)

۱) شمار کل پیوندهای اشتراکی $= \frac{\overbrace{(۲\times ۲)}^{S,O} + \overbrace{(۱\times ۴)}^{C}}{۲} = \frac{۸}{۲} = ۴$

۲) $S=C=O$ ۳) $\ddot{S}=C\equiv\ddot{O}$

ساختار لوویس مولکول‌های کربونیل سولفید (SCO) و گوگرد دی‌اکسید ($SO_۲$) با هم متفاوت است. *خودتون ببینید.*

$\ddot{S}=C=\ddot{O}$ $\quad$ $:\ddot{O}-\ddot{S}=O:$

تذکر: کربونیل سولفید (SCO) یکی از مولکول‌هایی است که در فصل ۳ شیمی دوازدهم معرفی شده است.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۲) در ساختار هر دو مولکول $CH_۲O$ و HCN، ۴ جفت‌الکترون پیوندی (پیوند اشتراکی) وجود دارد:

$H-C\equiv N:$ $\quad$ $H-\underset{H}{\overset{:O:}{\overset{\|}{C}}}$

۳) ساختار کربن تتراکلرید ($CCl_۴$) به صورت زیر است:

$:\ddot{Cl}-\underset{:\ddot{Cl}:}{\overset{:\ddot{Cl}:}{C}}-\ddot{Cl}:$ ⇒ ۱۲ جفت‌الکترون ناپیوندی، ۴ پیوند اشتراکی

۴) در هر واحد فرمولی دی‌نیتروژن تری‌اکسید ($N_۲O_۳$)، ۵ اتم و در هر واحد فرمولی آهن (III) اکسید ($Fe_۲O_۳$)، ۵ یون ($۳O^{۲-}$ و $۲Fe^{۳+}$) وجود دارد.

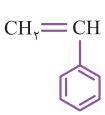
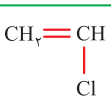
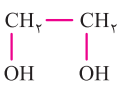
۶۴- گزینه ۳

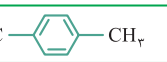
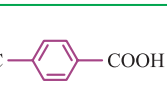
نکته مهم‌ترین کاتیون‌ها و آنیون‌هایی که باید *بلد باشین*، در جدول زیر آورده شده‌اند:

نام کاتیون	فرمول کاتیون
لیتیم، سدیم، پتاسیم، روبیدیم و سزیم (کاتیون‌های گروه ۱)	Li^+ ، Na^+ ، K^+ ، Rb^+ و Cs^+
منیزیم، کلسیم، استرانسیم و باریم (کاتیون‌های گروه ۲)	$Mg^{۲+}$ ، $Ca^{۲+}$ ، $Sr^{۲+}$ و $Ba^{۲+}$
آلومینیم و گالیم (کاتیون‌های گروه ۱۳)	$Al^{۳+}$ و $Ga^{۳+}$
روی، کادمیم، اسکاندیم و نقره (کاتیون فلزهای واسطهٔ تک‌ظرفیتی)	$Zn^{۲+}$ ، $Cd^{۲+}$ ، $Sc^{۳+}$ و Ag^+
آهن، کروم، وانادیم (II) و (III) و مس (I) و (II) (کاتیون فلزهای واسطهٔ چندظرفیتی)	$Fe^{۲+}$ و $Fe^{۳+}$ / $Cr^{۲+}$ و $Cr^{۳+}$ / $V^{۲+}$ و $V^{۳+}$ / Cu^+ و $Cu^{۲+}$
آمونیوم	$NH_۴^+$

نام آنیون	فرمول آنیون
فلوئورید، کلرید، برمید و یدید (هالیدها)	F^- ، Cl^- ، Br^- و I^-
اکسید و سولفید	$O^{۲-}$ و $S^{۲-}$
نیترید و فسفید	$N^{۳-}$ و $P^{۳-}$
نیترات و هیدروکسید سیانید و پرمنگنات استات (اتانوات) فرمات (متانوات) هیدروژن کربنات (آنیون‌های چنداتمی با بار ۱-)	$NO_۳^-$ و OH^- CN^- و $MnO_۴^-$ $CH_۳COO^-$ $HCOO^-$ $HCO_۳^-$
کربنات، سولفات (آنیون‌های چنداتمی با بار ۲-)	$CO_۳^{۲-}$ و $SO_۴^{۲-}$
فسفات	$PO_۴^{۳-}$
سیلیکات	$SiO_۴^{۴-}$

مهم‌ترین ترکیب‌های کنکوری با نام خالص که باید *بلد باشین*، در جدول زیر آورده شده‌اند:

نام	فرمول شیمیایی یا ساختاری	نام	فرمول شیمیایی یا ساختاری
سیلیس	$SiO_۲$	گریس (آلکان ۱۸کربنه)	$C_{۱۸}H_{۳۸}$
سیلیسیم کربید	SiC	وازلین (آلکان ۲۵کربنه)	$C_{۲۵}H_{۵۲}$
کربونیل سولفید	SCO	نفتالن	$C_{۱۰}H_۸$
کلروفرم	$CHCl_۳$	مالتوز و شکر (ساکارز)	$C_{۱۲}H_{۲۲}O_{۱۱}$
هیدروژن سیانید	HCN	استیرن	
فرمالدهید (متانال)	$CH_۲O$	وینیل کلرید	
فورمیک اسید (متانوئیک اسید)	HCOOH	اتیلن گلیکول	

استیک اسید (اتانوئیک اسید)	CH_3COOH	اوره	$CO(NH_2)_2$
استون	$CH_3\overset{O}{\overset{\|}{C}}CH_3$	روغن زیتون	$C_{57}H_{104}O_6$
هیدرازین	N_2H_4	پارازایلن	
آب اکسیژنه (هیدروژن پراکسید)	H_2O_2	ترفتالیک اسید	

به‌جز در وانادیم کربنات، در سایر موارد نام و فرمول ترکیب‌ها با هم مطابقت دارند. وانادیم دارای دو نوع کاتیون پایدار V^{2+} و V^{3+} است و برای نام‌گذاری ترکیب‌های آن، باید از اعداد رومی استفاده کرد؛ یعنی با توجه به بار یون کربنات (CO_3^{2-})، نام درست VCO_3، وانادیم (II) کربنات است.

۶۵- گزینه ۲

عبارت‌های اول، دوم و پنجم درست‌اند. عبارت‌های اول و پنجم که بررسی *نمی‌فوان*.

بریم سراغ بقیهٔ عبارت‌ها:

عبارت دوم:

$$2O_3 \rightarrow 3O_2$$

$$19/2\,g\,O_3 \times \frac{1\,mol\,O_3}{48\,g\,O_3} \times \frac{3\,mol\,O_2}{2\,mol\,O_3} = 0/6\,mol\,O_2$$

تیزبازی طبق قانون پایستگی جرم، در این واکنش ۱۹/۲ گرم اوزون معادل با ۱۹/۲ گرم اکسیژن است، پس کافی است ۱۹/۲ را بر جرم مولی O_2، یعنی ۳۲ تقسیم کنیم:

$$\frac{19/2}{32} = 0/6$$

عبارت سوم: لایهٔ اوزون با حذف بخش قابل توجهی از تابش فرابنفش، تابش‌های کم‌انرژی‌تر فروسرخ را به سمت زمین گسیل می‌کند.

عبارت چهارم: در واکنش $O_3 \rightarrow O_2 + O$، تابش فروسرخ آزاد می‌شود.

۶۶- گزینه ۲

عبارت‌های اول، سوم و پنجم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

◆ با توجه به جدول زیر، $(n+l)$ زیرلایهٔ 4d برابر ۶ $(4+2=6)$ و $(n+l)$ زیرلایهٔ 3s برابر ۳ $(3+0=3)$ است.

نماد زیرلایه	s	p	d	f
مقدار مجاز l	۰	۱	۲	۳

◆ $^{140}_{58}Z^{2+} \Rightarrow \begin{cases} n = 140-58 = 82 \\ e = 58-2 = 56 \end{cases} \Rightarrow n-e = 82-56 = 26$

◆ در اتم $_{26}D$، زیرلایه‌های 2p، 3p و 3d، ۶الکترونی هستند:

$$_{26}D: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6 4s^2$$

◆ شمار الکترون‌های ظرفیت $_{33}A$ و $_{24}X$ به ترتیب برابر ۵ و ۶ است.

$$_{33}A: [_{18}Ar]\,3d^{10}\,\underbrace{4s^2 4p^3}_{\text{الکترون‌های ظرفیت}}\,,\ _{24}X: [_{18}Ar]\,\underbrace{3d^5 4s^1}_{\text{الکترون‌های ظرفیت}}$$

نکته طبق قاعدهٔ آفبا، ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها به صورت زیر است:

۱ هر چه مقدار $(n+l)$ برای زیرلایه‌ای کوچک‌تر باشد، این زیرلایه زودتر از الکترون پر می‌شود و انرژی کم‌تری دارد. ۲ اگر مقدار $(n+l)$ برای دو زیرلایه یکسان باشد، زیرلایه با n کوچک‌تر، زودتر از الکترون پر می‌شود و انرژی کم‌تری دارد.

مطابق قاعدهٔ آفبا، زیرلایهٔ 4s زودتر از 3d از الکترون اشغال می‌شود، زیرا $(n+l)$ برای آن کوچک‌تر است:

$$\left.\begin{matrix} 4s \rightarrow n+l = 4+0 = 4 \\ 3d \rightarrow n+l = 3+2 = 5 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 4s \rightarrow 3d$$

۶۷- گزینه ۳

عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

◆ برای تبدیل شمار اتم‌های مس به جرم آن، *با دو روش در ضمنتونیم*؛

روش استفاده از فرمول یا کسر تناسب:

$$\text{مول} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} = \frac{\text{تعداد ذره}}{\text{عدد آووگادرو}} \Rightarrow \frac{x}{64} = \frac{1/806\times10^{19}}{6/02\times10^{23}}$$

$$\Rightarrow x = 1/92\times10^{-3}\,g = 1/92\,mg\,Cu$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$1/806\times10^{19}\,atom\,Cu \times \frac{1\,mol\,Cu}{6/02\times10^{23}\,atom\,Cu} \times \frac{64\,g\,Cu}{1\,mol\,Cu} \times \frac{10^3\,mg}{1\,g}$$

$$= 1/92\,mg\,Cu$$

◆ اگر جرم یک ماده را بر جرم مولی‌اش تقسیم کنیم، شمار مول‌های آن ماده به دست می‌آید:

$$\text{مول} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}}$$

$$\text{شمار مول‌ها در ۸ گرم مس } (Cu) = \frac{8}{64} = \frac{1}{8}$$

$$\text{شمار مول‌ها در ۷ گرم آهن } (Fe) = \frac{7}{56} = \frac{1}{8}$$

◆ با توجه به وجود ایزوتوپ‌های مختلف برای اکثر عنصرها، جرم نشان داده شده در جدول دوره‌ای، جرم اتمی میانگین عنصرها است و نه عدد جرمی آن‌ها (نه عدد جرمی هر یک از ایزوتوپ‌های آن‌ها)! عدد جرمی عددی صحیح است که مجموع تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های اتم هر عنصر را نشان می‌دهد.

◆ روش استفاده از کسر تناسب:

هر مولکول H_2O، شامل ۳ اتم است: $H_2O \sim 3$ اتم

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}}_{H_2O}} = \frac{\overbrace{\text{تعداد ذره}}^{\text{مول}}}{\underbrace{\text{عدد آووگادرو} \times \text{ضریب}}_{\text{اتم‌ها}}} = \frac{\overbrace{\text{مول}}^{\text{ضریب}}}{} \Rightarrow \frac{\not{x}}{\not{18}_{9}} = \frac{x}{3} \Rightarrow x = \frac{3}{9}$$

هر مولکول CO_2، شامل ۳ اتم است؛ بنابراین:

$$CO_2 \sim 3\,\text{اتم} \Rightarrow \frac{\overbrace{1}^{CO_2}}{44} = \frac{\underbrace{y}_{\text{اتم‌ها}}}{3} \Rightarrow y = \frac{3}{44} \Rightarrow \frac{3}{9} > \frac{3}{44}$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$2\,g\,H_2O \times \frac{1\,mol\,H_2O}{18\,g\,H_2O} \times \frac{3\,mol\,atom}{1\,mol\,H_2O} = \frac{1}{3}\,mol\,atom$$

$$1\,g\,CO_2 \times \frac{1\,mol\,CO_2}{44\,g\,CO_2} \times \frac{3\,mol\,atom}{1\,mol\,CO_2} = \frac{3}{44}\,mol\,atom \Rightarrow \frac{1}{3}\left(\equiv\frac{3}{9}\right) > \frac{3}{44}$$

◆ اتم $_{31}Ga$ مانند $_{21}Sc$، کاتیون سه بار مثبت تشکیل می‌دهد، اما به آرایش هشت‌تایی (گاز نجیب قبل از خود) نمی‌رسد.

$$_{21}Sc: [_{18}Ar]\,3d^1 4s^2 \Rightarrow {}_{21}Sc^{3+}: [_{18}Ar]$$

$$_{31}Ga: [_{18}Ar]\,3d^{10} 4s^2 4p^1 \Rightarrow {}_{31}Ga^{3+}: [_{18}Ar]\,3d^{10}$$

۶۸- گزینه ۴

استراتژی اول باید معادلهٔ سوختن اوکتان رو بنویسی و هر دو مولکول CO_2 و CO رو جزء فراورده‌ها قرار بدی. با توجه به اطلاعات داده‌شده و فرمول مولکولی اوکتان (C_8H_{18})، از ۸ اتم کربن هر مولکول اوکتان، ۳تای اون به CO و ۵تای اون به CO_2 تبدیل می‌شه، پس ضرایب C_8H_{18}، CO_2 و CO مشخص شده و کافیه ضرایب بقیهٔ مواد رو در معادلهٔ سوختن به دست بیاری. برای قسمت دوم سؤال، باید با توجه به معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش، حساب کنی که به ازای مصرف مول مشخص O_2 (ضریب O_2 در معادلهٔ واکنش)، اختلاف جرم CO_2 و CO تولیدی چه مقداره و بعد با استفاده از کسر تبدیل یا تناسب، اختلاف جرم اکسیدهای کربن رو به ازای مول داده‌شدهٔ O_2 به دست بیاری.

با توجه به اطلاعات داده‌شده، در معادلهٔ مربوط به سوختن اوکتان (C_8H_{18}) باید هر دو مادهٔ CO_2 و CO را بنویسیم و ابتدا با در نظر گرفتن ضریب ۱ برای C_8H_{18}، ضریب CO را برابر ۳ در نظر بگیریم و سپس موازنه را کامل کنیم: $1C_8H_{18} + O_2 \rightarrow 3CO + CO_2 + H_2O$

با توجه به موازنهٔ کربن، ضریب CO_2 برابر ۵ و با توجه به موازنهٔ هیدروژن، ضریب H_2O برابر ۹ است. به این ترتیب، در سمت راست معادله، در مجموع ۲۲ اتم اکسیژن وجود خواهد داشت؛

از این رو ضریب O_2 در سمت چپ باید برابر ۱۱ باشد:

$$C_8H_{18}+11O_2 \rightarrow \underbrace{3CO+5CO_2+9H_2O}_{\text{مجموع ضرایب}=3+5+9=17}$$

بریم سراغ قسمت دوم:

روش به کمک کسر تناسب می‌توان نوشت:

$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}_{O_2}=\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}_{CO_2-CO}}$$

نکته در مسائل استوکیومتری واکنش، در مواردی که به جای جرم یک ماده، مجموع یا تفاوت جرم دو ماده، خواسته شده یا داده می‌شود، کسر تناسب مربوط به جرم به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{\text{مجموع جرم دو ماده}}{(\text{جرم مولی مادهٔ ۲}\times\text{ضریب مادهٔ ۲})+(\text{جرم مولی مادهٔ ۱}\times\text{ضریب مادهٔ ۱})}\\ \dfrac{\text{تفاوت جرم دو ماده}}{|(\text{جرم مولی مادهٔ ۲}\times\text{ضریب مادهٔ ۲})-(\text{جرم مولی مادهٔ ۱}\times\text{ضریب مادهٔ ۱})|}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{0/27}{11}=\frac{x}{|(5\times44)-(3\times28)|}\Rightarrow x=\frac{0/27\times136}{11}$$

$$\xrightarrow{\frac{0/27}{11}<0/03} x<0/03\times136\Rightarrow x<4/08\,g\Rightarrow$$ ۴

روش با توجه به معادلهٔ واکنش، به ازای مصرف ۱۱ مول O_2، ۳ مول CO با جرم $3\times28=84$ گرم و ۵ مول CO_2 با جرم $5\times44=220$ گرم تولید می‌شود؛ یعنی به ازای مصرف ۱۱ مول O_2، تفاوت جرم CO_2 و CO تشکیل‌شده برابر با $220-84=136$ گرم خواهد بود:

$$0/27\,mol\,O_2\times\frac{136\,g}{11\,mol\,O_2}=\frac{0/27}{11}\times136$$

$$\xrightarrow{\frac{0/27}{11}<0/03} x<0/03\times136\Rightarrow x<4/08\,g\Rightarrow$$ ۴

۶۹- گزینه ۲

عبارت‌های (الف) و (ت) درست‌اند.

(الف) در لایه‌های اول و دوم به ترتیب ۲ و ۸ الکترون جا می‌گیرند؛ پس خواهیم داشت:

$$\text{عدد اتمی A}=\underbrace{2}_{\text{لایهٔ اول}}+\underbrace{8}_{\text{لایهٔ دوم}}+\underbrace{16}_{\text{لایهٔ سوم}}+\underbrace{2}_{\text{لایهٔ چهارم}}=28$$

(ب) زیرلایه‌ای با $l=2$ در اتم A، همان 3d است که ۸ الکترون در آن قرار دارد.

$$_{28}A:[_{18}Ar]\,3d^8\,4s^2$$

(پ) 3d گنجایش ۱۰ الکترون را دارد، اما در اتم A دارای ۸ الکترون بوده و پر نیست.

(ت)

نکته برای تعیین موقعیت عنصرها در جدول تناوبی به کمک آرایش الکترونی آن‌ها به صورت زیر عمل می‌کنیم:

- تعیین موقعیت عنصرها در جدول تناوبی
  - تعیین شمارهٔ گروه
    - اگر آرایش الکترونی به p ختم شود. ← شمارهٔ گروه = ۱۲ + الکترون‌های آخرین زیرلایهٔ p
    - اگر آرایش الکترونی به s ختم شود. ← شمارهٔ گروه = الکترون‌های آخرین زیرلایهٔ s + الکترون‌های زیرلایهٔ d ماقبل آخر (درصورت وجود)
  - تعیین شمارهٔ دوره (تناوب) ← شمارهٔ دوره = بزرگ‌ترین ضریب در آرایش الکترونی (بزرگ‌ترین عدد کوانتومی اصلی (n))

$$_{28}A:[_{18}Ar]\,3d^8\,4s^2\Rightarrow \begin{matrix}\text{شمارهٔ دوره}=4\\ \text{شمارهٔ گروه}=8+2=10\end{matrix}$$

۷۰- گزینه ۱

استراتژی اول باید معادلهٔ واکنش NO_2 با آب که منجر به تولید HNO_3 و NO می‌شه رو بنویسی و موازنه کنی، بعدش باید غلظت NO_2 رو در بازهٔ زمانی ۴ ساعت برحسب ppm به دست بیاری. خب! سؤال تغییر غلظت یکی از مواد اولیهٔ واکنش (NO_2) رو برحسب ppm داده و تغییر غلظت (غلظت) یکی از فراورده‌ها (HNO_3) رو برحسب همان واحد غلظت یعنی ppm می‌خواد، با فرض ثابت‌ماندن جرم محلول در طول انجام واکنش، با توجه به تعریف ppm ($\frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}}\times10^6$)، فقط کافیه به کمک استوکیومتری واکنش، به ازای 10^6 گرم هوا (جرم محلول)، جرم NO_2 رو به جرم HNO_3 تبدیل کنی.

با توجه به اطلاعات داده‌شده، معادلهٔ واکنش NO_2 با آب به صورت زیر است:

$$3NO_2+H_2O\rightarrow 2HNO_3+NO$$

غلظت NO_2 برحسب ppm در بازهٔ زمانی ۴ساعته، به میزان $4\times0/3=1/2$ افزایش می‌یابد؛ یعنی به ازای 10^6 گرم هوا، جرم NO_2، ۱/۲ گرم افزایش می‌یابد.

حالا با توجه به معادلهٔ واکنش خواهیم داشت:

روش

$$\frac{1/2\,g\,NO_2}{10^6\,g\,\text{هوا}}\times\frac{1\,mol\,NO_2}{46\,g\,NO_2}\times\frac{2\,mol\,HNO_3}{3\,mol\,NO_2}\times\frac{63\,g\,HNO_3}{1\,mol\,HNO_3}=\frac{1/2\times\cancel{2}^{1}\times\cancel{63}^{21}}{10^6\,g\,\text{هوا}\times\cancel{46}^{23}\times\cancel{3}^{1}}$$

$$=\frac{\overbrace{25/2}^{1/5>\frac{25/2}{23}>1}}{23}\times\frac{1}{10^6\,g\,\text{هوا}}\xrightarrow{\text{گزینهٔ (۱)}}\simeq\frac{1/1\,g\,HNO_3}{10^6\,g\,\text{هوا}}$$

$$\Rightarrow HNO_3\text{ غلظت}\simeq1/1\,ppm$$

روش

نکته اگر در یک واکنش شیمیایی ppm یک ماده را داشته باشیم و بخواهیم غلظت ppm یک مادهٔ دیگر را به دست آوریم، با فرض ثابت‌ماندن جرم محلول در طول انجام واکنش، می‌توانیم از رابطهٔ زیر استفاده کنیم:

$$ppm_{\text{مجهول}}=ppm_{\text{معلوم}}\times\frac{\text{ضریب استوکیومتری مادهٔ مجهول}\times\text{جرم مولی مادهٔ مجهول}}{\text{ضریب استوکیومتری مادهٔ معلوم}\times\text{جرم مولی مادهٔ معلوم}}$$

برای به دست آوردن ppm نیتریک اسید می‌توان نوشت:

$$ppm_{HNO_3}=ppm_{NO_2}\times\frac{\text{ضریب }HNO_3\times\text{جرم مولی }HNO_3}{\text{ضریب }NO_2\times\text{جرم مولی }NO_2}$$

$$\Rightarrow ppm_{HNO_3}=1/2\times\frac{63\times2}{46\times3}\simeq1/1\,ppm$$

توجه: برای محاسبه غلظت HNO_3 برحسب ppm، نیاز به جرم آب باران هم داریم که طراح محترم! در صورت سؤال به ما نداده! به همین دلیل ما ناچاراً فقط غلظت NO_2 برحسب ppm را به غلظت HNO_3 برحسب ppm تبدیل کردیم!

۷۱- گزینه ۴

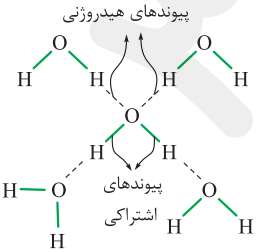
عبارت‌های دوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

- فلزها در حالت جامد و مذاب و نمک‌ها در حال مذاب و محلول، رسانای جریان برق هستند؛ نمک‌ها در حالت جامد رسانای جریان برق نیستند؛ پس حالت فیزیکی مهمه!

$$\frac{50}{1000}\,L\times\frac{4\,mol\,KOH}{1\,L}\times\frac{56\,g\,KOH}{1\,mol\,KOH}=11/2\,g\,KOH$$

- اتانول در آب به صورت مولکولی حل می‌شود و محلول آن در هیچ غلظتی، رسانای جریان برق نیست.
- در ساختار یخ، هر اتم اکسیژن با دو اتم هیدروژن با پیوند اشتراکی و با دو اتم هیدروژن دیگر با پیوند هیدروژنی متصل است.



۷۲- گزینه ۴

استراتژی ابتدا معادلهٔ دو واکنش را موازنه می‌کنیم. بعد برای قسمت اول سؤال، باید با استفاده از روابط استوکیومتری، از جرم $KMnO_4$ ناخالص به حجم محلول ۲ مولار HCl برسیم. برای قسمت دوم سؤال هم، باز باید از جرم $KMnO_4$ ناخالص به مول Cl_2 تولیدی در واکنش (I) برسیم و بعد محاسبه کنیم که به ازای مصرف این مقدار Cl_2 در واکنش (II)، با بازدهی ۸۵٪، چند گرم I_2 تولید می‌شود.

اول معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش‌ها:

گام

$$I)\ 2KMnO_4 + 16HCl \rightarrow 2KCl + 2MnCl_2 + 5Cl_2 + 8H_2O$$

$$II)\ 2KI + Cl_2 \rightarrow 2KCl + I_2$$

گام روش استفاده از کسر تناسب:

برای قسمت اول سؤال با توجه به واکنش (I) داریم: $2KMnO_4 \sim 16HCl \sim 5Cl_2$

$$\text{واکنش I}: \frac{\text{درصد خلوص} \times \text{جرم ناخالص} \div 100}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{KMnO_4}} = \frac{\text{حجم (L)} \times \text{غلظت مولی}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{HCl}}$$

$$= \frac{\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{Cl_2}} \Rightarrow \frac{79 \times \frac{80}{100}}{2 \times 158} = \frac{2 \times x}{16 \times 1} = \frac{y}{5 \times 1} \Rightarrow \begin{cases} x = 1/6\,L = 1600\,mL\,HCl(aq) \\ y = 1\,mol\,Cl_2 \end{cases}$$

برای قسمت دوم سؤال با توجه به واکنش (II) داریم: $Cl_2 \sim I_2$

نکته در حل مسائل بازده درصدی به کمک کسر تناسب، باید این کمیت را به شکل «$\frac{\text{بازده درصدی}}{100}$»، حتماً در صورت کسر مربوط به واکنش‌دهنده، ضرب کنید.

$$\text{واکنش II}: \frac{\text{بازده درصدی} \div 100 \times \text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{Cl_2}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{I_2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1 \times 85}{100 \times 1} = \frac{z}{1 \times 254} \Rightarrow z = 215/9\,g\,I_2$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

با توجه به واکنش (I) خواهیم داشت:

$$\text{حجم محلول } HCl: 79\,g\,KMnO_4 \text{ ناخالص} \times \frac{80\,g\,KMnO_4 \text{ خالص}}{100\,g\,KMnO_4 \text{ ناخالص}} \times \frac{1\,mol\,KMnO_4}{158\,g\,KMnO_4 \text{ خالص}} \times \frac{16\,mol\,HCl}{2\,mol\,KMnO_4}$$

$$\times \frac{1000\,mL \text{ محلول}}{2\,mol\,HCl} = 1600\,mL \text{ محلول}$$

برای محاسبهٔ مول Cl_2 تولیدشده در این واکنش، می‌توان از جرم $KMnO_4$ یا اطلاعات محلول HCl استفاده کرد.

$$\text{مول } Cl_2: 1/6\,L\,HCl(aq) \times \frac{2\,mol\,HCl}{1\,L\,HCl(aq)} \times \frac{5\,mol\,Cl_2}{16\,mol\,HCl} = 1\,mol\,Cl_2$$

حالا با توجه به واکنش (II)، جرم I_2 تولیدشده به ازای مصرف ۱ مول Cl_2 را حساب می‌کنیم:

$$1\,mol\,Cl_2 \times \frac{1\,mol\,I_2}{1\,mol\,Cl_2} \times \frac{254\,g\,I_2}{1\,mol\,I_2} \times \underbrace{\frac{85}{100}}_{\text{بازده واکنش}} = 215/9\,g\,I_2$$

تله ممکنه یه سری از بچه‌ها بخوان برای قسمت دوم سؤال، با ضرب‌کردن معادلهٔ واکنش (II) در عدد ۵، ضریب مادهٔ مشترک یعنی Cl_2 را در دو واکنش برابر کنند و به طور مستقیم از روی جرم خالص $KMnO_4$ به جرم I_2 تولیدشده برسند. با این روش هم می‌شه قسمت دوم سؤال رو حل کرد، ولی باید دقت کنید که بازده ۸۵٪ واکنش (II) را باید حتماً در مقدار مادهٔ اولیه که حالا می‌شه جرم خالص $KMnO_4$، ضرب کنید. در غیر این صورت به پاسخ نمی‌رسید. یعنی این‌جوری:

$$I)\ 2KMnO_4 + 16HCl \rightarrow 2KCl + 2MnCl_2 + 5Cl_2 + 8H_2O$$

$$II)\ 10KI + 5Cl_2 \rightarrow 10KCl + 5I_2$$

$$\frac{\underbrace{\text{بازده درصدی}}_{\text{برای واکنش (II)}} \div 100 \times \text{درصد خلوص} \div 100 \times \text{جرم ناخالص}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{KMnO_4}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{I_2}}$$

$$\Rightarrow \frac{79 \times \frac{80}{100} \times \frac{85}{100}}{2 \times 158} = \frac{z}{5 \times 254} \Rightarrow z = \frac{5 \times 254 \times 80 \times 85}{4 \times 100 \times 100} = 215/9\,g\,I_2$$

۷۳- گزینه ۱

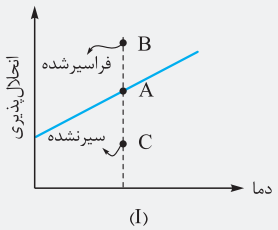
درس‌نامه جایگاه محلول‌های سیرشده، سیرنشده و فراسیرشده در نمودار انحلال‌پذیری

به نموداری که اثر دما را بر انحلال‌پذیری یک ماده نشان می‌دهد، **منحنی انحلال‌پذیری ـ دما** می‌گویند.

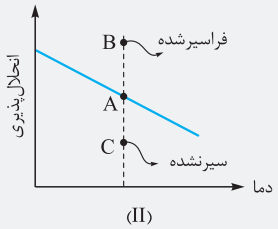
هر نقطه روی منحنی انحلال‌پذیری (A) ⟵ محلول سیرشده

هر نقطه بالای منحنی انحلال‌پذیری (B) ⟵ محلول فراسیرشده

هر نقطه زیر منحنی انحلال‌پذیری (C) ⟵ محلول سیرنشده

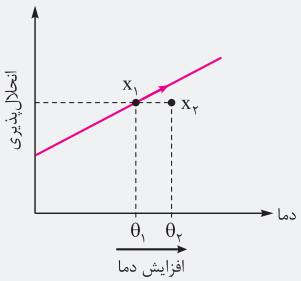


(I)



(II)

◆ اگر نمودار انحلال‌پذیری ماده‌ای صعودی باشد (نمودار I)، با افزایش دمای محلول سیرشده (و ثابت‌ماندن مقدار حل‌شونده) ما یک محلول سیرنشده (نقطه‌ای پایین نمودار) در دمای بالاتر خواهیم داشت.



ابتدا انحلال‌پذیری ترکیب را در دمای $30\,^\circ C$ حساب می‌کنیم:

$$S = 0/8\theta + 72 \xrightarrow{\theta = 30\,^\circ C} S = (0/8 \times 30) + 72 = 96$$

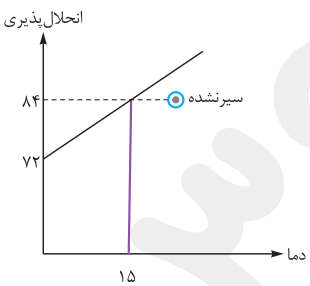
در ۱۰۰ گرم آب، حداکثر ۹۶ گرم از ترکیب حل می‌شود؛ بنابراین حداکثر جرم قابل حل از آن در ۲۵۰ گرم آب برابر است با:

$$\text{آب } 250\,g \times \frac{\text{نمک } 96\,g}{\text{آب } 100\,g} = \text{نمک } 240\,g \Rightarrow \text{جرم نمک رسوب‌کرده} = 324 - 240 = 84\,g$$

برای قسمت دوم سؤال، ابتدا باید ببینیم در چه دمایی، انحلال‌پذیری نمک در آب برابر ۸۴ گرم است.

$$84 = 0/8\theta + 72 \Rightarrow 0/8\theta = 12 \Rightarrow \theta = \frac{120}{8} = 15\,^\circ C$$

در دمای $15\,^\circ C$، با حل‌کردن ۸۴ گرم نمک در ۱۰۰ گرم آب، یک محلول سیرشده به دست می‌آید؛ با توجه به این‌که شیب نمودار انحلال‌پذیری این ترکیب در آب مثبت است (۰/۸) و می‌خواهیم با ۸۴ گرم نمک در ۱۰۰ گرم آب، یک محلول سیرنشده تهیه کنیم، باید دما بیشتر از $15\,^\circ C$ باشد.



۷۴- گزینه ۳

به‌جز عبارت دوم، بقیهٔ عبارت‌ها درست‌اند.

◆ C گشتاور دوقطبی بیشتری از A دارد؛ بنابراین انحلال‌پذیری آن در حلال قطبی آب بیشتر است.

◆ با توجه به این‌که گشتاور دوقطبی B از A بیشتر است، جهت‌گیری مولکول B در میدان الکتریکی محسوس‌تر است.

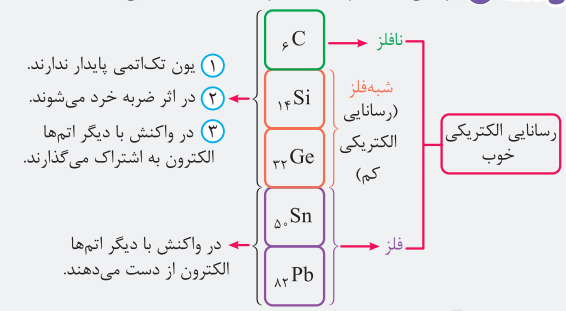
◆ A گشتاور دوقطبی کم‌تری نسبت به B و C دارد؛ بنابراین انحلال‌پذیری آن در هگزان ناقطبی، در مقایسه با دو ترکیب دیگر بیشتر است.

◆ هرچه نقطهٔ جوش یک ترکیب بیشتر باشد، قدرت نیروهای بین مولکولی آن نیز بیشتر است.

نقطهٔ جوش: $C > B > A \Rightarrow$ قدرت نیروهای بین مولکولی: $C > B > A$

۷۵- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ بررسی ۵ عنصر نخست گروه ۱۴ جدول تناوبی



۲ دامنهٔ تغییرات عدد اکسایش

بهتر است دامنهٔ تغییرات عدد اکسایش برخی عنصرها را *بلد باشین*:

شمارهٔ گروه	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷
پایین‌ترین عدد اکسایش	۰	۰	۰	−۴	−۳	−۲	−۱
بالاترین عدد اکسایش	+۱	+۲	+۳	+۴	+۵	+۶	+۷

به طور کلی در همهٔ فلزها، پایین‌ترین عدد اکسایش برابر با صفر است (در حالت آزاد)، برای عنصرهای گروه ۱۴ تا ۱۷ (به‌جز اکسیژن و فلوئور)، پایین‌ترین و بالاترین عدد اکسایش از رابطه‌های زیر به دست می‌آید:

شمارهٔ گروه − ۱۸ = پایین‌ترین عدد اکسایش

شمارهٔ گروه − ۱۰ = بالاترین عدد اکسایش

موارد استثنا:

۱- دامنهٔ تغییرات عدد اکسایش اکسیژن از ۲− تا ۲+ است.

۲- عدد اکسایش فلوئور تنها می‌تواند اعداد صفر (در F_2) و ۱− (در بقیهٔ گونه‌ها) باشد.

۳- عدد اکسایش هیدروژن می‌تواند صفر، ۱− و ۱+ باشد.

فقط عبارت چهارم درست است.

$l=1$ مربوط به زیرلایه‌های p است. عناصر گروه ۱۴ (ns^2np^2) دارای دو الکترون با $l=1$ در لایهٔ ظرفیت خود هستند؛ بنابراین عنصر X یکی از عنصرهای گروه ۱۴ است.

بررسی عبارت‌ها:

- در گروه ۱۴، Si و Ge رسانای ضعیف جریان برق هستند.
- عناصر Sn و Pb در گروه ۱۴، دارای یون تک‌اتمی پایدار هستند.
- گروه ۱۴ شامل عناصر فلزی (Sn و Pb) هم هست که در واکنش با اتم‌ها، الکترون از دست می‌دهند.
- بالاترین عدد اکسایش عناصر گروه ۱۴، ۴+ است.
- عنصر X لزوماً نافلز گروه ۱۴ (کربن) نیست.

۷۶- گزینه ۴

همهٔ عبارت‌های داده‌شده، درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

- در جرم یکسان، برای تبخیر اتانول، گرمای کم‌تری نیاز است؛ بنابراین می‌توان گفت تبخیر اتانول سریع‌تر از آب انجام می‌گیرد.
- فرمول مولکولی اتانول، C_2H_5OH و جرم مولی آن ۴۶ گرم است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$0/5\ mol\,C_2H_5OH \times \frac{46\ g\,C_2H_5OH}{1\ mol\,C_2H_5OH} \times \frac{840\ J}{1\ g\,C_2H_5OH} \times \frac{1\ kJ}{1000\ J} = \frac{1}{2} \times \frac{23 \times 840}{1000} = \frac{\overbrace{20(840)}^{16800} + \overbrace{3(840)}^{2520}}{1000} = \frac{19320}{1000} = 19/32\ kJ$$

- فرایند تبخیر گرماگیر است؛ بنابراین اگر تبخیر آب و اتانول در یک سامانهٔ معین انجام شود، با توجه به این‌که گرما از سامانه و اجزای آن گرفته می‌شود، به تدریج دمای سامانه کاهش می‌یابد.

- جرم ۱ مول آب و ۱ مول اتانول به ترتیب ۱۸ و ۴۶ گرم است:

$$\left.\begin{array}{l}\left(\begin{array}{c}\text{گرمای تبخیر}\\ \text{مولی آب}\end{array}\right)=18\ g\times\frac{2280\ J}{1\ g}\times\frac{1\ kJ}{1000\ J}=41/04\ kJ\\ \left(\begin{array}{c}\text{گرمای تبخیر}\\ \text{مولی اتانول}\end{array}\right)=46\ g\times\frac{840\ J}{1\ g}\times\frac{1\ kJ}{1000\ J}=38/64\ kJ\end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow 41/04-38/64=2/4\ kJ$$

۷۷- گزینه ۱

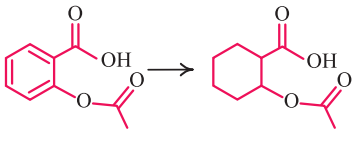
نکته تعداد اتم‌های هیدروژن در ترکیب آلی با n اتم کربن

$$\left(\begin{array}{c}\text{تعداد}\\ \text{حلقه‌ها}\end{array}+\begin{array}{c}\text{تعداد پیوندهای}\\ \text{دوگانه}\end{array}\right)\times 2-(2n+2)=\begin{array}{c}\text{تعداد اتم‌های هیدروژن}\\ \text{در ترکیبی با n اتم کربن}\end{array}$$

$$(1\times\begin{array}{c}\text{تعداد اتم‌های}\\ \text{نیتروژن}\end{array})+(1\times\begin{array}{c}\text{تعداد اتم‌های}\\ \text{هالوژن}\end{array})-(4\times\begin{array}{c}\text{تعداد پیوندهای}\\ \text{سه‌گانه}\end{array})-$$

ترکیب مورد نظر دارای ۵ پیوند دوگانه و ۱ حلقه است؛ بنابراین ترکیب مورد نظر $6\times 2=12$ اتم هیدروژن نسبت به آلکان هم‌کربن با خود کم‌تر دارد.

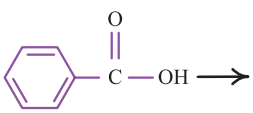
بررسی سایر گزینه‌ها: ۲) سیکلوهگزان (C_6H_{12})، ۶ اتم H بیشتر دارد، بنابراین با تغییر گفته‌شده (تبدیل حلقهٔ بنزن به سیکلوهگزان)، شمار اتم‌های هیدروژن، ۶ واحد افزایش می‌یابد.



۳) ترکیب مورد نظر ۹ اتم کربن دارد؛ بنابراین:

$$\begin{array}{c}\text{شمار اتم‌های}\\ \text{H ترکیب}\end{array}=(2n+2)-(2\times\begin{array}{c}\text{تعداد پیوندهای}\\ \text{دوگانه و حلقه‌ها}\end{array})$$

$$=[2(9)+2]-(2\times 6)=20-12=8 \Rightarrow \text{فرمول مولکولی ترکیب}=C_9H_8O_4$$

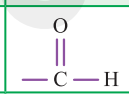
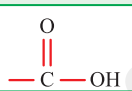
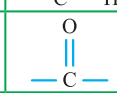
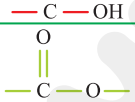
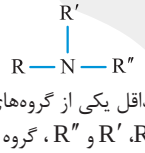
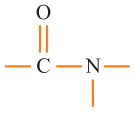
بنزوئیک اسید ⟵  ⟵ فرمول مولکولی: $C_7H_6O_2$

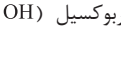
$$\text{تفاوت جرم مولی دو ترکیب}=C_9H_8O_4-C_7H_6O_2=C_2H_2O_2$$

$$\Rightarrow \text{جرم مولی}=58\ g$$

۴)

نکته نام و ساختار گروه‌های عاملی که باید *بلد باشین*، در جدول زیر آورده شده‌اند:

نام گروه عاملی (خانواده)	ساختار	نام گروه عاملی (خانواده)	ساختار
آلدهیدی		کربوکسیل (اسیدی)	
کربونیل (کتونی)		استری	
اتری	—O—	آمینی	 حداقل یکی از گروه‌های R، R′ و R″، گروه هیدروکربنی است.
هیدروکسیل (الکلی)	—OH	آمیدی	

ترکیب مورد نظر دارای یک گروه کربوکسیل () و یک گروه استری () است.

۷۸- گزینه ۲

عبارت‌های سوم تا پنجم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

- واکنش مورد نظر گرماده است و در آن، آنتالپی فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها کم‌تر است.
- محتوای انرژی و پایداری با هم رابطهٔ عکس *دارن!* اگر محتوای انرژی آب را کم‌تر از گلوکز در نظر بگیریم، پایداری مولکول‌های آب از گلوکز بیشتر خواهد بود.
- اکسایش گلوکز گرماده است و در آن انرژی از سامانه به محیط انتقال می‌یابد.
- نمودار فرایند هم‌دماشدن شیر داغ با بدن نیز، مانند اکسایش گلوکز، یک فرایند گرماده است.
- در واکنش اکسایش گلوکز در بدن، دمای مواد واکنش‌دهنده با دمای مواد فراورده، به تقریب برابر است.

۷۹- گزینه ۱

آنتالپی همهٔ پیوندهای مورد نیاز داده شده است؛ بنابراین نیازی به قانون هس نیست *(سوتی کنکوره، پی بگیم؟!)* و می‌توان با رابطهٔ محاسبهٔ ΔH واکنش به کمک آنتالپی‌های پیوند، ΔH واکنش مورد نظر را به دست آورد.

نکته

$$\Delta H(\text{واکنش}) = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}]$$

$$2CO(g) + 2NO(g) \rightarrow N_2(g) + 2CO_2(g)$$

$$2C\equiv O + 2N=O \rightarrow N\equiv N + 2O=C=O$$

$$\Delta H = [2\Delta H(C\equiv O) + 2\Delta H(N=O)]$$

$$-[\Delta H(N\equiv N) + 4\Delta H(C=O)]$$

$$= [2(1070 + 607)] - [945 + (4\times 800)] = 3354 - 4145 = -791\ kJ$$

تیزبازی با یک محاسبهٔ تقریبی می‌توان فهمید که واکنش گرماده بوده و ΔH آن منفی است، پس ۳ و ۴ *پَرا!*

$$\Delta H = [2(\underbrace{1070 + 607}_{\approx 3400})] - [\underbrace{945 + (4\times 800)}_{\approx 4200}] < 0$$

برای سرعت در محاسبات مربوط به جمع و تفریق اعداد، می‌تونیم به جای این‌که کل اعداد را در نظر بگیریم، از یکان آن‌ها استفاده کنیم؛ یعنی:

$$[2(1070 + 607)] - [945 + (4\times 800)] = \underbrace{2(0+7)}_{14} - 5 - 0 = 4 - 5 = -1$$

پس جواب ۱ است.

۸۰- گزینه ۳

توجه: کلید سنجش برای این سؤال، ۳ بوده است ولی از نظر علمی ۳ هم مانند باقی گزینه‌ها، نادرست است.

بیایید گزینه‌ها را به ترتیب بررسی کنیم:

۱ نسبت شیب نمودارهای مول ـ زمان و نسبت آهنگ تغییر مول‌های دو ماده (نسبت سرعت تولید و مصرف دو ماده) با نسبت ضرایب استوکیومتری آن‌ها در معادلهٔ واکنش برابر است. در واکنش (۲)، نسبت ضریب E به M برابر $\frac{4}{3}$ و نسبت ضریب Y به A برابر $\frac{3}{2}$ است. ولی از اون‌جایی که E فراورده و M واکنش‌دهنده است، باید از قدرمطلق شیب استفاده کنیم. (شیب نمودار M برخلاف E، منفی است.) ۲ در مدت ۳۰ ثانیه، نصف شمار مول‌های D مصرف می‌شود، اما با توجه به این‌که با گذشت زمان، سرعت یک واکنش کاهش می‌یابد، نمی‌توان گفت که در ۳۰ ثانیهٔ بعدی هم، نصف باقی‌ماندهٔ D مصرف شده و واکنش به پایان می‌رسد. در واقع برای مصرف نصف باقی‌ماندهٔ D، به بیش از ۳۰ ثانیه زمان نیاز است و زمان پایان واکنش بیشتر از ۶۰ ثانیه می‌باشد. ۳ درسته که ضریب Y بیشتر از X است، اما با توجه به این‌که اطلاعاتی در مورد سرعت واکنش‌ها نداریم، نمی‌توان گفت که لزوماً تغییرات شیب نمودار Y نسبت به تغییرات شیب نمودار X بیشتر است، زیرا ممکن است سرعت اولیهٔ واکنش (۲) خیلی کم‌تر از واکنش (۱) باشد، به طوری که حتی با دو برابر شدن سرعت‌ها، تغییرات Y کم‌تر از X باشد. اگر فرض کنیم در یک بازهٔ زمانی معین، مقدار مول مصرف‌شدهٔ A در دو واکنش یکسان است، این عبارت درست خواهد بود.

مثلاً فرض کنید طی ۱۰ ثانیه، در هر دو واکنش، ۱ مول A مصرف شود:

مول X تولیدشده :واکنش (۱) $= 1$

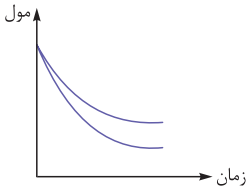
مول X تولیدشده در همان بازهٔ زمانی $\xrightarrow{\text{سرعت ۲ برابر}} 2\times 1 = 2$

مول Y تولیدشده :واکنش (۲) $= \frac{3}{2}\times 1 = 1/5$

مول Y تولیدشده در همان بازهٔ زمانی $\xrightarrow{\text{سرعت ۲ برابر}} 2\times 1/5 = 3$

بنابراین تغییرات مول X برابر با $1-0=1$ و تغییرات مول Y برابر با $3-1/5=1/5$ خواهد بود؛ یعنی تغییرات مول و در نتیجه تغییر شیب نمودار Y بیشتر از X است.

۴ در هر دو واکنش، نسبت ضریب A به E برابر $\frac{1}{2}$ است؛ پس قسمت اول این عبارت درسته! اما نمودار تغییر مول A در دو واکنش نمی‌توانند یکدیگر را قطع کنند، زیرا A در دو واکنش، واکنش‌دهنده است و مقدار اولیهٔ آن نیز یکسان است و از طرفی سرعت دو واکنش با هم متفاوت است.



مشاوره در سؤالات کنکور سراسری ممکنه با یکی، دو سؤال مشکل‌دار یا مبهم از نظر علمی، مانند این سؤال مواجه بشید، توصیهٔ ما به شما اینه که تا جای ممکن بی‌خیال این سؤالات بشید یا اگر خیلی اصرار به پاسخ‌دهی سؤال دارید، گزینه با کم‌ترین غلط علمی رو انتخاب کنید.

۸۱- گزینه ۲

نکته سرعت متوسط واکنش از تقسیم سرعت متوسط تولید یا مصرف یک مادهٔ شرکت‌کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن در معادلهٔ موازنه‌شده، به دست می‌آید.

$$aA + bB \rightarrow cC + dD$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}(A)}{a} = \frac{\bar{R}(B)}{b} = \frac{\bar{R}(C)}{c} = \frac{\bar{R}(D)}{d}$$

با توجه به شکل‌های داده‌شده، پس از ۴۰ دقیقه، ۶ ذرهٔ HI تولید شده است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$H_2 + I_2 \rightarrow 2HI$$

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{\bar{R}(HI)}{2} = \frac{\frac{6\times 0/05\ mol}{2/5\ L\times 40\ min}}{2} = \frac{0/3}{200} = 1/5\times 10^{-3}\ mol.L^{-1}.min^{-1}$$

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱ چنین رابطه‌ای برقرار نیست، زیرا با گذشت زمان، سرعت واکنش، کاهش می‌یابد.

$$\bar{R}(0-20) = \frac{\bar{R}(0-10) + \bar{R}(10-20)}{2} \Rightarrow \bar{R}(0-10) > \bar{R}(0-20) > \bar{R}(10-20)$$

۳ ضریب H_2 نصف ضریب HI است؛ بنابراین سرعت مصرف H_2 نیز نصف سرعت تولید HI می‌باشد. ۴ در ۲۰ دقیقهٔ آغازی، ۴ ذرهٔ HI تولید شده است:

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{\bar{R}(HI)}{2} = \frac{\frac{4\times 0/05\ mol}{2/5\ L\times 20\times 60\ s}}{2} = \frac{0/2}{50\times 60\times 2} = \frac{10^{-4}}{3}$$

$$\simeq 3/3\times 10^{-5}\ mol.L^{-1}.s^{-1}$$

۸۲- گزینه ۴

عبارت‌های دوم و سوم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

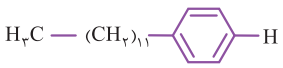
- پلیمرها جزء مواد مولکولی‌اند و در ساختار آن‌ها پیوند یونی وجود ندارد.
- در واحد تکرارشوندهٔ پلی‌استیرن، $-(C_8H_8)_n-$، ۸ اتم کربن و ۸ اتم هیدروژن وجود دارد.
- نشاسته یک پلیمر است و دارای واحدهای تکرارشونده می‌باشد.
- درشت‌مولکول‌ها و پلیمرها به هر دو شکل طبیعی و مصنوعی وجود دارند؛ مثلاً سلولز، درشت‌مولکول و پلیمر طبیعی و پلی‌اتن درشت‌مولکول و پلیمر مصنوعی به حساب می‌آید.
- همهٔ درشت‌مولکول‌ها که پلیمر نیستند و واحد تکرارشونده ندارند. در ضمن، واحد تکرارشوندهٔ پلیمرها، کوچک است. مثلاً واحد تکرارشوندهٔ پلی‌اتن، $-CH_2-CH_2-$ است.

درشت‌مولکول‌ها
- دارای واحد تکرارشونده هستند (پلیمرند).
  - سلولز، نشاسته، پروتئین‌ها مانند انسولین و پروتئین موجود در پشم، پلی‌اتن، نایلون، تفلون و ...
- واحد تکرارشونده ندارند (پلیمر نیستند).
  - روغن زیتون

۸۳- گزینه ۱

ترکیب داده‌شده در سؤال، یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی است و بخش یونی در ترکیب داده‌شده را می‌توان SO_4Na در نظر گرفت.

اگر به جای این بخش، اتم هیدروژن جایگزین شود، ترکیبی با فرمول $C_{18}H_{30}$ به دست می‌آید.



$\Rightarrow C_{18}H_{30} \Rightarrow$ جرم مولی $= 246\ g.mol^{-1}$

متیل متانوات ($H-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-CH_3$) یک استر دوکربنی با فرمول $C_2H_4O_2$ و جرم مولی ۶۰ گرم بر مول است:

$\frac{246}{60} = 4/1$

نکته در نام‌گذاری استرها، ابتدا نام بخش هیدروکربنی متصل به اتم اکسیژن یعنی بخش الکلی سازندهٔ استر با توجه به شمار اتم‌های کربن، بر وزن آلکیل آورده می‌شود و سپس بخش اسیدی سازندهٔ استر با توجه به شمار اتم‌های کربن، بر وزن آلکانوات می‌آید.

ساختار استرهای یک‌عاملی: $R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-R'$ (آلکانوات: R، آلکیل: R')

مثال: متانوات متیل: $H-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-CH_3$

◇ فرمول عمومی استرهای یک‌عاملی که در آن گروه‌های R، سیرشده‌اند، به صورت $C_nH_{2n}O_2$ $(n \geq 2)$ می‌باشد.

$(n=2)$ استر ۲کربنه $\Rightarrow$ متیل متانوات = نام استر: مثال
(متیل: ۱اتم کربن، متانوات: ۱اتم کربن)

فرمول استر $= C_nH_{2n}O_2 \xrightarrow{n=2} C_2H_4O_2$

بررسی سایر گزینه‌ها: ۲) ترکیب به‌دست‌آمده $(C_{18}H_{30})$، یک هیدروکربن است که قابلیت سوختن آن قطعاً نسبت به ترکیب اولیه که یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی است، بیشتر می‌باشد. ۳) آلکین داده‌شده، یک آلکین ۱۸کربنی با فرمول $C_{18}H_{34}$ است، در حالی که فرمول ترکیب به‌دست‌آمده، $C_{18}H_{30}$ می‌باشد. ۴) ترکیب به‌دست‌آمده، هیدروکربن است که مولکولی ناقطبی به حساب می‌آید و قطعاً در آب انحلال‌پذیری بسیار کم‌تری نسبت به یک پاک‌کننده دارد.

۸۴- گزینه ۴

درس‌نامه استرها

۱) **استرها و کربوکسیلیک‌اسیدهای** یک‌عاملی با تعداد اتم کربن برابر، فرمول مولکولی یکسان $(C_nH_{2n}O_2)$ ولی فرمول ساختاری متفاوت دارند؛ یعنی ایزومر (همپار) یکدیگرند.

$C_nH_{2n}O_2$ { استر با گروه $-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-$ / کربوکسیلیک اسید با گروه $-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH$ }

۲) استرها می‌توانند در اثر واکنش با آب، طی یک واکنش برگشت‌پذیر به نام آبکافت استر، به الکل و کربوکسیلیک اسید سازندهٔ خود تبدیل شوند.

$R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-R' + H_2O \rightleftharpoons R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH + R'OH$

(استر، آب، کربوکسیلیک اسید، الکل)

۳) برای تشخیص اسید و الکل سازندهٔ یک استر، ابتدا پیوند یگانه بین اتم کربن و اکسیژن در گروه استری ($-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-$) را شکسته، سپس به اتم کربن، گروه OH و به اتم اکسیژن، H اضافه می‌کنیم تا به ترتیب اسید و الکل سازندهٔ استر حاصل شود:

$R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-R' \rightarrow RCO\overset{OH}{\diagup\!\diagdown}OR'$ (یا)

همهٔ عبارت‌های داده‌شده درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

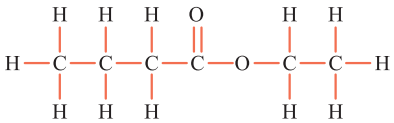
◇ استر داده‌شده یک استر ۶کربنی و هگزانوئیک اسید، یک اسید ۶کربنی است. استرها و اسیدهای هم‌کربن (با زنجیرهای هیدروکربنی سیرشده)، ایزومر و یا همپار یکدیگر به شمار می‌آیند.

◇ الکل سازندهٔ استر داده‌شده، اتانول است که می‌توان آن را از واکنش اتن با آب تهیه کرد.

$C_3H_7-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-C_2H_5 \rightarrow C_3H_7-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH + C_2H_5OH$

(اسید سازنده، الکل سازنده)

◇ در ساختار استر داده‌شده، ۱۲ پیوند $C-H$ (به اندازهٔ شمار اتم‌های H در فرمول استر) و ۴ پیوند $C-C$ وجود دارد.



لازم به ذکر است که گروه C_3H_7 را می‌توان به فرم $H_3C-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-$ هم نشان داد که در شمار پیوندها تفاوتی ندارد.

◇ در آبکافت استرهای یک‌عاملی، به ازای هر مول استر، یک مول اسید و یک مول الکل به دست می‌آید.

$\underset{\text{استر}}{C_6H_{12}O_2} + H_2O \rightarrow \underset{\text{اسید}}{C_4H_8O_2} + \underset{\text{الکل}}{C_2H_6O}$

نکته در حل مسائل استوکیومتری بازده درصدی به روش کسر تناسب، این کمیت را به صورت $(\frac{\text{بازده درصدی}}{100})$ در صورت کسر مربوط به مادهٔ واکنش‌دهنده ضرب می‌کنیم.

$$\frac{\text{مول} \times \frac{\text{بازده درصدی}}{100}}{\text{ضریب}}_{\text{استر}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{\text{اسید } (C_4H_8O_2)}} \Rightarrow \frac{\frac{60}{100} \times 0/5}{1} = \frac{x}{88 \times 1}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\overset{30}{\cancel{60}} \times 88}{\underset{1}{\cancel{100}}} = 26/4\ g\ C_4H_8O_2$$

۸۵- گزینه ۳

گام ۱ از واکنش N_2O_5 با آب، اسید قوی HNO_3 به دست می‌آید؛ بنابراین $[H^+]$ در محلول برابر $[HNO_3]$ است. پس اول باید به کمک pH محلول، $[H^+]$ را محاسبه کنیم:

$N_2O_5 + H_2O \rightarrow 2HNO_3$

$[HNO_3] = [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-3/15} = 10^{-4} \times 10^{0/85}$

$\xrightarrow[10^{0/85}=7]{\log 7 = 0/85} = 7 \times 10^{-4}\ mol.L^{-1}$

گام ۲ با داشتن غلظت HNO_3 و حجم نهایی محلول، مول HNO_3 را به دست آورده و سپس به کمک استوکیومتری واکنش از مول HNO_3 به جرم N_2O_5 می‌رسیم:

HNO_3 مول $= 0/5\ L \times 7 \times 10^{-4}\ mol.L^{-1} = 3/5 \times 10^{-4}\ mol$

$$3/5 \times 10^{-4}\ mol\ HNO_3 \times \frac{1\ mol\ N_2O_5}{2\ mol\ HNO_3} \times \frac{108\ g\ N_2O_5}{1\ mol\ N_2O_5} \times \frac{10^3\ mg}{1\ g}$$

$$= \frac{108 \times 3/5}{20} = \frac{\overset{27}{\cancel{108}} \times \overset{7}{\cancel{35}}}{\underset{10}{\cancel{20}} \times \underset{2}{\cancel{10}}} = 18/9\ mg\ N_2O_5$$

تله *بچه‌ها مواستون باشه* که حجم ۱۰۰ میلی‌لیتر آب اولیهٔ داده‌شده *سرکاریه!* حجم نهایی محلول ۰/۵ *لیتره*، اگر حجم محلول رو به اشتباه به جای ۰/۵ لیتر ۰/۱ لیتر (معادل ۱۰۰ میلی‌لیتر) در نظر بگیرید، جواب می‌شه گزینهٔ (۲) که *غلطه!*

۸۶- گزینه؟

این سؤال دو گزینهٔ درست (۱) و (۲) دارد! کاغذ pH در محلول‌های اسیدی به رنگ سرخ و در محلول‌های بازی به رنگ آبی درمی‌آید:

$$A,M,X \Rightarrow \text{اسید} \qquad D,G,E \Rightarrow \text{باز}$$

حالا بریم گزینه‌ها را به ترتیب بررسی کنیم:

(۱)

نکته برای حل مسائل خنثی‌شدن اسید و باز، از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$\underbrace{n_a \cdot M_a \cdot V_a}_{\text{مول اسید}} = \underbrace{n_b \cdot M_b \cdot V_b}_{\text{مول باز}}$$

n_a: ظرفیت اسید، M_a: غلظت اسید، V_a: حجم اسید، n_b: ظرفیت باز، M_b: غلظت باز، V_b: حجم باز

هواستون باشه که در واکنش کامل بین اسید و باز، با غلظت اولیهٔ محلول آن‌ها سروکار داریم و نه غلظت H^+ و OH^-؛ به عبارتی، **قوی و ضعیف بودن اسید یا باز مهم نیست و با هم به طور کامل واکنش می‌دهند.**

غلظت همهٔ اسیدها و بازهای داده‌شده برابر ۰/۱ مولار است؛ بنابراین با توجه به رابطهٔ خنثی‌شدن اسید و باز خواهیم داشت:

$$\underbrace{n_a.M_a.V_a}_{\text{اسید M}} = \underbrace{n_b.M_b.V_b}_{\text{باز E}} \Rightarrow 1\times 0/1\times V_a = 1\times 0/1\times V_b \Rightarrow V_a = V_b$$

(۲) با توجه به این‌که رسانایی الکتریکی محلول X (اسید) بیشتر از محلول D (باز) است، می‌توان نتیجه گرفت که غلظت یون هیدرونیوم در محلول X بیشتر از غلظت یون هیدروکسید در محلول D است یا می‌توان گفت غلظت یون هیدروکسید در محلول X کم‌تر از غلظت یون هیدرونیوم در محلول D است. (۳) A رسانایی الکتریکی زیادی دارد؛ بنابراین می‌تواند مربوط به محلول یک اسید قوی یک یا دو ظرفیتی باشد. اگر A یک اسید قوی تک‌ظرفیتی باشد، با توجه به غلظت ۰/۱ مولار محلول آن، pH آن برابر $-\log[H^+] = -\log 10^{-1} = 1$ است، ولی اگر A یک اسید قوی دوظرفیتی مانند H_2SO_4 باشد، $[H^+]$ آن بیشتر از $10^{-1} = 0/1$ مولار بوده و pH آن کوچک‌تر از ۱ می‌باشد، علاوه بر آن برای قسمت دوم این عبارت با توجه به میزان رسانایی کم‌تر محلول G، نمی‌توان آن را به محلول یک باز قوی با pH بزرگ‌تر از ۱۳ نسبت داد.

(۴)

نکته مقایسهٔ K_a و در نتیجه قدرت اسیدی چند اسید ضعیف به صورت زیر است:

مقایسهٔ K_a و قدرت اسیدی: $\underset{\text{فورمیک اسید}}{HCOOH} > \underset{\text{نیترو اسید}}{HNO_2} > \underset{\substack{\text{هیدروفلوئوریک}\\ \text{اسید}}}{HF} > \underset{\substack{\text{هیدروسیانیک}\\ \text{اسید}}}{HCN} > \underset{\text{کربنیک اسید}}{H_2CO_3} > \underset{\text{استیک اسید}}{CH_3COOH}$

هیدروسیانیک اسید (HCN) اسید ضعیف‌تری نسبت به هیدروفلوئوریک اسید (HF) است؛ بنابراین در غلظت یکسان، کم‌تر یونیده شده و غلظت یون‌ها در محلول آن کم‌تر است؛ در نتیجه محلول آن رسانایی الکتریکی کم‌تری دارد، در حالی که در نمودار داده‌شده، محلول X رسانایی الکتریکی بیشتری نسبت به M دارد.

۸۷- گزینه ۲

بررسی عبارت‌ها:

عبارت‌های دوم و سوم نادرست‌اند.

◆ فورمیک اسید (HCOOH) نسبت به استیک اسید (CH_3COOH)، اسید قوی‌تر است؛ پس اولاً با توجه به اطلاعات سؤال، ثابت یونش فورمیک اسید (AF)، ۱۰ برابر ثابت یونش استیک اسید (AC) است؛ ثانیاً در دما و غلظت اولیهٔ یکسان اسیدها، غلظت تعادلی یا همان غلظت یونیده‌شدهٔ فورمیک اسید از استیک اسید کم‌تر است (فورمیک اسید بیشتر یونیده شده است.)؛

بنابراین:

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{[HA]_{\text{تعادلی}}} \Rightarrow \underbrace{\frac{K_a(AF)}{K_a(AC)}}_{10} = \frac{\frac{[H^+]^2_{AF}}{[AF]}}{\frac{[H^+]^2_{AC}}{[AC]}}$$

$$\Rightarrow 10 = \frac{[H^+]^2_{AF}}{[H^+]^2_{AC}} \times \frac{[AC]}{[AF]} \Rightarrow \frac{[H^+]_{AF}}{[H^+]_{AC}} = \sqrt{10 \times \underbrace{\frac{[AF]}{[AC]}}_{<1}} \Rightarrow \frac{[H^+]_{AF}}{[H^+]_{AC}} < \sqrt{10}$$

◆ در عبارت قبل دیدیم که غلظت یون هیدرونیوم در محلول فورمیک اسید، کم‌تر از $\sqrt{10}$ برابر غلظت یون هیدرونیوم در محلول استیک اسید است، از آن‌جا که غلظت کاتیون‌ها و آنیون‌ها در محلول اسیدهای تک‌پروتون‌دار با هم برابر است؛ بنابراین شمار کل یون‌ها در محلول فورمیک اسید، کم‌تر از $\sqrt{10}$ برابر شمار کل یون‌ها در محلول استیک اسید است.

$$\text{مجموع غلظت یون‌ها در محلول فورمیک اسید} = [H^+] + [HCOO^-] = 2[H^+]$$

$$\text{مجموع غلظت یون‌ها در محلول استیک اسید} = [H^+] + [CH_3COO^-] = 2[H^+]$$

$$\Rightarrow \frac{\not{2}[H^+](AF)}{\not{2}[H^+](AC)} < \sqrt{10}$$

◆ ثابت یونش فقط به دما بستگی دارد و با تغییر غلظت محلول، تغییری نمی‌کند.

◆ همان‌طور که در قسمت اول گفتیم، استیک اسید، اسید ضعیف‌تری نسبت به فورمیک اسید است؛ پس در شرایط یکسان، کم‌تر یونیده شده و شمار مولکول‌های یونیده‌نشده در محلول آن، بیشتر است.

۸۸- گزینه ۱

نکته

در سلول گالوانی:
- الکترود با E° کوچک‌تر — آند (قطب منفی) سلول
- الکترود با E° بزرگ‌تر — کاتد (قطب مثبت) سلول

در سلول گالوانی نشان داده شده، Al قطب منفی (آند) و A قطب مثبت (کاتد) است؛ بنابراین E° نیم‌سلول A باید بزرگ‌تر از E° نیم‌سلول آلومینیم (−۱/۶۶ V) باشد؛ *پس فعلاً منیزیم پَرَ!*

در سه حالت دیگر، معادلهٔ واکنش‌ها به صورت زیر است:

۱) $Al + 3Ag^+ \rightarrow Al^{3+} + 3Ag$ — شمار الکترون‌های مبادله‌شده = ۳

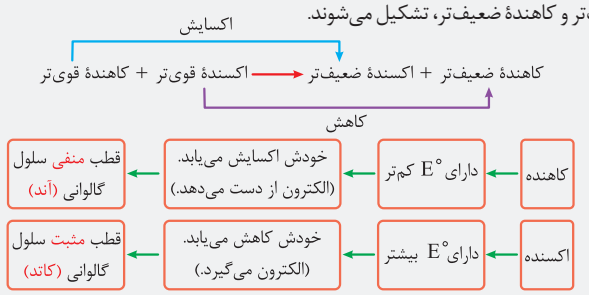
۲) $Al + Cr^{3+} \rightarrow Al^{3+} + Cr$ — شمار الکترون‌های مبادله‌شده = ۳

۳) $2Al + 3Fe^{2+} \rightarrow 2Al^{3+} + 3Fe$ — شمار الکترون‌های مبادله‌شده = ۲×۳ = ۶

در هر سه واکنش، به ازای مبادلهٔ ۳ مول الکترون، ۱ مول یون Al^{3+} تولید می‌شود. اما مقایسهٔ میزان تغییر مول کاتیون موجود در کاتد در سه واکنش به ازای ۳ مول الکترون به صورت ۲ > ۳ > ۱ است؛ بنابراین بیشترین تغییر غلظت مولار یون‌ها مربوط به واکنش ۱ است.

۸۹- گزینه ۳

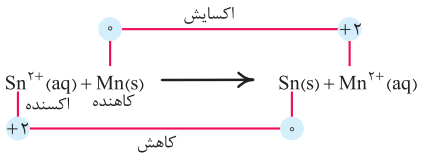
درس‌نامه در واکنش‌های اکسایش ـ کاهش که به طور طبیعی انجام می‌شوند، کاهندهٔ قوی‌تر (دارای E° کم‌تر) و اکسندهٔ قوی‌تر (دارای E° بیشتر) با هم واکنش می‌دهند و اکسندهٔ ضعیف‌تر و کاهندهٔ ضعیف‌تر، تشکیل می‌شوند.



عبارت‌های دوم، سوم و پنجم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

◇ در واکنش مورد نظر، Sn^{2+} کاهش یافته و اکسنده است و Mn، اکسایش یافته و گونهٔ کاهنده محسوب می‌شود.



◇ با توجه به این‌که واکنش به طور طبیعی انجام می‌شود، نتیجه می‌گیریم که Mn قدرت کاهندگی بیشتری نسبت به قلع دارد و E° نیم‌سلول آن، کوچک‌تر است.

◇ با اکسایش هر مول Mn به Mn^{2+}، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود:

$$۰/۲۵\,mol\,Mn \times \frac{۲\,mol\,e^-}{۱\,mol\,Mn} \times \frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\,e^-}{۱\,mol\,e^-} = ۳/۰۱\times۱۰^{۲۳}\,e^-$$

◇ تیغهٔ قلع کاتد است و الکترون‌ها بر سطح آن، در نیم‌واکنش $Sn^{2+} + ۲e^- \rightarrow Sn$ مصرف می‌شوند و بر سطح تیغه انباشته نمی‌شوند.

◇ در سلول‌های گالوانی، جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی از آند به کاتد است. در این‌جا منگنز، آند و قلع، کاتد سلول گالوانی را تشکیل می‌دهند.

۹۰- گزینه ۲

نکته نام تمام یون‌های چنداتمی که برای کنکور باید *بلد باشین*، در جدول زیر آورده شده‌اند:

نام یون	فرمول یون	نام یون	فرمول یون
آمونیوم	NH_4^+	سولفات	SO_4^{2-}
هیدروکسید	OH^-	فسفات	PO_4^{3-}
نیترات	NO_3^-	کربنات	CO_3^{2-}
پرکلرات	ClO_4^-	پرمنگنات	MnO_4^-
هیدروژن کربنات	HCO_3^-	اتانوات (استات)	CH_3COO^-
سیانید	CN^-	سیلیکات	SiO_4^{4-}
متانوات (فورمات)	$HCOO^-$		

نیترات: $NO_3^- : N + ۳(-۲) = -۱ \Rightarrow N = +۵$

سیلیکات: $SiO_4^{4-} : Si + ۴(-۲) = -۴ \Rightarrow Si = +۴$

فسفات: $PO_4^{3-} : P + ۴(-۲) = -۳ \Rightarrow P = +۵$

هیدروژن کربنات: $HCO_3^- : (+۱) + C + ۳(-۲) = -۱ \Rightarrow C = +۴$

$$\underbrace{(-۱-۴-۳-۱)}_{\text{جمع بارها}} + \underbrace{(۵+۴+۵+۴)}_{\text{جمع اعداد اکسایش}} = ۹$$

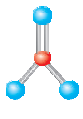
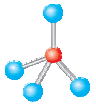
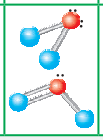
۹۱- گزینه ۳

به‌جز عبارت دوم، بقیهٔ عبارت‌ها درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

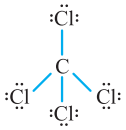
◇ در مولکول NH_3، اتم مرکزی؛ یعنی نیتروژن بار جزئی منفی دارد، زیرا خاصیت نافلزی نیتروژن از هیدروژن بیشتر است.

نکته ساختار یا همان شکل هندسی و واقعی مولکول‌ها و یون‌های چنداتمی به دو مورد ۱ شمار اتم‌های متصل به اتم مرکزی (استوکیومتری فرمول شیمیایی) و ۲ شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی روی اتم مرکزی بستگی دارد.

شمار اتم‌های متصل به اتم مرکزی	۲	۳	۴	۲	۳
شمار جفت‌الکترون ناپیوندی اتم مرکزی	۰	۰	۰	۱ یا ۲	۱
شکل گونه	خطی	سه‌ضلعی مسطح	چهاروجهی	خمیده	هرمی
شکل کلی					

◇ شمار اتم‌های متصل به اتم مرکزی در NH_3 و CCl_4 یکسان نیست (یعنی این دو ترکیب، فرمول شیمیایی با استوکیومتری مشابه ندارند)؛ بنابراین ساختار آن‌ها مشابه هم نیست.



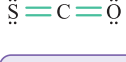


◇ در هر مولکول آمونیاک، ۳ جفت‌الکترون پیوندی وجود دارد.

$$\frac{\text{جفت الکترون ۱ mol}}{\text{جفت الکترون } ۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}} \times \frac{\text{جفت الکترون ۳}}{\text{مولکول ۱}} \times \text{مولکول } ۴/۵۱۵\times۱۰^{۲۴}$$

$$= ۲۲/۵\ mol \text{ جفت‌الکترون}$$

◇  $\Rightarrow$ مجموع شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی $= ۳+۱=۴$

 $\Rightarrow$ شمار جفت الکترون‌های پیوندی $= ۴$

۹۲- گزینه ۴

درس‌نامه مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب‌های یونی

◇ به طور کلی برای مقایسهٔ ΔH فروپاشی شبکهٔ ترکیب‌های یونی می‌توان از روش زیر استفاده کرد:

گام ۱ هر چه مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون در یک ترکیب یونی بزرگ‌تر باشد، ΔH فروپاشی شبکهٔ آن بزرگ‌تر است.

گام ۲ اگر مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون برای دو ترکیب یونی برابر باشد، شعاع یون‌های سازندهٔ آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم؛ هرچه شعاع یون‌ها کوچک‌تر باشد، ΔH فروپاشی بزرگ‌تر است.

◇ به طور کلی هرچه آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور بیشتر باشد، نقطهٔ ذوب ترکیب یونی بالاتر خواهد بود.

بررسی گزینه‌ها: ۱ A و E به ترتیب، اتم‌های هیدروژن و کربن هستند و می‌توانند با یکدیگر ترکیب مولکولی مانند CH_4 تشکیل دهند. ۲ D و J به ترتیب منیزیم و فلوئور هستند و می‌توانند با یکدیگر ترکیب یونی MgF_2 را تشکیل دهند. ۳ Z و M به ترتیب پتاسیم و برم هستند و می‌توانند با یکدیگر، ترکیب یونی با فرمول KBr را تشکیل دهند. ۴ D و G به ترتیب منیزیم و اکسیژن هستند و می‌توانند با یکدیگر ترکیب یونی با فرمول MgO را تشکیل دهند.

ترکیب‌های مولکولی، نقطهٔ ذوب پایین‌تری نسبت به ترکیب‌های یونی دارند؛ پس ۱ پَرا! با توجه به این‌که آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب‌های یونی و در نتیجه نقطهٔ ذوب آن‌ها، با بار الکتریکی یون‌ها رابطهٔ مستقیم و با شعاع آن‌ها رابطهٔ وارونه دارد، خواهیم داشت:

آنتالپی فروپاشی شبکه و نقطهٔ ذوب: $MgO > MgF_2 > KBr$

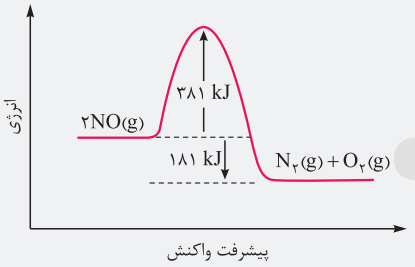
۹۳- گزینه ۲

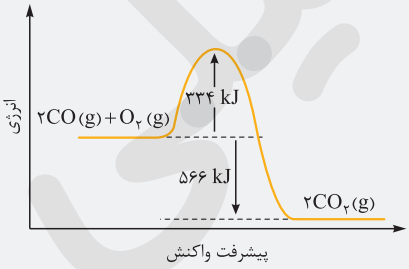
درس‌نامه آلاینده‌های خروجی از اگزوز خودروها

مقایسهٔ مقدار آلاینده‌های خروجی از اگزوز خودروها (g): $CO > C_xH_y > NO$

۱ واکنش حذف هر سه آلایندهٔ بالا در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی، از نوع اکسایش و کاهش بوده و گرماده هستند.

۲ واکنش‌های حذف NO و CO، انرژی فعال‌سازی بالایی دارند؛ بنابراین در دماهای پایین انجام نمی‌شوند یا بسیار کند هستند. بدانید و آگاه باشید که E_a واکنش حذف NO بیشتر از E_a واکنش حذف CO است.





۳ فلزهای پلاتین (Pt)، پالادیم (Pd) و رودیم (Rh) به صورت توده‌های فلزی با قطر ۲ تا ۱۰ نانومتر سطح توری‌های سرامیکی در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی را پوشانده‌اند و نقش کاتالیزگر را در حذف آلاینده‌ها دارند.

۴ مبدل‌های کاتالیستی خودروهای بنزینی (تک‌مرحله‌ای) **نمی‌توانند** آلاینده‌های نیتروژن‌دار (NO و NO_2) خروجی از خودروهای دیزلی را کاهش دهند.

عبارت‌های اول و دوم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

◆ مقایسهٔ مقدار آلاینده‌های خروجی از اگزوز خودروها: $CO > C_xH_y > NO$

◆ واکنش حذف هر سه آلایندهٔ CO، NO و C_xH_y در مبدل کاتالیستی، گرماده است و E_a واکنش $2NO \rightarrow N_2+O_2$ بیشتر از E_a واکنش $2CO+O_2 \rightarrow 2CO_2$ می‌باشد.

◆ در مبدل کاتالیستی، فلزهای رودیم، پالادیم و پلاتین به کار می‌روند. در ضمن قطر این توده‌های فلزی، بین ۲ تا ۱۰ نانومتر است.

$$\left.\begin{array}{l}1\,\mu m = 10^{-6}\,m \text{ (میکرون یا میکرومتر)}\\ 1\,nm = 10^{-9}\,m\end{array}\right\} \Rightarrow 1\,\mu m = 10^{3}\,nm$$

$$\Rightarrow 10-20\,\mu m = 10000-20000\,nm$$

◆ منظور از مبدل‌های کاتالیستی تک‌مرحله‌ای، همان مبدل خودروهای بنزینی است. با این مبدل‌ها می‌توان تا حد زیادی از ورودی آلاینده‌های کربن‌دار (CO، C_xH_y) و نیتروژن‌دار (NO) تولیدشده در خودروهای بنزینی به هواکره جلوگیری کرد ولی با استفاده از این نوع مبدل‌ها، نمی‌توان آلاینده‌های نیتروژن‌دار (NO و NO_2) خروجی از خودروهای دیزلی را کاهش داد و برای کاهش این آلاینده‌ها در خودروهای دیزلی، باید از مبدل‌های کاتالیستی دیگری (دومرحله‌ای) استفاده کرد.

۹۴- گزینه ۳

با توجه به معادلهٔ واکنش، رابطهٔ ثابت تعادل را نوشته و با داشتن مقدار K و مول‌های تعادلی Z و Y_2، مول تعادلی X_2 را به دست می‌آوریم:

$$X_2(g)+Y_2(g) \rightleftharpoons 2Z(g)$$

$$K=\frac{[Z]^2}{[X_2][Y_2]}$$

تیزبازی با توجه به این‌که شمار مول‌های گازی در دو سمت معادلهٔ واکنش با هم برابر است، حجم ظرف تأثیری در محاسبات ندارد و در عبارت ثابت تعادل، می‌توان از شمار مول‌های مواد استفاده کرد.

$$\Rightarrow 50=\frac{(2/2)^2}{X_2\times 0/4} \Rightarrow X_2\ \text{مول}=\frac{2/2\times 2/2}{50\times 0/4}=\frac{\overset{11}{\cancel{22}}\times 22}{\underset{1}{\cancel{2}}\times 1000}$$

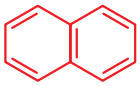
$$=\frac{(22\times 10)+(22\times 1)}{1000}=\frac{220+22}{1000}=0/242\,mol\,X_2$$

۹۵- گزینه ۴

عبارت‌های (ب) و (پ) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) ترکیب داده‌شده همان پارازایلن با فرمول مولکولی C_8H_{10} است، در حالی که فرمول مولکولی نفتالن، $C_{10}H_8$ می‌باشد.


نفتالن

(ب)

نکته تعیین عدد اکسایش به روش رسم ساختار لوویس

برای تعیین عدد اکسایش اتم‌ها، در مواد مولکولی یا یون‌های چندتایی، از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

عدد اکسایش اتم = شمار الکترون‌های نسبت داده‌شده به اتم − شمار الکترون‌های ظرفیت اتم

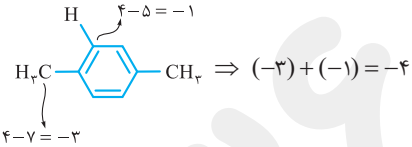
برای تعیین شمار الکترون‌های نسبت داده شده، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

◆ به ازای هر جفت‌الکترون پیوندی بین دو اتم یکسان، یک الکترون به هر اتم نسبت می‌دهیم.

◆ به ازای هر جفت‌الکترون پیوندی بین دو اتم متفاوت، هر دو الکترون را به اتم با خصلت نافلزی بیشتر، نسبت می‌دهیم.

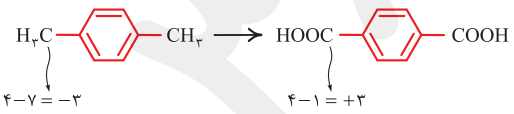
خصلت نافلزی: $F > O > N > Cl > Br > I > S > C > H$

◆ همهٔ الکترون‌های ناپیوندی روی هر اتم را به همان اتم نسبت می‌دهیم.



$\Rightarrow (-3)+(-1)=-4$

(پ) در تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید، عدد اکسایش اتم کربن هر گروه متیل، ۶ واحد افزایش می‌یابد.



(ت) پارازایلن در حضور یک اکسندهٔ مناسب مانند محلول غلیظ پتاسیم پرمنگنات به ترفتالیک اسید تبدیل می‌شود. *اتن پی کاره‌ست؟!*

مشاوره تو سؤال‌های با تیپ «کدام موارد (الف) تا (ت) درست یا نادرست‌اند»، بهتره اول یه نگاه کلی به موارد بندازی و اون‌هایی که ساده‌ترند یا نیاز به حساب‌کتاب ندارن رو اول بررسی کنی، این‌طوری غالباً می‌تونی با حذف گزینه، خیلی سریع پاسخ رو پیدا کنی. مثلاً تو این سؤال، نادرستی عبارت (الف) و (ت) خیلی تابلوئه، پس گزینه‌های (۱) تا (۳) حذف می‌شن و اصلاً نیازی نیست که موارد (ب) و (پ) رو بررسی کنی.

۱۴۰۲ نوبت اول

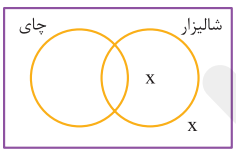
ریاضی

۱- گزینه ۳

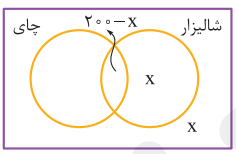
استراتژی کافی است نمودار ون رسم کنید!

گام ابتدا نمودار ون رسم می‌کنیم:

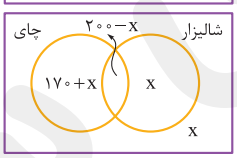
تعداد افرادی که نه مزرعهٔ چای و نه شالیزار دارند، برابر تعداد کشاورزانی است که فقط شالیزار دارند. فرض کنید این تعداد x است.



گام از طرفی ۲۰۰ نفر شالیزار دارند؛ پس تعداد افرادی که هم مزرعهٔ چای و هم شالیزار دارند (یعنی اشتراک دو مجموعه)، برابر $200-x$ می‌شود.



گام حالا ۳۷۰ نفر مزرعهٔ چای دارند که $200-x$ نفر از آن‌ها شالیزار هم دارند؛ پس $370-(200-x)=170+x$ نفر فقط مزرعهٔ چای دارند.



گام تعداد کل کشاورزان ۵۰۰ نفر است؛ پس:

$$\underbrace{(170+x)}_{\text{فقط چای}}+\underbrace{200-x}_{\text{هم چای و هم شالی}}+\underbrace{x}_{\text{فقط شالی}}+\underbrace{x}_{\text{نه شالی و نه چای}}=500 \Rightarrow 2x+370=500$$

$$\Rightarrow 2x=130 \Rightarrow x=65$$

گام در آخر تعداد کشاورزانی را می‌خواهیم که فقط مزرعهٔ چای دارند: $170+\underset{65}{x}=235$

۲- گزینه ۲

استراتژی سعی کنید همهٔ عبارت‌های نامساوی داده‌شده را در پایهٔ ۲ بنویسید و آن را ساده کنید تا به یک نامعادله برحسب m و n برسید. بعد جواب‌های قابل قبول نامعادله را با توجه به طبیعی‌بودن m و n حساب کنید.

درس‌نامه برخی از قواعد توان را در مقابل ببینید:

الف) $(a^m)^n=a^{mn}$

ب) $a^m\times a^n=m^{m+n}$

پ) $\frac{1}{a^n}=a^{-n}$

ت) $a^m>a^n \xrightarrow{a>1} m>n$

گام ابتدا $8^{-\frac{2}{3}m}\times 4^{-n}$ را ساده می‌کنیم:

$$8^{-\frac{2}{3}m}\times 4^{-n}=(2^3)^{-\frac{2}{3}m}\times(2^2)^{-n}=2^{-2m}\times 2^{-2n}=2^{-2m-2n}$$

گام $4^{-m}\times 8^{-\frac{2}{3}n}$ را هم ساده می‌کنیم:

$$4^{-m}\times 8^{-\frac{2}{3}n}=(2^2)^{-m}\times(2^3)^{-\frac{2}{3}n}=2^{-2m}\times 2^{-2n}=2^{-2m-2n}$$

گام حالا با توجه به نتایج به دست آمده در دو گام قبل، نامساوی را ساده می‌کنیم:

(به جای $\frac{1}{128}$ قرار می‌دهیم 2^{-7})

$$8^{-\frac{2}{3}m}\times 4^{-n}+4^{-m}\times 8^{-\frac{2}{3}n}>\frac{1}{128} \Rightarrow 2^{-2m-2n}+2^{-2m-2n}>2^{-7}$$

چون دو عبارت سمت چپ یکسان هستند، پس جمعشان برابر با ۲ برابر یکی از آن‌ها می‌شود $(a+a=2a)$:

$$2^1\times 2^{-2m-2n}>2^{-7} \Rightarrow 2^{-2m-2n+1}>2^{-7}$$

با توجه به قانون (ت) درس‌نامه داریم:

$$-2m-2n+1>-7 \Rightarrow -2m-2n>-8 \xrightarrow{\div(-2)} m+n<4$$

گام m و n دو عدد طبیعی‌اند که جمعشان از ۴ کوچک‌تر است، پس ۳ حالت داریم:

$$\begin{cases} m=1,n=1 \Rightarrow m^3+n^2=1+1=2 \\ m=2,n=1 \Rightarrow m^3+n^2=8+1=9 \\ m=1,n=2 \Rightarrow m^3+n^2=1+4=5 \end{cases}$$

بنابراین $A=\{2,5,9\}$ که بزرگ‌ترین عضو آن ۹ است.

۳- گزینه ۴

استراتژی جملهٔ عمومی دنبالهٔ حسابی را $a_n=a_1+(n-1)d$ و جملهٔ عمومی الگوی خطی را $t_n=t_1+(n-1)d'$ در نظر بگیرید. حالا با توجه به این‌که $a_4=t_4$، $a_8=t_7$ و $t_{10}=0$ است، جواب به سادگی به دست می‌آید.

درس‌نامه اگر اختلاف جملات متوالی یک الگو، اعدادی برابر باشند، یک دنبالهٔ حسابی (یا الگوی خطی) داریم. جملهٔ عمومی دنبالهٔ حسابی به صورت $a_n=a_1+(n-1)d$ است که در آن a_1 مقدار جملهٔ اول و d برابر اختلاف ثابت بین جملات متوالی است که به آن قدرنسبت دنباله می‌گوییم.

گام جملهٔ عمومی دنبالهٔ حسابی را $a_n=a_1+(n-1)d$ و جملهٔ عمومی الگوی خطی را $t_n=t_1+(n-1)d'$ در نظر می‌گیریم. جمله‌های چهارم و هشتم دنبالهٔ حسابی، یعنی a_4 و a_8، به ترتیب جمله‌های دوم و هفتم الگوی خطی، یعنی t_2 و t_7 هستند؛ پس:

$$a_4=t_2 \Rightarrow \underbrace{a_1+3d=t_1+d'}_{(I)} \quad , \quad a_8=t_7 \Rightarrow \underbrace{a_1+7d=t_1+6d'}_{(II)}$$

طرفین دو رابطهٔ بالا را از هم کم می‌کنیم: (راستی را منهای چپی می‌کنیم.)

$$4d=5d' \Rightarrow d=\frac{5}{4}d'$$

به جای d در (I) قرار می‌دهیم $\frac{5}{4}d'$:

$$a_1+3\times\frac{5}{4}d'=t_1+d' \Rightarrow a_1=t_1-\frac{11}{4}d'$$

گام جملهٔ دهم الگوی خطی صفر است:

$$t_{10}=0 \Rightarrow t_1+9d'=0 \Rightarrow t_1=-9d'$$

گام می‌خواهیم ببینیم جملهٔ پانزدهم الگو (یعنی t_{15})، چند برابر قدرنسبت دنبالهٔ حسابی (یعنی d) است:

$$\frac{t_{15}}{d}=\frac{t_1+14d'}{d}$$

به جای t_1 قرار می‌دهیم $-9d'$ و به جای d قرار می‌دهیم $\frac{5}{4}d'$:

$$=\frac{-9d'+14d'}{\frac{5}{4}d'}=\frac{5d'}{\frac{5}{4}d'}=4$$

۴- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ اگر n عددی فرد باشد، ریشهٔ nاُم عدد a برابر $\sqrt[n]{a}$ می‌شود.

۲ $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$ ، $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$

۳ برای گویاکردن مخرج کسرهایی که مخرجشان به شکل $a\pm\sqrt{b}$ یا $\sqrt{a}\pm\sqrt{b}$ باشد، می‌توانیم از اتحاد مزدوج استفاده کنیم. برای مثال، برای گویاکردن کسر $\frac{5}{\sqrt{3}-1}$، صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم:

$$\frac{5}{\sqrt{3}-1}\times\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1}=\frac{5(\sqrt{3}+1)}{3-1}=\frac{5(\sqrt{3}+1)}{2}$$

گام ریشهٔ هفتم عدد مثبت a (یا همان $\sqrt[7]{a}$)، ۲۷ برابر عدد a به توان $\frac{15}{7}$ است؛ یعنی:

$$\sqrt[7]{a^1} = 27 \times a^{\frac{15}{7}} \Rightarrow a^{\frac{1}{7}} = 27 \times a^{\frac{15}{7}}$$

دو طرف را به توان ۷ می‌رسانیم:

$$a = 27^7 \times a^{15} \Rightarrow a = (3^3)^7 \times a^{15} \Rightarrow a = 3^{21} \times a^{15} \xrightarrow{\div a} 1 = 3^{21} \times a^{14}$$

$$\Rightarrow a^{14} = \frac{1}{3^{21}} \xrightarrow[\text{توان‌ها به ۷}]{\text{ساده‌کردن}} a^2 = \frac{1}{3^3} \xrightarrow{a>0} a = \frac{1}{\sqrt{3^3}} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

گام می‌خواهیم ببینیم $\frac{1}{a} - 3$، چند برابر $1 + \sqrt{3}$ است:

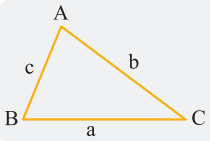
$$\frac{\frac{1}{a} - 3}{1 + \sqrt{3}} \overset{a=\frac{1}{3\sqrt{3}}}{=\!=} \frac{3\sqrt{3} - 3}{\sqrt{3} + 1} \times \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{3\sqrt{9} - 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 3}{3 - 1} = \frac{12 - 6\sqrt{3}}{2}$$

$$= 6 - 3\sqrt{3}$$

۵- گزینه ۲

استراتژی کلید طلایی حل سؤال این است که از C یک عمود بر AD و عمودی دیگر بر DE رسم کنید.

درس‌نامه اگر در مثلثی اندازهٔ دو ضلع و زاویهٔ بین آن‌ها را داشته باشیم، مساحت برابر است با:



$$S = \frac{AB.AC.\sin\hat{A}}{2} = \frac{1}{2}b.c.\sin\hat{A}$$

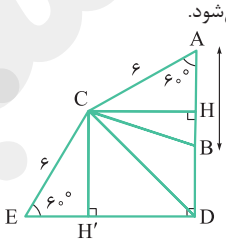
گام مساحت مثلث ABC برابر $7/2\sqrt{3}$ است؛ پس:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AB.AC.\sin\hat{A}}{2} \Rightarrow \frac{7/2\sqrt{3}}{3} = \frac{4/8 \times AC \times \sin 60^\circ}{2/4}$$

$$\Rightarrow 3\sqrt{3} = AC \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AC = 6$$

با توجه به شکل سؤال، $CE = AC$ است؛ پس $CE = 6$ می‌شود.

گام حالا از C عمود CH را بر AD و عمود CH' را بر DE رسم می‌کنیم:



گام در مثلث CEH'، برای $\hat{E}$ سینوس می‌نویسیم:

$$\sin\hat{E} = \frac{CH'}{CE} \Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{CH'}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{CH'}{6} \Rightarrow CH' = 3\sqrt{3}$$

گام در مثلث ACH هم برای $\hat{A}$ سینوس می‌نویسیم:

$$\sin\hat{A} = \frac{CH}{AC} \Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{CH}{6} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{CH}{6} \Rightarrow CH = 3\sqrt{3}$$

نتیجه می‌گیریم چهارضلعی $CHDH'$ مربع است (چون دو ضلع مجاور آن، یعنی CH و CH' برابرند و تمام زوایا قائمه هستند).

گام CD قطر مربع $CHDH'$ است؛ پس:

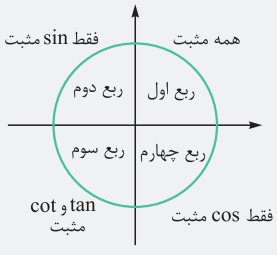
$$CD = \text{قطر مربع} = \text{ضلع مربع} \times \sqrt{2} \Rightarrow CD = \sqrt{2} \times 3\sqrt{3} = 3\sqrt{6}$$

۶- گزینه ۲

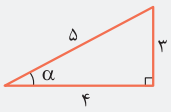
استراتژی ابتدا با توجه به $\sin\alpha = 2\cos\alpha$، مقدار $\tan\alpha$ را محاسبه کنید. سپس با روش رسم مثلث قائم‌الزاویه، می‌توانید مقدار $\cos\alpha$ را به سادگی محاسبه کنید. *(هواستون باشه cos تو ربع سوم منفیه!)*

درس‌نامه ۱ علامت نسبت‌های مثلثاتی

در دایرهٔ مثلثاتی به شکل مقابل‌اند:



۲ وقتی یکی از نسبت‌های مثلثاتی (فرقی ندارد کدام) را داشته باشیم، می‌توانیم با رسم یک مثلث قائم‌الزاویه و استفاده از فیثاغورس، مقدار عددی مابقی نسبت‌ها را هم به دست آوریم و برای فهمیدن علامت آن نسبت، از دایرهٔ مثلثاتی کمک می‌گیریم. برای مثال اگر $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ و α در ربع دوم باشد، ضلع مقابل به زاویهٔ α را برابر ۳ و وتر را برابر ۵ در نظر می‌گیریم (چون $\text{سینوس} = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$). حالا به کمک فیثاغورس، طول ضلع سوم را هم حساب می‌کنیم (که در اینجا $\sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ می‌شود.) و نسبت‌ها را می‌نویسیم:



ربع دوم

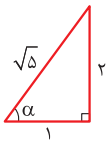
$$\begin{cases} \cos\alpha = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = -\frac{4}{5} \\ \tan\alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = -\frac{3}{4} \\ \cot\alpha = \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}} = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

۳ $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

روش گام با تقسیم طرفین معادلهٔ $\sin\alpha = 2\cos\alpha$ به $\cos\alpha$ داریم:

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 2 \Rightarrow \tan\alpha = 2$$

گام حالا که مقدار $\tan\alpha$ را داریم، می‌توانیم با رسم مثلث قائم‌الزاویه (مورد (۲) درس‌نامه)، بقیهٔ نسبت‌های مثلثاتی را هم به دست آوریم. چون $\tan\alpha = 2 = \frac{2}{1}$ است؛ پس ضلع مقابل به زاویهٔ α را برابر ۲ و ضلع مجاور به α را ۱ در نظر می‌گیریم که با استفاده از فیثاغورس، وتر برابر $\sqrt{5}$ می‌شود:



گام حالا $\cos\alpha$ را به کمک مثلث بالا حساب می‌کنیم:

$$\cos\alpha = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \xrightarrow[\cos<0]{\text{ربع ۳}} \cos\alpha = \frac{-1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{-\sqrt{5}}{5}$$

روش طرفین $\sin\alpha = 2\cos\alpha$ را به توان ۲ می‌رسانیم: $\sin^2\alpha = 4\cos^2\alpha$

حالا با جای‌گذاری $4\cos^2\alpha$ به جای $\sin^2\alpha$ در $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ داریم:

$$4\cos^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow 5\cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos\alpha = \pm\frac{1}{\sqrt{5}}$$

α در ربع سوم قرار دارد که در آن‌جا مقدار cos منفی است:

$$\cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{-\sqrt{5}}{5}$$

مشاوره بعضی وقت‌ها، توجه به گزینه‌ها کار پسندیده‌ای است. مثلاً در این‌جا چون α در ربع سوم است و cos در این ربع، منفی است، ۳ و ۴ همان اول کار حذف می‌شوند و دو گزینه باقی می‌مانند. (البته ما ۱ را خودمان عوض کردیم. در دفترچهٔ کنکور ۱، عددی دقیقاً برابر با ۲ آمده بود و هر دو گزینهٔ ۱ و ۲ صحیح بودند.)

۷- گزینه ۱

استراتژی کافی است از مجموعه‌جواب دو نامعادلهٔ $15x^2 + 73x + 14 < 0$ و $\left|\frac{x-1}{2} - 1\right| > 3$ اشتراک بگیرید.

درس‌نامه ۱ **روش روسی برای حل معادلهٔ درجه‌دوم:** برای به دست آوردن ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دومی مثل $ax^2 + bx + c = 0$ که ضریب x^2 برابر ۱ نیست، (و با تجزیه به راحتی حل نمی‌شود.) می‌توانیم از این تکنیک استفاده کنیم که ابتدا a را در c ضرب کنیم تا ضریب x^2 برابر ۱ شود؛ یعنی:

$$a x^2 + bx + c = 0 \xrightarrow{\text{ضرب}} x^2 + bx + ac = 0$$

حالا باید ریشه‌های معادلهٔ $x^2 + bx + ac = 0$ را با تجزیه به دست آوریم و هر دو ریشهٔ به دست آمده را تقسیم بر a کنیم تا ریشه‌های معادلهٔ اصلی، یعنی $ax^2 + bx + c = 0$ به دست آیند.

۲ برای حل نامعادلات قدرمطلقی داریم:

الف) $|u| < a \xrightarrow{a>0} -a < u < a$

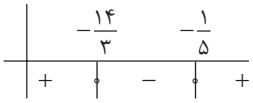
ب) $|u| > a \xrightarrow{a>0} u > a$ یا $u < -a$

گام ابتدا عبارت $15x^2 + 73x + 14$ را تعیین علامت می‌کنیم. برای به دست آوردن ریشه‌های این معادله، از روش روسی (مورد (۱) درس‌نامه) استفاده می‌کنیم:

$$15x^2 + 73x + 14 = 0 \xrightarrow{\text{ضرب}} x^2 + 73x + 210 = 0 \Rightarrow (x+3)(x+70) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -70 \end{cases}$$

بنابراین ریشه‌های $15x^2 + 73x + 14 = 0$ برابر با $-\frac{1}{5} = -\frac{3}{15}$ و $-\frac{14}{3} = -\frac{70}{15}$ هستند.

حالا جدول تعیین علامت را رسم می‌کنیم:



$\xrightarrow{\text{مقادیر منفی را می‌خواهیم.}} (-\frac{14}{3},-\frac{1}{5})$ (۱)

گام می‌خواهیم عبارت $|\frac{x-1}{2}-1|$ بزرگ‌تر از ۳ باشد، یعنی:

$$|\frac{x-1}{2}-1|>3 \Rightarrow |\frac{x-1-2}{2}|>3 \xrightarrow{\times 2} |x-3|>6$$

$$\xrightarrow{\text{مورد(۲)درس‌نامه}} \begin{cases} x-3>6 \Rightarrow x>9 \\ x-3<-6 \Rightarrow x<-3 \end{cases} \xrightarrow{\text{اجتماع}} (-\infty,-3)\cup(9,+\infty) \quad (۲)$$

گام با اشتراک‌گرفتن از دو بازهٔ به دست آمده در گام‌های (۱) و (۲)، جواب حاصل می‌شود:

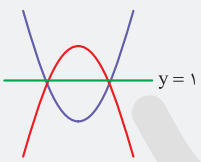


$\Rightarrow (۱)\cap(۲)=(-\frac{14}{3},-3)$

بیشترین مقدار $b-a$ را می‌خواهیم که برابر است با: $-3-(-\frac{14}{3})=\frac{5}{3}$

۸- گزینه ۳

شفاف‌سازی از دو نقطه با عرض یکسان روی دو سهمی، خط $y=1$ رسم شود. ⇐



استراتژی محور تقارن دو سهمی مشترک است، پس می‌توانید مقدار a را به دست آورید. حالا با توجه به این‌که دو سهمی در دو نقطه با عرض $y=1$ متقاطع‌اند، طول نقاط تقاطع را به دست آورید و در آخر با جای‌گذاری مختصات یکی از نقاط تقاطع در سهمی با پارامتر b، مقدار b نیز حاصل می‌شود.

درس‌نامه در سهمی $y=ax^2+bx+c$ داریم:

۱ معادلهٔ محور تقارن سهمی $x=-\frac{b}{2a}$ است.

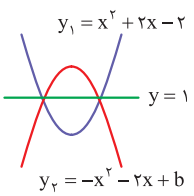
۲ اگر $a>0$ باشد، سهمی رو به بالا و اگر $a<0$ باشد، سهمی رو به پایین است.

گام طبق مورد (۱) درس‌نامه، محور تقارن سهمی $y_1=x^2+ax-2$ برابر $x=-\frac{a}{2}$ و محور تقارن سهمی $y_2=-x^2-2x+b$ برابر $x=\frac{-(-2)}{2(-1)}=-1$ است. حالا محور تقارن دو سهمی مشترک‌اند؛ پس:

$$-\frac{a}{2}=-1 \Rightarrow a=2$$

بنابراین معادلهٔ سهمی اول $y_1=x^2+2x-2$ می‌شود.

گام ضریب x^2 در y_1 مثبت و ضریب x^2 در y_2 منفی است؛ پس یکی از سهمی‌ها رو به بالا و دیگری رو به پایین است. به علاوه دو سهمی در دو نقطه با عرض $y=1$ متقاطع‌اند، پس نمودار این دو سهمی به شکل مقابل می‌شود:



گام معادلهٔ $y_1=1$ را حل می‌کنیم تا طول دو نقطهٔ تقاطع حاصل شود:

$$y_1=1 \Rightarrow x^2+2x-2=1 \Rightarrow x^2+2x-3=0 \Rightarrow (x-1)(x+3)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases}$$

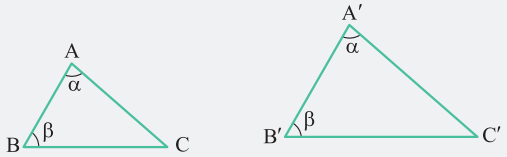
گام بنابراین طول دو نقطهٔ تقاطع دو سهمی، $x=1$ و $x=-3$ و عرض آن‌ها $y=1$ است؛ پس هر دو سهمی از دو نقطهٔ $(1,1)$ و $(-3,1)$ می‌گذرند. نقطهٔ $(1,1)$ را در معادلهٔ سهمی دیگر جای‌گذاری می‌کنیم: $y_2=-x^2-2x+b \xrightarrow{(1,1)} 1=-1-2+b \Rightarrow b=4$

بنابراین $ab=2\times 4=8$ می‌شود.

۹- گزینه ۳

استراتژی کافی است به تشابه دو مثلث ADE و ABC توجه کنید.

درس‌نامه یکی از حالت‌هایی که باعث می‌شود دو مثلث (مثلاً ABC و $A'B'C'$) متشابه شوند، این است که دو زاویهٔ برابر داشته باشند:



$$\begin{cases} \hat{A}=\hat{A}'=\alpha \\ \hat{B}=\hat{B}'=\beta \end{cases} \xrightarrow{\text{زز}} \overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{A'B'C'} \xrightarrow[\text{بین اضلاع}]{\text{تناسب}} \frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}$$

گام در دو مثلث ADE و ABC، دو زاویهٔ برابر داریم؛ پس این دو مثلث متشابه‌اند:

$$\left.\begin{matrix} A\hat{E}D=A\hat{C}B \text{ (فرض سؤال)} \\ \hat{A}=\hat{A} \text{ (مشترک)} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{ADE} \overset{\text{زز}}{\sim} \overset{\Delta}{ABC}$$

گام حالا نسبت تشابه دو مثلث را می‌نویسیم:

$$\underbrace{\frac{AE}{AC}}_{۲+۱۳=۱۵}=\underbrace{\frac{AD}{AB}}_{x+۱}=\frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{x}{۱۵}=\frac{۲}{x+۱} \Rightarrow x^2+x=۳۰ \Rightarrow x^2+x-۳۰=۰$$

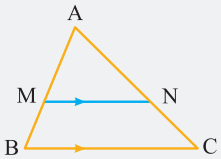
$$\Rightarrow (x+۶)(x-۵)=۰ \xrightarrow{x>۰} x=۵$$

مشاوره هندسه (تالس و تشابه) جزء پای ثابت‌های کنکور و از مباحث ترسناک برای دانش‌آموزان است، اما سؤالات آن در کنکورهای چند سال اخیر، اغلب ساده بوده‌اند.

۱۰- گزینه ۱

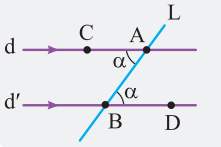
استراتژی فرض کنید طول DE برابر z است. با توجه به تشابه دو مثلث DEH و CFH، طول CF را هم برحسب z به دست آورید. حالا کافی است در مثلث ABC از قضیهٔ تالس استفاده کنید تا جواب به دست آید.

درس‌نامه ۱ **قضیهٔ تالس:** اگر در مثلث ABC، $MN \parallel BC$ باشد، داریم:



$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

۲ اگر خط L، دو خط موازی d و d' را قطع کند، داریم:

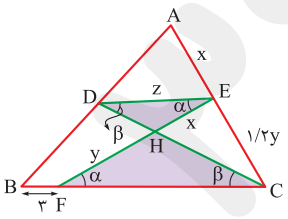


$$C\hat{A}B=A\hat{B}D$$

گام طول DE را برابر z در نظر می‌گیریم. $DE \parallel BC$ است؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه داریم:

$$D\hat{E}F=E\hat{F}C=\alpha \quad \text{و} \quad E\hat{D}C=D\hat{C}F=\beta$$

پس دو مثلث DEH و CFH به حالت «زز» متشابه‌اند.



گام نسبت اضلاع این دو مثلث را می‌نویسیم: ($۳y=۵x$ است؛ پس $y=\frac{۵x}{۳}$)

$$\underbrace{\frac{EH}{FH}}_{y}=\underbrace{\frac{DE}{CF}}_{\frac{z}{CF}} \Rightarrow \frac{x}{y}=\frac{z}{CF} \xrightarrow{y=\frac{۵x}{۳}} \frac{x}{\frac{۵x}{۳}}=\frac{z}{CF}$$

$$\Rightarrow \frac{۳}{۵}=\frac{z}{CF} \Rightarrow CF=\frac{۵z}{۳}$$

گام در آخر با استفاده از قضیهٔ تالس در مثلث ABC داریم:

$$\underbrace{\frac{DE}{BC}}_{\frac{z}{BF+CF}}=\underbrace{\frac{AE}{AC}}_{\frac{x}{x+۱/۲y}} \Rightarrow \frac{z}{۳+\frac{۵z}{۳}}=\frac{x}{x+۱/۲y}$$

$y=\frac{۵}{۳}x$ است؛ پس $۱/۲y=\frac{۶}{۵}y=\frac{۶}{۵}\times\frac{۵}{۳}x=۲x$ می‌شود و به جای $۱/۲y$ قرار می‌دهیم $۲x$:

$$\frac{z}{۳+\frac{۵z}{۳}}=\frac{x}{\underbrace{x+۲x}_{۳x}}\Rightarrow\frac{z}{۳+\frac{۵z}{۳}}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow ۳z=۳+\frac{۵z}{۳}\Rightarrow\frac{۴z}{۳}=۳\Rightarrow z=\frac{۹}{۴}$$

گام طول ضلع BC برابر است با:

$$BC=BF+CF=۳+\frac{۵}{۳}z=۳+\frac{۵}{\cancel{۳}}\times\frac{\cancel{۹}^{۳}}{۴}=۳+\underbrace{\frac{۱۵}{۴}}_{۳/۷۵}=۶/۷۵$$

۱۱- گزینه ۲

استراتژی دو ضلع مقابل مستطیل، شیب برابر دارند. با توجه به آن و این‌که یک رأس مستطیل (۱,۲) است، معادلهٔ خط دو ضلع مقابل مستطیل به دست می‌آیند. حالا کافی است فاصلهٔ این دو خط را به دست آوریم تا عرض مستطیل حاصل شود، در آخر با توجه به این‌که طول قطر مستطیل را داریم و با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس، طول آن هم حاصل می‌شود.

درس‌نامه ۱ شیب دو خط موازی با هم برابر است.

۲ شیب خط $ax+by=c$ برابر است با: $\frac{\text{قرینهٔ ضریب } x}{\text{ضریب } y}=-\frac{a}{b}$

۳ فاصلهٔ دو خط موازی $ax+by+c=۰$ و $ax+by+c'=۰$ برابر است با: $\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$

گام دو ضلع مقابل مستطیل با هم موازی‌اند؛ پس شیب دو خط $y-ax=۱$ و $ay-x=a-۱$ با هم برابرند:

$$\left.\begin{array}{l} y-ax=۱ \xrightarrow{\text{شیب}} a \\ ay-x=a-۱ \xrightarrow{\text{شیب}} \frac{۱}{a}\end{array}\right\}\Rightarrow a=\frac{۱}{a}\Rightarrow a^۲=۱\Rightarrow a=\pm۱$$

گام اگر $a=-۱$ باشد، معادلهٔ دو ضلع مقابل مستطیل $y+x=۱$ و $-y-x=-۲$ می‌شود. از طرفی هر ۴ رأس مستطیل روی دو ضلع موازی آن قرار دارند، پس (۱,۲) باید روی یکی از این دو خط باشد. نقطهٔ (۱,۲) روی هیچ‌کدام از دو خط $y+x=۱$ و $-y-x=-۲$ قرار ندارد؛ پس $a=-۱$ قابل قبول نیست.

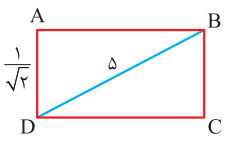
حالا اگر $a=۱$ باشد، معادلهٔ خط دو ضلع مقابل مستطیل $y-x=۱$ و $y-x=۰$ می‌شوند که نقطهٔ (۱,۲) روی خط $y-x=۱$ قرار دارد؛ پس $a=۱$ قابل قبول است.

گام فاصلهٔ دو خط موازیِ $y-x=۱$ و $y-x=۰$ را به کمک مورد (۳) درس‌نامه به دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{array}{l} y-x=۱ \\ y-x=۰\end{array}\right. \xrightarrow{\text{فرم استاندارد}} \left.\begin{array}{l} x-y+۱=۰ \\ x-y=۰\end{array}\right. \xrightarrow{\text{فاصلهٔ دو خط}} \frac{|۱-۰|}{\sqrt{۱^۲+(-۱)^۲}}=\frac{۱}{\sqrt{۲}}$$

بنابراین عرض مستطیل برابر $\frac{۱}{\sqrt{۲}}$ است.

گام قطر مستطیل برابر ۵ است، با استفاده از فیثاغورس طول آن را محاسبه می‌کنیم:



$$AB^۲+\underbrace{AD^۲}_{\frac{۱}{۲}}=\underbrace{BD^۲}_{۲۵}\Rightarrow AB^۲=۲۵-\frac{۱}{۲}=\frac{۴۹}{۲}$$

$$\Rightarrow AB=\frac{۷}{\sqrt{۲}}$$

مساحت مستطیل برابر است با: $\text{طول}\times\text{عرض}=\frac{۱}{\sqrt{۲}}\times\frac{۷}{\sqrt{۲}}=\frac{۷}{۲}=۳/۵$

۱۲- گزینه ۴

استراتژی کافی است شیب خط $۲mx+(m^۲-۱)y=۳$ را برابر $\tan۶۰^\circ$ قرار دهید و اختلاف ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم به دست آمده را محاسبه کنید.

درس‌نامه ۱ شیب خط $ax+by=c$ برابر است با: $\frac{\text{قرینهٔ ضریب } x}{\text{ضریب } y}=\frac{-a}{b}$

۲ شیب خطی که با جهت مثبت محور xها زاویهٔ α می‌سازد، برابر $\tan\alpha$ است.

۳ در معادلهٔ درجه‌دوم $ax^۲+bx+c=۰$ (با شرط $\Delta>۰$)، اختلاف ریشه‌ها برابر با $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ است.

گام شیب خط $۲mx+(m^۲-۱)y=۳$ (طبق مورد (۱) درس‌نامه) برابر است با:

$$\text{شیب}=\frac{-۲m}{m^۲-۱}$$

گام این خط با جهت مثبت محور xها زاویهٔ ۶۰° می‌سازد؛ پس شیب آن برابر $\tan۶۰^\circ=\sqrt{۳}$ می‌شود.

گام دو مقدار به دست آمده برای شیب را برابر قرار می‌دهیم:

$$\frac{-۲m}{m^۲-۱}=\sqrt{۳}\Rightarrow -۲m=\sqrt{۳}m^۲-\sqrt{۳}\Rightarrow \sqrt{۳}m^۲+۲m-\sqrt{۳}=۰$$

گام در آخر کافی است اختلاف مقادیر m در معادلهٔ درجه‌دوم $\sqrt{۳}m^۲+۲m-\sqrt{۳}=۰$ را محاسبه کنیم:

$$\text{اختلاف ریشه‌ها}=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{۴-۴\times\sqrt{۳}\times(-\sqrt{۳})}}{|\sqrt{۳}|}=\frac{\sqrt{۴+۱۲}}{\sqrt{۳}}=\frac{\sqrt{۱۶}}{\sqrt{۳}}=\frac{۴}{\sqrt{۳}}$$

۱۳- گزینه ۲

استراتژی ابتدا از معادلهٔ $ax^۲-۸x+۴=۰$، مقدار $S=\alpha+\beta$ و $P=\alpha\beta$ را محاسبه کنید. سپس باید معادلهٔ $\alpha^۲\beta+\alpha\beta^۲=\alpha^۲\beta\times\alpha\beta^۲$ را برحسب S و P بنویسید و آن را حل کنید تا a پیدا بشود.

درس‌نامه ۱ اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم $ax^۲+bx+c=۰$ با شرط $\Delta>۰$ باشند، داریم:

(الف) مجموع ریشه‌ها: $S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$ (ب) حاصل‌ضرب ریشه‌ها: $P=\alpha\beta=\frac{c}{a}$

۲ برای محاسبهٔ لگاریتم یک عدد از دو قاعدهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

(الف) $\log_a a=۱$ (ب) $\log_{b^n}a^m=\frac{m}{n}\log_b a$

گام ابتدا مجموع و حاصل‌ضرب ریشه‌های معادلهٔ $ax^۲-۸x+۴=۰$ را به دست می‌آوریم:

$$S=\alpha+\beta=\frac{۸}{a}\qquad P=\alpha\beta=\frac{۴}{a}$$

گام مجموع و حاصل‌ضرب ریشه‌های معادله‌ای با ریشه‌های $x'_۱=\alpha\beta^۲$ و $x'_۲=\alpha^۲\beta$ برابرند؛ یعنی $x'_۱+x'_۲$ با $x'_۱x'_۲$ برابر است، پس:

$$\alpha^۲\beta+\alpha\beta^۲=\alpha^۲\beta\times\alpha\beta^۲\Rightarrow\alpha\beta(\alpha+\beta)=(\alpha\beta)^۳\xrightarrow{\text{به }\alpha\beta\text{ ساده می‌کنیم.}}\alpha+\beta=(\alpha\beta)^۲$$

با جای‌گذاری $\alpha+\beta=\frac{۸}{a}$ و $\alpha\beta=\frac{۴}{a}$ داریم: $\frac{۸}{a}=(\frac{۴}{a})^۲\Rightarrow\frac{\cancel{۸}^{۲}}{\cancel{a}}=\frac{\cancel{۱۶}^{۲}}{\cancel{a^۲}}\Rightarrow a=۲$

گام حالا حاصل $\log_{\sqrt{۲}}a$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\xrightarrow{a=۲}\log_{\sqrt{۲}}۲=\log_{۲^{\frac{۱}{۲}}}۲=\frac{۱}{\frac{۱}{۲}}\log_۲ ۲=۲\times۱=۲$$

مشاوره خیلی‌ها با متن این سؤال مشکل دارند و منظور سؤال را نمی‌فهمند. سؤال‌ها را دقیق بخوانید. در چند کنکور اخیر، سؤالاتی که متنشان سنگین بوده، چند بار آمده است (مثل سؤال ۱ و ۵ همین کنکور).

۱۴- گزینه ۴

استراتژی اصلاً به توان رساندن طرفین و از بین بردن رادیکال‌ها فکر نکنید! کافی است دامنهٔ معادله را محاسبه کنید.

درس‌نامه برای به دست آوردن دامنهٔ توابع رادیکالی با فرجهٔ زوج، کافی است عبارت زیر رادیکال را بزرگ‌تر یا مساوی صفر قرار دهید: $\sqrt[۲n]{A}\xrightarrow{\text{دامنه}}A\geq۰$

گام اگر به معادلهٔ $\sqrt{۲x-۳}=\sqrt{x+\sqrt{x-۲}}-\sqrt{۲-x}$ توجه کنیم، می‌بینیم که زیر یکی از رادیکال‌ها، $x-۲$ و زیر رادیکال دیگر، $۲-x$ داریم که هر دوی آن‌ها باید نامنفی باشند:

$$\left.\begin{array}{l} ۲-x\geq۰\Rightarrow x\leq۲ \\ x-۲\geq۰\Rightarrow x\geq۲\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{اشتراک}}x=۲$$

گام بنابراین، تنها عددی که می‌توانیم در معادله جای x قرار دهیم تا $\sqrt{۲-x}$ و $\sqrt{x-۲}$ تعریف‌شده باشند، $x=۲$ است. حالا کافی است $x=۲$ را در معادله امتحان کنیم:

$$\sqrt{۲x-۳}=\sqrt{x+\sqrt{x-۲}}-\sqrt{۲-x} \xrightarrow{x=۲} \sqrt{۱}=\sqrt{۲+\sqrt{۰}}-\sqrt{۰} \Rightarrow ۱=\sqrt{۲}$$

تساوی به دست آمده نادرست است؛ پس این معادله هیچ جوابی ندارد.

(دقت کنید. شاید بپرسید چرا به عبارت‌های زیر مابقی رادیکال‌ها یعنی $۲x-۳$ و $x+\sqrt{x-۲}$ توجهی نکردیم؟ جواب این است که نیازی به این کار نیست، چون با چک‌کردن $x-۲\geq ۰$ و $x-۲$ فقط یک x باقی می‌ماند که کافی است همان یک x را در معادله چک کنیم.)

۱۵- گزینه ۱

استراتژی ابتدا با توجه به $\log_n m=a$، مقدار m را برحسب n به دست آورید و آن را در $\log_{mn} m^۲n=b$ جای‌گذاری کنید، بعد با عددگذاری به جای a جواب حاصل می‌شود.

درس‌نامه ۱ برخی از قوانین لگاریتم را در زیر ببینید:

الف) $\log_b a=c \Leftrightarrow a=b^c$

ب) $\log_{b^n} a^m=\frac{m}{n}\log_b a$

۲ اگر a عددی صحیح باشد، $[x\pm a]=[x]\pm a$ می‌شود.

۳ اگر $a>۱$ باشد، $۰<\frac{۱}{a}<۱$ می‌شود.

گام با استفاده از مورد (۱ـ الف) درس‌نامه از $\log_n m=a$، به $m=n^a$ می‌رسیم. حالا به جای mها در تساوی $\log_{mn} m^۲n=b$، قرار می‌دهیم n^a:

$$\log_{n^a\times n}(n^a)^۲n=b \Rightarrow \log_{n^{a+۱}} n^{۲a+۱}=b$$

گام عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\xrightarrow{\text{درس‌نامهٔ (۱-ب)}} \frac{۲a+۱}{a+۱}\underbrace{\log_n n}_{۱}=b \Rightarrow b=\frac{۲a+۱}{a+۱}$$

گام حالا مقدار $[b]$ یا همان $[\frac{۲a+۱}{a+۱}]$ را می‌خواهیم. $a>۰$ است؛ پس می‌توانیم به جای a قرار دهیم ۱:

$$[b]=[\frac{۲a+۱}{a+۱}]=[\frac{۲+۱}{۱+۱}]=[\frac{۳}{۲}]=۱$$

حل کلی آن هم به صورت زیر است:

$$[\frac{۲a+۱}{a+۱}]=[\frac{۲a+۲}{a+۱}-\frac{۱}{a+۱}]=[۲-\frac{۱}{a+۱}]=۲+[-\frac{۱}{a+۱}]$$

◇ $a>۰$ است، پس $a+۱>۱$ و $۰<\frac{۱}{a+۱}<۱$ می‌شود:

$$۰<\frac{۱}{a+۱}<۱ \xrightarrow{\times(-۱)} -۱<-\frac{۱}{a+۱}<۰ \Rightarrow [-\frac{۱}{a+۱}]=-۱$$

بنابراین $۲+[-\frac{۱}{a+۱}]=۲+(-۱)=۱$ می‌شود.

۱۶- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ ضابطهٔ تابع همانی، $f(x)=x$ است. ۲ اگر تابع $y=f(x)$ را k واحد $(k>۰)$ در جهت مثبت محور xها انتقال دهیم، $y=f(x-k)$ و اگر k واحد در جهت منفی محور xها انتقال دهیم، $y=f(x+k)$ حاصل می‌شود. ۳ اگر تابع $y=f(x)$ را k واحد $(k>۰)$ در جهت مثبت محور yها انتقال دهیم، $y=f(x)+k$ و اگر k واحد در جهت منفی محور yها انتقال دهیم، $y=f(x)-k$ حاصل می‌شود. ۴ اگر $|u|=a$ باشد، $u=\pm a$ می‌شود $(a>۰)$. ۵ برای گویاکردن مخرج کسرهایی که مخرجشان به شکل $a\pm\sqrt{b}$ یا $\sqrt{a}\pm\sqrt{b}$ است، از اتحاد مزدوج استفاده می‌کنیم، به این صورت که صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم.

گام طراح در خط سوم لو داده که f تابع همانی است؛ پس $f(x)=x$ می‌شود. اگر نمودار $\frac{۱}{f}=\frac{۱}{x}$ را a واحد در جهت مثبت محور xها انتقال دهیم، $g(x)=\frac{۱}{f(x-a)}=\frac{۱}{x-a}$ حاصل می‌شود.

گام حالا تابع $|g|=\frac{۱}{|x-a|}$ را ۲ واحد در جهت منفی محور yها انتقال می‌دهیم که $|g|-۲=\frac{۱}{|x-a|}$ به دست می‌آید.

گام طول نقطهٔ برخورد منحنی حاصل یعنی $\frac{۱}{|x-a|}-۲$ با نمودار تابع $\frac{۱}{|f|}=\frac{۱}{|x|}$ برابر $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ است؛ بنابراین مقدار $\frac{۱}{|x-a|}-۲$ به ازای $\frac{۱}{|x|}$ و $x=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ با هم برابر می‌شوند:

$$\frac{۱}{|x-a|}-۲=\frac{۱}{|x|} \xrightarrow{x=\frac{\sqrt{۲}}{۲}} \frac{۱}{|\frac{\sqrt{۲}}{۲}-a|}-۲=\frac{۱}{|\frac{\sqrt{۲}}{۲}|} \Rightarrow \frac{۱}{|\frac{\sqrt{۲}}{۲}-a|}-۲=\frac{۲}{\sqrt{۲}}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{|\frac{\sqrt{۲}}{۲}-a|}=۲+\sqrt{۲} \xrightarrow{\text{معکوس}} |\frac{\sqrt{۲}}{۲}-a|=\frac{۱}{۲+\sqrt{۲}}$$

مخرج کسر $\frac{۱}{۲+\sqrt{۲}}$ را گویا می‌کنیم:

$$\frac{۱}{۲+\sqrt{۲}}\times\frac{۲-\sqrt{۲}}{۲-\sqrt{۲}}=\frac{۲-\sqrt{۲}}{۴-۲}=\frac{۲-\sqrt{۲}}{۲}=\frac{۲}{۲}-\frac{\sqrt{۲}}{۲}=۱-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

پس:

$$|\frac{\sqrt{۲}}{۲}-a|=۱-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

حالا طبق مورد (۴) درس‌نامه داریم:

$$\begin{cases}\frac{\sqrt{۲}}{۲}-a=۱-\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow a=\frac{\sqrt{۲}}{۲}-۱+\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\sqrt{۲}-۱\\ \frac{\sqrt{۲}}{۲}-a=-۱+\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow a=\frac{\sqrt{۲}}{۲}+۱-\frac{\sqrt{۲}}{۲}=۱\end{cases}$$

گام جواب‌های تساوی $f(x+a)=۳$ را می‌خواهیم:

$$f(x+a)=۳ \xrightarrow{f\text{ تابع همانی است.}} x+a=۳$$

حالا یک بار به جای a، عدد $\sqrt{۲}-۱$ و بار دیگر عدد ۱ قرار می‌دهیم:

$$\Rightarrow \begin{cases}x+\sqrt{۲}-۱=۳ \Rightarrow x=۴-\sqrt{۲}\\ x+۱=۳ \Rightarrow x=۲\end{cases}$$

بنابراین اختلاف مقادیر x برابر $۲-\sqrt{۲}$ برابر $(۴-\sqrt{۲})-۲=۲-\sqrt{۲}$ می‌شود.

مشاوره انتقال توابع، جزء مباحث پایه‌ای در فصل تابع و از جمله سؤالات پرتکرار در کنکور سراسری است؛ پس لازم است به قواعد آن‌ها مسلط باشید.

۱۷- گزینه ۳

استراتژی کافی است ضابطهٔ تابع f را با استفاده از اتحاد مربع دوجمله‌ای بنویسید. بعد x را تنها کنید و در آخر جای x و y را عوض کنید.

درس‌نامه ۱ برای محاسبهٔ ضابطهٔ وارون تابع $f(x)$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

الف) ابتدا به جای $f(x)$ قرار می‌دهیم y.

ب) بعد x را تنها می‌کنیم.

پ) در آخر جای x و y را عوض می‌کنیم. ضابطهٔ به دست آمده همان $f^{-۱}$ است.

۲ $\sqrt{u^۲}=|u|$

گام ابتدا ضابطهٔ f را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$f(x)=۱+x-۲\sqrt{x}=x-۲\sqrt{x}+۱=(\sqrt{x}-۱)^۲ \Rightarrow f(x)=(\sqrt{x}-۱)^۲$$

گام حالا ضابطهٔ وارون f را به دست می‌آوریم:

$$f(x)=(\sqrt{x}-۱)^۲ \xrightarrow{\text{به جای f قرار می‌دهیم y.}} y=(\sqrt{x}-۱)^۲$$

از طرفین رادیکال می‌گیریم:

$$\sqrt{y}=\sqrt{(\sqrt{x}-۱)^۲} \Rightarrow \sqrt{y}=|\sqrt{x}-۱|$$

طبق گفتهٔ سؤال $x\geq ۱$؛ پس:

$$x\geq ۱ \Rightarrow \sqrt{x}\geq ۱ \Rightarrow \sqrt{x}-۱\geq ۰ \Rightarrow |\sqrt{x}-۱|=\sqrt{x}-۱$$

بنابراین:

$$\sqrt{y}=\sqrt{x}-۱ \Rightarrow \sqrt{x}=\sqrt{y}+۱ \xrightarrow{\text{توان ۲}} x=(\sqrt{y}+۱)^۲$$

x تنها شد، حالا جای x و y را عوض می‌کنیم: $y=(\sqrt{x}+۱)^۲ \Rightarrow f^{-۱}(x)=(\sqrt{x}+۱)^۲$

گام وارون f، g است؛ پس $g(x)=(\sqrt{x}+۱)^۲$ می‌شود. در آخر مقدار $g(g(۱))$ را در دو مرحله محاسبه می‌کنیم:

◇ اول $g(۱)$: $g(۱)=(\sqrt{۱}+۱)^۲=۴$

◇ حاصل $g(g(۱))$ یعنی $g(۴)$: $g(۴)=(\sqrt{۴}+۱)^۲=۳^۲=۹$

۱۸- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ برای به دست آوردن دامنهٔ توابع رادیکالی با فرجهٔ زوج، کافی است عبارت زیر رادیکال را بزرگ‌تر یا مساوی صفر قرار دهید: $\sqrt[2n]{A} \xrightarrow{\text{دامنه}} A \geq 0$

۲ برای محاسبهٔ دامنهٔ توابع لگاریتمی به شکل $y=\log_a^A (a\neq 1 , a>0)$، باید نامعادلهٔ $A>0$ را حل کنیم.

۳ برای حل نامعادلات لگاریتمی به شکل $\log_b a > c$ با توجه به مقدار پایهٔ لگاریتم، دو حالت داریم:

الف) $b>1 : \log_b a > c \Rightarrow a > b^c$

ب) $0<b<1 : \log_b a > c \xrightarrow[\text{می‌شه}]{\text{جهت عوض}} a < b^c$

یعنی اگر پایهٔ لگاریتم بزرگ‌تر از ۱ باشد، جهت نامساوی خودش و اگر پایه بین صفر و یک باشد، جهت نامساوی برعکس می‌شود.

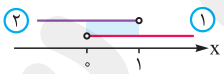
گام ابتدا دامنهٔ تابع لگاریتمی $\log_{\frac{1}{2}} x$ را به دست می‌آوریم که طبق مورد (۲) درس‌نامه برابر $x>0$ است.

گام حالا عبارت زیر رادیکال یعنی $\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x}$ باید مثبت باشد. در گام اول دیدیم که $x>0$ است؛ پس برای این‌که عبارت زیر رادیکال یعنی کسر $\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x}$ بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد، باید مخرج آن یعنی $\log_{\frac{1}{2}} x$ مثبت شود، یعنی: $\log_{\frac{1}{2}} x > 0$

طبق مورد (۳) درس‌نامه، پایه بین صفر و یک است؛ پس جهت نامساوی عوض می‌شود:

$x < (\frac{1}{2})^0 \Rightarrow x < 1$

گام حالا با اشتراک‌گرفتن از $x>0$ و $x<1$، جواب حاصل می‌شود:



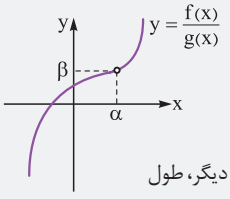
$(1)\cap(2)=(0,1)$

بنابراین دامنهٔ تابع f، شامل هیچ مقدار صحیحی نیست.

۱۹- گزینه ۱

استراتژی ابتدا باید دنبال نقطه‌ای از f بگردیم که f در آن ناپیوسته و حد در آن موجود باشد. تنها ریشهٔ مخرج f، $x=1$ است؛ پس f فقط در $x=1$ ناپیوسته می‌شود. حالا f باید در همین نقطه $(x=1)$ حد داشته باشد، بنابراین $x=1$ طول نقطهٔ حفرهٔ f است. بعد با توجه به این‌که $x=1$ طول حفرهٔ f است، مقدار صورت آن به ازای $x=1$ برابر صفر می‌شود و به علاوه $x=1$ ریشهٔ معادلهٔ درجه‌دوم داده‌شده هم هست که در آخر با حل دستگاه دو معادله و دو مجهول، مقادیر a و b به دست می‌آیند.

درس‌نامه حفره: به شکل مقابل دقت کنید:



تابع y در نقطه‌ای به طول $x=\alpha$ حفره دارد. حفره نقطه‌ای است که:

الف) تابع در آن حد دارد، ولی پیوسته نیست.

ب) به ازای $x=\alpha$، حاصل f و g برابر صفر می‌شود (به عبارت دیگر، طول حفره، ریشهٔ مشترک صورت و مخرج است، یعنی $f(\alpha)=g(\alpha)=0$)

گام به دنبال نقطه‌ای هستیم که حد تابع f در آن موجود بوده و f در آن ناپیوسته باشد. تنها ریشهٔ مخرج f، $x=1$ است؛ پس تنها نقطهٔ ناپیوستگی f هم $x=1$ می‌شود. حالا f باید در $x=1$ حد داشته باشد، *(خوب ببین، ما یه نقطه‌ای می‌خواهیم که f توی اون نقطه حد داشته باشه، ولی پیوسته نباشه. حالا فقط تو $x=1$ ناپیوستگی داریم؛ پس تنها نقطه‌ای که می‌تونه هم ناپیوسته باشه و هم حد داشته باشه، $x=1$ هست).* بنابراین $x=1$، طول حفرهٔ f می‌شود ... *(حالا چرا $x=1$ حفرهٔ f شد؟ چون تو درس‌نامه گفتیم توی حفره‌ها تابع حد داره، ولی پیوسته نیست).*

گام $x=1$ طول حفرهٔ f است؛ پس صورت و مخرج آن به ازای $x=1$ برابر صفر می‌شود. مخرج که $x-1$ و به ازای $x=1$ صفر می‌شود. فقط کافی است صورت یعنی x^2+ax+b به ازای $x=1$ صفر شود:

$1+a+b=0 \Rightarrow a+b=-1 \quad (I)$

گام در صورت سؤال گفته، در ریشه‌ای از معادلهٔ $5x^2-ax+b=0$، حد تابع f موجود بوده و f در آن ناپیوسته است. دیدیم که $x=1$ نقطه‌ای است که f در آن حد دارد ولی پیوسته نیست. پس $x=1$، یکی از ریشه‌های معادلهٔ $5x^2-ax+b=0$ می‌شود:

$5x^2-ax+b=0 \xrightarrow{x=1} 5-a+b=0 \Rightarrow -a+b=-5 \quad (II)$

گام حالا با توجه به (I) و (II) داریم:

$\left.\begin{matrix} a+b=-1 \\ -a+b=-5 \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{جمع}} 2b=-6 \Rightarrow b=-3$

$b=-3$ را در $a+b=-1$ جای‌گذاری می‌کنیم تا مقدار a پیدا شود: $a-3=-1 \Rightarrow a=2$

گام بنابراین $[\frac{b-2a}{3}]=[\frac{-3-4}{3}]=[-\frac{7}{3}]=-3$ می‌شود.

۲۰- گزینه ۱

استراتژی کافی است مقدار f در $x=1$ را برابر حد راست آن در $x=1$ قرار داده و سپس مقدار f در $x=5$ را برابر حد چپ آن در $x=5$ قرار دهید تا جواب حاصل شود.

درس‌نامه ۱ تابع f در بازهٔ $[a,b]$ پیوسته است، هرگاه:

الف) در همهٔ نقاط بازهٔ (a,b) پیوسته باشد.

ب) در $x=a$ از راست پیوسته باشد.

پ) در $x=b$ از چپ پیوسته باشد.

۲ برای حل سؤالات حد، اگر در عبارت، قدرمطلق یا براکت دیدیم، اولین کاری که باید انجام دهیم این است که آن‌ها را از بین ببریم. «برای براکتی‌ها» به جای براکت مقدار عددی آن را قرار دهیم و «برای قدرمطلقی‌ها» عبارت داخل قدرمطلق را تعیین علامت می‌کنیم. اگر مثبت بود، خودش و اگر منفی بود، قرینه‌اش از قدرمطلق خارج می‌شود.

گام برای این‌که تابع f در $[1,5]$ پیوسته باشد، باید:

(الف) در همهٔ نقاط $(1,5)$ پیوسته باشد.

(ب) در $x=1$ از راست پیوسته باشد.

(پ) در $x=5$ از چپ پیوسته باشد.

گام مقدار f در $x=1$ و حد راست آن در $x=1$ را با هم برابر قرار می‌دهیم تا f در $x=1$ از راست پیوسته شود:

$\lim_{x\to 1^+} f(x)=f(1) \Rightarrow \lim_{x\to 1^+} \frac{|x^2+x-2|}{a(1-x)} = \underbrace{\tan\frac{3\pi}{4}}_{-1}$

برای محاسبهٔ حد، ابتدا باید قدرمطلق را از بین ببریم. تجزیهٔ عبارت داخل قدرمطلق به صورت $(x-1)(x+2)$ می‌شود. به ازای $x\to 1^+$، حاصلش مثبت می‌شود: $\underbrace{(x+2)}_{3}\underbrace{(x-1)}_{0^+}>0$

بنابراین به جای $|x^2+x-2|$ قرار می‌دهیم x^2+x-2:

$\lim_{x\to 1^+} \frac{x^2+x-2}{a(1-x)}=-1 \Rightarrow \lim_{x\to 1^+} \frac{\overset{-1}{\cancel{(x-1)}}(x+2)}{a\cancel{(1-x)}}=-1 \Rightarrow \frac{-1\times 3}{a}=-1 \Rightarrow a=3$

گام مقدار f در $x=5$ و حد چپ آن در $x=5$ را با هم برابر قرار می‌دهیم تا f در $x=5$ از چپ پیوسته شود. دقت کنید چون دامنهٔ ضابطهٔ پایین به صورت $x\geq 5$ است؛ پس مقدار تابع در $x=5$ از این ضابطه گرفته می‌شود:

$\lim_{x\to 5^-} f(x)=f(5) \Rightarrow \lim_{x\to 5^-} \frac{|x^2+x-2|}{a(1-x)} = b(5-\underbrace{[-5]}_{-5})$

10

باید قدرمطلق را از بین ببریم که واضح است x^2+x-2 در $x=5$ مثبت است:

$\lim_{x\to 5^-} \frac{x^2+x-2}{a(1-x)}=10b \Rightarrow \frac{25+5-2}{a(1-5)}=10b \xrightarrow{a=3} \frac{\overset{7}{\cancel{28}}}{\underset{-3}{\cancel{-12}}}=10b \Rightarrow b=-\frac{7}{30}$

گام بنابراین $ab=3\times(-\frac{7}{30})=-0/7$ می‌شود.

دقت کنید: ضابطهٔ f در بازهٔ $(1,5)$ به صورت $\frac{|x^2+x-2|}{a(1-x)}$ است که تنها ریشهٔ مخرج آن یا به عبارت دیگر، تنها نقطهٔ ناپیوستگی آن $x=1$ است؛ بنابراین f در تمام نقاط بازهٔ $(1,5)$ پیوسته است.

تیزبازی برای به دست آوردن ab، کافی بود فقط حد چپ f در $x=5$ را برابر مقدار آن در $x=5$ قرار دهیم:

$$\lim_{x\to 5^-} f(x)=f(5) \Rightarrow \lim_{x\to 5^-}\frac{|x^2+x-2|}{a(1-x)}=b(5-[-5])$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 5^-}\frac{x^2+x-2}{a(1-x)}=10b \Rightarrow \frac{28}{-4a}=10b \Rightarrow ab=-\frac{28}{40}=-0/7$$

۲۱- گزینه ۴

استراتژی سه عدد را طوری انتخاب کنید که میانگین آن‌ها بزرگ و پراکندگی آن‌ها کم باشد. *(فورمونیش اینه که باید ۳تا عدد بزرگ نزدیک هم انتقاب کنی!)*

درس‌نامه در داده‌های آماری x_1 تا x_n داریم:

۱) میانگین: $\bar{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}$

واضح است هر چه مقدار داده‌ها بزرگ‌تر باشد، میانگین هم بزرگ‌تر می‌شود.

۲) انحراف‌معیار: $\sigma=\sqrt{\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2}{n}}$

هر چه‌قدر پراکندگی داده‌ها کم‌تر باشد (هر چه‌قدر داده‌ها به هم نزدیک‌تر باشند.) انحراف معیار داده‌ها کوچک‌تر می‌شود.

۳) ضریب تغییرات: $CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}$

هر چه‌قدر میانگین داده‌ها بیشتر و انحراف معیار داده‌ها کم‌تر باشد، ضریب تغییرات هم کم‌تر می‌شود.

۴) اگر به تمام داده‌ها مقداری یکسان اضافه شود، انحراف معیار ثابت می‌ماند.

گام با توجه به مورد (۴) درس‌نامه، هر سه عدد زوج متوالی که انتخاب کنیم، انحراف معیارشان با هم برابر است، یعنی اگر ۲۲، ۲۴ و ۲۶ را انتخاب کنیم یا ۳۴، ۳۶ و ۳۸ را انتخاب کنیم، مقدار σ تغییری نمی‌کند؛ پس در $CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}$، مقدار عددی صورت یکسان است. برای آن‌که CV کم‌ترین مقدار شود، باید $\bar{x}$ بیشترین مقدار ممکن باشد. برای این کار سه عدد را ۹۴، ۹۶ و ۹۸ انتخاب می‌کنیم (بزرگ‌ترین حالت ممکن برای سه عدد زوج متوالی دورقمی).

گام میانگین ۳ عدد ۹۴، ۹۶ و ۹۸ برابر $\bar{x}=\frac{94+96+98}{3}=96$ است.

حالا انحراف معیار این ۳ داده را به دست می‌آوریم:

$$\sigma=\sqrt{\frac{(94-96)^2+(96-96)^2+(98-96)^2}{3}}=\sqrt{\frac{4+0+4}{3}}=\sqrt{\frac{8}{3}}=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

گام ضریب تغییرات این ۳ داده برابر است با:

$$CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}{96}=\frac{\sqrt{2}}{48\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{2}{48\sqrt{6}}=\frac{1}{24\sqrt{6}}$$

مشاوره سؤالات آمار توصیفی در کنکور سراسری سال‌های اخیر، به جای این‌که سؤالاتی با محاسبات سنگین باشند که نیاز به استفاده از فرمول‌های زیاد داشته باشند، سؤالات ایده‌دار و مفهومی هستند؛ پس نیاز است دید مفهومی‌تری به این فصل داشته باشید.

۲۲- گزینه ۳

روش **گام** احتمال این‌که سه عدد را به طور متوالی و بدون جای‌گذاری از میان اعداد ۱ تا n انتخاب کنیم و عدد سوم ۱۰ باشد، $\frac{1}{15}$ است (دقت کنید وقتی به طور متوالی و بدون جای‌گذاری عدد انتخاب می‌کنیم، در هر مرحله یکی از تعداد کل اعداد کم می‌شود.)؛ پس:

$$\frac{n-1}{n}\times\frac{n-2}{n-1}\times\frac{1}{n-2}=\frac{1}{15}\Rightarrow\frac{1}{n}=\frac{1}{15}\Rightarrow n=15$$

- $\frac{n-1}{n}$: احتمال این‌که عدد اول ۱۰ نباشد.
- $\frac{n-2}{n-1}$: احتمال این‌که عدد دوم ۱۰ نباشد.
- $\frac{1}{n-2}$: احتمال این‌که عدد سوم ۱۰ باشد.

گام حالا می‌خواهیم از بین اعداد ۱ تا ۱۵، سه عدد به طور متوالی و بدون جای‌گذاری انتخاب کنیم و فقط عدد سوم مضرب ۳ باشد (از بین اعداد ۱ تا ۱۵، فقط ۵ عدد مضرب ۳ هستند). تعداد حالات مطلوب را حساب می‌کنیم:

$$n(A)=\underbrace{10}_{\text{عدد اول}}\times\underbrace{9}_{\text{عدد دوم}}\times\underbrace{5}_{\text{عدد سوم}}$$

- عدد اول مضرب ۳ نباشد (باید یک عدد از بین ۱۰ عددی که مضرب ۳ نیستند، انتخاب کنیم).
- عدد دوم مضرب ۳ نباشد (یکی از اعدادی که مضرب ۳ نیست، در مرحلهٔ اول انتخاب شد، حالا می‌ماند ۹ عدد دیگر).
- عدد سوم مضرب ۳ باشد (باید یک عدد از بین ۵ عدد مضرب ۳ انتخاب کنیم).

گام تعداد کل حالات برای به ترتیب انتخاب‌کردن این سه عدد برابر است با:

$$n(S)=\underbrace{15}_{\text{عدد اول}}\times\underbrace{14}_{\text{عدد دوم}}\times\underbrace{13}_{\text{عدد سوم}}$$

گام احتمال وقوع پیشامد A برابر است با:

$$p(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\overset{5}{\cancel{10}}\times\overset{3}{\cancel{9}}\times\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{15}}\times\underset{7}{\cancel{14}}\times13}=\frac{15}{91}$$

روش از بین n عدد، ۳ عدد به طور متوالی و بدون جای‌گذاری انتخاب کرده‌ایم که عدد سوم با احتمال $\frac{1}{15}$ برابر ۱۰ است.، حالا چون در مورد ۲ عدد اول انتخاب‌شده هیچ اطلاعاتی نداریم، می‌توانیم فرض کنیم دو عدد اول اصلاً انتخاب نشده‌اند؛ یعنی احتمال این‌که از بین n عدد، یک عدد انتخاب کنیم (احتمال انتخاب هر عدد $\frac{1}{n}$ است.) و آن عدد ۱۰ باشد، $\frac{1}{15}$ است؛ پس:

$$\frac{1}{n}=\frac{1}{15}\Rightarrow n=15$$

ادامه مانند روش اول.

۲۳- گزینه ۳

شفاف‌سازی احتمال کسب مدال طلا برای او $\frac{1}{3}$ بوده و در صورتی که اصلی‌ترین رقیب خود را ببرد، به $\frac{1}{2}$ افزایش خواهد یافت. ⟸ احتمال کسب مدال طلا، به شرط بردن اصلی‌ترین رقیب برابر $\frac{1}{2}$ است.

درس‌نامه ۱) احتمال رخ‌دادن حداقل یکی از دو پیشامد A و B برابر است با:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

۲) احتمال رخ‌دادن پیشامد A به شرط رخ‌دادن پیشامد B برابر است با:

$$P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

گام ابتدا دو پیشامد A و B را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

پیشامد A: کشتی‌گیر رقیب اصلی خود را ببرد.

پیشامد B: کسب مدال طلا

احتمال این‌که این کشتی‌گیر رقیب اصلی خود را ببرد، $\frac{1}{5}$ و احتمال کسب مدال طلا $\frac{1}{3}$ است؛ پس $P(A)=\frac{1}{5}$ و $P(B)=\frac{1}{3}$ می‌شود.

گام احتمال کسب مدال طلا (B) برای او در صورتی که (یا به شرط این‌که) اصلی‌ترین رقیب خود را ببرد (A)، $\frac{1}{2}$ است؛ یعنی:

$$P(B\mid A)=\frac{1}{2}$$

حالا طبق مورد (۲) درس‌نامه داریم:

$$\frac{P(B\cap A)}{\underbrace{P(A)}_{\frac{1}{5}}}=\frac{1}{2}\Rightarrow P(A\cap B)=\frac{1}{10}$$

گام در آخر، احتمال این را می‌خواهیم که این کشتی‌گیر قهرمان شود (یا ← اجتماع) رقیب اصلی خود را ببرد:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{5}+\frac{1}{3}-\frac{1}{10}=\frac{6+10-3}{30}=\frac{13}{30}$$

مشاوره این سؤال کاملاً شبیه یکی از مثال‌های حل‌شدهٔ کتاب درسی است. فقط «تیم فوتبال» به «کشتی‌گیر» تبدیل شده. از تمرینات کتاب درسی غافل نشوید!

۲۴- گزینه ۱

استراتژی کافی است از رسم نمودار درختی (قانون احتمال کل) استفاده کنید تا به جواب برسید.

گام تعداد کل مهره‌ها $۴۵ = ۱۶ + ۱۵ + ۱۴$ تا است؛ احتمال انتخاب هر ظرف متناسب با تعداد مهره‌های آن ظرف است، پس احتمال انتخاب ظرف اول، دوم و سوم به ترتیب برابر $\frac{۱۶}{۴۵}$، $\frac{۱۵}{۴۵}$ و $\frac{۱۴}{۴۵}$ می‌شود.

گام تعداد مهره‌های قرمز سه ظرف به ترتیب ۴، ۶ و ۵ است؛ پس احتمال انتخاب مهرهٔ قرمز از ظرف اول، دوم و سوم به ترتیب برابر $\frac{۴}{۱۶}$، $\frac{۶}{۱۵}$ و $\frac{۵}{۱۴}$ می‌شود.

گام حالا نمودار درختی مناسب را رسم می‌کنیم:



گام بنابراین احتمال انتخاب مهرهٔ قرمز، برابر است با:

$$(\frac{\cancel{۱۶}}{۴۵} \times \frac{۴}{\cancel{۱۶}}) + (\frac{\cancel{۱۵}}{۴۵} \times \frac{۶}{\cancel{۱۵}}) + (\frac{\cancel{۱۴}}{۴۵} \times \frac{۵}{\cancel{۱۴}}) = \frac{۱۵}{۴۵} = \frac{۱}{۳}$$

تیزبازی چون احتمال انتخاب هر ظرف، متناسب با تعداد مهره‌های آن ظرف است، می‌توانیم فرض کنیم که همهٔ مهره‌های سه ظرف را درون یک ظرف جدید ریخته‌ایم و قرار است از این ظرف جدید یک مهره انتخاب کنیم. تعداد کل مهره‌ها ۴۵تا است که $۱۵ = ۵ + ۶ + ۴$ تا از آن‌ها قرمزند؛ پس احتمال انتخاب یک مهرهٔ قرمز برابر $\frac{۱۵}{۴۵} = \frac{۱}{۳}$ می‌شود.

۲۵- گزینه ۳

استراتژی f تابعی ثابت است که با توجه به آن، مقادیر m و n محاسبه می‌شوند. سپس با جای‌گذاری مقادیر m و n در مجموعهٔ داده‌شده و تابع فرض کردن آن، مقدار k نیز به دست می‌آید.

درس‌نامه ۱ تنها تابعی که در هر بازه هم صعودی و هم نزولی است، تابع ثابت است.

۲ در ضابطهٔ تابع ثابت، فقط عدد ثابت داریم؛ یعنی هیچ متغیری نداریم و ضریب همهٔ جمله‌های شامل x باید صفر شود. برای مثال اگر بخواهیم $f(x) = (a-۲)x^۲ + b\sqrt{x} - c$ تابعی ثابت باشد، باید $a = ۲$ و $b = ۰$ شود.

۳ مجموعه‌ای از زوج مرتب‌ها وقتی تابع می‌شوند که هیچ دو زوج مرتبی نداشته باشیم که مؤلفهٔ اول آن‌ها یکسان و مؤلفهٔ دوم آن‌ها متفاوت باشند، برای مثال مجموعهٔ زیر وقتی تابع می‌شود که $a = ۲$ و $b = ۴$ باشد. $\{(۱,۲),(۲,۳),(۱,a),(۲,b-۱)\}$

گام تابع f در هر بازه هم صعودی و هم نزولی است؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه، f تابع ثابت می‌شود. برای این‌که f تابع ثابت باشد (طبق مورد (۲) درس‌نامه)، باید ضرایب $x^۲$ و x صفر باشند، یعنی $m = ۰$ و $n = ۰$ شود تا هیچ متغیری در ضابطهٔ f وجود نداشته باشد.

گام می‌خواهیم مجموعهٔ زیر تابع باشد؛ پس:

$$\{(m,n-۱),(۰,k),(n-۱,m^۲+۲m-۱),(۳k+۲,۲k+۱)\}$$

به جای m و n صفر می‌گذاریم: $\{(۰,-۱),(۰,k),(-۱,-۱),(۳k+۲,۲k+۱)\}$

به دو زوج مرتب $(۰,-۱)$ و $(۰,k)$ توجه کنید. این دو زوج مرتب مؤلفهٔ اول یکسانی دارند؛ پس برای این‌که مجموعهٔ ما تابع باشد، باید مؤلفهٔ دوم آن‌ها هم برابر شود، یعنی $k = -۱$ است.

گام با توجه به این‌که $m=۰$، $n=۰$ و $k=-۱$ است، ضابطهٔ تابع $f(x)=mx^۲-nx-k$ به صورت $f(x) = ۱$ می‌شود؛ بنابراین $f(\sqrt{۵}) = ۱$ است.

۲۶- گزینه ۲

استراتژی ابتدا طرفین‌وسطین کنید و سپس به جای $\cos^۲ x$ قرار دهید $۱ - \sin^۲ x$ تا فقط sin داشته باشیم. حالا کافی است ریشه‌های معادله را به دست آورید تا جواب حاصل شود. *(فقط حواستون باشه که مخرج صفر نشه!)*

درس‌نامه ۱ اتحادهای مثلثاتی اولیه را در زیر ببینید:

$$\begin{cases} \sin^۲ x + \cos^۲ x = ۱ \\ \sin^۲ x = ۱ - \cos^۲ x \\ \cos^۲ x = ۱ - \sin^۲ x \end{cases}$$

۲ جواب‌های معادله‌های مثلثاتی خاص برای sin به صورت زیرند:

$$\begin{cases} \sin x = ۰ \Rightarrow x = k\pi \\ \sin x = ۱ \Rightarrow x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} \\ \sin x = -۱ \Rightarrow x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۲} \end{cases}$$

گام ابتدا طرفین‌وسطین می‌کنیم:

$$\frac{\cos x}{۱+\sin x} = \frac{۱+\sin x}{\cos x} \Rightarrow \cos^۲ x = (۱+\sin x)^۲$$

به جای $\cos^۲ x$ قرار می‌دهیم $۱ - \sin^۲ x$ و اتحاد $(۱+\sin x)^۲$ را باز می‌کنیم:

$$\cancel{۱} - \sin^۲ x = \cancel{۱} + ۲\sin x + \sin^۲ x \Rightarrow ۲\sin^۲ x + ۲\sin x = ۰$$

$$\Rightarrow ۲\sin x(\sin x + ۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \sin x = ۰ \\ \sin x = -۱ \end{cases}$$

دقت کنید جواب $\sin x = -۱$ قابل قبول نیست، چون به ازای آن، مخرج $\frac{\cos x}{۱+\sin x}$ و $\frac{۱+\sin x}{\cos x}$ صفر می‌شود؛ پس تنها جواب قابل قبول، $\sin x = ۰$ است.

گام جواب‌های $\sin x = ۰$ به صورت زیرند:

$$\sin x = ۰ \Rightarrow x = k\pi \Rightarrow x = \cdots, -۲\pi, -\pi, ۰, \pi, ۲\pi, \cdots$$

بنابراین کم‌ترین فاصله بین دو مقدار از جواب‌های آن، π است.

مشاوره معادلهٔ مثلثاتی جزء پای ثابت‌های کنکورهای سراسری است که برای حل سؤالات آن، باید به ساده‌سازی نسبت‌های مثلثاتی و فرمول‌های نسبت‌های دوآلفایی مسلط باشید.

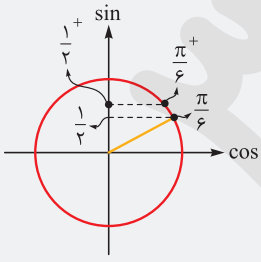
۲۷- گزینه ۴

استراتژی برای این‌که حاصل حد، نامتناهی شود، باید مخرج تابع در $x = \frac{\pi}{۳}$ برابر صفر شود که در این صورت مقدار a به دست می‌آید. حالا با رسم دایرهٔ مثلثاتی و پیداکردن علامت مخرج، باید در مورد علامت صورت بحث کنیم تا به کم‌ترین مقدار صحیح b برسیم.

درس‌نامه ۱ حاصل حد $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)}$، وقتی نامتناهی می‌شود که مخرج (همان $g(x)$) در $x = a$ برابر صفر شود. **۲** برای محاسبهٔ حد بی‌نهایت، از جدول زیر استفاده می‌کنیم:

$\frac{\text{عدد ناصفر منفی}}{۰^+} = -\infty$	$\frac{\text{عدد ناصفر مثبت}}{۰^+} = +\infty$
$\frac{\text{عدد ناصفر منفی}}{۰^-} = +\infty$	$\frac{\text{عدد ناصفر مثبت}}{۰^-} = -\infty$

۳ برای محاسبهٔ حد بی‌نهایت توابعی که مخرج آن‌ها مثلثاتی است، (مثلاً برای پیداکردن حاصل $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۶}^+} \frac{\sin x}{\frac{۱}{۲} - \sin x}$، می‌بینیم که حاصل مخرج در $x = \frac{\pi}{۶}$ برابر صفر است. حالا باید مقدار دقیق‌تر $\sin x$ در $x \to \frac{\pi}{۶}^+$ را بفهمیم تا ببینیم مخرج ۰^+ یا ۰^- می‌شود.) از دایرهٔ مثلثاتی کمک می‌گیریم. برای مثال:



$$\lim_{x \to \frac{\pi}{۶}^+} \frac{\sin x}{\frac{۱}{۲} - \sin x} = \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۲} - (\frac{۱}{۲})^+} = \frac{\frac{۱}{۲}}{۰^-} = -\infty$$

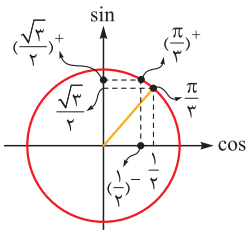
گام حاصل حد نامتناهی است؛ پس مخرج کسر $\frac{ax+b}{a\cos x - \sin x}$ در $x = \frac{\pi}{۳}$ باید برابر صفر شود:

$$a\cos x - \sin x = ۰ \xrightarrow{x=\frac{\pi}{۳}} a\cos\frac{\pi}{۳} - \sin\frac{\pi}{۳} = ۰$$

$$\Rightarrow a \times \frac{۱}{۲} - \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۰ \Rightarrow a = \sqrt{۳}$$

گام با جای‌گذاری $a=\sqrt{3}$ به $\lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{3})^+}\frac{\sqrt{3}x+b}{\sqrt{3}\cos x-\sin x}=-\infty$ می‌رسیم.

دیدیم که مخرج در $x=\frac{\pi}{3}$ برابر صفر است، حالا باید ببینیم علامت مخرج مثبت است یا منفی؛ پس از دایرهٔ مثلثاتی کمک می‌گیریم:



$$\Rightarrow \sqrt{3}\cos x-\sin x=\sqrt{3}\times(\tfrac{1}{2})^- -(\tfrac{\sqrt{3}}{2})^+$$
$$=(\tfrac{\sqrt{3}}{2})^- -(\tfrac{\sqrt{3}}{2})^+=0^-$$

گام علامت مخرج در $x\to\frac{\pi}{3}^+$، منفی است، حالا با توجه به مورد (۲) درس‌نامه، برای این‌که حاصل حد $-\infty$ شود، علامت صورت یعنی $\sqrt{3}x+b$ در $x\to\frac{\pi}{3}^+$ باید عددی مثبت باشد:

$$\sqrt{3}x+b \xrightarrow{x=\frac{\pi}{3}} \sqrt{3}\times\frac{\pi}{3}+b>0 \Rightarrow b>\frac{-\sqrt{3}\pi}{3}$$
$$\Rightarrow b>\frac{-\pi}{\sqrt{3}} \Rightarrow b>\frac{-3/14}{1/7}$$

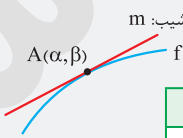
$-3/14$ ↓ $-\sqrt{3}/...$

بنابراین کم‌ترین مقدار صحیح b برابر -1 است.

۲۸- گزینه ۴

استراتژی با توجه به این‌که خط d با شیب $-\frac{1}{2}$ در نقطهٔ $(-1,5)$ بر f مماس است، متوجه می‌شویم که $f(-1)=5$ و $f'(-1)=-\frac{1}{2}$ است. حالا کافی است از دو طرف معادلهٔ $g(x)=\sqrt[3]{x}f(x)$ مشتق بگیرید و به جای x قرار دهید -1 تا جواب حاصل شود.

درس‌نامه ۱ اگر خط d با شیب m در نقطهٔ $A(\alpha,\beta)$ بر تابع $y=f(x)$ مماس شود، داریم: (الف) $f(\alpha)=\beta$ (ب) $f'(\alpha)=m$



۲ ضابطهٔ مشتق برخی از انواع توابع را در زیر ببینید:

فرمول مشتق	تابع
$\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$	$\sqrt[3]{x}$
$f'g+fg'$	$f.g$

گام خط d با شیب $-\frac{1}{2}$ در نقطهٔ $(-1,5)$ بر تابع f مماس است؛ پس با توجه به مورد (۱) درس‌نامه داریم: $f(-1)=5$ و $f'(-1)=-\frac{1}{2}$

گام حالا از دو طرف معادلهٔ $g(x)=\sqrt[3]{x}f(x)$ مشتق گرفته و به جای x قرار می‌دهیم -1:

$$g'(x)=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}f(x)+\sqrt[3]{x}\times f'(x)$$
$$\xrightarrow{x=-1} g'(-1)=\frac{1}{3}f(-1)-f'(-1)=\frac{1}{3}\times5-(-\frac{1}{2})=\frac{5}{3}+\frac{1}{2}=\frac{13}{6}$$

۲۹- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ برای محاسبهٔ طول نقاط اکسترمم یک تابع، کافی است ریشه‌های صورت و مخرج مشتق آن را محاسبه کنیم. (نقاط بستهٔ سر و ته بازهٔ دامنه هم می‌توانند طول نقاط اکسترمم باشند.) **۲** مشتق توابع به شکل $\sqrt{u}$ برابر $\frac{u'}{2\sqrt{u}}$ می‌شود.

گام دامنهٔ تابع f از اشتراک دامنهٔ دو عبارت رادیکالی به دست می‌آید:

$$\begin{cases}\sqrt{x}: x\geq0\\ \sqrt{a-2x}: a-2x\geq0\Rightarrow x\leq\frac{a}{2}\end{cases}\xrightarrow[a>0]{\cap}[0,\frac{a}{2}]$$

گام ابتدا ضابطهٔ مشتق تابع f را به دست می‌آوریم:

$$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{a-2x}\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{-2}{2\sqrt{a-2x}}=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{a-2x}}$$

مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{\sqrt{a-2x}-2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}\times\sqrt{a-2x}}$$

گام برای به دست آوردن طول نقاط اکسترمم، ریشه‌های صورت و مخرج را محاسبه می‌کنیم:

صورت: $\sqrt{a-2x}-2\sqrt{x}=0\Rightarrow\sqrt{a-2x}=2\sqrt{x}\xrightarrow{\text{توان ۲}}a-2x=4x$

$$\Rightarrow 6x=a\Rightarrow x=\frac{a}{6}$$

مخرج: $2\sqrt{x}\times\sqrt{a-2x}=0\Rightarrow\begin{cases}\sqrt{x}=0\Rightarrow x=0\\ \sqrt{a-2x}=0\Rightarrow x=\frac{a}{2}\end{cases}$

گام بنابراین طول نقاط اکسترمم از بین $x=0$، $x=\frac{a}{2}$ و $x=\frac{a}{6}$ به دست می‌آید (هر سه مقدار در D_f هستند). حالا مقدار f در این نقاط را محاسبه می‌کنیم تا بیشترین و کم‌ترین مقدار تابع $f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{a-2x}$ به دست آید:

$$f(0)=0+\sqrt{a}=\sqrt{a}$$
$$f(\tfrac{a}{6})=\sqrt{\tfrac{a}{6}}+\sqrt{\tfrac{4a}{6}}=\sqrt{\tfrac{a}{6}}+2\sqrt{\tfrac{a}{6}}=3\sqrt{\tfrac{a}{6}}=\sqrt{\tfrac{9a}{6}}=\sqrt{\tfrac{3a}{2}}$$
$$f(\tfrac{a}{2})=\sqrt{\tfrac{a}{2}}+\sqrt{a-a}=\sqrt{\tfrac{a}{2}}$$

با توجه به مقادیر به دست آمده، واضح است که بیشترین مقدار f، $\sqrt{\frac{3a}{2}}$ و کم‌ترین مقدار آن $\sqrt{\frac{a}{2}}$ است.

گام حاصل‌ضرب بیشترین و کم‌ترین مقدار f برابر $\sqrt{12}$ می‌شود:

$$\sqrt{\tfrac{3a}{2}}\times\sqrt{\tfrac{a}{2}}=\sqrt{12}\xrightarrow{\text{توان ۲}}\tfrac{3a}{2}\times\tfrac{a}{2}=12\Rightarrow\tfrac{3a^2}{4}=12\Rightarrow a^2=16\xrightarrow{a>0}a=4$$

در آخر $[a]=[4]=4$ است.

۳۰- گزینه ۴

استراتژی ابتدا شکل سؤال را رسم کنید، بعد مختصات مرکز و طول شعاع دایره را به دست آورید، در آخر کافی است با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس، فاصلهٔ مرکز تا وتر را به دست آورید تا جواب حاصل شود.

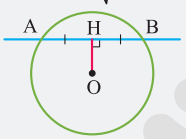
درس‌نامه ۱ معادلهٔ گستردهٔ دایره به شکل $x^2+y^2+ax+by+c=0$ است که با استفاده از آن می‌توانیم مختصات مرکز و شعاع دایره را به دست آوریم:

مختصات مرکز: $O(-\frac{a}{2},-\frac{b}{2})$ $\qquad r=\frac{\sqrt{a^2+b^2-4c}}{2}$

۲ فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_0,y_0)$ از خط $ax+by+c=0$ برابر است با:

$$AH=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

۳ اگر از مرکز دایره، عمودی بر وتر دلخواه $AB=3$ رسم کنیم، وتر نصف می‌شود، یعنی $AH=BH$ است:



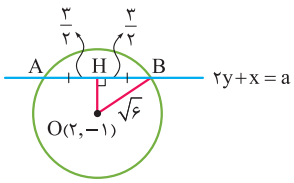
گام ابتدا معادلهٔ دایره را به صورت گسترده می‌نویسیم و مختصات مرکز و شعاع آن را به دست می‌آوریم:

$$x^2+y^2\overset{a}{-4}x\overset{b}{+2}y\overset{c}{-1}=0$$

مختصات مرکز: $O(2,-1)$

$$r=\frac{\sqrt{16+4+4}}{2}=\frac{\sqrt{24}}{2}=\frac{2\sqrt{6}}{2}=\sqrt{6}$$

گام حالا شکل مسئله را رسم می‌کنیم. فرض کنید خط $2y+x=a$، وتر $AB=3$ را روی دایره به وجود می‌آورد. از مرکز، عمود OH را بر وتر AB رسم می‌کنیم. طبق مورد (۳) درس‌نامه، $AH=BH=\frac{3}{2}$ می‌شود.



شعاع دایره برابر $\sqrt{6}$ است؛ پس $OB=\sqrt{6}$ می‌شود. حالا با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث OBH، طول OH را محاسبه می‌کنیم:

$$OH^2+BH^2=OB^2\Rightarrow OH^2+\frac{9}{4}=6\Rightarrow OH^2=\frac{24-9}{4}\Rightarrow OH=\frac{\sqrt{15}}{2}$$

گام فاصلهٔ نقطهٔ $O(۲,-۱)$ از وتر AB با معادلهٔ خط $۲y+x=a$ (یا همان $x+۲y-a=۰$) برابر $\frac{\sqrt{۱۵}}{۲}$ است. با استفاده از مورد (۲) درس‌نامه، فاصلهٔ نقطهٔ $(۲,-۱)$ را از خط $x+۲y-a=۰$ حساب می‌کنیم:

$$OH=\frac{|۲-۲-a|}{\sqrt{۱^۲+۲^۲}}=\frac{|a|}{\sqrt{۵}}$$

این فاصله باید برابر با $\frac{\sqrt{۱۵}}{۲}$ باشد:

$$\frac{|a|}{\sqrt{۵}}=\frac{\sqrt{۱۵}}{۲}\Rightarrow |a|=\frac{\sqrt{۷۵}}{۲}=\frac{\sqrt{۲۵\times ۳}}{۲}=\frac{۵\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow a=\pm\frac{۵\sqrt{۳}}{۲}$$

پس اختلاف مقادیر a برابر است با:

$$\frac{۵\sqrt{۳}}{۲}-\left(-\frac{۵\sqrt{۳}}{۲}\right)=۵\sqrt{۳}$$

فیزیک

۳۱- گزینه ۱

شفاف‌سازی **بزرگی سرعت متوسط در ۱۰ ثانیهٔ اول**: سرعت متحرک در لحظهٔ $t=۵\ s$.

درس‌نامه ۱ در حرکت راست‌خط شتاب ثابت، سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی معین $t_۱$ تا $t_۲$، برابر با سرعت متحرک در لحظهٔ وسط این بازه است. یعنی:

$$v_{av(t_۱,t_۲)}=v_{\left(\frac{t_۱+t_۲}{۲}\right)}$$

۲ می‌دانیم در یک حرکت راست‌خط شتاب ثابت، شتاب لحظه‌ای از رابطهٔ $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ محاسبه می‌شود. این رابطه را برای هر بازهٔ زمانی دلخواه در طی این حرکت می‌توانیم بنویسیم؛ یعنی:

$$\begin{cases} a=\frac{\Delta v_۱}{\Delta t_۱} \\ a=\frac{\Delta v_۲}{\Delta t_۲} \end{cases}\Rightarrow \frac{\Delta v_۱}{\Delta t_۱}=\frac{\Delta v_۲}{\Delta t_۱}$$

گام سرعت در لحظهٔ وسط دو بازهٔ زمانی $t_۱=۲\ s$ تا $t_۲=۴\ s$ و $t_۳=۶\ s$ را پیدا می‌کنیم:

$$v_{(۳\ s)}=v_{av(۲\ s,۴\ s)}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۶۴-۵۴}{۴-۲}=۵\ m/s$$

$$v_{(۴\ s)}=v_{av(۲\ s,۶\ s)}=\frac{x_۳-x_۱}{t_۳-t_۱}=\frac{۵۴-۵۴}{۶-۲}=۰$$

گام سرعت متوسط متحرک در ۱۰ ثانیهٔ اول، برابر با سرعت متحرک در لحظهٔ وسط این بازهٔ زمانی یعنی لحظهٔ $t=۵s$ است. سرعت در لحظه‌های $t=۳\ s$ و $t=۴\ s$ را داریم و می‌خواهیم سرعت متحرک در لحظهٔ $t=۵\ s$ را به دست بیاوریم. از آن‌جایی که شتاب ثابت است، می‌توانیم نسبت $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ را برای دو بازهٔ زمانی ۳ s تا ۴ s و ۴ s تا ۵ s برابر قرار دهیم:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{\Delta v'}{\Delta t'}\Rightarrow \frac{v_{(۵\ s)}-v_{(۴\ s)}}{۵-۴}=\frac{v_{(۴\ s)}-v_{(۳\ s)}}{۴-۳}$$

$$\Rightarrow \frac{v_{(۵\ s)}-۰}{۱}=\frac{۰-۵}{۱}\Rightarrow v_{(۵\ s)}=-۵\ m/s$$

پس بزرگی سرعت متوسط متحرک در ۱۰ ثانیهٔ اول برابر با $۵\ m/s$ است.

تیزبازی لحظهٔ وسط ۱۰ ثانیهٔ اول $(t=۵\ s)$، لحظهٔ وسط بازهٔ زمانی $t_۲=۴\ s$ تا $t_۳=۶\ s$ است. پس سرعت متوسط در ۱۰ ثانیهٔ اول برابر با سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $t_۲=۴\ s$ تا $t_۳=۶\ s$ است

$$v_{av(۰,۱۰s)}=v_{av(۴s,۶s)}\xrightarrow{v_{av(۴s,۶s)}=\frac{x_۳-x_۲}{t_۳-t_۲}} v_{av(۰,۱۰s)}=\frac{۵۴-۶۴}{۶-۴}=-۵\ m/s$$

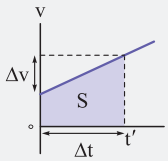
پس بزرگی سرعت متوسط در ۱۰ ثانیهٔ اول برابر با $۵\ m/s$ است.

مشاوره در حرکت راست‌خط شتاب ثابت، هر وقت صحبت از سرعت متوسط شد، به یاد سرعت لحظهٔ وسط بیفتید. احتمالاً کلید حل سؤال در همین موضوع است.

۳۲- گزینه ۳

شفاف‌سازی **بزرگی شتاب در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۱$، ۲ برابر بزرگی شتاب در بازهٔ زمانی $۲t_۱$ تا $t_۲$ است**: قدرمطلق شیب نمودار $v-t$ در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۱$، ۲ برابر شیب این نمودار در بازهٔ زمانی $۲t_۱$ تا $t_۲$ است.

درس‌نامه ۱ در نمودار سرعت ـ زمان مانند شکل روبه‌رو، با محاسبهٔ مساحت محصور بین نمودار و محور t (یعنی S) می‌توانیم مسافت پیموده‌شده توسط متحرک (ℓ) را حساب کنیم:

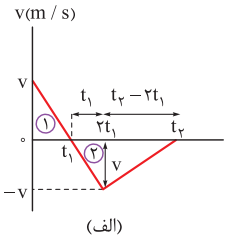


$$\ell=S$$

۲ شیب نمودار سرعت ـ زمان بیانگر شتاب متحرک است. مثلاً برای نمودار بالا داریم:

$$\text{شیب}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow \text{شیب}=a$$

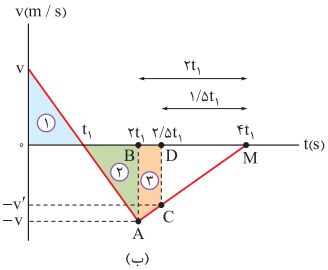
گام در شکل (الف) معلوم است که مثلث‌های (۱) و (۲) با هم یکسان‌اند، پس اگر سرعت متحرک در لحظهٔ صفر را v در نظر بگیریم، سرعت متحرک در لحظهٔ $۲t_۱$ برابر $-v$ می‌شود. از سوی دیگر، طبق گفتهٔ سؤال، بزرگی شتاب (یا همان قدرمطلق شیب نمودار) در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $۲t_۱$ (یا صفر تا $t_۱$)، ۲ برابر بزرگی شتاب (شیب) در بازهٔ زمانی $۲t_۱$ تا $t_۲$ است و براساس شکل (الف) برای دو بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $۲t_۱$ و $۲t_۱$ تا $t_۲$ می‌توانیم بنویسیم:



$$|a_۱|=۲a_۲\Rightarrow |\text{شیب خط در بازهٔ زمانی } t_۱ \text{ تا } ۲t_۱|=۲(\text{شیب خط در بازهٔ زمانی } ۲t_۱ \text{ تا } t_۲)\Rightarrow \frac{v}{۲t_۱-t_۱}=۲\frac{v}{t_۲-۲t_۱}$$

$$\Rightarrow ۲t_۱=t_۲-۲t_۱\Rightarrow t_۲=۴t_۱$$

گام برای این‌که بتوانیم تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $۲/۵t_۱$ را حساب کنیم، باید سرعت متحرک در لحظهٔ $۲/۵t_۱$ (یعنی $-v'$) را داشته باشیم.



از تشابه دو مثلث $\overset{\Delta}{ABM}$ و $\overset{\Delta}{CDM}$ در شکل (ب)، v' را برحسب v پیدا می‌کنیم:

$$\frac{CD}{AB}=\frac{MD}{MB}\Rightarrow \frac{v'}{v}=\frac{۱/۵t_۱}{۲t_۱}\Rightarrow v'=\frac{۳}{۴}v$$

گام برای محاسبهٔ مسافت طی‌شده در بازه‌های زمانی صفر تا $t_۱$ و $t_۱$ تا $۲/۵t_۱$ باید مساحت بخش‌های (۱)، (۲) و (۳) در شکل (ب) را بنویسیم:

$$\ell_۱=S_۱=(۱)\text{ مساحت مثلث}=\frac{t_۱\times v}{۲}=\frac{۱}{۲}vt_۱$$

$$(۲)\text{ مساحت مثلث}+(۳)\text{ مساحت ذوزنقهٔ}=\frac{t_۱\times v}{۲}+\frac{v'+v}{۲}\times(۰/۵t_۱)$$

$$\ell_۲=S_۲+S_۳\xrightarrow{v'=\frac{۳}{۴}v}\ell_۲=\frac{vt_۱}{۲}+\frac{\frac{۳}{۴}v+v}{۲}\times ۰/۵t_۱=\frac{vt_۱}{۲}+\frac{۷v}{۱۶}t_۱=\frac{۱۵}{۱۶}vt_۱$$

گام فقط می‌ماند نسبت تندی متوسط متحرک در بازه‌های خواسته‌شده را بنویسیم:

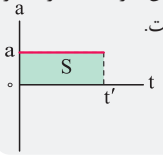
$$\frac{s_{av(۰,t_۱)}}{s_{av(t_۱,۲/۵t_۱)}}=\frac{\frac{\ell_۱}{\Delta t_۱}}{\frac{\ell_۲}{\Delta t_۲}}=\frac{\frac{\frac{۱}{۲}vt_۱}{t_۱-۰}}{\frac{\frac{۱۵}{۱۶}vt_۱}{۲/۵t_۱-t_۱}}=\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۵}{۸}}=\frac{۴}{۵}$$

مشاوره در نمودارهای سرعت ـ زمان، مهارت در استفاده از شیب نمودار و توانایی در محاسبهٔ سطح زیر نمودار خیلی مهم است. این مهارت‌ها را جدی بگیرید.

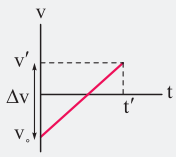
۳۳- گزینه ۲

درس‌نامه **رسم نمودار سرعت ـ زمان از روی نمودار شتاب ـ زمان**:

در حرکت‌های راست‌خط شتاب ثابت، یکی از روش‌های سریع، پیداکردن سرعت متحرک در ابتدا و انتهای بازهٔ زمانی مورد نظرمان و رسم نمودار سرعت ـ زمان است. برای این کار، کمکی که نمودار شتاب ـ زمان (مانند شکل روبه‌رو) به ما می‌کند، این است که با رابطهٔ $\Delta v=a\Delta t$ یا محاسبهٔ سطح زیر نمودار (S)، می‌توانیم تغییرات سرعت را حساب کنیم: $\Delta v=S$



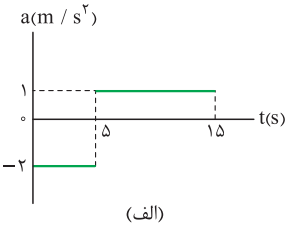
بنابراین اگر سرعت در یک لحظه (مثلاً سرعت اولیه) را در صورت سؤال به ما بدهند، به راحتی می‌توانیم سرعت در لحظه‌های دیگر (مثلاً سرعت در لحظهٔ t') را حساب کنیم و با رسم یک خط راست، نمودار سرعت ـ زمان را مانند شکل روبه‌رو رسم کنیم.



$$\Delta v = v' - v_0 \Rightarrow v' = \Delta v + v_0$$

گام **محاسبهٔ سرعت متحرک در لحظه‌های $t_1 = 5\ s$ و $t_2 = 15\ s$:**

در حرکت اول در بازهٔ زمانی صفر تا $5\ s$، سرعت اولیه $v_0 = 10\ m/s$ و شتاب $-2\ m/s^2$ است؛ پس سرعت در لحظهٔ $t_1 = 5\ s$ برابر می‌شود با:



(الف)

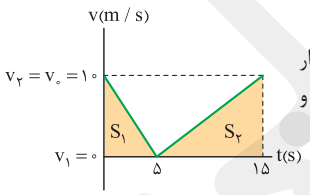
$$\Delta v_1 = a_1 \Delta t_1 \xrightarrow{\Delta v_1 = v_1 - v_0} v_1 - 10 = (-2)\times(5) \Rightarrow v_1 = 0$$

در حرکت دوم در بازهٔ زمانی $5\ s$ تا $15\ s$، سرعت ابتدایی همین v_1 است که حساب کردیم. پس سرعت در لحظهٔ $t_2 = 15\ s$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Delta v_2 = a_2 \Delta t_2 \xrightarrow{\Delta v_2 = v_2 - v_1} v_2 - 0 = 1\times(15-5) \Rightarrow v_2 = 10\ m/s$$

گام **رسم نمودار سرعت ـ زمان:**

با توجه به سرعت‌هایی که حساب کردیم، نمودار سرعت ـ زمان را در دو بازهٔ زمانی صفر تا $5\ s$ و $5\ s$ تا $15\ s$ به صورت شکل (ب) رسم می‌کنیم.



(ب)

گام **بررسی عبارت‌ها:** الف) همان‌طور که در نمودار بالا می‌بینید، سرعت متحرک هرگز منفی نمی‌شود. در لحظهٔ $t = 5\ s$ سرعت متحرک صفر می‌شود، اما نمودار از محور t عبور نمی‌کند. یعنی علامت سرعت تغییر نکرده است و جهت بردار سرعت متحرک **عوض نمی‌شود.** ×

تکلیف نادرستی این عبارت، مشخص شده است، اما بیاید دربارهٔ تغییر جهت بردار مکان متحرک هم صحبت کنیم. متحرک همواره در جهت محور x حرکت کرده است. همچنین در همان ۵ ثانیهٔ اول سطح زیر نمودار سرعت ـ زمان برابر $S_1 = 25$ است؛ یعنی متحرک $25\ m$ در جهت مثبت جابه‌جا شده است. با توجه به این‌که مکان اولیهٔ متحرک $x_0 = -10\ m$ است، پس حتماً یک بار از مبدأ مکان عبور کرده و بردار مکانش یک مرتبه تغییر جهت داده است.

ب) در بررسی مورد (الف) دیدیم که جهت حرکت متحرک عوض نمی‌شود. بنابراین مسافت طی‌شده توسط متحرک با اندازهٔ جابه‌جایی آن **برابر** است. ✓

پ) سرعت متحرک در لحظه‌های $t = 0$ و $t = 15\ s$ برابر است؛ پس شتاب متوسط متحرک در این بازهٔ زمانی، **صفر** است:

$$a_{av(0,15s)} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{(15s)} - v_0}{15 - 0} = \frac{10-10}{15} = 0$$ ✓

ت) واضح است که جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $15\ s$ (مساحت زیر نمودار) **صفر نیست!**

بد نیست سرعت متوسط متحرک در این بازه را حساب کنیم: ×

$$\left.\begin{array}{l} (1)\text{ مساحت ناحیهٔ: } S_1 = \frac{5\times 10}{2} = 25\ m \\ (2)\text{ مساحت ناحیهٔ: } S_2 = \frac{10\times 10}{2} = 50\ m \end{array}\right\}$$

$$\text{جابه‌جایی: } \Delta x = S_1 + S_2 = 25 + 50 = 75\ m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{75}{15} = 5\ m/s$$

۳۴- گزینه ۴

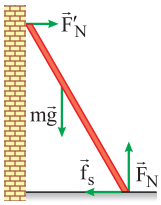
شفاف‌سازی **بیشترین نیرویی که این نردبان به سطح افقی وارد می‌کند:** نردبان در آستانهٔ حرکت است و نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر آن بیشینه است.

درس‌نامه ۱ وقتی جسمی با یک سطح در تماس است، جسم و سطح به هم دو نیرو وارد می‌کنند؛ نیروی عمودی سطح $(\vec{F}_N)$ و نیروی اصطکاک $(\vec{f})$. نیروی اصطکاک می‌تواند ایستایی $(\vec{f}_s)$، ایستایی بیشینه $(\vec{f}_{s,max})$ یا جنبشی $(\vec{f}_k)$ باشد. نیرویی که سطح و جسم به هم وارد می‌کنند، برایند این دو نیروی عمود بر هم است و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$

۲ در حالتی که جسم در آستانهٔ حرکت است، نیروی اصطکاک وارد بر آن ایستایی بیشینه و اندازهٔ آن برابر است با:

$$f_{s,max} = F_N \mu_s \rightarrow \text{ضریب اصطکاک ایستایی}$$
$$\downarrow$$
$$\text{اندازهٔ نیروی عمودی سطح}$$



ابتدا مطابق شکل مقابل نیروهای وارد بر نردبان را مشخص می‌کنیم. به این نردبان ساکن، از طرف سطح افقی، نیروی عمودی سطح $(\vec{F}_N)$ و نیروی اصطکاک ایستایی $(\vec{f}_s)$ و از طرف دیوار، نیروی عمودی سطح $(\vec{F}'_N)$ وارد می‌شود. وزن $(m\vec{g})$ هم که همیشه است. با توجه به تعادل نردبان در راستای قائم، داریم:

$$F_N = mg$$

طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که نردبان به سطح افقی وارد می‌کند، با نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند، هم‌اندازه است. اندازهٔ این نیرو (R) از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2}$$

در این رابطه، $F_N = mg$ و ثابت است؛ بنابراین مقدار R وقتی بیشینه است که f_s بیشینه باشد (یعنی نردبان در آستانهٔ حرکت قرار گیرد.) در نتیجه داریم:

$$R_{max} = \sqrt{F_N^2 + f_{s,max}^2}$$

$$\xrightarrow{f_{s,max} = F_N \mu_s} R_{max} = \sqrt{F_N^2 + (F_N\mu_s)^2} = F_N \times \sqrt{1+\mu_s^2}$$

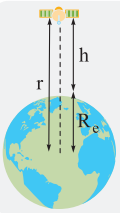
$$\xrightarrow{F_N = mg} R_{max} = mg \times \sqrt{1+\mu_s^2} = 25\times 10 \times \sqrt{1+(\frac{4}{10})^2}$$

$$= 250\times\sqrt{1+\frac{16}{100}} = 250\times\sqrt{\frac{116}{100}} = 250\times\sqrt{\frac{29}{25}} = 50\sqrt{29}\ N$$

مشاوره این تست برگرفته از یکی از تمرین‌های کتاب درسی است. در چند سال گذشته طراحان کنکور، بارها و بارها از این تمرین کتاب درسی برای طرح تست استفاده کرده‌اند. بنابراین تمرین‌های کتاب درسی را خیلی جدی بگیرید!

۳۵- گزینه ۴

درس‌نامه **شتاب گرانشی در فاصلهٔ r از مرکز زمین:** $g' = \frac{GM_e}{r^2}$.



اگر فاصله تا سطح زمین h و شعاع زمین R_e باشد، داریم: $r = R_e + h$.

◇ شکل تناسبی رابطه:

$$\frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^2 \leftarrow \text{شتاب گرانشی در ارتفاع h از سطح زمین}$$
$$\leftarrow \text{شتاب گرانشی در سطح زمین}$$

از رابطه‌ای که در درس‌نامهٔ بالا گفتیم، استفاده می‌کنیم. در این تست، $g = 9/8\ m/s^2$، $R_e = 6400\ km$ و $h = 1600\ km$ است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^2 \Rightarrow \frac{g'}{9/8} = \left(\frac{6400}{6400+1600}\right)^2 = \left(\frac{4\times 1600}{5\times 1600}\right)^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

($6400 + 1600 = 4\times 1600$)

$$\Rightarrow g' = \frac{16}{25}\times 9/8 = 6/272\ m/s^2$$

۳۶- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ انرژی مکانیکی نوسانگر، برابر با مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگر است، یعنی:

$$E = U + K$$

◇ بیشینهٔ انرژی جنبشی (K_{max}) و بیشینهٔ انرژی پتانسیل (U_{max}) برابر با انرژی مکانیکی (E) است:

$$U_{max} = K_{max} = E$$

۲ انرژی جنبشی جسمی به جرم m و سرعت v برابر است با:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

۳ تکانهٔ جسمی به جرم m و سرعت v برابر است با:

$$p = mv$$

۴ **رابطهٔ بین انرژی جنبشی و تکانه:**

$$K = \frac{p^2}{2m}$$

روش **گام** بیشینهٔ تکانهٔ نوسانگر را داریم. پس به کمک رابطهٔ $p = mv$، بیشینهٔ تندی آن را می‌توانیم حساب کنیم:

$$p_{max} = mv_{max} \Rightarrow 2\pi\times 10^{-3} = \frac{1}{10}\times v_{max} \Rightarrow v_{max} = 2\pi\times 10^{-2}\ m/s$$

گام انرژی مکانیکی نوسانگر با بیشینهٔ انرژی جنبشی آن برابر است، بنابراین داریم:

$$E = K_{max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 = \frac{1}{2}\times\frac{1}{10}\times(2\pi\times10^{-2})^2 = \frac{1}{2}\times\frac{1}{10}\times4\pi^2\times10^{-4}$$

$$= 2\pi^2\times10^{-5}\ J \xrightarrow{10^{-6}\ J=1\mu J} E = 20\pi^2\ \mu J$$

روش اگر فرمول $K = \frac{p^2}{2m}$ را بلد باشید، کارتان کمی ساده‌تر است. انرژی مکانیکی نوسانگر با بیشینهٔ انرژی جنبشی آن یکسان و برابر است با:

$$E = K_{max} = \frac{p_{max}^2}{2m} = \frac{(2\pi\times10^{-3})^2}{2\times0/1} = \frac{4\pi^2\times10^{-6}}{0/2} = 20\pi^2\times10^{-6}\ J$$

$$\xrightarrow{10^{-6}\ J=1\mu J} E = 20\pi^2\ \mu J$$

۳۷- گزینه ۲

شفاف‌سازی **تندی نوسانگر در لحظهٔ عبور از نقطهٔ تعادل:** تندی بیشینهٔ نوسانگر

درس‌نامه **در حرکت هماهنگ ساده:**

◇ **رابطهٔ شتاب ـ مکان:** (بسامد زاویه‌ای)

$$a = -\omega^2 x$$

(اندازهٔ شتاب بیشینه)

$$a_{max} = \omega^2 A \quad (\text{در نقاط بازگشت})$$

(دامنه)

رابطهٔ تندی بیشینه:

$$v_{max} = A\omega \quad (\text{در نقطهٔ تعادل})$$

گام

نکته رابطهٔ بین دامنهٔ نوسان (A) و طول پاره‌خط نوسان: $A = \frac{\text{طول پاره‌خط نوسان}}{2}$

با توجه به نکتهٔ بالا، A به صورت مقابل محاسبه می‌شود: $2A = 8 \Rightarrow A = 4\ cm = \frac{4}{100}\ m$

گام شتاب نوسانگر در یک مکان را می‌دانیم. پس به سراغ رابطهٔ شتاب ـ مکان می‌رویم:

$$a = -\omega^2 x \xrightarrow[\text{کاری نداریم.}]{\text{با علامت x و a}} |a| = \omega^2|x| \Rightarrow \frac{\pi^2}{2} = \omega^2\times\frac{2}{100}$$

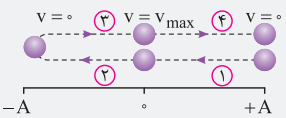
$$\Rightarrow 25\pi^2 = \omega^2 \xrightarrow{\text{جذر}} \omega = 5\pi\ rad/s$$

گام در لحظهٔ عبور نوسانگر از نقطهٔ تعادل، تندی آن بیشینه و برابر با $v_{max} = A\omega$ است. بنابراین با توجه به نتایج گام‌های اول و دوم داریم:

$$v_{max} = A\omega = \frac{4}{100}\times5\pi = \frac{\pi}{5}\ m/s$$

۳۸- گزینه ۱

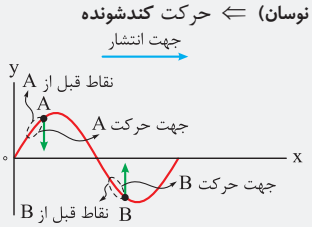
درس‌نامه ۱ **توصیف نوع حرکت نوسانگر در یک نوسان کامل:**



۱ و ۳ : نوسانگر در حال **نزدیک‌شدن به مبدأ (مرکز نوسان)** ⇐ حرکت **تندشونده**

۲ و ۴ : نوسانگر در حال **دورشدن از مبدأ (مرکز نوسان)** ⇐ حرکت **کندشونده**

۲ در یک موج عرضی، برای تعیین جهت حرکت هر یک از ذرات محیط در هر لحظه، از قاعدهٔ مقابل استفاده می‌کنیم:



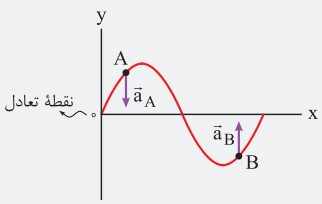
با توجه به جهت انتشار، هر ذره (نقطه) قرار است شبیه ذرات (نقاط) قبل از خود شود.

۳ برای تعیین جهت شتاب هر ذره، ۲ راهکار وجود دارد:

الف) طبق رابطهٔ $a = -\omega^2 x$، جهت شتاب ذره در خلاف جهت بردار مکان ذره است.

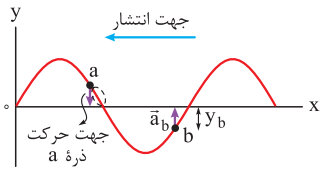
ب) جهت شتاب ذره همواره به سمت نقطهٔ تعادل ذره است.

در شکل روبه‌رو جهت شتاب ذرات A و B را نشان داده‌ایم:



گام در این لحظه، انرژی جنبشی ذرهٔ a و در نتیجه تندی آن در حال افزایش است؛ بنابراین ذرهٔ a در حال نزدیک‌شدن به نقطهٔ تعادل خود است، یعنی حرکت به سمت پایین.

همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، ذرهٔ a می‌خواهد شبیه نقاط سمت راست خود (ناحیهٔ خط‌چین) شود. پس موج از سمت راست به ذرهٔ a می‌رسد، یعنی موج **در خلاف جهت محور x** در حال انتشار است.



گام **روش** می‌دانیم در حرکت نوسانی ساده، شتاب ذره همواره در خلاف جهت بردار مکان آن است. ذرهٔ b که در حال حرکت نوسانی ساده است، پایین‌تر از نقطهٔ تعادل خود قرار دارد (y_b منفی است). یعنی بردار مکان این ذره به طرف پایین است؛ پس شتاب آن به سمت بالا، یعنی **در جهت محور y** است.

روش شتاب نوسانگر ساده همیشه به سمت نقطهٔ تعادل است؛ پس شتاب ذرهٔ b باید به سمت نقطهٔ تعادلش، یعنی به سمت بالا (**در جهت محور y**) باشد.

تله حرکت ذرهٔ a در جهتی است که شبیه ذرات **قبل** از خود شود. تعیین جهت انتشار موج هم، براساس این موضوع است که ذرات قبل از a در کدام سمت ذرهٔ a قرار دارند. هرگونه بی‌دقتی در این مسیر، شما را به گزینهٔ نادرست می‌رساند. در این تست، ۳ احتمالاً قربانی‌های زیادی گرفته است.

۳۹- گزینه ۳

درس‌نامه **تراز شدت صوت:** (برحسب دسی‌بل (dB))

$$\beta = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad (I_0 = 10^{-12}\ W/m^2 \text{ شدت صوت مرجع})$$

◇ معمولاً برای حل تست‌های این موضوع، دانستن روابط لگاریتمی زیر ضروری است:

$$\log(10^n) = n\log(10),\ \log(AB) = \log A + \log B,\ \log\left(\frac{A}{B}\right) = \log A - \log B$$

کافی است از رابطه‌ای که در درس‌نامه دیدیم، استفاده کنیم. تنها چالش سؤال، محاسبات لگاریتمی است:

$$\beta = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \xrightarrow{\frac{I}{I_0}=2\sqrt{10}\times10^5} \beta = 10\log(2\sqrt{10}\times10^5)$$

$$= 10\times[\log(2) + \log(\sqrt{10}) + \log(10^5)] = 10\times[0/3 + \frac{1}{2} + 5] = 10\times5/8 = 58\ dB$$

تله اگر در فرمول $\beta = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$، عدد ۱۰ را جا انداخته باشید، به اشتباه به ۱ می‌رسید.

۴۰- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ **رابطهٔ بین طول موج و بسامد فوتون:**

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (c = 3\times10^8\ m/s \text{ تندی نور در خلأ})$$

۲ **معادلهٔ ریدبرگ:** طول موج خط‌های طیف گسیلی اتم هیدروژن در هر رشته از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad (n > n' \text{ و } R \simeq 0/01\ (nm)^{-1} \text{ ثابت ریدبرگ})$$

(شمارهٔ رشته)

◇ در این رابطه، طول موج (λ) برحسب نانومتر است.

◇ شماره و نام رشته‌ها به صورت جدول زیر است:

شمارهٔ رشته (n')	۱	۲	۳	۴	۵
نام رشته	لیمان	بالمر	پاشن	براکت	پفوند

گام

نکته در اتم هیدروژن، شمارهٔ خط طیف گسیلی در رشتهٔ n' از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$n' = n - n'$$ شمارهٔ خط طیف گسیلی در رشتهٔ n'

براساس نکتهٔ بالا، اولین و دومین خط طیف اتم هیدروژن در رشتهٔ n'، به ترتیب مربوط به گذار از ترازهای $n'+1$ و $n'+2$ است؛ زیرا: $n = n'+1 \Rightarrow n - n' = 1$ (اولین خط طیفی)

$n = n'+2 \Rightarrow n - n' = 2$ (دومین خط طیفی)

ابتدا به کمک معادلهٔ ریدبرگ به سراغ طول موج مربوط به این دو گذار می‌رویم:

$$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})\Rightarrow\begin{cases}\text{اولین خط: } \frac{1}{\lambda_1}=\frac{1}{100}\times(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{(n'+1)^2})\\ \text{دومین خط: } \frac{1}{\lambda_2}=\frac{1}{100}\times(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{(n'+2)^2})\end{cases}$$

حالا طرفین دو عبارت بالا را از هم کم می‌کنیم: $\frac{1}{\lambda_2}-\frac{1}{\lambda_1}=\frac{1}{100}\times(\frac{1}{(n'+1)^2}-\frac{1}{(n'+2)^2})$

گام صحبت از اختلاف بسامد دو خط است، پس به کمک رابطهٔ $\lambda=\frac{c}{f}$ داریم:

$$\lambda=\frac{c}{f}\Rightarrow f=\frac{c}{\lambda}\Rightarrow\begin{cases}\text{اولین خط: } f_1=\frac{c}{\lambda_1}\\ \text{دومین خط: } f_2=\frac{c}{\lambda_2}\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{از هم کم می‌کنیم}} f_2-f_1=\frac{c}{\lambda_2}-\frac{c}{\lambda_1}=c(\frac{1}{\lambda_2}-\frac{1}{\lambda_1})$$

گام f_2-f_1 برابر $\frac{35}{24}\times10^{14}$ Hz است. $\frac{1}{\lambda_2}-\frac{1}{\lambda_1}$ را هم در گام اول به دست آوردیم و با جای‌گذاری این دو، در عبارت بالا داریم:

$$f_2-f_1=c(\frac{1}{\lambda_2}-\frac{1}{\lambda_1})$$

$$\Rightarrow\frac{35}{24}\times10^{14}=3\times10^8\times(\frac{1}{100}(\frac{1}{(n'+1)^2}-\frac{1}{(n'+2)^2}))\times10^9$$

(تبدیل m^{-1} به $(nm)^{-1}$)

$$\Rightarrow\frac{35}{24\times3\times10}=\frac{1}{(n'+1)^2}-\frac{1}{(n'+2)^2}\Rightarrow\frac{7}{144}=\frac{1}{(n'+1)^2}-\frac{1}{(n'+2)^2}$$

با توجه به ظاهر زمخت معادله، بهتر است گزینه‌ها را یکی‌یکی امتحان کنید. اگر این کار را انجام دهید، می‌بینید که $n'=2$ و رشتهٔ مورد نظر **بالمر** است.

$$\frac{1}{(2+1)^2}-\frac{1}{(2+2)^2}=\frac{1}{9}-\frac{1}{16}=\frac{16-9}{16\times9}=\frac{7}{144}\ \checkmark$$

۴۱- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ در اتم هیدروژن، وقتی که الکترون از یک حالت مانا با انرژی بیشتر (E_U) به یک حالت مانا با انرژی کم‌تر (E_L) می‌رود، یک فوتون گسیل می‌شود. انرژی این فوتون برابر با اختلاف انرژی بین دو مدار اولیه و نهایی است:

$$E=E_U-E_L=\overbrace{h\,f}^{\text{انرژی فوتون گسیلی}}$$

(h: ثابت پلانک، f: بسامد فوتون)

۲ ترازهای انرژی الکترون در اتم هیدروژن در مدل اتمی بور:

$$E_n=\frac{-E_R}{n^2}\ (E_R=13/6\ eV:\text{یک ریدبرگ})$$

(E_n: انرژی الکترون در مدار nام، n: شمارهٔ مدار)

نکته در اتم هیدروژن، $n=1$ حالت پایه، $n=2$ اولین حالت برانگیخته، $n=3$ دومین حالت برانگیخته و ... نامیده می‌شود؛ بنابراین در k اُمین حالت برانگیخته، شمارهٔ مدار $n=k+1$ است.

با توجه به نکتهٔ بالا، در حالت پایه شمارهٔ مدار $n_L=1$ و در چهارمین حالت برانگیخته شمارهٔ مدار $n_U=4+1=5$ است. بنابراین داریم:

$$E_U-E_L=hf\Rightarrow(\frac{-E_R}{n_U^2})-(\frac{-E_R}{n_L^2})=hf\Rightarrow E_R\times(\frac{1}{n_L^2}-\frac{1}{n_U^2})=hf$$

$$\Rightarrow13/6\times(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{5^2})=4\times10^{-15}\times f\Rightarrow13/6\times\frac{24}{25}=4\times10^{-15}\times f$$

$$\Rightarrow f=13/6\times\frac{6}{25}\times10^{15}=3/264\times10^{15}\ Hz$$

تله اگر شمارهٔ مدار چهارمین حالت برانگیخته را به اشتباه $n_U=4$ نظر بگیرید، جوابتان ① خواهد شد.

۴۲- گزینه ۳

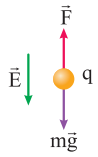
درس‌نامه ذره‌ای با بار q در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ قرار دارد:

◇ **اندازهٔ نیروی الکتریکی وارد بر این ذره:** $F=E|q|$

◇ **جهت نیروی الکتریکی وارد بر این ذره:**

علامت بار ذره	جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره
مثبت	هم‌جهت با میدان الکتریکی
منفی	در خلاف جهت میدان الکتریکی

گام به ذره دو نیرو وارد می‌شود. یکی نیروی وزن که رو به پایین است و دیگری نیروی الکتریکی. مطابق شکل مقابل، برای معلق و ساکن ماندن ذره، نیروی الکتریکی وارد بر آن باید رو به بالا و هم‌اندازه با وزن جسم باشد. با توجه به این‌که $\vec{F}$ و $\vec{E}$ در **خلاف جهت یکدیگرند**، می‌توان نتیجه گرفت که بار ذره، **منفی** $(q<0)$ است.



گام حالا اندازهٔ دو نیرو را برابر قرار می‌دهیم:

$$F_{net}=0\Rightarrow F=mg\Rightarrow|q|E=mg\Rightarrow|q|\times10^4=(5\times10^{-3})\times10$$

$$\Rightarrow|q|=\frac{5\times10^{-2}}{10^4}=5\times10^{-6}\ C\xrightarrow{10^{-6}C=1\mu C}|q|=5\mu C\xrightarrow{q<0}q=-5\mu C$$

تله علامت بار ذره، براساس مقایسهٔ جهت $\vec{F}$ و $\vec{E}$ نسبت به یکدیگر تعیین می‌شود. نداشتن دقت کافی در این مرحله، به راحتی می‌تواند شما را در تلهٔ طراح یعنی ① بیندازد.

۴۳- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ قانون کولن: دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 که در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند، به هم نیروی الکتریکی وارد می‌کنند که اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

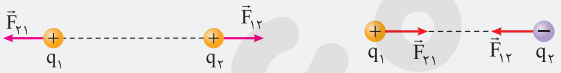
$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\qquad(k=9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2}:\text{ثابت کولن})$$

تکنیک محاسباتی ۹۰: چون در بیشتر تست‌های این مبحث، بارها را برحسب میکروکولن و فاصله‌ها را برحسب سانتی‌متر می‌دهند، می‌توانید در رابطهٔ بالا، کمیت‌ها را با همین یکاها جای‌گذاری کرده و به جای k، ۹۰ را قرار دهید تا F برحسب نیوتون به دست آید:

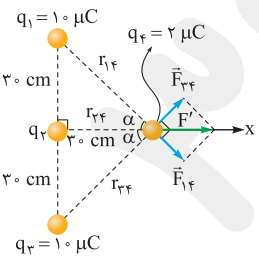
$$F=90\times\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

(q_1 و q_2 برحسب μC، r برحسب cm، F برحسب N)

۲ مطابق شکل‌های زیر، بارهای همنام یکدیگر را دفع و بارهای ناهمنام یکدیگر را جذب می‌کنند.



گام به کمک قانون کولن اندازهٔ نیروهای الکتریکی را که بارهای q_1 و q_3 به بار q_4 وارد می‌کنند، به دست می‌آوریم و مطابق شکل مقابل جهت این نیروها را تعیین می‌کنیم:



$$r_{14}=r_{34}=\sqrt{30^2+30^2}=30\sqrt{2}\ cm$$

$$F_{14}=k\frac{|q_1||q_4|}{r_{14}^2}\xrightarrow{\text{تکنیک محاسباتی ۹۰}}F_{14}=90\times\frac{10\times2}{(30\sqrt{2})^2}=\frac{900\times2}{900\times2}=1\ N$$

$$|q_1|=|q_3|,\ r_{14}=r_{34}\Rightarrow F_{34}=F_{14}=1\ N$$

گام حالا می‌خواهیم برایند دو نیروی $\vec{F}_{14}$ و $\vec{F}_{34}$ را به دست آوریم. به شکل بالا نگاه کنید. با توجه به این‌که مثلث‌های $q_1q_2q_4$ و $q_2q_3q_4$ متساوی‌الساقین‌اند، هر کدام از زوایای α که در شکل نشان داده‌ایم، برابر 45° است و بنابراین دو نیروی $\vec{F}_{14}$ و $\vec{F}_{34}$ بر هم عمودند، داریم:

$$F'=\sqrt{F_{14}^2+F_{34}^2}\xrightarrow{F_{14}=F_{34}}F'=\sqrt{2}F_{14}$$

$$\xrightarrow{F_{14}=1\ N}F'=\sqrt{2}\ N\xrightarrow{F'\text{ در جهت محور x}}\vec{F}'=(\sqrt{2}\ N)\vec{i}$$

گام $\vec{F}_T$ را داریم؛ بنابراین $\vec{F}_2$ برابر است با:

$$\vec{F}_T = \vec{F}' + \vec{F}_2 \Rightarrow (\sqrt{2}-2)\vec{i} = \sqrt{2}\vec{i} + \vec{F}_2 \Rightarrow \vec{F}_2 = -(2\ N)\vec{i}$$

$\vec{F}_2$ در خلاف جهت محور x است؛ بنابراین بار q_2، بار q_4 را جذب می‌کند و با توجه به این‌که $q_4 > 0$ است، می‌توان نتیجه گرفت که $q_2 < 0$ است.

گام به کمک قانون کولن داریم:

$$F_{24} = k\frac{|q_2||q_4|}{r_{24}^2} \xrightarrow{\text{تکنیک محاسباتی ۹۰}} 2 = 90\frac{|q_2|\times 2}{30^2} \Rightarrow |q_2| = 10\ \mu C$$

$$\xrightarrow{q_2<0} q_2 = -10\ \mu C$$

۴۴- گزینه ۲

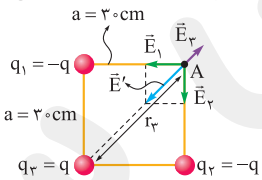
درس‌نامه ۱ اندازهٔ میدان الکتریکی در فاصلهٔ r از بار نقطه‌ای q از رابطهٔ زیر به دست می‌آید: ($k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$: ثابت کولن)

$$E = k\frac{|q|}{r^2}$$

۲ مطابق شکل‌های روبه‌رو، خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج و به بار منفی داخل می‌شوند.



گام مطابق شکل زیر، برایند میدان‌های الکتریکی ناشی از بارهای $q-(\vec{E}')$، در خلاف جهت میدان الکتریکی ناشی از بار $q+(\vec{E}_3)$ است (برای رسم بردار میدان‌های الکتریکی فرض کردیم $q > 0$ است که این فرض در پاسخ نهایی تست بی‌تأثیر است.)؛ بنابراین با حذف بار q، میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A، به اندازهٔ E_3 افزایش می‌یابد، زیرا:



$$\begin{cases} \text{حالت اول: } \vec{E}_{A(1)} = \vec{E}' - \vec{E}_3 \\ \text{حالت دوم: } \vec{E}_{A(2)} = \vec{E}' \end{cases} \Rightarrow \vec{E}_{A(2)} - \vec{E}_{A(1)} = \vec{E}_3$$

گام حالا E_3 را به دست می‌آوریم:

$$r_3^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 = 2\times(0/3)^2 = 2\times9\times10^{-2}\ m^2$$

$$E_3 = k\frac{|q_3|}{r_3^2} = 9\times10^9 \times \frac{20\times10^{-9}}{2\times9\times10^{-2}} = 1000\ N/C$$

پس با حذف بار q، بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A، $1000\ N/C$ افزایش می‌یابد.

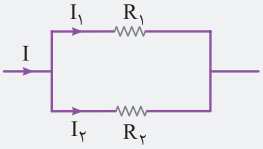
۴۵- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ مطابق شکل زیر، دو مقاومت R_1 و R_2 به صورت متوالی (سری) به هم متصل‌اند:



◇ مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq} = R_1 + R_2$

۲ مطابق شکل زیر، دو مقاومت R_1 و R_2 به صورت موازی به هم متصل‌اند:



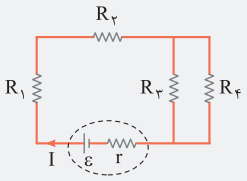
◇ مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$

◇ اگر مقاومت بزرگ‌تر، n برابر مقاومت کوچک‌تر باشد: $R_{eq} = \frac{\text{مقاومت بزرگ‌تر}}{n+1}$

◇ نسبت جریان عبوری از مقاومت‌ها برابر با وارون نسبت مقاومت‌ها است: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$

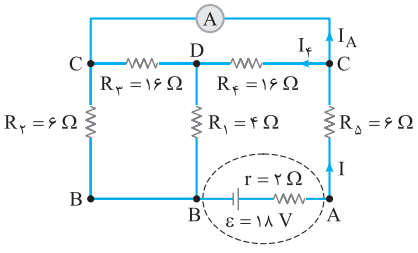
◇ اصل پایستگی بار الکتریکی: $I = I_1 + I_2$

۳ جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) در شکل روبه‌رو از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

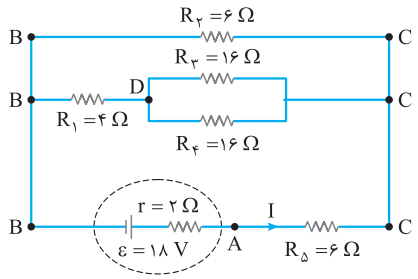


$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$$

گام به کمک نام‌گذاری نقاط هم‌پتانسیل، شکل مدار (الف) را به صورت مدار (ب) ساده می‌کنیم:



(الف)



(ب)

گام با توجه به مدار شکل (ب)، مقاومت معادل کل مدار را به دست می‌آوریم:

R_3 و R_4 موازی‌اند. $R_{3,4} = \frac{R_3\times R_4}{R_3+R_4} = \frac{16\times16}{16+16} = 8\ \Omega$ ($R_3 = R_4 = 16\ \Omega \Rightarrow R_{3,4} = \frac{16}{2} = 8\ \Omega$:یا)

R_1 و $R_{3,4}$ متوالی‌اند. $R_{1,3,4} = R_1 + R_{3,4} = 4 + 8 = 12\ \Omega$

R_2 و $R_{1,3,4}$ موازی‌اند. $R_{1,2,3,4} = \frac{R_{1,3,4}\times R_2}{R_{1,3,4}+R_2} = \frac{12\times6}{12+6} = 4\ \Omega$

($R_{1,3,4} = \frac{n}{2}\times R_2 \Rightarrow R_{1,2,3,4} = \frac{12}{\frac{2}{n}+1} = 4\ \Omega$:یا)

R_5 و $R_{1,2,3,4}$ متوالی‌اند. $R_{eq} = R_{1,2,3,4} + R_5 = 4 + 6 = 10\ \Omega$

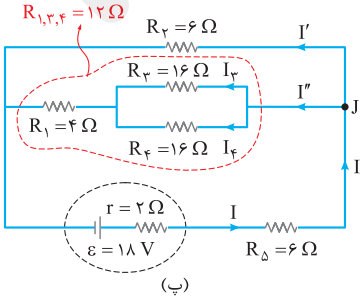
گام جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} = \frac{18}{10+2} = \frac{3}{2}A$$

گام می‌خواهیم جریان عبوری از مقاومت R_4 را به دست آوریم *(بعداً می‌فهمید چرا!)*. با توجه به شکل (پ)، ابتدا جریان عبوری از شاخهٔ مقاومت $R_{1,3,4}$ (I'') را محاسبه می‌کنیم:

R_2 و $R_{1,3,4}$ موازی‌اند. $\Rightarrow \frac{I''}{I'} = \frac{R_2}{R_{1,3,4}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

اصل پایستگی بار الکتریکی در نقطهٔ J: $I = I' + I'' \Rightarrow \frac{3}{2} = 2I'' + I'' \Rightarrow I'' = \frac{1}{2}A$



(پ)

R_3 و R_4 موازی‌اند و مقدارشان برابر است؛ بنابراین جریان I'' به نسبت مساوی بین آن‌ها تقسیم می‌شود، یعنی:

$$I_4 = I_3 = \frac{I''}{2} \Rightarrow I_4 = I_3 = \frac{\frac{1}{2}}{2} = 0/25\ A$$

گام حالا به شکل (الف) نگاه کنید. اصل پایستگی بار الکتریکی را در نقطهٔ C (سمت راست) می‌نویسیم:

$$I = I_A + I_۴ \Rightarrow \frac{۳}{۲} = I_A + \frac{۱}{۴} \Rightarrow I_A = \frac{۳}{۲} - \frac{۱}{۴} = \frac{۵}{۴}A$$

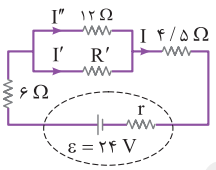
۴۶- گزینه ۳

درس‌نامه اگر جریان عبوری از مقاومت R برابر I باشد، توان مصرفی در این مقاومت از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید: $P = RI^۲$

گام توان مصرفی مقاومت ۴/۵ اهمی، ۲ برابر توان مصرفی مقاومت R' است، پس:

$$P_{۴/۵\,\Omega} = ۲P_{R'} \xrightarrow{P=RI^۲} ۴/۵I^۲ = ۲R'I'^۲ \quad (۱)$$

گام حالا باید I را برحسب I' به دست آوریم. دو مقاومت R' و ۱۲ Ω موازی‌اند؛ بنابراین:



$$\frac{I'}{I''} = \frac{۱۲}{R'} \Rightarrow I'' = \frac{R'}{۱۲}I'$$

اصل پایستگی بار الکتریکی: $I = I' + I''$

$$\Rightarrow I = I' + \frac{R'}{۱۲}I' = I'(۱ + \frac{R'}{۱۲}) \Rightarrow I = I'(\frac{R'+۱۲}{۱۲}) \quad (۲)$$

گام با توجه به روابط (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

$$۴/۵[I'^۲(\frac{R'+۱۲}{۱۲})^۲] = ۲R'I'^۲ \Rightarrow \frac{۱}{۴/۵}(\frac{R'^۲ + ۲۴R' + ۱۴۴}{۱۴۴}) = ۲R'$$

$$\Rightarrow R'^۲ + ۲۴R' + ۱۴۴ = ۶۴R' \Rightarrow R'^۲ - ۴۰R' + ۱۴۴ = ۰$$

$$\Rightarrow (R'-۴)(R'-۳۶) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} R' = ۴\,\Omega \\ R' = ۳۶\,\Omega \end{cases}$$

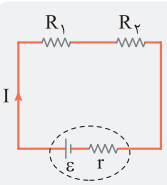
کم‌ترین مقدار ممکن برای R' برابر ۴ Ω است.

۴۷- گزینه ۱

استراتژی در برخی تست‌ها، باید پس از ایجاد تغییرات در بخشی از مدار (مانند باز و بسته کردن کلید)، تغییرات برخی کمیت‌ها را به صورت کیفی تحلیل کنید. در این تست‌ها این مراحل را انجام دهید: ۱ **بررسی تغییرات کیفی مقاومت معادل مدار (R_{eq})**:

- با تغییر وضعیت کلید، اگر یک مقاومت به صورت متوالی به مدار اضافه شود، R_{eq} افزایش و اگر یک مقاومت به صورت متوالی از مدار حذف شود، R_{eq} کاهش می‌یابد.
- با تغییر وضعیت کلید، اگر یک مقاومت به صورت موازی به مدار اضافه شود، R_{eq} کاهش و اگر یک مقاومت به صورت موازی از مدار حذف شود، R_{eq} افزایش می‌یابد. ۲ **بررسی تغییرات کیفی جریان اصلی مدار (I)**: با توجه به رابطهٔ $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$، تغییرات I برعکس تغییرات R_{eq} است. ۳ **بررسی تغییرات کیفی جریان یا ولتاژ اجزای مدار**: در این مرحله به کمک تغییرات I، می‌توانیم تغییرات ولتاژ یا جریان عبوری از اجزای قرارگرفته در مدار را بررسی کنیم.

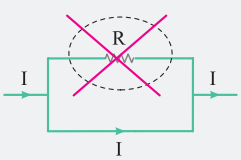
درس‌نامه در مدار شکل روبه‌رو:



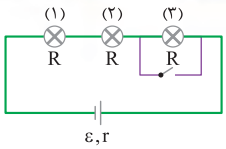
- جریان عبوری از باتری: $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$
- اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$: $V_۱ = R_۱I \;,\; V_۲ = R_۲I$
- اختلاف پتانسیل دو سر باتری: $V_{باتری} = \varepsilon - rI$

گام **بررسی تغییرات کیفی مقاومت معادل مدار (R_{eq})**: همهٔ لامپ‌ها مشابه‌اند؛ بنابراین مقاومت هر یک از آن‌ها را برابر R در نظر می‌گیریم.

نکته مطابق شکل روبه‌رو، اگر دو سر یک مقاومت، با سیم (بدون مقاومت) به یکدیگر متصل شود، از این مقاومت جریانی عبور نمی‌کند و این مقاومت اصطلاحاً اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. در این حالت همهٔ جریان ورودی به گره، از سیم عبور خواهد کرد.



با بسته‌شدن کلید، یکی از مقاومت‌های R (لامپ (۳)) اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. چون سه مقاومت (سه لامپ) به صورت متوالی بسته شده‌اند، با حذف یکی از آن‌ها، مقاومت معادل کل مدار کاهش می‌یابد: کاهش : R_{eq}



گام **بررسی تغییرات کیفی جریان اصلی مدار (I)**: با کاهش مقاومت معادل، جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) افزایش می‌یابد:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \xrightarrow{\text{کاهش } R_{eq}} \text{افزایش : } I$$

گام **بررسی تغییرات کیفی جریان یا ولتاژ اجزای مدار**: اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از لامپ‌های (۱) و (۲) از رابطهٔ $V = RI$ به دست می‌آید. با توجه به افزایش I، اختلاف پتانسیل دو سر این لامپ‌ها **افزایش** می‌یابد. (نادرستی (ب) و درستی (پ))

هم‌چنین اختلاف پتانسیل دو سر باتری از رابطهٔ $V_{باتری} = \varepsilon - rI$ به دست می‌آید؛ بنابراین با افزایش I، اختلاف پتانسیل دو سر باتری **کاهش** می‌یابد. (درستی (الف) و نادرستی (ت))

۴۸- گزینه ۳

درس‌نامه **اندازهٔ میدان مغناطیسی در داخل سیم‌لوله**:

جریان عبوری از سیم‌لوله — تعداد حلقه‌های سیم‌لوله

$$B = \frac{\mu_۰ N I}{\ell}$$

($\mu_۰ = ۴\pi \times ۱۰^{-۷}\ \frac{T.m}{A}$:تراوایی مغناطیسی خلأ)

طول سیم‌لوله

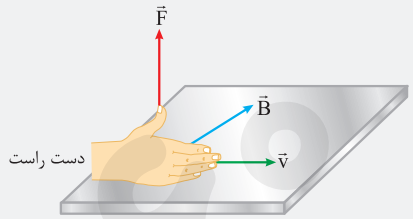
بزرگی میدان مغناطیسی درون سیم‌لولهٔ آرمانی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_۰ NI}{\ell} = \frac{۱۲\times۱۰^{-۷}\times۵۰۰\times(۸۰۰\times۱۰^{-۳})}{۰/۲} = ۲۴\times۱۰^{-۴}\,T \xrightarrow{۱۰^{-۴}T=۱G} B = ۲۴G$$

۴۹- گزینه ۲

درس‌نامه **قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره**:

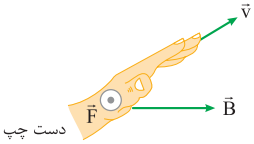
طبق این قاعده، اگر چهار انگشت باز دست راست را طوری در جهت بردار سرعت ذره ($\vec{v}$) قرار دهیم که بردار میدان مغناطیسی ($\vec{B}$) از کف دست خارج شود، شست دست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره با بار مثبت را نشان می‌دهد (شکل زیر را ببینید.)

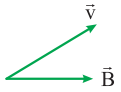


نکته اگر بار ذره منفی باشد، این قاعده را با دست چپ اجرا می‌کنیم.

علامت بار ذره	جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره
مثبت	قاعدهٔ دست راست
منفی	قاعدهٔ دست راست را با دست چپ اجرا می‌کنیم

برای تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون، کافی است از قاعدهٔ دست راست استفاده کنیم. فقط دقت کنید چون بار الکترون منفی است، این کار را با دست چپ اجرا می‌کنیم. مطابق شکل زیر، چهار انگشت باز دست چپ را در جهت $\vec{v}$ قرار می‌دهیم به طوری که بردار $\vec{B}$ از کف دست خارج شود. در این حالت شست دست چپ، جهت $\vec{F}$ را نشان می‌دهد که در جهت **برون‌سو (⊙)** است.





تله اگر حواستان به بار منفی الکترون نباشد و به جای دست چپ، از دست راستتان استفاده کنید، در تلهٔ تست یعنی ۱، چپه می‌شوید.

۵۰- گزینه ۴

درس‌نامه معادلهٔ جریان متناوب:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \rightarrow \text{دوره}, \quad \uparrow \text{بیشینهٔ جریان}$$

گام معادلهٔ جریان متناوب به شکل کلی $I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t$ است؛ بنابراین:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \xrightarrow[T=\frac{1}{50}\,s]{I_m=5\,A} I = 5 \sin \frac{2\pi}{\frac{1}{50}} t = 5 \sin 100\pi t$$

گام حالا با جای‌گذاری $t = \frac{3}{400}\,s$ در معادلهٔ بالا، جریان در این لحظه را به دست می‌آوریم:

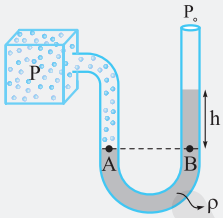
$$I = 5 \sin 100\pi \left(\frac{3}{400}\right) = 5 \sin \frac{3\pi}{4} \xrightarrow[\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}]{\sin\frac{3\pi}{4}=\sin(\pi-\frac{\pi}{4})=\sin\frac{\pi}{4}} I = \frac{5\sqrt{2}}{2}\,A$$

خواستون باشه! که مقدار مقاومت، اطلاعات اضافی تست بود و اصلاً بهش اعتنایی نداشتیم.

۵۱- گزینه ۳

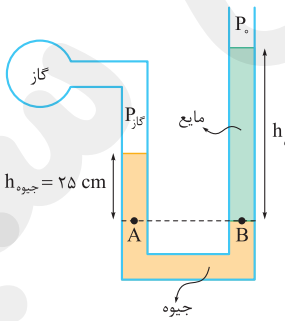
درس‌نامه به اختلاف فشار مطلق گاز درون مخزن و فشار هوای محیط، فشار پیمانه‌ای گفته می‌شود.

در شکل مقابل برای به دست آوردن فشار پیمانه‌ای گاز موجود در مانومتر از هم‌فشاری نقاط هم‌تراز A و B کمک می‌گیریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P = P_\circ + \rho g h \Rightarrow \underbrace{P - P_\circ}_{P_g(\text{فشار پیمانه‌ای})} = \rho g h$$

اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز در یک مایع ساکن را برای نقاط A و B که در شکل روبه‌رو نشان داده‌ایم، می‌نویسیم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{گاز} + P_{جیوه} = P_\circ + P_{مایع}$$

$$\Rightarrow P_{گاز} - P_\circ = P_{مایع} - P_{جیوه}$$

اختلاف فشار مطلق گاز و فشار هوا $(P_{گاز} - P_\circ)$ همان فشار پیمانه‌ای (P_g) گاز است؛ بنابراین:

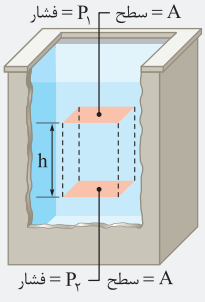
$$P_g = \rho_{مایع} g h_{مایع} - \rho_{جیوه} g h_{جیوه} \Rightarrow -25\times10^3 = \rho_{مایع} \times 10 \times 0/5 - 13600 \times 10 \times 0/25$$

$$\Rightarrow 5\rho_{مایع} = 136 \times 0/25 \times 10^3 - 25 \times 10^3 = 25 \times 10^3 \underbrace{(1/36 - 1)}_{0/36}$$

$$\Rightarrow \rho_{مایع} = 5 \times 0/36 \times 10^3 = 1800\,kg/m^3$$

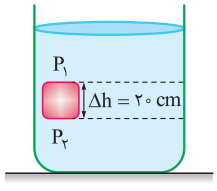
۵۲- گزینه ۳

درس‌نامه مطابق شکل، اگر جسمی داخل یک شاره غوطه‌ور و در حال تعادل باشد، فشار در سطح فرضی پایینی $(P_2)A$ به اندازهٔ ρgh از فشار در سطح فرضی بالایی $(P_1)A$ بیشتر است؛ یعنی:



$$P_2 = P_1 + \rho g h \Rightarrow \Delta P = \rho g h$$

اختلاف فشار در بالا و زیر جسم برابر است با فشار ناشی از ستونی به ارتفاع ۲۰ cm (طول ضلع مکعب) از مایع؛ بنابراین:



$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow (105 - 101) \times 10^3 = \rho \times 10 \times 0/2$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{4 \times 10^3}{2} = 2000\,kg/m^3$$

نکته یکاهای kg/m^3 و g/L معادل یکدیگرند: $1\,kg/m^3 = 1\,g/L$

پس: $\rho = 2000\,g/L$

مشاوره این تست عیناً یکی از تمرین‌های کتاب درسی است. بررسی دقیق تمرین‌های کتاب درسی کمک زیادی به تسلط شما به کنکور (و امتحان نهایی) می‌کند!

۵۳- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ انرژی جنبشی جسمی به جرم m و تندی v از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

۲ کار نیروی وزن جسم برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم است:

$$W_{mg} = -\Delta U = -mg\Delta h$$

در رابطهٔ بالا، اگر جسم از سطح زمین دور شود، $\Delta h > 0$ و اگر جسم به سطح زمین نزدیک شود، $\Delta h < 0$ است.

۳ **قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی:** کار کل انجام‌شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_2 - K_1$$

- رابطهٔ بالا برای هر نوع مسیری برقرار است.
- انرژی جنبشی در آغاز و پایان مسیر مهم است و این‌که در طول مسیر، انرژی جنبشی جسم چگونه تغییر کرده، اهمیتی ندارد.

۴ انرژی مکانیکی جسم برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل جسم است:

$$E = K + U$$

۵ **قانون پایستگی انرژی:** کار نیروهای اتلافی مانند اصطکاک و مقاومت هوا برابر با تغییر انرژی مکانیکی است:

$$W_f = \Delta E = \Delta K + \Delta U$$

گام باید کار نیروی مقاومت هوا را به دست بیاوریم.

روش قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: در طول مسیر، دو نیروی وزن و مقاومت هوا روی گلوله کار انجام می‌دهند؛ بنابراین: $W_t = \Delta K \Rightarrow W_{وزن} + W_{\text{مقاومت هوا}} = K_2 - K_1$

$$\xrightarrow{W_{وزن} = -mg\Delta h} -mg\Delta h + W_{\text{مقاومت هوا}} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow -m \times 10 \times (236 - 0) + W_{\text{مقاومت هوا}} = \frac{1}{2} m (20^2 - 80^2)$$

یادآوری اتحاد مزدوج: $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

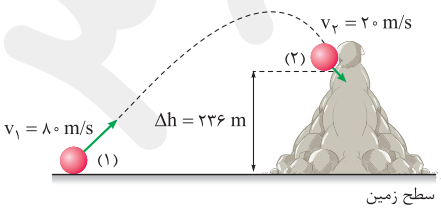
$$\Rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}} = \frac{1}{2} m \underbrace{(20-80)}_{-60} \underbrace{(20+80)}_{100} + 2360\,m = -3000\,m + 2360\,m = -640\,m$$

روش قانون پایستگی انرژی: برای نقاط (۱) و (۲) در شکل زیر می‌توان نوشت:

$$W_{\text{مقاومت هوا}} = \Delta E = \Delta K + \Delta U \Rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) + mg\Delta h$$

$$= m\left[\frac{1}{2}(20^2 - 80^2) + (10 \times 236)\right] = m\left[\frac{1}{2}\underbrace{(20-80)}_{-60}\underbrace{(20+80)}_{100} + 2360\right]$$

$$= m(-3000 + 2360) \Rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}} = -640\,m$$



گام درصد خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{|W_{\text{مقاومت هوا}}|}{K_1} \times 100\% = \frac{640\,\cancel{m}}{\frac{1}{2}\cancel{m} \times (80)^2} \times 100\% = \frac{2 \times 640}{6400} \times 100\% = 20\%$$

۵۴- گزینه ۴

کار نیروی وزن برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است؛ بنابراین:

$$W_{وزن} = -\Delta U = -mg\Delta h = -2 \times 10 \times \underbrace{(1/5 - 1)}_{0/5} = -10\,J$$

۵۵- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ رابطهٔ بین تغییرات دما در مقیاس‌های فارنهایت، کلوین و سلسیوس:

$$\Delta F = \frac{۹}{۵}\Delta\theta = \frac{۹}{۵}\Delta T$$

۲ رابطهٔ انبساط طولی:

طول اولیه، طول افزایش

$$\Delta L = L_۱ \alpha \Delta T \rightarrow K \text{ یا } ^\circ C \text{ افزایش دما برحسب}$$

ضریب انبساط طولی برحسب $\frac{۱}{^\circ C}$ یا $\frac{۱}{K}$

گام ۱ ابتدا تغییر دمای پل را برحسب درجهٔ کلوین (یا درجهٔ سلسیوس) به دست می‌آوریم:

$$\Delta F = \frac{۹}{۵}\Delta T \Rightarrow ۱۲۲ - (-۵۸) = \frac{۹}{۵}\Delta T \Rightarrow ۱۸۰ = \frac{۹}{۵}\Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta T = ۲۰ \times ۵ = ۱۰۰ \ ^\circ C$$

گام ۲ حالا به کمک رابطهٔ انبساط طولی، تغییر طول پل را حساب می‌کنیم:

$$\Delta L = L_۱ \alpha \Delta T = ۱۱۵۸ \times ۱/۳ \times ۱۰^{-۵} \times ۱۰۰ \simeq ۱/۵ \ m$$

تله دمای اولیه، $-۵۸ \ ^\circ F$ است. اگر عجله باعث شود که منفی را نبینید و دمای اولیه را $۵۸ \ ^\circ F$ در نظر بگیرید، جوابتان به اشتباه، ۳ خواهد بود.

۵۶- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ گرمای لازم برای تغییر دما:

دمای ثانویه، جرم جسم

$$Q = mc(\theta_۲ - \theta_۱)$$

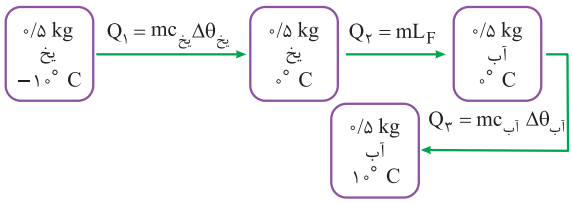
دمای اولیه، گرمای ویژهٔ جسم

۲ گرمای لازم برای تغییر حالت از جامد به مایع:

$$Q_F = mL_F \rightarrow \text{گرمای نهان‌ذوب جسم}$$

جرم جسم

گام ۱ مطابق شکل طرحوارهٔ گرمایی فرایند را رسم می‌کنیم:



گام ۲ حالا با توجه به طرحواره، گرمای لازم برای تبدیل یخ $-۱۰ \ ^\circ C$ به آب $۱۰ \ ^\circ C$ را حساب می‌کنیم:

$$Q = Q_۱ + Q_۲ + Q_۳ = mc_{\text{یخ}}\Delta\theta_{\text{یخ}} + mL_F + mc_{\text{آب}}\Delta\theta_{\text{آب}}$$

$$= ۰/۵ \times ۲/۱ \times (۰ - (-۱۰)) + ۰/۵ \times ۳۳۶ + ۰/۵ \times ۴/۲ \times (۱۰ - ۰)$$

$$= ۰/۵ \times ۲/۱ \times (۱۰ + ۱۶۰ + ۲۰) = ۱۹۹/۵ \ kJ$$

در رابطهٔ بالا $c_{\text{یخ}}$ و $c_{\text{آب}}$ را برحسب $\frac{kJ}{kg.K}$ و L_F را برحسب $\frac{kJ}{kg}$ قرار دادیم تا Q برحسب kJ به دست آید.

۵۷- گزینه ۲

استراتژی برای بررسی فرایندهای واپاشی، مراحل زیر را به ترتیب طی می‌کنیم:
۱ فرایند واپاشی را می‌نویسیم (*اگه فرایند توی صورت تست داده شده بود، نیازی به این مرحله نداریم*). ۲ پایستگی عدد جرمی و پایستگی عدد اتمی را برای اجزای دو طرف فرایند می‌نویسیم تا خواستهٔ تست به دست آید.

درس‌نامه ۱ عدد جرمی: مجموع تعداد پروتون‌ها (عدد اتمی) و نوترون‌ها (عدد نوترونی)

$$A = Z + N$$

۲ در فرایندهای واپاشی دو اصل زیر برقرار است:
◇ **پایستگی عدد جرمی (پایستگی تعداد نوکلئون‌ها):** مجموع تعداد نوکلئون‌های دو طرف فرایند، یکسان است.
◇ **پایستگی عدد اتمی (پایستگی تعداد پروتون‌ها):** مجموع تعداد پروتون‌های دو طرف فرایند، یکسان است.

در موارد (الف) تا (ت) با دو واپاشی β^- (گسیل الکترون) و β^+ (گسیل پوزیترون) سروکار داریم. باید تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های هستهٔ دختر در این دو فرایند را محاسبه کنیم:

β^- واپاشی: $^A_Z X_N \rightarrow {}^A_{Z'}Y_{N'} + {}^{۰}_{-۱}e^-$

$$\begin{cases} \text{پایستگی عدد اتمی: } Z = Z' + (-۱) \Rightarrow Z' = Z + ۱ \\ \text{محاسبهٔ تعداد نوترون‌ها: } Z + N = Z' + N' \end{cases} \Rightarrow {}^A_{Z'}Y_{N'} \equiv {}^A_{Z+۱}Y_{N-۱}$$

$$\Rightarrow Z + N = Z + ۱ + N' \Rightarrow N' = N - ۱$$

با توجه به نتیجهٔ بالا، عبارت‌های (الف) و (پ) نادرست‌اند.

β^+ واپاشی: $^A_Z X_N \rightarrow {}^A_{Z'}Y_{N'} + {}^{۰}_{۱}e^+$

$$\begin{cases} \text{پایستگی عدد اتمی: } Z = Z' + ۱ \Rightarrow Z' = Z - ۱ \\ \text{محاسبهٔ تعداد نوترون‌ها: } Z + N = Z' + N' \end{cases} \Rightarrow {}^A_{Z'}Y_{N'} \equiv {}^A_{Z-۱}Y_{N+۱}$$

$$\Rightarrow Z + N = Z - ۱ + N' \Rightarrow N' = N + ۱$$

با توجه به نتیجهٔ بالا، عبارت **(ب)** درست و عبارت (ت) نادرست است.

۵۸- گزینه ۴

درس‌نامه قانون سوم نیوتون: هرگاه جسم اول به جسم دوم نیرو وارد کند، جسم دوم نیز به جسم اول نیرو وارد می‌کند؛ به طوری که:
◇ یکی از این نیروها **کنش** و دیگری **واکنش** نامیده می‌شود.
◇ این نیروها هم‌اندازه و هم‌راستا، ولی در خلاف جهت یکدیگرند: $\vec{F}_{۱۲} = -\vec{F}_{۲۱} \Rightarrow F_{۱۲} = F_{۲۱}$

$T_۱$ و $T_۲$ کنش و واکنش **نیستند**. نیروی کنش و واکنش را دو جسم به یکدیگر وارد می‌کنند، اما $T_۱$ و $T_۲$ را دو جسم به یکدیگر وارد نمی‌کنند. $T_۱$ را نخ به گوی و $T_۲$ را نخ به سقف وارد می‌کند!

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱ اندازهٔ نیروی کشش یک نخ با جرم ناچیز، در همه جای آن **یکسان** است. ✓ ۲ نیروی $T_۲$ را نخ به سقف و واکنش آن را سقف **به نخ** وارد می‌کند. ✓
۳ نیروی $T_۱$ از طرف نخ به گوی و واکنش آن از طرف گوی **به نخ** وارد می‌شود. ✓

۵۹- گزینه ۱

درس‌نامه کتاب درسی دربارهٔ کاربردهای بازتاب امواج به موارد زیر اشاره کرده است:
◇ **میکروفون سمعوی:** دستگاهی برای ثبت صداهای ضعیف ◇ **لیتوتریپسی:** دستگاهی برای شکستن سنگ‌های کلیه، به کمک بازتابنده‌های بیضوی ◇ برخی جانوران مثل خفاش و دلفین به کمک مکان‌یابی پژواکی، مکان اجسام و به کمک اثر دوپلر، تندی اجسام متحرک اطراف خود را مشخص می‌کنند. این دو جانور از امواج مکانیکی (فراصوت) برای این کار استفاده می‌کنند.
◇ **دستگاه سونار:** وسیله‌ای که از طریق مکان‌یابی پژواکی (بازتاب امواج مکانیکی)، مکان اجسام زیر آب را تعیین می‌کند. ◇ **سونوگرافی:** در سونوگرافی هم از مکان‌یابی پژواکی (بازتاب امواج مکانیکی) استفاده می‌شود. ◇ برای تعیین تندی شارش خون از مکان‌یابی پژواکی (بازتاب امواج مکانیکی) به همراه اثر دوپلر استفاده می‌شود. ◇ **آنتن‌های بشقابی:** بازتاب و همگراکردن امواج رادیویی ◇ **اجاق خورشیدی:** گرم‌کردن آب و مواد غذایی از طریق بازتاب امواج فروسرخ ◇ **رادار دوپلری:** سامانه‌ای که برای تعیین مکان و تندی خودروها از طریق مکان‌یابی پژواکی (بازتاب امواج الکترومغناطیسی) به همراه اثر دوپلر استفاده می‌شود.

با توجه به درس‌نامهٔ بالا، در موارد (الف) و (ب) از مکان‌یابی پژواکی امواج مکانیکی استفاده می‌شود، اما در موارد (پ) و (ت) از امواج الکترومغناطیسی.

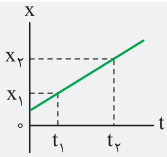
مشاوره یک سؤال از متن کتاب درسی! دقیقاً از این قسمت از متن کتاب درسی در سال‌های اخیر هم تست کنکور طرح شده بود. ظاهراً طراحان کنکور به این چند جمله از کتاب درسی خیلی علاقه دارند، پس باید حسابی برایش وقت بگذارید.

۶۰- گزینه ۴

شفاف‌سازی ۱ نمودار مکان ـ زمان متحرک A به صورت خط راست است، پس متحرک A با سرعت ثابت حرکت می‌کند و نمودار مکان ـ زمان متحرک B به صورت سهمی است، پس حرکت متحرک B راست‌خط شتاب ثابت است. ۲ با توجه به نمودار، سرعت متحرک B در لحظهٔ $t = ۴ \ s$ صفر است. ۳ «لحظه‌ای که جهت بردار مکان B عوض می‌شود» همان لحظه‌ای است که متحرک B از مبدأ عبور کرده و نمودار مکان ـ زمان آن محور t را قطع می‌کند. در این لحظه فاصلهٔ دو متحرک از هم برابر مکان متحرک A در آن لحظه است.

استراتژی اگر لحظه‌ای را که متحرک B از مبدأ عبور می‌کند، پیدا کنیم، کار تمام است. برای این کار ۱ تندی متحرک A را در لحظهٔ $t=12\,s$ حساب می‌کنیم تا به کمک اطلاعات مسئله، تندی متحرک B در این لحظه هم معلوم شود. ۲ از رابطهٔ جابه‌جایی ـ زمان، لحظه‌ای را که متحرک B از مبدأ عبور کرده، پیدا می‌کنیم. ۳ با به دست آوردن مکان متحرک A در لحظهٔ عبور متحرک B از مبدأ، به جواب تست می‌رسیم.

درس‌نامه ۱ شیب نمودار مکان ـ زمان در حرکت سرعت ثابت برابر سرعت متحرک است. مثلاً برای نمودار روبه‌رو داریم:



$$v = \text{شیب نمودار مکان ـ زمان} = \frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}$$

۲ رابطهٔ شتاب متحرک در حرکت راست‌خط شتاب ثابت به صورت زیر است:

$$a=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}$$

۳ اگر متحرکی که با شتاب ثابت a بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 به اندازهٔ Δx جابه‌جا شود، رابطهٔ جابه‌جایی آن برحسب بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 به صورت زیر است. در این رابطه v_1 سرعت متحرک در لحظهٔ t_1 است:

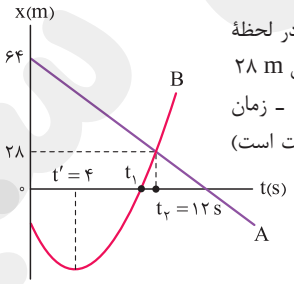
$$\Delta x_{(t_1,t_2)}=\frac{1}{2}a(t_2-t_1)^2+v_1(t_2-t_1)$$

۴ در یک حرکت راست‌خط با شتاب ثابت a، اگر سرعت متحرک در لحظهٔ t_2 را داشته باشیم، می‌توانیم جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 را از رابطهٔ زیر به دست بیاوریم. (در این رابطه v_2، سرعت متحرک در لحظهٔ t_2 است.)

$$\Delta x_{(t_1,t_2)}=\frac{1}{2}(-a)(t_2-t_1)^2+v_2(t_2-t_1)$$

(در واقع با ضرب یک منفی در a، حرکتمان را برعکس کردیم تا v_2 سرعت اولیه شود!)

گام در شکل روبه‌رو می‌بینید که متحرک A در لحظهٔ صفر در مکان 64 m و در لحظهٔ $t_2=12\,s$ در مکان 28 m است. پس می‌توانیم با محاسبهٔ شیب نمودار مکان ـ زمان متحرک A، سرعت و تندی این متحرک را (که ثابت است) به دست آوریم:



$$v_A = A\text{ نمودار شیب} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\text{بازهٔ زمانی صفر تا } 12\,s} v_A=\frac{28-64}{12-0}=\frac{-36}{12}$$

$$=-3\,m/s \Rightarrow |v_A|=3\,m/s$$

گام بنا بر گفتهٔ تست، تندی متحرک B در لحظهٔ $t_2=12\,s$ که دو متحرک به هم می‌رسند، $\frac{16}{3}$ برابر تندی متحرک A است:

$$|v_{2(B)}|=\frac{16}{3}|v_A|=\frac{16}{3}\times 3=16\,m/s$$

دقت کنید که شیب نمودار مکان ـ زمان B در لحظهٔ $t=12\,s$ مثبت است، پس سرعت این متحرک در این لحظه مثبت است: $v_{2(B)}=16\,m/s$

گام سرعت متحرک B در لحظه‌های $t'=4\,s$ و $t_2=12\,s$ به ترتیب صفر و $16\,m/s$ است. پس شتاب حرکت این متحرک برابر می‌شود با: $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{16-0}{12-4}=2\,m/s^2$

گام یک بار دیگر نمودار متحرک B را ببینید. جابه‌جایی متحرک B در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 را داریم $(\Delta x_{(t_1,t_2)}=28-0=28\,m)$ پس برای پیداکردن لحظهٔ تغییر جهت بردار مکان متحرک B (یا همان لحظه‌ای که نمودار B محور t را قطع کرده)، می‌توانیم رابطهٔ جابه‌جایی برحسب بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 را بنویسیم. البته چون سرعت متحرک در لحظهٔ t_2 را داریم، از مورد (۴) درس‌نامه، استفاده می‌کنیم:

$$\Delta x_{(t_1,t_2)}=\frac{1}{2}(-a)(t_2-t_1)^2+v_{2(B)}(t_2-t_1)$$

$$\xrightarrow[t_2=12\,s,\,v_{2(B)}=16\,m/s]{\Delta x_{(t_1,t_2)}=28\,m} 28=\frac{1}{2}(-2)(12-t_1)^2+16(12-t_1)$$

$$\Rightarrow (12-t_1)^2-16(12-t_1)+28=0 \Rightarrow \begin{cases}12-t_1=2\,s \Rightarrow t_1=10\,s\\ 12-t_1=14\,s \Rightarrow t_1=-2\,s\ \text{غ‌ق}\end{cases}$$

گام محاسبهٔ مکان متحرک A در لحظهٔ $t_1=10\,s$:

$$x_{A(10\,s)}=v_A t_1+x_{0(A)} \xrightarrow[x_{0(A)}=64\,m]{v_A=-3\,m/s} x_{A(10\,s)}=-3\times 10+64=34\,m$$

در این لحظه متحرک B روی مبدأ مکان $(x=0)$ قرار دارد. بنابراین فاصلهٔ دو متحرک در این لحظه برابر 34 m است.

مشاوره *بعضی از تست‌های حرکت‌شناسی (مثل این تست) باتلاقی‌اند. یعنی اگه برید توش دراومدنتون دیگه با خودتون نیست! اگه به این‌جور تست‌ها برخورد کردین، بی‌خیالشون بشین. البته خوشبختانه توی این دفترچه، این تست آخرین تست فیزیک بود.*

شیمی

۶۱- گزینه ۴

همهٔ عبارت‌های داده‌شده درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: عبارت اول:

نکته جدول زیر مقدار عدد کوانتومی فرعی را برای زیرلایه‌های گوناگون نشان می‌دهد:

نوع زیرلایه	s	p	d	f
مقدار l	۰	۱	۲	۳

مجموع $n+l$ برای زیرلایه‌های داده‌شده به صورت مقابل است: $4f \xrightarrow[l=3]{n=4} n+l=7$

$5d \xrightarrow[l=2]{n=5} n+l=7 \qquad 6p \xrightarrow[l=1]{n=6} n+l=7$

عبارت دوم:

نکته در یک دوره از چپ به راست:
- شعاع اتمی عنصرها، کاهش می‌یابد.
- خصلت فلزی و واکنش‌پذیری فلزها، کاهش می‌یابد.
- خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری نافلزها، افزایش می‌یابد.

با توجه به این‌که در هر دوره، با افزایش عدد اتمی، خصلت فلزی، کاهش و خصلت نافلزی افزایش می‌یابد، در هر دوره (به‌جز دورهٔ اول)، بیشترین خصلت فلزی مربوط به فلزهای گروه ۱ و بیشترین خصلت نافلزی مربوط به نافلزهای گروه ۱۷ جدول تناوبی است.

عبارت سوم: آرایش الکترونی هر سه عنصر به $4s^1$ ختم می‌شود و در آخرین لایهٔ خود $(n=4)$ یک الکترون دارند:

$$_{19}K:[_{18}Ar]\,4s^1 \qquad _{24}Cr:[_{18}Ar]\,3d^5 4s^1 \qquad _{29}Cu:[_{18}Ar]\,3d^{10}4s^1$$

عبارت چهارم: عنصری با عدد اتمی ۲۶ (همان فلز آهن)، در گروه ۸ قرار دارد و در لایهٔ سوم آن، ۶ الکترون در زیرلایهٔ $(l=1)$ 3p و ۶ الکترون در زیرلایهٔ $(l=2)$ 3d وجود دارد:

$$_{26}Fe:1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 \underbrace{3p^6}_{l=1} \underbrace{3d^6}_{l=2} 4s^2$$

۶۲- گزینه ۳

استراتژی برای حل قسمت اول سؤال، بعد از موازنه‌کردن واکنش‌ها، کافیه که از روی حجم NH_3 به مول H_2O در واکنش (I) برسی. بعد می‌تونی از روی فرض سؤال، مول H_2O رو در واکنش (II) به دست بیاری و از روی اون به جرم یون کربنات (CO_3^{2-}) برسی. برای حل قسمت دوم سؤال هم، باید برای واکنش (I) که همهٔ فراورده‌های آن گازی هستند، جرم جامد باقی‌مانده را برابر با جرم واکنش‌دهندهٔ تجزیه‌نشده در نظر بگیری و برای واکنش (II)، می‌تونی جرم گازهای تولیدشده رو از جرم اولیهٔ واکنش‌دهنده کم کنی تا جرم جامد باقی‌مانده به دست بیاد. فقط باید در محاسبات، بازده درصدی واکنش رو هم وارد کنی.

گام موازنهٔ معادلهٔ واکنش‌ها:

$$I)\ (NH_4)_2CO_3(s) \rightarrow 2NH_3(g)+CO_2(g)+H_2O(g)$$

$$II)\ 2LiHCO_3(s) \rightarrow Li_2CO_3(s)+CO_2(g)+H_2O(g)$$

گام به دست آوردن مول H_2O، ابتدا در واکنش (I) و بعد در واکنش (II):

$$\underbrace{\frac{\text{حجم گاز (لیتر)}}{\text{ضریب}\times 22/4}}_{NH_3}=\underbrace{\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}}_{H_2O} \Rightarrow \frac{11/2}{2\times 22/4}=\frac{x}{1} \Rightarrow x=0/25\,mol$$

نکته با توجه به رابطهٔ « $\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} = \text{مول}$ »، از اون‌جا که فقط با یک نوع ماده (یعنی H_2O) سروکار داریم؛ نسبت جرم‌های تولیدی H_2O در دو واکنش برابر با نسبت مول آن‌ها در واکنش‌هاست، یعنی مول H_2O تولیدی در واکنش (II) نیز، ۵ برابر مول H_2O تولیدی در واکنش (I) است و نیازی به محاسبهٔ جرم H_2O نداریم.

بر این اساس، مول H_2O تولیدشده در واکنش (II) برابر با $۵ \times ۰/۲۵ = ۱/۲۵$ مول است.

گام به دست آوردن جرم CO_3^{2-} (یون کربنات):

براساس معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش (II) می‌توان به هم‌ارزی زیر رسید:

$$\underbrace{۱Li_2CO_3}_{۲Li^+ + ۱CO_3^{2-}} \sim ۱CO_3^{2-} \sim ۱H_2O$$

$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}_{H_2O} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{CO_3^{2-}} \Rightarrow \frac{۱/۲۵}{۱} = \frac{x}{۱ \times ۶۰} \Rightarrow x = ۷۵\ g\ CO_3^{2-}$$

گام جرم جامد برجای‌مانده در هر دو واکنش را حساب می‌کنیم.

در واکنش (I)، همهٔ فراورده‌ها گازی هستند و جامد برجای‌مانده، همان واکنش‌دهندهٔ تجزیه‌نشده (یعنی همان ۲۰ درصد ۱۷ گرم اولیه) است. $۱۷ \times \frac{۲۰}{۱۰۰} = ۳/۴\ g$ = جرم جامد برجای‌مانده (I)

برای واکنش (II)، جامد برجای‌مانده شامل واکنش‌دهندهٔ تجزیه‌نشده و فراوردهٔ جامد تشکیل‌شده است. برای محاسبهٔ مجموع این دو جرم می‌توان از دو روش استفاده کرد:

روش جرم $LiHCO_3$ تجزیه‌نشده $= ۱۷ \times \frac{۲۰}{۱۰۰} = ۳/۴\ g$

جرم Li_2CO_3 تولیدشده $\Rightarrow \frac{\frac{\text{درصد تجزیه}}{۱۰۰} \times \text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{LiHCO_3} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{Li_2CO_3}$

$$\Rightarrow \frac{۱۷ \times \frac{۸۰}{۱۰۰}}{۲ \times ۶۸} = \frac{x}{۱ \times ۷۴} \Rightarrow x = ۷/۴\ g\ Li_2CO_3$$

$$\text{جرم جامد برجای‌مانده} = ۳/۴ + ۷/۴ = ۱۰/۸\ g$$

روش اگر مجموع جرم گازهای تولیدشده را از جرم اولیهٔ واکنش‌دهنده کم کنیم، جرم جامد برجای‌مانده به دست می‌آید:

$$\frac{\frac{\text{درصد تجزیه}}{۱۰۰} \times \text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{LiHCO_3} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{CO_2, H_2O}$$

$$\Rightarrow \frac{۱۷ \times \frac{۸۰}{۱۰۰}}{\underbrace{۲ \times ۶۸}_{۴}} = \frac{x}{(۱ \times ۴۴) + (۱ \times ۱۸)} \Rightarrow x = ۶/۲\ g$$

$$\text{جرم جامد برجای‌مانده} = \text{جرم اولیه} - \text{جرم گازهای تولیدشده} = ۱۷ - ۶/۲ = ۱۰/۸\ g$$

گام و در آخر، خواستهٔ مسئله را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم جامد برجای‌مانده در واکنش (II)}}{\text{جرم جامد برجای‌مانده در واکنش (I)}} = \frac{۱۰/۸}{۳/۴} \simeq ۳/۱۸$$

مشاوره حواست باشه که این مسئلهٔ استوکیومتری طولانی و دوقسمتی رو، در دور اول حل نکنی. چرا؟! چون ممکنه تا انتهای دفترچه، سؤالات ساده‌ای باشه که زمان کم‌تری برای حلشون نیازه؛ این‌طوری به جای صرف زمان برای حل یک تست زمان‌بر، می‌تونی چندتا تست جلو بیفتی!

۶۳- گزینه ۴

باید فرمول همهٔ ترکیب‌ها را نوشته و نسبت شمار کاتیون به آنیون در آن‌ها را به دست آوریم:

ردیف \ ستون	۱	۲
۱	$Na^+HCO_3^- \rightarrow NaHCO_3$ $\frac{۱}{۱} = ۱$	$Al^{3+}SO_4^{2-} \rightarrow Al_2(SO_4)_3$ $\frac{۲}{۳}$

ردیف \ ستون	۱	۲
۲	$Sc^{3+}O^{2-} \rightarrow Sc_2O_3$ $\frac{۲}{۳}$	$Mg^{2+}SO_4^{2-} \rightarrow MgSO_4$ $\frac{۱}{۱} = ۱$
۳	$Al^{3+}P^{3-} \rightarrow AlP$ $\frac{۱}{۱} = ۱$	$K^+NO_3^- \rightarrow KNO_3$ $\frac{۱}{۱} = ۱$
۴	$Ba^{2+}PO_4^{3-} \rightarrow Ba_3(PO_4)_2$ $\frac{۳}{۲}$	$Li^+S^{2-} \rightarrow Li_2S$ $\frac{۲}{۱} = ۲$

نسبت شمار کاتیون به آنیون در آلومینیم سولفات (ترکیب ستون ۲، ردیف ۱) و اسکاندیم اکسید (ترکیب ستون ۱، ردیف ۲) برابر $\frac{۲}{۳}$ است.

تیزبازی در فرمول‌نویسی ترکیب‌های یونی، بار آنیون به عنوان زیروند کاتیون و بار کاتیون به عنوان زیروند آنیون قرار می‌گیرد؛ بنابراین نسبت شمار کاتیون به آنیون همان نسبت بار آنیون به بار کاتیون است که در این سؤال باید برابر $\frac{۲}{۳}$ باشد.

$$\text{کاتیون}^{m+} \quad \text{آنیون}^{n-} \Rightarrow \frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{\text{بار آنیون}}{\text{بار کاتیون}} = \frac{۲}{۳}$$

پس در این سؤال، فقط کافیه ببینیم در کدوم ترکیب‌ها، بار آنیون ۲− و بار کاتیون ۳+ است. که می‌شه اسکاندیم اکسید (Sc^{3+}, O^{2-}) و آلومینیم سولفات (Al^{3+}, SO_4^{2-}).

۶۴- گزینه ۴

درس‌نامه رسم سریع ساختار لوویس گونه‌ها

۱ ابتدا شمار کل پیوندهای اشتراکی در یک گونه را با فرمول زیر به دست می‌آوریم:

$$\text{شمار کل پیوندهای اشتراکی} = \frac{\text{بار با در نظر گرفتن علامت} + \left(\begin{array}{c}\text{مجموع تعداد e‌های جفت‌نشده} \\ \text{در آرایش الکترون ـ نقطه‌ای اتم‌ها}\end{array}\right)}{۲}$$

۲ با توجه به نوع اتم‌ها، اتم مرکزی را با پیوندهای یگانه، دوگانه یا سه‌گانه به اتم‌های اطراف متصل می‌کنیم و با گذاشتن جفت‌الکترون‌های ناپیوندی، اتم‌ها (به‌جز H) را هشت‌تایی می‌کنیم.

فرمول یون کربنات به صورت CO_3^{2-} است، ساختار لوویس آن را به صورت زیر رسم می‌کنیم:

$$\text{شمار کل پیوندهای اشتراکی} = \frac{\overbrace{(۴ \times ۱)}^{C} + \overbrace{(۲ \times ۳)}^{O} - ۲}{۲} = \frac{۸}{۲} = ۴ \Rightarrow \left[:\ddot{O}-\underset{|}{\overset{:\ddot{O}:}{C}}=\ddot{O}:\right]^{۲-}$$

۶۵- گزینه ۲

درس‌نامه عدد اکسایش

برای تعیین سریع‌تر عدد اکسایش می‌توان از قواعد زیر استفاده کرد:

ردیف	قاعده	مثال
۱	عدد اکسایش عنصرها در حالت آزاد برابر صفر است.	عدد اکسایش سدیم در Na و عدد اکسایش اتم‌های هیدروژن در H_2 برابر با صفر است.
۲	عدد اکسایش اتم‌ها در یون‌های تک‌اتمی برابر با بار یون است.	عدد اکسایش آهن در یون Fe^{2+} برابر با ۲+ و عدد اکسایش کلر در یون Cl^- برابر با ۱− است.
۳	عدد اکسایش فلوئور (F) در ترکیب با بقیهٔ عنصرها، همیشه برابر ۱− است.	عدد اکسایش F در CaF_2، HOF و Na_3AlF_6 ... برابر ۱− است.
۴	عدد اکسایش اکسیژن در بیشتر ترکیب‌هایش برابر ۲− است.	عدد اکسایش اکسیژن در H_2O، Na_2O، NO_3^- و H_2SO_4، ۲− است.
۵	جمع جبری عددهای اکسایش اتم‌ها در یک ترکیب خنثی برابر با صفر و در یک یون چندتایی برابر با بار یون است.	$H_2SO_4 : ۲H + S + ۴O = ۰$ $PO_4^{3-} : P + ۴O = -۳$

ابتدا باید عدد اکسایش عنصرهای D و M را در ترکیب‌های داده‌شده، به دست آوریم:

$$D_2SiO_4 \begin{cases} D^{2+} \Rightarrow \text{عدد اکسایش} = +2 \\ SiO_4^{4-} \text{(یون سیلیکات)} \end{cases} \qquad MO_3 : M + 3(-2) = 0 \Rightarrow M = +6$$

حالا می‌ریم سراغ بررسی موارد:

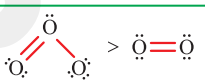
- $D(NO_3)_2$: با توجه به فرمول یون نیترات (NO_3^-)، عدد اکسایش D در این ترکیب، $+2$ است. ✓
- $NaMO_3$: این ترکیب را می‌توان شامل یون‌های Na^+ و MO_3^- در نظر گرفت. عدد اکسایش M در MO_3^- با MO_3 برابر نیست. ×
- DO: این ترکیب را می‌توان شامل یون‌های D^{2+} و O^{2-} در نظر گرفت و همه‌پی *کاملاً درسته!* ✓
- K_2MO_4: با در نظرگرفتن K^+ و MO_4^{2-}، عدد اکسایش M برابر $+6$ خواهد بود. ✓

$$MO_4^{2-} : M + 4(-2) = -2 \Rightarrow M = +6$$

- MF_6: عدد اکسایش فلوئور در ترکیب‌ها همواره برابر -1 است؛ پس عدد اکسایش M در MF_6 برابر $+6$ می‌باشد. ✓
- DBr_2: با در نظر گرفتن D^{2+} و Br^-، همه‌پی *درسته!* ✓

۶۶- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ مقایسهٔ خواص اوزون (O_3) با اکسیژن (O_2)

ویژگی	مقایسه
۱) سطح انرژی و واکنش‌پذیری شیمیایی	$O_3 > O_2$
۲) پایداری	$O_2 > O_3$
۳) گشتاور دوقطبی	ناقطبی $\leftarrow O_3 > O_2 \rightarrow$ قطبی
۴) دمای جوش	$(-112\ ^\circ C) \leftarrow O_3 > O_2 \rightarrow (-183\ ^\circ C)$
۵) شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی	

۲ اوزون در دو لایهٔ هواکره طی واکنش‌های متفاوتی تولید می‌شود:

تولید اوزون تروپوسفری (مضر!):

$$۱)\ N_2 + O_2 \xrightarrow[\text{یا گرمای موتور اتومبیل‌ها}]{\text{رعد و برق}} 2NO$$

$$۲)\ 2NO + O_2 \rightarrow 2NO_2$$

$$۳)\ NO_2 + O_2 \xrightarrow{\text{نور خورشید}} NO + O_3$$

چرخهٔ اوزون استراتوسفری (مفید!):

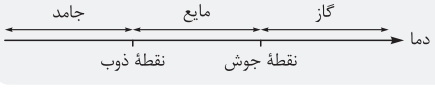
$$۱)\ O_3 + \text{تابش فرابنفش} \rightarrow O_2 + O$$

$$۲)\ O_2 + O \rightarrow O_3 + \text{تابش فروسرخ} \quad \Rightarrow \text{چرخهٔ کلی:} \ 3O_2 \rightleftharpoons 2O_3$$

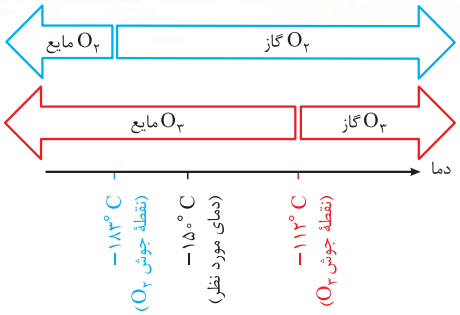
عبارت‌های اول تا سوم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: ◆ اوزون در لایهٔ تروپوسفر، آلاینده‌ای سمی و خطرناک است، اما در لایهٔ استراتوسفر، نقش مفید و محافظتی در برابر پرتوهای فرابنفش دارد.

نکته می‌دانیم که هر ماده‌ای در دماهای پایین‌تر از نقطهٔ ذوب خود به حالت جامد، در دماهای بالاتر از نقطهٔ جوش خود به حالت گاز و بین این دو دما (نقطهٔ ذوب و جوش) به حالت مایع است. مثلاً آب در دماهای کم‌تر از $0\ ^\circ C$ جامد، در دماهای بالاتر از $100\ ^\circ C$ به حالت گاز و در دماهای بین صفر و ۱۰۰ درجهٔ سلسیوس (مثلاً دمای اتاق، $25\ ^\circ C$) به حالت مایع است.



◆ *متأسفانه!* طراح از شما انتظار داشته با توجه به جدول فصل ۲ شیمی ۱، نقطهٔ جوش اوزون و اکسیژن رو حفظ کرده باشین! نقطهٔ جوش اکسیژن، $-183\ ^\circ C$ و نقطهٔ جوش اوزون، $-112\ ^\circ C$ است؛ پس در دمای $-150\ ^\circ C$، اکسیژن به حالت گاز و اوزون به حالت مایع است.



◆ اوزون تروپوسفری اغلب در حضور نور خورشید و طی واکنش زیر تولید می‌شود.

$$NO_2(g) + O_2(g) \xrightarrow{\text{نور خورشید}} NO(g) + O_3(g)$$

◆ اوزون در هر دو لایهٔ تروپوسفر و استراتوسفر وجود دارد، اما در لایهٔ استراتوسفر ناحیه‌ای (همون لایهٔ اوزون) وجود دارد که غلظت اوزون در آن بیشترین مقدار است.

مشاوره برای بررسی عبارت دوم این سؤال، حتماً باید نقطهٔ جوش O_2 و O_3 را حفظ می‌بودید، که خب تا قبل از این کنکور، کسی توصیه نمی‌کرد که این اعداد رو حفظ کنین. ولی متأسفانه در سال‌های اخیر، در یکی دو سؤال کنکور، موارد حفظی از جداول و حتی شکل‌های کتاب درسی اومده که شما رو ملزم می‌کنه کمی بیشتر به اعداد و شکل‌های کتاب درسی دقت کنید و تا حد ممکن بعضی‌هاشونو حفظ کنید! *پی بگیم تقصیر ما نیست!*

۶۷- گزینه ۱

استراتژی برای قسمت اول سؤال، ذره‌ها رو در شکل بشمار و مول و غلظت مولی NaOH رو به دست بیار. برای قسمت دوم هم، اگر از روی رابطهٔ $M_aV_an_a = M_bV_bn_b$ (رابطهٔ خنثی‌شدن اسید و باز) استفاده کنی، می‌تونی مول H_2SO_4 رو به دست بیاری و بعد به کمک جرم مولی، جرم اون رو حساب کنی. اگر هم از واکنش موازنه‌شدهٔ خنثی‌شدن اسید و باز استفاده کنی باید بین NaOH و H_2SO_4 روابط استوکیومتری رو بنویسی.

گام در ظرف، ۱۰ ذره وجود دارد؛ در نتیجه مقدار مول NaOH در ظرف برابر با $0/2$ مول $(10 \times 0/02 = 0/2)$ است. اکنون می‌توان غلظت مولی NaOH را به دست آورد:

$$\text{غلظت مولار } (M) = \frac{\text{مول حل‌شونده}}{\text{لیتر محلول}} \Rightarrow M = \frac{0/2}{5 \times 10^{-2}} = \frac{20}{5} = 4\ mol.L^{-1}$$

گام روش استفاده از فرمول خنثی‌شدن اسید و باز:

نکته برای حل مسائل خنثی‌شدن اسید و باز، می‌توانیم از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$\overbrace{n_a . M_a}^{\text{مول اسید}} . V_a = \overbrace{n_b . M_b}^{\text{مول باز}} . V_b$$

ظرفیت اسید × غلظت اسید × حجم اسید = ظرفیت باز × غلظت باز × حجم باز

سولفوریک اسید (H_2SO_4)، اسید قوی ۲ظرفیتی و سدیم هیدروکسید (NaOH) باز قوی تک‌ظرفیتی است؛ در نتیجه داریم:

$$\underbrace{M_aV_an_a}_{\text{mol اسید}} = M_bV_bn_b \Rightarrow \text{mol}_{\text{اسید}} \times 2 = 4 \times 0/015 \times 1 \Rightarrow \text{mol}_{\text{اسید}} = 0/03$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$?\,g H_2SO_4 = 0/03\,mol H_2SO_4 \times \frac{98\,g H_2SO_4}{1\,mol H_2SO_4} = 2/94\,g$$

روش نوشتن معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش و استفاده از استوکیومتری واکنش:

$$H_2SO_4(aq) + 2NaOH(aq) \rightarrow Na_2SO_4(aq) + H_2O(l)$$

با توجه به این‌که حجم و غلظت محلول را داریم، خواهیم داشت:

$$\underbrace{15 \times 10^{-3}\ L\ NaOH(aq)}_{\text{حجم محلول}} \times \underbrace{\frac{4\ mol}{1\ L\ NaOH(aq)}}_{\text{غلظت محلول}} \times \frac{1\,mol H_2SO_4}{2\,mol NaOH} \times \frac{98\,g H_2SO_4}{1\,mol H_2SO_4}$$

$$= 2/94\,g H_2SO_4$$

۶۸- گزینه ۴

همهٔ عبارت‌های داده‌شده، نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: **عبارت اول:** یون فلوئورید در مراکز تأمین آب آشامیدنی به آن افزوده می‌شود، *نه این‌که ارزش هدا بشه!* وجود این یون سبب حفظ سلامت دندان‌ها می‌شود.

عبارت دوم: مثلاً ساختار مولکول گوگرد دی‌اکسید (SO_2)، V شکل است، اما اتم مرکزی آن (S) سر مثبت مولکول را تشکیل می‌دهد (خصلت نافلز S نسبت به O، کم‌تر است)؛ بنابراین در میدان الکتریکی به سمت قطب منفی، جهت‌گیری می‌کند.

عبارت سوم:

تله نیروهای بین مولکولی به طور عمده به میزان قطبی‌بودن مولکول‌ها و جرم آن‌ها وابسته است.

هواستون باشه! که قدرت نیروهای بین مولکولی یک ماده، حالت فیزیکی آن را تعیین می‌کند؛ پس گفتن این‌که حالت فیزیکی بر نیروهای بین مولکولی تأثیر دارد، غلطه!

عبارت چهارم:

تله *کی گفته؟!* مثلاً اگر فرمول یک ترکیب یونی به صورت AB باشد، چه‌جوری می‌شه فهمید بار یون‌ها $(+1,-1)$ یا $(+2,-2)$ و یا $(+3,-3)$ است؟ *نمی‌شه!* چون در فرمول‌نویسی ترکیب‌های یونی ممکن است بار یون‌ها با هم ساده شود.

مشاوره در چند کنکور اخیر، توجه به درک عمیق مفاهیم اصلی شیمی بسیار مشهوده! مثلاً عبارت سوم این سؤال، از نظر علمی یک عبارت بی‌معناست! در واقع طراح سعی کرده با جابه‌جاکردن کلمات جملهٔ کتاب درسی، ذهن شما رو به چالش بکشه و هدفش هم این بوده که مشخص کنه کدوم داوطلب‌ها مفاهیم رو عمیقاً یاد گرفتن و کدوم‌ها فقط عبارت‌ها رو حفظ کردن! پس سعی کن مفاهیم رو اصولی درک کنی و براش وقت بذاری.

۶۹- گزینه ۳

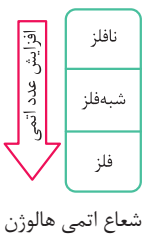
درس‌نامه روند تغییر شعاع اتمی و واکنش‌پذیری فلزها و نافلزها در جدول دوره‌ای

در یک دوره از چپ به راست
- شعاع اتمی عنصرها، کاهش می‌یابد.
- خصلت فلزی و واکنش‌پذیری فلزها، کاهش می‌یابد.
- خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری نافلزها، افزایش می‌یابد.

در یک گروه از بالا به پایین
- شعاع اتمی عنصرها، افزایش می‌یابد.
- خصلت فلزی و واکنش‌پذیری فلزها، افزایش می‌یابد.
- خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری نافلزها، کاهش می‌یابد.

عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: ◇ در یک گروه از بالا به پایین، خصلت فلزی عنصرها افزایش و خصلت نافلزی عنصرها کاهش می‌یابد؛ یعنی اگر در یک گروه، هر سه نوع عنصر فلزی، نافلزی و شبه‌فلزی وجود داشته باشند، به ترتیب از بالا به پایین، با عنصرهای نافلزی، شبه‌فلزی و فلزی سروکار داریم؛ پس عدد اتمی شبه‌فلز Y از عدد اتمی نافلز X هم‌گروه آن به یقین بزرگ‌تر است.

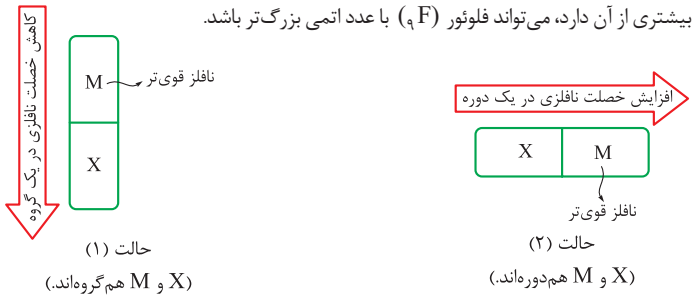


◇ در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی عنصرها کاهش می‌یابد؛ پس شعاع اتمی هالوژن یک دوره از شعاع اتمی نافلزهای سمت چپ هم‌دورهٔ آن کم‌تر است. (با توجه به این‌که برای گازهای نجیب، شعاع اتمی رو بررسی نمی‌کنیم، این نافلزها رو بی‌خیال شدیم!)

◇ $_{9}F$ و $_{17}Cl$ هالوژن‌های گازی‌شکل هستند. در جدول دوره‌ای، عنصرهای نافلزی با عددهای اتمی بیشتر از ۹ و ۱۷ هم داریم که در ۳ دورهٔ اول قرار ندارند.
مثلاً $_{35}Br$ و $_{53}I$ به ترتیب متعلق به دوره‌های چهارم و پنجم هستند.

◇ عنصر $_{12}Z$ در گروه ۲ قرار دارد و کاتیون دو بار مثبت تشکیل می‌دهد؛ پس فرمول آنیون در ZX، X^{2-} است. عنصرهای گروه ۱۶، آنیون دو بار منفی تشکیل می‌دهند.

◇ بستگی به هم‌گروه یا هم‌دوره بودن M و X دارد (حالت‌های ۱ و ۲). در یک گروه با افزایش عدد اتمی، خصلت نافلزی عنصرها کاهش می‌یابد؛ در حالی که در یک دوره با افزایش عدد اتمی، خصلت نافلزی عنصرها، افزایش می‌یابد. بنابراین فقط در صورتی که عنصرهای M و X هم‌گروه باشند (حالت ۱)، عدد اتمی M کوچک‌تر از X است. در حالتی که دو عنصر هم‌دوره هستند (حالت ۲)، عدد اتمی نافلز قوی‌تر بیشتر است. مثلاً اگر X اکسیژن $(_{8}O)$ باشد، عنصر M که خصلت نافلزی بیشتری از آن دارد، می‌تواند فلوئور $(_{9}F)$ با عدد اتمی بزرگ‌تر باشد.



مشاوره این سؤال یه نمونه از سؤال‌های تحلیلیه! با توجه به این‌که سهم سؤال‌های تحلیلی در کنکورهای اخیر زیاد شده، بهتون توصیه می‌کنیم که هر جا توی کتاب‌ها، آزمون‌ها و ... این مدل سؤال‌ها رو دیدید، اول دانش خودتون رو محک بزنید و بعدش حتماً پاسخ سؤال رو بخونید تا بتونید مهارتتون رو در این مدل تست‌ها بالا ببرید.

۷۰- گزینه ۲

استراتژی اول واکنش‌ها رو بنویس و موازنه کن. می‌دونی که CO_2 فقط از سوختن متان حاصل شده؛ در نتیجه می‌تونی جرم CH_4 مصرف‌شده و H_2O تولیدشده در واکنش سوختن متان رو به دست بیاری. چون جرم H_2O کل رو داری پس جرم H_2O در واکنش سوختن H_2 هم به دست میاد و از اون‌جا می‌تونی جرم H_2 رو به دست بیاری. با جمع‌کردن جرم H_2 و CH_4، جرم اولیهٔ مخلوط هم به دست میاد و می‌تونی درصد جرمی اتم H در مخلوط رو به دست بیاری.

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش سوختن CH_4 و H_2 به صورت زیر است:

$$2H_2(g)+O_2(g)\rightarrow 2H_2O(g)$$
$$CH_4(g)+2O_2(g)\rightarrow CO_2(g)+2H_2O(g)$$

گام به دست آوردن جرم CH_4 مصرف‌شده و H_2O تولیدشده در واکنش سوختن متان:

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم‌مولی}\times\text{ضریب}}_{CO_2}}=\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم‌مولی}\times\text{ضریب}}_{CH_4}}=\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم‌مولی}\times\text{ضریب}}_{H_2O}}$$

$$\Rightarrow \frac{17/6}{1\times 44}\overset{\div 4}{=}\frac{x}{1\times 16}=\frac{y}{2\times 18}\Rightarrow\begin{cases}x=6/4\ g\,CH_4\\ y=14/4\ g\,H_2O\end{cases}$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$17/6\ g\,CO_2\times\frac{1\ mol\,CO_2}{44\ g\,CO_2}\times\frac{1\ mol\,CH_4}{1\ mol\,CO_2}\times\frac{16\ g\,CH_4}{1\ mol\,CH_4}=6/4\ g\,CH_4$$

$$17/6\ g\,CO_2\times\frac{1\ mol\,CO_2}{44\ g\,CO_2}\times\frac{2\ mol\,H_2O}{1\ mol\,CO_2}\times\frac{18\ g\,H_2O}{1\ mol\,H_2O}=14/4\ g\,H_2O$$

گام به دست آوردن جرم H_2O تولیدشده در واکنش سوختن هیدروژن:

$$\underbrace{H_2O}_{\text{کل}}=\underbrace{H_2O}_{\text{سوختن متان}}+\underbrace{H_2O}_{\text{سوختن هیدروژن}}\Rightarrow 46/8=14/4+x\Rightarrow x=32/4\ g$$

گام به دست آوردن جرم H_2 در واکنش سوختن آن:

$$2H_2\sim 2H_2O$$

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم‌مولی}\times\text{ضریب}}_{H_2}}=\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم‌مولی}\times\text{ضریب}}_{H_2O}}\Rightarrow\frac{x'}{2\times 2}=\frac{32/4}{2\times 18}\Rightarrow x'=3/6\ g$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$32/4\ g\,H_2O\times\frac{1\ mol\,H_2O}{18\ g\,H_2O}\times\frac{2\ mol\,H_2}{2\ mol\,H_2O}\times\frac{2\ g\,H_2}{1\ mol\,H_2}=3/6\ g\,H_2$$

گام به دست آوردن جرم مخلوط اولیه:

$$\text{جرم مخلوط اولیه}=\text{جرم}\,CH_4+\text{جرم}\,H_2=6/4+3/6=10\ g$$

گام به دست آوردن جرم اتم H در مخلوط:

تیزبازی طبق واکنش‌ها می‌توان گفت که اتم H در فراوردهٔ دو واکنش فقط در ساختار H_2O وجود دارد. براساس قانون پایستگی جرم، می‌توان جرم اتم H را از طریق جرم H_2O کل به دست آورد. جرم به‌دست‌آمده، جرم H کل در مخلوط CH_4 و H_2 است. با این کار نیازی نیست که جرم اتم H را در هر دو واکنش به صورت مجزا به دست آوریم.

در هر مول H_2O، ۲ مول H وجود دارد؛ بنابراین: $H_2O \sim 2H$

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم‌مولی}\times\text{ضریب}}_{\text{کل }H_2O}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم‌مولی}\times\text{ضریب}}_{\text{کل H}}} \Rightarrow \frac{۳۲/۴+۱۴/۴}{۱\times۱۸} = \frac{Z}{۲\times۱}$$

$$\Rightarrow \frac{\overset{۲/۶}{\cancel{۴۶/۸}}}{\underset{۱}{\cancel{۱\times۱۸}}} = \frac{Z}{۲\times۱} \Rightarrow Z = ۵/۲\ \text{g H کل}$$

گام به دست آوردن درصد جرمی H در مخلوط اولیه:

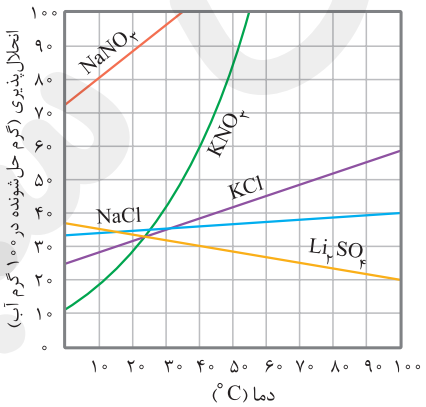
$$\text{درصد جرمی H} = \frac{\text{جرم H}}{\underbrace{\text{جرم مخلوط اولیه}}_{\text{جرم }H_2+\text{جرم }CH_4}}\times۱۰۰ \Rightarrow \frac{۵/۲}{۶/۴+۳/۴} = \frac{۵/۲}{۱۰}\times۱۰۰ = ٪۵۲$$

۷۱- گزینه ۴

عبارت‌های «الف» و «ب» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: (الف) در فصل ۳ کتاب درسی شیمی ۱ در مبحث «نمودار انحلال‌پذیری ـ دما»، می‌خوانیم که تعیین انحلال‌پذیری ترکیب‌های یونی، در آب و رسم نمودار انحلال‌پذیری ـ دما برای آن‌ها، از آزمایش و داده‌های تجربی به دست آمده است.

(ب) برای برخی ترکیب‌های یونی، مانند پتاسیم نیترات (KNO_3)، نمودار انحلال‌پذیری به صورت خطی **نیست**.



(پ) اولاً قانون هنری فقط بیان می‌کند که با افزایش فشار، انحلال‌پذیری گازها در آب به صورت خطی تغییر می‌کند. *ثانیاً این جمله غلط!* مثلاً گاز CO_2 که مولکول‌های ناقطبی دارد، به علت واکنش با آب، انحلال‌پذیری بیشتری نسبت به گاز قطبی NO دارد، پس در این‌جا افزایش فشار بر انحلال‌پذیری گاز ناقطبی CO_2، نسبت به انحلال‌پذیری گاز قطبی NO، تأثیر بیشتری خواهد داشت. (ت) سر ناقطبی مولکول اتانول، یعنی گروه C_2H_5 با مولکول‌های قطبی آب، جاذبه‌ای برقرار نمی‌کند. اتانول از سر قطبی خود (یعنی گروه OH) با مولکول‌های آب، پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند.

مشاوره ساده‌ترین راه برای بررسی درستی یا نادرستی عبارت‌های دانشی و تحلیلی، مانند عبارت (پ) این سؤال، *اینه که تو ذهنتون چندتا مثال رو چک کنید و ببینید مورد نقضی براش پیدا می‌کنید، یا نه!*

۷۲- گزینه ۴

نکته ۱ لیست رسوب‌های موجود در کتاب درسی را به خاطر بسپارید. این مواد در آب نامحلول هستند و کم‌تر از ۰/۰۱ گرم در ۱۰۰ g آب حل می‌شوند:

$$\underbrace{AgCl - BaSO_4 - Ca_3(PO_4)_2 - Mg(OH)_2}_{\text{رسوب سفیدرنگ}} - \underbrace{Fe(OH)_2}_{\text{رسوب سبزرنگ}} - \underbrace{Fe(OH)_3}_{\text{رسوب آجری‌رنگ}}$$

۲ ترتیب کلی مقایسهٔ واکنش‌پذیری فلزات زیر را به خاطر داشته باشید:

واکنش‌پذیری: فلزات قلیایی > فلزات قلیایی خاکی $> Al > Zn > Fe > Cu > Ag > Au$

انجام‌پذیری واکنش فلز روی (Zn) با اکسید فلز X، نشان‌دهندهٔ واکنش‌پذیری بیشتر فلز Zn نسبت به فلز X است. از طرفی واکنش‌پذیری فلز قلیایی پتاسیم (K) از واکنش‌پذیری فلز واسطهٔ Zn بیشتر است؛ بنابراین فلز پتاسیم نیز با اکسید فلز X واکنش خواهد داد.

واکنش‌پذیری: $K > Zn > X$

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱ حلالیت (انحلال‌پذیری) یک ترکیب یونی به ماهیت آنیون آن‌ها نیز بستگی دارد. مثلاً کاتیون سازندهٔ هر دو ترکیب $BaCl_2$ و $BaSO_4$ یکسان (Ba^{2+}) است، اما ترکیب اول، محلول در آب و ترکیب دوم، نامحلول در آب (رسوب) است.

۲ واکنش‌پذیری فلزهای آهن و روی بیشتر از فلز مس است و می‌توانند با محلول مس (II) سولفات واکنش داده و رنگ آن را تغییر دهند، اما واکنش‌پذیری فلز نقره کم‌تر از مس بوده و نمی‌تواند با محلول مس (II) سولفات واکنش دهد. ۳ با اضافه‌کردن NaOH به $FeCl_3$، **رسوب** آجری‌رنگ $Fe(OH)_3$ تشکیل می‌شود نه محلول آجری‌رنگ!

تله حواستون باشه که موقع خوندن سریع عبارت‌ها، تو دام کلمات نیفتید.

واکنش انجام‌شده به صورت زیر است:

$$3NaOH(aq) + \underbrace{FeCl_3(aq)}_{\text{محلول زردرنگ}} \rightarrow \underbrace{Fe(OH)_3(s)}_{\text{رسوب آجری‌رنگ}} + 3NaCl(aq)$$

۷۳- گزینه ۳

نکته در واکنش سوختن کامل هیدروکربن‌ها، ضریب CO_2 برابر با تعداد اتم‌های کربن در هیدروکربن و ضریب H_2O برابر نصف تعداد اتم‌های هیدروژن در هیدروکربن است. برای مثال در واکنش سوختن آلکان‌ها با فرمول C_nH_{2n+2}، ضریب CO_2 برابر با n و ضریب H_2O برابر $n+1$ است.

گام فرمول مولکولی آلکان مورد نظر را به دست می‌آوریم. از سوختن کامل هر مول آلکان با فرمول مولکولی C_nH_{2n+2}، $(n+1)$ مول آب تولید می‌شود؛ بنابراین داریم:

روش استفاده از کسر تناسب:

$$C_nH_{2n+2} \sim (n+1)H_2O$$

$$\frac{\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب}\times۱}_{C_nH_{2n+2}}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم‌مولی}\times\text{ضریب}}_{H_2O}} \Rightarrow \frac{۰/۰۲}{۱\times۱} = \frac{۴/۶۸}{(n+1)\times۱۸} \Rightarrow ۰/۳۶(n+1) = ۴/۶۸$$

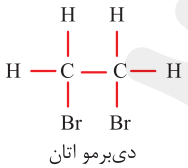
$$\Rightarrow n+1 = ۱۳ \Rightarrow n = ۱۲ \Rightarrow \text{فرمول مولکولی آلکان} = C_{12}H_{26}$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$۰/۰۲\ \text{mol آلکان} \times \frac{(n+1)\ \text{mol}\ H_2O}{۱\ \text{mol آلکان}} \times \frac{۱۸\ \text{g}\ H_2O}{۱\ \text{mol}\ H_2O} = ۴/۶۸\ \text{g}\ H_2O$$

$$\Rightarrow n+1 = \frac{۴/۶۸}{۱۸\times۰/۰۲} \Rightarrow n+1 = ۱۳ \Rightarrow n = ۱۲$$

گام اگر به جای دوتا از اتم‌های هیدروژن اتان (C_2H_6)، اتم‌های برم قرار گیرد، دی‌برمو اتان به دست می‌آید؛ بنابراین فرمول دی‌برمو اتان به صورت $C_2H_4Br_2$ است.



دی‌برمو اتان

گام تفاوت جرم مولی دی‌برمو اتان و آلکان مورد نظر را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{جرم‌مولی } C_2H_4Br_2 = (۲\times۱۲)+۴+(۲\times۸۰) = ۱۸۸\ \text{g.mol}^{-1}$$

$$\text{جرم‌مولی } C_{12}H_{26} = (۱۲\times۱۲)+۲۶ = ۱۷۰\ \text{g.mol}^{-1} \Rightarrow ۱۸۸-۱۷۰ = ۱۸\ \text{g}$$

۷۴- گزینه ۱

استراتژی اول معادلهٔ واکنش رو بنویس و موازنه کن. اگر از روش کسر تناسب می‌خوای سؤال رو حل کنی، کافیه که برای آمونیوم سولفات کسر مربوط به درصد خلوص و برای باریم سولفات هم کسر مربوط به مول رو بنویسی و درصد خلوص رو به دست بیاری. اگر از روش کسر تبدیل می‌خوای استفاده کنی، باید اول با استفاده از مول تولیدی باریم سولفات، جرم خالص آمونیوم سولفات رو به دست بیاری و بعد به کمک رابطهٔ درصد خلوص، خواستهٔ مسئله رو حساب کنی.

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به صورت زیر است:

$$(NH_4)_2SO_4 + BaCl_2 \rightarrow BaSO_4 + 2NH_4Cl$$

$$(NH_4)_2SO_4 \sim BaSO_4$$

روش ۱ استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\frac{\text{درصد خلوص} \times \text{جرم ناخالص}}{۱۰۰}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}}_{(NH_4)_2SO_4} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}_{BaSO_4} \Rightarrow \frac{\frac{۳۳ \times x}{۱۰۰}}{۱ \times ۱۳۲} = \frac{۰/۲}{۱} \Rightarrow x = ۴۰۰ \times ۰/۲ = \%۸۰$$

روش ۲ استفاده از کسر تبدیل: ابتدا باید جرم خالص آمونیوم سولفات را حساب کنیم:

$$۰/۲\,mol\,BaSO_4 \times \frac{۱\,mol\,(NH_4)_2SO_4}{۱\,mol\,BaSO_4} \times \frac{۱۳۲\,g\,(NH_4)_2SO_4}{۱\,mol\,(NH_4)_2SO_4} = ۲۶/۴\,g\,(NH_4)_2SO_4$$

حالا با توجه به رابطهٔ درصد خلوص خواهیم داشت:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم}\,(NH_4)_2SO_4}{\text{جرم کود}} \times ۱۰۰ = \frac{۲۶/۴}{۳۳} \times ۱۰۰ = \%۸۰$$

۷۵- گزینه ۳

درس‌نامه تعیین عدد اکسایش به روش رسم ساختار لوویس

برای تعیین عدد اکسایش اتم‌ها، در مواد مولکولی یا یون‌های چنداتمی، از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

عدد اکسایش اتم = شمار الکترون‌های ظرفیت اتم − شمار الکترون‌های نسبت داده‌شده به اتم

برای تعیین شمار الکترون‌های نسبت داده شده به هر اتم، پس از رسم ساختار لوویس گونهٔ مورد نظر، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

۱) به ازای هر جفت‌الکترون پیوندی میان دو اتم یکسان، یک الکترون به هر اتم نسبت می‌دهیم.

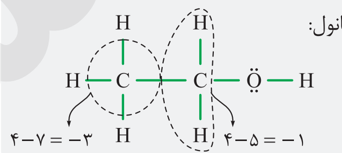
۲) به ازای هر جفت‌الکترون پیوندی میان دو اتم متفاوت، هر دو الکترون را به اتم با خصلت نافلزی بیشتر، نسبت می‌دهیم.

نکته مقایسهٔ خصلت نافلزی چند عنصر زیر را *بلد باشین*:

خصلت نافلزی: $F > O > N > Cl > Br > I > S > C > H$

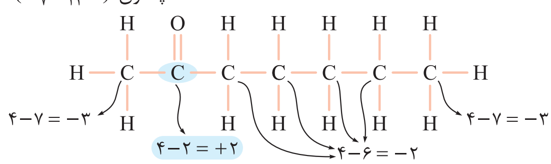
۳) همهٔ الکترون‌های ناپیوندی روی هر اتم را به همان اتم نسبت می‌دهیم.

مثال: محاسبهٔ عدد اکسایش اتم‌های کربن در اتانول:

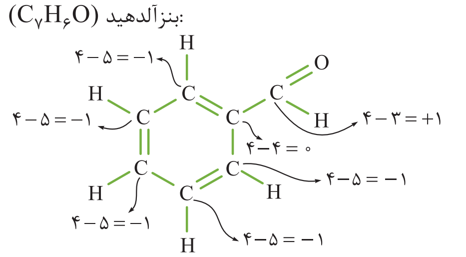


فقط در ساختار ۲ ـ هپتانون، اتم کربنی با عدد اکسایش ۲+ وجود دارد.

۲ ـ هپتانون ($C_7H_{14}O$):



بنزآلدهید (C_7H_6O):



بررسی سایر گزینه‌ها: (۱) ۲ ـ هپتانون، یک کتون و بنزآلدهید، یک آلدهید است. در هر دو گروه عاملی آلدهیدی ($-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-H$) و کتونی ($-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-$)، گروه کربونیل ($\overset{O}{\overset{\|}{C}}$) وجود دارد.

(۲) در مولکول سازندهٔ دو ترکیب، ۷ اتم کربن وجود دارد. (۴) هر دو ترکیب را به دلیل داشتن گروه عاملی اکسیژن‌دار می‌توان قطبی در نظر گرفت؛ از این‌رو در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند. با توجه به این‌که هر دو ترکیب، دارای ۷ اتم کربن هستند، انحلال‌پذیری کمی در آب دارند.

مشاوره به خاطر سپردن فرمول ساختاری مولکول‌های آلی کتاب درسی *جزء واجبات فوندن شیمی آلیه*. پس ساختار همهٔ مولکول‌های آلی سه کتاب درسی رو، یه جا برای خودت بنویس و با توجه به گروه عاملی موجود در اون‌ها، دسته‌بندی‌شون کن تا *راحت تو ذهنت* save *بشن*!

۷۶- گزینه ۳

درس‌نامه تفاوت دما، انرژی گرمایی و گرما

دما: دمای یک ماده تعیین‌کنندهٔ میزان جنب‌وجوش، میانگین سرعت و میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازندهٔ آن است و میزان سردی و گرمی ماده را مشخص می‌کند.

انرژی گرمایی: به مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازندهٔ یک ماده، انرژی گرمایی آن ماده می‌گویند. انرژی گرمایی هم به **دما** و هم به **تعداد ذره‌های سازندهٔ (جرم) ماده** بستگی دارد.

گرما: به مقدار انرژی گرمایی که به دلیل تفاوت در دما، بین دو ماده جاری می‌شود، گرما گفته می‌شود که آن را با نماد Q نشان می‌دهند.

دما و انرژی گرمایی ← توصیف یک نمونه ماده

گرما و تغییر دما ← توصیف یک فرایند

عبارت‌های اول تا سوم درست‌اند.

بررسی عبارت چهارم:

عبارت چهارم: گرما از ویژگی‌های یک نمونه ماده نیست و برای توصیف یک فرایند به کار می‌رود.

درستش اینه که بگیم دمای یک نمونه ماده از ویژگی‌های آن است و تفاوت دما بین دو ماده، موجب دادوستد انرژی گرمایی بین آن‌ها می‌شود.

مشاوره باز هم طراح در عبارت آخر این سؤال، سعی کرده با جابه‌جاکردن کلمات جملهٔ کتاب درسی، ذهن شما رو به چالش بکشه و دانش شما رو در درک مفاهیم اصلی محک بزنه. پس برای درک مفاهیم وقت کافی بذار و فقط حفظشون نکن!

۷۷- گزینه ۱

استراتژی ابتدا با استفاده از قانون هس (جمع واکنش‌های I و II)، معادلهٔ واکنش کلی رو به دست بیار و بعد از طریق آنتالپی‌های پیوند در مواد واکنش‌دهنده و فراورده‌های واکنش کلی، ΔH واکنش کلی رو محاسبه کن.

گام ۱ معادلهٔ دو واکنش را با هم جمع می‌کنیم تا معادلهٔ واکنش کلی به دست آید:

$$2H_2 + O_2 \rightarrow \cancel{2H_2O}$$

$$CO_2 + \cancel{2H_2O} \rightarrow CH_4 + 2O_2$$

$$2H_2 + CO_2 \rightarrow CH_4 + O_2$$

تیزبازی انتظار داریم که علامت ΔH واکنش مربوط به سؤال که عکس واکنش سوختن متان است، مثبت باشد؛ بنابراین همین جای کار (۳) و (۴) پَرا!

گام ۲ به کمک آنتالپی‌های پیوند، ΔH واکنش کلی را حساب می‌کنیم:

نکته

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}]$$

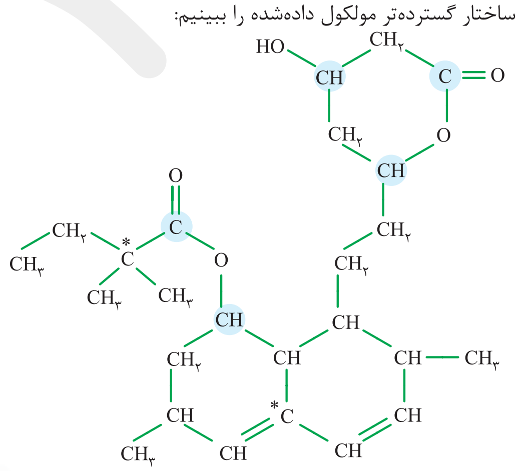
$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [2\Delta H(H-H) + 2\Delta H(C=O)] - [4\Delta H(C-H) + \Delta H(O=O)]$$

$$= [\underbrace{(۲ \times ۴۳۵) + (۲ \times ۷۹۰)}_{۲(۴۳۵+۷۹۰)=۲\times۱۲۲۵=۲۴۵۰}] - [\underbrace{(۴ \times ۴۱۴) + ۴۹۴}_{۲۱۵۰}] = ۲۴۵۰ - ۲۱۵۰ = ۳۰۰\,kJ$$

۷۸- گزینه ۲

عبارت‌های اول، سوم و چهارم نادرست‌اند.

بیایید ابتدا ساختار گسترده‌تر مولکول داده‌شده را ببینیم:



بررسی عبارت‌ها:

- دو اتم کربن ستاره‌دار، تنها به اتم‌های کربن متصل هستند. ×
- مولکول مورد نظر در مجموع ۲۵ اتم کربن دارد که ۵تای آن‌ها با اتم اکسیژن پیوند دارند (در شکل هایلایت شده‌اند). ✓

$$\frac{5}{25}\times 100 = \%20$$

- در ساختار مولکول مورد نظر، ۶ گروه CH_2 و ۵ گروه CH_3 وجود دارد. ×
- مولکول مورد نظر، دارای دو پیوند $C=C$ است که هر پیوند دوگانه با جذب دو اتم هیدروژن به پیوند یگانه تبدیل می‌شود؛ یعنی با تبدیل دو پیوند $C=C$ به پیوندهای $C-C$، ۴ اتم هیدروژن به ترکیب اضافه می‌شود. ترکیب مورد نظر، دارای ۵ اتم اکسیژن و در نتیجه ۱۰ جفت‌الکترون ناپیوندی است. ۴ که نصف ۱۰ نیست! ×

۷۹- گزینه ۱

استراتژی ابتدا معادلهٔ واکنش رو موازنه کن. بعد به روش تناسب، برای NO کسر مربوط به مول و برای N_2O_4 کسر مربوط به جرم همراه درصد خلوص رو بنویس و جرم N_2O_4 ناخالص رو به دست بیار. برای قسمت دوم سؤال هم، جرم H_2O و N_2H_4 رو به دست بیار و از همدیگه کمشون کن.

گام معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

به منظور موازنهٔ اتم H، به N_2H_4 ضریب ۱ و به H_2O ضریب ۲ می‌دهیم. از آن‌جا که برای موازنهٔ اتم‌های N و O، ضریب دو مادهٔ حاوی آن‌ها مجهول است، از ضرایب مجهول a و b استفاده می‌کنیم:

$$\underline{a}\,N_2O_4 + \underline{1}\,N_2H_4 \rightarrow \underline{b}\,NO + \underline{2}\,H_2O$$

$$\begin{cases} \text{موازنهٔ N: } 2a+2=b \\ \text{موازنهٔ O: } 4a=b+2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b-2a=2 \\ 4a-b=2 \end{cases} \Rightarrow 2a=4 \Rightarrow a=2,\ b=6$$

$$2N_2O_4 + N_2H_4 \rightarrow 6NO + 2H_2O$$

$$2N_2O_4 \sim 6NO$$

گام جرم N_2O_4 ناخالص را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\frac{\text{درصد خلوص}}{100}\times \text{جرم ناخالص}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{N_2O_4}} = \frac{\underbrace{\text{مول}}_{NO}}{\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{x\times\frac{80}{100}}{2\times 92} = \frac{0/15}{6}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\cancel{2}\times 92\times \overset{5}{\cancel{15}}}{80\times\cancel{6}} = \frac{92}{16} = \frac{23}{4} = \frac{20}{4}+\frac{3}{4} = 5/75\ g\ N_2O_4 \text{ ناخالص}$$

گام تفاوت جرم H_2O تولیدشده و N_2H_4 مصرف‌شده را حساب می‌کنیم:

روش به دست آوردن جرم H_2O و N_2H_4 به صورت جدا و محاسبهٔ تفاوت جرم آن‌ها:

$$6NO \sim 2H_2O \sim 1N_2H_4$$

$$\frac{\underbrace{\text{مول}}_{NO}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{H_2O}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{N_2H_4}}$$

$$\Rightarrow \frac{0/15}{6} = \frac{x}{2\times 18} = \frac{y}{1\times 32} \Rightarrow \begin{cases} x=0/9\ g \\ y=0/8\ g \end{cases}$$

تفاوت جرم H_2O تولیدی و N_2H_4 مصرفی $= 0/9-0/8 = 0/1\ g$

روش استفاده از کسر تناسب اختلاف جرم

نکته در مسائل استوکیومتری واکنش، در مواردی که به جای جرم یک ماده، مجموع یا تفاوت جرم دو ماده داده یا خواسته می‌شود، کسر تناسب مربوط به جرم به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}} \begin{cases} \dfrac{\text{مجموع جرم دو ماده}}{(\text{جرم مولی}\times\text{ضریب})_{\text{مادهٔ ۲}} + (\text{جرم مولی}\times\text{ضریب})_{\text{مادهٔ ۱}}} \\ \dfrac{\text{تفاوت جرم دو ماده}}{\left|(\text{جرم مولی}\times\text{ضریب})_{\text{مادهٔ ۲}} - (\text{جرم مولی}\times\text{ضریب})_{\text{مادهٔ ۱}}\right|} \end{cases}$$

$$N_2H_4 \sim 6NO \sim 2H_2O$$

$$\frac{\underbrace{\text{مول}}_{\text{ضریب}\times 1}}{NO} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{H_2O-N_2H_4}} \Rightarrow \frac{0/15}{6\times 1} = \frac{\text{تفاوت جرم}}{(2\times 18)-(1\times 32)}$$

$$\Rightarrow \text{تفاوت جرم} = \frac{0/15\times 4}{6} = \frac{0/6}{6} = 0/1\ g$$

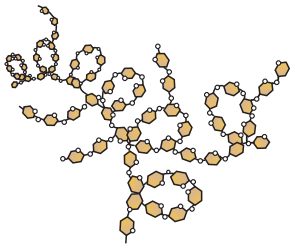
۸۰- گزینه ۳

عبارت‌های اول، دوم و پنجم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: **عبارت اول:** نشاسته یک پلیمر طبیعی است و پلیمرهای طبیعی زیست‌تخریب‌پذیرند. **عبارت دوم:** برای تهیهٔ پلی‌لاکتیک اسید، ابتدا نشاستهٔ موجود در گیاهان را به لاکتیک اسید تبدیل کرده و سپس از واکنش پلیمری‌شدن لاکتیک اسید، پلی‌لاکتیک اسید تولید می‌کنند.

نشاسته → لاکتیک اسید → (بسپارش) پلی‌لاکتیک اسید

عبارت سوم: در ساختار نشاسته، گروه‌های $-C(=O)-O-$ وجود ندارد؛ بنابراین از خانوادهٔ پلی‌استرها به حساب نمی‌آید. (در بین حلقه‌های موجود در ساختار نشاسته، فقط اتم اکسیژن وجود دارد.) نشاسته یک پلی‌ساکارید است نه پلی‌استر!



نشاسته

عبارت چهارم: مولکول‌های نشاسته: ۱) **در محیط مرطوب با کاتالیزگر یا ۲) در محیط گرم و مرطوب،** به آرامی به مونومرهای سازندهٔ خود، یعنی گلوکز تبدیل می‌شوند. **محیط خشک مناسب شرایط تجزیهٔ آن نیست.**

عبارت پنجم: نشاسته پلیمری طبیعی است که از مونومرهای گلوکز ایجاد شده است.

۸۱- گزینه ۴

استراتژی از روی غلظت مولی $Ba(OH)_2$، می‌تونی به ترتیب $[OH^-]$، $[H^+]$ و pH اون رو به دست بیاری. بعد خود سؤال گفته که pH اسید از pH باز، ۳/۷ واحد کم‌تره؛ در نتیجه می‌تونی pH و در نتیجه $[H^+]$ اسید HA رو به دست بیاری. با داشتن $[H^+]$ و غلظت اولیهٔ اسید، ثابت یونش اسید (K_a) به راحتی به دست میاد.

برای حل قسمت دوم سؤال هم می‌تونی با روش تناسب، برای اسید کسر مربوط به غلظت مولی و برای کلسیم کربنات، کسر مربوط به جرم رو بنویسی تا به خواستهٔ مسئله برسی یا با استفاده از کسر تبدیل، از روی حجم و غلظت اسید با کسر تبدیل‌های مناسب به جرم کلسیم کربنات برسی.

گام به دست آوردن pH باریم هیدروکسید:

$Ba(OH)_2$ یک باز قوی $(\alpha=1)$ دوظرفیتی $(n=2)$ است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$[OH^-]=M.n.\alpha \xrightarrow[n=2]{\alpha=1} [OH^-]=0/01\times 2\times 1 \Rightarrow [OH^-]=2\times 10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

حال می‌توان نوشت:

$$[H^+][OH^-]=10^{-14}$$

$$\Rightarrow [H^+]=\frac{10^{-14}}{2\times 10^{-3}} = 5\times 10^{-12}\ mol.L^{-1}$$

$$pH=-\log[H^+]=-\log(5\times 10^{-12})=12-\log 5=11/3$$ محلول باریم هیدروکسید

گام به کمک pH محلول باریم هیدروکسید و اطلاعات داده‌شده در سؤال، pH محلول اسید را به دست آورده و سپس ثابت یونش اسید را محاسبه می‌کنیم:

$pH-7/3$ محلول باریم هیدروکسید $=pH$ محلول اسید HA: اطلاعات داده‌شده در سؤال

$$=11/3-7/3=4 \Rightarrow [H^+]_{HA}=10^{-4}$$

$$HA \rightleftharpoons H^+ + A^-$$

$$K_a=\frac{[H^+][A^-]}{[HA]}=\frac{[H^+]^2}{M-[H^+]}\simeq\frac{[H^+]^2}{M}=\frac{(10^{-4})^2}{5\times 10^{-2}}=\frac{10^{-8}}{5\times 10^{-2}}=2\times 10^{-7}$$

گام طبق معادلهٔ واکنش، جرم کلسیم کربنات مصرف‌شده را حساب می‌کنیم:

$$CaCO_3 + 2HA \rightarrow CaA_2 + CO_2 + H_2O$$

روش استفاده از کسر تناسب:

$$CaCO_3 \sim 2HA$$

$$\frac{\overbrace{\text{جرم}}^{CaCO_3}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{CaCO_3}} = \frac{\overbrace{\text{حجم}\times\text{غلظت مولی}}^{HA}}{\underbrace{1\times\text{ضریب}}_{HA}} \Rightarrow \frac{x}{1\times100} = \frac{0/1\times0/5}{2\times1}$$

$$\Rightarrow x = 0/25\,g\,CaCO_3$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$0/1\,L\,HA(aq)\times\frac{0/5\,mol\,HA}{1\,L\,HA(aq)}\times\frac{1\,mol\,CaCO_3}{2\,mol\,HA}\times\frac{100\,g\,CaCO_3}{1\,mol\,CaCO_3}$$

$$= 0/25\,g\,CaCO_3$$

۸۲- گزینه ۲

عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: **عبارت اول:** جوش‌شیرین ($NaHCO_3$) خاصیت بازی دارد و می‌تواند باعث افزایش قدرت پاک‌کنندگی شوینده‌ها شود.

عبارت دوم: هر سه مادهٔ داده‌شده، از طریق تشکیل پیوند هیدروژنی در آب حل می‌شوند.

عسل ← شامل مولکول‌های قطبی دارای گروه‌های عاملی هیدروکسیل ($-OH$)

اوره ← دارای پیوند $N-H$ $(H_2N-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-NH_2)$

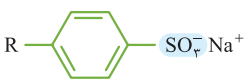
اتیلن گلیکول ← دارای پیوند $O-H$ $(HO-CH_2CH_2-OH)$

عبارت سوم:

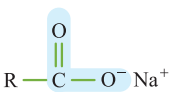
تله سازمان سنجش گزینهٔ درست را ۲ در نظر گرفته است و احتمالاً می‌خواسته عبارت سوم رو غلط در نظر بگیره! می‌دانیم که صابون در آب سخت به خوبی کف نمی‌کند؛ یعنی انگار مقدار کف هم برای طراح مهم بوده!

در واقع مقدار زیاد کف ایجادشده می‌تونه یکی از شواهد عینی عملکرد صابون در پاک‌کنندگی باشه نه فقط ایجاد کف!

عبارت چهارم: بخش‌های قطبی در صابون‌ها و پاک‌کننده‌های غیرصابونی به ترتیب دارای گروه‌های CO_2^- و SO_3^- هستند.



پاک‌کنندهٔ غیرصابونی



پاک‌کنندهٔ صابونی

۸۳- گزینه ۱

نکته ۱

اغلب اکسیدهای فلزی ← با آب واکنش داده و باعث افزایش $[OH^-]$ می‌شوند ← باز آرنیوس مانند $Li_2O, Na_2O, BaO, CaO, \ldots$

اغلب اکسیدهای نافلزی ← با آب واکنش داده و باعث افزایش $[H^+]$ می‌شوند ← اسید آرنیوس مانند $N_2O_5, SO_3, CO_2, \ldots$

۲ لزوماً هر اکسید نافلزی، اکسید اسیدی نیست؛ به طور مثال گازهای CO، NO و N_2O در آب به صورت مولکولی حل می‌شوند و خاصیت اسیدی ندارند.

برای قسمت اول سؤال کافیه که بدونیم اکسیدهای نافلزی، جزء اکسیدهای اسیدی به شمار می‌آیند؛ پس جواب یا ۱ است یا ۴! (در ۲ و ۳ به ترتیب فلز باریم و کلسیم وجود دارند که اکسید آن‌ها خاصیت بازی دارد.)

برای قسمت دوم سؤال هم می‌دونید که قدرت اسیدی H_2SO_4 (اسید مربوط به اکسید گوگرد) بیشتر از H_2CO_3 (اسید مربوط به اکسید کربن) است؛ بنابراین پاسخ ۱ است.

۱

$$N \leftarrow N_2O_5 \leftarrow HNO_3 \leftarrow \text{یک اسید قوی}$$

$$S \leftarrow SO_2 \leftarrow H_2SO_4 \leftarrow \text{یک اسید قوی}$$

۴

$$C \leftarrow CO_2 \leftarrow H_2CO_3 \leftarrow \text{یک اسید ضعیف}$$

$$P \leftarrow P_4O_{10} \leftarrow H_3PO_4 \leftarrow \text{یک اسید ضعیف}$$

مشاوره نافلزهای N، S و P می‌توانند اکسیدهای مختلف و در نتیجه اسیدهای مختلفی تشکیل دهند. *شما معروف‌ترینشون رو که تو کتاب درسی باهاشون آشنایی دارین، بنویسید!*

۸۴- گزینه ۱

گام برای قسمت اول سؤال به دو روش می‌تونیم تغییر pH رو محاسبه کنیم:

روش حجم محلول با اضافه‌کردن آب‌مقطر به آن به اندازهٔ ۹ برابر حجم اولیه، ۱۰ برابر می‌شود؛ بنابراین غلظت اسید $\frac{1}{10}$ برابر شده و برابر با 2×10^{-4} مولار می‌شود. در اسید قوی تک‌پروتون‌دار غلظت یون هیدرونیوم با غلظت اسید برابر است؛ بنابراین:

$$[H^+]_2 = M_2 = 2\times10^{-4} \Rightarrow pH = -\log[H^+]_2 = -\log 2\times10^{-4} = 4 - \log 2$$

$$= 4 - 0/3 = 3/7$$

از طرفی pH محلول اولیه (محلول ۰/۰۰۲ مولار) برابر است با:

$$pH = -\log[H^+]_1 = -\log 2\times10^{-3} = 3 - \log 2 = 2/7$$

پس تغییرات pH محلول برابر است با:

$$3/7 - 2/7 = 1$$

روش استفاده از نکتهٔ تغییر pH محلول‌های اسیدی و بازی در فرایند رقیق‌سازی

نکته اگر **حجم** یک اسید یا باز قوی تک‌ظرفیتی را **n** برابر کنیم، مقدار pH آن در دمای اتاق به اندازهٔ **log n** به ۷ نزدیک می‌شود ولی اگر حجم یک اسید یا باز ضعیف تک‌ظرفیتی را n برابر کنیم، مقدار pH آن در دمای اتاق به اندازهٔ **کم‌تر از log n** به ۷ نزدیک می‌شود.

وقتی ۹ برابر حجم اسید به اسید، آب اضافه شود؛ مثل این است که حجم اسید قوی تک‌پروتون‌دار را ۱۰ برابر کرده باشیم. بر این اساس pH اسید به اندازهٔ $\log10 = 1$ به pH محیط خنثی (۷) نزدیک‌تر می‌شود. پس pH اسید به اندازهٔ ۱ واحد تغییر کرده است (افزایش یافته است). تا این‌جا ۲ و ۴ پَر!

گام برای قسمت دوم سؤال، طبق گفتهٔ سؤال pH نهایی اسید قوی (اسید رقیق‌شده با غلظت 2×10^{-4} مولار) باید با pH محلول اسید ضعیف برابر باشد؛ یعنی:

pH محلول اسید ضعیف = pH محلول اسید قوی رقیق‌شده

$\Rightarrow [H^+]$ محلول اسید ضعیف $= [H^+] = 2\times10^{-4}\ mol.L^{-1}$ محلول اسید قوی رقیق‌شده

درصد یونش: در محلول اسید ضعیف $= \frac{[H^+]}{M}\times100 = \frac{2\times10^{-4}}{1\times10^{-3}}\times100 = \%20$

۸۵- گزینه ۲

به‌جز عبارت اول، بقیهٔ عبارت‌ها درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: **عبارت اول:**

نکته برای به دست آوردن تعداد اتم‌های هیدروژن در یک ترکیب آلی با n اتم کربن، می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\text{تعداد اتم H} = (2n+2) - 2(\text{حلقه}) + (\text{پیوند دوگانه}) - 4(\text{پیوند سه‌گانه}) + (\text{تعداد نیتروژن‌ها}) - (\text{تعداد هالوژن‌ها})$$

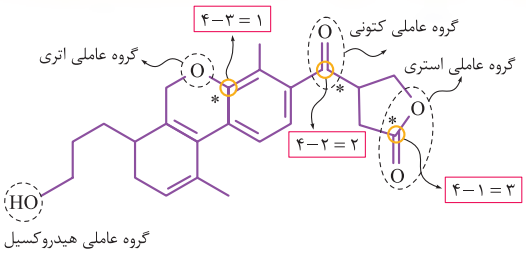
در مولکول داده‌شده ۲۳ اتم کربن، ۴ حلقه و ۷ پیوند دوگانه وجود دارد؛ در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\text{تعداد اتم H} = [(2\times23)+2] - 2(4+7) \Rightarrow H = 26$$

فرمول مولکولی این ترکیب به صورت $C_{23}H_{26}O_5$ بوده و شمار اتم‌های کربن و هیدروژن در آن برابر نیست.

تیزبازی با توجه به فرمول محاسبهٔ شمار اتم‌های هیدروژن در ترکیب‌های آلی، شمار اتم‌های هیدروژن در ترکیب‌های آلی که دارای اتم‌های نیتروژن یا هالوژن نیستند، نمی‌تواند فرد باشد. با توجه به این‌که، این ترکیب ۲۳ (عدد فرد) اتم کربن دارد؛ در نتیجه تعداد هیدروژن‌های آن نمی‌تواند عدد فردی مثل ۲۳ باشد.

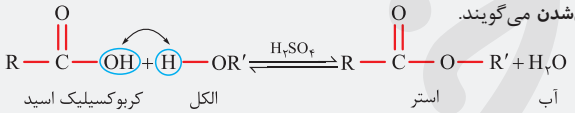
عبارت دوم و سوم:



مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن مشخص‌شده برابر $۶ = ۳ + ۲ + ۱$ است.

عبارت چهارم:

نکته واکنش استری‌شدن: از واکنش کربوکسیلیک اسیدها ($RCOOH$) با الکل‌ها ($R'OH$) در شرایط مناسب، استر ($RCOOR'$) و آب ($H_۲O$) به دست می‌آید. به این واکنش، **استری‌شدن** می‌گویند.



◇ برای این‌که یک ترکیب در واکنش استری‌شدن شرکت کند، باید گروه عاملی کربوکسیل ($-COOH$) یا الکلی ($-OH$) داشته باشد.

در ساختار ترکیب، گروه عاملی هیدروکسیل ($-OH$) وجود دارد؛ پس می‌تواند در واکنش استری‌شدن به عنوان واکنش‌دهندهٔ الکلی شرکت کند و به دلیل داشتن همین گروه (H متصل به O)، می‌تواند پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود تشکیل دهد.

۸۶- گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها: ① واکنش محلول هیدروکلریک اسید با مس انجام‌پذیر نیست، زیرا E° فلز مس بزرگ‌تر از صفر ($E^\circ_{(H^+/H_۲)} = ۰$) می‌باشد و قدرت کاهندگی آن کم‌تر از $H_۲$ است.

$$Cu + HCl \rightarrow \times$$

② واکنش فلز آهن با محلول پتاسیم نیترات انجام‌پذیر نیست، زیرا پتاسیم واکنش‌پذیری بیشتری از آهن دارد.

$$Fe + KNO_۳ \rightarrow \times$$

③ فلز روی با محلول نقره سولفات واکنش می‌دهد؛ زیرا واکنش‌پذیری Zn از Ag بیشتر است و Zn می‌تواند جای نقره را در ترکیبش بگیرد ولی محلول تشکیل‌شده (روی سولفات)، بی‌رنگ است.

$$Zn(s) + Ag_۲SO_۴(aq) \rightarrow \underbrace{ZnSO_۴(aq)}_{\text{بی‌رنگ}} + ۲Ag(s)$$

④ واکنش‌پذیری هالوژن‌ها از بالا به پایین، کاهش می‌یابد؛ پس واکنش‌پذیری کلر از برم بیشتر بوده و می‌تواند جای آن را در ترکیبش بگیرد. یکی از فراورده‌های واکنش؛ یعنی $Br_۲$، رنگی (قرمزرنگ) است.

$$۲NaBr + Cl_۲ \rightarrow ۲NaCl + \underbrace{Br_۲}_{\text{قرمزرنگ}}$$

۸۷- گزینه ۲

درس‌نامه در رابطه با سلول گالوانی $A-B$ با واکنش:

$$A(s) + B^{۲+}(aq) \rightarrow A^{۲+}(aq) + B(s)$$

می‌توان به نتایج زیر رسید:

① الکترود با E° کوچک‌تر (A)، آند (قطب منفی) سلول است، اکسید می‌شود و جرم تیغهٔ آن کاهش و غلظت کاتیون آن ($A^{۲+}(aq)$) در الکترولیت آن، افزایش می‌یابد. ② الکترود با E° بزرگ‌تر (B)، کاتد (قطب مثبت) سلول است، کاتیون آن ($B^{۲+}(aq)$) در محلول کاهش می‌یابد و جرم تیغهٔ آن افزایش و غلظت کاتیون آن در الکترولیت آن، کاهش می‌یابد. ③ جهت حرکت الکترون‌ها در مدار خارجی (سیم رابط) از آند (A) به کاتد (B) است و در دیوارهٔ متخلخل، کاتیون‌ها به سمت کاتد (B) و آنیون‌ها به سمت آند (A) حرکت می‌کنند. ④ نیروی الکتروموتوری (emf) یا ولتاژ سلول از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$emf = E^\circ_{\text{سلول}} = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} = E^\circ_{(\text{بزرگ‌تر})} - E^\circ_{(\text{کوچک‌تر})}$$

الکترود Cd با E° کم‌تر، نقش آند و الکترود Ag با E° بیشتر، نقش کاتد را ایفا می‌کند.

$$emf = E^\circ_{(\text{کاتد})} - E^\circ_{(\text{آند})} = +۰/۸ - (-۰/۴) = +۱/۲۰\ V$$

در سلول‌های گالوانی، جرم تیغهٔ کاتدی (نقره) افزایش و جرم تیغهٔ آندی (کادمیم) کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها: ① معادلهٔ داده‌شده موازنه نیست. واکنش کلی سلول (موازنه‌شده) به صورت مقابل است:

$$۲Ag^+(aq) + Cd(s) \rightarrow ۲Ag(s) + Cd^{۲+}(aq)$$

تله در این گزینه طراح جهت حرکت الکترون‌ها در مدار خارجی و فرم کلی معادلهٔ واکنش را به درستی داده است ولی هدف، معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش بوده است. در این شرایط بهترین کار اینه که سریع تصمیم نگیرید و گزینه‌های دیگه رو هم حتماً بخونید.

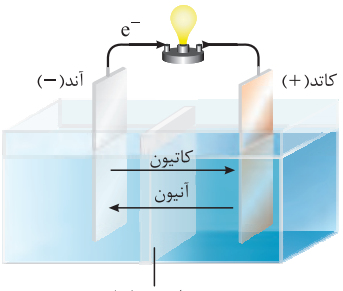
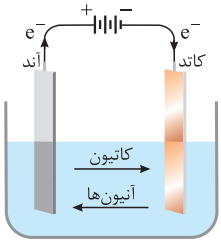
③ و ④ غلظت یون $Ag^+(aq)$ در کاتد، کاهش و غلظت یون $Cd^{۲+}(aq)$ در آند، افزایش می‌یابد.

نیم‌واکنش کاتدی: $Ag^+(aq) + e^- \rightarrow Ag(s)$

نیم‌واکنش آندی: $Cd(s) \rightarrow Cd^{۲+}(aq) + ۲e^-$

۸۸- گزینه ۲

درس‌نامه مقایسهٔ سلول‌های گالوانی و الکترولیتی:

	سلول گالوانی	سلول الکترولیتی
		
مثال	باتری‌های دگمه‌ای ـ سلول‌های سوختی ـ خوردگی فلزات	سلول‌های برقکافت (برقکافت آب و نمک‌های مذاب یا محلول نمک‌ها) ـ سلول‌های آبکاری
تفاوت‌ها	انرژی شیمیایی به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود.	انرژی الکتریکی به انرژی شیمیایی تبدیل می‌شود.
	یک واکنش شیمیایی در جهت طبیعی پیش می‌رود.	با اعمال یک ولتاژ بیرونی، یک واکنش اکسایش ـ کاهش دلخواه انجام می‌شود.
	دارای دو الکترولیت است که توسط دیواره‌های متخلخل از هم جدا شده‌اند. (الکترولیت‌ها حاوی کاتیون‌هایی از جنس الکترودها هستند.)	دو الکترود درون یک الکترولیت قرار گرفته‌اند. (الکترولیت، یک محلول یونی یا یک ترکیب یونی مذاب است.)
	آند، قطب منفی و کاتد، قطب مثبت است.	آند، قطب مثبت و کاتد، قطب منفی است.
	معمولاً الکترودهای آند و کاتد در واکنش شرکت می‌کنند.	معمولاً الکترودهای آند و کاتد بی‌اثرند و در واکنش شرکت نمی‌کنند.
شباهت‌ها	اکسایش در آند و کاهش در کاتد انجام می‌شود.	
	جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی از آند به کاتد است.	
	کاتیون‌ها به سمت کاتد و آنیون‌ها به سمت آند مهاجرت می‌کنند.	

عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها: عبارت اول:

تله عبارت اول به صورت زیرکانه‌ای دام آموزشی دارد: در سلول الکترولیتی، **الکترولیت باید محتوی یون‌هایی باشد که آزادانه جابه‌جا شوند**؛ بنابراین الکترولیت، یک ترکیب یونی مذاب یا محلول آبی یک ترکیب یونی است. *هواستون باشه* که الکترولیت نمی‌تواند محلول هر ماده‌ای در آب باشد، زیرا محلول هر ماده در آب، لزوماً رسانا نیست. به عنوان مثال در محلول برخی مواد مولکولی مانند شکر، اتانول و ...، یون وجود ندارد و محلول آن‌ها غیرالکترولیت است.

عبارت دوم: در سلول گالوانی، نیم‌سلول‌های آندی و کاتدی توسط دیواره متخلخل از هم جدا شده‌اند، ولی در سلول‌های الکترولیتی دیواره متخلخل وجود ندارد و کل سلول دارای یک الکترولیت است. **عبارت سوم:** دو فرایند برقکافت و آبکاری در سلول‌های الکترولیتی انجام می‌شوند. در این سلول‌ها با استفاده از جریان الکتریکی، واکنش در خلاف جهت طبیعی و با مصرف انرژی انجام‌پذیر است. *(یه‌هورایی با زور انجام می‌شن!!)* **عبارت چهارم:** تأمین دمای بسیار بالای $4000\ ^\circ C$ (کمی کم‌تر از دمای سطح خورشید!) این‌قدر *دشواره* که در واقع ناممکن است؛ پس به دور از عقل *سلیمه* که بخوان در صنعت برای تهیهٔ سدیم از تجزیهٔ گرمایی سدیم کلرید استفاده کنن! *تازه!* در روش برقکافت هم خوندیم که برای پایین‌تراومدن دمای ذوب سدیم کلرید (تا حدود $587\ ^\circ C$) و صرفهٔ اقتصادی بیشتر، مقداری کلسیم کلرید به آن اضافه می‌کنند.

۸۹- گزینهٔ ۱

گام به دست آوردن شعاع یون منیزیم برحسب pm:

یون پایدار منیزیم، Mg^{2+} است. با توجه به اطلاعات داده‌شده در سؤال، داریم:

$$\frac{\text{بار}}{\text{شعاع}} = 3/03\times10^{-2} \Rightarrow \frac{2}{\text{شعاع}} = 3/03\times10^{-2} \Rightarrow \text{شعاع} = \frac{2\times10^{2}}{3/03} \simeq 66\ \text{pm}$$

گام تبدیل واحد pm به nm: هر پیکومتر معادل با 10^{-12} m و هر نانومتر معادل با 10^{-9} m است.

$$?\ \text{nm} = 66\ \text{pm}\times\frac{10^{-12}\ \text{m}}{1\ \text{pm}}\times\frac{1\ \text{nm}}{10^{-9}\ \text{m}} = 0/066\ \text{nm}$$

۹۰- گزینهٔ ۴

بیایید همهٔ عبارت‌ها را بررسی کنیم:

◇ الماس و سیلیسیم هر دو جزء جامدهای کووالانسی به حساب می‌آیند؛ به طوری که در الماس پیوندهای C — C و در سیلیسیم، پیوندهای Si — Si وجود دارد. می‌دانیم که شعاع اتم C از Si کم‌تر است؛ در نتیجه طول پیوند C — C کم‌تر بوده و آنتالپی پیوند C — C بیشتر است. بر این اساس نقطهٔ ذوب الماس بیشتر است. ✓

◇ در الماس هر کربن توسط ۴ پیوند اشتراکی به ۴ اتم کربن دیگر متصل است و شبکه‌ای ۳بعدی را به وجود آورده است. در سیلیسیم نیز همین روال با اتم‌های Si برقرار است. ✓

◇ در سیلیس پیوند Si — O و در سیلیسیم پیوند Si — Si وجود دارد. با توجه به کم‌تربودن شعاع اکسیژن نسبت به سیلیسیم می‌توان نتیجه گرفت که طول پیوند Si — O کم‌تر بوده و آنتالپی پیوند آن بیشتر است. ✓

◇ گرافن، تک‌لایه‌ای از گرافیت است و برخلاف گرافیت، شفاف و انعطاف‌پذیر است. ✓

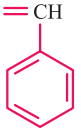
◇ سیلیسیم به طور خالص در طبیعت وجود ندارد و عمدتاً به شکل سیلیس (SiO_2) موجود است، زیرا آنتالپی پیوند Si — O، بیشتر از آنتالپی پیوند Si — Si است. ✗

۹۱- گزینهٔ ۳

عبارت‌های اول و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها: **عبارت اول:** در هر دو طرف حلقهٔ بنزنی، بخش‌های مشابهی وجود دارد که از یک حلقهٔ شش‌ضلعی بنزنی و یک حلقهٔ ۵ضلعی تشکیل شده‌اند.

عبارت دوم: در ترکیب داده‌شده، ۱۱ پیوند دوگانه وجود دارد. در استیرن با فرمول ساختاری مقابل، ۴ پیوند دوگانه وجود دارد.



$$\Rightarrow \text{نسبت مورد نظر} = \frac{11}{4} \neq 4$$

تیزبازی حتی اگه ساختار مولکول استیرن رو یادتون رفته باشه، به نظرتون ۱۱ می‌تونه چهار برابر چه عدد صحیحی باشه؟؟ پس این عبارت نمی‌تونه درست باشه.

$(\frac{11}{4} \neq \text{عدد صحیح})$

عبارت سوم:

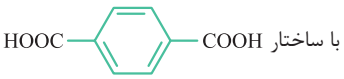
نکته در مولکول‌هایی که اتم‌های H فقط به اتم C متصل هستند، تعداد پیوندهای C — H برابر تعداد Hهاست.

در ساختار ترکیب مورد نظر، ۱۱ پیوند C — C و ۱۲ پیوند C — H که برابر با تعداد اتم‌های H است، وجود دارد.

$$\frac{11}{12} \neq 0/8$$

تیزبازی تعداد پیوندهای C — C برابر ۱۱ است. به نظرتون ۱۱ رو تقسیم بر چه عدد صحیحی کنیم که بشه ۰/۸؟ $\frac{11}{0/8} = 13/75$، به نظرتون می‌تونیم ۱۳/۷۵ پیوند C — H داشته باشیم؟؟؟ *مگه می‌شه؟ مگه داریم؟*

عبارت چهارم: در مولکول داده‌شده، ۱۲ اتم هیدروژن وجود دارد. در مولکول ترفتالیک اسید با ساختار



$(C_8H_6O_4)$، ۶ اتم هیدروژن وجود دارد: $\frac{12}{6} = 2$

۹۲- گزینهٔ ۱

گام ابتدا غلظت تعادلی هر کدام از مواد شرکت‌کننده در واکنش را به دست می‌آوریم:

	$3A(g)$	+	$2D(g)$	$\rightleftharpoons$	$X(g)$	+	$2Z(g)$
غلظت اولیه	$\frac{8/5}{5} = 1/7$		$\frac{5}{5} = 1$		0		0
تغییرات غلظت	$-3x$		$-2x$		$x = \frac{2}{5} = 0/4$		$2x$
غلظت تعادلی	$1/7 - 3(0/4) = 0/5$		$1 - 2(0/4) = 0/2$		$0/4$		$0/8$

گام در ادامه می‌توان با نوشتن رابطهٔ ثابت تعادل، مقدار آن را به دست آورد:

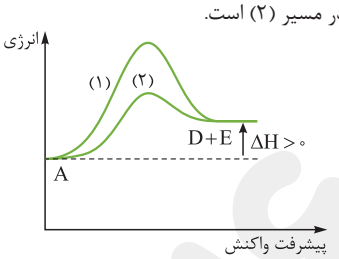
$$K = \frac{[X][Z]^2}{[A]^3[D]^2} \Rightarrow K = \frac{(0/4)(0/8)^2}{(0/5)^3(0/2)^2} = \frac{0/4\times4^2}{(\frac{1}{2})^3} = 8\times0/4\times16 = 3/2\times16$$

$$= (3\times16) + (0/2\times16) = 48 + 3/2 = 51/2$$

۹۳- گزینهٔ ۳

بررسی گزینه‌ها: ۱) سطح انرژی فراورده‌ها بیشتر از سطح انرژی واکنش‌دهنده است؛ در نتیجه واکنش گرماگیر $(\Delta H > 0)$ است.

۲) هر چه انرژی فعال‌سازی بیشتر باشد، سرعت واکنش کم‌تر است. انرژی فعال‌سازی واکنش در مسیر (۱)، بیشتر از انرژی فعال‌سازی واکنش در مسیر (۲) است؛ پس سرعت واکنش در مسیر (۱)، کم‌تر از سرعت واکنش در مسیر (۲) است.



۳) انرژی فعال‌سازی واکنش در مسیر (۲) کم‌تر است؛ بنابراین مسیر (۲) در دمای پایین‌تری انجام می‌گیرد نه دمای بالاتری! علاوه بر این، ΔH واکنش در هر دو مسیر برابر است. به عبارت دیگر مقدار گرمای مبادله‌شده به ازای مقدار معینی واکنش‌دهنده، در هر دو مسیر برابر است. *تازه!* واکنش گرماگیر است و در آن گرما آزاد نمی‌شود!

۴) کاتالیزگر، انرژی فعال‌سازی واکنش را کاهش می‌دهد؛ بنابراین مسیر (۲) که انرژی فعال‌سازی کم‌تری دارد، مربوط به انجام واکنش در حضور کاتالیزگر است.

۹۴- گزینهٔ ۱

نکته در سؤالات مربوط به جرم اتمی میانگین، برای ساده‌ترشدن محاسبات، می‌توان از فرمول مقابل استفاده کرد:

$$\overline{M} = M_1 + \frac{F_2}{100}\underbrace{(M_2 - M_1)}_{\text{تفاوت جرم ایزوتوپ دوم با سبک‌تر}} + \frac{F_3}{100}\underbrace{(M_3 - M_1)}_{\text{تفاوت جرم ایزوتوپ سوم با سبک‌تر}} + \cdots$$

$\overline{M}$: جرم اتمی میانگین؛ M_1: جرم ایزوتوپ سبک‌تر؛ F_2: درصد فراوانی ایزوتوپ دوم؛ F_3: درصد فراوانی ایزوتوپ سوم

با توجه به اعداد *زمفت* سؤال و جلوگیری از اتلاف وقت، از فرمول کنکوری محاسبهٔ جرم اتمی میانگین استفاده می‌کنیم.

$$\overline{M} = M_1 + \frac{F_2}{100}(M_2 - M_1) + \frac{F_3}{100}(M_3 - M_1)$$

$$\Rightarrow \bar{M} = ۲۷/۹ + \frac{۵}{۱۰۰}(۲۹/۹ - ۲۷/۹) + \frac{۳}{۱۰۰}(۳۰ - ۲۷/۹)$$

$$\Rightarrow \bar{M} = ۲۷/۹ + ۰/۱ + ۰/۰۶۳ = ۲۸/۰۶۳ \text{ amu}$$

تیزبازی برای عنصرهایی با دو ایزوتوپ، جرم اتمی میانگین همواره به جرم اتمی ایزوتوپی نزدیک‌تر است که درصد فراوانی بیشتری دارد. این نکته برای عنصرهایی با چند ایزوتوپ، زمانی برقرار است که درصد فراوانی یکی از ایزوتوپ‌ها، به طور فاحشی از دیگر ایزوتوپ‌ها بیشتر باشد. در این سؤال با توجه به تفاوت فاحش درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر (۹۲٪) با دو ایزوتوپ دیگر و با توجه به فاصلهٔ زیاد اعداد آورده‌شده در ۲ تا ۴ با جرم اتمی ایزوتوپ فراوان‌تر و سبک‌تر (۲۷/۹ amu)، می‌توان بدون محاسبه و با خیال راحت گزینهٔ صحیح ۱ را انتخاب کرد.

۹۵- گزینه ۲

عبارت‌های اول و سوم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: ◆ اتم $_{۱۵}A$ با گرفتن ۳ الکترون و تشکیل یون $_{۱۵}A^{۳-}$ و اتم $_{۱۹}D$ با از دست دادن یک الکترون و تشکیل کاتیون $_{۱۹}D^{+}$ به آرایش گاز نجیب آرگون ($_{۱۸}Ar$) می‌رسد.

$$_{۱۵}A : [_{۱۰}Ne]\,۳s^{۲}۳p^{۳} \Rightarrow {}_{۱۵}A^{۳-} : [_{۱۰}Ne]\,۳s^{۲}۳p^{۶} = [_{۱۸}Ar]$$

$$_{۱۹}D : [_{۱۸}Ar]\,۴s^{۱} \Rightarrow {}_{۱۹}D^{+} : [_{۱۸}Ar]$$

◆ می‌دانیم که عناصر هم‌گروه خواص شیمیایی مشابهی دارند. عنصرهای $_{۲۴}X$ و $_{۱۹}D$ در یک گروه جدول قرار ندارند (عنصر $_{۲۴}X$ در گروه ۶ و عنصر $_{۱۹}D$ در گروه ۱ جدول قرار دارند)؛ بنابراین خواص شیمیایی مشابه ندارند، ولی عنصرهای $_{۱۵}A$ و $_{۳۳}Z$ هر دو در گروه ۱۵ قرار دارند و خواص شیمیایی مشابهی دارند.

◆ بیشترین تغییر شمار الکترون در تبدیل اتم‌های $_{۱۵}A$، $_{۱۹}D$، $_{۲۴}X$ و $_{۳۳}Z$ به یون پایدارشان به ترتیب برابر ۳، ۱، ۳ و ۳ است.

$$_{۱۵}A \xrightarrow[(+۳e^-)]{\text{یون پایدار}} {}_{۱۵}A^{۳-} \qquad {}_{۱۹}D \xrightarrow[(-e^-)]{\text{یون پایدار}} {}_{۱۹}D^{+}$$

($_{۱۵}P$) ($_{۱۹}K$)

$$_{۲۴}X \xrightarrow{\text{یون‌های پایدار}} \begin{cases} \xrightarrow{(-۲e^-)} {}_{۲۴}X^{۲+}\ (Cr^{۲+}) \\ \xrightarrow{(-۳e^-)} {}_{۲۴}X^{۳+}\ (Cr^{۳+}) \end{cases}$$

($_{۲۴}Cr$)

$$_{۳۳}Z \xrightarrow[(+۳e^-)]{\text{یون پایدار}} {}_{۳۳}Z^{۳-}$$

($_{۳۳}As$)

بنابراین هر سه اتم $_{۱۵}A$، $_{۲۴}X$ و $_{۳۳}Z$ در تبدیل‌شدن به یون پایدارشان، **می‌توانند** بیشترین تغییر را در شمار الکترون‌ها داشته باشند.

◆ در عناصر دستهٔ d (مثل $_{۲۴}X$ ($_{۲۴}Cr$))، شمار الکترون‌های ظرفیتی برابر شمار الکترون‌های آخرین زیرلایهٔ s و زیرلایهٔ d ماقبل آن است. در این اتم، الکترون‌های ظرفیتی در دو لایهٔ مختلف حضور دارند.

$$_{۱۵}A : [Ne]\ \overbrace{۳s^{۲}۳p^{۳}}^{\text{e ظرفیت}}$$

بیرونی‌ترین لایه

$$_{۲۴}X : {}_{۲۴}Cr : [Ar]\ \overbrace{۳d^{۵}\,\underbrace{۴s^{۱}}_{\text{بیرونی‌ترین لایه}}}^{\text{e ظرفیت}}$$

$$_{۳۳}Z : [Ar]\,۳d^{۱۰}\ \overbrace{۴s^{۲}۴p^{۳}}^{\text{e ظرفیت}}$$

بیرونی‌ترین لایه

$$_{۱۹}D : [Ar]\ \overbrace{\underbrace{۴s^{۱}}_{\text{بیرونی‌ترین لایه}}}^{\text{e ظرفیت}}$$

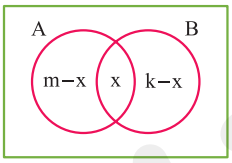
۱۴۰۲ نوبت دوم داخل

ریاضی

۱- گزینه ۴

استراتژی ابتدا یک نمودار ون رسم کنید و تعداد اعضای $A\cap B$ را برابر x در نظر بگیرید. حالا تعداد اعضای $A-B$ برابر $m-x$ و تعداد اعضای $B-A$ برابر $k-x$ می‌شود. سپس با توجه به این‌که اختلاف تعداد اعضای $A\cup B$ و $A\cap B$ برابر ۲۰ و $m-k=14$ است، جواب حاصل می‌شود.

گام ابتدا نمودار ون را رسم می‌کنیم:



فرض کنید تعداد اعضای $A\cap B$ برابر x است. تعداد اعضای A برابر m است، پس تعداد اعضای $A-B$ برابر $m-x$ می‌شود. تعداد اعضای B برابر k است، پس تعداد اعضای $B-A$ برابر $k-x$ می‌شود.

گام اختلاف تعداد اعضای $A\cup B$ و $A\cap B$ برابر ۲۰ است:

$$\underbrace{(m-x)+(x)+(k-x)}_{\text{تعداد اعضای } A\cup B}-\underbrace{(x)}_{\substack{\text{تعداد}\\ \text{اعضای}\\ A\cap B}}=20 \Rightarrow \underbrace{m+k-2x=20}_{(*)}$$

گام $m-k=14$ است، پس $m=k+14$ می‌شود. حالا به جای m در (*) قرار می‌دهیم $k+14$:

$$(k+14)+k-2x=20 \Rightarrow 2k-2x=6 \Rightarrow k-x=3$$

بنابراین تعداد اعضای $B-A$ برابر ۳تا است.

۲- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ جملهٔ عمومی یک دنبالهٔ حسابی با جملهٔ اول a و قدرنسبت d به صورت $a_n=a+(n-1)d$ است. **۲ روش روسی برای حل معادلهٔ درجه‌دوم:** برای به دست آوردن ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دومی مثل $ax^2+bx+c=0$ که ضریب x^2 برابر ۱ نیست (و با تجزیه به راحتی حل نمی‌شود)، می‌توانیم از این تکنیک استفاده کنیم که ابتدا a را در c ضرب کنیم تا ضریب x^2 برابر ۱ شود، یعنی:

$$\overset{\text{ضرب}}{\overbrace{a}}\,x^2+bx+c=0 \Rightarrow x^2+bx+ac=0$$

حالا باید ریشه‌های معادلهٔ $x^2+bx+ac=0$ را با تجزیه به دست آوریم و هر دو ریشهٔ به دست آمده را تقسیم بر a کنیم تا ریشه‌های معادلهٔ اصلی، یعنی $ax^2+bx+c=0$ به دست آیند.

گام با توجه به مورد (۱) درس‌نامه داریم: $a_2=a+d\,,\,a_3=a+2d$

گام مقادیر به دست آمده را در معادلهٔ $6a_4^2=5a_4a+3a_4a$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$6(a+d)^2=5(a+2d)a+3(a+d)a \Rightarrow 6(a^2+d^2+2ad)$$

$$=5a^2+10ad+3a^2+3ad \Rightarrow 6a^2+6d^2+12ad=8a^2+13ad$$

$$\Rightarrow 2a^2+ad-6d^2=0$$

گام طرفین معادله را بر d^2 تقسیم می‌کنیم:

$$\Rightarrow 2\left(\frac{a}{d}\right)^2+\left(\frac{a}{d}\right)-6=0$$

گام از تغییر متغیر $\frac{a}{d}=t$ استفاده می‌کنیم:

$$\Rightarrow 2t^2+t-6=0$$

حالا با استفاده از روش روسی، مقادیر t را محاسبه می‌کنیم:

$$\overset{\text{ضرب}}{\overbrace{2}}\,t^2+t-6=0 \Rightarrow t^2+t-12=0 \Rightarrow (t+4)(t-3)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=-4 \\ t=+3 \end{cases} \xrightarrow{\div 2} \begin{cases} t=-2 \\ t=\frac{3}{2} \end{cases}$$

به جای t باید $\frac{a}{d}$ قرار دهیم:

$$\begin{cases} \frac{a}{d}=-2 \\ \frac{a}{d}=\frac{3}{2} \end{cases}$$

گام نسبت جملهٔ چهارم دنباله به d را می‌خواهیم:

$$\frac{a_4}{d}=\frac{a+3d}{d}=\frac{a}{d}+\frac{3d}{d}=\underset{\frac{3}{2}\text{ یا }-2}{\overbrace{\frac{a}{d}}}+3=\begin{cases} \frac{3}{2}+3=4/5 \\ -2+3=1 \end{cases}$$

۱ در بین گزینه‌ها موجود است، پس جواب (۱) می‌شود.

۳- گزینه ۲

استراتژی کافی است به جای y مقادیر صحیح را قرار دهید تا اعضای مجموعه مشخص شوند.

درس‌نامه مجموعه‌ای از زوج مرتب‌ها وقتی تابع می‌شود که هیچ دو زوج مرتبی نداشته باشیم که مؤلفهٔ اول آن‌ها یکسان و مؤلفهٔ دوم آن‌ها متفاوت باشد.

گام به جای y مقادیر صحیح را قرار می‌دهیم. دقت کنید با توجه به این‌که هم x باید صحیح باشد و هم y، حاصل کسر $\frac{72}{y^2-1}$ باید صحیح شود. واضح است که به ازای yهای بزرگ‌تر از ۸ یا کوچک‌تر از -8 (که توان ۲ آن‌ها یعنی y^2 حداقل ۸۱ می‌شود)، حاصل این کسر صحیح نمی‌شود؛ پس کافی است فقط yهای صحیحی که در بازهٔ $[-8,8]$ هستند را امتحان کنیم:

$y=0 \Rightarrow x=\frac{72}{y^2-1}=\frac{72}{0-1}=-72$ ✓

$y=\pm1 \Rightarrow x=\frac{72}{y^2-1}=\frac{72}{1-1}$ تعریف‌نشده ×

$y=\pm2 \Rightarrow x=\frac{72}{y^2-1}=\frac{72}{3}=24$ ✓

$y=\pm3 \Rightarrow x=\frac{72}{y^2-1}=\frac{72}{8}=9$ ✓

$y=\pm4 \Rightarrow x=\frac{72}{y^2-1}=\frac{72}{15}$ صحیح نیست. ×

$y=\pm5 \Rightarrow x=\frac{72}{y^2-1}=\frac{72}{24}=3$ ✓

$y=\pm6 \Rightarrow x=\frac{72}{y^2-1}=\frac{72}{35}$ صحیح نیست. ×

$y=\pm7 \Rightarrow x=\frac{72}{y^2-1}=\frac{72}{48}$ صحیح نیست. ×

$y=\pm8 \Rightarrow x=\frac{72}{y^2-1}=\frac{72}{63}$ صحیح نیست. ×

گام بنابراین مجموعهٔ f به صورت زیر می‌شود:

$$f=\{(-۷۲,۰),\underbrace{(۲۴,۲),(۲۴,-۲)},\underbrace{(۹,-۳),(۹,۳)},\underbrace{(۳,۵),(۳,-۵)}\}$$

در مجموعهٔ f، سه جفت زوج مرتب داریم که مؤلفهٔ اول آن‌ها یکسان و مؤلفهٔ دوم آن‌ها متفاوت است، پس باید از مجموعهٔ f حداقل ۳ زوج مرتب (مثلاً $(۲۴,۲)$، $(۹,۳)$ و $(۳,۵)$) حذف کنیم تا f یک تابع باشد.

۴- گزینه ۳

استراتژی عددی مضرب ۶ است که زوج و مضرب ۳ باشد. برای این‌که عدد زوج باشد، یک رقم ۲ را در یکان قرار می‌دهیم و برای این‌که عدد مضرب ۳ باشد، باید کاری کنیم تا جمع ارقام مضرب ۳ شود. حالا برای این‌که جمع ارقام، عدد مضرب ۳ باشد، کافی است روی تعداد ارقام ۱ و ۲ حالت‌بندی کنید تا جواب حاصل شود.

درس‌نامه ۱ عددی زوج است که رقم یکان آن زوج باشد.

۲ اگر عددی مضرب ۳ باشد، جمع ارقامش مضرب ۳ است.

۳ تعداد حالات انتخاب k شیء از بین n شیء به طوری که ترتیب اعضا مهم نباشد، برابر است با:

$$\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

گام عددی مضرب ۶ است که زوج و مضرب ۳ باشد. برای این‌که عدد زوج باشد، باید رقم یکان ۲ شود، حالا برای این‌که عدد مضرب ۳ باشد، جمع ارقام عدد باید مضرب ۳ شود که چند حالت داریم:

$$\underbrace{\_\_\_\_\_}_{\text{یکان}}\ \underbrace{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}_{\text{۱۰ جایگاه دیگر}}\ \overset{۲}{\_\_}$$

حالت اول: یک رقم ۱ و ده رقم ۲ داشته باشیم. در این حالت مجموع ارقام ۲۱ می‌شود که بر ۳ بخش‌پذیر است. حالا برای شمارش تعداد اعداد، یکی از رقم‌های ۲ را در یکان قرار می‌دهیم، پس باید یک رقم ۱ و نُه رقم ۲ را در ۱۰ جایگاه دیگر قرار دهیم.

به $\binom{۱۰}{۱}=۱۰$ حالت می‌توانیم یک جایگاه از این ۱۰ جایگاه را برای رقم ۱ انتخاب کنیم و مابقی جایگاه‌ها نیز با رقم ۲ پر می‌شوند.

حالت دوم: چهار رقم ۱ و هفت رقم ۲ داشته باشیم (در این حالت مجموع ارقام ۱۸ می‌شود که بر ۳ بخش‌پذیر است). حالا برای شمارش تعداد اعداد، یکی از رقم‌های ۲ را در یکان قرار می‌دهیم، پس باید چهار رقم ۱ و شش رقم ۲ را در ۱۰ جایگاه دیگر قرار دهیم. به $\binom{۱۰}{۴}=\frac{۱۰!}{۴!۶!}=\frac{۱۰\times۹\times۸\times۷}{۴\times۳\times۲\times۱}=۲۱۰$ حالت می‌توانیم چهار جایگاه از این ۱۰ جایگاه را برای ارقام ۱ انتخاب کنیم و مابقی جایگاه‌ها نیز با رقم ۲ پر می‌شوند.

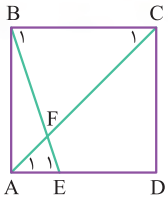
حالت سوم: هفت رقم ۱ و چهار رقم ۲ داشته باشیم (در این حالت مجموع ارقام ۱۵ می‌شود که بر ۳ بخش‌پذیر است). حالا برای شمارش تعداد اعداد، یکی از رقم‌های ۲ را در یکان قرار می‌دهیم، پس باید هفت رقم ۱ و سه رقم ۲ را در ۱۰ جایگاه دیگر قرار دهیم. به $\binom{۱۰}{۷}=\frac{۱۰!}{۷!۳!}=\frac{۱۰\times۹\times۸}{۳\times۲\times۱}=۱۲۰$ حالت می‌توانیم هفت جایگاه از این ۱۰ جایگاه را برای ارقام ۱ انتخاب کنیم و مابقی جایگاه‌ها نیز با رقم ۲ پر می‌شوند.

حالت چهارم: ده رقم یک و یک رقم دو داشته باشیم که باید رقم ۲ را در یکان و ارقام ۱ را در مابقی جایگاه‌ها به ۱ حالت قرار دهیم.

گام بنابراین جواب برابر $۱+۱۲۰+۲۱۰+۱۰=۳۴۱$ می‌شود.

۵- گزینه ۱

استراتژی ابتدا فرض کنید $AE=x$ و $DE=۲x$ است که در این صورت طول اضلاع مربع ۳x می‌شود. حالا با توجه به تشابه دو مثلث AEF و CBF و استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث‌های ABE و ABC، نسبت طول EF و AF به دست می‌آید.



گام اندازهٔ DE دو برابر اندازهٔ AE است، پس فرض می‌کنیم $AE=x$ و $DE=۲x$ است. حالا $AD=AE+DE=۳x$، پس طول اضلاع مربع ۳x می‌شود. (می‌توانیم فرض کنیم $x=۱$ است!)

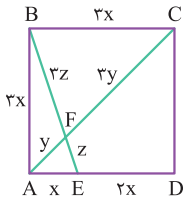
گام دو خط AE و BC با هم موازی‌اند (چون دو ضلع مقابل مربع‌اند)، پس داریم:

$$\left.\begin{matrix}\hat{B}_۱=\hat{E}_۱\\ \hat{A}_۱=\hat{C}_۱\end{matrix}\right\}\Rightarrow \overset{\Delta}{AEF}\sim\overset{\Delta}{BCF}$$

نسبت اضلاع این دو مثلث را می‌نویسیم:

$$\frac{AF}{CF}=\frac{EF}{BF}=\frac{\overbrace{AE}^{x}}{\underbrace{BC}_{۳x}}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow\begin{cases}\frac{AF}{CF}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow AF=y\,,\,CF=۳y\\ \frac{EF}{BF}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow EF=z\,,\,BF=۳z\end{cases}$$

گام حالا شکل را رسم می‌کنیم و اطلاعات به دست آمده را روی آن وارد می‌کنیم:



گام در مثلث ABE فیثاغورس می‌زنیم:

$$\underbrace{AE^۲}_{x^۲}+\underbrace{AB^۲}_{۹x^۲}=\underbrace{BE^۲}_{۱۶z^۲}\Rightarrow ۱۰x^۲=۱۶z^۲\Rightarrow z^۲=\frac{۵}{۸}x^۲\Rightarrow z=\frac{\sqrt{۵}}{۲\sqrt{۲}}x$$

نکته در هر مربع، قطر $\sqrt{۲}$ برابر ضلع است.

بنابراین:

$$AC=\sqrt{۲}AB\Rightarrow ۴y=\sqrt{۲}\times۳x\Rightarrow y=\frac{۳\sqrt{۲}}{۴}x$$

گام نسبت طول EF و AF برابر است با:

$$\frac{EF}{AF}=\frac{z}{y}=\frac{\frac{\sqrt{۵}}{۲\sqrt{۲}}x}{\frac{۳\sqrt{۲}}{۴}x}=\frac{\sqrt{۵}}{۳}$$

۶- گزینه ۴

درس‌نامه در مستطیل طلایی، «نسبت مجموع طول و عرض به طول» با «نسبت طول به عرض» برابر است و عدد این نسبت $\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲}$ است:

$$\frac{\text{طول}+\text{عرض}}{\text{طول}}=\frac{\text{طول}}{\text{عرض}}=\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲}$$

گام نسبت طول به عرض مستطیل اولیه $\frac{۵}{۴}$ است، پس طول را ۵x و عرض را ۴x در نظر می‌گیریم.

گام در مستطیل طلایی، نسبت طول به عرض $\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$ است. عرض مستطیل دوم همان ۴x است (چون عرض ثابت مانده). طولش باید $\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲}$ برابر عرضش باشد، یعنی $۴x\times(\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲})$ است.

گام نسبت مساحت مستطیل طلایی به مساحت مستطیل اولیه برابر است با:

$$\frac{\text{عرض جدید}\times\text{طول جدید}}{\text{عرض اولیه}\times\text{طول اولیه}}=\frac{\cancel{۴}^{۲}x\times\frac{۱+\sqrt{۵}}{\cancel{۲}}\times\cancel{۴}x}{۵x\times\cancel{۴}x}=\frac{۲}{۵}(۱+\sqrt{۵})=۰/۴(۱+\sqrt{۵})$$

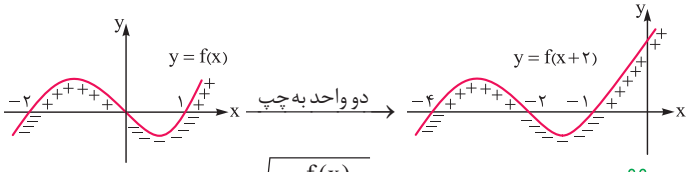
۷- گزینه ۱

استراتژی کافی است ابتدا نمودار $f(۲+x)$ را رسم کرده و سپس نامعادلهٔ $-\frac{f(x)}{f(۲+x)}\geq۰$ را به کمک تعیین علامت حل کنید.

درس‌نامه ۱ اگر $k>۰$ باشد، برای رسم $y=f(x+k)$، نمودار $y=f(x)$ را k واحد به سمت چپ و برای رسم $y=f(x-k)$، نمودار $y=f(x)$ را k واحد به سمت راست می‌بریم. ۲ برای به دست آوردن دامنهٔ توابع رادیکالی با فرجهٔ زوج، کافی است عبارت زیر رادیکال را بزرگ‌تر یا مساوی صفر قرار دهیم:

$$\sqrt[۲n]{A}\Rightarrow A\geq۰$$

گام ابتدا با توجه به مورد (۱) درس‌نامه، نمودار $f(2+x)$ (یا همان $f(x+2)$) را رسم می‌کنیم:



گام برای به دست آوردن دامنهٔ $g(x)=\sqrt{-\frac{f(x)}{f(x+2)}}$، کافی است نامعادلهٔ $-\frac{f(x)}{f(x+2)}\geq 0$ را حل کنیم:

$$-\frac{f(x)}{f(2+x)}\geq 0 \xrightarrow{\times(-1)} \frac{f(x)}{f(x+2)}\leq 0$$

گام با توجه به نمودارها، ریشه‌های صورت و مخرج (محل برخورد توابع رسم‌شده با محور xها) را مشخص می‌کنیم:

ریشه‌ها: $-2,0,1$

$$\frac{f(x)}{f(x+2)}\leq 0$$

ریشه‌ها: $-4,-2,-1$

حالا جدول تعیین علامت را رسم می‌کنیم: (دقت کنید علامت $f(x)$ و $f(2+x)$ را روی نمودار آن‌ها در گام (۱) مشخص کرده‌ایم.)

	-4	-2	-1	0	1	
$f(x)$	−	− 0	+	+ 0	− 0	+
$f(2+x)$	− 0	+ 0	−	+ 0	+	+
$\frac{f(x)}{f(2+x)}$	+ تن	− تن	+ تن	+ 0	− 0	+
		جواب	جواب	جواب		

دنبال قسمت‌های کوچک‌تر یا مساوی صفر بودیم که به صورت زیر می‌شود:

$$(-4,-2)\cup(-2,-1)\cup[0,1]$$

بنابراین دامنهٔ این تابع، شامل ۳ عدد صحیح -3، صفر و ۱ است.

۸- گزینه ۳

استراتژی

$$\underbrace{g(\underbrace{f(-\tfrac{5}{3})}_{\text{مرحلهٔ ۱}})}_{\text{مرحلهٔ ۲}}$$

گام $gof(-\frac{5}{3})$ یعنی $g(f(-\frac{5}{3}))$. ابتدا مقدار $f(-\frac{5}{3})$ را محاسبه می‌کنیم:

$$f(x)=2[x]-x \Rightarrow f(-\tfrac{5}{3})=2\underbrace{[-\tfrac{5}{3}]}_{-2}-(-\tfrac{5}{3})=-4+\tfrac{5}{3}=-\tfrac{7}{3}$$

گام پس $g(f(-\frac{5}{3}))=g(-\frac{7}{3})$ می‌شود.

در ضابطهٔ g، جای xها $\frac{-7}{3}$ قرار می‌دهیم:

$$g(x)=f([x+f(x)]) \Rightarrow g(-\tfrac{7}{3})=f([-\tfrac{7}{3}+f(\tfrac{-7}{3})])$$

برای به دست آوردن $g(-\frac{7}{3})$، ابتدا باید مقدار $f(-\frac{7}{3})$ را محاسبه کنیم:

$$f(-\tfrac{7}{3})=2\underbrace{\left[-\tfrac{7}{3}\right]}_{-3}-(-\tfrac{7}{3})=-6+\tfrac{7}{3}=-\tfrac{11}{3}$$

گام حالا مقدار $g(-\frac{7}{3})$ را محاسبه می‌کنیم:

$$g(-\tfrac{7}{3})=f([-\tfrac{7}{3}+\underbrace{f(-\tfrac{7}{3})}_{-\frac{11}{3}}])=f(\underbrace{[-\tfrac{7}{3}-\tfrac{11}{3}]}_{-\frac{18}{3}=-6})=f(-6)$$

گام در آخر کافی است مقدار $f(-6)$ را به دست آوریم تا جواب حاصل شود:

$$f(x)=2[x]-x \Rightarrow f(-6)=2[-6]-(-6)=-12+6=-6$$

۹- گزینه ۳

استراتژی ریشه‌های معادلهٔ $2ax^2+ax-6=0$ را α و β و ریشه‌های معادلهٔ $2x^2-ax+b=0$ را $\alpha+\frac{1}{2}$ و $\beta+\frac{1}{2}$ در نظر می‌گیریم. کافی است مجموع و حاصل‌ضرب ریشه‌های هر معادله را به دست آوریم تا به جواب برسیم.

درس‌نامه ۱ اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم $ax^2+bx+c=0$ با شرط $\Delta>0$ باشند، داریم:

ضرب ریشه‌ها: $P=\alpha\beta=\frac{c}{a}$ جمع ریشه‌ها: $S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$

۲ اگر در سؤالی دو معادلهٔ درجه‌دوم داشته باشیم که ریشه‌های آن‌ها برحسب یکدیگر باشند (مثلاً اگر در سؤال بگوید هر کدام از ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم $ax^2+bx+c=0$، ۳ واحد از ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم $a'x^2+b'x+c'=0$ کم‌تر است)، برای حل سؤال به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

الف) ابتدا ریشه‌های یکی از معادله‌ها را α و β در نظر بگیریم و S و P معادله را برحسب ضرایب محاسبه می‌کنیم. **ب)** حالا ریشه‌های معادلهٔ دیگر را برحسب α و β می‌نویسیم و S′ و P′ این معادله (S′ همان جمع و P′ همان ضرب ریشه‌های جدید است) را نیز برحسب ضرایب محاسبه می‌کنیم.

برای مثال اگر هر کدام از ریشه‌های معادلهٔ $2x^2+ax+b=0$، دو برابر ریشه‌های معادلهٔ $x^2-5x+3=0$ باشد، برای محاسبهٔ a و b به صورت زیر عمل می‌کنیم:

فرض می‌کنیم ریشه‌های معادلهٔ $x^2-5x+3=0$، α و β هستند، پس:

$$\begin{cases}S=\alpha+\beta=5\\P=\alpha\beta=3\end{cases}$$

حالا هر کدام از ریشه‌های معادلهٔ $2x^2+ax+b=0$، دو برابر ریشه‌های معادلهٔ $x^2-5x+3=0$ هستند، پس ریشه‌های این معادله را 2α و 2β فرض می‌کنیم و داریم:

$$S'=2\alpha+2\beta=-\frac{a}{2} \Rightarrow 2\underbrace{(\alpha+\beta)}_{5}=-\frac{a}{2} \Rightarrow 10=-\frac{a}{2} \Rightarrow a=-20$$

$$P'=2\alpha\times 2\beta=\frac{b}{2} \Rightarrow 4\underbrace{\alpha\beta}_{3}=\frac{b}{2} \Rightarrow 12=\frac{b}{2} \Rightarrow b=24$$

گام ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم $2ax^2+ax-6=0$ را α و β در نظر می‌گیریم، پس:

$$\begin{cases}S=\alpha+\beta=-\frac{\cancel{a}}{2\cancel{a}}=-\frac{1}{2}\\P=\alpha\beta=\frac{-6}{2a}=-\frac{3}{a}\end{cases}$$

گام هر کدام از ریشه‌های معادلهٔ $2x^2-ax+b=0$، نیم واحد از ریشه‌های معادلهٔ دیگر بیشترند، پس ریشه‌های این معادله $\alpha+\frac{1}{2}$ و $\beta+\frac{1}{2}$ می‌شوند.

اول مجموع ریشه‌های جدید را حساب می‌کنیم:

$$S'=(\alpha+\tfrac{1}{2})+(\beta+\tfrac{1}{2})=\frac{a}{2} \Rightarrow \underbrace{\alpha+\beta}_{-\frac{1}{2}}+1=\frac{a}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{a}{2} \Rightarrow a=1$$

ضرب ریشه‌های معادلهٔ جدید را هم به دست می‌آوریم:

$$P'=(\alpha+\tfrac{1}{2})(\beta+\tfrac{1}{2})=\frac{b}{2} \Rightarrow \underbrace{\alpha\beta}_{-\frac{3}{a}}+\underbrace{\tfrac{1}{2}\alpha+\tfrac{1}{2}\beta}_{\frac{1}{2}S=-\frac{1}{4}}+\frac{1}{4}=\frac{b}{2} \Rightarrow -\frac{3}{a}=\frac{b}{2}$$

به جای a قرار می‌دهیم ۱:

$$-3=\frac{b}{2} \Rightarrow b=-6$$

گام بنابراین جواب برابر است با:

$$\left[\frac{ab}{4}\right]=\left[\frac{1\times(-6)}{4}\right]=\left[-\frac{3}{2}\right]=-2$$

۱۰- گزینه ۴

شفاف‌سازی صفرهای تابع $y=2x^2-(m+2)x+m$ ← ریشه‌های معادلهٔ $2x^2-(m+2)x+m=0$

درس‌نامه ۱ برای به دست آوردن ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم $ax^2+bx+c=0$، دو حالت خاص داریم:

الف) اگر $a+b+c=0$ باشد، یکی از ریشه‌ها $x=1$ و ریشهٔ دیگر $x=\frac{c}{a}$ است.

ب) اگر $a+c=b$ باشد، یکی از ریشه‌ها $x=-1$ و ریشهٔ دیگر $x=-\frac{c}{a}$ است.

۲ در تابع درجه‌دوم $y=ax^2+bx+c$:

الف) نقطهٔ تقاطع تابع با محور عرض‌ها $(0,c)$ است.

ب) طول رأس سهمی، $x=-\frac{b}{2a}$ است.

پ) اگر $a>0$ باشد، سهمی رو به بالا و اگر $a<0$ باشد، سهمی رو به پایین است.

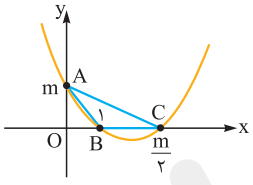
۳ دوتا از ویژگی‌های قدرمطلق به صورت زیر است:

(الف) $|x||y|=|xy|$ **(ب)** $|x|=a \xrightarrow{a>0} \begin{cases} x=a \\ x=-a \end{cases}$

گام در معادلهٔ درجه‌دوم $2x^2-(m+2)x+m=0$، جمع ضرایب صفرند، پس طبق مورد (۱ـ الف) درس‌نامه، ریشه‌های این معادله $x=1$ و $x=\frac{m}{2}$ هستند.

گام نقطهٔ تقاطع تابع $y=2x^2-(m+2)x+m$ با محور عرض‌ها، طبق مورد (۲ـ الف) درس‌نامه، $(0,m)$ است.

گام حالا با توجه به نتایج به دست آمده در دو گام قبل و این‌که $a>0$ است، می‌توانیم شکل فرضی مقابل را برای این سهمی رسم کنیم: (دقت کنید! این سهمی را به شکل‌های دیگری هم حتی می‌توان رسم کرد، اما اصلاً اهمیتی ندارد، چون هدف ما از رسم سهمی این است که از صورت سؤال درک بهتری پیدا کنیم.)



گام با توجه به نمودار رسم‌شده، قاعدهٔ مثلث ABC برابر BC و طول ارتفاع آن برابر AO است. طول ضلع BC برابر $|\frac{m}{2}-1|$ (*خوب الان احتمالاً می‌پرسید که چرا قدرمطلق $\frac{m}{2}-1$، خودش مگر چه مشکلی داره؟ ببین ما گفتیم یه شکل فرضی رسم می‌کنیم، حالا توی شکلی که ما رسم کردیم $\frac{m}{2}<1$ ولی ممکنه $\frac{m}{2}>1$ باشه در هر حال طول ضلع BC برابر قدرمطلق تفاضل $\frac{m}{2}$ و ۱ یعنی $|\frac{m}{2}-1|$ می‌شه! با استدلال مشابه، طول AO هم برابر قدرمطلق m می‌شه.*) و طول ارتفاع AO برابر $|m|$ است، پس مساحت این مثلث برابر است با:

$$S=\frac{1}{2}\times\text{قاعده}\times\text{ارتفاع} \Rightarrow \frac{3}{4}=\frac{1}{2}|\frac{m}{2}-1|\times|m| \xrightarrow{\times 2} |\frac{m}{2}-1|\times|m|=\frac{3}{2}$$

گام برای حل معادلهٔ فوق از مورد (۳) درس‌نامه کمک می‌گیریم:

$$\underbrace{|\frac{m}{2}-1|\times|m|}_{|(\frac{m}{2}-1)m|}=\frac{3}{2} \Rightarrow |\frac{m^2}{2}-m|=\frac{3}{2} \xrightarrow{\times 2} |m^2-2m|=3$$

پس عبارت داخل قدرمطلق ۳ یا ۳− است:

$$\begin{cases} m^2-2m=3 \Rightarrow m^2-2m-3=0 \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} m=-1 \\ m=+3 \end{cases} \\ m^2-2m=-3 \Rightarrow m^2-2m+3=0 \xrightarrow{\Delta<0} \text{ریشه ندارد.} \end{cases}$$

گام طول رأس سهمی $y=x^2-mx+1$ برابر با $x_S=\frac{-(-m)}{2}=\frac{m}{2}$ است. به ازای $m=-1$ و $m=3$ به $x_S=\frac{-1}{2}$ و $x_S=\frac{3}{2}$ می‌رسیم که فقط اولی در گزینه‌ها وجود دارد.

۱۱- گزینهٔ ۱

درس‌نامه ۱ یک تابع درجه‌دوم، در بازه‌هایی وارون‌پذیر است که طول رأس سهمی، جزء آن بازه‌ها نباشد. **۲** برای محاسبهٔ $f^{-1}(\alpha)$، کافی است معادلهٔ $f(x)=\alpha$ را حل کنیم که جواب آن همان $f^{-1}(\alpha)$ است.

گام ابتدا محدودهٔ دامنه‌ها را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\begin{cases} 2x+3\le 0 \Rightarrow 2x\le -3 \Rightarrow x\le -\frac{3}{2} \\ 2x+3>0 \Rightarrow 2x>-3 \Rightarrow x>-\frac{3}{2} \end{cases}$$

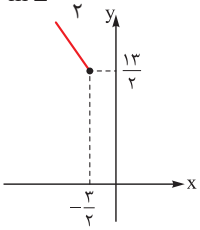
پس می‌توانیم ضابطهٔ f را به صورت زیر بنویسیم:

$$f(x)=\begin{cases} 2-3x & x\le -\frac{3}{2} \\ 2+2mx-x^2 & x>-\frac{3}{2} \end{cases}$$

گام طبق مورد (۱) درس‌نامه، سهمی $2+2mx-x^2$ (یا همان $-x^2+2mx+2$) در بازه‌ای وارون‌پذیر است که طول رأس در آن بازه نباشد. طول رأس این سهمی $-\frac{b}{2a}=\frac{-2m}{-2}=m$ است. سهمی در بازهٔ $x>-\frac{3}{2}$ وارون‌پذیر است، اگر m در این بازه نباشد. m نباید عضو بازهٔ $(-\frac{3}{2},+\infty)$ باشد، پس m عضو بازهٔ $[-\frac{3}{2},-\infty)$ می‌شود؛ یعنی:

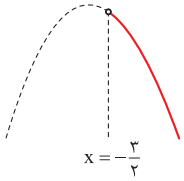
$$m\le -\frac{3}{2}$$

گام خط $2-3x$ با شرط $x\le -\frac{3}{2}$ را رسم می‌کنیم:

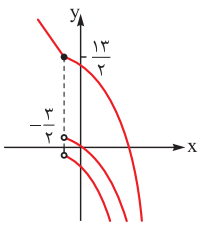


پس حداقل مقدار ضابطهٔ $2-3x$ برابر $\frac{13}{2}$ است.

گام حالا علاوه بر این‌که طول رأس سهمی نباید در بازهٔ $x>-\frac{3}{2}$ باشد، برای این‌که f وارون‌پذیر شود، حداکثر مقدار $2+2mx-x^2$، باید کوچک‌تر مساویِ حداقل مقدار $2-3x$ باشد. رأس سهمی در بازهٔ $x>-\frac{3}{2}$ نیست، پس حداکثر مقدار $2+2mx-x^2$ به ازای $x=-\frac{3}{2}$ رخ می‌دهد.



بیا این‌ها تا کاملاً مفهومی برات توضیح بدم. ببین توی بازهٔ $x\le -\frac{3}{2}$ که یه دونه خط داریم و رسمش کردیم، حالا ضریب x^2 سهمی منفیه پس سهمی رو به پایین ∩ *می‌شه ولی ما نمودار سهمی رو توی $x>-\frac{3}{2}$ می‌خواهیم. از طرفی توی گام (۲) دیدیم رأس سهمی نباید توی $x>-\frac{3}{2}$ باشه، پس طبیعتاً نمودار سهمی توی $x>-\frac{3}{2}$ به شکل روبه‌رو می‌شه:*



پس بیشترین مقدار سهمی رو توی $x=-\frac{3}{2}$ داریم. برای این‌که f یک‌به‌یک بشه، این بیشترین مقدار، باید از کم‌ترین مقدار ضابطهٔ $2-3x$ کم‌تر یا مساویش بشه که شکل نمودار به یکی از شکل‌های مقابل بشه تا f وارون‌پذیر باشه؛ (باید یکی از سهمی‌های سمت راست رو داشته باشیم.)

$$2+2mx-x^2 \xrightarrow{x=-\frac{3}{2}} 2-3m-\frac{9}{4}=-3m-\frac{1}{4}$$

این مقدار باید کوچک‌تر مساویِ $\frac{13}{2}$، یعنی حداقل مقدار $2-3x$ باشد:

$$-3m-\frac{1}{4}\le\frac{13}{2} \xrightarrow{\times(-1)} 3m+\frac{1}{4}\ge-\frac{13}{2} \Rightarrow 3m\ge-\frac{13}{2}-\frac{1}{4}$$
$$\Rightarrow 3m\ge-\frac{27}{4} \Rightarrow m\ge-\frac{9}{4}$$

گام با توجه به $m\le-\frac{3}{2}$ و $m\ge-\frac{9}{4}$ نتیجه می‌گیریم $-\frac{9}{4}\le m\le-\frac{3}{2}$ یا $-2/25\le m\le-1/5$ است. پس تنها مقدار صحیح m برابر ۲− است که به ازای آن، ضابطهٔ f به شکل مقابل می‌شود:

$$f(x)=\begin{cases} 2-3x & x\le -\frac{3}{2} \\ 2-4x-x^2 & x>-\frac{3}{2} \end{cases}$$

گام $f^{-1}(-19)$ را می‌خواهیم، پس کافی است معادلهٔ $f(x)=-19$ را حل کنیم. واضح است که $2-3x$ نمی‌تواند برابر ۱۹− باشد (با توجه به نمودار آن که در گام (۳) رسم شده)، پس $2-4x-x^2$ باید برابر ۱۹− شود:

$$2-4x-x^2=-19 \Rightarrow x^2+4x-21=0 \Rightarrow (x+7)(x-3)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \ \checkmark \\ x=-7 \ \times \end{cases}$$

دامنهٔ این ضابطه $x>-\frac{3}{2}$ است، پس فقط ۳ قبول است و در نتیجه: $f^{-1}(-19)=3$

مشاوره این سؤال جزء تحلیلی‌ترین سؤالات کنکورهای جدید است. حتی اگر جوابتان درست است باز هم راه حل را بخوانید، چون ممکن است به ریزه‌کاری‌ها دقت نکرده باشید و با خوش‌شانسی به جواب درست رسیده باشید. *(البته بازم نوش جونتون!)*

۱۲- گزینه ۴

استراتژی کافی است با توجه به این‌که $\log ۲ = ۰/۳$ و $\log ۳ = ۰/۴$ است، مقدار عددی ضرایبِ معادله را به دست آورید.

درس‌نامه بعضی از قوانین لگاریتم را در زیر ببینید:

(الف) $\log_a a = ۱$ (ب) $\log_c ab = \log_c a + \log_c b$

(پ) $\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$ (ت) $\log ۵ = ۱ - \log ۲$

گام مقدار $\log ۳۰$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\log ۳۰ = \log(۱۰ \times ۳) = \log ۱۰ + \log ۳ = ۱ + ۰/۴ = ۱/۴$$

گام مقدار $\log ۶$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\log ۶ = \log(۲ \times ۳) = \log ۲ + \log ۳ = ۰/۳ + ۰/۴ = ۰/۷$$

گام مقدار $\log \frac{۵}{۶}$ را هم محاسبه می‌کنیم: (با توجه به مورد (۱- ت) درس‌نامه و این‌که $\log ۲ = ۰/۳$ است، $\log ۵ = ۱ - \log ۲ = ۰/۷$ می‌شود.)

$$\log \frac{۵}{۶} = \log ۵ - \log ۶ = ۰/۷ - ۰/۷ = ۰$$

گام با جای‌گذاری مقادیر به دست آمده، به معادلهٔ درجه‌دوم زیر می‌رسیم:

$$x^۲ \underbrace{(\log ۳۰)}_{۱/۴} + ۲x \underbrace{\log ۶}_{۰/۷} - \underbrace{\log \frac{۵}{۶}}_{۰} = ۰ \Rightarrow ۱/۴x^۲ + ۱/۴x = ۰$$

$$\Rightarrow ۱/۴x(x+۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x_۱ = ۰ \\ x_۲ = -۱ \end{cases}$$

پس تفاضل ریشه‌ها برابر است با: $x_۱ - x_۲ = ۰ - (-۱) = ۱$

این سؤال از لحاظ محتوایی کلاً غلطه، چون اگه $x = ۰$ ریشهٔ این معادله باشه، باید $\log \frac{۵}{۶} = ۰$ بشه که در واقعیت چنین چیزی غیر ممکنه!

۱۳- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ فاصلهٔ دو نقطهٔ $A(x_۱, y_۱)$ و $B(x_۲, y_۲)$ برابر است با:

$$AB = \sqrt{(x_۲ - x_۱)^۲ + (y_۲ - y_۱)^۲}$$

۲ فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_۰, y_۰)$ از خط $ax + by + c = ۰$ برابر است با:

$$AH = \frac{|ax_۰ + by_۰ + c|}{\sqrt{a^۲ + b^۲}}$$

۳ برای به دست آوردن محل تقاطع دو خط $ax + by = c$ و $a'x + b'y = c'$، کافی است دستگاه دو معادله و دو مجهول مقابل را حل کنیم:

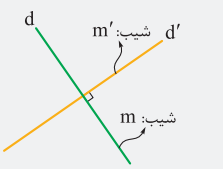
$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

۴ شیب خط $ax + by = c$ برابر است با:

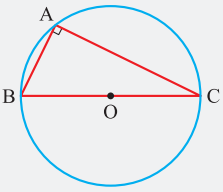
$$\frac{\text{قرینهٔ ضریب } x}{\text{ضریب } y} = -\frac{a}{b}$$

۵ اگر دو خط d و d′ بر هم عمود باشند، حاصل‌ضرب شیب‌هایشان ۱- می‌شود:

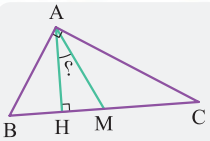
$$\Rightarrow m.m' = -۱$$



۶ اگر مرکز دایرهٔ گذرنده از ۳ رأس مثلث ABC، روی یکی از اضلاع مثلث باشد، مثلث ABC قائم‌الزاویه می‌شود و وتر هم همان ضلعی است که مرکز روی آن قرار دارد:

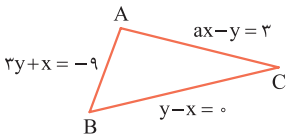


۷ در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، زاویهٔ بین ارتفاع وارد بر وتر و میانهٔ وارد بر وتر برابر با قدرمطلق اختلاف دو زاویهٔ حادهٔ مثلث است: $H\hat{A}M = |\hat{B} - \hat{C}|$



۸ در مثلث قائم‌الزاویه، میانهٔ وارد بر وتر نصف وتر است.

گام ابتدا یک شکل فرضی برای مسئله رسم می‌کنیم: (محل تقاطع دو خط $۳y + x = -۹$ و $ax - y = ۳$، رأس A و محل تقاطع این دو خط با خط $y - x = ۰$ به ترتیب رأس B و C است.)



گام مرکز دایره‌ای که از این سه نقطه می‌گذرد، بر نیمساز ناحیهٔ اول و سوم، یعنی بر خط $y = x$ واقع است. از طرفی معادلهٔ خط ضلع BC هم $y - x = ۰$ است، پس مرکز دایره روی ضلع BC قرار دارد. حالا با توجه به مورد (۶) درس‌نامه، BC وتر مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC با زاویهٔ قائمه A می‌شود.

گام طبق مورد (۴) درس‌نامه، شیب خط $ax - y = ۳$ برابر a و شیب خط $۳y + x = -۹$ برابر $-\frac{۱}{۳}$ است. از طرفی زاویهٔ A قائمه است، پس این دو خط بر هم عمود شده و حاصل‌ضرب شیب‌هایشان ۱- می‌شود:

$$-\frac{۱}{۳} \times a = -۱ \Rightarrow a = ۳$$

گام مختصات دو رأس B و C را به دست می‌آوریم:

مختصات B: $\begin{cases} ۳y + x = -۹ \\ y - x = ۰ \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} B(-\frac{۹}{۴}, -\frac{۹}{۴})$

مختصات C: $\begin{cases} ۳x - y = ۳ \\ y - x = ۰ \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} C(\frac{۳}{۲}, \frac{۳}{۲})$

طول وتر BC برابر است با:

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^۲ + (y_C - y_B)^۲} \Rightarrow BC = \sqrt{(\frac{۳}{۲} - (-\frac{۹}{۴}))^۲ + (\frac{۳}{۲} - (-\frac{۹}{۴}))^۲}$$

$$= \sqrt{(\frac{۱۵}{۴})^۲ + (\frac{۱۵}{۴})^۲} = \sqrt{(\frac{۱۵}{۴})^۲ \times ۲} = \frac{۱۵}{۴}\sqrt{۲}$$

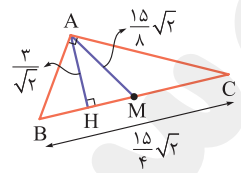
گام مختصات رأس A را هم به دست می‌آوریم:

مختصات A: $\begin{cases} ۳x - y = ۳ \\ ۳y + x = -۹ \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} A(۰, -۳)$

فاصلهٔ رأس A از خط $y - x = ۰$ (ضلع BC) برابر است با:

$$\frac{|ax_۰ + by_۰ + c|}{\sqrt{a^۲ + b^۲}} \xrightarrow[-x+y=۰]{A(۰,-۳)} \frac{|۰ + (-۳)|}{\sqrt{(-۱)^۲ + ۱^۲}} = \frac{۳}{\sqrt{۲}}$$

گام حالا دوباره مثلث ABC را رسم می‌کنیم.



طول ارتفاع AH برابر $\frac{۳}{\sqrt{۲}}$ و طول میانهٔ AM برابر با نصف وتر یعنی $\frac{۱}{۲} \times \frac{۱۵}{۴}\sqrt{۲}$ یا $\frac{۱۵}{۸}\sqrt{۲}$ می‌شود. با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث AMH، طول MH را محاسبه می‌کنیم:

$$AH^۲ + MH^۲ = AM^۲ \Rightarrow \frac{۹}{۲} + MH^۲ = \frac{۲۲۵}{۳۲}$$

$$\Rightarrow MH^۲ = \frac{۸۱}{۳۲} \Rightarrow MH = \frac{۹}{۴\sqrt{۲}}$$

گام در آخر طبق مورد (۷) درس‌نامه $|\hat{B} - \hat{C}| = H\hat{A}M$ است که البته چون در گزینه‌ها عدد منفی نداریم؛ می‌توانیم فرض کنیم $\hat{B} - \hat{C} > ۰$ و در نتیجه $\hat{B} - \hat{C} = H\hat{A}M$، پس:

$$\tan(\hat{B} - \hat{C}) = \tan(H\hat{A}M) = \frac{HM}{AH} = \frac{\frac{۹}{۴\sqrt{۲}}}{\frac{۳}{\sqrt{۲}}} = \frac{۹}{۱۲} = \frac{۳}{۴}$$

مشاوره بعضی سؤال‌ها برای حل‌نکردن هستن! این سؤال برای سر جلسه حل‌کردن مناسب نیست ولی بعد جلسه برای تمرین خوبه

۱۴- گزینه ۳

استراتژی ابتدا با توجه به معادلهٔ $\tan x + \cot x = -3$، حاصل $\sin x.\cos x$ را به دست آورید. بعد $\sin^3 x + \cos^3 x$ را با اتحاد چاق و لاغر باز کنید. در آخر کافی است حاصل $\sin x + \cos x$ را به دست آورید که بهترین راه این است که توان ۲ آن را محاسبه کنید.

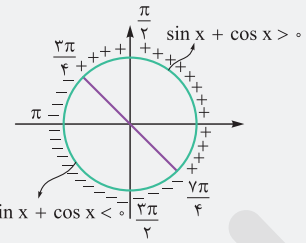
درس‌نامه ۱ برخی از اتحادهای اولیهٔ مثلثاتی به شکل زیرند:

الف) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ب) $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ پ) $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$

۲ اتحاد چاق و لاغر به صورت زیر است:

$$A^3 \pm B^3 = (A \pm B)(A^2 \mp AB + B^2)$$

۳ علامت $\sin x + \cos x$ در دایرهٔ مثلثاتی به شکل مقابل است:



گام ابتدا معادلهٔ $\tan x + \cot x = -3$ را ساده می‌کنیم:

$$\tan x + \cot x = -3 \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = -3 \Rightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x.\cos x} = -3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin x.\cos x} = -3 \Rightarrow \sin x.\cos x = -\frac{1}{3}$$

گام برای محاسبهٔ $\sin^3 x + \cos^3 x$، از اتحاد چاق و لاغر استفاده می‌کنیم:

$$\sin^3 x + \cos^3 x = (\sin x + \cos x)(\sin^2 x - \sin x.\cos x + \cos^2 x)$$

$$= (\sin x + \cos x)(\underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{1} - \underbrace{\sin x.\cos x}_{-\frac{1}{3}}) = \underbrace{\frac{4}{3}(\sin x + \cos x)}_{(I)}$$

گام حالا باید مقدار $\sin x + \cos x$ را محاسبه کنیم. قبل از محاسبهٔ آن دقت کنید $3\pi < 4x < 4\pi$ است، پس $\frac{3\pi}{4} < x < \pi$ می‌شود که در آن‌جا (با توجه به مورد (۳) درس‌نامه) علامت $\sin x + \cos x$ منفی است. برای محاسبهٔ $\sin x + \cos x$ فرض می‌کنیم $\sin x + \cos x = A$ که در آن A منفی است. طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{1} + 2\underbrace{\sin x.\cos x}_{-\frac{1}{3}} = A^2 \Rightarrow A^2 = \frac{1}{3} \xrightarrow{A<0} A = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

گام بنابراین $\sin x + \cos x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ است، حالا با جای‌گذاری در (I)، مقدار $\sin^3 x + \cos^3 x$ حاصل می‌شود:

$$\sin^3 x + \cos^3 x = \frac{4}{3} \times (-\frac{1}{\sqrt{3}}) = -\frac{4}{3\sqrt{3}}$$

پس حاصل عبارت خواسته‌شده برابر است با: $\frac{1}{\sin^3 x + \cos^3 x} = -\frac{3\sqrt{3}}{4} = -0/75\sqrt{3}$

مشاوره تجربه ثابت کرده اگر دنبال $\sin x \pm \cos x$ بودیم یا حاصلش را داشتیم و چیز دیگری را می‌خواستیم، از توان ۲ رساندن استفاده کنیم.

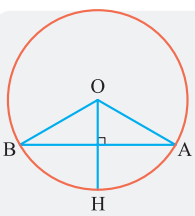
۱۵- گزینه ۱

استراتژی ابتدا با توجه به این‌که OD عمودمنصف AB و OH عمودمنصف AD است، اندازهٔ $A\hat{O}C$ به دست می‌آید. حالا می‌توانید به سادگی طول کمان AC را به دست آورید. بعد کافی است طول OH و CH را محاسبه کنید که برای این کار، کافی است از $\sin O\hat{A}H$ در مثلث OAH کمک بگیرید.

درس‌نامه ۱ اگر از مرکز دایره، عمودی (مثلاً عمود OH) را بر وتر AB رسم کنیم، دو زاویهٔ AOH و BOH با هم برابر می‌شوند، یعنی:

$$A\hat{O}H = B\hat{O}H = \frac{A\hat{O}B}{2}$$

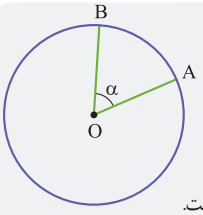
به عبارت دیگر می‌توانیم بگوییم OH عمودمنصف AB است.



۲ اگر O مرکز دایره‌ای به شعاع r و $A\hat{O}B = \alpha$ باشد، طول کمان AB از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\overset{\frown}{AB} = r.\alpha$$

(برحسب رادیان)



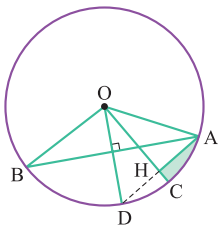
۳ در مثلث قائم‌الزاویه، سینوس یک زاویهٔ حاده برابر با $\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}$ است.

گام مساحت دایره‌ای به شعاع r، برابر πr^2 است. مساحت این دایره π است، پس:

$$\pi r^2 = \pi \Rightarrow r^2 = 1 \Rightarrow r = 1$$

گام با توجه به شکل مقابل، OD عمودی بر وتر AB است، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه، OD نیمساز زاویهٔ O می‌باشد. در نتیجه:

$$A\hat{O}D = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$



گام OH عمودمنصف AD است، پس $A\hat{H}O = 90^\circ$

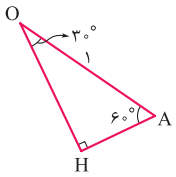
و داریم:

$$A\hat{O}C = \frac{A\hat{O}D}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

گام حالا با توجه به این‌که $A\hat{O}C = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$ rad و با استفاده از مورد (۲) درس‌نامه، طول کمان AC را به دست می‌آوریم (شعاع دایره برابر ۱ است.):

$$\overset{\frown}{AC} = r.\alpha = 1 \times \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$$

گام در مثلث AOH، زاویهٔ AHO برابر 90° و زاویهٔ AOH برابر 30° است، پس $O\hat{A}H = 60^\circ$ می‌شود.



از طرفی AO شعاع دایره است، پس $AO = 1$ می‌شود. حالا برای محاسبهٔ طول OH داریم:

$$\sin \hat{A} = \frac{OH}{OA} \Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{OH}{1} \Rightarrow OH = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

گام OC هم شعاع دایره است، پس طول آن هم برابر ۱ می‌شود. حالا می‌توانیم طول CH را به دست آوریم:

$$CH = OC - OH = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

گام در آخر اختلاف محیط مثلث AOH و محیط قسمت سایه زده شده را به دست می‌آوریم:

$$\underbrace{AO + OH + \cancel{AH}}_{\text{محیط مثلث AOH}} - \underbrace{(\overset{\frown}{AC} + CH + \cancel{AH})}_{\text{محیط قسمت سایه زده شده}}$$

$$= AO + OH - \overset{\frown}{AC} - CH = \cancel{1} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6} - (\cancel{1} - \frac{\sqrt{3}}{2}) = \sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$$

۱۶- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ برای این‌که تابع چندضابطه‌ای $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \neq a \\ h(x) & x = a \end{cases}$ در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، باید حد آن در $x = a$ و مقدار آن در $x = a$ با هم برابر باشند:

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

۲ اتحاد چاق و لاغر به صورت زیر است:

$$A^3 \pm B^3 = (A \pm B)(A^2 \mp AB + B^2)$$

گام برای این‌که تابع f در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، دامنهٔ آن باید $\mathbb{R}$ شود. به عبارت زیر رادیکال توجه کنید:

$$\overset{a}{3}x^2 + (\overset{b}{m-1})x + (\overset{c}{m-4}) = 0 \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} x = -1 \\ x = -\frac{c}{a} = -\frac{m-4}{3} \end{cases}$$

عبارت زیر رادیکال دو ریشهٔ $x = -1$ و $x = -\frac{m-4}{3}$ را دارد. از طرفی برای این‌که دامنهٔ تابع $\mathbb{R}$ باشد، زیر رادیکال باید همواره نامنفی باشد، پس معادلهٔ $3x^2 + (m-1)x + (m-4) = 0$ باید ریشهٔ مضاعف داشته باشد، یعنی باید دو ریشهٔ آن برابر باشند:

$$-\frac{m-4}{3} = -1 \Rightarrow \frac{m-4}{3} = 1 \Rightarrow m = 7$$

(خوب بذار یه کم بیشتر توضیح بدم. ببین اگه دوتا ریشه برابر نباشند، علامت عبارت زیر رادیکال بین دوتا ریشه منفی می‌شه، پس دامنهٔ تابع دیگه $\mathbb{R}$ نیست و تابع توی $\mathbb{R}$ پیوسته نمی‌شه! پس برای همین عبارت زیر رادیکال باید ریشهٔ مضاعف داشته باشه.)

گام به جای m در ضابطهٔ بالایی قرار می‌دهیم ۷:

$$\frac{\sqrt{۳x^۲+(m-۱)x+(m-۴)}}{|x^۳+\underbrace{((m-۷)x+a)}_{۰}^۲|}=\frac{\sqrt{۳x^۲+۶x+۳}}{|x^۳+a^۲|}=\frac{\sqrt{۳(x^۲+۲x+۱)}}{|x^۳+a^۲|}$$

$$=\frac{\sqrt{۳}\times\sqrt{(x+۱)^۲}}{|x^۳+a^۲|}=\frac{\sqrt{۳}\,|x+۱|}{|x^۳+a^۲|}$$

گام دامنهٔ ضابطهٔ بالایی $x\neq a$ است، پس ریشهٔ مخرج ضابطهٔ بالایی هم باید $x=a$ باشد: (خوب قبل از انجام محاسبات، می‌خوام بازم بیشتر توضیح بدم! ببین مثلاً اگه دامنهٔ یه تابع $x\neq ۱$ باشه و مخرج اون عبارت $x-۱$ باشه، این تابع می‌تونه تو $\mathbb{R}$ پیوسته باشه ولی اگه مخرج اون عبارت $x-۲$ باشه، دیگه عبارت پیوسته نمی‌شه، چون توی $x=۲$ تعریف نشده! این‌ها هم همین‌طوره! اگه $x=a$ ریشهٔ مخرج باشه، تابع می‌تونه تو $\mathbb{R}$ پیوسته باشه ولی اگه مخرج یه ریشهٔ دیگه‌ای مثلاً $x=k$ رو داشته باشه تابع توی k تعریف نشده و ناپیوسته می‌شه!)

$$x^۳+a^۲\xrightarrow{x=a}a^۳+a^۲=۰\Rightarrow a^۲(a+۱)=۰\Rightarrow\begin{cases}a=۰\\a=-۱\end{cases}$$

گام اگر $a=۰$ باشد، ضابطهٔ تابع به صورت مقابل می‌شود:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{۳}\,|x+۱|}{|x^۳|} & x\neq ۰\\ \dfrac{۲\sin b}{۳\sqrt{x+۲}} & x=۰\end{cases}$$

اما در این صورت، حد ضابطهٔ بالایی در $x\to ۰$ نامتناهی شده و تابع ناپیوسته می‌شود، پس $a=۰$ غیر قابل قبول است، بنابراین $a=-۱$ می‌شود.

گام دیدیم a باید برابر -۱ باشد، حالا به ازای $a=-۱$، ضابطهٔ تابع به صورت زیر می‌شود:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{۳}\,|x+۱|}{|x^۳+۱|} & x\neq -۱\\ \dfrac{۲\sin b}{۳\sqrt{x+۲}} & x=-۱\end{cases}$$

مخرج ضابطهٔ بالایی را با کمک اتحاد چاق و لاغر ساده می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{۳}\,|x+۱|}{|x^۳+۱|}=\frac{\sqrt{۳}\,|x+۱|}{|(x+۱)(x^۲-x+۱)|}=\frac{\sqrt{۳}\,\cancel{|x+۱|}}{\cancel{|x+۱|}\times|x^۲-x+۱|}=\frac{\sqrt{۳}}{|x^۲-x+۱|}$$

با جای‌گذاری داریم:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{۳}}{|x^۲-x+۱|} & x\neq -۱\\ \dfrac{۲\sin b}{۳\sqrt{x+۲}} & x=-۱\end{cases}$$

گام در آخر برای این‌که f در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، باید حد آن در $x=-۱$ و مقدار آن در $x=-۱$ با هم برابر باشند:

$$\lim_{x\to -۱}f(x)=f(-۱)\Rightarrow\lim_{x\to -۱}\frac{\sqrt{۳}}{|x^۲-x+۱|}=\frac{۲\sin b}{۳}$$

$$\Rightarrow\frac{\sqrt{۳}}{۳}=\frac{۲\sin b}{۳}\Rightarrow\sin b=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

در بین گزینه‌ها فقط سینوس $\frac{\pi}{۳}$ برابر $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ می‌شود.

تیزبازی f در $\mathbb{R}$ پیوسته است، پس در $x=a$ هم باید پیوسته باشد، یعنی باید حد آن در $x=a$ و مقدار آن در $x=a$ با هم برابر شوند. در صورت ضابطهٔ بالایی f رادیکال و در مخرج آن قدرمطلق داریم، پس حاصل حد f در $x=a$ حتماً عددی مثبت است؛ بنابراین مقدار f در $x=a$ هم باید مثبت باشد. مقدار f در $x=a$ از ضابطهٔ پایینی به دست می‌آید که مخرج آن رادیکالی و مثبت است، پس صورت آن یعنی $۲\sin b$ هم باید مثبت باشد. در بین گزینه‌ها به ازای $b=\frac{۵\pi}{۳}$ صورت منفی است، پس جواب ③ نمی‌شود. از طرفی به ازای $x=\frac{\pi}{۶}$ و $x=\frac{۵\pi}{۶}$ ((۲) و (۴)) مقدار $\sin b$ با هم برابر است، پس این دو گزینه هم رد می‌شوند (یعنی اگر مثلاً $b=\frac{\pi}{۶}$ درست باشد، $b=\frac{۵\pi}{۶}$ هم درست می‌شه و سؤال دوتا گزینهٔ درست داره که غیرممکنه) و جواب (۱) می‌شود.

۱۷- گزینه ۴

گام خط BF، دو خط موازی BE و CD را قطع کرده، پس: $E\hat{B}C=D\hat{C}F$ (I)

به علاوه BF، دو خط موازی DF و CE را هم قطع کرده: $B\hat{C}E=C\hat{F}D$ (II)

حالا با توجه به (I) و (II)، دو مثلث CDF و BCE متشابه می‌شوند (چون ۲ زاویهٔ برابر دارند).

تناسب بین اضلاع متناظر این دو مثلث را می‌نویسیم:

$$\frac{\overbrace{BC}^{۶}}{\underbrace{CF}_{۳}}=\frac{\overbrace{BE}^{۹}}{CD}=\frac{CE}{DF}\Rightarrow\begin{cases}CD=۴/۵\\ \dfrac{CE}{DF}=۲\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}CE=۲x\\DF=x\end{cases}$$

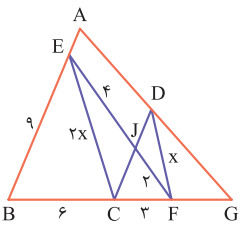
گام DF موازی CE است، پس:

$$\left.\begin{matrix}J\hat{D}F=J\hat{C}E\\ J\hat{F}D=J\hat{E}C\end{matrix}\right\}\Rightarrow\overset{\Delta}{DFJ}\overset{zz}{\sim}\overset{\Delta}{CEJ}$$

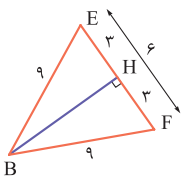
تناسب بین اضلاع متناظر دو مثلث را می‌نویسیم:

$$\frac{\overbrace{DF}^{x}}{\underbrace{CE}_{۲x}}=\frac{JF}{\underbrace{EJ}_{۴}}=\frac{DJ}{CJ}\Rightarrow\frac{x}{۲x}=\frac{JF}{۴}\Rightarrow JF=۲$$

گام حالا شکل سؤال را رسم می‌کنیم و اطلاعات به دست آمده را روی آن وارد می‌کنیم:

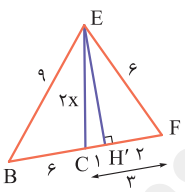


گام در مثلث متساوی‌الساقین BEF، ارتفاع BH (که میانه هم می‌شود) را رسم می‌کنیم تا کسینوس زاویهٔ F به دست آید:



$$\overset{\Delta}{BHF}:\cos\hat{F}=\frac{FH}{BF}=\frac{۳}{۹}=\frac{۱}{۳}$$

گام یک بار دیگر به مثلث BEF در شکل اصلی نگاه کنید. این بار ارتفاع EH' را رسم می‌کنیم و برای F، کسینوس می‌نویسیم:



$$\cos\hat{F}=\frac{FH'}{EF}\Rightarrow\frac{۱}{۳}=\frac{FH'}{۶}\Rightarrow FH'=۲$$

در مثلث EFH' فیثاغورس می‌زنیم:

$$\underbrace{FH'^۲}_{۴}+EH'^۲=\underbrace{EF^۲}_{۳۶}\Rightarrow EH'^۲=۳۲$$

گام با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث ECH' داریم:

$$\underbrace{CH'^۲}_{۱}+\underbrace{EH'^۲}_{۳۲}=\underbrace{CE^۲}_{۴x^۲}\Rightarrow ۴x^۲=۳۳\Rightarrow x^۲=\frac{۳۳}{۴}\Rightarrow x=\frac{\sqrt{۳۳}}{۲}$$

بنابراین $DF=x=\frac{\sqrt{۳۳}}{۲}$ است.

۱۸- گزینه ۲

درس‌نامه تعداد حالات انتخاب k شیء از بین n شیء وقتی جایگشت آن‌ها مهم نباشد، برابر است با:

$$\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

گام فضای نمونه‌ای پرتاب n سکه، 2^n عضو دارد. این سکه را n بار پرتاب می‌کنیم و می‌خواهیم در nاُمین پرتاب، برای kاُمین بار رو بیاید، پس باید در $n-1$ پرتاب قبل، در $k-1$ بار رو آمده باشد که $\binom{n-1}{k-1}$ حالت دارد (باید از $n-1$ پرتاب قبل، $k-1$ پرتاب را انتخاب کنیم تا در آن‌ها سکه رو، و در بقیهٔ پرتاب‌ها پشت آمده باشد)؛ بنابراین احتمال این‌که یک سکه را n بار پرتاب کنیم و در nاُمین پرتاب، برای kاُمین بار رو آمده باشد، برابر است با:

$$\frac{\binom{n-1}{k-1}}{2^n}$$

گام تعداد حالات این‌که یک سکه را n بار پرتاب کنیم و k بار رو بیاید، برابر $\binom{n}{k}$ است،

پس احتمال آن $\frac{\binom{n}{k}}{2^n}$ می‌شود.

گام حالا داریم:

$$\frac{\binom{n-1}{k-1}}{2^n}=\frac{k}{k+5}\times\frac{\binom{n}{k}}{2^n}\Rightarrow\frac{(n-1)!}{(k-1)!\,(n-k)!}=\frac{k}{k+5}\times\frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{(k-1)!}=\frac{k\times n}{(k+5)\,k!}\Rightarrow\frac{1}{(k-1)!}=\frac{n}{(k+5)\,(k-1)!}\Rightarrow n=k+5$$

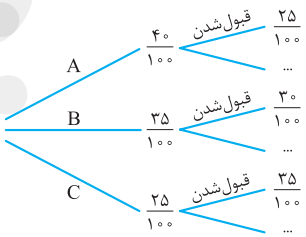
$$\Rightarrow n+k=2k+5$$

گام $n+k$ برابر $2k+5$ یعنی برابر یک عدد فرد بزرگ‌تر از ۵ است که در بین گزینه‌ها فقط ۹ این‌گونه است.

۱۹- گزینه ۴

استراتژی از نمودار درختی کمک بگیرید.

گام نمودار درختی را رسم می‌کنیم:



گام احتمال این‌که امیر در رشتهٔ پزشکی قبول شود، برابر است با:

$$\left(\frac{۴۰}{۱۰۰}\times\frac{۲۵}{۱۰۰}\right)+\left(\frac{۳۵}{۱۰۰}\times\frac{۳۰}{۱۰۰}\right)+\left(\frac{۲۵}{۱۰۰}\times\frac{۳۵}{۱۰۰}\right)=\frac{۱۰۰۰+۱۰۵۰+۸۷۵}{۱۰۰۰۰}$$

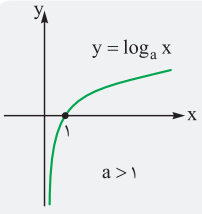
$$=\frac{۲۹۲۵}{۱۰۰۰۰}=۰/۲۹۲۵\xrightarrow[\times۱۰۰]{\text{درصد}}۲۹/۲۵$$

مشاوره سؤال ۱۳۲ جزء سؤالات آسان این کنکور محسوب می‌شود. می‌خوام بگم توی آزمون‌های سخت هم اگر خوب بگردیم، سؤالات آسان و متوسط پیدا می‌شن. (البته شاید خیلی کم!)

۲۰- گزینه ۲

استراتژی با توجه به این‌که f تابعی صعودی اکید است، کافی است در نامعادلهٔ $f(f(x))<f(x^5)$، با حذف fها، جهت نامعادله را تغییر ندهید.

درس‌نامه ۱ اگر $a>1$ باشد، تابع $y=\log_a x$ صعودی اکید می‌شود. نمودار این تابع به صورت مقابل است که با توجه به آن، به ازای $x>1$ حاصل تابع مثبت و به ازای $0<x<1$، حاصل تابع منفی است.



۲ اگر f و g دو تابع صعودی اکید باشند، $f+g$ نیز صعودی اکید می‌شود.

۳ اگر f تابعی صعودی اکید باشد، f^{2n+1} نیز تابعی صعودی اکید می‌شود. (یعنی اگر تابع به توان یک عدد فرد برسد، باز هم صعودی اکید می‌شود.)

۴ اگر f تابعی صعودی اکید باشد، داریم: $\alpha>\beta\Leftrightarrow f(\alpha)>f(\beta)$

گام $y=x$ و $y=\log x$ دو تابع صعودی اکیدند، پس جمع آن‌ها یعنی $x+\log x$ هم یک تابع صعودی اکید می‌شود. حالا طبق مورد (۳) درس‌نامه، $(x+\log x)^5$ نیز تابعی صعودی اکید است.

گام f تابعی صعودی اکید است، پس طبق مورد (۴) درس‌نامه داریم:

$$f(f(x))<f(x^5)\Rightarrow f(x)<x^5$$

یعنی با حذف fها، جهت نامساوی تغییر نکرد.

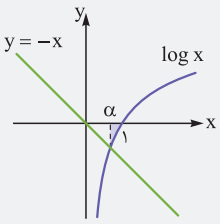
گام حالا کافی است نامعادلهٔ $f(x)<x^5$ را حل کنیم. جای $f(x)$، ضابطه‌اش را می‌نویسیم:

$$f(x)<x^5\Rightarrow(x+\log x)^5<x^5\xrightarrow{\text{فرجهٔ ۵}}x+\log x<x\Rightarrow\log x<۰$$

طبق مورد (۱) درس‌نامه، $\log x$ در بازهٔ $(۰,۱)$ منفی است، پس مجموعه‌جواب نامعادلهٔ فوق، بازهٔ $(۰,۱)$ می‌شود.

مشاوره بعضی سؤالات کنکور اشکال‌های فنی دارند ولی در جلسه و در حین حل، دانش‌آموزی متوجه آن نمی‌شود *(حتی خود طراح هم متوجهش نمی‌شه!)*. نمونه‌اش این تست که جواب درستش در گزینه‌ها نیست ولی سازمان سنجش هم آن را حذف نکرد!

جواب درست سوال را ببینید:



$$D_{fof}=\{x\in D_f\mid f(x)\in D_f\}=\{x>۰\mid x+\log x>۰\}$$
$$=\{x>۰,\log x>-x\}$$

طبق نمودار بالا، جواب نهایی $(\alpha,۱)$ می‌باشد که در گزینه‌ها نیست.

۲۱- گزینه ۲

درس‌نامه اگر داده‌های x_1 تا x_n، تشکیل دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت d دهند، داریم:

الف) میانگین داده‌ها، برابر میانگین اولین و آخرین داده است: $\bar{x}=\frac{x_1+x_n}{2}$

ب) انحراف معیار داده‌ها برابر است با: $\sigma=|d|\sqrt{\frac{n^2-1}{12}}$

گام اعداد دستهٔ اول، ۷ عدد زوج متوالی و اعداد دستهٔ آخر هم ۷ عدد زوج متوالی هستند. ۷ عضو این دو دسته را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

دستهٔ اول: $x,x+۲,x+۴,x+۶,x+۸,x+۱۰,x+۱۲$

دستهٔ آخر: $y,y+۲,y+۴,y+۶,y+۸,y+۱۰,y+۱۲$

گام اعداد دستهٔ اول، تشکیل یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت ۲ می‌دهند، پس:

$$\bar{x}=\frac{\overbrace{x}^{\text{اولین داده}}+\overbrace{(x+۱۲)}^{\text{آخرین داده}}}{2}=x+۶$$

$$\sigma_x=|d|\sqrt{\frac{n^2-1}{12}}\overset{\substack{d=۲\\n=۷}}{=}۲\times\sqrt{\frac{۴۹-1}{12}}=۲\times\sqrt{\frac{۴۸}{12}}=۲\times\sqrt{۴}=۴$$

در داده‌های دستهٔ اول، انحراف معیار نصف میانگین است:

$$\sigma_x=\frac{1}{2}\bar{x}\Rightarrow ۴=\frac{1}{2}(x+۶)\Rightarrow x+۶=۸\Rightarrow x=۲$$

بنابراین بزرگ‌ترین عضو دستهٔ اول $x+۱۲=۱۴$ می‌شود.

گام اعداد دستهٔ آخر هم تشکیل یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت ۲ می‌دهند، پس:

$$\bar{y}=\frac{\overbrace{y}^{\text{اولین داده}}+\overbrace{(y+۱۲)}^{\text{آخرین داده}}}{2}=y+۶\qquad\sigma_y=|d|\sqrt{\frac{n^2-1}{12}}\overset{\substack{d=۲\\n=۷}}{=}۴$$

در دستهٔ آخر، میانگین مجذور انحراف معیار است: $\bar{y}=(\sigma_y)^2\Rightarrow y+۶=۴^2\Rightarrow y=۱۰$

بنابراین بزرگ‌ترین عضو دستهٔ آخر $y+۱۲=۲۲$ می‌شود.

گام پس اختلاف بزرگ‌ترین عضو دستهٔ اول و آخر $۸=۱۴-۲۲$ است.

۲۲- گزینه ۱

استراتژی کافی است از فرمول طلایی استفاده کنید تا $\cos^2$ از بین برود.

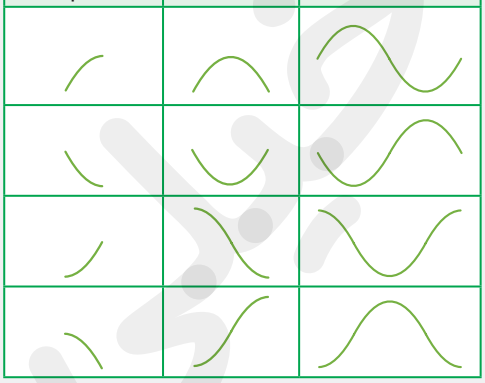
درس‌نامه

۱ در توابع مثلثاتی به شکل $y=A\sin(Bx)+C$ یا $y=A\cos(Bx)+C$، داریم:

$$\max=|A|+C \quad , \quad \min=-|A|+C \quad , \quad T=\frac{2\pi}{|B|}$$

۲ در توابع مثلثاتی به شکل $y=A\sin(Bx)+C$، اگر نمودار تابع در $x=0$ صعودی باشد، $AB>0$ و اگر نمودار تابع در $x=0$ نزولی باشد، $AB<0$ می‌شود.

۳ برای به دست آوردن دورهٔ تناوب یک تابع سینوسی یا کسینوسی از روی نمودار، از جدول زیر استفاده می‌کنیم:

یک تناوب کامل	نصف تناوب	یک‌چهارم تناوب
		

۴ فرمول‌های طلایی نسبت‌های دوآلفایی به صورت مقابل‌اند: $\begin{cases}1+\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha\\1-\cos 2\alpha=2\sin^2\alpha\end{cases}$

گام ابتدا با استفاده از مورد (۴) درس‌نامه، $\cos^2(bx-\frac{\pi}{4})$ را از بین می‌بریم. در رابطهٔ $1+\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha$، جای α، $bx-\frac{\pi}{4}$ قرار می‌دهیم:

$$1+\cos\underbrace{(2(bx-\frac{\pi}{4}))}_{2bx-\frac{\pi}{2}}=2\cos^2(bx-\frac{\pi}{4}) \Rightarrow \cos^2(bx-\frac{\pi}{4})=\frac{1+\cos(2bx-\frac{\pi}{2})}{2}$$

نکته ۱ $\cos(\alpha)=\cos(-\alpha)$ ۲ $\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\sin\alpha$

حالا با توجه به دو نکتهٔ بالا، داریم:

$$\cos(2bx-\frac{\pi}{2})\overset{\text{نکتهٔ ۱}}{=\!=}\cos(\frac{\pi}{2}-2bx)\overset{\text{نکتهٔ ۲}}{=\!=}\sin(2bx)$$

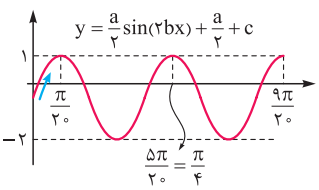
پس $\cos^2(bx-\frac{\pi}{4})=\frac{1+\sin(2bx)}{2}$ می‌شود که با جای‌گذاری در $y=a\cos^2(bx-\frac{\pi}{4})+c$، ضابطهٔ تابع به صورت زیر می‌شود:

$$\Rightarrow y=a(\frac{1+\sin(2bx)}{2})+c=\frac{a}{2}+\frac{a}{2}\sin(2bx)+c=\frac{a}{2}\sin(2bx)+(\frac{a}{2}+c)$$

گام با توجه به نمودار تابع از $x=\frac{\pi}{4}$ تا $x=\frac{9\pi}{20}$، یک تناوب کامل داریم؛ پس دورهٔ تناوب تابع $\frac{9\pi}{20}-\frac{\pi}{4}=\frac{4\pi}{20}=\frac{\pi}{5}$ می‌شود. از طرفی دورهٔ تناوب تابع از ضابطهٔ تابع (یعنی $y=\frac{a}{2}\sin(2bx)+\frac{a}{2}+c$) برابر $\frac{2\pi}{|2b|}$ است، پس:

$$\frac{2\pi}{|2b|}=\frac{\pi}{5} \Rightarrow |b|=5$$

گام حالا با توجه به این‌که دورهٔ تناوب تابع $\frac{\pi}{5}$ است، تابع را از سمت چپ ادامه می‌دهیم تا ببینیم در $x=0$ صعودی است یا نزولی:



نمودار تابع در $x=0$ صعودی است؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه $(\frac{a}{2})\times(2b)>0$ یعنی $ab>0$ می‌شود. حالا برای راحتی کار می‌توانیم فرض کنیم a و b هر دو مثبت‌اند.

$$|b|=5 \xrightarrow{b>0} b=5$$

گام حداکثر مقدار تابع $y=\underbrace{(\frac{a}{2})}_{A}\sin(2bx)+\underbrace{(\frac{a}{2}+c)}_{C}$ برابر ۱ و حداقل مقدار آن برابر ۲- است، پس:

$$\max=|A|+C \Rightarrow 1=|\frac{a}{2}|+(\frac{a}{2}+c) \xrightarrow{a>0} a+c=1$$

$$\min=-|A|+C \Rightarrow -2=-|\frac{a}{2}|+(\frac{a}{2}+c) \xrightarrow{a>0} -2=c$$

با جای‌گذاری $c=-2$ در $a+c=1$، داریم:

$$a-2=1 \Rightarrow a=3$$

بنابراین $ab=3\times 5=15$ می‌شود.

۲۳- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ برای محاسبهٔ نسبت‌های $\frac{\pi}{2}+\alpha$ داریم:

$\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)=\cos\alpha$	$\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)=-\sin\alpha$
$\tan(\frac{\pi}{2}+\alpha)=-\cot\alpha$	$\cot(\frac{\pi}{2}+\alpha)=-\tan\alpha$

۲ $\sin(2\alpha)=2\sin\alpha.\cos\alpha$

۳ برای حل معادلات مثلثاتی داریم:

$\sin A=\sin B \Rightarrow \begin{cases}A=2k\pi+B\\A=2k\pi+(\pi-B)\end{cases}$
$\cos A=\cos B \Rightarrow A=2k\pi\pm B$
$\tan A=\tan B \Rightarrow A=k\pi+B$

گام ابتدا $\sin(\frac{\pi+4x}{2})$ و $\cos(\frac{\pi+8x}{2})$ را ساده می‌کنیم:

$$\sin(\frac{\pi+4x}{2})=\sin(\frac{\pi}{2}+2x)=\cos(2x)$$

$$\cos(\frac{\pi+8x}{2})=\cos(\frac{\pi}{2}+4x)=-\sin(4x)$$

با استفاده از نسبت‌های دوآلفایی، $\sin(4x)$ را هم به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\sin(4x)=\sin 2(2x)=2\sin(2x).\cos(2x)$$

با جای‌گذاری در معادلهٔ اصلی داریم:

$$\frac{1}{\cos(2x)}+\frac{1}{-2\sin(2x)\cos(2x)}=0$$

گام یکی از کسرها را به سمت راست می‌بریم:

$$\frac{1}{\cos(2x)}=\frac{1}{2\sin(2x)\cos(2x)}$$

با شرط $\cos(2x)\neq 0$، عبارت $\cos(2x)$ را از دو طرف ساده می‌کنیم:

$$1=\frac{1}{2\sin(2x)}$$

دو طرف را معکوس می‌کنیم:

$$2\sin(2x)=1 \Rightarrow \sin(2x)=\frac{1}{2}$$

گام به جای $\frac{1}{2}$ قرار می‌دهیم $\sin(\frac{\pi}{6})$ و معادلهٔ مثلثاتی حاصل را حل می‌کنیم:

$$\sin(2x)=\sin(\frac{\pi}{6}) \Rightarrow \begin{cases}2x=2k\pi+\frac{\pi}{6}\\2x=2k\pi+\pi-\frac{\pi}{6}=2k\pi+\frac{5\pi}{6}\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\div 2} \begin{cases}x=k\pi+\frac{\pi}{12} \xrightarrow[(k=0)]{x\in[0,\pi]} x=\frac{\pi}{12}\\x=k\pi+\frac{5\pi}{12} \xrightarrow[(k=0)]{x\in[0,\pi]} x=\frac{5\pi}{12}\end{cases}$$

هر دو جواب در شرط $\cos 2x\neq 0$ صدق می‌کنند.

گام اختلاف این دو جواب برابر $\alpha=\frac{5\pi}{12}-\frac{\pi}{12}=\frac{4\pi}{12}=\frac{\pi}{3}$ است، حالا کافی است مقدار $\tan(2\alpha)$ را محاسبه کنیم:

$$\tan(2\alpha)=\tan(\frac{2\pi}{3})=-\sqrt{3}$$

مشاوره هر وقت با یک سؤال معادلهٔ مثلثاتی مواجه شدید، یادتان باشد که اولین کار، ساده‌کردن عبارت با استفاده از روابط $\frac{k\pi}{2}\pm\alpha$، نسبت‌های دوآلفایی و ... است.

۲۴- گزینه ۲

استراتژی مقدار مخرج به ازای $x=8$ برابر صفر است که با توجه به آن، مقدار a برحسب b حاصل می‌شود. بعد با یک حد صفرصفرم مواجه هستید که راحت‌ترین روش برای حل آن، استفاده از هوپیتال است.

درس‌نامه ۱ **رفع ابهام صفرصفرم در حضور مجهول:** اگر در سؤالی گفته شود حاصل $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$ برابر یک عدد حقیقی ناصفر است و با جای‌گذاری $x=a$ در عبارت به $\frac{0}{0}$ یا $\frac{0}{0}$ برسیم، $\frac{0}{0}$ حتماً برابر صفر است (یعنی حتماً باید به $\frac{0}{0}$ برسیم.) و حاصل حد پس از رفع ابهام $\frac{0}{0}$، برابر آن عدد حقیقی ناصفر می‌شود.

۲ یکی از سریع‌ترین روش‌ها برای رفع ابهام صفرصفرم، استفاده از قاعدهٔ هوپیتال است به این صورت که اگر $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{0}{0}$ باشد، داریم (به جای صورت مشتق آن و به جای مخرج هم مشتق آن را قرار می‌دهیم.)

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}\overset{Hop}{=}\lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

۳ فرمول مشتق بعضی از انواع توابع را در زیر ببینید:

تابع	فرمول مشتق
$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$\sqrt[3]{x}$	$\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

گام با جای‌گذاری $x=8$ در عبارت به $\frac{0}{8a-b}$ می‌رسیم. برای این‌که حاصل حد برابر یک عدد حقیقی ناصفر شود، باید مخرج هم برابر صفر باشد:

$$8a-b=0 \Rightarrow a=\frac{b}{8}$$

با جای‌گذاری $a=\frac{b}{8}$ داریم:

$$\lim_{x\to 8}\frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2b}{\frac{b}{8}x-b}\overset{\div b}{=}\lim_{x\to 8}\frac{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2}{\frac{x}{8}-1}$$

گام حالا برای رفع ابهام حد مذکور دو روش داریم:

روش هوپیتال می‌زنیم:

$$\lim_{x\to 8}\frac{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2}{\frac{x}{8}-1}\overset{Hop}{=}\lim_{x\to 8}\frac{\frac{(2+\sqrt[3]{x})'}{2\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}}}{\frac{1}{8}}=\lim_{x\to 8}\frac{\frac{0+\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}}{2\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}}}{\frac{1}{8}}=\frac{\frac{\frac{1}{12}}{4}}{\frac{1}{8}}=\frac{\frac{1}{48}}{\frac{1}{8}}=\frac{1}{6}$$

روش ابتدا صورت و مخرج را در مزدوج صورت ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to 8}\frac{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2}{\frac{x}{8}-1}\times\frac{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2}{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2}=\lim_{x\to 8}\frac{2+\sqrt[3]{x}-4}{(\frac{x}{8}-1)\underbrace{(\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2)}_{4}}=\lim_{x\to 8}\frac{\sqrt[3]{x}-2}{\frac{x}{2}-4}$$

چون دیگر عبارت رادیکالی زیر رادیکال نیست، هوپیتال راحت‌تر از حالت قبلی می‌شود. الان هوپیتال می‌زنیم:

$$\lim_{x\to 8}\frac{\sqrt[3]{x}-2}{\frac{x}{2}-4}\overset{Hop}{=}\lim_{x\to 8}\frac{\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}}{\frac{1}{2}}=\frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{6}$$

۲۵- گزینه ۳

استراتژی کافی است معادلهٔ خط‌های f و g را بنویسید و سپس از هم‌ارزی پرتوان استفاده کنید.

درس‌نامه ۱ معادلهٔ خط با طول از مبدأ p و عرض از مبدأ q به صورت $\frac{x}{p}+\frac{y}{q}=1$ است.

۲ **هم‌ارزی پرتوان:** برای محاسبهٔ حد در بی‌نهایت یک تابع کسری (مثلاً $\lim_{x\to\infty}\frac{f}{g}$)، کافی است در صورت و مخرج، فقط جملهٔ با بزرگ‌ترین توان x را نگه دارید و بقیهٔ جملات را حذف کنید. برای مثال:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{|4x-3|}{3x+7}=\lim_{x\to-\infty}\frac{|4x|}{3x}\xrightarrow{x\text{ منفی پس }|4x|=-4x}\lim_{x\to-\infty}\frac{-4x}{3x}=-\frac{4}{3}$$

گام معادلهٔ خط g را می‌نویسیم.

طول از مبدأ ۴ و عرض از مبدأ -3 است، پس:

$$\frac{x}{4}+\frac{y}{-3}=1 \Rightarrow \frac{y}{3}=\frac{x}{4}-1 \xrightarrow{\times 3} y=\frac{3}{4}x-3$$

بنابراین $g(x)=\frac{3}{4}x-3$ می‌شود.

گام معادلهٔ خط f را می‌نویسیم. طول از مبدأ این خط m و عرض از مبدأش $3m$ است، پس:

$$\frac{x}{m}+\frac{y}{3m}=1 \xrightarrow{\times 3m} 3x+y=3m \Rightarrow y=-3x+3m$$

بنابراین $f(x)=-3x+3m$ است.

گام حالا با جای‌گذاری ضابطهٔ f و g داریم:

$$A=\lim_{x\to-\infty}\frac{|f(x)|}{g(x)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{|-3x+3m|}{\frac{3}{4}x-3}$$

از هم‌ارزی پرتوان استفاده می‌کنیم:

$$A=\lim_{x\to-\infty}\frac{|-3x|}{\frac{3}{4}x}$$

$x\to-\infty$ یعنی x منفی است، پس $-3x$ مثبت شده و $|-3x|=-3x$ می‌شود، پس:

$$A=\lim_{x\to-\infty}\frac{-3\cancel{x}}{\frac{3}{4}\cancel{x}}=-4$$

تیزبازی f و g دو خط‌اند، پس اگر فرض کنیم $f(x)=ax+b$ و $g(x)=cx+d$، با استفاده از هم‌ارزی پرتوان داریم:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{|f(x)|}{g(x)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{|ax+b|}{cx+d}=\lim_{x\to-\infty}\frac{|ax|}{cx}$$

بنابراین کافی است فقط شیب دو خط را محاسبه کنیم.

۲۶- گزینه ۳

استراتژی با توجه به فرمول مشتق تابع مرکب، $g'(x).f'(g(x))=(f(g(x))'$ می‌شود، پس کافی است ضابطهٔ $f(g(x))$ را تشکیل دهیم، بعد از آن مشتق بگیریم و در آخر به جای x قرار دهیم $-\sqrt[3]{2}$.

درس‌نامه فرمول مشتق تابع مرکب به صورت زیر است:

$$f(g(x)) \xrightarrow{\text{مشتق}} g'(x).f'(g(x))$$

گام با توجه به مورد (۱) درس‌نامه، $g'(-\sqrt[3]{2}).f'(g(-\sqrt[3]{2}))$ برابر است با حاصل مشتق $f(g(x))$ در $x=-\sqrt[3]{2}$، پس ابتدا ضابطهٔ fog را تشکیل می‌دهیم.

گام ابتدا باید قدرمطلق‌ها را از بین ببریم. مشتق fog در $x=-\sqrt[3]{2}$ را می‌خواهیم، پس $x<0$ است، در نتیجه $x^3<0$ و $|x^3|=-x^3$ می‌شود. حالا g را بدون قدرمطلق می‌نویسیم:

$$g(x)=\frac{1}{x^3-(-x^3)}=\frac{1}{2x^3}$$

گام حالا به جای xهای ضابطهٔ $f(x)$، قرار می‌دهیم $g(x)$ تا $f(g(x))$ حاصل شود:

$$f(g(x))=f(\frac{1}{2x^3})=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{2x^3}-|\frac{1}{2x^3}|}}$$

x منفی است، پس $|\frac{1}{2x^3}|=-\frac{1}{2x^3}$ می‌شود:

$$f(g(x))=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{2x^3}-(-\frac{1}{2x^3})}}=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{x^3}}}=\frac{1}{\frac{1}{x}}=x$$

گام مشتق x می‌شود ۱. دیگر نیازی به جای‌گذاری $x=-\sqrt[3]{2}$ نیست و جواب عدد ۱ می‌شود.

۲۷- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ فاصلهٔ دو نقطهٔ $A(x_1,y_1)$ و $B(x_2,y_2)$ برابر است با:

$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

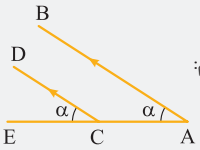
۲ در مثلث قائم‌الزاویه، تانژانت زوایای حاده برابر با $\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$ است.

۳ برای حل سؤالات بهینه‌سازی به روش زیر عمل می‌کنیم:

الف) اگر سؤال در مورد حداکثر یا حداقل مقدار حجم، مساحت، محیط یا ... باشد، ابتدا یک شکل رسم می‌کنیم. **ب)** سپس آن چیزی که می‌خواهیم حداقل یا حداکثر شود را به صورت یک تابع می‌نویسیم. **پ)** اگر تابع دومتغیره بود، سعی می‌کنیم با توجه به اطلاعات مسئله، کاری کنیم تا تابع تک‌متغیره شود. **ت)** حالا یک تابع تک‌متغیره داریم که برای پیداکردن حداقل یا حداکثر مقدار آن، باید اکسترم‌های تابع را پیدا کنیم.

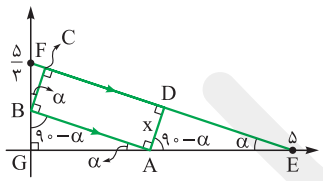
۴ در مسائل بهینه‌سازی، برای پیداکردن طول نقاط اکسترم یک تابع، کافی است ریشه‌های صورت و مخرج مشتقِ آن را محاسبه کنیم. (نقاط بستهٔ سر و ته بازهٔ دامنه هم می‌توانند طول نقاط اکسترم باشند.)

۵ اگر خط EA، دو خط موازی AB و CD را قطع کند، داریم:



$$\Rightarrow B\hat{A}E = D\hat{C}E$$

گام ابتدا شکل سؤال را رسم می‌کنیم.



فرض کنید زاویهٔ E برابر α باشد، در این صورت زاویهٔ BAG هم برابر α می‌شود، چون دو خط EF و AB با هم موازی‌اند (دلیل این‌که دو خط EF و AB با هم موازی‌اند، این است که دو ضلع مقابل مستطیل، یعنی AB و CD موازی‌اند.) جمع زوایای داخلی مثلث ABG، 180° است، پس:

$$\underbrace{B\hat{G}A}_{90^\circ} + \underbrace{B\hat{A}G}_{\alpha} + G\hat{B}A = 180^\circ \Rightarrow G\hat{B}A = 90^\circ - \alpha$$

از طرفی زاویهٔ نیم‌صفحهٔ تشکیل‌شده در نقطهٔ B، 180° است:

$$F\hat{B}C + \underbrace{C\hat{B}A}_{90^\circ} + \underbrace{A\hat{B}G}_{90^\circ-\alpha} = 180^\circ \Rightarrow F\hat{B}C = \alpha$$

گام در مثلث قائم‌الزاویهٔ FGE، برای $\hat{E}$، تانژانت می‌نویسیم:

$$\tan\hat{E} = \frac{FG}{EG} = \frac{\frac{5}{3}}{5} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\hat{E}=\alpha} \tan\alpha = \frac{1}{3}$$

گام فرض کنید اندازهٔ AD برابر x است که در این صورت، $BC = x$ می‌شود. حالا در مثلث ADE، برای $\hat{E}$ باز هم تانژانت می‌نویسیم:

$$\tan\hat{E} = \frac{AD}{DE} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{x}{DE} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{x}{DE} \Rightarrow DE = 3x$$

در مثلث قائم‌الزاویهٔ BCF هم داریم:

$$\tan F\hat{B}C = \frac{CF}{BC} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{CF}{x} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{CF}{x} \Rightarrow CF = \frac{x}{3}$$

با داشتن دو نقطهٔ $E(5,0)$ و $F(0,\frac{5}{3})$، طول پاره‌خط EF را حساب می‌کنیم:

$$EF = \sqrt{(5-0)^2 + (0-\frac{5}{3})^2} = \sqrt{25 + \frac{25}{9}} = \sqrt{\frac{225}{9} + \frac{25}{9}}$$

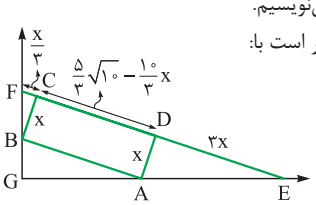
$$= \sqrt{\frac{250}{9}} = \sqrt{\frac{10\times25}{9}} = \frac{5}{3}\sqrt{10}$$

حالا طول CD برابر است با:

$$CD = EF - CF - DE = \frac{5}{3}\sqrt{10} - \frac{x}{3} - 3x = \frac{5}{3}\sqrt{10} - \frac{10x}{3}$$

گام اطلاعات به دست آمده را روی شکل می‌نویسیم.

با توجه به شکل، مساحت مستطیل ABCD برابر است با:



$$S(x) = x(\frac{5}{3}\sqrt{10} - \frac{10}{3}x) = \frac{5}{3}\sqrt{10}x - \frac{10}{3}x^2$$

$$= \frac{5}{3}(\sqrt{10}x - 2x^2)$$

از $S(x)$ مشتق می‌گیریم:

$$S'(x) = \frac{5}{3}(\sqrt{10} - 4x)$$

معادلهٔ $S'(x) = 0$ را حل می‌کنیم تا طول نقاط اکسترم حاصل شود:

$$\sqrt{10} - 4x = 0 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{10}}{4}$$

گام بنابراین مساحت مستطیل ABCD به ازای $x = \frac{\sqrt{10}}{4}$ حداکثر می‌شود. در آخر مساحت مثلث ADE را محاسبه می‌کنیم:

$$S_{ADE} = \frac{AD.DE}{2} = \frac{x\times3x}{2} = \frac{3}{2}x^2 \overset{x=\frac{\sqrt{10}}{4}}{=\!=\!=} \frac{3}{2}\times\frac{10}{16} = \frac{30}{32} = \frac{15}{16}$$

۲۸- گزینه ۴

استراتژی ابتدا با استفاده از قوانین لگاریتم عبارت را ساده کنید و سپس از تغییر متغیر $\log_3 x = t$ استفاده کنید.

درس‌نامه ۱ بعضی از قوانین لگاریتم را در زیر ببینید:

الف) $\log_{b^n} a^m = \frac{m}{n}\log_b a$ **ب)** $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$

۲ برای به دست آوردن طول نقاط اکسترم یک تابع، کافی است ریشه‌های صورت و مخرج مشتق آن را محاسبه کنیم. (نقاط سر و ته بازهٔ دامنه هم می‌توانند طول نقاط اکسترم باشند.)

۳ مشتق تابع $\frac{f}{g}$ برابر با $\frac{f'g - fg'}{g^2}$ است.

۴ اگر a و b دو عبارت مثبت باشند، حداقل مقدار $a+b$ برابر $2\sqrt{ab}$ می‌شود:

$$a + b \geq 2\sqrt{ab}$$

گام ابتدا با استفاده از قوانین لگاریتم، عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\log_9 x + 3\log_{x^2} 3 = \log_{3^2} x + 3\log_{x^2} 3$$

$$\overset{\text{درس‌نامهٔ (۱ـ الف)}}{=\!=\!=} \frac{1}{2}\log_3 x + \frac{3}{2}\log_x 3 \overset{\text{درس‌نامهٔ (۱ـ ب)}}{=\!=\!=} \frac{1}{2}\log_3 x + \frac{3}{2\log_3 x}$$

گام از تغییر متغیر $t = \log_3 x$ استفاده می‌کنیم. فقط حواستان باشد در سؤال گفته $x > 1$ که به ازای $x > 1$، $\log_3 x$ مثبت است، پس t هم مثبت می‌شود:

$$\frac{1}{2}\log_3 x + \frac{3}{2\log_3 x} = \frac{1}{2}t + \frac{3}{2t}$$

گام برای به دست آوردن حداقل مقدار عبارت بالا، دو روش داریم:

روش از عبارت مشتق می‌گیریم:

$$f(t) = \frac{1}{2}t + \frac{3}{2t} \Rightarrow f'(t) = \frac{1}{2} - \frac{3}{2t^2} = \frac{t^2-3}{2t^2}$$

ریشه‌های صورت و مخرج $f'(t)$ را محاسبه می‌کنیم تا طول نقاط اکسترم به دست آیند:

$$\begin{cases} \text{مخرج: } 2t^2 = 0 \Rightarrow t = 0 \text{ غ‌ق‌ق، چون t مثبت است.} \\ \text{صورت: } t^2 - 3 = 0 \Rightarrow t^2 = 3 \Rightarrow \begin{cases} t = -\sqrt{3} \text{ غ‌ق‌ق، چون t مثبت است.} \\ t = \sqrt{3} \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین طول تنها نقطهٔ اکسترم تابع، $t = \sqrt{3}$ است. حالا مقدار $f(t)$ به ازای $t = \sqrt{3}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$f(t) = \frac{1}{2}t + \frac{3}{2t} \Rightarrow f(\sqrt{3}) = \frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

پس حداقل مقدار تابع $\sqrt{3}$ است.

روش حداقل مقدار $\frac{1}{2}t + \frac{3}{2t}$ را می‌خواهیم. $\frac{1}{2}t$ و $\frac{3}{2t}$ هر دو مثبت‌اند، پس طبق مورد (۴) درس‌نامه حداقل مقدار این عبارت برابر است با:

$$2\sqrt{(\frac{1}{2}t)(\frac{3}{2t})} = 2\sqrt{\frac{3}{4}} = 2\times\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

۲۹- گزینه ۲

درس‌نامه اگر معادلهٔ گستردهٔ یک دایره به صورت $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ باشد، طول کوتاه‌ترین وتر گذرنده از نقطهٔ (x_0, y_0) برابر است با (به جای x و y قرار می‌دهیم x_0 و y_0):

$$2\sqrt{|x_0^2 + y_0^2 + ax_0 + by_0 + c|}$$

گام ابتدا در معادلهٔ گستردهٔ دایره، ضریب $x^۲$ و $y^۲$ را یک می‌کنیم:

$$۲x^۲+۲y^۲-۶x-۱۰y+۱=۰ \xrightarrow{\div ۲} x^۲+y^۲-۳x-۵y+\frac{۱}{۲}=۰$$

گام حالا با توجه به درس‌نامه، طول کوتاه‌ترین وتری که از نقطهٔ $(-۱,۲/۵)$ یا همان $(-۱,\frac{۵}{۲})$ می‌گذرد را به دست می‌آوریم:

$$۲\sqrt{|(-۱)^۲+(\frac{۵}{۲})^۲-۳(-۱)-۵(\frac{۵}{۲})+\frac{۱}{۲}|}=۲\sqrt{|۱+\frac{۲۵}{۴}+۳-\frac{۲۵}{۲}+\frac{۱}{۲}|}$$

$$=۲\sqrt{\frac{۷}{۴}}=۲\times\frac{\sqrt{۷}}{۲}=\sqrt{۷}$$

۳۰- گزینه ۳

استراتژی ابتدا شکل سؤال را رسم کنید. بعد با استفاده از این‌که دو ضلع AB و CD موازی‌اند، مقدار x به دست می‌آید. در آخر با توجه به عمودبودن دو ضلع AB و BC، مقدار y هم حاصل می‌شود که در این صورت، محیط مستطیل به سادگی به دست می‌آید.

درس‌نامه ۱ فاصلهٔ دو نقطهٔ $A(x_۱,y_۱)$ و $B(x_۲,y_۲)$ برابر است با:

$$AB=\sqrt{(x_۲-x_۱)^۲+(y_۲-y_۱)^۲}$$

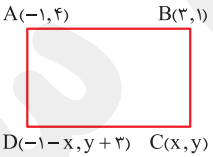
۲ شیب خط گذرنده از دو نقطهٔ $A(x_۱,y_۱)$ و $B(x_۲,y_۲)$ برابر است با:

$$m=\frac{y_۲-y_۱}{x_۲-x_۱}$$

۳ شیب دو خط موازی با هم برابر است.

۴ اگر دو خط بر هم عمود باشند، حاصل‌ضرب شیب‌هایشان -۱ می‌شود.

گام ابتدا شکل سؤال را رسم می‌کنیم:



گام دو خط AB و CD با هم موازی‌اند، پس شیب‌هایشان با هم برابر می‌شود:

$$\left.\begin{aligned}m_{AB}&=\frac{۴-۱}{-۱-۳}=-\frac{۳}{۴}\\ m_{CD}&=\frac{(y+۳)-y}{(-۱-x)-x}=\frac{۳}{-۱-۲x}\end{aligned}\right\}\Rightarrow -\frac{۳}{۴}=\frac{۳}{-۱-۲x}$$

$$\xrightarrow{\times(-۱)} \frac{\not۳^{۱}}{\not۴}=\frac{\not۳^{۱}}{۱+۲x}\Rightarrow ۱+۲x=۴\Rightarrow ۲x=۳\Rightarrow x=\frac{۳}{۲}=۱/۵$$

گام دو خط AB و BC بر هم عمودند، پس حاصل‌ضرب شیب‌هایشان -۱ می‌شود:

$$\left.\begin{aligned}m_{AB}&=-\frac{۳}{۴}\\ m_{BC}&=\frac{y-۱}{\underset{۱/۵}{x}-۳}=\frac{y-۱}{-۱/۵}\end{aligned}\right\}\Rightarrow \not{-}\frac{۳}{۴}\times\frac{y-۱}{-۱/۵}=\not{-}۱$$

$$\Rightarrow \frac{y-۱}{\not{-۱/۵}}=\frac{۴}{\not۲}\Rightarrow y-۱=-۲\Rightarrow y=-۱$$

گام برای محیط باید اندازهٔ طول و عرض را داشته باشیم. اول با داشتن $A(-۱,۴)$ و $B(۳,۱)$، اندازهٔ ضلع AB را حساب می‌کنیم:

$$AB=\sqrt{(-۱-۳)^۲+(۴-۱)^۲}=\sqrt{۱۶+۹}=۵$$

حالا با داشتن $B(۳,۱)$ و $C(\overset{۱/۵}{\uparrow}x\ ,\ y\overset{-۱}{\uparrow})$، اندازهٔ ضلع BC را حساب می‌کنیم:

$$BC=\sqrt{(۳-۱/۵)^۲+(۱-(-۱))^۲}=\sqrt{۲/۲۵+۴}=\sqrt{۶/۲۵}=۲/۵$$

پس محیط برابر است با: $\text{محیط}=۲(\underbrace{AB}_{۵}+\underbrace{BC}_{۲/۵})=۱۵$

فیزیک

۳۱- گزینه ۴

استراتژی برای بررسی فرایندهای واپاشی، مراحل زیر را به ترتیب طی می‌کنیم:

۱ فرایند واپاشی را می‌نویسیم. *(اگه فرایند توی صورت تست داده شده بود، نیازی به این مرحله نداریم.)*

۲ پایستگی عدد جرمی و پایستگی عدد اتمی را برای اجزای دو طرف فرایند می‌نویسیم تا خواستهٔ تست به دست آید.

درس‌نامه ۱ **عدد جرمی**: مجموع تعداد پروتون‌ها (عدد اتمی) و نوترون‌ها (عدد نوترونی) $A=Z+N$

۲ در فرایندهای واپاشی، دو اصل زیر برقرار است:

◇ **پایستگی عدد جرمی (پایستگی تعداد نوکلئون‌ها)**: مجموع تعداد نوکلئون‌های دو طرف فرایند، یکسان است.

◇ **پایستگی عدد اتمی (پایستگی تعداد پروتون‌ها)**: مجموع تعداد پروتون‌های دو طرف فرایند، یکسان است.

گام

نکته ذرهٔ α، هستهٔ اتم هلیم $(^۴_۲\alpha)$ است.

طبق صورت تست، برای عنصر مادر (X)، $A=۲Z$ است؛ بنابراین فرایند واپاشی به صورت زیر است (هستهٔ دختر را با $^{A'}_{Z'}Y$ نشان داده‌ایم.): $^{۲Z}_{Z}X \rightarrow {}^{A'}_{Z'}Y+{}^{۴}_{۲}\alpha+{}^{۰}_{-۱}e^{-}+{}^{۰}_{+۱}e^{+}$

گام پایستگی عدد اتمی و پایستگی عدد جرمی را برای اجزای دو طرف فرایند می‌نویسیم:

پایستگی عدد جرمی: $۲Z=A'+۴+(۰)+(۰)\Rightarrow A'=۲Z-۴$

پایستگی عدد اتمی: $Z=Z'+۲+(-۱)+۱\Rightarrow Z'=Z-۲$

تعداد نوترون‌های هستهٔ دختر برابر است با:

$$A'=Z'+N'\Rightarrow ۲Z-۴=Z-۲+N'\Rightarrow N'=Z-۲$$

تعداد نوترون‌های هستهٔ جدید با تعداد پروتون‌های آن برابر است $(N'=Z')$، پس اختلافشان **صفر** است.

تیزبازی وقتی $A=۲Z$ باشد، عددهای اتمی و نوترونی با هم برابرند؛ یعنی $N=Z$؛ پس از گسیل پرتوی α، دو پروتون و دو نوترون از هسته کم می‌شود؛ از طرفی الکترون و پوزیترون هم که همدیگر را خنثی می‌کنند؛ در نتیجه پس از فرایند واپاشی، باز هم تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها برابر است؛ بنابراین: $N'-Z'=۰$

۳۲- گزینه ۲

درس‌نامه اگر ذره‌ای با بار q، از **نقطهٔ A تا B** جابه‌جا شود و کار نیروی میدان در این جابه‌جایی برابر W_E باشد:

◇ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره در این جابه‌جایی برابر است با: $\Delta U_E=-W_E$

◇ اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطهٔ A و B از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\Delta V=V_B-V_A=\frac{\Delta U_E}{q}$$

دقت کنید که در رابطهٔ بالا، q با علامتش جای‌گذاری می‌شود.

گام تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی برابر با منفی کار نیروی میدان است؛ پس:

$$\Delta U_E=-W_E=-۲۰\,\mu J$$

گام برای نقاط A و B می‌توان نوشت:

$$\Delta V=V_B-V_A=\frac{\Delta U_E}{q}\Rightarrow V_B-۶=\frac{-۲۰}{-۵}\Rightarrow V_B=۱۰\,V$$

تله در درس‌نامه تأکید کردیم که در رابطهٔ $\Delta V=\frac{\Delta U_E}{q}$، q باید با علامتش جای‌گذاری شود. اگر به این موضوع توجه نکنید، جوابتان ① خواهد شد.

۳۳- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ در حرکت با شتاب ثابت a و سرعت اولیهٔ $v_۰$، جابه‌جایی در ثانیهٔ nام از رابطهٔ مقابل محاسبه می‌شود: $\Delta x_{\text{ثانیهٔ }n\text{ام}}=(n-۰/۵)a+v_۰$

۲ در حرکت راست‌خط شتاب ثابت، سرعت متوسط در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2، برابر سرعت متحرک در لحظهٔ وسط این بازه (یعنی لحظهٔ $\frac{t_1+t_2}{2}$) است؛ پس می‌توانیم بنویسیم:

$$v_{av(t_1,t_2)} = v_{(\frac{t_1+t_2}{2})} \Rightarrow \frac{\Delta x_{(t_1,t_2)}}{t_2-t_1} = v_{(\frac{t_1+t_2}{2})}$$

روش با توجه به این‌که متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده و $v_0 = 0$ است، به کمک رابطهٔ $\Delta x_{\text{ثانیهٔ n}} = (n-0/5)a$ نسبت زیر را می‌نویسیم. بازهٔ زمانی $t_1 = 1\,s$ تا $t_2 = 3\,s$ یعنی مجموع ثانیهٔ دوم و ثانیهٔ سوم و بازهٔ زمانی $t_2 = 3\,s$ تا $t_3 = 7\,s$ یعنی مجموع ثانیه‌های چهارم، پنجم، ششم و هفتم؛ بنابراین:

$$\frac{\Delta x_{(3s,7s)}}{\Delta x_{(1s,3s)}} = \frac{\text{جابه‌جایی ثانیهٔ هفتم} + \text{جابه‌جایی ثانیهٔ ششم} + \text{جابه‌جایی ثانیهٔ پنجم} + \text{جابه‌جایی ثانیهٔ چهارم}}{\text{جابه‌جایی ثانیهٔ سوم} + \text{جابه‌جایی ثانیهٔ دوم}}$$

$$\xrightarrow{\Delta x_{(1s,3s)}=20\,m} \frac{\Delta x_{(3s,7s)}}{20} = \frac{3/5a+4/5a+5/5a+6/5a}{1/5a+2/5a}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta x_{(3s,7s)}}{20} = \frac{20\cancel{a}}{4\cancel{a}} \Rightarrow \Delta x_{(3s,7s)} = 100\,m$$

روش **گام** سرعت متحرک در لحظهٔ وسط دو بازهٔ زمانی $t_1 = 1\,s$ تا $t_2 = 3\,s$ و $t_2 = 3\,s$ تا $t_3 = 7\,s$ را می‌نویسیم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[v_0=0]{t=\frac{3+1}{2}=2\,s} v_{(2\,s)} = 2a$$

$$v = at' + v_0 \xrightarrow[v_0=0]{t'=\frac{3+7}{2}=5\,s} v_{(5\,s)} = 5a$$

گام سرعت‌هایی که به دست آوردیم، برابر با سرعت متوسط در بازهٔ زمانی‌شان است؛ یعنی:

$$v_{(2\,s)} = v_{av(1s,3s)} = \frac{\Delta x_{(1s,3s)}}{t_2-t_1} \Rightarrow 2a = \frac{20}{3-1} \Rightarrow a = 5\,m/s^2$$

$$v_{(5\,s)} = v_{av(3s,7s)} = \frac{\Delta x_{(3s,7s)}}{t_3-t_2} \Rightarrow 5a = \frac{\Delta x_{(3s,7s)}}{7-3}$$

$$\xrightarrow{a=5\,m/s^2} \Delta x_{(3s,7s)} = 4\times5\times5 = 100\,m$$

هواستون باشه! چون حرکت با شتاب ثابت، از حال سکونه، تغییر جهت نداریم و مسافت و جابه‌جایی توی هر بازهٔ زمانی هم‌اندازه‌اند.

۳۴- گزینه ۱

شفاف‌سازی **در لحظهٔ $t = 5\,s$، جهت حرکت تغییر کرده**؛ در $t = 5\,s$ نمودار در نقطهٔ اکسترمم است و در این لحظه سرعت متحرک صفر می‌شود.

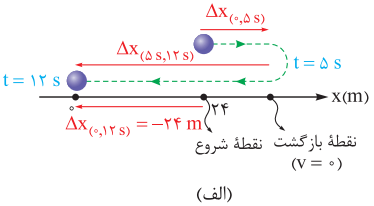
درس‌نامه ۱ در حرکت راست‌خط شتاب ثابت، جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 از رابطهٔ مقابل محاسبه می‌شود: $\Delta x_{(t_1,t_2)} = \frac{1}{2}a(t_2-t_1)^2 + v_1(t_2-t_1)$

در رابطهٔ بالا، v_1 سرعت متحرک در لحظهٔ t_1 است.

۲ اگر در یک حرکت راست‌خط شتاب ثابت، سرعت نهایی متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2، صفر باشد، برای محاسبهٔ جابه‌جایی می‌توانیم یک منفی در شتاب ضرب کنیم و سرعت اولیه را صفر فرض کنیم. (در واقع حرکت را برعکس می‌کنیم تا سرعت اولیه صفر شود.) در این صورت فرمول بالا به صورت زیر درمی‌آید:

$$\Delta x_{(t_1,t_2)} = \frac{1}{2}(-a)(t_2-t_1)^2$$:اگر سرعت نهایی صفر باشد.

روش **گام** در نمودار مکان ـ زمان معلوم است که جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $12\,s$ برابر $-24\,m$ است. همچنین طبق گفتهٔ تست، سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 5\,s$ صفر شده و متحرک تغییر جهت داده است. در شکل (الف) بردارهای جابه‌جایی متحرک در بازه‌های زمانی صفر تا $5\,s$، $5\,s$ تا $12\,s$ و صفر تا $12\,s$ را نشان داده‌ایم. برای این جابه‌جایی‌ها می‌توانیم بنویسیم:



(الف)

$$\Delta x_{(0,12\,s)} = \Delta x_{(0,5\,s)} + \Delta x_{(5\,s,12\,s)} \quad (I)$$

گام در رابطهٔ داده‌شده به جای $\Delta x_{(0,5\,s)}$ و $\Delta x_{(5s,12s)}$ معادله‌شان را از رابطهٔ جابه‌جایی ـ زمان (که در درس‌نامه گفتیم) قرار می‌دهیم. در بازهٔ زمانی $5\,s$ تا $12\,s$، سرعت اولیهٔ متحرک صفر است. برای آن‌که سرعت اولیهٔ متحرک در بازهٔ صفر تا $5\,s$ هم صفر بشود، از مورد (۲) درس‌نامه استفاده می‌کنیم؛ یعنی حرکت را در این بازه برعکس فرض می‌کنیم؛ بنابراین:

$$\Delta x_{(0,5\,s)} = \frac{1}{2}(-a)\Delta t^2_{(0,5\,s)} \quad \text{و} \quad \Delta x_{(5\,s,12\,s)} = \frac{1}{2}a\Delta t^2_{(5\,s,12\,s)}$$

$$\text{رابطهٔ (I)} \Rightarrow -24 = \frac{1}{2}(-a)(5-0)^2 + \frac{1}{2}a(12-5)^2$$

$$\Rightarrow -24 = -\frac{25}{2}a + \frac{49}{2}a \Rightarrow -24 = \frac{24}{2}a \Rightarrow a = -2\,m/s^2$$

گام برای محاسبهٔ مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی $2\,s$ تا $10\,s$، باید مسافت طی‌شده در بازه‌های زمانی $2\,s$ تا $5\,s$ و $5\,s$ تا $10\,s$ را جدا جدا حساب و با هم جمع کنیم. (در بازهٔ زمانی $2\,s$ تا $5\,s$، حرکت را برعکس می‌کنیم تا سرعت اولیه صفر شود.):

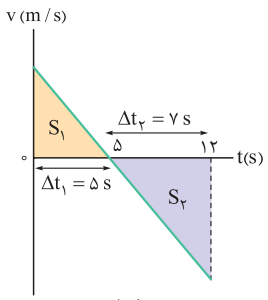
$$\ell_{(2s,10s)} = |\Delta x_{(2s,5s)}| + |\Delta x_{(5s,10s)}| = |\frac{1}{2}(-a)(5-2)^2| + |\frac{1}{2}a(10-5)^2|$$

$$= |\frac{1}{2}\times2\times9| + |\frac{1}{2}\times(-2)\times25| = 9+25 = 34\,m$$

گام فقط می‌ماند محاسبهٔ تندی متوسط در بازهٔ زمانی $2\,s$ تا $10\,s$:

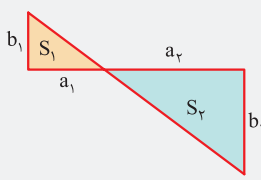
$$s_{av(2\,s,10\,s)} = \frac{\ell_{(2s,10s)}}{\Delta t} = \frac{34}{10-2} = \frac{17}{4}\,m/s$$

روش **گام** ابتدا مطابق شکل (ب)، نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم می‌کنیم.



(ب)

گام **یادآوری** در مثلث‌های متشابه، نسبت مساحت مثلث‌ها برابر با مجذور نسبت اضلاع متناظر است. مثلاً برای شکل روبه‌رو داریم:



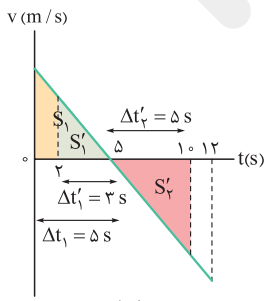
$$\frac{S_2}{S_1} = (\frac{a_2}{a_1})^2 = (\frac{b_2}{b_1})^2$$

اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $12\,s$ برابر $24\,m$ است. پس در نمودار (ب) $S_2 - S_1 = 24$ است. از تناسب مساحت‌ها و مجذور اضلاع متناظر در مثلث‌های متشابه کمک می‌گیریم و مقدار S_1 را حساب می‌کنیم:

$$\frac{S_2}{S_1} = (\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1})^2 \xrightarrow{\text{تفاضل مخرج در صورت}} \frac{S_2-S_1}{S_1} = \frac{\Delta t_2^2 - \Delta t_1^2}{\Delta t_1^2}$$

$$\xrightarrow{S_2-S_1=24} \frac{24}{S_1} = \frac{7^2-5^2}{5^2} \Rightarrow S_1 = \frac{25\times24}{49-25} = 25$$

گام حالا باید مسافت طی‌شده در بازه‌های زمانی $2\,s$ تا $5\,s$ و $5\,s$ تا $10\,s$ را پیدا کنیم. در شکل (پ)، مساحت‌های S'_1 و S'_2 بیانگر این مسافت‌ها است. یک بار دیگر از تناسب مساحت‌ها و مجذور اضلاع متناظر در مثلث‌های متشابه استفاده می‌کنیم.



(پ)

$$\frac{S'_1}{S_1} = (\frac{\Delta t'_1}{\Delta t_1})^2 \Rightarrow \frac{S'_1}{25} = (\frac{3}{5})^2 \Rightarrow S'_1 = 9$$

همچنین از آن‌جا که در شکل (پ)، $\Delta t'_2$ برابر با Δt_1 است، نتیجه می‌گیریم: $S'_2 = S_1 = 25$

بنابراین مسافت پیموده‌شده در بازهٔ زمانی $2\,s$ تا $10\,s$ برابر می‌شود با:

$$\ell_{(2s,10s)} = S'_1 + S'_2 = 9+25 = 34\,m$$

تیزبازی می‌توانیم با یک تناسب هوشمندانه از مساحت‌ها و مجذور اضلاع متناظر، مستقیماً ℓ را حساب کنیم:

$$\frac{S'_1+S'_2}{S_1}=\frac{(\Delta t'_1)^2+(\Delta t'_2)^2}{(\Delta t_1)^2} \Rightarrow \frac{\ell_{(2s,10s)}}{25}=\frac{3^2+5^2}{5^2} \Rightarrow \ell_{(2s,10s)}=34\ m$$

گام همانند گام چهارم روش اول، تندی متوسط در بازهٔ زمانی $2\ s$ تا $10\ s$ را حساب می‌کنیم:

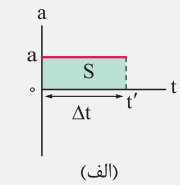
$$s_{av(2s,10s)}=\frac{\ell_{(2s,10s)}}{\Delta t}=\frac{34}{10-2}=\frac{17}{4}\ m/s$$

۳۵- گزینه ۴

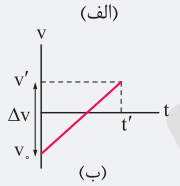
استراتژی از روی نمودار شتاب ـ زمان، نمودار سرعت ـ زمان را رسم می‌کنیم و بعد گزینه‌ها را یکی‌یکی تحلیل می‌کنیم. درستی یا نادرستی ① را با توجه به علامت سرعت و شتاب مشخص می‌کنیم. ② و ④ به مساحت محصور بین نمودار $v-t$ و محور t بستگی دارد و ③ هم فقط به علامت سرعت وابسته است.

درس‌نامه ① **رسم نمودار سرعت ـ زمان از روی نمودار شتاب ـ زمان:**

در حرکت‌های راست‌خط شتاب ثابت، یکی از روش‌های سریع رسم نمودار سرعت ـ زمان، پیداکردن سرعت متحرک در ابتدا و انتهای بازهٔ زمانی مورد نظرمان است. برای این کار، نمودار شتاب ـ زمان (مانند شکل (الف)) به ما کمک می‌کند که با رابطهٔ $\Delta v=a\Delta t$ یا محاسبهٔ سطح زیر نمودار (S) تغییرات سرعت را حساب کنیم: $\Delta v=S$



(الف)

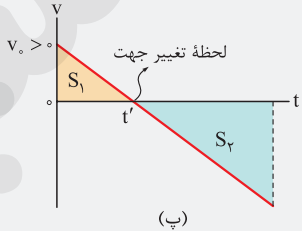


(ب)

بنابراین اگر سرعت در یک لحظه (مثلاً سرعت اولیه) را در صورت سؤال به ما بدهند، به راحتی می‌توانیم سرعت در لحظه‌های دیگر (مثلاً سرعت در لحظهٔ t') را حساب کنیم و با رسم یک خط راست، نمودار سرعت ـ زمان را مانند شکل (ب) رسم کنیم.

$$\Delta v=v'-v_0 \Rightarrow v'=\Delta v+v_0$$

② شکل (پ) نمونه‌ای از نمودار سرعت ـ زمان متحرکی است که با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند و در لحظه‌ای مانند t' تغییر جهت داده است. در این شکل، مساحت‌های S_1 و S_2 بیانگر مسافت‌هایی است که متحرک قبل و بعد از تغییر جهت می‌پیماید. در این صورت جابه‌جایی کل و مسافت کل برحسب S_1 و S_2 به این صورت است:

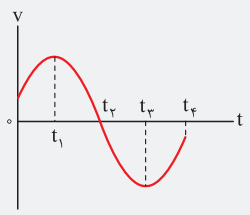


(پ)

نمودار زیر محور t است.

$$\Delta x=S_1+(-S_2) \Rightarrow |\Delta x|=|S_2-S_1|$$
$$\ell=S_2+S_1$$

③ در بازهٔ زمانی که نمودار سرعت ـ زمان **بالای محور t** است، سرعت متحرک **در جهت محور x** و در بازهٔ زمانی که این نمودار **پایین محور t** قرار دارد، سرعت **در خلاف جهت محور x** است.

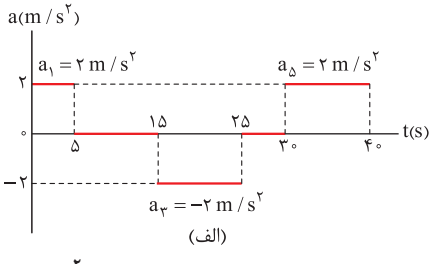


(ت)

مثلاً در شکل (ت) در بازهٔ زمانی صفر تا t_2، سرعت در جهت محور x و در بازهٔ زمانی t_2 تا t_4، سرعت در خلاف جهت محور x است.

④ در بازهٔ زمانی که نمودار سرعت ـ زمان **صعودی** است، شتاب **در جهت محور x** و در بازهٔ زمانی که این نمودار **نزولی** است، شتاب **در خلاف جهت محور x** است؛ مثلاً در شکل (ت)، در بازه‌های زمانی صفر تا t_1 و t_3 تا t_4، شتاب در جهت محور x و در بازهٔ زمانی t_1 تا t_3، شتاب در خلاف جهت محور x است.

گام سرعت اولیهٔ متحرک $-5\ m/s$ است. پس با توجه به نمودار شتاب ـ زمان روبه‌رو (شکل الف)، سرعت متحرک در لحظه‌های $5\ s$، $15\ s$، $25\ s$، $30\ s$ و $40\ s$ را حساب می‌کنیم:



(الف)

بازهٔ زمانی صفر تا $5\ s$ (حرکت با شتاب ثابت $2\ m/s^2$):

$$v_{(5s)}-v_0=a_1\Delta t_1 \xrightarrow[v_0=-5\ m/s]{a_1=2\ m/s^2} v_{(5s)}-(-5)=2\times(5-0) \Rightarrow v_{(5s)}=5\ m/s$$

بازهٔ زمانی $5\ s$ تا $15\ s$ (حرکت با سرعت ثابت): $v_{(15s)}=v_{(5s)}=5\ m/s$

بازهٔ زمانی $15\ s$ تا $25\ s$ (حرکت با شتاب ثابت $-2\ m/s^2$):

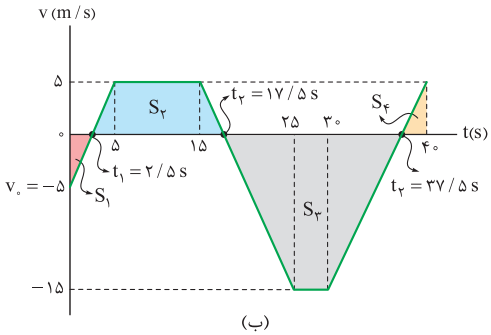
$$v_{(25s)}-v_{(15s)}=a_3\Delta t_3 \xrightarrow[v_{(15s)}=5\ m/s]{a_3=-2\ m/s^2} v_{(25s)}-5=-2\times(25-15)$$
$$\Rightarrow v_{(25s)}=-15\ m/s$$

بازهٔ زمانی $25\ s$ تا $30\ s$ (حرکت با سرعت ثابت): $v_{(30s)}=v_{(25s)}=-15\ m/s$

بازهٔ زمانی $30\ s$ تا $40\ s$ (حرکت با شتاب ثابت $2\ m/s^2$):

$$v_{(40s)}-v_{(30s)}=a_5\Delta t_5 \xrightarrow[v_{(30s)}=-15\ m/s]{a_5=2\ m/s^2} v_{(40s)}-(-15)=2\times(40-30)$$
$$\Rightarrow v_{(40s)}=5\ m/s$$

گام حالا با سرعت‌هایی که در گام اول محاسبه کردیم، می‌توانیم نمودار سرعت ـ زمان را به صورت شکل (ب) رسم کنیم. لحظه‌های برخورد نمودار با محور t را هم به کمک شیب نمودار در هر قسمت (یا شتاب حرکت) پیدا می‌کنیم (می‌دانید که در این لحظه‌ها سرعت صفر است.):



(ب)

$$\frac{v_{(5s)}-v_0}{5-0}=\frac{v_{t_1}-v_0}{t_1-0} \Rightarrow \frac{5-(-5)}{5}=\frac{0-(-5)}{t_1} \Rightarrow t_1=2/5\ s$$

$$\frac{v_{(25s)}-v_{(15s)}}{25-15}=\frac{v_{t_2}-v_{15}}{t_2-15} \Rightarrow \frac{-15-5}{10}=\frac{0-5}{t_2-15} \Rightarrow t_2=17/5\ s$$

$$\frac{v_{(40s)}-v_{(30s)}}{40-30}=\frac{v_{t_3}-v_{(30s)}}{t_3-30} \Rightarrow \frac{5-(-15)}{10}=\frac{0-(-15)}{t_3-30} \Rightarrow t_3=37/5\ s$$

گام بررسی گزینه‌ها: ① در بازه‌های زمانی $2/5\ s$ تا $5\ s$ و $37/5\ s$ تا $40\ s$ سرعت و شتاب در جهت مثبت و در بازهٔ زمانی $17/5\ s$ تا $25\ s$ سرعت و شتاب در جهت منفی‌اند. پس در کل $12/5\ s$، سرعت و شتاب هم‌جهت‌اند. ×

② جابه‌جایی را با محاسبهٔ مساحت‌های محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور t مشخص می‌کنیم:

$$\Delta x=-S_1+S_2-S_3+S_4$$
$$=-\left(\frac{2/5\times5}{2}\right)+\left(\frac{15+10}{2}\times5\right)-\left(\frac{20+5}{2}\times15\right)+\left(\frac{2/5\times5}{2}\right)=-125\ m$$
$$\Rightarrow |\Delta x|=125\ m \times$$

③ در بازه‌های زمانی که نمودار سرعت ـ زمان **بالای محور t** است، علامت سرعت مثبت و جهت حرکت متحرک، در جهت مثبت محور x است؛ یعنی:

$$\Delta t=(17/5-2/5)+(40-37/5)=17/5\ s \times$$

④ برای محاسبهٔ مسافت، سطح زیر نمودارها را با هم جمع می‌کنیم:

$$\ell=S_1+S_2+S_3+S_4$$
$$=\left(\frac{2/5\times5}{2}\right)+\left(\frac{15+10}{2}\times5\right)+\left(\frac{20+5}{2}\times15\right)+\left(\frac{2/5\times5}{2}\right)=262/5\ m \checkmark$$

۳۶- گزینه ۱

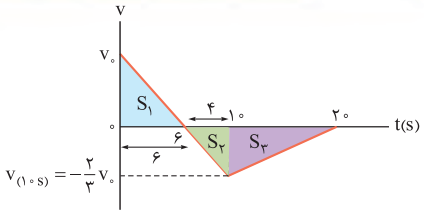
شفاف‌سازی **کل مسافت طی‌شده توسط متحرک 138 m است:** مجموع مساحت‌های محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور t برابر ۱۳۸ واحد است.

درس‌نامه شتاب متوسط در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود: (v_1 و v_2 به ترتیب سرعت متحرک در لحظه‌های t_1 و t_2 است.)

$$a_{av}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}$$

گام **محاسبهٔ سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۱۰\,s$ برحسب $v_۰$:**

در نمودار شکل (الف)، اگر سرعت اولیه را $v_۰$ بگیریم، به کمک تشابه مثلث‌های $S_۱$ و $S_۲$، سرعت در لحظهٔ $۱۰\,s$ را برحسب $v_۰$ مشخص می‌کنیم:



(الف)

$$\frac{|v_{(۱۰s)}|}{v_۰} = \frac{۴}{۶} \Rightarrow |v_{(۱۰s)}| = \frac{۲}{۳}v_۰ \Rightarrow v_{(۱۰s)} = -\frac{۲}{۳}v_۰$$

گام **محاسبهٔ $v_۰$ و $v_{(۱۰s)}$:** کل مسافت طی‌شده $(۱۳۸\,m)$ برابر با مجموع مساحت‌های محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور t است؛ بنابراین می‌توانیم با برابر قراردادن مجموع مساحت‌های $S_۱$، $S_۲$ و $S_۳$ با ۱۳۸، $v_۰$ و $v_{(۱۰s)}$ را حساب کنیم:

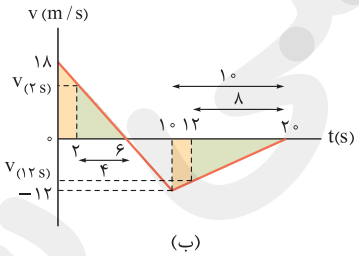
$$\ell = S_۱ + (S_۲ + S_۳) \Rightarrow ۱۳۸ = \frac{۶ \times v_۰}{۲} + \frac{(۲۰-۶)\times \frac{۲}{۳}v_۰}{۲}$$

$$\Rightarrow ۱۳۸ = ۳v_۰ + \frac{۱۴}{۳}v_۰ \Rightarrow ۱۳۸ = \frac{۲۳}{۳}v_۰ \Rightarrow v_۰ = ۱۸\,m/s$$

$$v_{(۱۰s)} = -\frac{۲}{۳}v_۰ = -\frac{۲}{۳}\times ۱۸ = -۱۲\,m/s$$

گام **محاسبهٔ سرعت متحرک در لحظه‌های $t_۱ = ۲\,s$ و $t_۲ = ۱۲\,s$:**

به کمک قضیهٔ تالس (تشابه مثلث‌ها) در مثلث‌هایی که در شکل (ب) مشخص کردیم، سرعت در لحظه‌های $۲\,s$ و $۱۲\,s$ را پیدا می‌کنیم:



(ب)

$$\frac{v_{(۲s)}}{۱۸} = \frac{۴}{۶} \Rightarrow v_{(۲s)} = ۱۲m/s$$

$$\frac{|v_{(۱۲s)}|}{۱۲} = \frac{۸}{۱۰} \Rightarrow |v_{(۱۲s)}| = ۹/۶\,m/s \Rightarrow v_{(۱۲s)} = -۹/۶\,m/s$$

گام حالا شتاب متوسط را حساب می‌کنیم:

$$a_{av(۲s,۱۲s)} = \frac{v_{(۱۲s)} - v_{(۲s)}}{\Delta t} = \frac{-۹/۶ - ۱۲}{۱۲-۲} = -۲/۱۶\,m/s^۲$$

$$\Rightarrow |a_{av(۲s,۱۲s)}| = ۲/۱۶\,m/s^۲$$

۳۷- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ قانون هوک: اگر فنری نسبت به حالت عادی خود، به اندازهٔ x کشیده یا فشرده شود، فنر به جسم متصل به خود نیروی کشسانی وارد می‌کند که اندازهٔ آن از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$F_e = kx$$
$$\downarrow$$
ثابت فنر

۲ فنر کشیده، جسم متصل به خود را می‌کشد و فنر فشرده، جسم متصل به خود را هل می‌دهد. شکل‌های مقابل را ببینید؛ در این شکل‌ها، $\vec{F}_e$ نیرویی است که فنر به جسم وارد می‌کند.

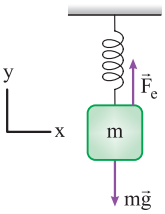


(الف) (ب)

۳ در حالتی که جسم روی سطحی در حال حرکت است (می‌لغزد)، نیروی اصطکاک وارد بر آن جنبشی و اندازهٔ آن برابر است با:

$$f_k = F_N \mu_k$$
μ_k: ضریب اصطکاک جنبشی — F_N: اندازهٔ نیروی عمودی سطح

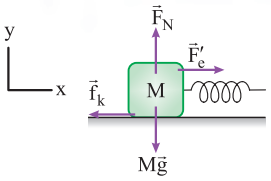
گام در حالت اول، نیروی کشسانی فنر با وزن جسم آویزان برابر است؛ پس:



$F_e = mg \Rightarrow kx = mg$: تعادل جسم در راستای محور y

$$\xrightarrow{x=۱۰\,cm=۰/۱\,m} k\times ۰/۱ = mg \quad (I)$$

گام در حالت دوم، ابتدا اندازهٔ نیروی عمودی سطح (F_N) و سپس اندازهٔ نیروی اصطکاک جنبشی (f_k) وارد بر جسم را حساب می‌کنیم:



$F_N = Mg$: تعادل جسم در راستای محور y

$$f_k = F_N \mu_k = Mg \times ۰/۲ = ۰/۲\,Mg$$

چون جسم با تندی ثابت حرکت می‌کند، داریم:

$$F'_e = f_k \Rightarrow kx' = ۰/۲\,Mg \xrightarrow{x'=۲\,cm=۰/۰۲\,m}$$

$$k\times ۰/۰۲ = ۰/۲\,Mg \Rightarrow k\times ۰/۱ = Mg \quad (II)$$

گام با توجه به نتایج گام‌های اول و دوم، یعنی رابطه‌های (I) و (II)، داریم:

$$\begin{cases} k\times ۰/۱ = mg \\ k\times ۰/۱ = Mg \end{cases} \Rightarrow m = M \Rightarrow \frac{M}{m} = ۱$$

تیزبازی فنر در حالت اول $۱۰\,cm$ و در حالت دوم $۲\,cm$ کشیده شده است. با توجه به این‌که رابطهٔ F_e برحسب x به صورت خطی است $(F_e = kx)$، به کمک تناسب زیر، نیروی کشسانی فنر در حالت دوم (F) را برحسب وزن وزنهٔ آویزان از آن (m)، به دست می‌آوریم:

F_e	$x\,(cm)$
mg	۱۰
F	۲

$$\Rightarrow F = \frac{۲\,mg}{۱۰} = \frac{mg}{۵}$$

در حالت دوم، تندی وزنهٔ M ثابت است؛ بنابراین F برابر با نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر این وزنه است؛ یعنی:

$$F = f_k \Rightarrow F = F_N\mu_k \xrightarrow[F_N = Mg]{F = \frac{mg}{۵}} \frac{mg}{۵} = Mg \times ۰/۲$$

$$\Rightarrow \frac{M}{m} = \frac{۱}{۵\times ۰/۲} = ۱$$

مشاوره بررسی تست‌های کنکور نشان می‌دهد که در فصل دینامیک، تست‌هایی که وضعیت جسم را در دو حالت بررسی می‌کنند بسیار رایج هستند. در حل این تست‌ها، سرعت عمل شما حرف اول را می‌زند.

۳۸- گزینه ۲

درس‌نامه اگر در بازهٔ زمانی Δt، تغییر تکانهٔ جسم برابر Δp باشد، نیروی (خالص) متوسط وارد بر جسم در این بازهٔ زمانی برابر است با:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

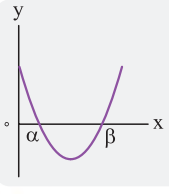
مشاوره قبل از حل سؤال، باید کمی دربارهٔ ایراد این تست کنکور صحبت کنیم. به گفتهٔ تست، شتاب جسم، ثابت و نمودار تکانه ـ زمان آن، یک منحنی غیرخطی است. دقت کنید که **اولاً**: از آن‌جایی که شتاب جسم ثابت است، سرعت آن برحسب زمان به صورت خطی تغییر می‌کند، یعنی $v = at + v_۰$. حالا اگر جرم جسم را ثابت در نظر بگیریم، طبق رابطهٔ $p = mv$ تکانهٔ جسم هم به ناچار باید برحسب زمان به صورت خطی تغییر کند؛ یعنی نمودار داده‌شده، نمی‌تواند برای جسمی با جرم ثابت درست باشد.

ثانیاً: با فرض متغیربودن جرم جسم و درستی نمودار داده‌شده، باز هم تست با فرض‌های داده‌شده قابل حل نیست. مگر این‌که فرض کنیم نمودار داده‌شده یک سهمی است.

راستش را بخواهید ما حدس می‌زنیم که طراح کنکور حواسش نبوده و نمودار مکان ـ زمان حرکت با شتاب ثابت را که یک سهمی است، با نمودار تکانه ـ زمان در این تست اشتباه گرفته است *(توی تست‌های نمودار مکان ـ زمان فصل حرکت روی خط راست، وقتی می‌گیم متحرکی با شتاب ثابت ... یعنی نمودار سهمیه. طراح این‌ها رو با اون‌ها اشتباه گرفته! یعنی ما فکر می‌کنیم طراح می‌خواسته بگه نمودار داده‌شده سهمیه، گفته حرکت با شتاب ثابته)؛ پس طراح جان کنکور، خواست باشه!*

گام ابتدا یادآوری زیر را بخوانید.

یادآوری در شکل مقابل، اگر ریشه‌های یک سهمی α و β باشد، معادلهٔ سهمی از رابطهٔ زیر به دست می‌آید. در این رابطه k عدد ثابتی است که به کمک جای‌گذاری یکی از نقاط داده‌شده در نمودار به دست می‌آید: $y = k(x-\alpha)(x-\beta)$



با توجه به توضیحات گفته‌شده، با فرض این‌که نمودار داده‌شده، یک سهمی است، تست را حل می‌کنیم. ریشه‌های این سهمی $t_1 = 2\,s$ و $t_2 = 4\,s$ است؛ پس می‌توانیم معادلهٔ تکانه ـ زمان را در SI به صورت $p = k(t-2)(t-4)$ در نظر بگیریم که k یک عدد ثابت است. در لحظهٔ $t = 0$، تکانه برابر $16\ \frac{kg.m}{s}$ است؛ بنابراین می‌توانیم k را به دست بیاوریم.

$$p = k(t-2)(t-4) \xrightarrow[p=16\ \frac{kg.m}{s}]{t=0} 16 = k\times(-2)\times(-4) \Rightarrow k = 2$$

در نتیجه داریم:

$$p = 2(t-2)(t-4)$$

گام حالا با تعیین تکانهٔ جسم در لحظه‌های $t_1 = 3\,s$ و $t_2 = 5\,s$، نیروی خالص متوسط وارد بر جسم را در این بازهٔ زمانی به دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{array}{l} t_1 = 3\,s \Rightarrow p_1 = 2\times(1)\times(-1) = -2\ \frac{kg.m}{s} \\ t_2 = 5\,s \Rightarrow p_2 = 2\times 3\times 1 = 6\ \frac{kg.m}{s} \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{6-(-2)}{5-3} = \frac{8}{2} = 4\ N$$

۳۹- گزینه ۴

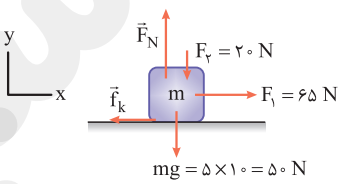
درس‌نامه ۱ رابطهٔ مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت: اگر طی جابه‌جایی Δx، تندی جسمی با شتاب ثابت a، از v_1 به v_2 برسد، داریم: $v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$

۲ نیرویی که سطح (تکیه‌گاه) به جسم وارد می‌کند (R)، برایند نیروهای عمود بر هم اصطکاک (f) و عمودی سطح (F_N) است، که از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید: $R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$

گام جسم ابتدا ساکن بوده و تندی آن پس از طی مسافت $12\ m$ به $12\ m/s$ رسیده است. بنابراین شتاب آن برابر است با:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 12^2 - 0 = 2\times a\times 12 \Rightarrow a = 6\ m/s^2$$

گام نیروهای وارد بر جسم را در شکل مقابل مشخص کرده‌ایم. با توجه به این شکل، اندازهٔ نیروهای عمودی سطح (F_N) و نیروی اصطکاک جنبشی (f_k) را به دست می‌آوریم:



تعادل جسم در راستای محور y: $F_N = F_2 + mg \Rightarrow F_N = 20 + 50 = 70\ N$

در راستای محور x: $F_{net} = ma \Rightarrow F_1 - f_k = ma$

$$\Rightarrow 65 - f_k = 5\times 6 \Rightarrow f_k = 35\ N$$

گام حالا می‌توانیم نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند (R) را حساب کنیم:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{70^2 + 35^2}$$

$$\xrightarrow{\text{از } 35 \text{ فاکتور می‌گیریم.}} R = 35\times\sqrt{2^2 + 1^2} = 35\sqrt{5}\ N$$

تیزبازی با یک بررسی ساده، معلوم می‌شود که $F_N = 70\ N$ است. R حتماً باید از F_N بزرگ‌تر باشد. تنها ۴ این ویژگی را دارد.

۴۰- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ دورهٔ تناوب آونگ ساده‌ای به طول L از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

◇ **شکل نسبتی (ثابت g):**

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

۲ اگر دورهٔ تناوب آونگی برابر T باشد، تعداد نوسان‌ها در مدت t از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$n = \frac{t}{T}$$

گام دورهٔ تناوب را در حالت اولیه تعیین می‌کنیم:

$$T_1 = \frac{t_1}{n_1} = \frac{36}{20} = 1/8\ s$$

گام حالا به کمک رابطهٔ $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ طول اولیهٔ آونگ را به دست می‌آوریم:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}} \xrightarrow{g=\pi^2} 1/8 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{\pi^2}}$$

$$\Rightarrow 1/8 = 2\pi\left(\frac{\sqrt{L_1}}{\pi}\right) \Rightarrow 0/9 = \sqrt{L_1} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} L_1 = 0/81\ m$$

بنابراین L_2 برابر است با: $L_2 = L_1 - 0/17 = 0/81 - 0/17 = 0/64\ m$

گام با توجه به رابطهٔ $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$، می‌دانیم که دورهٔ تناوب با جذر طول رابطهٔ مستقیم دارد؛ پس:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{1/8} = \sqrt{\frac{0/64}{0/81}} \Rightarrow \frac{T_2}{1/8} = \frac{8}{9} \Rightarrow T_2 = 1/6\ s$$

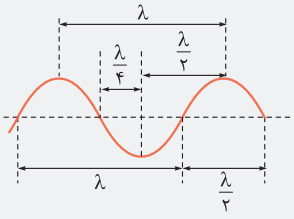
گام با داشتن دورهٔ تناوب در حالت دوم، به دست آوردن تعداد نوسان در مدت $40\ s$ بسیار آسان است:

$$n_2 = \frac{t_2}{T_2} = \frac{40}{1/6} = 25$$

۴۱- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ تندی انتشار موج عرضی در تار از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$v = \frac{2}{d}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}}$$ (F: نیروی کشش تار، d: قطر مقطع تار، ρ: چگالی تار)



۲ بین طول موج (λ)، بسامد موج (f) و تندی انتشار موج (v)، رابطهٔ روبه‌رو برقرار است: $\lambda = \frac{v}{f}$

۳ دربارهٔ λ شکل مقابل را به خاطر بسپارید:

گام قطر تار را داریم؛ بنابراین به کمک رابطهٔ زیر تندی انتشار موج در تار را حساب می‌کنیم:

$$v = \frac{2}{d}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}} = \frac{2}{(2\times 10^{-3})}\times\sqrt{\frac{234}{7800\times 3}} = 10^3\times\frac{1}{10} = 100\ m/s$$

گام حالا طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{100}{200} = 0/5\ m = 50\ cm$$

گام فاصلهٔ یک قله از درهٔ مجاورش نصف طول موج است، پس: $\frac{\lambda}{2} = \frac{50}{2} = 25\ cm$

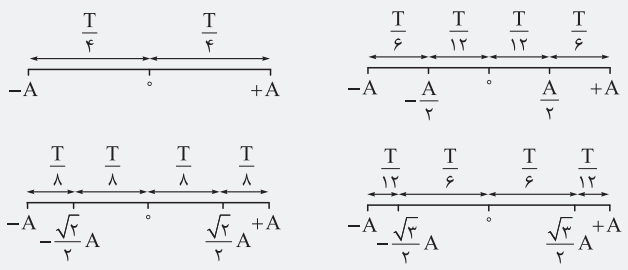
تله اگر بعد از محاسبهٔ طول موج (λ)، یادتان می‌رفت که خواستهٔ تست $\frac{\lambda}{2}$ است، به اشتباه ۴ را انتخاب می‌کردید.

۴۲- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر در حرکت هماهنگ ساده:

$$x = A\cos(\omega t)\ ,\ \omega = \frac{2\pi}{T}$$ (بسامد زاویه‌ای، دامنهٔ نوسان، دوره)

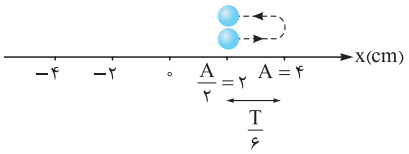
۲ مکان‌ها و جابه‌جایی‌های مشخص‌شده در شکل‌های زیر بسیار پرتکرار است. زمان لازم برای طی این جابه‌جایی‌ها را (برحسب دوره) به خاطر بسپارید:



گام معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده به صورت $x = A\cos(\omega t)$ است؛ بنابراین داریم:

$$\omega = \frac{4\pi}{3}\,rad/s \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow T = \frac{3}{2}\,s$$

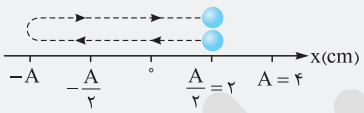
گام کم‌ترین بازهٔ زمانی بین دو عبور متوالی را می‌خواهیم؛ پس نوسانگر مسیر شکل روبه‌رو را طی کرده است:



گام می‌دانیم نوسانگر فاصلهٔ بین $\frac{A}{2}$ تا A (و بالعکس) را در $\frac{T}{6}$ طی می‌کند؛ بنابراین داریم:

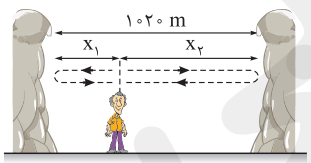
$$\Delta t = 2(\frac{T}{6}) = \frac{T}{3} = \frac{\frac{3}{2}}{3} = \frac{1}{2}\,s = 0/5\,s$$

تله ممکن است به اشتباه مسیر زیر را برای نوسانگر در نظر بگیرید که در این صورت به ۲ می‌رسید! اما واضح است که زمان لازم برای طی این مسیر، از زمان لازم برای طی مسیر شکل روبه‌رو بیشتر است.



۴۳- گزینه ۲

صوت برای پژواک اول مسیری به طول $L_1 = 2x_1$ و برای پژواک دوم مسیری به طول $L_2 = 2x_2$ را می‌پیماید.



چون تندی صوت برای هر دو مسیر، ثابت و مساوی است، داریم:

$$\frac{L_1}{\Delta t_1} = \frac{L_2}{\Delta t_2} \xrightarrow{x_2 = 1020 - x_1(m)} \frac{2x_1}{2} = \frac{2(1020 - x_1)}{2+2}$$

$$\Rightarrow 2x_1 = 1020 - x_1 \Rightarrow 3x_1 = 1020 \Rightarrow x_1 = 340\,m$$

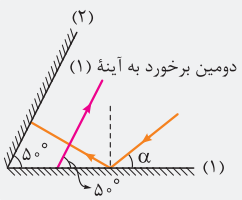
تیزبازی از آن‌جایی که زمان دریافت پژواک دوم، ۲ برابر زمان دریافت پژواک اول است، فاصلهٔ دانش‌آموز از صخرهٔ دورتر باید ۲ برابر فاصلهٔ او از صخرهٔ نزدیک‌تر باشد؛ بنابراین اگر فاصلهٔ او از صخرهٔ نزدیک‌تر x باشد، فاصله‌اش از صخرهٔ دورتر $2x$ است. از طرفی $x + 2x = 1020\,m$ و در نتیجه $x = 340\,m$ است.

تله اگر به اشتباه فاصلهٔ دانش‌آموز از صخرهٔ دورتر را محاسبه می‌کردید، به اشتباه به گزینهٔ نادرست ۴ می‌رسیدید.

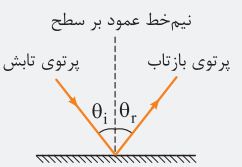
مشاوره این تست تمرین کتاب درسی است که قبلاً هم یک بار دیگر در کنکور مطرح شده بود؛ بنابراین باید به آن توجه ویژه‌ای داشته باشید.

۴۴- گزینه ۳

شفاف‌سازی **پس از دومین برخورد به آینهٔ (۱)، موازی آینهٔ (۲) شود:** زاویهٔ پرتوی بازتاب و آینهٔ (۱) در دومین بازتاب برابر ۵۰° شود (شکل روبه‌رو):



درس‌نامه ۱ **قانون بازتاب عمومی:** در هر تابش، زاویهٔ تابش با زاویهٔ بازتابش برابر است. $\theta_i = \theta_r$

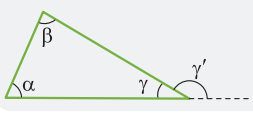


۲ قضایای هندسی زیر در حل تست‌های بازتاب به شما کمک می‌کنند:

◇ مجموع زوایای داخلی هر مثلث برابر با ۱۸۰° است:

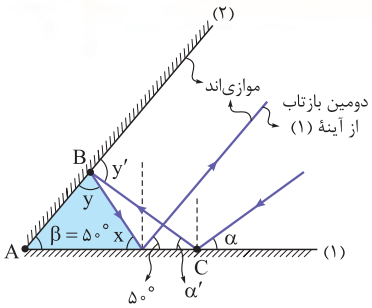
$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

◇ در هر مثلث، هر زاویهٔ خارجی برابر با مجموع زوایای داخلی غیرمجاور است:



$$\gamma' = \alpha + \beta$$

روش **گام** دومین پرتوی بازتاب از آینهٔ (۱)، موازی آینهٔ (۲) است؛ پس مطابق شکل روبه‌رو، زاویهٔ این پرتو با سطح آینهٔ (۱) برابر ۵۰° است.



گام با توجه به قانون بازتاب عمومی x هم باید ۵۰° باشد، بنابراین در مثلث رنگی داریم:

$$\beta + x + y = 180^\circ$$

$$\xrightarrow[x=50^\circ]{\beta=50^\circ} 50^\circ + 50^\circ + y = 180^\circ \Rightarrow y = 80^\circ$$

گام طبق قانون بازتاب عمومی، y' با y برابر است؛ بنابراین در مثلث ABC داریم:

$$\alpha' + \beta = y'$$ زاویهٔ خارجی y' برابر با مجموع دو زاویهٔ داخلی غیرمجاور است.

$$\Rightarrow \alpha' + 50^\circ = 80^\circ \Rightarrow \alpha' = 30^\circ$$

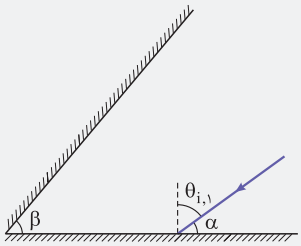
باز هم طبق قانون بازتاب عمومی، α با α' یکسان و برابر ۳۰° است.

روش برای فهمیدن این روش باید نکتهٔ زیر را بدانید.

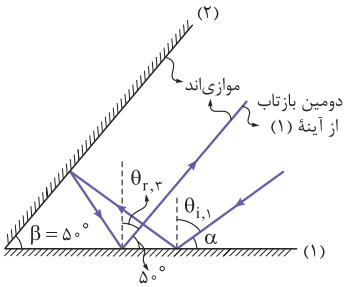
نکته اگر مطابق شکل روبه‌رو یک پرتو با زاویهٔ تابش $\theta_{i,1}$ به دو آینهٔ متقاطع بتابد، زاویهٔ تابش یا بازتابش در برخورد nاُم به مجموعهٔ آینه‌ها از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\theta_{r,n} = \theta_{i,n} = |(n-1)\beta - \theta_{i,1}|$$

(در این فرمول β زاویهٔ بین دو آینه و n شمارهٔ برخورد پرتو به مجموعهٔ دو آینه است.)



دومین پرتوی بازتاب از آینهٔ (۱) (در واقع سومین بازتاب از مجموعهٔ دو آینه) موازی آینهٔ (۲) است؛ پس در شکل روبه‌رو براساس قضیهٔ زاویه‌هایی که دو خط موازی و یک خط مورب می‌سازند، می‌توانیم تشخیص بدهیم که زاویهٔ بازتاب این پرتو برابر $\theta_{r,3} = 40^\circ$ است. با داشتن زاویهٔ بازتاب nاُم می‌توانیم با فرمولی که در نکتهٔ بالا گفتیم، خیلی سریع به جواب برسیم:



$$\theta_{r,n} = \theta_{i,n} = |(n-1)\beta - \theta_{i,1}|$$

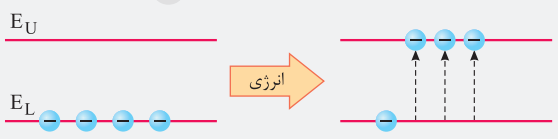
$$\Rightarrow \theta_{r,3} = (3-1)\beta - \theta_{i,1} \Rightarrow 40^\circ = 2\times 50^\circ - \theta_{i,1} \Rightarrow \theta_{i,1} = 60^\circ$$

$$\alpha = 90^\circ - \theta_{i,1} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

مشاوره *حل این تست با روش معمولی یکی از انواع شکنجه محسوب می‌شه! برای همین ما این تست رو با روش کتاب تست دوازدهم فیلی‌سبز حل کردیم که فیلی سریع تره!*

۴۵- گزینه ۱

درس‌نامه در شکل زیر، مراحل ایجاد باریکهٔ لیزر را به صورت مختصر توضیح داده‌ایم:



(۱) اتم‌ها در وضعیت معمول

بیشتر الکترون‌ها در تراز انرژی پایین‌تر قرار دارند.

(۲) وارونی جمعیت

با دادن انرژی کافی به اتم، الکترون‌های بیشتری به تراز انرژی بالاتر برانگیخته خواهند شد. در این وضعیت تعداد الکترون‌ها در ترازهای موسوم به ترازهای شبه‌پایدار نسبت به تراز پایین‌تر بسیار بیشتر است.



(۴) فرایند گسیل القایی

در این مرحله یکی از الکترون‌های برانگیخته به تراز انرژی پایین‌تر می‌رود و در نتیجه فوتونی که هم‌جهت، هم‌بسامد و هم‌فاز با فوتون ورودی است، گسیل می‌شود.

(۳) تابش فوتون ورودی

در این مرحله یک فوتون ورودی که انرژی‌اش دقیقاً با اختلاف انرژی دو تراز یعنی $E_U - E_L$ یکسان است تابش می‌شود تا الکترون برانگیخته را تحریک (یا القا) کند.

گام با توجه به درس‌نامهٔ بالا، مرحلهٔ (۲)، **وارونی جمعیت** نام دارد. در این وضعیت تعداد الکترون‌ها در تراز انرژی بالاتر بسیار بیشتر از تراز انرژی پایین‌تر است.

هواستون باشه! تفاوت وارونگی جمعیت با حالت برانگیختهٔ معمولی اینه که در حالت برانگیختهٔ معمولی تعداد الکترون‌ها در تراز انرژی بالاتر کم‌تر از تراز انرژی پایین‌تره.

گام نام مرحلهٔ (۴) **گسیل القایی** است. فوتونی که در مرحلهٔ (۳) به الکترون تابیده شده، باعث تحریک (یا القا) الکترون برانگیخته شده و در نتیجه باعث می‌شود که در مرحلهٔ (۴) دو فوتون هم‌جهت، هم‌بسامد و هم‌فاز گسیل شوند.

۴۶- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ در اتم هیدروژن، وقتی که الکترون از یک حالت مانا با انرژی بیشتر (E_U) به یک حالت مانا با انرژی کم‌تر (E_L) می‌رود، یک فوتون گسیل می‌شود. انرژی این فوتون برابر با اختلاف انرژی بین دو مدار اولیه و نهایی است: $E = E_U - E_L$

۲ انرژی فوتون:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}$$ (بسامد فوتون ↑، طول موج فوتون ↓)

۳ ترازهای انرژی الکترون در اتم هیدروژن در مدل اتمی بور:

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2}$$ ($E_R = ۱۳/۶\ eV$: یک ریدبرگ؛ E_n: انرژی الکترون در مدار nام؛ n: شمارهٔ مدار)

ابتدا نکتهٔ زیر را بخوانید.

نکته با **افزایش n**، اختلاف انرژی بین دو مدار متوالی، **کاهش** می‌یابد؛ یعنی:

$$E_۳ - E_۲ < E_۲ - E_۱$$

فقط گذارهای $\Delta n = ۱$ مجاز است؛ بنابراین با توجه به نکتهٔ بالا کم‌انرژی‌ترین فوتون مربوط به گسیل از مدار ۵ به ۴ و پرانرژی‌ترین فوتون مربوط به گسیل از مدار ۲ به ۱ است. سه رابطه‌ای که در درس‌نامه گفتیم را ترکیب می‌کنیم:

$$\frac{hc}{\lambda} = E_R\left(\frac{۱}{n_L^2} - \frac{۱}{n_U^2}\right)$$

با جای‌گذاری در رابطهٔ به‌دست‌آمده، طول موج‌ها را به دست می‌آوریم:

$$E_{min} = \frac{hc}{\lambda_{max}} = E_R\left(\frac{۱}{(۴)^2} - \frac{۱}{(۵)^2}\right)$$ ($(۴)^2 = ۱۶$، $(۵)^2 = ۲۵$)

$$\Rightarrow \frac{۱۲۴۰}{\lambda_{max}} = \frac{۱۳/۶}{۱۶\times ۰/۸۵}\left(\frac{۲۵-۱۶}{۱۶\times ۲۵}\right) \Rightarrow \lambda_{max} = \frac{۱۲۴۰\times ۲۵}{۹\times ۰/۸۵} \simeq ۴۰۵۲/۳\ nm$$ (۹ = ۲۵ − ۱۶)

$$E_{max} = \frac{hc}{\lambda_{min}} = E_R\left(\frac{۱}{(۱)^2} - \frac{۱}{(۲)^2}\right)$$ ($(۲)^2 = ۴$)

$$\Rightarrow \frac{۱۲۴۰}{\lambda_{min}} = \frac{۱۳/۶}{۱۶\times ۰/۸۵}\left(\frac{۴-۱}{۴}\right) \Rightarrow \lambda_{min} = \frac{۱۲۴۰}{۳\times ۴\times ۰/۸۵} \simeq ۱۲۱/۶\ nm$$

گام اختلاف دو طول موج: $\lambda_{max} - \lambda_{min} = ۴۰۵۲/۳ - ۱۲۱/۶ \simeq ۳۹۳۱\ nm$

۴۷- گزینه ۱

درس‌نامه انرژی ذخیره‌شده در خازنی به ظرفیت C که بار الکتریکی آن Q است، از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

$$U = \frac{۱}{۲}\frac{Q^2}{C}$$

گام رابطهٔ $U = \frac{Q^2}{۲C}$ را به صورت نسبتی می‌نویسیم تا $U_۱$ به دست آید:

$$U = \frac{Q^2}{۲C} \xrightarrow{C:\text{ثابت}} \frac{U_۲}{U_۱} = \left(\frac{Q_۲}{Q_۱}\right)^2 \xrightarrow[U_۲ = U_۱ + ۲۵\ (\mu J)]{Q_۲ = \frac{۳}{۲}Q_۱} \frac{U_۱ + ۲۵}{U_۱} = \left(\frac{۳}{۲}\right)^2$$

$$\Rightarrow U_۱ + ۲۵ = \frac{۹}{۴}U_۱ \Rightarrow \frac{۵}{۴}U_۱ = ۲۵ \Rightarrow U_۱ = ۲۰\ \mu J$$

گام بار اولیهٔ خازن برابر است با:

$$U_۱ = \frac{Q_۱^2}{۲C} \Rightarrow ۲۰ = \frac{Q_۱^2}{۲\times ۴۰} \Rightarrow Q_۱^2 = ۴۰\times ۴۰ \xrightarrow{\text{جذر}} Q_۱ = ۴۰\ \mu C$$

هواستون باشه! چون داده‌ها و خواستهٔ تست برحسب یکاهای میکرودار بود، در همهٔ روابط بالا یکاهای میکرودار رو قرار دادیم.

۴۸- گزینه ۴

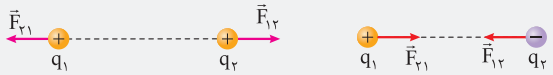
درس‌نامه ۱ قانون کولن: دو بار نقطه‌ای $q_۱$ و $q_۲$ که در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند، به هم نیروی الکتریکی وارد می‌کنند که اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^2} \quad (\text{ثابت کولن}: k = ۹\times ۱۰^۹\ \frac{N.m^2}{C^2})$$

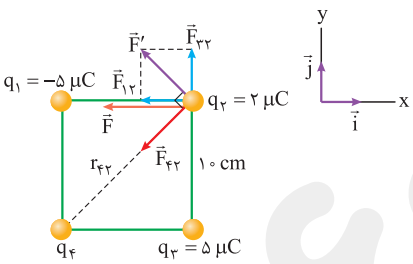
◇ **تکنیک محاسباتی ۹۰:** چون در بیشتر تست‌های این مبحث، بارها را برحسب میکروکولن و فاصله‌ها را برحسب سانتی‌متر می‌دهند، می‌توانید در رابطهٔ بالا، کمیت‌ها را با همین یکاها جای‌گذاری کرده و به جای k، ۹۰ را قرار دهید تا F برحسب نیوتون به دست آید.

$$F(\text{برحسب N}) = ۹۰\times \frac{|q_۱|(\text{برحسب }\mu C)\,|q_۲|(\text{برحسب }\mu C)}{r^2(\text{برحسب cm})}$$

۲ مطابق شکل‌های زیر، بارهای همنام یکدیگر را دفع و بارهای ناهمنام یکدیگر را جذب می‌کنند.



گام مطابق شکل مقابل، ابتدا نیروهای الکتریکی را که بارهای $q_۱$ و $q_۳$ به بار $q_۲$ وارد می‌کنند و سپس برایند آن‌ها $(\vec{F}')$ را رسم می‌کنیم.



با توجه به جهت نیروی خالص وارد بر بار $q_۲$ که $(\vec{F} = (-۱۸N)\vec{i})$ در خلاف جهت محور x است و جهت $\vec{F}'$، می‌توان نتیجه گرفت که جهت نیروی الکتریکی که بار $q_۴$ به بار $q_۲$ وارد می‌کند $(\vec{F}_{۴۲})$ مطابق شکل بالا به طرف بار $q_۴$ است؛ پس بار $q_۴$ باید با بار $q_۲$ ناهمنام باشد، یعنی: $q_۴ < ۰$

گام حالا اندازهٔ $\vec{F}_{۳۲}$ و $\vec{F}_{۱۲}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{۱۲} = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r_{۱۲}^2} \xrightarrow{\text{تکنیک محاسباتی ۹۰}} F_{۱۲} = ۹۰\times \frac{۵\times ۲}{۱۰^2} = ۹\ N$$

$$\begin{cases} |q_۳| = |q_۱| \\ r_{۳۲} = r_{۱۲} \end{cases} \xrightarrow{F_{۳۲} = F_{۱۲}} F_{۳۲} = ۹\ N$$

اندازهٔ $\vec{F}'$ برابر است با: $F' = \sqrt{F_{۱۲}^2 + F_{۳۲}^2} \xrightarrow{F_{۱۲} = F_{۳۲}} F' = \sqrt{۲}F_{۱۲} = ۹\sqrt{۲}\ N$

گام می‌توان نشان داد که بردارهای $\vec{F}'$ و $\vec{F}_{۴۲}$ بر هم عمودند. بر این اساس اندازهٔ $\vec{F}_{۴۲}$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$F = \sqrt{F'^2 + F_{۴۲}^2} \Rightarrow ۱۸ = \sqrt{(۹\sqrt{۲})^2 + F_{۴۲}^2} \Rightarrow (۱۸)^2 = (۹)^2\times ۲ + F_{۴۲}^2$$

$$\Rightarrow F_{۴۲}^2 = (۱۸)^2 - (۹)^2\times ۲ = (۹)^2(۲^2 - ۲) = (۹)^2\times ۲ \Rightarrow F_{۴۲} = ۹\sqrt{۲}\ N$$

گام حالا $q_۴$ را محاسبه می‌کنیم:

$$r_{۴۲}=\sqrt{۱۰^۲+۱۰^۲} \Rightarrow r_{۴۲}=۱۰\sqrt{۲}\ cm$$

$$F_{۴۲}=۹\sqrt{۲}\ N \Rightarrow k\frac{|q_۴||q_۲|}{r_{۴۲}^۲}=۹\sqrt{۲} \xrightarrow{\text{تکنیک محاسباتی ۹۰}} ۹۰\frac{|q_۴|\times ۲}{(۱۰\sqrt{۲})^۲}=۹\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow |q_۴|=۱۰\sqrt{۲}\ \mu C \xrightarrow{q_۴<۰} q_۴=-۱۰\sqrt{۲}\ \mu C$$

تیزبازی بعد از این‌که فهمیدیم $q_۴<۰$ است، می‌توانیم به این صورت عمل کنیم که چون بارهای $q_۱$ و $q_۳$ هم‌اندازه‌اند و فاصلهٔ آن‌ها تا بار $q_۲$ برابر است، داریم (a: طول ضلع مربع):

$$F_{۱۲}=F_{۳۲}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{a^۲}$$

برایند دو بردار هم‌اندازه و عمود بر هم $\vec{F}_{۱۲}$ و $\vec{F}_{۳۲}$، برابر است با:

$$F'=\sqrt{۲}F_{۱۲}=\sqrt{۲}k\frac{|q_۱||q_۲|}{a^۲}$$

از طرفی مشخص است که بردار $\vec{F}$ روی نیمساز زاویهٔ بین بردارهای $\vec{F}'$ و $\vec{F}_{۴۲}$ قرار دارد و می‌توان نتیجه گرفت که $F_{۴۲}=F'$ است؛ بنابراین:

$$k\frac{|q_۴||q_۲|}{(a\sqrt{۲})^۲}=\sqrt{۲}k\frac{|q_۱||q_۲|}{a^۲} \Rightarrow |q_۴|=۲\sqrt{۲}|q_۱|=۲\sqrt{۲}\times ۵$$

$$=۱۰\sqrt{۲}\ \mu C \xrightarrow{q_۴<۰} q_۴=-۱۰\sqrt{۲}\ \mu C$$

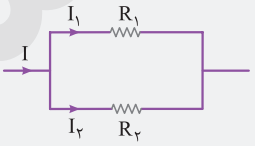
۴۹- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ مطابق شکل روبه‌رو، دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ به صورت متوالی (سری) به هم متصل‌اند:



- مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq}=R_۱+R_۲$

۲ مطابق شکل روبه‌رو، دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ به صورت موازی به هم متصل‌اند:



- مقاومت معادل این دو مقاومت:

$$R_{eq}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}$$

- اگر مقاومت بزرگ‌تر، n برابر مقاومت کوچک‌تر باشد:

$$R_{eq}=\frac{\text{مقاومت بزرگ‌تر}}{n+۱}$$

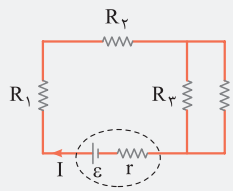
- نسبت جریان عبوری از مقاومت‌ها برابر با وارون نسبت مقاومت‌ها است:

$$\frac{I_۱}{I_۲}=\frac{R_۲}{R_۱}$$

- اصل پایستگی بار الکتریکی:

$$I=I_۱+I_۲$$

۳ جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) در شکل روبه‌رو از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$$

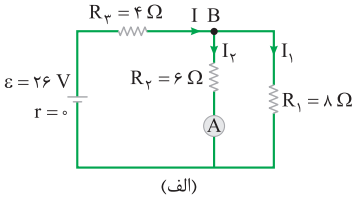
گام در حالت اول (شکل (الف))، مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم:

$R_۱$ و $R_۲$ موازی‌اند. $R_{۱,۲}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}=\frac{۸\times ۶}{\underbrace{۸+۶}_{۱۴}}=\frac{۲۴}{۷}\Omega$

$R_{۱,۲}$ و $R_۳$ متوالی‌اند. $R_{eq}=R_۳+R_{۱,۲}=۴+\frac{۲۴}{۷}=\frac{۲۸+۲۴}{۷}=\frac{۵۲}{۷}\Omega$

I برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۲۶}{\frac{۵۲}{۷}+۰}=\frac{۷}{۲}A$$



(الف)

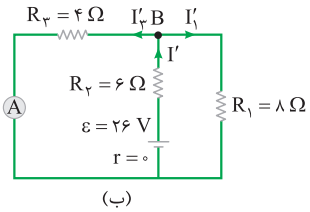
گام جریان عبوری از مقاومت $R_۱=۸\Omega$ $(I_۱)$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{R_۱}{R_۲}=\frac{۸}{۶} \Rightarrow I_۲=\frac{۴}{۳}I_۱$$

اصل پایستگی بار الکتریکی در نقطهٔ B: $I=I_۱+I_۲$

$$\Rightarrow \frac{۷}{۲}=I_۱+\frac{۴}{۳}I_۱ \Rightarrow \frac{۷}{۲}=\frac{۷}{۳}I_۱ \Rightarrow I_۱=۱/۵\ A$$

گام حالا مطابق شکل (ب) جای باتری و آمپرسنج را عوض می‌کنیم. در این حالت مقاومت معادل به صورت زیر به دست می‌آید:



(ب)

$R_۱$ و $R_۳$ موازی‌اند. $R_{۱,۳}=\frac{R_۱R_۳}{R_۱+R_۳}=\frac{۸\times ۴}{۸+۴}=\frac{۸}{۳}\Omega$

$$(\text{یا: } R_۱=\overset{n}{۲}\times R_۳ \Rightarrow R_{۱,۳}=\frac{R_۱}{n+۱}=\frac{۸}{۲+۱}=\frac{۸}{۳}\Omega)$$

$R_۲$ و $R_{۱,۳}$ متوالی‌اند. $R'_{eq}=R_۲+R_{۱,۳}=۶+\frac{۸}{۳}=\frac{۲۶}{۳}\Omega$

I' برابر است با:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}=\frac{۲۶}{\frac{۲۶}{۳}+۰}=۳\ A$$

گام جریان عبوری از مقاومت $R_۱=۸\Omega$ $(I'_۱)$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{I'_۳}{I'_۱}=\frac{R_۱}{R_۳}=\frac{۸}{۴} \Rightarrow I'_۳=۲I'_۱$$

اصل پایستگی بار الکتریکی در نقطهٔ B: $I'=I'_۱+I'_۳ \Rightarrow ۳=I'_۱+۲I'_۱ \Rightarrow I'_۱=۱\ A$

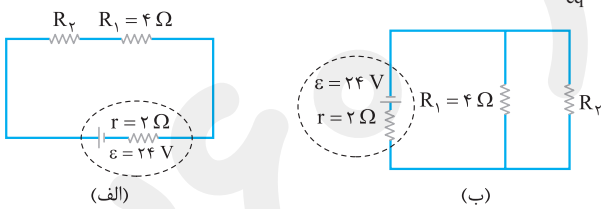
گام حالا تغییر جریان عبوری از مقاومت ۸ اهمی را به دست می‌آوریم:

$$I'_۱-I_۱=۱-۱/۵=-۰/۵\ A$$

۵۰- گزینه ۳

درس‌نامه اگر جریان عبوری از مقاومت R، برابر I باشد، توان مصرفی در این مقاومت از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید: $P=RI^۲$

گام توان خروجی باتری برابر با توان مصرفی در مقاومت معادل است؛ بنابراین مطابق شکل‌های (الف) و (ب) توان خروجی باتری را در دو حالت به کمک روابط $P=R_{eq}I^۲$ و $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ به دست می‌آوریم:



$$P_۱=R_{eq}I^۲=R_{eq}\left(\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\right)^۲ \quad (۱) \qquad \text{و} \qquad P_۲=R'_{eq}I'^۲=R'_{eq}\left(\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}\right)^۲ \quad (۲)$$

گام طبق صورت تست، توان الکتریکی خروجی باتری در حالت اول ۳۶ درصد کم‌تر از توان الکتریکی خروجی باتری در حالت دوم است؛ یعنی:

$$P_۱=P_۲-\frac{۳۶}{۱۰۰}P_۲=\frac{۶۴}{۱۰۰}P_۲$$

$$\frac{P_۱}{P_۲}=\frac{۶۴}{۱۰۰} \xrightarrow{(۱),(۲)} \frac{R_{eq}}{R'_{eq}}\times\frac{(R'_{eq}+r)^۲}{(R_{eq}+r)^۲}=\frac{۶۴}{۱۰۰}$$

$$\xrightarrow[R'_{eq}=\frac{۴R_۲}{R_۲+۴}]{R_{eq}=R_۲+۴} \frac{R_۲+۴}{\frac{۴R_۲}{R_۲+۴}}\times\frac{(\frac{۴R_۲}{R_۲+۴}+۲)^۲}{(R_۲+۴+۲)^۲}=\frac{۶۴}{۱۰۰} \xrightarrow{\text{ساده‌سازی}} \frac{۱}{R_۲}\times\left(\frac{۳R_۲+۴}{R_۲+۶}\right)^۲=\frac{۶۴}{۱۰۰}$$

گام حل معادلهٔ بالا، کار بسیار وقت‌گیری است، برای همین از جای‌گذاری گزینه‌ها استفاده می‌کنیم:

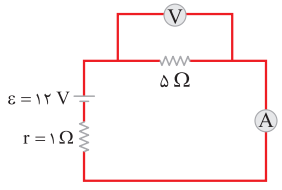
$$R_۲=۴\Omega \Rightarrow \frac{۱}{۴}\times\left(\frac{۱۶}{۱۰}\right)^۲=\frac{۱۶\times \overset{۴}{\cancel{۱۶}}}{\underset{۱}{\cancel{۴}}\times ۱۰۰}=\frac{۶۴}{۱۰۰}\ \checkmark$$

۵۱- گزینه ۱

گام ✌ در حالت اول (شکل الف)، آمپرسنج آرمانی جریان کل عبوری از مدار و ولت‌سنج آرمانی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۵ Ω را نشان می‌دهد؛ بنابراین:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{۱۲}{۵+۱}=۲\,A$$

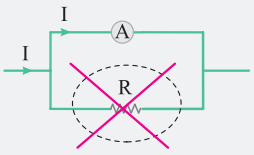
$$V=RI=۵\times ۲=۱۰\,V$$



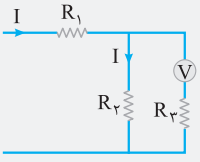
(الف)

گام ✌

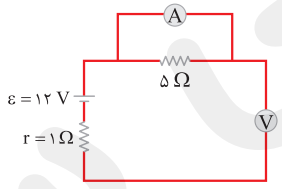
نکته ۱ اگر مطابق شکل روبه‌رو، آمپرسنج آرمانی را موازی با شاخه‌ای ببندیم، آن شاخه اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود.



۲ اگر مطابق شکل روبه‌رو، ولت‌سنج آرمانی در شاخه‌ای قرار بگیرد، جریان عبوری از آن شاخه برابر صفر می‌شود.



حالا مطابق شکل (ب)، جای آمپرسنج و ولت‌سنج را عوض می‌کنیم؛ با توجه به نکته‌های بالا، در این حالت ولت‌سنج آرمانی، جریان عبوری از مدار را صفر و آمپرسنج آرمانی، مقاومت ۵ اهمی را اتصال کوتاه می‌کند؛ در این صورت: $I'=۰, V'=\varepsilon=۱۲\,V$



(ب)

در نتیجه:

(الف): عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد، **۲ A کاهش** می‌یابد. (از ۲ A به صفر می‌رسد.) ✓

(ب): عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، **۲ V افزایش** می‌یابد. (از ۱۰ V به ۱۲ V می‌رسد.) ✓

(پ): اختلاف پتانسیل مقاومت ۵ اهمی، **۱۰ V کاهش** می‌یابد. (از ۱۰ V به صفر می‌رسد.) ✗

۵۲- گزینه ۴

درس‌نامه قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:

با تغییر شار مغناطیسی عبوری از یک مدار بسته، نیروی محرکه‌ای در آن القا می‌شود. نیروی محرکهٔ القایی متوسط در این مدار از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\varepsilon_{av}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow[\text{فقط B تغییر کند.}]{\Phi=BA\cos\theta}\varepsilon_{av}=-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta$$

N: تعداد حلقه‌ها؛ A: مساحت حلقه؛ θ: زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی و نیم‌خط عمود بر سطح حلقه؛ $\frac{\Delta B}{\Delta t}$: آهنگ تغییر اندازهٔ میدان مغناطیسی

◇ معمولاً در تست‌ها، زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی و سطح حلقه (α) را می‌دهند. α متمم زاویهٔ θ است، یعنی: $\theta=۹۰^\circ-\alpha$

سطح حلقه عمود بر میدان مغناطیسی است؛ بنابراین:

$$\alpha=۹۰^\circ\Rightarrow\theta=۹۰^\circ-\alpha=۹۰^\circ-۹۰^\circ=۰$$

اندازهٔ میدان مغناطیسی در محل پیچه، ابتدا $B_۱=۲۰۰\,G$ و پس از خارج‌شدن پیچه از میدان برابر با $B_۲=۰$ است؛ بنابراین:

$$|\varepsilon_{av}|=|-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta|=|-۱۰۰\times\frac{(۰-۲۰۰)\times۱۰^{-۴}}{۰/۱}\times(۵۰\times۱۰^{-۴})\times\underbrace{\cos۰^\circ}_{۱}|$$

(تبدیل G به T)

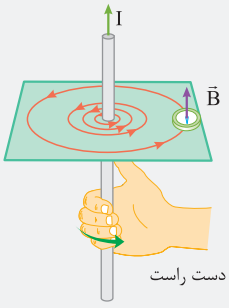
$$=\frac{۲}{۰/۱}\times۵۰\times۱۰^{-۴}=۱۰^{-۱}\,V\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=۰/۱\,V$$

۵۳- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ میدان مغناطیسی حاصل از یک سیم مستقیم حامل جریان:

الف) تعیین جهت میدان مغناطیسی:

با استفاده از قاعدهٔ دست راست می‌توان این جهت را تعیین کرد. مطابق این قاعده، اگر سیم را در دست راست خود بگیرید به گونه‌ای که انگشت شست در جهت جریان الکتریکی باشد، جهت خم‌شدن چهار انگشت دست شما جهت خط‌های میدان مغناطیسی را در اطراف سیم نشان می‌دهد (شکل الف).

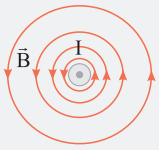


(الف)

ب) بررسی اندازهٔ میدان مغناطیسی:

◇ همان‌طور که در شکل (ب) می‌بینید، با فاصله‌گرفتن از سیم، تراکم خطوط میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد؛ بنابراین با **افزایش** فاصله از سیم مستقیم، اندازهٔ میدان مغناطیسی **کاهش** می‌یابد.

◇ با **افزایش** جریان عبوری از سیم، اندازهٔ میدان مغناطیسی در فاصلهٔ معینی از سیم، **افزایش** می‌یابد.



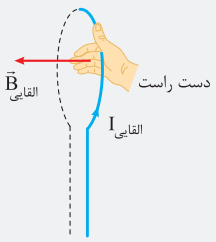
(ب)

۲ قانون لنز: با تغییر شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه (یا پیچه یا سیم‌لوله)، میدان مغناطیسی القایی در داخل حلقه به وجود می‌آید که جهت آن طبق جدول زیر تعیین می‌شود:

چگونگی تغییر شار مغناطیسی	جهت میدان مغناطیسی القایی
افزایش	در خلاف جهت میدان مغناطیسی اصلی
کاهش	هم‌جهت با میدان مغناطیسی اصلی

۳ قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت جریان القایی:

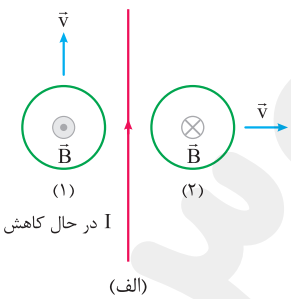
اگر چهار انگشت دست راست را در جهت میدان مغناطیسی در داخل حلقه قرار دهیم، شست دست جهت جریان القایی در حلقه را نشان می‌دهد (شکل پ).



(پ)

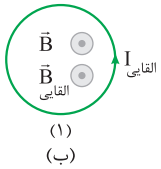
گام ✌ مطابق شکل (الف)، به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت میدان حاصل از سیم حامل جریان را داخل هر یک از حلقه‌ها تعیین می‌کنیم.

گام ✌ **حلقهٔ (۱)**: چون جریان عبوری از سیم در حال کاهش است، میدان حاصل از آن نیز کاهش می‌یابد. از طرفی با توجه به جهت حرکت حلقهٔ (۱)، فاصلهٔ آن با سیم تغییر نمی‌کند؛ بنابراین شار گذرنده از حلقهٔ (۱) کاهش می‌یابد و طبق قانون لنز، جریان القایی باید در جهتی باشد که این کاهش شار را جبران کند.



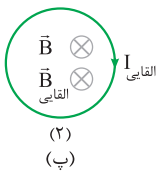
(الف)

از آن‌جا که میدان اصلی $(\vec{B})$ برون‌سو بوده است، میدان حاصل از جریان القایی هم باید برون‌سو باشد؛ پس به کمک قاعدهٔ دست راست و مطابق شکل (ب) جریان القایی **در حلقهٔ (۱)** باید **پادساعتگرد** باشد.



(ب)

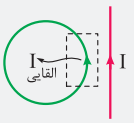
گام ✌ **حلقهٔ (۲)**: جریان عبوری از سیم در حال کاهش است و حلقهٔ (۲) در حال دورشدن از سیم است. هر دو تغییر باعث کاهش شار مغناطیسی گذرنده از حلقهٔ (۲) می‌شود؛ پس طبق قانون لنز، جریان القایی باید در جهتی باشد که این کاهش شار را جبران کند. با توجه به این توضیحات، جهت میدان مغناطیسی حاصل از جریان القایی در داخل حلقهٔ (۲) باید درون‌سو یعنی هم‌جهت با میدان اصلی $(\vec{B})$ باشد. در نتیجه مطابق شکل (پ)، جریان القایی در **حلقهٔ (۲)** باید **ساعتگرد** باشد.



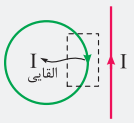
(پ)

پیش‌نیاز فهمیدن تیزبازی، نکتهٔ زیر است:

نکته هرگاه شار مغناطیسی عبوری از حلقه در حال **کاهش** باشد، مطابق شکل (الف) جریان القایی در قسمتی از حلقه که به سیم نزدیک‌تر است (داخل ناحیهٔ خط‌چین)، **هم‌جهت** با I است. هم‌چنین اگر شار مغناطیسی عبوری از حلقه در حال **افزایش** باشد، مطابق شکل (ب) جریان القایی در قسمتی از حلقه که به سیم نزدیک‌تر است (داخل ناحیهٔ خط‌چین)، در **خلاف جهت** I است.

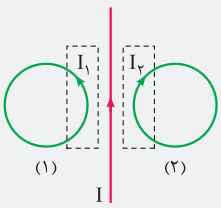


شار در حال کاهش (الف)



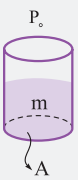
شار در حال افزایش (ب)

تیزبازی چون شار عبوری از هر دو حلقه در حال کاهش است (به همان دلایلی که در گام‌های دوم و سوم گفتیم)، جریان القایی عبوری از قسمتی از حلقه‌ها که به سیم نزدیک‌تر است (داخل نواحی خط‌چین)، هم‌جهت با جریان عبوری از سیم است؛ یعنی مطابق شکل مقابل، جریان عبوری از حلقه‌های (۱) و (۲) به ترتیب پادساعتگرد و ساعتگرد است.



۵۴- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ اگر مطابق شکل روبه‌رو درون ظرفی استوانه‌ای‌شکل که سطح مقطع آن برابر A است، جرم m از مایعی بریزیم، فشار ناشی از مایع و فشار کل در کف ظرف از روابط زیر به دست می‌آید:



$$P_{\text{مایع}} = \frac{mg}{A}$$

$$P_{\text{کل}} = P_0 + \frac{mg}{A}$$

۲ چگالی: $\rho = \frac{m \to \text{جرم جسم}}{V \to \text{حجم جسم}}$

روش گام ابتدا ارتفاع جیوهٔ درون ظرف را به دست می‌آوریم. برای این کار داریم:

$$\rho_{\text{جیوه}} = \frac{m_{\text{جیوه}}}{V_{\text{جیوه}}} \Rightarrow 13/6 = \frac{272}{V_{\text{جیوه}}} \Rightarrow V_{\text{جیوه}} = 20\,cm^3$$

$$V_{\text{جیوه}} = Ah_{\text{جیوه}} \Rightarrow 20 = 20 \times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 1\,cm$$

بنابراین فشار ناشی از جیوه، $P_{\text{جیوه}} = 1\,cmHg$ است.

گام ظرف، استوانه‌ای است و جرم آب، ۲ برابر جرم جیوه است $(272 \times 2 = 544)$؛ بنابراین طبق رابطهٔ $P = \frac{mg}{A}$، فشار ناشی از آب هم، ۲ برابر فشار ناشی از جیوه است. به زبان ریاضی:

$$P = \frac{mg}{A} \xrightarrow[m_{\text{آب}} = 2m_{\text{جیوه}}]{\text{ثابت: A و g}} P_{\text{آب}} = 2P_{\text{جیوه}} = 2 \times 1\,cmHg = 2\,cmHg$$

گام فشار کل در ته لوله برابر است با:

$$P_{\text{ته لوله}} = P_{\text{هوا}} + P_{\text{جیوه}} + P_{\text{آب}} = 75 + 1 + 2 = 78\,cmHg$$

حالا باید این مقدار را برحسب پاسکال به دست بیاوریم.

نکته در تست‌ها معمولاً چگالی جیوه را $13/6\ g/cm^3$ در نظر می‌گیرند؛ به خاطر همین، اگر فشار برحسب سانتی‌متر جیوه را در ۱۳۶۰ ضرب کنید، فشار برحسب پاسکال به دست می‌آید:

$$P(Pa) = \frac{\rho_{\text{جیوه}}}{10} \times P(cmHg) \xrightarrow{\rho_{\text{جیوه}} = 13600\,kg/m^3} P(Pa) = 1360 \times P(cmHg)$$

$$P_{\text{ته لوله}}(Pa) = 1360 \times 78 = 106080\,Pa$$

روش گام چون ظرف استوانه‌ای‌شکل است، فشار ناشی از جیوه و آب به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P_{\text{مایع‌ها}} = \frac{m_{\text{کل}}g}{A} = \frac{(272 + 544) \times 10^{-3} \times 10}{20 \times 10^{-4}} = 4080\,Pa$$

گام به کمک نکته‌ای که در گام سوم روش اول گفتیم، فشار هوا را برحسب پاسکال به دست می‌آوریم:

$$P_0(Pa) = 1360 \times P_0(cmHg) = 1360 \times 75 = 102000\,Pa$$

گام فشار در ته لوله برابر است با:

$$P_{\text{ته لوله}} = P_0 + P_{\text{مایع‌ها}} = 102000 + 4080 = 106080\,Pa$$

۵۵- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ انرژی جنبشی جسمی به جرم m و تندی v، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

۲ کار نیروی وزن جسم برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم است:

$$W_{mg} = -\Delta U = -mg\Delta h$$

در رابطهٔ بالا، اگر جسم از سطح زمین دور شود، $\Delta h > 0$ و اگر جسم به سطح زمین نزدیک شود، $\Delta h < 0$ است.

۳ قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: کار کل انجام شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_2 - K_1$$

- رابطهٔ بالا برای هر نوع مسیری برقرار است.
- انرژی جنبشی در آغاز و پایان مسیر مهم است و این‌که در طول مسیر انرژی جنبشی جسم چگونه تغییر کرده، اهمیتی ندارد.

۴ انرژی مکانیکی جسم برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل جسم است:

$$E = K + U$$

۵ قانون پایستگی انرژی: کار نیروهای اتلافی مانند اصطکاک و مقاومت هوا برابر با تغییر انرژی مکانیکی است:

$$W_f = \Delta E = \Delta K + \Delta U$$

کار نیروی مقاومت هوا را می‌خواهیم:

روش قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: فقط دو نیروی وزن و مقاومت هوا روی جسم کار انجام می‌دهند. داریم:

$$W_f + W_{mg} = \Delta K \Rightarrow W_f + (-mg\Delta h) = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow W_f - 0/2 \times 10 \times (-15) = \frac{1}{2} \times \frac{8}{10}(18^2 - 10^2)$$

یادآوری اتحاد مزدوج: $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$$\Rightarrow W_f + 30 = \frac{1}{10}\underbrace{(18-10)}_{8}\underbrace{(18+10)}_{28}$$

$$\Rightarrow W_f + 30 = 22/4 \Rightarrow W_f = -7/6\,J$$

روش قانون پایستگی انرژی:

$$W_f = \Delta K + \Delta U = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) + mg\Delta h$$

$$= \frac{1}{2} \times 0/2 \times (18^2 - 10^2) + 0/2 \times 10 \times (-15)$$

$$= 0/1 \times \underbrace{(18-10)}_{8}\underbrace{(18+10)}_{28} - 30 \Rightarrow W_f = -7/6\,J$$

۵۶- گزینه ۲

استراتژی در تست‌های تعادلی که فقط دمای اجسام تغییر می‌کند، برای محاسبهٔ خواستهٔ تست:

مجموع گرماهای مبادله‌شدهٔ اجسام تا برقراری تعادل را برابر صفر قرار می‌دهیم (قانون پایستگی انرژی). به زبان ریاضی: $Q_1 + Q_2 + \ldots = 0$

درس‌نامه گرمای لازم برای تغییر دما:

$$Q = \underbrace{m}_{\text{جرم جسم}}\underbrace{c}_{\text{گرمای ویژهٔ جسم}}(\underbrace{\theta_2}_{\text{دمای ثانویه}} - \underbrace{\theta_1}_{\text{دمای اولیه}}) \quad , \quad mc = C \to \text{ظرفیت گرمایی جسم}$$

روش طبق قانون پایستگی انرژی، جمع جبری گرماهای مبادله‌شده بین سه ماده (آب، مس و فلز) برابر با صفر است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم: $Q_{\text{آب}} + Q_{\text{مس}} + Q_{\text{فلز}} = 0$

$$\Rightarrow m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}\Delta\theta_{\text{آب}} + m_{\text{مس}}c_{\text{مس}}\Delta\theta_{\text{مس}} + C_{\text{فلز}}\Delta\theta_{\text{فلز}} = 0$$

$$\Rightarrow (520 \times 10^{-3}) \times 4200 \times (20-15) + (100 \times 10^{-3}) \times 400 \times$$

$$(20-50) + C_{\text{فلز}}(20-60) = 0 \Rightarrow 52 \times 210 - 1200 - 40C_{\text{فلز}} = 0$$

$$\xrightarrow{\div 40} 13 \times 21 - 30 - C_{\text{فلز}} = 0 \Rightarrow C_{\text{فلز}} = 273 - 30 = 243\,J/K$$

روش

نکته در تست‌های تعادل گرمایی، اگر تغییر حالت نداشته باشیم، دمای تعادل را از رابطهٔ زیر نیز می‌توان محاسبه کرد:

$$\theta_e = \frac{m_1c_1\theta_1 + m_2c_2\theta_2 + \dots}{m_1c_1 + m_2c_2 + \dots}$$

با توجه به نکتهٔ بالا:

$$\theta_e = \frac{m_{آب}c_{آب}\theta_{آب} + m_{مس}c_{مس}\theta_{مس} + C_{فلز}\theta_{فلز}}{m_{آب}c_{آب} + m_{مس}c_{مس} + C_{فلز}}$$

$$\Rightarrow ۲۰ = \frac{۰/۵۲۰\times۴۲۰۰\times۱۵ + ۰/۱\times۴۰۰\times۵۰ + C_{فلز}\times۶۰}{۰/۵۲۰\times۴۲۰۰ + ۰/۱\times۴۰۰ + C_{فلز}}$$

$$\Rightarrow ۲۰ = \frac{۳۴۷۶۰ + ۶۰C_{فلز}}{۲۲۲۴ + C_{فلز}} \Rightarrow ۴۴۴۸۰ + ۲۰C_{فلز} = ۳۴۷۶۰ + ۶۰C_{فلز}$$

$$\Rightarrow ۴۰C_{فلز} = ۹۷۲۰ \Rightarrow C_{فلز} = \frac{۹۷۲۰}{۴۰} = ۲۴۳\ J/K$$

تله اگر تبدیل واحد گرم به کیلوگرم را فراموش کنید، به ۳ می‌رسید.

۵۷- گزینه ۲

انرژی جنبشی ماهواره به صورت زیر به دست می‌آید:

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \xrightarrow[v=۲/۵\times۱۰^۳\ m/s]{m=۲۰۰\ kg} K = \frac{۱}{۲}(۲۰۰)(۲/۵\times۱۰^۳)^۲$$

$$= ۶/۲۵\times۱۰^۸\ J \xrightarrow{۱۰^۶\ J=۱\ MJ} K = ۶/۲۵\times۱۰^۲\ MJ$$

۵۸- گزینه ۳

درس‌نامه

۱ رابطهٔ بین مقیاس‌های دمایی فارنهایت و سلسیوس: $F = \frac{۹}{۵}\theta + ۳۲$

۲ رابطهٔ بین مقیاس‌های دمایی کلوین و سلسیوس: $T = ۲۷۳ + \theta$

گام ابتدا دمای جسم را برحسب درجهٔ سلسیوس به دست می‌آوریم:

$$F = \frac{۹}{۵}\theta + ۳۲ \xrightarrow{F=۵\theta} ۱/۸\theta + ۳۲ = ۵\theta \Rightarrow ۳/۲\theta = ۳۲ \Rightarrow \theta = ۱۰\ ^\circ C$$

گام دمای جسم برحسب کلوین برابر است با:

$$T = \theta + ۲۷۳ \xrightarrow{\theta=۱۰\ ^\circ C} T = ۱۰ + ۲۷۳ = ۲۸۳\ K$$

۵۹- گزینه ۴

درس‌نامه نمادگذاری علمی: برای نوشتن اعداد به روش نمادگذاری علمی باید عدد مربوطه را به صورت حاصل‌ضرب عددی از ۱ تا ۱۰ در توان صحیحی از ۱۰ نوشت. به زبان ریاضی:

$a\times۱۰^Z, (۱ \le a < ۱۰)$

گام بار الکتریکی را برحسب کولن می‌نویسیم:

$$q = ۱۶۰\times۱۰^{-۱۰}\ \mu C \xrightarrow{۱\mu C=۱۰^{-۶}\ C} q = ۱۶۰\times۱۰^{-۱۰}\times۱۰^{-۶} = ۱۶۰\times۱۰^{-۱۶}\ C$$

گام q را برحسب نمادگذاری علمی می‌نویسیم: $q = ۱/۶۰\times۱۰^{-۱۴}\ C$

تله بی‌توجهی به تبدیل یکا، شما را به ۲ می‌رساند.

۶۰- گزینه ۱

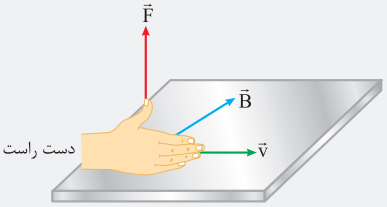
درس‌نامه ذره‌ای با بار q در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ در حال حرکت با سرعت $\vec{v}$ است:

◇ **اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره:** $F = |q|vB\sin\theta$

در رابطهٔ بالا، θ زاویهٔ بین جهت حرکت بار الکتریکی (بردار $\vec{v}$) و جهت میدان مغناطیسی (بردار $\vec{B}$) است.

◇ **جهت نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره:** به کمک قاعدهٔ دست راست تعیین می‌شود.

طبق این قاعده، اگر چهار انگشت دست راست را طوری در جهت بردار سرعت ذره ($\vec{v}$) قرار دهیم که بردار میدان مغناطیسی ($\vec{B}$) از کف دست خارج شود، شست دست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره با بار مثبت را نشان می‌دهد. (شکل مقابل را ببینید.)



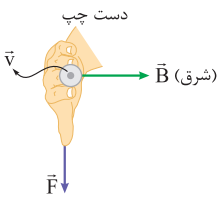
نکته اگر بار ذره منفی باشد، این قاعده را با دست چپ اجرا می‌کنیم.

علامت بار ذره	جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره
مثبت	قاعدهٔ دست راست
منفی	قاعدهٔ دست راست را با دست چپ اجرا می‌کنیم.

گام اندازهٔ میدان مغناطیسی را به دست می‌آوریم (*حواستون باشه چون نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون بیشینه است؛ پس* $\theta = ۹۰^\circ$ *است*).

$$F = |q|vB\sin\theta \Rightarrow ۴\times۱۰^{-۱۴} = (۱/۶\times۱۰^{-۱۹})\times(۵\times۱۰^۵)\times B\times\sin۹۰^\circ$$
$$\Rightarrow B = ۰/۵\ T$$

گام برای تعیین جهت میدان مغناطیسی باید از قاعدهٔ دست راست استفاده کنیم. توجه کنید که چون بار الکتریکی الکترون منفی است، این قاعده را با دست چپمان اجرا می‌کنیم. بنابراین با توجه به شکل مقابل، جهت میدان مغناطیسی به سمت **شرق** است.



تله اگر حواستان به بار منفی الکترون نباشد، جهتی که برای $\vec{B}$ تعیین می‌کنید به سمت غرب خواهد بود و در تلهٔ ۲ می‌افتید.

شیمی

۶۱- گزینه ۱

استراتژی ابتدا تعداد مول متانول و اتانول در مخلوط را به ترتیب x و y در نظر بگیر و با توجه به معادلهٔ واکنش سوختن کامل دو الکل و اطلاعات داده‌شده در صورت سؤال، از طریق نوشتن دو معادلهٔ دو مجهولی، x و y را به دست بیار. با به دست آمدن مول متانول و اتانول (x و y) از طریق جرم‌های مولی، جرم هر کدام و درصد جرمی متانول را حساب کن. برای قسمت دوم سؤال هم کافیه که مول‌های $CO_۲$ تولیدشده در واکنش‌های سوختن دو الکل رو با هم جمع کنی و اونو به حجم گاز در شرایط STP تبدیل کنی.

گام تعداد مول متانول ($CH_۳OH$) و اتانول ($C_۲H_۵OH$) در مخلوط را به ترتیب x و y در نظر می‌گیریم.

نکته در واکنش سوختن کامل ترکیب‌های آلی، تمام اتم‌های کربن موجود در ترکیب، به $CO_۲$ تبدیل می‌شود؛ بنابراین برای سرعت عمل بیشتر نیازی به نوشتن کامل معادلهٔ موازنه‌شدهٔ سوختن نیست، کافیست ضریب ترکیب را ۱ و ضریب $CO_۲$ را برابر با تعداد اتم‌های کربن ترکیب در نظر بگیرید. $C_xH_yO_z \rightarrow xCO_۲$

با توجه به نکتهٔ گفته‌شده، مول $CO_۲$ حاصل از سوختن کامل هر الکل برابر است با:

$$CH_۳OH \sim CO_۲$$
$$x\ mol \quad x\ mol$$
$$C_۲H_۵OH \sim ۲CO_۲$$
$$y\ mol \quad ۲y\ mol$$

با توجه به اطلاعات داده‌شده در سؤال داریم:

$$\text{مجموع تعداد مول متانول و اتانول} = ۱/۸ \Rightarrow x + y = ۱/۸\ (۱)$$

نکته در یک مخلوط گازی، درصد (نسبت) حجمی گازها با درصد (نسبت) مولی آن‌ها برابر است؛ مثلاً اگر درصد حجمی گاز A، ۴۰٪ باشد، می‌توان گفت درصد مولی آن برابر ۴۰٪ است.

$$\frac{\text{حجم گاز A}}{\text{حجم گاز B}} = \frac{\text{تعداد مول یا مولکول گاز A}}{\text{تعداد مول یا مولکول گاز B}} \left(\frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1}\right)$$

حجم CO_2 در سوختن متانول: با توجه به اطلاعات داده‌شده در سؤال

حجم CO_2 در سوختن اتانول $\times$ ۰/۴ = حجم CO_2 در سوختن متانول

$\Rightarrow$ مول CO_2 در سوختن اتانول $\times$ ۰/۴ = مول CO_2 در سوختن متانول

$$\xrightarrow[\text{سوختن الکل‌ها}]{\text{با توجه به معادلهٔ واکنش‌های}} x = 0/4(2y) = 0/8y$$

$$\xrightarrow{(1):\ x+y=1/8} y = 1 \Rightarrow x = 0/8$$

گام برای محاسبهٔ درصد جرمی متانول در مخلوط $\left(\frac{\text{جرم متانول}}{\text{جرم مخلوط}} \times 100\right)$، به جرم دو الکل نیاز داریم؛ بنابراین:

$$\text{جرم متانول } (CH_4O) = 0/8 \text{ mol} \times \frac{32 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 25/6 \text{ g}$$

$$\text{جرم اتانول } (C_2H_6O) = 1 \text{ mol} \times \frac{46 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 46 \text{ g}$$

$$\text{کل جرم مخلوط} = 25/6 + 46 = 71/6 \text{ g}$$

$$\text{درصد جرمی متانول در مخلوط اولیه} = \frac{\text{جرم متانول}}{\text{جرم مخلوط}} \times 100$$

$$= \frac{25/6}{71/6} \times 100 < 50\% \Rightarrow (35/7\%) \text{ ۳ و ۱}$$

تیزبازی از اون‌جایی که مول متانول (۰/۸ mol) از اتانول (۱ mol) کم‌تره و جرم مولی متانول (CH_3OH) هم از اتانول (C_2H_5OH) کم‌تر است، بدون محاسبه هم می‌تونیم نتیجه بگیریم که درصد جرمی متانول در این مخلوط، کم‌تر از ۵۰٪ جرمی است و ۲ و ۴ پَر!

گام *برای قسمت دوم سؤال، هواستون باشه که* در شرایط STP (دمای ۰ °C و فشار ۱ atm)، فقط CO_2 به حالت گاز است؛ با توجه به ضریب CO_2 در واکنش‌های سوختن داریم:

کل مول CO_2 تولیدشده $= x + 2y = 2/8$ mol

$$\Rightarrow \text{حجم } CO_2 = 2/8 \text{ mol} \times \frac{22/4 \text{ L}}{1 \text{ mol}} < 3 \times 22/4 = 67/2 \text{ L}$$

$\Rightarrow$ (۶۲/۷۲) ۱

تله اگر H_2O را هم جزء گاز تولیدشده در نظر می‌گرفتید، برای قسمت دوم سؤال به عدد ۷۶/۱۶۵ می‌رسیدید و به اشتباه ۳ را انتخاب می‌کردید:

$$CH_3OH \sim CO_2 + 2H_2O$$
$$0/8 \text{ mol} \quad 0/8 \text{ mol} \quad 1/6 \text{ mol}$$
$$C_2H_5OH \sim 2CO_2 + 3H_2O$$
$$1 \text{ mol} \quad 2 \text{ mol} \quad 3 \text{ mol}$$

مجموع مول CO_2 و H_2O $= (0/8 + 1/6) + (2 + 3) = 7/4$ mol

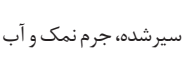
$$\Rightarrow \text{مجموع حجم} = 7/4 \text{ mol} \times \frac{22/4 \text{ L}}{1 \text{ mol}} = 165/76 \text{ L}$$

۶۲- گزینه ۲

در گروه ۱۸، آرایش الکترون‌ـ نقطه‌ای هلیم (:He:) با سایر گازهای نجیب (:$\ddot{X}$:) متفاوت است.

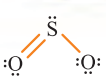
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱



$$\frac{\text{شمار الکترون‌های ناپیوندی}}{\text{شمار الکترون‌های پیوندی}} = \frac{8 \times 2}{4 \times 2} = 2$$

۳ با هم ببینیم:

گوگرد دی‌اکسید $\Rightarrow SO_2 \Rightarrow$ 

کربن دی‌سولفید $\Rightarrow CS_2 \Rightarrow \ddot{S}=C=\ddot{S}$

۴ **روش** رسم ساختار لوویس گونه‌ها:

$NO_2^- \Rightarrow [:\ddot{O}-\ddot{N}=\ddot{O}]^-$

$CN^- \Rightarrow [:C\equiv N:]^-$

روش استفاده از فرمول:

نکته برای تعیین تعداد کل شمار پیوندهای اشتراکی در یک گونه **بدون رسم ساختار لوویس** آن، می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی} = \frac{\left[\begin{array}{l}(\text{۱}\times\text{تعداد اتم‌های هیدروژن یا هالوژن}) + (\text{۴}\times\text{تعداد اتم‌های کربن و عناصر گروه ۱۴}) \\ (\text{۳}\times\text{تعداد اتم‌های نیتروژن و عناصر گروه ۱۵}) + (\text{۲}\times\text{تعداد اتم‌های اکسیژن و عناصر گروه ۱۶})\end{array}\right]}{2}$$

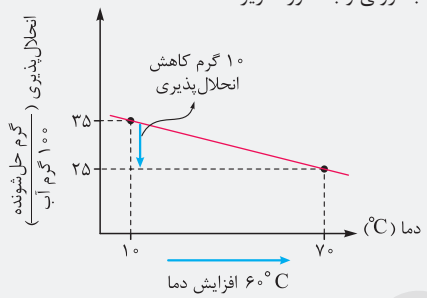
$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی در } NO_2^- = \frac{\overbrace{(1\times3)}^{N} + \overbrace{(2\times2)}^{O} - 1}{2} = 3$$

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی در } CN^- = \frac{\overbrace{(1\times4)}^{C} + \overbrace{(1\times3)}^{N} - 1}{2} = 3$$

در ساختار هر دو یون، ۳ جفت‌الکترون پیوندی (پیوند اشتراکی) وجود دارد.

۶۳- گزینه ۴

شفاف‌سازی ۱ در این نمک، با افزایش دما، انحلال‌پذیری کاهش یافته است؛ یعنی نمودار انحلال‌پذیری این نمک در آب نزولی و به صورت زیر است:



۲ سؤال به ما غلظت مولار (۲ مولار) و جرم محلول سیرشدهٔ اولیه (۲۵۰ گرم) و چگالی محلول (1 g.mL^{-1}) را داده است و گفته به ازای تغییر ۱۵درجه‌ای دما (افزایش دما به مقدار ۱۵ °C)، چند درصد نمک در محلول ۲ مولار اولیه رسوب می‌کند؛ یعنی:

$$\text{درصد نمک رسوب‌کرده} = \frac{\text{مقدار نمک رسوب‌کرده}}{\text{مقدار نمک اولیه در محلول}} \times 100$$

یا $\frac{\text{میزان کاهش انحلال‌پذیری}}{\text{مقدار انحلال‌پذیری اولیه}} \times 100$

پس ما به دو روش می‌تونیم این سؤال رو حل کنیم.

روش ما برای محاسبهٔ درصد نمک رسوب‌کرده، علاوه بر مقدار نمک رسوب‌کرده به مقدار نمک اولیهٔ موجود در محلول نیاز داریم:

$$\text{درصد نمک رسوب‌کرده} = \frac{\text{مقدار نمک رسوب‌کرده}}{\text{مقدار نمک اولیه}} \times 100$$

با روند تغییر انحلال‌پذیری با دما به دست می‌آید.
با استفاده از جرم، چگالی و غلظت مولار محلول اولیه به دست می‌آید.

گام محاسبهٔ مقدار نمک اولیه:

می‌توانیم با توجه به غلظت مولار محلول سیرشده، جرم نمک و آب را در محلول اولیه حساب کنیم:

$$\text{جرم محلول} = 250 \text{ g} \xrightarrow{d=1 \text{ g.mL}^{-1}} \text{حجم محلول} = 250 \text{ mL} = 0/25 \text{ L}$$

$\text{مول حل‌شونده} = ۰/۵\ \text{mol} \Rightarrow \text{غلظت مولار} = \frac{\text{مول حل‌شونده}}{\text{حجم محلول}} \Rightarrow ۲ = \frac{\text{مول حل‌شونده}}{۰/۲۵\ \text{L}}$

$\text{جرم حل‌شونده} = ۰/۵\ \text{mol} \times \frac{۱۱۰\ \text{g}}{۱\ \text{mol}} = ۵۵\ \text{g}$

$\text{جرم آب} = \text{جرم محلول} - \text{جرم حل‌شونده} = ۲۵۰ - ۵۵ = ۱۹۵\ \text{g}$

گام ۱ محاسبهٔ مقدار نمک رسوب‌کرده:

باتوجه‌به‌اطلاعات‌سؤال،به‌ازای $۶۰\ ^\circ\text{C}$ افزایش‌دما،انحلال‌پذیری‌نمک‌به‌میزان $۳۵ - ۲۵ = ۱۰$ گرم کاهش یافته است. حالا دمای محلول اولیه، ۱۵ درجهٔ سلسیوس تغییر کرده است. با توجه به خطی‌بودن معادلهٔ انحلال‌پذیری، می‌توان گفت که به ازای افزایش دما به میزان $۱۵\ ^\circ\text{C}$، انحلال‌پذیری نمک به ازای ۱۰۰ گرم آب، ۲/۵ گرم کاهش می‌یابد.

$\text{کاهش انحلال‌پذیری} = \frac{\text{کاهش انحلال‌پذیری}}{\text{تغییر دما}} \times \text{تغییر دما} = \frac{۱۰\ \text{g}}{۶۰\ ^\circ\text{C}} \times ۱۵\ ^\circ\text{C} = ۲/۵\ \text{g}$

در گام اول دیدیم که در محلول، ۱۹۵ گرم آب وجود دارد؛ پس میزان کاهش انحلال‌پذیری به ازای ۱۹۵ گرم آب برابر است با:

$\text{کاهش انحلال‌پذیری} = \frac{۱۹۵}{۴۰} \times \frac{\text{کاهش انحلال‌پذیری}}{\text{آب}} = \frac{۱۹۵}{۴۰}\ \text{g} \times \frac{۲/۵\ \text{g}}{۱۰۰\ \text{g آب}}$

گام ۲ محاسبهٔ درصد نمک رسوب‌کرده:

از ۵۵ گرم نمک اولیه، $\frac{۱۹۵}{۴۰}$ گرم آن رسوب می‌کند. پس درصد نمک رسوب‌کرده برابر است با:

$\text{درصد نمک رسوب‌کرده} = \frac{\text{مقدار نمک رسوب‌کرده}}{\text{مقدار نمک اولیه}} \times ۱۰۰ = \frac{\frac{۱۹۵}{۴۰}}{۵۵} \times ۱۰۰ = \frac{۱۹۵}{۲۲} \simeq ٪۸/۹$

روش می‌دانیم که به دلیل کاهش مقدار انحلال‌پذیری، نمک رسوب می‌کند. از *اونهایی* که سؤال درصد نمک رسوب‌کرده *رو* خواسته (و نه مقدار نمک رسوب‌کرده!) می‌توانیم بی‌خیال جرم اولیهٔ محلول *بشیم* و مستقیم با مقدار انحلال‌پذیری کار کنیم. (دقت کنید که درصد نمک رسوب‌کرده به جرم اولیهٔ محلول سیرشده بستگی ندارد.):

$\text{درصد نمک رسوب‌کرده} = \frac{\text{جرم رسوب تولیدشده}}{\text{جرم اولیهٔ نمک در محلول}} \times ۱۰۰$

$= \frac{\text{میزان کاهش انحلال‌پذیری}}{\text{انحلال‌پذیری نمک در محلول اولیه}} \times ۱۰۰$

آ) محاسبهٔ انحلال‌پذیری نمک در دمای اولیه:

با توجه به این‌که غلظت محلول سیرشده، ۲ مولار است، خواهیم داشت:

$\text{غلظت} = \frac{۲\ \text{mol}}{۱\ \text{L}} = \frac{\text{نمک } ۲ \times ۱۱۰\ \text{g}}{\text{محلول } ۱۰۰۰\ \text{mL}(۱۰۰۰\ \text{g})} \Rightarrow \begin{cases} \text{نمک } ۲۲۰\ \text{g} \\ \text{آب } ۱۰۰۰ - ۲۲۰ = ۷۸۰\ \text{g} \end{cases}$

$\Rightarrow \text{انحلال‌پذیری نمک} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم آب}} \times ۱۰۰ = \frac{۲۲۰}{۷۸۰} \times ۱۰۰ \simeq ۲۸/۲\ \text{g}$

ب) محاسبهٔ درصد نمک رسوب‌کرده:

به ازای افزایش دما به میزان $۱۵\ ^\circ\text{C}$، انحلال‌پذیری نمک، ۲/۵ گرم کاهش می‌یابد؛ بنابراین خواهیم داشت:

$\text{درصد نمک رسوب‌کرده} = \text{درصد کاهش انحلال‌پذیری}$

$= \frac{\text{میزان کاهش انحلال‌پذیری}}{\text{مقدار انحلال‌پذیری اولیه}} \times ۱۰۰ = \frac{۲/۵}{۲۸/۲} \times ۱۰۰ = \frac{۲۵۰}{۲۸/۲} \simeq ٪۸/۹$

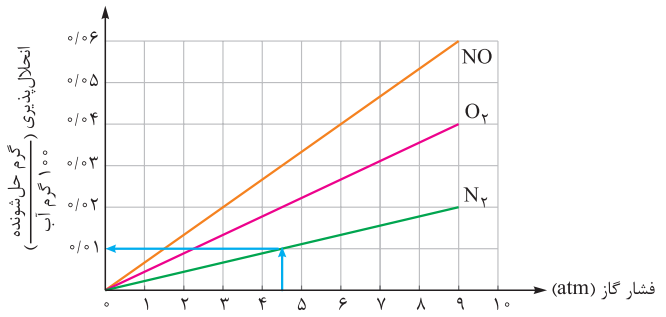
۶۴- گزینه ۱

نکته در دما و فشار یکسان، انحلال‌پذیری گازهای قطبی از گازهای ناقطبی (با جرم مولی نزدیک به هم) بیشتر است. در بین گازهای ناقطبی، هر چه جرم مولی بیشتر باشد، انحلال‌پذیری گاز در آب بیشتر است:

انحلال‌پذیری: NO (گاز قطبی) $>$ $O_۲$ (گاز ناقطبی با جرم مولی بیشتر) $>$ $N_۲$ (گاز ناقطبی با جرم مولی کم‌تر)

در نمودار داده‌شده، خط‌ها از بالا به پایین به ترتیب مربوط به گاز قطبی NO و گازهای ناقطبی $O_۲$ و $N_۲$ هستند.

به کمک نمودار، انحلال‌پذیری $N_۲$ در فشار $۴/۵\ \text{atm}$ را تعیین می‌کنیم:



$\Rightarrow$ انحلال‌پذیری $N_۲$ در فشار $۴/۵\ \text{atm} = ۰/۰۱$

بنابراین غلظت NO در فشار $\frac{a+b}{۲}$ اتمسفر برابر ۰/۰۱ مولار است. حالا باید از غلظت ۰/۰۱ مولار به انحلال‌پذیری NO برسیم:

روش

$\frac{\text{غلظت}}{\text{مولی } NO} = \frac{۰/۰۱\ \text{mol}}{۱\ \text{L}} = \frac{۰/۰۱ \times ۳۰\ \text{g}}{\underbrace{۱۰۰۰\ \text{mL}(۱۰۰۰\ \text{g})}_{\text{محلول}}} \simeq \frac{۰/۳\ \text{g NO}}{\underbrace{۱۰۰۰\ \text{g } H_۲O}_{\text{چون مقدار حل‌شونده ناچیز است.}}} = \frac{۰/۰۳\ \text{g NO}}{۱۰۰\ \text{g } H_۲O}$

روش

نکته انحلال‌پذیری گازها در آب ناچیز است؛ بنابراین می‌توان جرم محلول را با جرم آب و درصد جرمی محلول را با مقدار انحلال‌پذیری گاز برابر در نظر گرفت. با توجه به این‌که چگالی محلول به تقریب معادل چگالی آب $(۱\ \text{g.mL}^{-۱})$ است، خواهیم داشت:

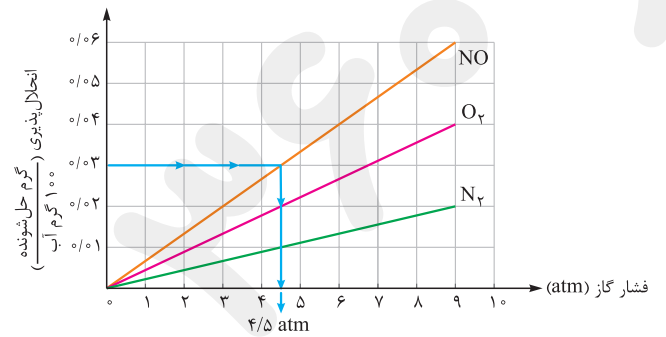
$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{چگالی} \times \text{درصد جرمی} \times ۱۰}{\text{جرم مولی}}$

$\text{غلظت مولی محلول سیرشدهٔ گازها در آب} = \frac{\overset{\text{انحلال‌پذیری}}{\uparrow}\ ۱۰S}{\text{جرم مولی}}$

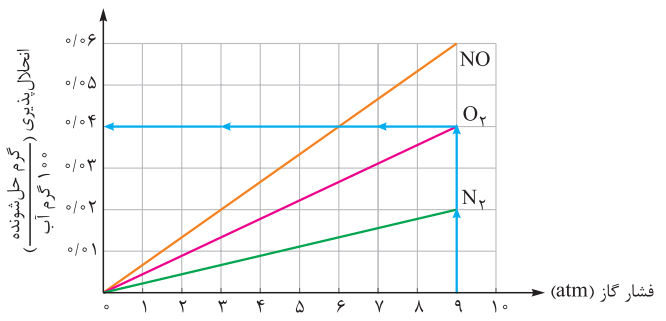
$\text{غلظت مولی } NO = ۰/۰۱ = \frac{۱۰S}{۳۰} \Rightarrow S = ۰/۰۳\ \text{g}$

انحلال‌پذیری NO در فشار $\frac{a+b}{۲}$ اتمسفر برابر ۰/۰۳ گرم است. با توجه به نمودار، در همان فشار $۴/۵\ \text{atm}$، عدد ۰/۰۳ برای انحلال‌پذیری NO به دست می‌آید:

$\frac{a+b}{۲} = ۴/۵\ \text{atm} \Rightarrow a + b = ۹\ \text{atm}$



و در آخر باید از روی نمودار (خط وسطی)، انحلال‌پذیری $O_۲$ در فشار $۹\ \text{atm}$ *رو بفونیم* که این عدد، برابر ۰/۰۴ است!



۶۵- گزینه ۳

درس‌نامه مقایسهٔ فرایند اسمز و اسمز معکوس:

ویژگی / فرایند		اسمز	اسمز معکوس
جهت خالص انتقال مولکول‌های حلال (آب)		از محلول رقیق‌تر به محلول غلیظ‌تر (یا از حلال خالص به محلول)	از محلول غلیظ‌تر به محلول رقیق‌تر (یا از محلول به حلال خالص)
تغییر غلظت محلول‌ها با گذشت زمان	محلول رقیق	غلیظ‌تر می‌شود.	رقیق‌تر می‌شود.
	محلول غلیظ	رقیق‌تر می‌شود.	غلیظ‌تر می‌شود.
تغییر حجم و ارتفاع محلول‌ها با گذشت زمان	محلول رقیق	کاهش می‌یابد.	افزایش می‌یابد.
	محلول غلیظ	افزایش می‌یابد.	کاهش می‌یابد.
نوع فرایند		خودبه‌خودی	غیرخودبه‌خودی (اعمال فشار)

در فرایند اسمز، در نهایت، سرعت حرکت مولکول‌های آب از دو طرف غشا برابر می‌شود اما لزوماً غلظت مولی حل‌شونده در دو سمت، برابر نخواهد شد. *اگر* یک سمت آب خالص و سمت دیگر، محلول باشد که *دیگه از واضحاته* که غلظت‌ها هیچ وقت برابر نخواهد شد، زیرا مولکول‌های آب بیشتر به سمت نمک می‌روند و یونی به سمت آب خالص نخواهد آمد.

بررسی سایر گزینه‌ها: (۱) در روش اسمز معکوس، با اعمال فشار بر شیر (محلول غلیظ‌تر)، آب از سمت شیر به سمت دیگر حرکت خواهد کرد و شیر، غلیظ می‌شود. (۲) *مگه شک دارین؟!* (۴) هر چه کیفیت آب، بهتر باشد، طول عمر غشا بیشتر خواهد شد. ناخالصی‌های آب می‌تواند منافذ غشا را تخریب کند!

۶۶- گزینه ۴

عبارت‌های «پ» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: (الف) واکنش‌پذیری فلز تیتانیم (Ti) از واکنش‌پذیری فلز آهن (Fe) و در نتیجه از واکنش‌پذیری فلز مس (Cu) بیشتر است. $Ti > Fe > Cu$:واکنش‌پذیری

نکته با توجه به مطالب آورده‌شده در کتاب درسی یازدهم، می‌توان ترتیب واکنش‌پذیری برخی از عنصرها را به صورت زیر در نظر گرفت:

$Al > C > Zn$ فلزهای قلیایی خاکی > فلزهای قلیایی :واکنش‌پذیری

و $Ti > Fe > Cu > Ag > Au$

(ب) هگزان و ۱ـ هگزن، هر دو مایعی بی‌رنگ هستند. باید از روش شیمیایی (واکنش با برم مایع) آن‌ها را از هم تشخیص داد. ۱ـ هگزن برخلاف هگزان، سیرنشده است و می‌تواند برم مایع را بی‌رنگ کند.

(پ) در متن و تمرین‌های دوره‌ای فصل (۱) شیمی یازدهم خواندیم که در واکنش تولید صنعتی فلزهای آهن و مس، به ترتیب گاز گلخانه‌ای CO_2 و گاز آلاینده SO_2 تولید می‌شود:

$$2Fe_2O_3 + 3C \rightarrow 4Fe + 3CO_2$$

$$Cu_2S + O_2 \rightarrow 2Cu + SO_2$$

(ت) در تمرین‌های دوره‌ای فصل (۱) شیمی یازدهم خواندیم که عنصر اصلی سازندهٔ سلول‌های خورشیدی، **سیلیسیم** است که از واکنش زیر تهیه می‌شود. با توجه به واکنش، واکنش‌پذیری سیلیسیم نسبت به نافلز هم‌گروه خود؛ یعنی کربن کم‌تر است:

$$SiO_2(s) + 2C(s) \xrightarrow{\Delta} Si(l) + 2CO(g) \Rightarrow C > Si$$:واکنش‌پذیری

۶۷- گزینه ۳

گام ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم. معادلهٔ داده‌شده به راحتی با روش وارسی موازنه می‌شود:

$$Ca(H_2PO_4)_2(s) + 2NaHCO_3(s) \rightarrow$$
$$CaHPO_4(s) + Na_2HPO_4(s) + 2CO_2(g) + 2H_2O(g)$$

مجموع ضرایب $= 1+2+1+1+2+2 = 9$

گام بین دو مادهٔ $CaHPO_4$ و $NaHCO_3$ روابط استوکیومتری مناسب را می‌نویسیم.

برای این قسمت، با دو روش *در ضمنتونیم*:

روش استفاده از کسر تناسب:

$$2NaHCO_3 \sim CaHPO_4$$

$$\frac{\frac{\text{درصد خلوص}}{100} \times \text{جرم ناخالص}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{NaHCO_3}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{CaHPO_4}} \Rightarrow \frac{x \times \frac{96}{100}}{2 \times 84} = \frac{1}{1 \times \frac{136}{2}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{84 \times 100}{96} = 84 \times \underbrace{\frac{100}{96}}_{\text{بزرگ‌تر از ۱}} \Rightarrow 84 \times \frac{100}{96} > 84$$

با توجه به قسمت دوم گزینه‌ها، فقط عدد ۸۷/۵۰ از ۸۴ بزرگ‌تر است و جواب می‌شه (۳).

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$68\,g\,CaHPO_4 \times \frac{1\,mol\,CaHPO_4}{136\,g\,CaHPO_4} \times \frac{2\,mol\,NaHCO_3}{1\,mol\,CaHPO_4}$$
$$\times \frac{84\,g\,NaHCO_3\text{ خالص}}{1\,mol\,NaHCO_3} \times \frac{100\,g\,NaHCO_3\text{ ناخالص}}{96\,g\,NaHCO_3\text{ خالص}}$$

$$= 84 \times \underbrace{\frac{100}{96}}_{>1} \Rightarrow 84 \times \frac{100}{96} > 84 \Rightarrow$$ جواب می‌شه (۳)

مشاوره ۱ در سال‌های اخیر، موازنهٔ معادله‌های طولانی و یا موازنهٔ معادلهٔ چند واکنش با هم خیلی مُد شده! پس باید علاوه بر بلدبودن روش‌های موازنه‌کردن معادله‌ها، سرعتتون رو هم در موازنه‌کردن بالا ببرید! ۲ خیلی از بچه‌ها در مسائل محاسباتی، زمان رو در ساده‌سازی کسر آخر از دست می‌دن، به شما توصیه می‌کنیم که حتماً به گزینه‌ها یه نگاهی بندازین، شاید نیازی به ساده‌سازی کسرها نباشه و به راحتی بتونید گزینهٔ درست رو انتخاب کنید.

۶۸- گزینه ۱

درس‌نامه جایگاه فلزها، نافلزها و شبه‌فلزها در جدول دوره‌ای:

- فلزها در هر چهار دستهٔ جدول (s، p، d و f) و دوره‌های دوم تا هفتم جدول وجود دارند.
- نافلزها در دسته‌های s و p قرار دارند. نافلزهای هیدروژن و هلیم در دستهٔ s و بقیهٔ نافلزها در دستهٔ p قرار دارند. در ضمن نافلزها در ۷ دورهٔ جدول وجود دارند.
- همهٔ شبه‌فلزها در دستهٔ p جدول قرار دارند. بد نیست بدانید که شبه‌فلزها در دوره‌های دوم تا ششم جدول قرار دارند. *هواستون باشه* که عنصرهای دستهٔ d و f همگی فلزند.

همهٔ عبارت‌های داده‌شده درست‌اند.

- ببینیم: دورهٔ دوم: C, N, O, F, Ne — دورهٔ اول: H, He
  دورهٔ چهارم: Se, Br, Kr — دورهٔ سوم: P, S, Cl, Ar
- تنها نافلز مایع جدول، برم ($_{35}Br$) است که در دورهٔ چهارم قرار دارد. در این دوره، شبه‌فلز ژرمانیم ($_{32}Ge$) وجود دارد که عناصر قبل از آن (عنصرهایی با عددهای اتمی ۱۹ تا ۳۱)، همگی فلزند.
- در سه دورهٔ اول، ۸ عنصر در دما و فشار اتاق، به حالت گاز وجود دارند.

$$\underbrace{H, He}_{\text{دستهٔ s}}, \underbrace{N, O, F, Ne, Cl, Ar}_{\text{دستهٔ p}}$$

- اگر عنصر با عدد اتمی x را اکسیژن ($_8O$) در نظر بگیریم (گاز اکسیژن، واکنش‌پذیری بالایی دارد)، عنصر با عدد اتمی $x+9$، همان کلر ($_{17}Cl$) است که گاز بوده و واکنش‌پذیری بالایی دارد.

مشاوره این سؤال یه نمونه از سؤال‌های تحلیلیه! با توجه به این‌که سهم سؤال‌های تحلیلی در کنکورهای اخیر زیاد شده، بهتون توصیه می‌کنیم که هر جا توی کتاب‌ها، آزمون‌ها و ... این مدل سؤال‌ها رو دیدید، اول دانش خودتون رو محک بزنید و بعدش حتماً پاسخ سؤال رو بخونید تا بتونید مهارتتون رو در این مدل تست‌ها بالا ببرید.

۶۹- گزینه ۲

استراتژی ابتدا به کمک فرمول ppm، جرم نمک رو به دست بیار و سپس با استفاده از مول آن، جرم مولی نمک (MNO_3) و سپس جرم مولی M را حساب کن!

گام با استفاده از رابطهٔ ppm، جرم حل‌شونده در ۳۰۰ گرم محلول را به دست می‌آوریم:

$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 170 = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{300} \times 10^6$$

$$\Rightarrow \text{جرم حل‌شونده} = 3 \times 17 \times 10^{-3}\ g$$

گام با استفاده از جرم و مول نمک، جرم مولی آن را حساب می‌کنیم:

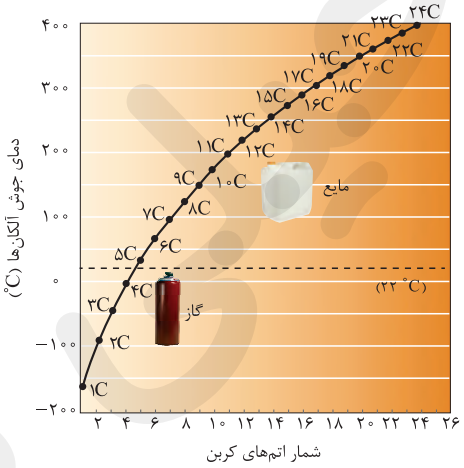
$$\text{مول} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \text{جرم مولی} = \frac{3 \times 17 \times 10^{-3}}{6 \times 10^{-4}} = 85\ g.mol^{-1}$$

گام با استفاده از جرم مولی نمک، جرم مولی فلز M را حساب می‌کنیم:

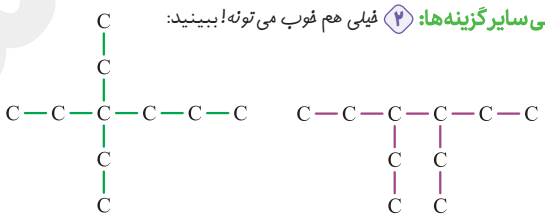
$$\text{جرم مولی } MNO_3 = M + 14 + 3(16) = 85 \Rightarrow M = 23\ g.mol^{-1} \Rightarrow {}^{23}Na$$

۷۰- گزینه ۱

با افزایش شمار اتم‌های کربن، شیب نمودار نقطهٔ جوش آلکان‌ها کاهش می‌یابد؛ پس در اختلاف کربن برابر، تفاوت دمای جوش آلکان‌های سبک‌تر، بیشتر است.



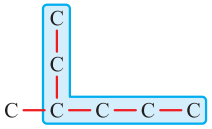
بررسی سایر گزینه‌ها: ۲) *خیلی هم خوب می‌تونه!* ببینید:



۳، ۴ـ دی‌اتیل هگزان یا ۳، ۳ـ دی‌اتیل هگزان

۳) طلا خورده نمی‌شود. می‌توان فلزات بسیار فعال مانند فلزات قلیایی را درون آلکان‌های مایع نگه‌داری کرد تا با اکسیژن هوا واکنش ندهند.

۴) اگر ساختار آن را رسم کنیم، زنجیر اصلی نادرست انتخاب شده است.



نام درست: ۳ ـ متیل هگزان

نکته هرگاه در نام یک آلکان، ۱ـ متیل، n ـ متیل، ۱ـ اتیل، ۲ـ اتیل، n ـ اتیل و (n − ۱) ـ اتیل وجود داشته باشد، زنجیر اصلی نادرست انتخاب شده و نام‌گذاری غلط است. (n، شمار اتم‌های کربن در زنجیر اصلی است.)

۷۱- گزینه ۳

گام اول بریم سراغ موازنهٔ نسبتاً طولانی معادلهٔ واکنش:

به منظور موازنهٔ اتم‌های کلر و سدیم، ضریب Cl_2 را برابر ۱ و ضرایب NaCl و $NaHSO_4$ را برابر ۲ در نظر می‌گیریم. با توجه به این‌که ضرایب بقیهٔ مواد را نمی‌توان با روش وارسی معلوم کرد، از ضرایب مجهول a، b، c و ... استفاده می‌کنیم. از اون‌جایی که اتم منگنز فقط در ساختار MnO_2 و $MnSO_4$ وجود دارد، ضریب این دو ماده را برابر a و ضرایب H_2SO_4 و H_2O را به ترتیب b و c در نظر می‌گیریم:

$$2NaCl + aMnO_2 + bH_2SO_4 \rightarrow 2NaHSO_4 + aMnSO_4 + cH_2O + 1Cl_2$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{H موازنهٔ: } 2b = 2 + 2c \\ \text{O موازنهٔ: } 2a + 4b = 8 + 4a + c \\ \text{S موازنهٔ: } b = 2 + a \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} b - c = 1 & (I) \\ 4b - 2a - c = 8 & (II) \\ b - a = 2 & (III) \end{cases}$$

$$(II) - (I) \Rightarrow 3b - 2a = 7$$

$$\begin{cases} 3b - 2a = 7 \\ b - a = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3b - 2a = 7 \\ -2b + 2a = -4 \end{cases} \Rightarrow b = 3 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow c = 2$$

پس معادلهٔ موازنه‌شدهٔ کامل به صورت زیر است:

$$2NaCl + MnO_2 + 3H_2SO_4 \rightarrow 2NaHSO_4 + MnSO_4 + 2H_2O + Cl_2$$

گام حالا بین H_2SO_4 و $MnSO_4$ روابط استوکیومتری مناسب را می‌نویسیم.

روش استفاده از کسر تناسب:

$$3H_2SO_4 \sim MnSO_4$$

$$\underbrace{\frac{\frac{\text{بازده درصدی}}{100} \times \text{حجم} \times \text{غلظت مولی}}{1 \times \text{ضریب}}}_{H_2SO_4} = \underbrace{\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}}_{MnSO_4}$$

$$\Rightarrow \frac{4 \times 0/15 \times \frac{x}{100}}{3 \times 1} = \frac{\overset{0/15}{\cancel{22/65}}}{1 \times \underset{1}{\cancel{151}}} \Rightarrow x = \frac{300}{4} = \%75$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

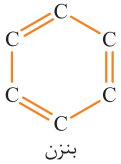
$$150\ mL\ H_2SO_4(aq) \times \frac{1\ L\ H_2SO_4(aq)}{1000\ mL\ H_2SO_4(aq)} \times \frac{4\ mol\ H_2SO_4}{1\ L\ H_2SO_4(aq)} \times \underbrace{\frac{x}{100}}_{\text{بازده درصدی}}$$

$$\times \frac{1\ mol\ MnSO_4}{3\ mol\ H_2SO_4} \times \frac{151\ g\ MnSO_4}{1\ mol\ MnSO_4} = 22/65 \Rightarrow x = \frac{\overset{0/15}{\cancel{22/65}} \times 3 \times 100}{0/15 \times 4 \times \underset{1}{\cancel{151}}} = \%75$$

۷۲- گزینه ۲

عبارت‌های «الف» و «ب» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: (الف) در ترکیب داده‌شده مانند بنزن، شش گروه CH، یعنی ()، وجود دارد.



بنزن

(ب) در ساختار ترکیب مورد نظر، پنج پیوند دوگانه و ۵ گروه متیل ($-CH_3$ یا $-C$) وجود دارد.

(پ) بخش آروماتیک باید حداقل یک حلقهٔ شش‌ضلعی با سه پیوند دوگانهٔ یک‌درمیان؛ یعنی حلقهٔ بنزنی داشته باشد که این ترکیب *ندارد*!

(ت)

نکته شمار اتم‌های هیدروژن در یک ترکیب آلی با n اتم کربن را می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد:

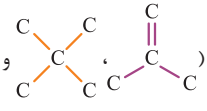
شمار اتم‌های هیدروژن = (۲n + ۲) − (تعداد حلقه‌ها + تعداد پیوندهای دوگانه) ۲

− (تعداد پیوندهای سه‌گانه) ۴ − (تعداد هالوژن‌ها + تعداد اتم‌های نیتروژن)

با توجه به نکتهٔ گفته‌شده، شمار اتم‌های هیدروژن ترکیب داده‌شده برابر است با:

$$\text{شمار اتم‌های هیدروژن ترکیب} = [2(20) + 2] - 2(5 + \underbrace{1}_{\text{تعداد حلقه‌ها}}) = 42 - 12 = 30$$

(تعداد پیوندهای دوگانه ↑، شمار اتم‌های کربن ترکیب ↓)

از طرفی در بخش هیدروکربنی ترکیب‌های آلی، کربنی که چهار پیوند با کربن‌های دیگر داشته باشد ( و ...) عدد اکسایش صفر دارد که در این ساختار، ۵ کربن این‌گونه هستند؛ پس شمار اتم‌های هیدروژن این ترکیب (۳۰ اتم)، شش برابر شمار اتم‌های کربن آن با عدد اکسایش صفر است، نه پنج برابر!

تیزبازی با بررسی عبارت‌های ساده‌تر «الف» و «پ»، می‌توان به پاسخ سؤال رسید و نیازی به بررسی عبارت «ب» و عبارت «ت» که عبارت دشواری (وقت‌گیری) محسوب می‌شود، نیست.

۷۳- گزینه ۳

برای رسیدن به واکنش مورد نظر، باید واکنش اول را به خاطر ایجاد Fe_2O_3 در سمت چپ، وارونه و بر ۳ تقسیم کنیم، با این کار، در سمت راست $\frac{۲}{۳}Fe_2O_3$ ایجاد می‌شود. برای حذف این ماده، واکنش دوم را باید در $\frac{۲}{۳}$ ضرب کنیم و در آخر، برای ایجاد $۲Fe$ در سمت راست، واکنش سوم را باید در ۲ ضرب کنیم.

واکنش اول: $\xrightarrow{\times(-\frac{۱}{۳})} \Delta H'_۱ = -\frac{۱}{۳}\Delta H_۱ = -\frac{۱}{۳}\times ۴۷ = -\frac{۴۷}{۳}\ kJ$

واکنش دوم: $\xrightarrow{\times\frac{۲}{۳}} \Delta H'_۲ = \frac{۲}{۳}\Delta H_۲ = \frac{۲}{۳}\times ۲۲ = \frac{۴۴}{۳}\ kJ$

واکنش سوم: $\xrightarrow{\times ۲} \Delta H'_۳ = ۲\Delta H_۳ = ۲\times(-۱۱) = -۲۲ = -\frac{۶۶}{۳}\ kJ$

$$\Delta H = \Delta H'_۱ + \Delta H'_۲ + \Delta H'_۳ = \frac{-۴۷+۴۴-۶۶}{۳} = \frac{-۶۹}{۳} = -۲۳\ kJ$$

۷۴- گزینه ۴

همهٔ عبارت‌ها نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: ◇ واکنش کلی، واکنشی است که قدرمطلق آنتالپی آن برابر با b می‌باشد. اگر فلش‌های رو به بالا را با علامت مثبت و فلش‌های رو به پایین را با علامت منفی بنویسیم، خواهیم داشت: آنتالپی واکنش کلی $= -b = a - c - d$

برای درک بهتر، معادلهٔ سه مرحله و واکنش کلی را ببینید:

۱) $A \rightarrow ۳X + ۴Y$ $\quad \Delta H = +a$

۲) $۳X + ۳D \rightarrow ۳M$ $\quad \Delta H = -c$

۳) $۴Y + ۲D \rightarrow ۴Q$ $\quad \Delta H = -d$

واکنش کلی: $A + ۵D \rightarrow ۳M + ۴Q$

$\Delta H_{\text{کل}} = -b = a - c - d$

◇ با توجه به معادلهٔ واکنش (۳)، واکنش تهیهٔ Q از Y و D، گرماده است؛ پس در آن انرژی مصرف نمی‌شود.

◇ در معادلهٔ واکنش تهیهٔ M از X و D (معادلهٔ واکنش ۲)، ضرایب همهٔ مواد با هم برابر است و نسبت ضرایب هر دو ماده‌ای برابر با ۱ می‌باشد.

◇ با توجه به معادلهٔ (۱)، فقط می‌توانیم بگیم سطح انرژی کل فراورده‌های این واکنش $(۳X + ۴Y)$ از سطح انرژی مادهٔ اولیه (A) بالاتر است، نه فقط یکی از فراورده‌ها!

تله در صورت این تست، درون پرانتز، به این موضوع اشاره شده است که $a, b, c, d > ۰$ (دارای علامت مثبت) هستند؛ بنابراین برای تعیین و بررسی ΔH واکنش‌ها باید با توجه به گرماده یا گرماگیر بودن هر مرحله به ترتیب علامت منفی و مثبت را برای مقادیر a تا d در نظر بگیریم. اگر به این موضوع توجه نداشته باشید، به غلط عبارت‌های اول و دوم را درست در نظر می‌گیرید.

مشاوره سؤال‌های نموداری قانون هس در سال‌های اخیر خیلی تکرار شده است. با توجه به علاقهٔ شدید طراحان به این‌جور سؤال‌ها، امکان داره در کنکورهای آینده هم شاهد سؤال‌های این‌چنینی باشیم؛ پس خیلی دقیق و عمیق، این‌گونه سؤال‌ها را تحلیل کنید.

۷۵- گزینه ۲

استراتژی مقدار نهایی و یا مقدار مصرف‌شده گازها مشخص نیست! پس باید از جدول تغییرات استفاده کنی! جدول تغییرات تعداد مول مواد رو بنویس و با توجه به این‌که درصد حجمی گازها با درصد مولی آن‌ها برابر است، درصد مولی گاز هیدروژن را برابر ۵۰٪ قرار بده و مقدار مصرف‌شده گازها را به دست بیار! با مشخص‌شدن این مقدار، می‌تونی سرعت واکنش رو حساب کنی! در ضمن موازنهٔ واکنش در ابتدای حل سؤال، فراموش نشه!

گام معادلهٔ واکنش را موازنه کرده و به کمک جدول تغییرات تعداد مول مواد، مقدار مصرف‌شده گازها را حساب می‌کنیم:

	$CH_۴$	$+ \ ۲H_۲S$	$\rightarrow$	$CS_۲$	$+ \ ۴H_۲$
$t = ۰$	$۰/۲\ mol$	$۰/۴\ mol$		۰	۰
$t = ۳۰\ s$	$۰/۲ - x$	$+ \ ۰/۴ - ۲x$	$+$	x	$+ \ ۴x = ۰/۶ + ۲x$

درصد مولی = درصد حجمی $= \frac{n_{H_۲}}{n_{\text{مجموع}}} \Rightarrow \frac{۵۰}{۱۰۰} = \frac{۴x}{۰/۶ + ۲x}$

$\Rightarrow ۸x = ۰/۶ + ۲x \Rightarrow x = ۰/۱\ mol$

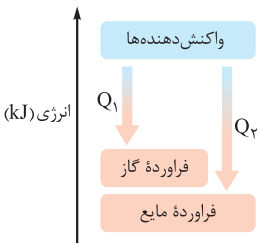
گام ضریب استوکیومتری $CS_۲$ برابر ۱ است؛ بنابراین سرعت متوسط واکنش با سرعت تولید $CS_۲$ برابر است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \bar{R}_{CS_۲} = \frac{\Delta[CS_۲]}{\Delta t} = \frac{\frac{۰/۱\ mol}{۱/۲۵\ L}}{\frac{۳۰}{۶۰}\ min} = ۰/۱۶\ mol.L^{-۱}.min^{-۱}$$

۷۶- گزینه ۴

در هنگام تغییر حالت فیزیکی، دما ثابت است؛ به همین دلیل میزان انرژی جنبشی مولکول‌ها در دو حالت فیزیکی، تفاوت چندانی با هم ندارند. دقت کنید که گرمای مصرفی حین تغییر حالت، به طور عمده صرف افزایش انرژی پتانسیل ذرات (فاصلهٔ بین مولکول‌ها) می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) سطح انرژی یک ماده در حالت گازی، بالاتر از حالت مایع آن است؛ بنابراین مقدار گرمای آزادشده در یک واکنش گرماده در حالتی که گاز تشکیل می‌شود، کم‌تر از حالتی است که همان ماده به صورت مایع تشکیل می‌شود:



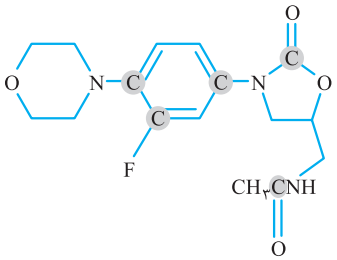
۲) همان‌طور که در ۱) دیدید، میزان گرمای یک واکنش، به حالت فیزیکی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها هم بستگی دارد.

۳) در دمای ثابت، میزان انرژی جنبشی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌های یک واکنش به هم نزدیک است اما انرژی پتانسیل آن‌ها با هم *فرق داره!*

۷۷- گزینه ۱

عبارت‌های «الف» و «ب» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: (الف) پنج اتم کربن مشخص‌شده در شکل مقابل به هر اتمی به‌جز H متصل هستند. (یعنی کربن‌هایی که به H متصل نیستند.)



(ب)

نکته ۱ شمار اتم‌های هیدروژن در یک ترکیب آلی با n اتم کربن را می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد:

$= (۲n + ۲) - ۲$(تعداد حلقه‌ها + تعداد پیوندهای دوگانه) = شمار اتم‌های هیدروژن

-۴(تعداد پیوندهای سه‌گانه) $-$ تعداد هالوژن‌ها $-$ تعداد اتم‌های نیتروژن

۲ شمار پیوندهای اشتراکی در یک ترکیب آلی را می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد:

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی} = \frac{\left[\begin{array}{l}(۱\times\text{تعداد اتم‌های هیدروژن یا هالوژن}) + (۴\times\text{تعداد اتم‌های کربن}) \\ + (۳\times\text{تعداد اتم‌های نیتروژن}) + (۲\times\text{تعداد اتم‌های اکسیژن})\end{array}\right]}{۲}$$

ترکیب مورد نظر، ۱۶ اتم کربن، ۴ اتم اکسیژن، ۳ اتم نیتروژن و ۱ اتم فلوئور دارد. شمار اتم‌های هیدروژن این ترکیب رو می‌تونیم از روی ساختار بشماریم و یا به کمک فرمول، به دستش بیاریم:

شمار اتم‌های هیدروژن $= [(۲\times۱۶) + ۲] - ۲(۵ + ۳) - ۱ + ۳ = ۲۰$

(نیتروژن ↘، هالوژن ↓، حلقه ↓، پیوند دوگانه ↓)

$\Rightarrow$ فرمول ترکیب: $C_{۱۶}H_{۲۰}N_۳O_۴F$

برای تعیین نسبت تعداد پیوندهای یگانه به دوگانه، ابتدا تعداد کل پیوندهای ترکیب را به دست می‌آوریم:

$$\text{شمار پیوندها} = \frac{\overbrace{۱۶(۴)}^{C} + \overbrace{۲۰(۱)}^{H} + \overbrace{۳(۳)}^{N} + \overbrace{۴(۲)}^{O} + \overbrace{۱(۱)}^{F}}{۲} = ۵۱$$

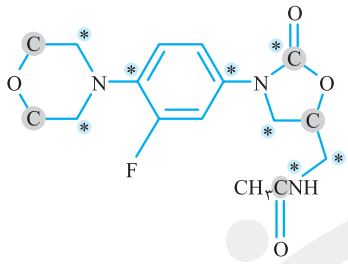
در ساختار مولکول مورد نظر، ۵ پیوند دوگانه وجود دارد که در مجموع معادل $۵\times۲ = ۱۰$ پیوند اشتراکی هستند:

$$\frac{\text{تعداد پیوندهای یگانه}}{\text{تعداد پیوندهای دوگانه}} = \frac{۵۱-۱۰}{۵} = ۸/۲$$

(پ) در ساختار مولکول مورد نظر، پیوند N — H وجود دارد؛ از این‌رو امکان تشکیل پیوند هیدروژنی را دارد اما نمی‌تواند در تشکیل پلی‌آمید شرکت کند، زیرا برای تشکیل پلی‌آمید باید هر دو نوع گروه عاملی آمینی (—NH_2) و اسیدی (—COOH) را داشته باشیم.

(ت) (کربن‌های ستاره‌دار) ۸ = تعداد کربن متصل به N

(کربن‌های رنگی) ۵ = تعداد کربن متصل به O



تیزبازی تو این تیپ سؤال‌ها، برای این‌که راحت‌تر و زودتر به جواب برسی و بتونی زمان رو سیو کنی، باید اول بری سراغ بررسی عبارت ساده‌تر؛ مثلاً این‌جا اول عبارت «پ» رو رد می‌کنی و بعد با توجه به گزینه‌های باقی‌مانده باید بین «ب» و «ت» هر کدوم که راحت‌تر بودی رو بررسی کنی (البته اگر ما جای شما باشیم، قطعاً «ت» رو بررسی می‌کنیم چون این‌طوری اصلاً نیازی به به‌دست‌آوردن فرمول مولکولی ترکیب آلی هم نداریم!

۷۸- گزینه ۲

استراتژی ابتدا به کمک حجم و pH محلول اسید، مجموع تعداد مول اسید مصرف‌شده در دو واکنش را حساب می‌کنیم، بعد با در نظر گرفتن x و y برای مول Na_2O و K_2O و با توجه به جرم مخلوط و معادلهٔ واکنش‌ها، x و y را به دست آورده و جرم Na_2O را حساب می‌کنیم.

گام ۱ تعداد مول اسید HA را به دست می‌آوریم:

$$[H^+]=10^{-pH}=10^{-0/3}=\frac{1}{10^{0/3}}\xrightarrow{\log 2=0/3}=\frac{1}{2}=0/5\ mol.L^{-1}$$

$$\xrightarrow{\text{اسید قوی}}[HA]=0/5\ mol.L^{-1}$$

$$\text{مول HA}=\frac{100}{1000}L\times 0/5\ mol.L^{-1}=0/05\ mol$$

گام ۲ تعداد مول Na_2O و K_2O را به ترتیب x و y در نظر گرفته و با توجه به اطلاعات داده‌شده، x و سپس جرم Na_2O را حساب می‌کنیم:

$Na_2O \sim 2HA$

x mol 2x mol

62x g

$K_2O \sim 2HA$

y mol 2y mol

94y g

$$\begin{cases}2x+2y=0/05\\62x+94y=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-94x-94y=-2/35\\62x+94y=2\end{cases}$$

$$32x=0/35\Rightarrow x=\frac{0/35}{32}$$

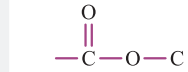
$$\text{جرم } Na_2O=\frac{0/35}{32}\ mol\times\frac{62\ g}{1\ mol}\simeq\frac{0/35\times\cancel{62}^{2}}{\cancel{32}_{1}}=0/7\ g$$

$$\xrightarrow{\text{نزدیک‌ترین گزینه}}\text{(۲) }(0/68)$$

۷۹- گزینه ۴

درست‌ترین گزینه‌ای که برای این سؤال می‌توان در نظر گرفت، ۴ است.

انگار طراح در ۴ منظورش این بوده که در ساختار استرها، دو اتم کربن وجود دارد که به اتم اکسیژن متصل‌اند.



بررسی سایر گزینه‌ها: ۱ در پلی‌اتن $-(C_2H_4)_n-$، فرمول واحد تکرارشونده با فرمول مولکولی مونومر یکسان است اما برای پلی‌استرها، *این‌طوری نیست!* زیرا در واکنش تهیهٔ پلی‌استر، آب نیز تولید می‌شود. ۲ در ساختار ساده‌ترین استر ($H-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-CH_3$)، اتم کربنی که به دو اتم اکسیژن متصل است، به اتم کربنی متصل نمی‌باشد. ۳ استر سازندهٔ دوتا میوهٔ مختلف که *نمی‌توته* یکسان باشه!

درسته که در بررسی این گزینه نیازی نداریم که ساختار استر عامل بوی خوش میوه‌ها رو بدونیم ولی برای یادآوری، کادر زیر رو بخونید.

یادآوری

نام میوه	نام استر سازنده	ساختار استر
آناناس	اتیل بوتانوات (بخش الکلی: بخش اتیل، بخش اسیدی: بخش بوتانوات)	$CH_3CH_2CH_2-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-CH_2CH_3$ (بخش اسیدی / بخش الکلی)
موز	پنتیل اتانوات	$CH_3-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-CH_2CH_2CH_2CH_2CH_3$ (بخش اسیدی / بخش الکلی)
سیب	متیل بوتانوات	$CH_3CH_2CH_2-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-CH_3$ (بخش اسیدی / بخش الکلی)
انگور	اتیل هپتانوات	$CH_3CH_2CH_2CH_2CH_2CH_2-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-CH_2CH_3$ (بخش اسیدی / بخش الکلی)

۸۰- گزینه ۲

درس‌نامه **اسید چرب، استر سنگین، چربی، صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی:**

۱ اسید چرب، یک کربوکسیلیک اسید با زنجیر بلند کربنی است.

اسید چرب: $RCOOH$

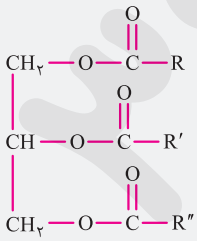
↓ تعداد کربن زیاد

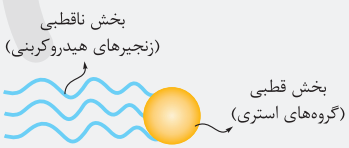


بخش ناقطبی بخش قطبی

۲ استر سنگین، استری با ۳ گروه عاملی استری است که گروه‌های هیدروکربنی آن، تعداد کربن زیادی دارند.

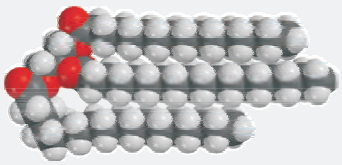
استر سنگین:





بخش ناقطبی (زنجیرهای هیدروکربنی)

بخش قطبی (گروه‌های استری)

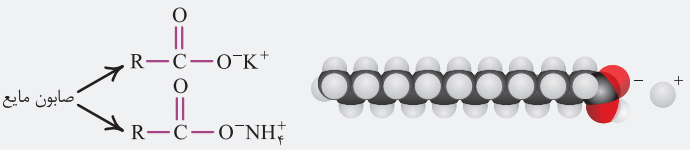


۳ چربی‌ها، مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای سنگین هستند.

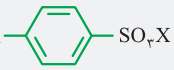
۴ صابون، نمک اسید چرب است که می‌توان آن را از واکنش اسیدهای چرب یا استرهای سنگین با بازهای قوی مانند NaOH و KOH به دست آورد.

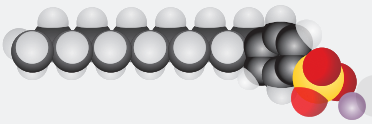
صابون: $RCOOX$

صابون جامد ⟵ $R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O^-Na^+$



۵ پاک‌کننده‌های غیرصابونی از بنزن و دیگر مواد شیمیایی تهیه می‌شوند و در ساختار نوعی از آن‌ها، حلقهٔ بنزن وجود دارد. هم‌چنین در ساختار این پاک‌کننده‌ها، به جای گروه COO^- در صابون‌ها، گروه SO_3^- قرار گرفته است.

پاک‌کننده‌های غیرصابونی: $RC_6H_4SO_3X$ یا 



عبارت‌های «الف» و «پ» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: (الف) ترکیب (۲) پاک‌کنندهٔ غیرصابونی و ترکیب (۱)، نوعی صابون است. قدرت پاک‌کنندگی پاک‌کننده‌های غیرصابونی بیشتر از صابون‌ها است.

(ب) فرمول شیمیایی ترکیب‌های (۱) و (۲) به ترتیب به صورت $C_{16}H_{31}O_2Na$ و $C_{18}H_{29}SO_3Na$ است. $C_{18}H_{29}SO_3Na - C_{16}H_{31}O_2Na = C_2SO - 2H$

$\Rightarrow$ تفاوت جرم مولی $= (2\times12) + 32 + 16 - 2(1) = 70\ g$

چهارمین عضو خانوادهٔ آلکین‌ها (C_nH_{2n-2})، ۵ اتم کربن دارد و فرمول مولکولی آن، C_5H_8 است: جرم‌مولی $= (5\times12) + 8 = 68\ g$

(پ) آنیون سازندهٔ ترکیب (۱)، $CH_3(CH_2)_{14}COO^-$ است. برای پیداکردن شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی (پیوند اشتراکی) این آنیون، می‌توان ابتدا شمار پیوندهای اشتراکی در اسید چرب سازندهٔ صابون را *مساوید* و سپس از آن، ۱ واحد کم کرد:

شمار پیوندها در $C_{16}H_{32}O_2 = \dfrac{\overbrace{(16\times4)}^{C} + \overbrace{32}^{H} + \overbrace{(2\times2)}^{O}}{2} = 50$

$\Rightarrow$ شمار پیوندها در آنیون $= 50 - 1 = 49$

این آنیون، دو اتم اکسیژن دارد که یکی از آن‌ها، دارای دو جفت‌الکترون ناپیوندی و دیگری دارای ۳ جفت‌الکترون ناپیوندی است؛ یعنی این آنیون، در مجموع دارای ۵ جفت‌الکترون ناپیوندی است:

$CH_3(CH_2)_{14}-\overset{\overset{:O:}{\|}}{C}-\ddot{O}:^-$

$\dfrac{\text{شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی}}{\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی}} = \dfrac{49}{5} = \dfrac{50}{5} - \dfrac{1}{5} = 10 - 0/2 = 9/8$

(ت) ترکیب (۳) یک استر سه‌عاملی است و هر مول از آن در واکنش با ۳ مول سود $(NaOH)$، ۳ مول صابون تولید می‌کند. هر مول از اسید چرب (ترکیب ۴) هم در واکنش با ۱ مول سود، ۱ مول صابون تولید می‌کند؛ پس در مجموع می‌شه ۴ مول صابون نه ۲ مول!

تیزبازی سر جلسهٔ آزمون، با بررسی عبارت‌های (الف) و (ت) که عبارت‌های ساده‌تری هستند، می‌شد به جواب رسید و اصلاً نیازی به بررسی عبارت‌های زمخت (ب) و (پ) نبود!

مشاوره این سؤال ظاهر سخت و عبارت‌های طولانی‌ای داره، اما برای حلش فقط نیاز به مفاهیم اولیهٔ پاک‌کننده‌ها داریم؛ بنابراین هیچ سؤالی رو بدون خوندن عبارت‌ها و گزینه‌هاش سریع رد نکن.

۸۱- گزینه ۱

برای قسمت اول سؤال، ابتدا باید به کمک pH، غلظت H^+ را به دست بیاوریم، سپس به کمک رابطهٔ ثابت یونش، حجم محلول را محاسبه کنیم:

$$pH = 2/3 \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-2/3} = 10^{0/7}\times10^{-3} = 5\times10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M-[H^+]} \Rightarrow 2\times10^{-5} \simeq \frac{(5\times10^{-3})^2}{M}$$

$$\Rightarrow 2\times10^{-5}\,M = 25\times10^{-6} \Rightarrow M = 1/25\ mol.L^{-1}$$

$$\begin{cases} \text{جرم‌مولی HCOOH} = 46\ g.mol^{-1} \\ \text{مول} = \dfrac{\text{جرم}}{\text{جرم‌مولی}} = \dfrac{5/75}{46} = 0/125\ mol \end{cases} \Rightarrow M = \frac{n}{V}$$

$$\Rightarrow 1/25\ \frac{mol}{L} = \frac{0/125\ mol}{V(L)} \Rightarrow V = 0/1\ L$$

بریم سراغ قسمت دوم:

نکته در اسیدهای ضعیف با تغییر غلظت اسید، درجهٔ یونش اسید (α)، تغییر کرده اما ثابت یونش اسید (K_a)، ثابت باقی می‌ماند.

با توجه به ثابت‌بودن K_a، باید به کمک رابطهٔ ثابت یونش (K_a) و داشتن pH و در نتیجه داشتن $[H^+]$ در محلول جدید، غلظت نهایی محلول اسید (M) و در نتیجه مول اسید در محلول نهایی را حساب کنیم. بعد با توجه به مول اولیه و نهایی اسید، جرم اسید اضافه‌شده به راحتی، به دست می‌آید.

$$\begin{cases} pH = 2/1 \Rightarrow [H^+] = 10^{-2/1} = 10^{0/9}\times10^{-3} = 8\times10^{-3}\ mol.L^{-1} \\ K_a = \dfrac{[H^+]^2}{M-[H^+]} \Rightarrow 2\times10^{-5} \simeq \dfrac{(8\times10^{-3})^2}{M} \\ \Rightarrow 2\times10^{-5}\,M = 64\times10^{-6} \Rightarrow M = 3/2\ mol.L^{-1} \end{cases}$$

مول فورمیک اسید در محلول نهایی $= 3/2\ \dfrac{mol}{L}\times0/1\ L = 0/32\ mol$

تعداد مول فورمیک اسید اضافه‌شده $= 0/32 - 0/125 = 0/195\ mol$

جرم فورمیک اسید $= 0/195\ mol\times46\ \dfrac{g}{mol} = 8/97\ g$

۸۲- گزینه ۳

با توجه به این‌که $E^\circ = 0/76\ V$ در شرایط استاندارد (دمای $25\ ^\circ C$ و غلظت ۱ مولار الکترولیت‌ها) به دست آمده، می‌توان فهمید که ۳ مورد اول که یکی از عامل‌های غلظت یا دما را تغییر می‌دهد، سبب تغییر ولتاژ سلول خواهد شد. اما می‌شود این سؤال را با اصل لوشاتلیه هم به طور دقیق‌تر بررسی کرد. البته بهتر بود طراح، معادلهٔ واکنش سلول را به صورت تعادلی نشان می‌داد.

بررسی عبارت‌ها: ◆ افزایش غلظت H^+: تغییر می‌دهد، با توجه به این‌که این واکنش تعادلی است، بنا به اصل لوشاتلیه، با افزایش $[H^+]$، تعادل در جهت رفت جابه‌جا شده و ولتاژ سلول افزایش می یابد.

$$Zn + \uparrow 2H^+ \overset{E\uparrow}{\rightleftharpoons} Zn^{2+} + H_2 \qquad E^\circ > 0/76\ V$$

◆ افزودن یکی از نمک‌های روی: تغییر می‌دهد، افزایش نمک‌های روی باعث افزایش غلظت Zn^{2+} شده و تعادل در جهت برگشت جابه‌جا شده و ولتاژ کاهش می‌یابد.

$$Zn + 2H^+ \overset{E\downarrow}{\rightleftharpoons} Zn^{2+} \uparrow + H_2 \qquad E^\circ < 0/76\ V$$

◆ بالارفتن دما: تغییر می‌دهد، واکنش‌های انجام‌شده در سلول‌های گالوانی، گرماده هستند؛ بنابراین با افزایش دما، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا شده و ولتاژ کاهش می‌یابد.

$$Zn + 2H^+ \overset{E\downarrow}{\rightleftharpoons} Zn^{2+} + H_2 + Q\uparrow \qquad E^\circ < 0/76\ V$$

◆ به کار بردن الکترود روی با جرم بیشتر: تغییر نمی‌دهد، چون بر جابه‌جایی تعادل بی‌تأثیر است.

مشاوره این سؤال یکی از سؤال‌های جدید کنکور ۱۴۰۲ بود اما دیدید که با کمی تمرکز، خیلی راحت می‌شد بهش جواب داد. سر جلسه، وقتی به سؤال جدیدی مثل این سؤال برخورد کردید، زود ناامید نشوید. می‌تونید دور اول سؤال رو رها کنید و در دور دوم، با آرامش، بهش فکر کنید.

۸۳- گزینه ۴

عنصر X با عدد اتمی ۱۶، همان نافلز گوگرد و عنصر Y با عدد اتمی ۱۷، همان نافلز کلر است، حالا بیایید گزینه‌ها را به ترتیب بررسی کنیم:

۱) در ترکیب HCl، بار جزئی Cl، $\delta -$ است، زیرا خصلت نافلزی کلر از هیدروژن بیشتر است.

۲) آرایش منظم از کاتیون‌ها در سه بعد، مربوط به فلزها است. X که فلز نیست!

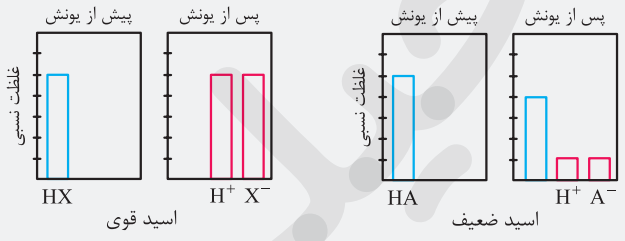
۳) مولکول H_2S ساختاری خمیده (H—S—H) دارد.

۴) با توجه به این‌که در ساختار SCl_4، اتم مرکزی دارای جفت‌الکترون ناپیوندی است (:$\ddot{Cl}-\ddot{S}-\ddot{Cl}$:)، این مولکول، قطبی محسوب می‌شود.

مشاوره یکی از چالش‌های مهم درس شیمی در کنکور، مدیریت زمان است. اگر سر جلسهٔ آزمون، از سؤال اول شیمی، همهٔ سؤال‌ها (چه ساده و چه سخت و زمان‌بر) رو شروع به حل کنی و سؤال‌های چالشی، محاسباتی و زمان‌بر رو برای دور دوم نذاری، زمان رو برای حل‌کردن تست‌های سادهٔ انتهایی دفترچه از دست می‌دی. پس حتماً در دور اول، سؤال‌های وقت‌گیر و سخت رو رد کن تا به این سؤال‌های آسون هم برسی!

۸۴- گزینه ۲

نکته اسیدهای قوی در آب به طور کامل یونیده می‌شوند و در محلول آن‌ها، مولکول‌های اسید اولیه وجود ندارد اما اسیدهای ضعیف به طور جزئی یونیده شده و در محلول آن‌ها، علاوه بر یون‌های حاصل از یونش، مولکول اسید یونیده‌نشده نیز وجود دارد.



عبارت‌های «پ» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: (الف) اسید HX برخلاف HA، به طور کامل یونیده شده است؛ پس HX اسید قوی و HA اسید ضعیف است. در شرایط یکسان، pH محلول اسیدهای ضعیف، بیشتر از اسیدهای قوی است؛ زیرا در محلول آن‌ها $[H^+]$ کم‌تر است و pH با $[H^+]$ رابطهٔ وارونه دارد.

(ب) با توجه به نمودارها، نسبت $[H^+]$ در محلول HX به $[H^+]$ در محلول HA، ۵ به ۱ است.

(پ)

روش می‌تونیم از فرمول $K_a=\frac{[H^+]^2}{[HA]_{\text{تعادلی}}}$ استفاده کنیم. با توجه به نمودار اسید ضعیف HA داریم:

$$[H^+]=\frac{1}{5}[HA]_{\text{اولیه}} \xrightarrow{[HA]_{\text{اولیه}}=0/8:\text{داده‌های سؤال}} [H^+]=\frac{1}{5}\times 0/8$$

$$=0/16\ \text{mol.L}^{-1}$$

$$[HA]_{\text{تعادلی}}=[HA]_{\text{اولیه}}-[H^+]=0/8-0/16=0/64\ \text{mol.L}^{-1}$$

حالا به راحتی از طریق فرمول، K_a به دست می‌آید:

$$K_a=\frac{[H^+]^2}{[HA]_{\text{تعادلی}}}=\frac{\overset{1}{\cancel{0/16}}\times 0/16}{\underset{4}{\cancel{0/64}}}=0/04$$

روش می‌تونیم از فرمول $K_a=\frac{M\alpha^2}{1-\alpha}$ استفاده کنیم. اول با توجه به نمودار، α_{HA} رو حساب می‌کنیم:

$$\alpha_{HA}=\frac{[H^+]}{[HA]_{\text{آغازی}}}=\underset{\text{از روی نمودار}}{\frac{1}{5}}=0/2$$

حالا به راحتی از طریق فرمول، K_a به دست می‌آید:

$$K_a=\frac{M\alpha^2}{1-\alpha}=\frac{\overset{1}{\cancel{0/8}}(0/2)^2}{\underset{2}{\cancel{1/0}}}=0/04$$

(ت) در ترکیب‌های دوتایی هیدروژن‌دار عنصرهای گروه ۱۷، HF اسید ضعیف و HCl، HBr و HI، جزء اسیدهای قوی هستند. در این‌جا HA، اسید ضعیف است و می‌تواند HF باشد، در حالی که HX، اسید قوی است و می‌تواند یکی از اسیدهای HCl، HBr و HI باشد. جرم مولی ۳ ترکیب دوم از HF بیشتر است، زیرا هالوژن سازندهٔ آن‌ها نسبت به F، در دوره‌های پایین‌تر قرار دارد.

مشاوره نمودار این سؤال، نمودار یکی از با هم بیندیشیم‌های فصل (۱) کتاب درسی شیمی (۳) است. اگر روی تمرین‌های کتاب درسی خوب مسلط باشی، با دیدن این سؤال و نمودار اون، می‌تونی به راحتی با اعتمادبه‌نفس بالا، درستی و نادرستی عبارت‌ها رو بررسی کنی.

۸۵- گزینه ۳

استراتژی برای حل این سؤال، ابتدا باید مقدار ثابت تعادل را به دست بیاری. بعد با توجه به کاهش حجم، طبق اصل لوشاتلیه، جهت جابه‌جایی تعادل را مشخص کرده و به کمک جدول تغییرات مول مواد، مقدار مول و غلظت مواد را در تعادل جدید بنویسی. حالا با توجه به ثابت‌بودن ثابت تعادل در دمای ثابت، کافیه که مقادیر جدید غلظت مواد رو در رابطهٔ ثابت تعادل قرار بدی و در نهایت مول جدید یا نهایی مادهٔ X رو به دست بیاری.

گام محاسبهٔ ثابت تعادل:

$$A+D \rightleftharpoons X$$

$$K_{\text{تعادل}}=\frac{[X]}{[A][D]}=\frac{\frac{0/2}{4}}{\frac{0/2}{4}\times\frac{0/2}{4}}=\frac{4}{0/2}=20$$

گام با کاهش حجم، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و حجم نهایی ظرف، ۱ لیتر است؛ بنابراین خواهیم داشت:

	A	+	D	⇌	X
تعادل اولیه:	$0/2$		$0/2$		$0/2$
تعادل نهایی:	$0/2-x$		$0/2-x$		$0/2+x$

$$K=\text{ثابت} \Rightarrow \frac{\frac{0/2+x}{1}}{\frac{0/2-x}{1}\times\frac{0/2-x}{1}}=20 \Rightarrow 20x^2-9x+0/6=0$$

$$\Delta=b^2-4ac=81-4(20)(0/6)=33$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}\begin{cases} x_1=\frac{9+\sqrt{33}}{40}=\frac{9+5/74}{40}\simeq 0/37 & \text{غ ق ق} \\ \text{(مول تعادلی A و D منفی می‌شود.)} & \\ x_2=\frac{9-\sqrt{33}}{40}=\frac{9-5/74}{40}\simeq 0/08 & \end{cases}$$

گام محاسبهٔ مول جدید یا نهایی X:

$$\text{مول نهایی X}=0/2+x=0/2+0/08=0/28$$

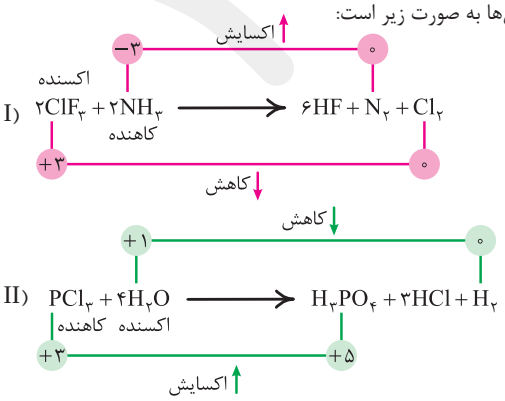
تیزبازی *راستش!* این سؤال اصلاً نیازی به حل *نداره* و با کمی دقت به داده‌های سؤال و نگاه‌کردن به گزینه‌ها، *می‌شه* جواب درست رو فهمید! می‌دانیم که با کاهش حجم (افزایش فشار)، تعادل به سمت تعداد مول‌های گازی کم‌تر (در این‌جا یعنی در جهت رفت) جابه‌جا می‌شود. با جابه‌جایی تعادل در جهت رفت، تعداد مول X نسبت به حالت اولیه (۰/۲ مول) بیشتر خواهد شد. *فعلاً* ۴) *پَر!*

از طرفی چون واکنش تعادلی است، با جابه‌جایی تعادل، کل مول‌های اولیهٔ واکنش‌دهنده‌ها مصرف نخواهد شد، یعنی مقدار مول نهایی X $(0/2+x)$، قطعاً کم‌تر از ۰/۴ خواهد بود؛ زیرا اگر مثلاً ۰/۴ باشد، در این حالت، مول نهایی A و D $(0/2-x)$، صفر خواهد شد که امکان‌پذیر نیست. بین ۱) تا ۳) ، فقط عدد (۳)، کم‌تر از ۰/۴ می‌باشد.

۸۶- گزینه ۳

عبارت‌های سوم تا پنجم درست‌اند.

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش‌ها به صورت زیر است:



بررسی عبارت‌ها: ◆ گونهٔ اکسنده در واکنش (I)، ClF_3 یا همان اتم Cl است، در حالی که هالید، آنیون عنصرهای گروه ۱۷ (X^-) است.

◇ اسید قوی در واکنش (II)، همان HCl است. با توجه به معادلهٔ موازنه‌شده، به ازای تشکیل ۳ مول HCl، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود (به تغییر عدد اکسایش فسفر *توجه فرمایین!*)؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$۱۰\,mol\,HCl \times \frac{۲\,mole^-}{۳\,mol\,HCl} = \frac{۲۰}{۳}\,mole^-$$

◇ ضرایب هر دو گونهٔ کاهنده و اکسنده در واکنش (I) برابر ۲ است.

◇ مولکول ناجورهسته یعنی مولکولی که عنصرهای سازنده‌اش *با هم فرق کنه!* در بین فراورده‌های واکنش (I)، فقط HF ناجورهسته است. ضریب HF در واکنش (I) برابر ۶ و ضریب $H_۲O$ در واکنش (II) برابر ۴ است: $\frac{۶}{۴} = \frac{۳}{۲}$

◇ با توجه به معادله‌هایی که براتون نوشتیم، هر دو مورد گفته‌شده برابر با ۲ است.

تله عبارت اول این سؤال تلهٔ اصلی آن محسوب می‌شود. باید حواستون باشه که هالوژن‌ها در هر ترکیبی، هالید محسوب نمی‌شوند و هالید یعنی آنیون تک‌اتمی هالوژن‌ها (X^-).

۸۷- گزینه ۴

درس‌نامه تکنیک مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب‌های یونی:

به طور کلی برای مقایسهٔ ΔH فروپاشی شبکهٔ ترکیب‌های یونی می‌توان از روش زیر استفاده کرد:

گام اول: هر چه مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون در یک ترکیب یونی بزرگ‌تر باشد، ΔH فروپاشی شبکهٔ آن بزرگ‌تر است.

گام دوم: اگر مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون برای دو ترکیب یونی برابر باشد، شعاع یون‌های سازندهٔ آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم؛ هر چه شعاع یون‌ها کوچک‌تر باشد، ΔH فروپاشی بزرگ‌تر است.

مثال: در هر مورد، آنتالپی فروپاشی ترکیب‌ها را با هم مقایسه کنید.

آ) منیزیم اکسید و کلسیم کلرید

ب) سدیم اکسید و منیزیم فلوئورید

پاسخ: آ) اول مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$MgO \Rightarrow \overset{Mg^{۲+}}{۲} + \overset{O^{۲-}}{۲} = ۴$$
$$CaCl_۲ \Rightarrow \underset{Ca^{۲+}}{۲} + \underset{Cl^-}{۱} = ۳$$
$$\Rightarrow \Delta H_{\text{فروپاشی}}: MgO > CaCl_۲$$

ب) *بازم مثل قبل، اول می‌ریم سراغ* مقایسهٔ مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون:

$$Na_۲O \Rightarrow \overset{Na^+}{۱} + \overset{O^{۲-}}{۲} = ۳$$
$$MgF_۲ \Rightarrow \underset{Mg^{۲+}}{۲} + \underset{F^-}{۱} = ۳$$

در این‌جا به گام دوم یعنی مقایسهٔ شعاع یون‌ها هم نیاز داریم:

$$\text{شعاع یونی} \begin{cases} O^{۲-} > F^- \\ Na^+ > Mg^{۲+} \end{cases} \Rightarrow \Delta H_{\text{فروپاشی}}: Na_۲O < MgF_۲$$

می‌دانیم که در مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب‌های یونی، اولویت با بار یون‌ها است، به طوری که هر چه مجموع قدر مطلق مقدار بار یک کاتیون و یک آنیون بیشتر باشد، آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور آن ترکیب بیشتر است.

آنتالپی فروپاشی: $XA < X_۲D < YD$

$۱+۱=۲ \quad ۱+۲=۳ \quad ۲+۲=۴$

تیزبازی برای به دست آوردن جواب این سؤال فقط کافی بود بدانیم که ΔH فروپاشی شبکهٔ بلور برای ترکیب یونی حاصل از $D^{۲-}$ و $Y^{۲+}$ بیشترین و برای ترکیب یونی حاصل از A^- و X^+ کم‌ترین است، که این ترتیب فقط در ۴ رعایت شده است.

۸۸- گزینه ۲

درس‌نامه نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش و واکنش کلی فرایند زنگ‌زدن آهن به صورت زیر است:

نیم‌واکنش اکسایش: $۴(Fe(s) \rightarrow Fe^{۲+}(aq) + ۲e^-)$

نیم‌واکنش کاهش: $۳(O_۲(g) + ۲H_۲O(l) + ۴e^- \rightarrow ۴OH^-(aq))$

نیم‌واکنش اکسایش آهن (II) به آهن (III): $۴(Fe^{۲+}(aq) \rightarrow Fe^{۳+}(aq) + e^-)$

واکنش کلی: $۴Fe(s) + ۳O_۲(g) + ۶H_۲O(l) \rightarrow \underbrace{۴Fe^{۳+}(aq) + ۱۲OH^-(aq)}_{۴Fe(OH)_۳(s)}$

◇

۳ نقش اصلی در فرایند زنگ‌زدن آهن

- آهن — کاهنده
- اکسیژن — اکسنده
- آب — واکنش‌دهنده و الکترولیت (سازندهٔ بستر الکترولیت)

عبارت‌های «ب» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: (الف) *فلزکه هیچ‌وقت نمی‌تونه الکترون بگیره و اکسنده باشه!* در زنگ‌زدن آهن، Fe، کاهنده و $O_۲$، اکسنده است.

(ب) *کاملاً درسته!* فلز آهن ابتدا به $Fe^{۲+}$ اکسید شده، سپس $Fe^{۲+}$ به $Fe^{۳+}$ تبدیل شده و زنگ آهن $(Fe(OH)_۳)$ تشکیل می‌شود.

(پ) رطوبت $(H_۲O)$ در نیم‌واکنش کاهش نقش دارد:

نیم‌واکنش کاهش: $O_۲ + ۲H_۲O + ۴e^- \rightarrow ۴OH^-$

(ت) معادلهٔ واکنش کلی را ببینید:

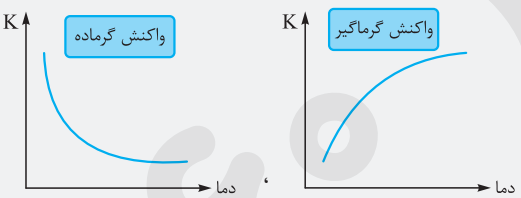
$$۴Fe(s) + ۳O_۲(g) + ۶H_۲O(l) \rightarrow ۴Fe(OH)_۳(s)$$

(جامد) (گاز) (مایع) (جامد)

۸۹- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ نمودار ثابت تعادل برحسب دما:

در واکنش‌های تعادلی گرماگیر $(A + Q \rightleftharpoons B)$، با افزایش دما، واکنش در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و ثابت تعادلی افزایش می‌یابد؛ بنابراین نمودار ثابت تعادل برحسب دما، صعودی است. اما در واکنش‌های تعادلی گرماده $(A \rightleftharpoons B + Q)$، با افزایش دما، واکنش در جهت برگشت جابه‌جا شده و ثابت تعادل کاهش می‌یابد، پس نمودار ثابت تعادل برحسب دما، نزولی است.



۲ اثر تغییر دما بر تعادل‌های گرماده و گرماگیر:

اثر / نوع واکنش	عامل تغییر دما بر تعادل‌ها	عکس‌العمل تعادل به تغییر	چگونگی تغییر ثابت تعادل (K) با جابه‌جاشدن تعادل
واکنش‌های تعادلی گرماده	کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت رفت)	افزایش می‌یابد.
	افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت برگشت)	کاهش می‌یابد.
واکنش‌های تعادلی گرماگیر	کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت برگشت)	کاهش می‌یابد.
	افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت رفت)	افزایش می‌یابد.

در شکل داده‌شده در صورت تست، با افزایش دما، ثابت تعادل واکنش، کاهش یافته است؛ بنابراین با توجه به نکتهٔ گفته‌شده، واکنش تعادلی مورد نظر، گرماده است. واکنش تهیهٔ آمونیاک از گازهای هیدرازین و هیدروژن (مرحلهٔ دوم واکنش تولید آمونیاک به روش هابر)، گرماده است.

$$N_2H_4 + H_2 \rightleftharpoons 2NH_3 + Q$$

هیدرازین — آمونیاک

بررسی سایر گزینه‌ها: (۲) واکنش تجزیهٔ گوگرد تری‌اکسید، گرماگیر است.

$$2SO_3 + Q \rightleftharpoons 2SO_2 + O_2$$

(۳) در تعادل‌های گرماده، افزایش دما سبب جابه‌جایی تعادل در جهت برگشت شده و غلظت فراورده‌ها کاهش می‌یابد. (۴) در تعادل‌های گرماده، با کاهش دما، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود. از طرفی می‌دانیم که در مخرج رابطهٔ ثابت تعادل، غلظت واکنش‌دهنده‌ها وجود دارد؛ با جابه‌جایی تعادل در جهت رفت، غلظت واکنش‌دهنده‌ها کاهش می‌یابد.

یادآوری روش نوشتن عبارت ثابت تعادل:

$$aA + bB \rightleftharpoons cC + dD \Rightarrow \text{(ثابت تعادل) } K = \frac{[C]^c[D]^d}{[A]^a[B]^b}$$

(حالت فیزیکی A، B، C و D: g یا aq)

۹۰- گزینه ۴

هرچند با بازکردن شیر، حجم از ۱ لیتر به ۲ لیتر افزایش می‌یابد، اما با توجه به این‌که شمار مول‌های گازی در دو سمت معادلهٔ واکنش با هم برابر است، حجم ظرف تأثیری در محاسبات ندارد و *با فیال راحت!* می‌توانیم از مول مواد استفاده کنیم:

$$\text{مول اولیهٔ CO و } H_2O = 8 \times 0/025 = 8 \times \frac{1}{40} = 0/2 \text{ mol}$$

	CO	+ H_2O	⇌ CO_2	+ H_2
تعادل اولیه:	۰/۲	۰/۲	۰	۰
تعادل نهایی:	۰/۲ − x	۰/۲ − x	x	x

$$K = \frac{x^2}{(0/2-x)^2} = 9 \xrightarrow{\text{از دو طرف جذر می‌گیریم}} \frac{x}{0/2-x} = 3$$

$$\Rightarrow 0/6 - 3x = x \Rightarrow 4x = 0/6 \Rightarrow x = 0/15 = H_2 \text{ مول تعادلی}$$

۹۱- گزینه ۲

اول باید تکلیف عنصرها را مشخص کنیم: $n=3 \Rightarrow 3s\,3p\,3d \Rightarrow$

$$\begin{cases} \xrightarrow{3e^-} 3s^2 3p^1 \Rightarrow {}_{13}E = [{}_{10}Ne]3s^2 3p^1 = {}_{13}Al \\ \xrightarrow{7e^-} 3s^2 3p^5 \Rightarrow {}_{17}X = [{}_{10}Ne]3s^2 3p^5 = {}_{17}Cl \\ \xrightarrow{9e^-} 3s^2 3p^6 3d^1 \Rightarrow {}_{21}D = [{}_{18}Ar]3d^1 4s^2 = {}_{21}Sc \\ \xrightarrow{11e^-} 3s^2 3p^6 3d^3 \Rightarrow {}_{23}A = [{}_{18}Ar]3d^3 4s^2 = {}_{23}V \end{cases}$$

بررسی گزینه‌ها:

(۱) $(_{21}D^{3+}, {}_{17}X^-) \Rightarrow DX_3 : \frac{\text{کاتیون}}{\text{آنیون}} = \frac{1}{3}$

$(_{13}E^{3+}, {}_{17}X^-) \Rightarrow EX_3 : \frac{\text{آنیون}}{\text{کاتیون}} = \frac{3}{1}$

(۲)
$$\begin{cases} {}_{17}X^- : [{}_{10}Ne]\,3s^2 3p^6 \\ n=3, l=0 \Rightarrow 3s^{(2)} \end{cases} \Rightarrow 6-2=4$$
$$\begin{cases} {}_{21}D^{3+} : [{}_{10}Ne]\,3s^2 3p^6 \\ n=3, l=1 \Rightarrow 3p^{(6)} \end{cases}$$

(۳)
$$\begin{cases} {}_{21}D \\ {}_{13}E \end{cases} \Rightarrow 21-13=(8)$$
$$\begin{cases} {}_{23}A \\ {}_{17}X \end{cases} \Rightarrow 23-17=(6) \Rightarrow \frac{8}{6} = 1/33 \neq 2$$

(۴) عنصر A (فلز وانادیم) با عنصر X (نافلز کلر) ترکیب یونی تشکیل می‌دهد نه مولکولی!

۹۲- گزینه ۳

برای این‌که فلزی در یک نمونه وجود داشته باشد، باید همهٔ خطوط طیفی آن، عیناً در طیف نمونه وجود داشته باشند.

با یه نگاه به شکل‌ها، معلومه که تنها همهٔ خطوط طیف عنصرهای D و F در مخلوط وجود دارند.

مشاوره این سؤال عیناً از تمرین‌های دوره‌ای فصل ۱ شیمی دهم آورده شده است. دیگه گفتن نداره، فقط یادآوری می‌کنیم و متذکر می‌شیم که از کتاب درسی، تمرین‌ها، مثال‌ها و ... اون اصلاً غافل نشید.

۹۳- گزینه ۱

شفاف‌سازی بحث فراورده و واکنش *سرکاریه!* ۲/۹۲ گرم SF_n معادل $12/04 \times 10^{21}$ مولکول از آن است؛ یعنی با یک مسئلهٔ عادی از مول سروکار داریم.

$$\text{جرم مولی } SF_n = 32 + 19n \text{ g.mol}^{-1}$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

از جرم SF_n شروع کرده و به تعداد مولکول‌های آن می‌رسیم و سپس با رابطهٔ به‌دست‌آمده، n را به دست می‌آوریم:

$$2/92 \text{ g } SF_n \times \frac{1 \text{ mol } SF_n}{(32+19n) \text{ g } SF_n} \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ مولکول}}{1 \text{ mol } SF_n}$$

$$= 12/04 \times 10^{21} \text{ مولکول}$$

$$\Rightarrow \frac{2/92}{32+19n} = \frac{2}{100} \Rightarrow 292 = 64 + 38n \Rightarrow 38n = 228 \Rightarrow n = 6$$

روش استفاده از فرمول:

$$\text{مول} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} = \frac{\text{تعداد ذره}}{\text{عدد آووگادرو}} \Rightarrow \frac{2/92}{32+19n} = \frac{12/04 \times 10^{21}}{6/02 \times 10^{23}}$$

$$\Rightarrow 292 = 64 + 38n \Rightarrow 38n = 228 \Rightarrow n = 6$$

۹۴- گزینه ۳

نکته ۱ فلزهای قلیایی در گروه اول جدول دوره‌ای و به ترتیب در دوره‌های دوم تا هفتم قرار دارند و شامل ۶ عنصر: ${}_3Li$، ${}_{11}Na$، ${}_{19}K$، ${}_{37}Rb$، ${}_{55}Cs$ و ${}_{87}Fr$ هستند. عدد اتمی این عنصرها یک واحد بیشتر از گاز نجیب قبل از خود است.

۲ با دانستن عدد جرمی و تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌های یک اتم، می‌توان عدد اتمی آن را از رابطهٔ زیر حساب کرد:

$$\text{عدد اتمی} = \frac{\text{تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها} - \text{عدد جرمی}}{2}$$

عبارت‌های «الف» و «پ» درست‌اند.

فلزهای قلیایی در گروه اول و دوره‌های دوم تا هفتم جدول قرار دارند؛ بنابراین عدد اتمی دومین فلز قلیایی جدول، یک واحد بیشتر از عدد اتمی گاز نجیب دورهٔ دوم یعنی برابر با $11 = 1 + 10$ است؛ به این ترتیب خواهیم داشت:

روش $${}^{79}_{Z}M \Rightarrow \begin{cases} N+Z=79 \\ N-Z=11 \end{cases} \Rightarrow 2N=90 \Rightarrow N=45 \Rightarrow Z=34$$

روش $$\text{عدد اتمی} = \frac{\text{(تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها)} - \text{عدد جرمی}}{2} = \frac{79-11}{2} = 34$$

حالا بریم سراغ عبارت‌ها:

(الف) عنصری با عدد اتمی ۳۴ (همان ${}_{34}Se$) مانند گوگرد (${}_{16}S$)، در گروه ۱۶ جدول دوره‌ای قرار دارد. خواص شیمیایی عنصرهای هم‌گروه مشابه است.

(ب) آرایش الکترونی عنصرهای گروه ۱۶ به ns^2np^4 ختم می‌شود؛ یعنی در لایهٔ ظرفیت آن‌ها، ۴ الکترون با $l=1$ (np) وجود دارد.

(پ) عنصرهای گروه ۱۶ با تشکیل آنیون دو بار منفی، به آرایش گاز نجیب هم‌دورهٔ خود می‌رسند.

(ت) *اینم که توضیح داریم!*

۹۵- گزینه ۴

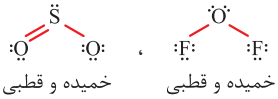
این سؤال رو به راحتی می‌شه با رد گزینه جواب داد. در ۱ نام TiO_2، تیتانیم (IV) اکسید است، زیرا عدد اکسایش Ti در این ترکیب، $+4$ است. در ۲ و ۳ نام OF_2، اکسیژن دی‌فلوئورید است؛ پس جواب درست، ۴ است.

حالا توضیحات کامل مواد داده‌شده را، در جدول زیر ببینید:

فرمول شیمیایی	نام ماده	حالت فیزیکی در دما و فشار اتاق
$CHCl_3$	کلروفرم	مایع (باریکهٔ مایع آن در فصل ۳ شیمی دوازدهم نشان داده شده است.)
TiO_2	تیتانیم دی‌اکسید یا تیتانیم (IV) اکسید	جامد (رنگدانهٔ سفید)
C_3H_6O	استون	مایع
OF_2	اکسیژن دی‌فلوئورید	گاز[1]
$CH_3COOC_2H_5$	اتیل استات	مایع (حلال چسب است.)
$C_2H_6O_2$	اتیلن گلیکول	مایع

۱- شما می‌تونید با مقایسهٔ OF_2 و یک مولکولی که می‌شناسید، حالت فیزیکی اون رو پیدا کنید. مولکول OF_2، مولکولی خمیده و قطبی است و H متصل به FON ندارد و جرم مولی آن $54\ g.mol^{-1}$ است.

مولکول SO_2 نیز مولکولی سه‌اتمی، خمیده و قطبی، بدون H متصل به FON است و جرم مولی آن برابر با $64\ g.mol^{-1}$ است. می‌دانیم که مولکول SO_2، در دما و فشار اتاق به صورت گاز است؛ بنابراین می‌توان پیش‌بینی کرد که مولکول OF_2 نیز (که جرم مولی کم‌تری هم دارد) در دما و فشار اتاق به حالت گاز می‌باشد.


خمیده و قطبی

خمیده و قطبی

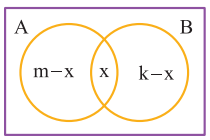
۱۴۰۲ نوبت دوم خارج

ریاضی

۱- گزینه ۳

استراتژی ابتدا یک نمودار ون رسم کنید و تعداد اعضای $A\cap B$ را برابر x در نظر بگیرید. حالا تعداد اعضای $A-B$ برابر $m-x$ و تعداد اعضای $B-A$ برابر $k-x$ می‌شود. سپس با توجه به این‌که تعداد اعضای $A\cup B$ برابر ۱۱ و $m-k=5$ است، به جواب می‌رسید.

گام ابتدا نمودار ون را رسم می‌کنیم:



فرض کنید تعداد اعضای $A\cap B$ برابر x است. تعداد اعضای A برابر m است، پس تعداد اعضای $A-B$ برابر $m-x$ می‌شود. تعداد اعضای B برابر k است، پس تعداد اعضای $B-A$ برابر $k-x$ می‌شود.

گام تعداد اعضای $A\cup B$، ۱۱تا است، پس مجموع $m-x$، x و $k-x$ باید ۱۱ باشد:

$$(m-x)+(x)+(k-x)=11 \Rightarrow \underbrace{m+k-x=11}_{(*)}$$

گام $m-k=5$ است، پس $k=m-5$ می‌شود. حالا به جای k در $(*)$ قرار می‌دهیم: $m-5$

$$m+(m-5)-x=11 \Rightarrow 2m=16+x \Rightarrow m=\frac{16+x}{2}$$

x تعداد اعضای $A\cap B$ است، پس نمی‌تواند عددی منفی باشد، به عبارت دیگر $x\geq 0$ می‌شود. حالا واضح است کم‌ترین مقدار m، به ازای کم‌ترین مقدار x، یعنی $x=0$ حاصل می‌شود:

$$m_{min}=\frac{16+0}{2}=8$$

۲- گزینه ۴

درس‌نامه جملهٔ عمومی یک دنبالهٔ هندسی با جملهٔ اول a و قدرنسبت r به صورت $a_n=ar^{n-1}$ است.

گام جملات a_2 و a_5 را برحسب a و r باز می‌کنیم: $a_2=ar\ ,\ a_5=ar^4$

گام مقادیر به‌دست‌آمده را در معادلهٔ $\frac{a_5}{a_3^2}+\frac{a_2}{a^2}=2$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{ar^4}{(ar)^3}+\frac{ar}{a^2}=2 \Rightarrow \frac{a\,r^4}{a^3\,r^3}+\frac{a\,r}{a^2}=2 \Rightarrow \frac{r^2}{a^2}+\frac{r}{a}=2$$

گام از تغییر متغیر $t=\frac{r}{a}$ برای حل معادله کمک می‌گیریم:

$$\frac{r^2}{a^2}+\frac{r}{a}=2 \xrightarrow{t=\frac{r}{a}} t^2+t=2 \Rightarrow t^2+t-2=0$$

$$\Rightarrow (t+2)(t-1)=0 \Rightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=-2 \end{cases}$$

به جای t قرار می‌دهیم $\frac{r}{a}$:

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{r}{a}=1 \\ \frac{r}{a}=-2 \end{cases}$$

گام در آخر نسبت a^2 به جملهٔ دوم $(a_2=ar)$ را می‌خواهیم:

$$\frac{a^2}{a_2}=\frac{a^2}{ar}=\frac{a}{r}$$

از طرفی در گام ۳ دیدیم:

$$\begin{cases} \frac{r}{a}=1 \\ \frac{r}{a}=-2 \end{cases} \xrightarrow{\text{معکوس}} \begin{cases} \frac{a}{r}=1 \\ \frac{a}{r}=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

بنابراین $\frac{a}{r}$ می‌تواند برابر $-\frac{1}{2}$ یا ۱ شود که $-\frac{1}{2}$ در بین گزینه‌ها وجود دارد.

مشاوره در سؤالات دنبالهٔ حسابی و هندسی، هر وقت معادله‌ای برحسب جملات دنباله دیدین، بهترین کار بازکردن جملات با استفاده از جملهٔ عمومی دنباله است.

۳- گزینه ۱

درس‌نامه مجموعه‌ای از زوج مرتب‌ها وقتی تابع می‌شود که هیچ دو زوج مرتبی نداشته باشیم که مؤلفهٔ اول آن‌ها یکسان و مؤلفهٔ دوم آن‌ها متفاوت باشد.

گام با توجه به این‌که هم x باید صحیح باشد و هم y، حاصل کسر $\frac{30}{1+|y|}$ باید صحیح شود *(چون مساویه x ئه!)*، حالا حاصل این کسر وقتی صحیح می‌شود که $1+|y|$ مقسوم‌علیهی از ۳۰ باشد.

گام مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد ۳۰ به صورت مقابل‌اند: $\{1,2,3,5,6,10,15,30\}$

پس حالات مطلوب ما، حالاتی‌اند که $1+|y|$ برابر یکی از اعضای مجموعهٔ بالا شود:

- $1+|y|=1 \Rightarrow |y|=0 \Rightarrow y=0 \xrightarrow{\text{پس}} x=\frac{30}{1+|y|}=\frac{30}{1+0}=30$
- $1+|y|=2 \Rightarrow |y|=1 \Rightarrow y=\pm 1 \xrightarrow{\text{پس}} x=\frac{30}{1+|y|}=\frac{30}{1+1}=15$
- $1+|y|=3 \Rightarrow |y|=2 \Rightarrow y=\pm 2 \xrightarrow{\text{پس}} x=\frac{30}{1+|y|}=\frac{30}{1+2}=10$
- $1+|y|=5 \Rightarrow |y|=4 \Rightarrow y=\pm 4 \xrightarrow{\text{پس}} x=\frac{30}{1+|y|}=\frac{30}{1+4}=6$
- $1+|y|=6 \Rightarrow |y|=5 \Rightarrow y=\pm 5 \xrightarrow{\text{پس}} x=\frac{30}{1+|y|}=\frac{30}{1+5}=5$
- $1+|y|=10 \Rightarrow |y|=9 \Rightarrow y=\pm 9 \xrightarrow{\text{پس}} x=\frac{30}{1+|y|}=\frac{30}{1+9}=3$
- $1+|y|=15 \Rightarrow |y|=14 \Rightarrow y=\pm 14 \xrightarrow{\text{پس}} x=\frac{30}{1+|y|}=\frac{30}{1+14}=2$
- $1+|y|=30 \Rightarrow |y|=29 \Rightarrow y=\pm 29 \xrightarrow{\text{پس}} x=\frac{30}{1+|y|}=\frac{30}{1+29}=1$

گام بنابراین مجموعهٔ f به صورت زیر می‌شود:

$$f=\{(30,0),(15,1),(15,-1),(10,2),(10,-2),(6,4),(6,-4),$$
$$(5,5),(5,-5),(3,9),(3,-9),(2,14),(2,-14),(1,29),(1,-29)\}$$

در مجموعهٔ f، هفت جفت زوج مرتب داریم که مؤلفهٔ اول آن‌ها یکسان و مؤلفهٔ دوم آن‌ها متفاوت است، پس باید از مجموعهٔ f حداقل ۷ زوج مرتب (مثلاً $(15,1)$، $(10,2)$، $(6,4)$، $(5,5)$، $(3,9)$، $(2,14)$ و $(1,29)$) حذف کنیم تا f یک تابع باشد.

مشاوره حواستون باشه ممکنه توی کنکور از مباحث خیلی پایه (مثل دنباله، مجموعه، مفهوم تابع و ...)، سؤالات وقت‌گیری (مثل همین سؤال) طرح بشه که دانش‌آموز می‌دونه حتماً می‌تونه بهش پاسخ بده، ولی توی مدت‌زمان بالا؛ برای همین بهتون پیشنهاد می‌کنیم سعی کنید اول کار سراغ این سؤالا نرید! اول برین سراغ سؤالای دیگه که توی مدت‌زمان کم‌تر حل می‌شن و بعد برید سراغ سؤالای وقت‌گیر.

۴- گزینه ۱

استراتژی برای این‌که عدد از هر دو طرف یکسان خوانده شود، کافی است ۷ رقم راست و چپ آینه‌ای باشند، یعنی به شکل مقابل: ABCDEFG GFEDCBA

پس کافی است تعداد اعداد ۷رقمی مضرب ۶ را بشماریم!

درس‌نامه ۱ عددی زوج است که رقم یکان آن زوج باشد.

۲ اگر عددی مضرب ۳ باشد، جمع ارقامش مضرب ۳ است.

۳ تعداد حالات انتخاب k شیء از بین n شیء به طوری که جایگشت اعضا مهم نباشد، برابر است با:

$$\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

گام برای این‌که عدد از دو طرف یکسان خوانده شود، کافی است ۷ رقم راست و چپ آینه‌ای باشند، یعنی ۷ رقم راست، هر چه که بود، ۷ رقم چپ همان اعداد ولی با ترتیب برعکس باشد: ABCDEFG GFEDCBA

بنابراین ما کافی است فقط ۷ رقم راست را تعیین کنیم که در این صورت، ۷ رقم چپ به طور یکتا به دست می‌آید، پس به دنبال تعداد اعداد ۷رقمی با ارقام ۷ و ۸ هستیم که مضرب ۶ باشند.

گام عددی مضرب ۶ است که زوج و مضرب ۳ باشد. برای این‌که عدد زوج باشد، باید رقم یکان ۸ شود، حالا برای این‌که عدد مضرب ۳ باشد، جمع ارقام عدد باید مضرب ۳ شود که ۲ حالت داریم:

حالت اول: پنج رقم ۸ و دو رقم ۷ داشته باشیم (در این حالت مجموع ارقام ۵۴ می‌شود که بر ۳ بخش‌پذیر است). حالا برای شمارش تعداد اعداد، یکی از رقم‌های ۸ را در یکان قرار می‌دهیم، پس باید چهار رقم ۸ و دو رقم ۷ را در ۶ جایگاه دیگر قرار دهیم. به $\binom{6}{2}=15$ حالت می‌توانیم دو جایگاه از این شش جایگاه را برای دو رقم ۷ انتخاب کنیم و مابقی جایگاه‌ها نیز با رقم ۸ پر می‌شوند.

حالت دوم: دو رقم ۸ و پنج رقم ۷ داشته باشیم (در این حالت مجموع ارقام ۵۱ می‌شود که بر ۳ بخش‌پذیر است). حالا برای شمارش تعداد اعداد، یکی از رقم‌های ۸ را در یکان قرار می‌دهیم، پس باید یک رقم ۸ و پنج رقم ۷ را در ۶ جایگاه دیگر قرار دهیم. به $\binom{6}{5}=6$ حالت می‌توانیم پنج جایگاه از این شش جایگاه را برای پنج رقم ۷ انتخاب کنیم و جایگاه دیگر نیز رقم ۸ است.

گام بنابراین جواب برابر $15+6=21$ می‌شود.

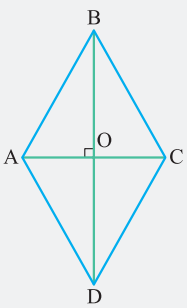
۵- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ ویژگی‌های لوزی:

الف) در هر لوزی طول اضلاع برابرند:

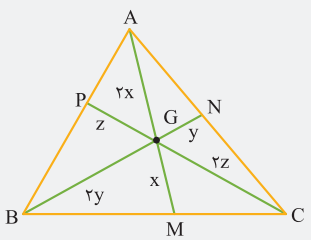
$$AB=BC=CD=DA$$

ب) قطرها عمودمنصف یکدیگرند: $AO=CO\ ,\ BO=DO$

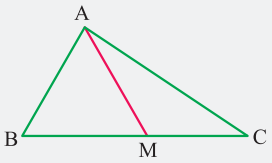


۲ در هر مثلث، میانه‌ها در مرکز ثقل همرس‌اند. مرکز ثقل، هر میانه را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌کند:

$$\frac{GM}{AM}=\frac{GN}{BN}=\frac{GP}{CP}=\frac{1}{3}$$



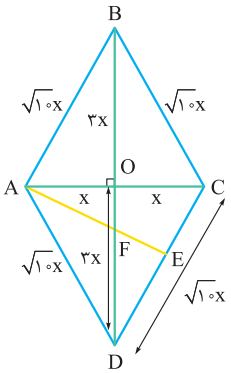
۳ برای به دست آوردن طول میانهٔ AM در مثلث ABC داریم:



$$AM^2=\frac{AB^2}{2}+\frac{AC^2}{2}-\frac{BC^2}{4}$$

گام با توجه به مورد (۱ ـ ب) درس‌نامه، $AO=CO$ است. فرض کنید طول این دو پاره‌خط x باشد که در این صورت $AC=2x$ می‌شود. قطر بزرگ لوزی (یعنی BD)، ۳ برابر قطر کوچک لوزی (یعنی AC) است، پس $BD=6x$ می‌شود. از طرفی $BO=DO$ است، پس $BO=DO=3x$ می‌شود.

حالا با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث AOB داریم:



$$\underset{x^2}{AO^2}+\underset{9x^2}{BO^2}=AB^2$$

$$\Rightarrow AB^2=10x^2\ \Rightarrow\ AB=\sqrt{10}x$$

بنابراین طول اضلاع لوزی $\sqrt{10}x$ هستند.

گام به مثلث ACD توجه کنید. $AO=CO$ است، پس DO میانهٔ وارد بر ضلع AC می‌شود. E نیز وسط ضلع CD است، پس AE هم میانهٔ وارد بر ضلع CD می‌شود.

در نتیجه F، محل همرسی میانه‌های مثلث ACD است، حالا با توجه به مورد (۲) درس‌نامه داریم:

$$EF=\frac{1}{3}AE$$

گام طول میانهٔ AE در مثلث ACD را با کمک مورد (۳) درس‌نامه به دست می‌آوریم:

$$AE^2=\frac{AC^2}{2}+\frac{AD^2}{2}-\frac{CD^2}{4}=\frac{(2x)^2}{2}+\frac{(\sqrt{10}x)^2}{2}-\frac{(\sqrt{10}x)^2}{4}$$

$$\Rightarrow AE^2=2x^2+5x^2-\frac{5}{2}x^2=\frac{9}{2}x^2\ \Rightarrow\ AE=\frac{3x}{\sqrt{2}}$$

از طرفی در گام (۲) دیدیم:

$$EF=\frac{1}{3}AE=\frac{1}{3}\times\frac{3x}{\sqrt{2}}=\frac{x}{\sqrt{2}}$$

گام بنابراین نسبت طول EF به AB برابر است با:

$$\frac{EF}{AB}=\frac{\frac{x}{\sqrt{2}}}{\sqrt{10}x}=\frac{1}{\sqrt{20}}=\frac{1}{2\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{10}$$

۶- گزینه ۳

گام خط BD دو خط موازی AB و CE را قطع کرده، پس:

$$A\hat{B}C=E\hat{C}D\ \ (I)$$

به علاوه BD دو خط موازی AC و ED را هم قطع کرده:

$$A\hat{C}B=E\hat{D}C\ \ (II)$$

حالا با توجه به (I) و (II)، دو مثلث ABC و CDE متشابه می‌شوند (چون ۲ زاویهٔ برابر دارند). تناسب بین اضلاع متناظر این دو مثلث را می‌نویسیم:

$$\underset{4}{\underbrace{\frac{BC}{CD}}}=\underset{12}{\underbrace{\frac{AB}{CE}}}=\frac{AC}{DE}\ \Rightarrow\ \begin{cases}CE=6\\ \frac{AC}{DE}=2\ \Rightarrow\ DE=\frac{AC}{2}\end{cases}$$

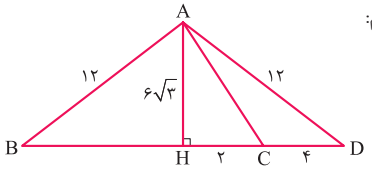
$DE=\frac{AC}{2}$ است، پس کافی است طول AC را محاسبه کنیم تا طول DE به دست آید.

گام به مثلث ABD توجه کنید. $CF\parallel AB$ است، پس می‌توانیم از قضیهٔ تالس استفاده کنیم:

$$\frac{DF}{AF}=\frac{CD}{BC}\ \Rightarrow\ \frac{DF}{8}=\frac{4}{8}\ \Rightarrow\ DF=4$$

$DF=4$ و $AF=8$ است، پس طول ضلع AD برابر ۱۲ می‌شود. طول دو ضلع AB و BD هم ۱۲ است، پس مثلث ABD متساوی‌الاضلاع می‌شود.

گام حالا برای به دست آوردن طول پاره‌خط AC در مثلث متساوی‌الاضلاع ABD، ارتفاع AH را رسم می‌کنیم:

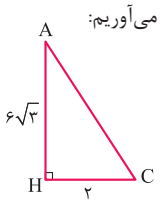


نکته در مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع a، ارتفاع ضلع را نصف می‌کند و طول آن $\frac{\sqrt{۳}}{۲}a$ است.

AH، ارتفاع است، پس طبق نکتهٔ بالا، $BH = DH = \frac{BD}{۲} = ۶$ می‌شود. حالا با توجه به این‌که $CD = ۴$ است، $CH = ۲$ می‌شود.

طول ارتفاع AH هم با توجه به نکتهٔ بالا $\frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۱۲ = ۶\sqrt{۳}$ است.

با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث ACH، طول AC را به دست می‌آوریم:



$$(۶\sqrt{۳})^۲ + ۲^۲ = AC^۲ \Rightarrow ۱۰۸ + ۴ = AC^۲ \Rightarrow AC^۲ = ۱۱۲$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{۱۱۲} = \sqrt{۱۶ \times ۷} = ۴\sqrt{۷}$$

در گام (۱) دیدیم DE نصف AC است، پس $DE = ۲\sqrt{۷}$ می‌شود.

۷- گزینه ۴

استراتژی ابتدا شکل سؤال را رسم کنید، بعد با استفاده از این‌که دو ضلع AB و CD موازی‌اند، مقدار x به دست می‌آید. در آخر با توجه به عمودبودن دو ضلع AD و CD، مقدار y هم حاصل می‌شود که در این صورت مساحت مستطیل به سادگی به دست می‌آید.

درس‌نامه ۱ فاصلهٔ دو نقطهٔ $A(x_۱, y_۱)$ و $B(x_۲, y_۲)$ برابر است با:

$$AB = \sqrt{(x_۲ - x_۱)^۲ + (y_۲ - y_۱)^۲}$$

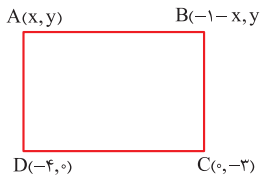
۲ شیب خط گذرنده از دو نقطهٔ $A(x_۱, y_۱)$ و $B(x_۲, y_۲)$ برابر است با:

$$m = \frac{y_۲ - y_۱}{x_۲ - x_۱}$$

۳ شیب دو خط موازی با هم برابر است.

۴ اگر دو خط بر هم عمود باشند، حاصل‌ضرب شیب‌هایشان -۱ می‌شود.

گام ابتدا شکل سؤال را رسم می‌کنیم:



گام دو خط AB و CD با هم موازی‌اند، پس شیب‌هایشان با هم برابر می‌شود:

$$\left.\begin{array}{l} m_{AB} = \frac{y-(y-۳)}{x-(-۱-x)} = \frac{۳}{۲x+۱} \\ m_{CD} = \frac{۰-(-۳)}{-۴-۰} = -\frac{۳}{۴} \end{array}\right\} \Rightarrow -\frac{۳}{۴} = \frac{۳}{۲x+۱}$$

$$\Rightarrow ۲x + ۱ = -۴ \Rightarrow ۲x = -۵ \Rightarrow x = -۲/۵$$

گام دو خط AD و CD بر هم عمودند، پس حاصل‌ضرب شیب‌هایشان -۱ می‌شود:

$$\left.\begin{array}{l} m_{CD} = -\frac{۳}{۴} \\ m_{AD} = \frac{y-۰}{\underset{-۲/۵}{x}-(-۴)} = \frac{y}{-۲/۵+۴} = \frac{y}{۱/۵} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{۳}{۴} \times \frac{y}{۱/۵} = ۱$$

$$\Rightarrow \frac{۳y}{۶} = ۱ \Rightarrow y = ۲$$

گام برای به دست آوردن مساحت، باید اندازهٔ طول و عرض را داشته باشیم. اول با داشتن $C(۰,-۳)$ و $D(-۴,۰)$، اندازهٔ ضلع CD را حساب می‌کنیم:

$$CD = \sqrt{(-۴-۰)^۲ + (۰-(-۳))^۲} = \sqrt{۱۶+۹} = ۵$$

$$\overset{-۲/۵}{\uparrow}\ \overset{۲}{\uparrow}$$

حالا با داشتن $D(-۴,۰)$ و $A(x,y)$، اندازهٔ ضلع AD را درمی‌آوریم:

$$AD = \sqrt{(-۲/۵-(-۴))^۲ + (۲-۰)^۲} = \sqrt{۲/۲۵+۴} = \sqrt{۶/۲۵} = ۲/۵$$

پس مساحت این مستطیل برابر است با: $S_{ABCD} = CD \times AD = ۵ \times ۲/۵ = ۱۲/۵$

۸- گزینه ۳

شفاف‌سازی صفرهای تابع $y = mx^۲ - ۴x - (m+۴)$

ریشه‌های معادلهٔ $mx^۲ - ۴x - (m+۴) = ۰$.

درس‌نامه ۱ برای به دست آوردن ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم $ax^۲ + bx + c = ۰$، دو حالت خاص داریم:

الف) اگر $a + b + c = ۰$ باشد، یکی از ریشه‌ها $x = ۱$ و ریشهٔ دیگر $x = \frac{c}{a}$ است.

ب) اگر $a + c = b$ باشد، یکی از ریشه‌ها $x = -۱$ و ریشهٔ دیگر $x = -\frac{c}{a}$ است.

۲ در تابع درجه‌دوم $y = ax^۲ + bx + c$:

الف) نقطهٔ تقاطع تابع با محور عرض‌ها $(۰,c)$ است.

ب) طول رأس سهمی، $x_S = -\frac{b}{۲a}$ است.

پ) اگر $a > ۰$ باشد، دهانهٔ سهمی رو به بالا و اگر $a < ۰$ باشد، دهانهٔ سهمی رو به پایین است.

۳ دوتا از ویژگی‌های قدرمطلق به صورت مقابل است:

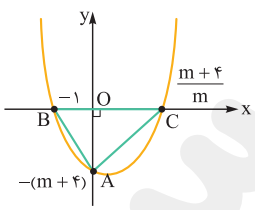
الف) $|x||y| = |xy|$

ب) $|x| = a \xrightarrow{a>۰} \begin{cases} x = a \\ x = -a \end{cases}$

گام در معادلهٔ درجه‌دوم $\underset{a}{m}x^۲ \underset{b}{-۴}x \underbrace{-(m+۴)}_{c} = ۰$، رابطهٔ $a + c = b$ بین ضرایب برقرار است، پس طبق مورد (۱ ـ ب) درس‌نامه، ریشه‌های این معادله $x = -۱$ و $x = \frac{m+۴}{m}$ هستند.

گام نقطهٔ تقاطع تابع $y = mx^۲ - ۴x - (m+۴)$ با محور عرض‌ها، طبق مورد (۲ ـ الف) درس‌نامه، $(۰,-(m+۴))$ است.

گام حالا با توجه به نتایج به‌دست‌آمده در دو گام قبل، می‌توانیم یک شکل فرضی برای این سهمی رسم کنیم: (دقت کنید این سهمی را به شکل‌های دیگری هم حتی می‌توان رسم کرد، اما اصلاً اهمیتی ندارد، چون هدف ما از رسم سهمی این است که از صورت سؤال درک بهتری پیدا کنیم.)



گام با توجه به نمودار رسم‌شده، قاعدهٔ مثلث ABC برابر BC و طول ارتفاع آن برابر AO است. طول ضلع BC برابر $\left|\frac{m+۴}{m} - (-۱)\right|$ *(خب الان احتمالاً می‌پرسید که چرا قدرمطلق؟ خودش مگه چه مشکلی داره؟ ببین ما گفتیم یه شکل فرضی رسم می‌کنیم، حالا تو شکلی که ما کشیدیم* $\frac{m+۴}{m} > -۱$ *ولی ممکنه* $\frac{m+۴}{m} < -۱$ *باشه. در هر حال طول ضلع* BC *برابر قدرمطلق تفاضل* $\frac{m+۴}{m}$ *و* -۱ *یعنی* $\left|\frac{m+۴}{m} - (-۱)\right|$ *می‌شه! با استدلال مشابه، طول* AO *هم برابر قدرمطلق* $-(m+۴)$ *می‌شه.)* و طول ارتفاع AO برابر $|m+۴|$ *(یا همون* $|-(m+۴)|$ *چون می‌دونیم که می‌تونیم داخل قدرمطلق یه منفی ضرب کنیم)* است، پس مساحت این مثلث برابر است با:

$$S = \frac{۱}{۲} \times \text{قاعده} \times \text{ارتفاع} \Rightarrow ۳ = \frac{۱}{۲}\left|\frac{m+۴}{m} - (-۱)\right| \times |m+۴|$$

$$\Rightarrow ۳ = \frac{۱}{۲}\left|\frac{m+۴+m}{m}\right| \times |m+۴|$$

$$\Rightarrow 3=\frac{1}{2}\left|\frac{2(m+2)}{m}\right|\times|m+4| \Rightarrow \left|\frac{m+2}{m}\right|\times|m+4|=3$$

گام برای حل معادلهٔ فوق از مورد (۳) درس‌نامه کمک می‌گیریم:

$$\left|\frac{m+2}{m}\right|\times|m+4|=3 \Rightarrow \left|\frac{m+2}{m}\times(m+4)\right|=3 \Rightarrow \left|\frac{m^2+6m+8}{m}\right|=3$$

پس عبارت داخل قدرمطلق، ۳ یا -3 است:

$$\begin{cases}\frac{m^2+6m+8}{m}=3\\ \frac{m^2+6m+8}{m}=-3\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}m^2+6m+8=3m\\ m^2+6m+8=-3m\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}m^2+3m+8=0 \xrightarrow{\Delta<0} \text{ریشه ندارد}\\ m^2+9m+8=0 \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases}m=-1\\ m=-8\end{cases}\end{cases}$$

گام طول رأس سهمی $y=mx^2-4x-(m+4)$، برابر با $x_S=\frac{-(-4)}{2m}=\frac{2}{m}$ است. به ازای $m=-1$ و $m=-8$ به رأس‌هایی با طول $x_S=\frac{2}{-1}=-2$ و $x_S=\frac{2}{-8}=\frac{-1}{4}$ می‌رسیم. بنابراین اختلاف طول رأس سهمی‌های رسم‌شده، $-\frac{1}{4}-(-2)=\frac{7}{4}$ می‌شود.

۹- گزینه ۲

استراتژی جمع ضرایب معادلهٔ اول، صفر است. ریشه‌هایش را حساب می‌کنیم. این دو ریشه باید دو عدد طبیعی فرد متوالی باشند؛ a در می‌آید. بعد می‌رویم سراغ معادلهٔ دوم.

درس‌نامه در معادلهٔ درجه‌دوم $Ax^2+Bx+C=0$، اگر $\Delta>0$ باشد، آن‌گاه:

۱) **جمع ریشه‌ها:** $S=-\frac{B}{A}$

۲) **ضرب ریشه‌ها:** $P=\frac{C}{A}$

۳) **اختلاف ریشه‌ها:** $M=\frac{\sqrt{\Delta}}{|A|}$

گام جمع ضرایب معادلهٔ $\underbrace{1}_{A}x^2-\underbrace{(a+1)}_{B}x+\underbrace{a}_{C}=0$ صفر است: $1+(-a-1)+a=0$

پس ریشه‌های معادله برابر است با: $\begin{cases}x_1=1\\ x_2=\frac{C}{A}=\frac{a}{1}=a\end{cases}$

۱ و a دو عدد طبیعی فرد متوالی‌اند؛ پس $a=3$ می‌شود.

گام در معادلهٔ دوم جای a، ۳ قرار می‌دهیم:

$$x^2-(3a+1)x+b=0 \xrightarrow{a=3} x^2-10x+b=0$$

ریشه‌های این معادله دو عدد زوج متوالی‌اند که مجموعشان $S=-\frac{B}{A}=10$ است. این دو عدد فقط ۴ و ۶ می‌توانند باشند.

گام حاصل‌ضرب ریشه‌های هر دو معادله را حساب می‌کنیم:

معادلهٔ اول: $x^2-(a+1)x+a=0 \Rightarrow P_1=a=3$

معادلهٔ دوم: $P_2=4\times6=24$

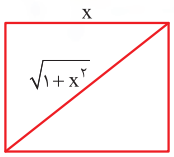
اختلاف مقادیر P برابر است با: $P_2-P_1=24-3=21$

۱۰- گزینه ۳

درس‌نامه در مستطیل طلایی، «نسبت مجموع طول و عرض به طول» با «نسبت طول به عرض» برابر است و عدد این نسبت $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ است:

$$\frac{\text{طول}+\text{عرض}}{\text{طول}}=\frac{\text{طول}}{\text{عرض}}=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

گام مجذور نسبت طول به عرض مستطیل را می‌خواهیم، پس می‌توانیم فرض کنیم عرض برابر ۱ و طول برابر x است *(با این کار، نسبت طول به عرض می‌شه!)*. حالا با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس، قطر مستطیل برابر $\sqrt{1+x^2}$ می‌شود:



گام از تقسیم اندازهٔ قطر این مستطیل به طول آن، عدد طلایی حاصل می‌شود:

$$\frac{\sqrt{1+x^2}}{x}=\frac{\sqrt{5}+1}{2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{1+x^2}{x^2}=\frac{5+1+2\sqrt{5}}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1+x^2}{x^2}=\frac{6+2\sqrt{5}}{4} \Rightarrow \frac{1+x^2}{x^2}=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{تفکیک کسر}} \frac{1}{x^2}+1=\frac{3+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{1}{x^2}=\frac{3+\sqrt{5}}{2}-1=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{معکوس می‌کنیم}} x^2=\frac{2}{\sqrt{5}+1}$$

بنابراین مجذور نسبت طول به عرض این مستطیل *(نسبت طول به عرض x بود؛ پس مجذور نسبت طول به عرض x^2 می‌شه!)* برابر $\frac{2}{\sqrt{5}+1}$ می‌شود.

۱۱- گزینه ۱

استراتژی اول نمودار $f(1-x)$ و $f(x+1)$ را رسم کنید و بعد نامعادلهٔ $\frac{f(1-x)}{f(x+1)}\geq 0$ را به کمک جدول تعیین علامت حل کنید.

درس‌نامه ۱ اگر $k>0$ باشد، برای رسم $y=f(x+k)$، نمودار $y=f(x)$ را k واحد به سمت چپ و برای رسم $y=f(x-k)$، نمودار $y=f(x)$ را k واحد به سمت راست می‌بریم.

۲ برای رسم نمودار $y=f(-x)$، کافی است نمودار $y=f(x)$ را نسبت به محور yها قرینه کنیم.

۳ برای رسم تابع $y=af(bx+c)+d$ از روی $y=f(x)$، مراحل تأثیرگذاری ضرایب به صورت روبه‌رو است:

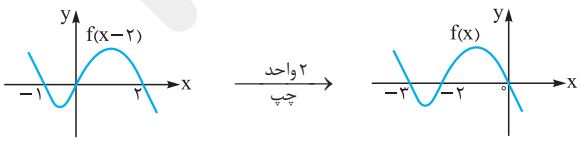
$$y=a\,f(bx+c)+d$$
(چهارم، اول، دوم، سوم)

مثلاً برای رسم $y=f(1-x)$، آن را به شکل $y=f(-x+1)$ (اول، دوم) می‌نویسیم. ابتدا ۱ واحد به چپ و سپس نسبت به محور yها قرینه می‌کنیم.

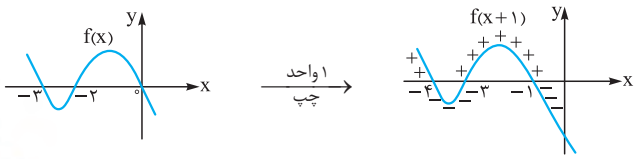
۴ برای به دست آوردن دامنهٔ توابع رادیکالی با فرجهٔ زوج، کافی است عبارت زیر رادیکال را بزرگ‌تر یا مساوی صفر قرار دهیم:

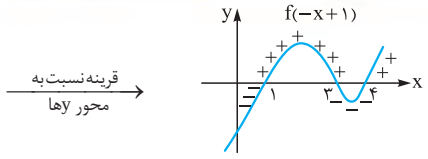
$$\sqrt[2n]{\ } \Rightarrow \ \geq 0$$

گام اول نمودار $f(x-2)$ را ۲ واحد به چپ می‌بریم تا به نمودار $f(x)$ برسیم:



گام حالا با توجه به مورد (۱)، (۲) و (۳) درس‌نامه، نمودار $f(x+1)$ و $f(1-x)$ (یا همان $f(-x+1)$) را رسم می‌کنیم:





گام برای به دست آوردن دامنهٔ $g(x)=\sqrt{\frac{f(1-x)}{f(x+1)}}$، کافی است نامعادلهٔ $\frac{f(1-x)}{f(x+1)}\geq 0$ را حل کنیم. با توجه به نمودارها، ریشه‌های صورت و مخرج (محل برخورد توابع رسم‌شده با محور xها) را مشخص می‌کنیم:

ریشه‌ها: $1,3,4$

$$\frac{f(1-x)}{f(x+1)}\geq 0$$

ریشه‌ها: $-1,-3,-4$

گام حالا جدول تعیین علامت را رسم می‌کنیم: (دقت کنید علامت $f(x+1)$ و $f(1-x)$ را روی نمودار آن‌ها در گام (۱) مشخص کرده‌ایم.)

		-4		-3		-1		1		3		4	
$f(1-x)$	−		−		−		−	۰	+	۰	−	۰	+
$f(x+1)$	+	۰	−	۰	+	۰	−		−		−		−
$\frac{f(1-x)}{f(x+1)}$	−	تن	+	تن	−	تن	+	‖	−	۰	+	۰	−
			جواب				جواب				جواب		

دنبال قسمت‌های بزرگ‌تر یا مساوی صفر بودیم که به صورت زیر می‌شود:

$$(-4,-3)\cup(-1,1]\cup[3,4]$$

بنابراین دامنهٔ این تابع، شامل ۴ عدد صحیح ۰، ۱، ۳ و ۴ است.

۱۲- گزینه ۴

استراتژی

$f(g(-\frac{1}{3}))$ (مرحلهٔ ۱ / مرحلهٔ ۲)

گام $fog(-\frac{1}{3})$ یعنی $f(g(-\frac{1}{3}))$، پس ابتدا مقدار $g(-\frac{1}{3})$ را محاسبه می‌کنیم:

$$g(x)=f([x-f(x)])\Rightarrow g(-\tfrac{1}{3})=f([-\tfrac{1}{3}-f(-\tfrac{1}{3})])\quad (*)$$

باید مقدار $f(-\frac{1}{3})$ را محاسبه کنیم:

$$f(x)=x+[x]\Rightarrow f(-\tfrac{1}{3})=-\tfrac{1}{3}+[-\tfrac{1}{3}]=-\tfrac{1}{3}-1=-\tfrac{4}{3}$$

با جای‌گذاری در (*) داریم:

$$g(-\tfrac{1}{3})=f([-\tfrac{1}{3}-(-\tfrac{4}{3})])=f([1])=f(1)$$

مقدار $f(1)$ را هم به دست می‌آوریم:

$$f(x)=x+[x]\Rightarrow f(1)=1+\underbrace{[1]}_{1}=2$$

پس $g(-\frac{1}{3})=2$ است.

گام بنابراین $f(g(-\frac{1}{3}))=f(2)$ می‌شود. حالا کافی است مقدار $f(2)$ را محاسبه کنیم:

$$f(x)=x+[x]\Rightarrow f(2)=2+\underbrace{[2]}_{2}=4$$

بنابراین جواب برابر ۴ می‌شود.

۱۳- گزینه ۱

درس‌نامه

۱ یک تابع درجه‌دوم، در بازه‌هایی وارون‌پذیر است که طول رأس سهمی، جزء آن بازه‌ها نباشد.

۲ برای محاسبهٔ $f^{-1}(\alpha)$، کافی است معادلهٔ $f(x)=\alpha$ را حل کنیم که جواب آن، همان $f^{-1}(\alpha)$ است.

۳ **روش روسی برای حل معادلهٔ درجه‌دوم:** برای به دست آوردن ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دومی مثل $ax^2+bx+c=0$ که ضریب x^2 برابر ۱ نیست (و با تجزیه به راحتی حل نمی‌شود) می‌توانیم از این تکنیک استفاده کنیم که ابتدا a را در c ضرب کنیم تا ضریب x^2 برابر ۱ شود، یعنی:

$$\xrightarrow{\text{ضرب در a}} x^2+bx+ac=0$$

حالا باید ریشه‌های معادلهٔ $x^2+bx+ac=0$ را با تجزیه به دست آوریم و هر دو ریشهٔ به‌دست‌آمده را تقسیم بر a کنیم تا ریشه‌های معادلهٔ اصلی یعنی $ax^2+bx+c=0$ به دست آیند.

گام ابتدا محدودهٔ دامنه‌ها را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\begin{cases}2x-5\geq 0\Rightarrow 2x\geq 5\Rightarrow x\geq\frac{5}{2}\\ 2x-5<0\Rightarrow 2x<5\Rightarrow x<\frac{5}{2}\end{cases}$$

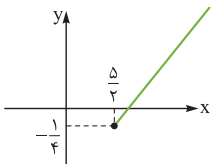
پس می‌توانیم ضابطهٔ f را به صورت روبه‌رو بنویسیم:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x-\frac{3}{2} & x\geq\frac{5}{2}\\ -2x^2+ax-21 & x<\frac{5}{2}\end{cases}$$

گام طبق مورد (۱) درس‌نامه، سهمی $y=-2x^2+ax-21$ در بازه‌ای وارون‌پذیر است، که طول رأس در آن بازه نباشد. طول رأس این سهمی $-\frac{b}{2a}=-\frac{a}{-4}=\frac{a}{4}$ است. سهمی در بازهٔ $x<\frac{5}{2}$ وارون‌پذیر است اگر $\frac{a}{4}$ در این بازه نباشد. به عبارت دیگر $\frac{a}{4}$ نباید عضو بازهٔ $(-\infty,\frac{5}{2})$ باشد، پس $\frac{a}{4}$ عضو بازهٔ $[\frac{5}{2},+\infty)$ می‌شود:

$$\frac{a}{4}\geq\frac{5}{2}\Rightarrow a\geq 10$$

گام خط $y=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$ با شرط $x\geq\frac{5}{2}$ را رسم می‌کنیم:

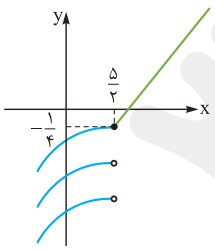


پس حداقل مقدار ضابطهٔ $\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$، برابر $-\frac{1}{4}$ است.

گام حالا علاوه بر این که طول رأس سهمی نباید در بازهٔ $x<\frac{5}{2}$ باشد، برای این که f وارون‌پذیر شود، حداکثر مقدار $-2x^2+ax-21$، باید کوچک‌تر مساویِ حداقل مقدار $\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$ باشد. رأس سهمی در بازهٔ $x<\frac{5}{2}$ نیست، پس حداکثر مقدار $-2x^2+ax-21$ به‌ازای $x=\frac{5}{2}$ رخ می‌دهد:



(بیا این‌جا تا کاملاً مفهومی برات توضیح بدم. ببین توی بازهٔ $x\geq\frac{5}{2}$ که یه‌دونه خط داریم و رسمش کردیم، حالا ضریب x^2 سهمی منفیه پس سهمی رو به پایین می‌شه ولی ما نمودار سهمی رو توی $x<\frac{5}{2}$ می‌خواهیم. از طرفی تو گام (۲) دیدیم که رأس سهمی نباید توی $x<\frac{5}{2}$ باشه، پس طبیعتاً نمودار سهمی توی $x<\frac{5}{2}$ به شکل روبه‌رو می‌شه:



پس بیشترین مقدار سهمی رو توی $x=\frac{5}{2}$ داریم. حالا برای این‌که f یک‌به‌یک بشه، این بیشترین مقدار، باید از کم‌ترین مقدار ضابطهٔ $\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$ کم‌تر یا مساوی بشه که شکل نمودار به یکی از شکل‌های مقابل باشه تا f وارون‌پذیر بشه: (باید یکی از سهمی‌های سمت چپ رو داشته باشیم.)

مقدار سهمی در $x=\frac{5}{2}$ را حساب می‌کنیم:

$$y=-2x^2+ax-21\xrightarrow{x=\frac{5}{2}}y=-\frac{25}{2}+\frac{5a}{2}-21=\frac{5a}{2}-\frac{67}{2}$$

این مقدار باید کوچک‌تر یا مساوی $-\frac{1}{4}$، یعنی حداقل مقدار $\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$ باشد:

$$\frac{5a}{2}-\frac{67}{2}\leq-\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{5a}{2}\leq\frac{67}{2}-\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{5a}{2}\leq\frac{133}{4}$$

$$\xrightarrow{\times\frac{2}{5}}a\leq\frac{133}{\cancel{4}_{2}}\times\frac{\cancel{2}^{1}}{5}=\frac{133}{10}=13/3$$

گام از $a \geq ۱۰$ و $a \leq ۱۳/۳$، نتیجه می‌گیریم بزرگ‌ترین مقدار صحیح a برابر ۱۳ است و ضابطهٔ f به شکل مقابل می‌شود:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{۱}{۲}x-\frac{۳}{۲} & x\geq\frac{۵}{۲}\\ -۲x^۲+۱۳x-۲۱ & x<\frac{۵}{۲}\end{cases}$$

گام $f^{-۱}(-۳)$ را می‌خواهیم، پس کافی است معادلهٔ $f(x)=-۳$ را حل کنیم.

واضح است که $\frac{۱}{۲}x-\frac{۳}{۲}$ نمی‌تواند برابر -۳ باشد (با توجه به نمودار آن که در گام (۳) رسم شده، مقادیرش از $\frac{-۱}{۴}$ به بالا بود)، پس $-۲x^۲+۱۳x-۲۱$ باید برابر -۳ شود:

$$-۲x^۲+۱۳x-۲۱=-۳ \Rightarrow ۲x^۲-۱۳x+۱۸=۰$$

معادلهٔ بالا را با روش روسی حل می‌کنیم:

$$۲x^۲-۱۳x+۱۸=۰ \xrightarrow{\text{ضرب}} x^۲-۱۳x+۳۶=۰$$

$$\Rightarrow (x-۹)(x-۴)=۰ \Rightarrow \begin{cases}x=۴\\ x=۹\end{cases}$$

بنابراین جواب‌های معادلهٔ $۲x^۲-۱۳x+۱۸=۰$، $x=\frac{۴}{۲}=۲$ و $x=\frac{۹}{۲}$ است. حالا جواب $\frac{۹}{۲}$ قابل قبول نیست (چون شرط $x<\frac{۵}{۲}$ را داریم)، پس $f^{-۱}(-۳)=۲$ می‌شود.

۱۴- گزینه ۱

استراتژی ابتدا با توجه به معادلهٔ $\tan x+\cot x=۴$، حاصل $\sin x.\cos x$ را به دست آورید. بعد $\sin^۳x-\cos^۳x$ را با اتحاد چاق و لاغر باز کنید. در آخر کافی است حاصل $\sin x-\cos x$ را به دست آورید که بهترین راه این است که توان ۲ آن را محاسبه کنید.

درس‌نامه

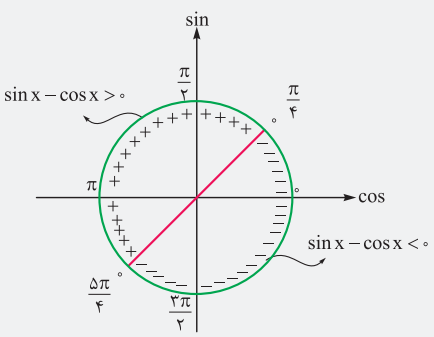
۱ برخی از اتحادهای مثلثاتی به شکل مقابل‌اند:

الف) $\sin^۲x+\cos^۲x=۱$

ب) $\tan x+\cot x=\frac{۱}{\sin x\cos x}$ یا $\frac{۲}{\sin ۲x}$

۲ اتحاد چاق و لاغر به صورت مقابل است: $A^۳\pm B^۳=(A\pm B)(A^۲\mp AB+B^۲)$

۳ علامت $\sin x-\cos x$ در دایرهٔ مثلثاتی به شکل زیر است:



یعنی بالای نیمساز ناحیهٔ ۱ و ۳، مقدارش مثبت و پایین آن، مقدارش منفی است.

گام ابتدا معادلهٔ $\tan x+\cot x=۴$ را ساده می‌کنیم:

$$\tan x+\cot x=۴ \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\cos x}{\sin x}=۴$$

$$\Rightarrow \frac{\sin^۲x+\cos^۲x}{\sin x.\cos x}=۴ \Rightarrow \frac{۱}{\sin x.\cos x}=۴ \Rightarrow \sin x.\cos x=\frac{۱}{۴}$$

البته اگر اتحاد درس‌نامه را بلد بودید، کمی جلوتر می‌افتادید.

گام برای محاسبهٔ $\sin^۳x-\cos^۳x$، از اتحاد چاق و لاغر استفاده می‌کنیم:

$$\sin^۳x-\cos^۳x=(\sin x-\cos x)(\sin^۲x+\sin x.\cos x+\cos^۲x)$$

$$=(\sin x-\cos x)\underbrace{(\sin^۲x+\cos^۲x}_{۱}+\underbrace{\sin x.\cos x)}_{\frac{۱}{۴}}=\underbrace{\frac{۵}{۴}(\sin x-\cos x)}_{I}$$

گام حالا باید مقدار $\sin x-\cos x$ را محاسبه کنیم. قبل از محاسبهٔ آن دقت کنید $۵\pi<۴x<۶\pi$ است، پس $\frac{۵\pi}{۴}<x<\frac{۳\pi}{۲}$ می‌شود (زیر نیمساز ناحیهٔ ۱ و ۳ است) که در آن‌جا (با توجه به مورد (۳) درس‌نامه)، علامت $\sin x-\cos x$ منفی است. برای محاسبهٔ $\sin x-\cos x$ فرض می‌کنیم $\sin x-\cos x=A$ که در آن A منفی است. طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\underbrace{\sin^۲x+\cos^۲x}_{۱}-۲\underbrace{\sin x.\cos x}_{\frac{۱}{۴}}=A^۲ \Rightarrow A^۲=\frac{۱}{۲} \xrightarrow{A<۰} A=-\frac{۱}{\sqrt{۲}}$$

گام بنابراین $\sin x-\cos x=-\frac{۱}{\sqrt{۲}}$ است، حالا با جای‌گذاری در (I)، مقدار $\sin^۳x-\cos^۳x$ حاصل می‌شود:

$$\sin^۳x-\cos^۳x=\frac{۵}{۴}\times(-\frac{۱}{\sqrt{۲}})=-\frac{۵}{۴\sqrt{۲}}$$

پس حاصل عبارت خواسته‌شده برابر است با:

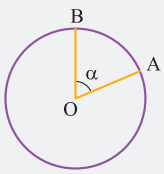
$$\frac{۱}{\sin^۳x-\cos^۳x}=\frac{۱}{-\frac{۵}{۴\sqrt{۲}}}=-\frac{۴\sqrt{۲}}{۵}=-۰/۸\sqrt{۲}$$

مشاوره تجربه ثابت کرده اگر دنبال $\sin x\pm\cos x$ بودیم یا حاصلش را داشتیم و چیز دیگری را می‌خواستیم، معمولاً باید از به توان ۲ رساندن استفاده کنیم.

۱۵- گزینه ۴

استراتژی ابتدا با توجه به این‌که AH عمودمنصف OB است، اندازهٔ $A\hat{O}B$ به دست می‌آید. حالا می‌توانید به سادگی طول کمان AB را به دست آورید که در این صورت جواب حاصل می‌شود.

درس‌نامه اگر O مرکز دایره‌ای به شعاع r و $A\hat{O}B=\alpha$ باشد، طول کمان AB از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



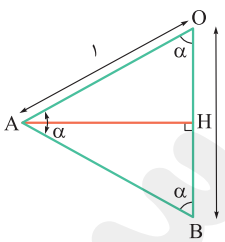
$$\overset{\frown}{AB}=r.\alpha$$

(برحسب رادیان)

گام محیط دایره‌ای به شعاع r برابر $۲\pi r$ است. محیط این دایره ۲π است، پس:

$$۲\pi r=۲\pi \Rightarrow r=۱$$

گام به مثلث AOB توجه کنید:



AH عمودمنصف OB است، پس $OH=BH$ و $A\hat{O}H=A\hat{B}H$ می‌شود. فرض کنید اندازهٔ این دو زاویه α است. از طرفی AO و BO هر دو شعاع‌های دایره‌اند، پس $AO=BO$ که نتیجه می‌دهد $O\hat{A}B=O\hat{B}A=\alpha$. حالا واضح است AOB مثلثی متساوی‌الاضلاع است که هر زاویهٔ آن ۶۰ درجه یا $\frac{\pi}{۳}$ رادیان است.

گام زاویهٔ AOB برابر $\frac{\pi}{۳}$ رادیان است، حالا با توجه به مورد (۱) درس‌نامه، می‌توانیم طول کمان AB را به دست آوریم: (شعاع دایره برابر ۱ است.)

$$\overset{\frown}{AB}=r.\alpha=۱\times\frac{\pi}{۳}=\frac{\pi}{۳}$$

گام حالا اختلاف محیط قسمت رنگی و محیط مثلث AOH را به دست می‌آوریم: (حواستون باشه توی گام ۲ دیدیم $OH=BH$ است.)

$$\underbrace{\overset{\frown}{AB}+AH+BH}_{\text{محیط قسمت رنگی}}-\underbrace{(AO+AH+OH)}_{\text{محیط مثلث AOH}}=\overset{\frown}{AB}-AO=\frac{\pi}{۳}-۱=\frac{\pi-۳}{۳}$$

۱۶- گزینه ۲

استراتژی کافی است با توجه به این‌که $\log ۲=۰/۳$ و $\log ۳=۰/۴$ است، مقدار عددی ضرایب معادله را به دست آورید.

درس‌نامه ۱ بعضی از قوانین لگاریتم را در زیر ببینید:

الف) $\log ab = \log a + \log b$ ب) $\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$

پ) $\log a^m = m \log a$ ت) $\log ۵ = ۱ - \log ۲$

۲ برای به دست آوردن ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم $ax^۲ + bx + c = ۰$ دو حالت خاص داریم:

الف) اگر $a + b + c = ۰$ باشد، ریشه‌های معادله، $x = ۱$ و $x = \frac{c}{a}$ هستند.

ب) اگر $a + c = b$ باشد، ریشه‌های معادله، $x = -۱$ و $x = -\frac{c}{a}$ هستند.

گام ابتدا با توجه به مورد (۱ ـ ت) درس‌نامه داریم: $\log ۵ = ۱ - \log ۲ = ۱ - ۰/۳ = ۰/۷$

گام مقدار عددی ضرایب معادله را محاسبه می‌کنیم:

$$\log \frac{۵}{۳} \overset{\text{درس‌نامهٔ (۱ـ ب)}}{=\!=\!=} \log ۵ - \log ۳ = ۰/۷ - ۰/۴ = ۰/۳$$

$$\log ۹ = \log ۳^۲ \overset{\text{درس‌نامهٔ (۱ـ پ)}}{=\!=\!=} ۲ \log ۳ = ۲ \times ۰/۴ = ۰/۸$$

$$\log ۱۵ = \log(۳ \times ۵) = \log ۳ + \log ۵ = ۰/۴ + ۰/۷ = ۱/۱$$

گام با جای‌گذاری مقادیر به‌دست‌آمده در معادلهٔ اصلی داریم:

$$\underbrace{(\log \frac{۵}{۳})}_{۰/۳} x^۲ + \underbrace{(\log ۹)}_{۰/۸} x - \underbrace{\log ۱۵}_{۱/۱} = ۰ \Rightarrow ۰/۳x^۲ + ۰/۸x - ۱/۱ = ۰$$

جمع ضرایب این معادله صفر است، پس طبق مورد (۲ ـ الف) درس‌نامه، ریشه‌های این معادله $x = ۱$ و $x = \frac{-۱/۱}{۰/۳} = -\frac{۱۱}{۳}$ هستند که اختلاف این دو ریشه برابر با $۱ - (-\frac{۱۱}{۳}) = \frac{۱۴}{۳}$ است.

۱۷- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ برای این‌که تابع چندضابطه‌ای $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \neq a \\ h(x) & x = a \end{cases}$ در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، باید حد آن در $x = a$ و مقدار آن در $x = a$ با هم برابر باشند:

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

۲ اتحاد چاق و لاغر به صورت مقابل است: $A^۳ \pm B^۳ = (A \pm B)(A^۲ \mp AB + B^۲)$

گام برای این‌که تابع f در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، دامنهٔ آن باید $\mathbb{R}$ شود. به عبارت زیر رادیکال توجه کنید:

$$۶x^۲ + (m+۳)x + \frac{m}{۲} = ۰ \xrightarrow{\Delta = b^۲ - ۴ac} (m+۳)^۲ - ۴ \times ۶ \times \frac{m}{۲}$$

$$= m^۲ + ۶m + ۹ - ۱۲m = m^۲ - ۶m + ۹ = (m-۳)^۲$$

دلتای این معادله $(m-۳)^۲$ است، یعنی یا دلتای آن صفر است یا دلتای آن مثبت است. اگر دلتا مثبت باشد، معادله دو ریشه مثل $x_۱$ و $x_۲$ دارد که مقدار آن بین این دو ریشه منفی می‌شود، پس f بین دو ریشه تعریف نمی‌شود و در این صورت نمی‌تواند تابعی باشد که در $\mathbb{R}$ پیوسته است *(ضب واضحه دیگه! برای این‌که تابع توی $\mathbb{R}$ پیوسته باشه، دامنهٔ تابع هم باید $\mathbb{R}$ بشه!)*، پس دلتا نمی‌تواند مثبت باشد، در نتیجه دلتا باید برابر صفر شود:

$$\Delta = (m-۳)^۲ = ۰ \Rightarrow m - ۳ = ۰ \Rightarrow m = ۳$$

گام به جای m در ضابطهٔ بالایی قرار می‌دهیم ۳:

$$\frac{\sqrt{۶x^۲ + (m+۳)x + \frac{m}{۲}}}{|۲x^۳ + (m-۳)x^۲ + a^۲|} = \frac{\sqrt{۶x^۲ + ۶x + \frac{۳}{۲}}}{|۲x^۳ + a^۲|}$$

$$= \frac{\sqrt{۶(x^۲ + x + \frac{۱}{۴})}}{|۲x^۳ + a^۲|} = \frac{\sqrt{۶} \times \sqrt{(x + \frac{۱}{۲})^۲}}{|۲x^۳ + a^۲|} = \frac{\sqrt{۶}\,|x + \frac{۱}{۲}|}{|۲x^۳ + a^۲|}$$

گام دامنهٔ ضابطهٔ بالایی $x \neq a$ است، پس ریشهٔ مخرج ضابطهٔ بالایی هم باید $x = a$ باشد: *(ضب قبل از انجام محاسبات، می‌خوام بازم بیشتر توضیح بدم! ببین مثلاً اگر دامنهٔ یه تابع $x \neq ۱$ باشد و مفرج اون عبارت $x - ۱$ باشد، این تابع می‌تونه تو $\mathbb{R}$ پیوسته باشه ولی اگه مفرج اون عبارت $x - ۲$ باشه، دیگه عبارت تو $\mathbb{R}$ پیوسته نمی‌شه، چون توی $x = ۲$ تعریف نشده! این‌جا هم همین‌طوره! اگه $x = a$ ریشهٔ مفرج باشه، تابع می‌تونه تو $\mathbb{R}$ پیوسته باشه ولی اگه مفرج یه ریشهٔ دیگه‌ای مثلاً $x = k$ رو داشته باشه، تابع توی k تعریف نشده و ناپیوسته می‌شه!)*

$$۲x^۳ + a^۲ \xrightarrow{x=a} ۲a^۳ + a^۲ = ۰ \Rightarrow a^۲(۲a+۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = ۰ \\ a = -\frac{۱}{۲} \end{cases}$$

گام اگر $a = ۰$ باشد، ضابطهٔ تابع به صورت زیر می‌شود:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{۶}\,|x + \frac{۱}{۲}|}{|۲x^۳|} & x \neq ۰ \\ \frac{۲ \tan b}{\sqrt{-x}} & x = ۰ \end{cases}$$

اما در این صورت $f(۰)$ که از ضابطهٔ پایین به دست می‌آید، تعریف‌نشده می‌شود (چون مخرج صفر می‌شود) و تابع ناپیوسته می‌شود، پس $a = ۰$ غیر قابل قبول است، بنابراین $a = -\frac{۱}{۲}$ می‌شود.

گام دیدیم a باید برابر $-\frac{۱}{۲}$ باشد، حالا به ازای $a = -\frac{۱}{۲}$، ضابطهٔ تابع به صورت زیر می‌شود:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{۶}\,|x + \frac{۱}{۲}|}{|۲x^۳ + \frac{۱}{۴}|} & x \neq -\frac{۱}{۲} \\ \frac{۲ \tan b}{\sqrt{-x}} & x = -\frac{۱}{۲} \end{cases}$$

مخرج ضابطهٔ بالایی را با کمک اتحاد چاق و لاغر ساده می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{۶}\,|x + \frac{۱}{۲}|}{\underbrace{|۲x^۳ + \frac{۱}{۴}|}_{۲|x^۳ + \frac{۱}{۸}|}} = \frac{\sqrt{۶}\,|x + \frac{۱}{۲}|}{۲|x + \frac{۱}{۲}|\,|x^۲ - \frac{۱}{۲}x + \frac{۱}{۴}|} = \frac{\sqrt{۶}}{۲|x^۲ - \frac{۱}{۲}x + \frac{۱}{۴}|}$$

با جای‌گذاری داریم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{۶}}{۲|x^۲ - \frac{۱}{۲}x + \frac{۱}{۴}|} & x \neq -\frac{۱}{۲} \\ \frac{۲ \tan b}{\sqrt{-x}} & x = -\frac{۱}{۲} \end{cases}$$

گام در آخر برای این‌که f در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، باید حد آن در $x = -\frac{۱}{۲}$ و مقدار آن در $x = -\frac{۱}{۲}$ با هم برابر باشند. اول حد را حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x \to -\frac{۱}{۲}} f(x) = \lim_{x \to -\frac{۱}{۲}} \frac{\sqrt{۶}}{۲|x^۲ - \frac{۱}{۲}x + \frac{۱}{۴}|} = \frac{\sqrt{۶}}{۲ \times \frac{۳}{۴}} = \frac{\sqrt{۶}}{\frac{۳}{۲}} = \frac{۲\sqrt{۶}}{۳}$$

حالا به سراغ مقدار f در $x = -\frac{۱}{۲}$ می‌رویم که از ضابطهٔ پایین به دست می‌آید:

$$f(-\frac{۱}{۲}) = \frac{۲ \tan b}{\sqrt{-(\frac{-۱}{۲})}} = ۲\sqrt{۲} \tan b$$

حد و مقدار را برابر قرار می‌دهیم:

$$۲\sqrt{۲} \tan b = \frac{۲\sqrt{۶}}{۳} \Rightarrow \tan b = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

در بین گزینه‌ها، فقط تانژانت $\frac{\pi}{۶}$ برابر $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ می‌شود.

۱۸- گزینه ۲

درس‌نامه اگر داده‌های x_1 تا x_n تشکیل دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت d دهند، داریم:

الف) میانگین داده‌ها، برابر میانگین اولین و آخرین داده است: $\bar{x}=\frac{x_1+x_n}{2}$

ب) انحراف معیار داده‌ها برابر است با: $\sigma=|d|\sqrt{\frac{n^2-1}{12}}$

گام اعداد دستهٔ اول، ۷ عدد طبیعی متوالی و اعداد دستهٔ آخر هم ۷ عدد متوالی هستند. ۷ عضو این دو دسته را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

دستهٔ اول: $x, x+1, x+2, \ldots, x+6$

دستهٔ دوم: $y, y+1, y+2, \ldots, y+6$

گام اعداد دستهٔ اول، تشکیل یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت ۱ می‌دهند، پس:

$$\bar{x}=\frac{\overset{\text{اولین داده}}{x}+\overset{\text{آخرین داده}}{(x+6)}}{2}=x+3$$

$$\sigma_x=|d|\sqrt{\frac{n^2-1}{12}}\xrightarrow[n=7]{d=1}\sigma=1\times\sqrt{\frac{49-1}{12}}=1\times\sqrt{\frac{48}{12}}=1\times\sqrt{4}=2$$

در داده‌های دستهٔ اول، انحراف معیار نصف میانگین است:

$$\sigma_x=\frac{1}{2}\bar{x}\Rightarrow 2=\frac{1}{2}(x+3)\Rightarrow x+3=4\Rightarrow x=1$$

بنابراین کوچک‌ترین عضو دستهٔ اول $x=1$ می‌شود.

گام اعداد دستهٔ آخر هم تشکیل یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت ۱ می‌دهند، پس:

$$\bar{y}=\frac{\overset{\text{اولین داده}}{y}+\overset{\text{آخرین داده}}{(y+6)}}{2}=y+3$$

$$\sigma_y=|d|\sqrt{\frac{n^2-1}{12}}\xrightarrow[n=7]{d=1}\sigma_y=2$$

در دستهٔ آخر، میانگین، مکعب انحراف معیار است:

$$\bar{y}=(\sigma_y)^3\Rightarrow y+3=2^3=8\Rightarrow y=5$$

بنابراین کوچک‌ترین عضو دستهٔ آخر $y=5$ می‌شود.

گام پس اختلاف کوچک‌ترین عضو دستهٔ اول و آخر $4=1-5$ است.

۱۹- گزینه ۳

درس‌نامه تعداد حالات انتخاب k شیء از بین n شیء وقتی جایگشت اعضا مهم نباشد، برابر است با: $\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$

گام فضای نمونه‌ای پرتاب n سکه، 2^n عضو دارد. این سکه را n بار پرتاب می‌کنیم و می‌خواهیم در nاُمین پرتاب، برای mاُمین بار رو بیاید، پس باید در $n-1$ پرتاب قبل، در $m-1$ بار رو آمده باشد که $\binom{n-1}{m-1}$ حالت دارد (باید از $n-1$ پرتاب قبل، $m-1$ پرتاب را انتخاب کنیم تا در آن‌ها سکه رو و در بقیهٔ پرتاب‌ها پشت آمده باشد)؛ بنابراین احتمال این‌که یک سکه را n بار پرتاب کنیم و در nاُمین پرتاب، برای mاُمین بار رو آمده باشد، برابر است با:

$$\frac{\binom{n-1}{m-1}}{2^n}$$

گام حالا تعداد حالات این‌که یک سکه را n بار پرتاب کنیم و m بار رو بیاید، برابر $\binom{n}{m}$ است، پس احتمال آن $\frac{\binom{n}{m}}{2^n}$ می‌شود.

گام حالا داریم:

$$\frac{\binom{n-1}{m-1}}{2^n}=\frac{m}{m+3}\times\frac{\binom{n}{m}}{2^n}$$

$$\Rightarrow\frac{(n-1)!}{(m-1)!\underbrace{(n-1-m+1)!}_{(n-m)!}}=\frac{m}{m+3}\times\frac{n!}{m!(n-m)!}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{(m-1)!}=\frac{m\times n}{(m+3)\times\underbrace{m!}_{(m-1)!}}\Rightarrow\frac{1}{(m-1)!}=\frac{n}{(m+3)(m-1)!}$$

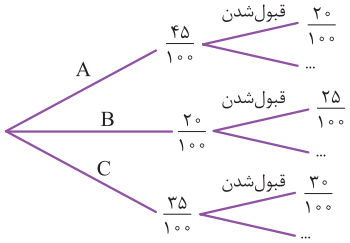
$$\Rightarrow n=m+3\Rightarrow mn=m(m+3)$$

گام mn برابر $m(m+3)$ یعنی برابر حاصل‌ضرب دو عددی است که ۳ واحد اختلاف دارند. تنها عددی که در بین گزینه‌ها می‌توانیم آن را به صورت حاصل‌ضرب دو عدد صحیح بنویسیم که ۳ واحد اختلاف داشته باشند، $8\times5=40$ است.

۲۰- گزینه ۱

استراتژی از نمودار درختی کمک بگیرید.

گام نمودار درختی را رسم می‌کنیم:



گام احتمال این‌که پارسا در رشتهٔ مورد علاقه‌اش قبول شود، برابر است با:

$$\left(\frac{45}{100}\times\frac{20}{100}\right)+\left(\frac{20}{100}\times\frac{25}{100}\right)+\left(\frac{35}{100}\times\frac{30}{100}\right)=\frac{900+500+1050}{10000}=\frac{2450}{10000}=0/245$$

۲۱- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ فاصلهٔ دو نقطهٔ $A(x_1,y_1)$ و $B(x_2,y_2)$ برابر است با:

$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

۲ فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_0,y_0)$ از خط $ax+by+c=0$ برابر است با:

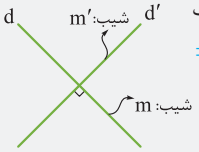
$$AH=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

۳ برای به دست آوردن محل تقاطع دو خط $ax+by=c$ و $dx+ey=f$، کافی است دستگاه دو معادله و دو مجهول مقابل را حل کنیم:

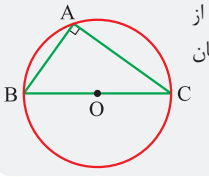
$$\begin{cases}ax+by=c\\dx+ey=f\end{cases}$$

۴ شیب خط $ax+by=c$ برابر است با: $\frac{\text{قرینهٔ ضریب }x}{\text{ضریب }y}=-\frac{a}{b}$

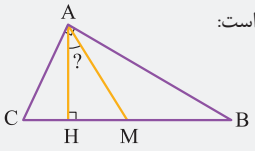
۵ اگر دو خط d و d' بر هم عمود باشند، حاصل‌ضرب شیب‌هایشان -1 می‌شود: $\Rightarrow m.m'=-1$



۶ اگر مرکز دایرهٔ گذرنده از ۳ رأس مثلث ABC، روی یکی از اضلاع مثلث باشد، مثلث ABC قائم‌الزاویه می‌شود و وتر همان ضلعی است که مرکز روی آن قرار دارد:



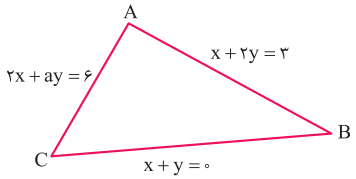
۷) در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، زاویهٔ بین ارتفاع وارد بر وتر و میانهٔ وارد بر وتر، برابر با قدرمطلق اختلاف دو زاویهٔ حادهٔ مثلث است:



$$H\hat{A}M = |\hat{C} - \hat{B}|$$

۸) در مثلث قائم‌الزاویه، میانهٔ وارد بر وتر، نصف وتر است.

گام ابتدا یک شکل فرضی برای مسئله رسم می‌کنیم: (محل تقاطع دو خط $x+2y=3$ و $2x+ay=6$ رأس A و محل تقاطع این دو خط با خط $x+y=0$ به ترتیب رأس B و C است.)



گام مرکز دایره‌ای که از این سه نقطه می‌گذرد، بر نیمساز ناحیهٔ دوم، یعنی بر خط $y=-x$ واقع است، از طرفی معادلهٔ ضلع BC هم $x+y=0$ است، پس مرکز دایره روی ضلع BC قرار دارد. حالا با توجه به مورد (۶) درس‌نامه، BC وتر مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC با زاویهٔ قائمهٔ A می‌شود.

گام طبق مورد (۴) درس‌نامه، شیب خط $2x+ay=6$ برابر $-\frac{2}{a}$ و شیب خط $x+2y=3$ برابر $-\frac{1}{2}$ است، از طرفی زاویهٔ A قائمه است، پس این دو خط بر هم عمودند و حاصل‌ضرب شیب‌هایشان ۱− می‌شود:

$$-\frac{2}{a}\times(-\frac{1}{2}) = -1 \Rightarrow \frac{1}{a} = -1 \Rightarrow a = -1$$

گام مختصات دو رأس B و C را به دست می‌آوریم:

مختصات B:
$$\begin{cases} x+2y=3 \\ x+y=0 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} B(-3,3)$$

مختصات C:
$$\begin{cases} 2x+\underset{-1}{a}y=6 \\ x+y=0 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} C(2,-2)$$

طول وتر BC برابر است با:

$$BC = \sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}$$
$$= \sqrt{(2-(-3))^2+(-2-3)^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{25\times 2} = 5\sqrt{2}$$

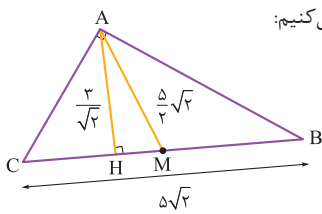
گام مختصات رأس A را هم به دست می‌آوریم:

مختصات A:
$$\begin{cases} 2x+\underset{-1}{a}y=6 \\ x+2y=3 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} A(3,0)$$

فاصلهٔ رأس A از خط $x+y=0$ (ضلع BC) برابر است با:

$$\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} \xrightarrow[x+y=0]{A(3,0)} \frac{|3+0|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

گام حالا دوباره مثلث ABC را رسم می‌کنیم:



طول ارتفاع AH برابر $\frac{3}{\sqrt{2}}$ و طول میانه AM برابر با نصف وتر یعنی $\frac{1}{2}\times 5\sqrt{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ می‌شود. با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث AMH، طول MH را محاسبه می‌کنیم:

$$AH^2+MH^2=AM^2 \Rightarrow \frac{9}{2}+MH^2=\frac{25}{2}$$
$$\Rightarrow MH^2=\frac{16}{2}=8 \Rightarrow MH=2\sqrt{2}$$

گام در آخر، طبق مورد (۷) درس‌نامه، $|\hat{B}-\hat{C}| = H\hat{A}M$ است، پس:

$$\cot(\hat{B}-\hat{C}) = -\cot(\hat{C}-\hat{B}) = -\cot(H\hat{A}M) = -\frac{AH}{MH} = -\frac{\frac{3}{\sqrt{2}}}{2\sqrt{2}} = -\frac{3}{4}$$

شاید برا تون سؤال پیش اومده باشه که خوب از کجا باید می‌فهمیدیم توی این سؤال، زاویهٔ C بزرگ‌تر از زاویهٔ B هست و $\hat{B}-\hat{C}$ منفی می‌شه! خوب طول دو ضلع AB و AC رو به دست میاریم؛

$$AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2} = \sqrt{(-3-3)^2+(3-0)^2}$$
$$= \sqrt{36+9} = \sqrt{45}$$
$$AC = \sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2} = \sqrt{(2-3)^2+(-2-0)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

طول ضلع AC کم‌تره؛ پس زاویهٔ روبه‌رو به این ضلع، یعنی زاویهٔ B کوچک‌تر از زاویهٔ روبه‌رو به AB یعنی زاویهٔ C می‌شه!

مشاوره بعضی سؤال‌ها برای حل‌نکردن هستند؛ مثل این سؤال!

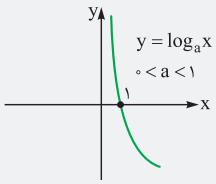
۲۲- گزینه ۴

استراتژی با توجه به این‌که f تابعی نزولی اکید است، کافی است در نامعادلهٔ $f(f(x)) < f(2^{-3x})$، fها را از دو طرف حذف کرده و جهت نامساوی را عوض کنید، یعنی $f(x) > 2^{-3x}$.

درس‌نامه

۱) در توابع نمایی به شکل $y=a^x$، اگر $0<a<1$ باشد، تابع نزولی اکید است.

۲) در توابع لگاریتمی به شکل $y=\log_a x$، اگر $0<a<1$ باشد، تابع نزولی اکید است. نمودار تابع لگاریتمی به ازای $0<a<1$ به شکل مقابل است که با توجه به آن، به ازای $x>1$، مقدار تابع منفی و به ازای $0<x<1$، مقدار تابع مثبت است.



۳) اگر f تابعی نزولی اکید باشد، f^{2n+1} نیز تابعی نزولی اکید می‌شود. (یعنی اگر تابع به توان یک عدد فرد برسد، باز هم نزولی اکید می‌شود؛ یا بهتر بگوییم، توان فرد، یکنوایی را تغییر نمی‌دهد.)

۴) اگر f و g دو تابع نزولی اکید باشند، $f+g$ نیز نزولی اکید می‌شود.

۵) اگر f تابعی نزولی اکید باشد، داریم: $\alpha>\beta \Leftrightarrow f(\alpha)<f(\beta)$

گام $y=(\frac{1}{2})^x$ و $y=\log_{0/5} x$ دو تابع نزولی اکیدند، پس جمع آن‌ها یعنی $(\frac{1}{2})^x+\log_{0/5} x$ هم یک تابع نزولی اکید می‌شود. حالا اگر آن را به توان فرد برسانیم باز هم نزولی اکید است (طبق مورد (۳) درس‌نامه)، پس $f(x)=((\frac{1}{2})^x+\log_{0/5} x)^3$ تابعی نزولی اکید است.

گام f تابعی نزولی اکید است، پس طبق مورد (۵) درس‌نامه داریم:

$$f(f(x)) < f(2^{-3x}) \Rightarrow f(x) > 2^{-3x}$$

یعنی با حذف fها، جهت نامساوی عوض شد.

گام حالا کافی است نامعادلهٔ $f(x)>2^{-3x}$ را حل کنیم. جای $f(x)$ ضابطه‌اش را می‌نویسیم:

$$f(x) > \underbrace{2^{-3x}}_{(2^{-x})^3} \Rightarrow ((\frac{1}{2})^x+\log_{0/5} x)^3 > ((\frac{1}{2})^x)^3$$

$$\xrightarrow{\text{فرجهٔ ۳}} (\frac{1}{2})^x+\log_{0/5} x > (\frac{1}{2})^x \Rightarrow \log_{0/5} x > 0$$

طبق مورد (۲) درس‌نامه، $\log_{0/5} x$ در بازهٔ $(0,1)$ مثبت است، پس مجموعه‌جواب نامعادلهٔ بالا، بازهٔ $(0,1)$ می‌شود.

۲۳- گزینه ۳

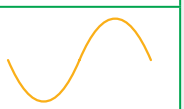
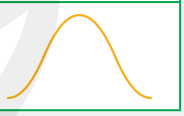
استراتژی کافی است از فرمول طلایی استفاده کنید تا $\sin^2$ از بین برود.

درس‌نامه

۱) در توابع مثلثاتی به شکل $y=A\sin(Bx)+C$ یا $y=A\cos(Bx)+C$ داریم: $\max=|A|+C$, $\min=-|A|+C$, $T=\frac{2\pi}{|B|}$

۲) در توابع مثلثاتی به شکل $y=A\sin(Bx)+C$، اگر نمودار تابع در $x=0$ صعودی باشد، $AB>0$ و اگر نمودار تابع در $x=0$ نزولی باشد، $AB<0$ می‌شود.

۳ برای به دست آوردن دورهٔ تناوب یک تابع سینوسی یا کسینوسی از روی نمودار، از جدول زیر استفاده می‌کنیم:

یک تناوب کامل	نصف تناوب	یک‌چهارم تناوب
		
		
		
		

۴ فرمول‌های طلایی نسبت‌های دو آلفایی به صورت زیرند:

$$\begin{cases} 1+\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha \\ 1-\cos 2\alpha = 2\sin^2\alpha \end{cases}$$

گام اول با استفاده از مورد (۴) درس‌نامه، $\sin^2(\frac{\pi}{4}-bx)$ را از بین می‌بریم. در رابطهٔ $1-\cos 2\alpha = 2\sin^2\alpha$، به جای α، $\frac{\pi}{4}-bx$ قرار می‌دهیم:

$$1-\cos(\underbrace{2(\frac{\pi}{4}-bx)}_{\frac{\pi}{2}-2bx}) = 2\sin^2(\frac{\pi}{4}-bx) \Rightarrow \sin^2(\frac{\pi}{4}-bx) = \frac{1-\cos(\frac{\pi}{2}-2bx)}{2}$$

نکته $\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha) = \sin\alpha$

حالا با توجه به نکتهٔ بالا، داریم: $\cos(\frac{\pi}{2}-2bx) = \sin(2bx)$

پس تساوی به شکل $\sin^2(\frac{\pi}{4}-bx) = \frac{1-\sin(2bx)}{2}$ درمی‌آید که با جای‌گذاری در $y = a\sin^2(\frac{\pi}{4}-bx)+c$، ضابطهٔ تابع به صورت زیر می‌شود:

$$y = a(\frac{1-\sin(2bx)}{2})+c = \frac{a}{2}-\frac{a}{2}\sin(2bx)+c = -\frac{a}{2}\sin(2bx)+(\frac{a}{2}+c)$$

گام دوم نمودار تابع در $x=0$ صعودی است، پس طبق مورد (۲) درس‌نامه، $(-\frac{a}{2})\times(2b) > 0$؛ یعنی $ab < 0$ می‌شود. حالا برای راحتی کار می‌توانیم فرض کنیم a منفی و b مثبت است. (دقت کنید می‌توانستیم فرض کنیم که a مثبت و b منفی است و هیچ تفاوتی هم در جواب نداشتیم، چون در انتها حاصل ab را می‌خواهیم.)

گام سوم با توجه به نمودار تابع، از $x=-\frac{5\pi}{4}$ تا $x=\frac{15\pi}{4}$، یک تناوب کامل داریم، پس دورهٔ تناوب تابع $T = \frac{15\pi}{4}-(-\frac{5\pi}{4}) = \frac{20\pi}{4} = 5\pi$ می‌شود. از طرفی دورهٔ تناوب تابع از ضابطهٔ تابع (یعنی $y = -\frac{a}{2}\sin(2bx)+(\frac{a}{2}+c)$) برابر $\frac{2\pi}{|2b|}$ است، پس:

$$\frac{2\pi}{|2b|} = 5\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{5} \xrightarrow{\text{فرض کردیم } b \text{ مثبت است.}} b = \frac{1}{5}$$

گام چهارم حداکثر مقدار تابع $y = \underbrace{-\frac{a}{2}}_{A}\sin(2bx)+\underbrace{(\frac{a}{2}+c)}_{C}$ برابر ۱ و حداقل مقدار آن برابر -2 است، پس:

$$\max = |A|+C \Rightarrow 1 = |-\frac{a}{2}|+\frac{a}{2}+c$$

$$\xrightarrow{a<0} 1 = \frac{-a}{2}+\frac{a}{2}+c \Rightarrow c = 1$$

$$\min = -|A|+C \Rightarrow -2 = -|-\frac{a}{2}|+\frac{a}{2}+c$$

$$\xrightarrow{a<0} -2 = -(-\frac{a}{2})+\frac{a}{2}+c \Rightarrow a+\underbrace{c}_{1} = -2 \Rightarrow a = -3$$

بنابراین $ab = -3\times\frac{1}{5} = -\frac{3}{5} = -0/6$ می‌شود.

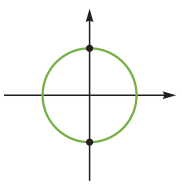
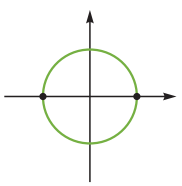
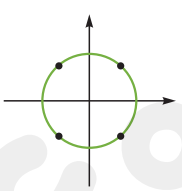
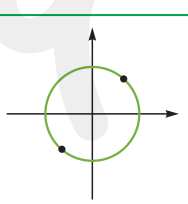
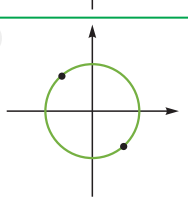
۲۴- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ برای محاسبهٔ نسبت‌های $\frac{\pi}{2}+\alpha$، داریم:

$\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha) = \cos\alpha$	$\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha) = -\sin\alpha$
$\tan(\frac{\pi}{2}+\alpha) = -\cot\alpha$	$\cot(\frac{\pi}{2}+\alpha) = -\tan\alpha$

۲ $\sin(2\alpha) = 2\sin\alpha.\cos\alpha$ ۳ $2\cos^2\alpha-1 = \cos 2\alpha$

۴ جواب‌های معادله‌های مثلثاتی خاص به صورت زیرند:

معادله	نمایش جواب روی دایرهٔ مثلثاتی	جواب
$\sin x = \pm 1$ یا $\cos x = 0$		$x = k\pi+\frac{\pi}{2}$
$\cos x = \pm 1$ یا $\sin x = 0$		$x = k\pi$
$\sin x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ یا $\cos x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ یا $\tan x = \pm 1$		$x = \frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}$
$\sin x = \cos x$ یا $\tan x = 1$		$x = k\pi+\frac{\pi}{4}$
$\sin x+\cos x = 0$ یا $\tan x = -1$		$x = k\pi-\frac{\pi}{4}$

گام اول ابتدا $\cot(\frac{\pi+4x}{2})$ و $\cos(\frac{\pi+8x}{2})$ را ساده می‌کنیم:

$$\cot(\frac{\pi+4x}{2}) = \cot(\frac{\pi}{2}+2x) = -\tan(2x)$$

$$\cos(\frac{\pi+8x}{2}) = \cos(\frac{\pi}{2}+4x) = -\sin(4x)$$

با استفاده از نسبت‌های دوآلفایی، $\sin(۴x)$ را هم به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\sin(۴x)=\sin(۲(۲x))=۲\sin(۲x)\cos(۲x)$$

گام با جای‌گذاری در معادلهٔ اصلی داریم: $\tan(۲x)=\frac{\sin(۲x)}{\cos(۲x)}$

$$\Rightarrow \frac{\sin(۲x)}{\cos(۲x)}=۲\sin(۲x)\cos(۲x)$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین‌وسطین}} ۲\sin(۲x).\cos^{۲}(۲x)=\sin(۲x)$$

$\sin(۲x)$ را به سمت چپ می‌بریم و از آن فاکتور می‌گیریم:

$$\Rightarrow ۲\sin(۲x)\cos^{۲}(۲x)-\sin(۲x)=۰$$

$$\Rightarrow \sin(۲x)\underbrace{(۲\cos^{۲}(۲x)-۱)}_{\cos۲(۲x)}=۰ \Rightarrow \sin(۲x)\cos(۴x)=۰ \Rightarrow \begin{cases}\sin(۲x)=۰\\ \cos(۴x)=۰\end{cases}$$

گام حالا با توجه به مورد (۴) درس‌نامه، جواب‌های معادله‌های مثلثاتی را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\sin(۲x)=۰ \Rightarrow ۲x=k\pi \Rightarrow x=\frac{k\pi}{۲} \xrightarrow[k=۰]{[-\frac{\pi}{۴},\frac{\pi}{۴}]} x=۰ \times\\ \cos(۴x)=۰ \Rightarrow ۴x=k\pi+\frac{\pi}{۲} \Rightarrow x=\frac{k\pi}{۴}+\frac{\pi}{۸}=\frac{۲k\pi+\pi}{۸}\\ \xrightarrow[k=-۱,۰]{[-\frac{\pi}{۴},\frac{\pi}{۴}]} x=\frac{-\pi}{۸},\frac{\pi}{۸} \checkmark\end{cases}$$

چون جواب‌های غیر صفر این محدوده را می‌خواستیم، فقط $\pm\frac{\pi}{۸}$ قبول‌اند.

گام اختلاف این دو جواب برابر $\alpha=\frac{\pi}{۸}-(-\frac{\pi}{۸})=\frac{۲\pi}{۸}=\frac{\pi}{۴}$ است، حالا کافی است مقدار $\cos(۳\alpha)$ را محاسبه کنیم:

نکته $\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$

$$\cos(۳\alpha)=\cos(\frac{۳\pi}{۴})=\cos(\pi-\frac{\pi}{۴})=-\cos\frac{\pi}{۴}=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}=-\frac{۱}{\sqrt{۲}}$$

مشاوره پیشنهاد می‌کنیم برای این‌که بتوانید سؤالات معادلهٔ مثلثاتی را با سرعت بیشتری حل کنید، حتماً به جواب‌های معادله‌های مثلثاتی خاص (مورد (۴) درس‌نامه) مسلط باشید.

۲۵- گزینه ۴

استراتژی مقدار مخرج به ازای $x=۱$ باید برابر صفر باشد که با توجه به آن، مقدار a برحسب b حاصل می‌شود. بعد با یک حد صفرصفرم مواجه هستید که راحت‌ترین روش برای حل آن، استفاده از هوپیتال است.

درس‌نامه ۱ **رفع ابهام صفرصفرم در حضور مجهول:** اگر در سؤالی گفته شود حاصل $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$ برابر یک عدد حقیقی ناصفر است و با جای‌گذاری $x=a$ در عبارت، به $\frac{۰}{۰}$ یا $\frac{۰}{۰}$ برسیم، حتماً برابر صفر است (یعنی حتماً باید به $\frac{۰}{۰}$ برسیم) و حاصل حد پس از رفع ابهام $\frac{۰}{۰}$، برابر آن عدد حقیقی ناصفر می‌شود.

۲ یکی از سریع‌ترین روش‌ها برای رفع ابهام صفرصفرم، استفاده از قاعدهٔ هوپیتال است، به این صورت که اگر $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{۰}{۰}$ باشد، داریم: (به جای صورت مشتق آن و به جای مخرج هم مشتق آن را قرار می‌دهیم.)

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}\overset{Hop}{=}\lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

۳ فرمول مشتق بعضی از انواع توابع را در زیر ببینید:

تابع	فرمول مشتق
$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{۲\sqrt{u}}$
$\sqrt[۳]{x}$	$\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^{۲}}}$

گام با جای‌گذاری $x=۱$ در عبارت، به $\frac{۰}{a+b}$ می‌رسیم. برای این‌که حاصل حد برابر یک عدد حقیقی ناصفر شود، باید مخرج هم برابر صفر باشد: $a+b=۰ \Rightarrow a=-b$

با جای‌گذاری $a=-b$ داریم:

$$\lim_{x\to ۱}\frac{b\sqrt{۲-\sqrt[۳]{x}}-b}{-bx+b}\overset{\div b}{=}\lim_{x\to ۱}\frac{\sqrt{۲-\sqrt[۳]{x}}-۱}{-x+۱}$$

گام حالا برای رفع ابهام حد بالا دو روش داریم:

روش هوپیتال می‌زنیم:

$$\lim_{x\to ۱}\frac{\sqrt{۲-\sqrt[۳]{x}}-۱}{-x+۱}\overset{Hop}{=}\lim_{x\to ۱}\frac{\frac{(۲-\sqrt[۳]{x})'}{۲\sqrt{۲-\sqrt[۳]{x}}}}{-۱}=\lim_{x\to ۱}\frac{\frac{۰-\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^{۲}}}}{۲\sqrt[۳]{۲-\sqrt[۳]{x}}}}{-۱}=\frac{\frac{-\frac{۱}{۳}}{۲}}{-۱}=\frac{۱}{۶}$$

روش ابتدا صورت و مخرج را در مزدوج صورت ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to ۱}\frac{\sqrt{۲-\sqrt[۳]{x}}-۱}{-x+۱}\times\frac{\sqrt{۲-\sqrt[۳]{x}}+۱}{\sqrt{۲-\sqrt[۳]{x}}+۱}=\lim_{x\to ۱}\frac{۲-\sqrt[۳]{x}-۱}{(-x+۱)\underbrace{\sqrt{۲-\sqrt[۳]{x}}+۱}_{۲}}=\lim_{x\to ۱}\frac{۱-\sqrt[۳]{x}}{-۲x+۲}$$

چون دیگر عبارت رادیکالی زیر رادیکال نیست، هوپیتال راحت‌تر از حالت قبل می‌شود. الان هوپیتال می‌زنیم:

$$\lim_{x\to ۱}\frac{۱-\sqrt[۳]{x}}{-۲x+۲}\overset{Hop}{=}\lim_{x\to ۱}\frac{۰-\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^{۲}}}}{-۲}=\frac{۰-\frac{۱}{۳}}{-۲}=\frac{۱}{۶}$$

۲۶- گزینه ۳

استراتژی کافی است معادلهٔ خط f و g را بنویسید و از هم‌ارزی پرتوان استفاده کنید.

درس‌نامه ۱ معادلهٔ خط با طول از مبدأ p و عرض از مبدأ q به صورت $\frac{x}{p}+\frac{y}{q}=۱$ است.

۲ هم‌ارزی پرتوان: برای محاسبهٔ حد در بی‌نهایت یک تابع کسری (مثلاً $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f}{g}$)، کافی است در صورت و مخرج، فقط جملهٔ با بزرگ‌ترین توان x را نگه دارید و بقیهٔ جملات را حذف کنید، برای مثال:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{|۴x-۳|}{۳x+۷}=\lim_{x\to-\infty}\frac{|۴x|}{۳x}\xrightarrow{x\text{منفیه؛پس }|۴x|=-۴x}\lim_{x\to-\infty}\frac{-۴x}{۳x}=-\frac{۴}{۳}$$

گام معادلهٔ خط g را می‌نویسیم. طول از مبدأ آن $-m$ و عرض از مبدأش $۲m$ است؛ پس:

$$\frac{x}{-m}+\frac{y}{۲m}=۱ \Rightarrow \frac{y}{۲m}=\frac{x}{m}+۱ \xrightarrow{\times ۲m} y=۲x+۲m$$

بنابراین $g(x)=۲x+۲m$ می‌شود.

گام معادلهٔ خط f را می‌نویسیم. طول از مبدأ این خط $۳a$ و عرض از مبدأش $۲a$ است، پس:

$$\frac{x}{۳a}+\frac{y}{۲a}=۱ \Rightarrow \frac{y}{۲a}=-\frac{x}{۳a}+۱ \xrightarrow{\times ۲a} y=-\frac{۲}{۳}x+۲a$$

بنابراین $f(x)=-\frac{۲}{۳}x+۲a$ است.

گام حالا با جای‌گذاری ضابطهٔ f و g داریم:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{g(x)}{|f(x)|}=\lim_{x\to-\infty}\frac{۲x+۲m}{|-\frac{۲}{۳}x+۲a|}\overset{\text{پرتوان}}{=}\lim_{x\to-\infty}\frac{۲x}{|-\frac{۲}{۳}x|}$$

$x\to-\infty$ یعنی x منفی است، پس $-\frac{۲}{۳}x$ مثبت شده و $|-\frac{۲}{۳}x|=-\frac{۲}{۳}x$ می‌شود، پس:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{۲x}{-\frac{۲}{۳}x}=-۳$$

تیزبازی f و g دو خط‌اند، پس اگر فرض کنیم $f(x)=ax+b$ و $g(x)=cx+d$، با استفاده از هم‌ارزی پرتوان داریم:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{g(x)}{|f(x)|}=\lim_{x\to-\infty}\frac{cx+d}{|ax+b|}=\lim_{x\to-\infty}\frac{cx}{|ax|}$$

بنابراین کافی است فقط شیب دو خط را محاسبه کنیم.

۲۷- گزینه ۲

استراتژی ابتدا با استفاده از قوانین لگاریتم، عبارت را ساده کنید و سپس از تغییر متغیر $\log_2 x = t$ استفاده کنید. حواستان باشد که باید کاری کنید تا عبارت زیر رادیکال حداقل شود!

درس‌نامه ۱ اگر $t > 0$ باشد، بزرگ‌ترین مقدار کسر $\frac{1}{t}$ به ازای کوچک‌ترین مقدار t به دست می‌آید.

۲ بعضی از قوانین لگاریتم را در مقابل ببینید:

الف) $\log_{b^n} a^m = \frac{m}{n}\log_b a$

ب) $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$

۳ برای به دست آوردن طول نقاط اکسترمم یک تابع، کافی است ریشه‌های صورت و مخرج مشتق آن را محاسبه کنیم. (نقاط بستهٔ سر و ته بازهٔ دامنه هم می‌توانند طول نقاط اکسترمم باشند.)

۴ اگر a و b دو عبارت مثبت باشند، حداقل مقدار $a+b$ برابر $2\sqrt{ab}$ می‌شود:

$$a+b \geq 2\sqrt{ab}$$

گام در مخرج کسر $\frac{1}{\sqrt{\log_8 x + 4\log_{x^3} 2}}$ رادیکال داریم که مثبت است، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه، برای به دست آوردن بیشترین مقدار این کسر، باید کم‌ترین مقدار $\sqrt{\log_8 x + 4\log_{x^3} 2}$ یا به عبارت دیگر، کم‌ترین مقدار عبارت زیر رادیکال یعنی $\log_8 x + 4\log_{x^3} 2$ را به دست آوریم.

گام با استفاده از قوانین لگاریتم، عبارت زیر رادیکال را ساده می‌کنیم:

$$\log_8 x + 4\log_{x^3} 2 = \log_{2^3} x + 4\log_{x^3} 2 \xrightarrow{\text{درس‌نامهٔ (۲ـ الف)}} \frac{1}{3}\log_2 x + \frac{4}{3}\log_x 2$$

دو عبارت $\log_x 2$ و $\log_2 x$ معکوس یکدیگرند (طبق مورد (۲ ـ ب) درس‌نامه)، پس جای $\log_x 2$، قرار می‌دهیم $\frac{1}{\log_2 x}$:

$$\frac{1}{3}\log_2 x + \frac{4}{3}\log_x 2 = \frac{1}{3}\log_2 x + \frac{4}{3\log_2 x}$$

گام از تغییر متغیر $t = \log_2 x$ استفاده می‌کنیم. فقط حواستان باشد، سؤال گفته $x > 1$ که به ازای $x > 1$، $\log_2 x$ مثبت است، پس t هم مثبت می‌شود:

$$\frac{1}{3}\log_2 x + \frac{4}{3\log_2 x} = \frac{1}{3}t + \frac{4}{3t}$$

گام برای به دست آوردن حداقل مقدار عبارت بالا، دو روش داریم:

روش از عبارت مشتق می‌گیریم: $f(t) = \frac{1}{3}t + \frac{4}{3t} \Rightarrow f'(t) = \frac{1}{3} - \frac{4}{3t^2} = \frac{t^2-4}{3t^2}$

ریشه‌های صورت و مخرج $f'(t)$ را محاسبه می‌کنیم تا طول نقاط اکسترمم به دست آیند:

$$\begin{cases} \text{مخرج: } 3t^2 = 0 \Rightarrow t = 0 \times \ (t \text{ مثبت است.}) \\ \text{صورت: } t^2 - 4 = 0 \Rightarrow t^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} t = -2 \times \ (t \text{ مثبت است.}) \\ t = 2 \checkmark \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین طول تنها نقطهٔ اکسترمم تابع $t = 2$ است. حالا مقدار $f(t)$ به ازای $t = 2$ را محاسبه می‌کنیم:

$$f(t) = \frac{1}{3}t + \frac{4}{3t} \Rightarrow f(2) = \frac{1}{3}\times 2 + \frac{4}{3\times 2} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

بنابراین بزرگ‌ترین عضو مجموعهٔ A برابر است با:

$$\frac{1}{\sqrt{\log_8 x + 4\log_{x^3} 2}} = \frac{1}{\sqrt{f(2)}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{4}{3}}} = \frac{1}{\frac{2}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

روش حداقل مقدار $\frac{1}{3}t + \frac{4}{3t}$ را می‌خواهیم. $\frac{1}{3}t$ و $\frac{4}{3t}$ هر دو مثبت‌اند (چون t مثبت است)، پس طبق مورد (۴) درس‌نامه، حداقل مقدار این عبارت برابر است با:

$$2\sqrt{(\frac{1}{3}t)(\frac{4}{3t})} = 2\sqrt{\frac{4}{9}} = 2\times\frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

ادامهٔ حل مانند روش اول است.

۲۸- گزینه ۳

استراتژی با توجه به فرمول مشتق تابع مرکب، $(fog)'(\sqrt[5]{3}) = g'(\sqrt[5]{3})f'(g(\sqrt[5]{3}))$ می‌شود، پس کافی است ضابطهٔ $f(g(x))$ را تشکیل دهیم، بعد از آن مشتق بگیریم و در آخر به جای x قرار دهیم $\sqrt[5]{3}$.

درس‌نامه فرمول مشتق تابع مرکب به صورت زیر است:

$$f(g(x)) \xrightarrow{\text{مشتق}} g'(x).f'(g(x))$$

گام با توجه به مورد (۱) درس‌نامه، $g'(\sqrt[5]{3})f'(g(\sqrt[5]{3}))$ برابر است با حاصل مشتق $f(g(x))$ در $x = \sqrt[5]{3}$، پس ابتدا ضابطهٔ fog را تشکیل می‌دهیم.

گام ابتدا باید قدرمطلق‌ها را از بین ببریم. مشتق fog در $x = \sqrt[5]{3}$ را می‌خواهیم، پس $x > 0$ است، در نتیجه $x^5 > 0$ و $|x^5| = x^5$ می‌شود. حالا g را بدون قدرمطلق می‌نویسیم:

$$g(x) = \frac{1}{x^5 + x^5} = \frac{1}{2x^5}$$

گام به جای xهای ضابطهٔ $f(x)$، قرار می‌دهیم $g(x)$ تا $f(g(x))$ حاصل شود:

$$f(g(x)) = f(\frac{1}{2x^5}) = -\frac{1}{\sqrt[5]{\frac{1}{2x^5} + |\frac{1}{2x^5}|}}$$

x مثبت است، پس $|\frac{1}{2x^5}| = \frac{1}{2x^5}$ می‌شود:

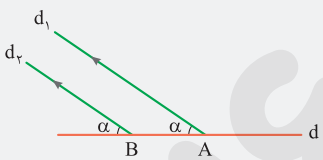
$$f(g(x)) = -\frac{1}{\sqrt[5]{\frac{1}{2x^5} + \frac{1}{2x^5}}} = -\frac{1}{\sqrt[5]{\frac{1}{x^5}}} = -\frac{1}{\frac{1}{x}} = -x$$

گام مشتق $-x$ می‌شود -1. دیگر نیازی به جای‌گذاری $x = \sqrt[5]{3}$ نیست و جواب عدد -1 می‌شود.

۲۹- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ در مثلث قائم‌الزاویه، تانژانت زوایای حاده، برابر با $\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$ است.

۲ اگر خط d، دو خط موازی d_1 و d_2 را قطع کند، داریم: $\hat{A} = \hat{B} = \alpha$



۳ برای حل سؤالات بهینه‌سازی به روش زیر عمل می‌کنیم:

الف) اگر سؤال در مورد حداکثر یا حداقل مقدار حجم، مساحت، محیط یا ... باشد، ابتدا یک شکل رسم می‌کنیم.

ب) سپس آن چیزی که می‌خواهیم حداقل یا حداکثر شود را به صورت یک تابع می‌نویسیم.

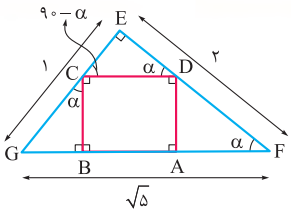
پ) اگر تابع دومتغیره بود، سعی می‌کنیم با توجه به اطلاعات مسئله، کاری کنیم تا تابع تک‌متغیره شود.

ت) حالا یک تابع تک‌متغیره داریم که برای پیداکردن حداقل یا حداکثر آن، باید اکسترمم‌های تابع را پیدا کنیم.

۴ در مسائل بهینه‌سازی، برای پیداکردن طول نقاط اکسترمم یک تابع، کافی است ریشه‌های صورت و مخرج مشتق آن را محاسبه کنیم. (نقاط بستهٔ سر و ته بازهٔ دامنه هم می‌توانند طول نقاط اکسترمم باشند.)

گام طبق گفتهٔ سؤال، یکی از اضلاع قائمهٔ مثلث بزرگ نصف دیگری است، پس می‌توانیم فرض کنیم طول دو ضلع قائم ۱ و ۲ هستند که در این صورت، با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس، طول وتر $\sqrt{5}$ می‌شود.

حالا فرض کنید زاویهٔ F برابر α باشد، در این صورت زاویهٔ EDC هم برابر α می‌شود، چون دو خط CD و GF با هم موازی‌اند. (دلیل این‌که دو خط CD و GF با هم موازی‌اند، این است که دو ضلع مقابل مستطیل، یعنی CD و AB موازی‌اند.)



جمع زوایای داخلی مثلث CDE، ۱۸۰° است، پس:

$$\underbrace{\hat{E}}_{۹۰}+\underbrace{E\hat{D}C}_{\alpha}+E\hat{C}D=۱۸۰^\circ \Rightarrow E\hat{C}D=۹۰-\alpha$$

از طرفی زاویهٔ نیم‌صفحهٔ تشکیل‌شده در نقطهٔ C، ۱۸۰° است:

$$\underbrace{E\hat{C}D}_{۹۰-\alpha}+\underbrace{D\hat{C}B}_{۹۰}+B\hat{C}G=۱۸۰^\circ \Rightarrow B\hat{C}G=\alpha$$

گام در مثلث قائم‌الزاویهٔ EFG، برای $\hat{F}$ تانژانت می‌نویسیم:

$$\tan\hat{F}=\frac{EG}{EF}=\frac{۱}{۲} \xrightarrow{\hat{F}=\alpha} \tan\alpha=\frac{۱}{۲}$$

گام فرض کنید اندازهٔ AD برابر x باشد که در این صورت $BC=x$ می‌شود. حالا در مثلث ADF، برای $\hat{F}$ باز هم تانژانت می‌نویسیم:

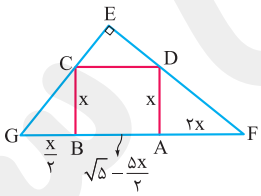
$$\tan\hat{F}=\frac{AD}{AF} \Rightarrow \tan\alpha=\frac{x}{AF} \Rightarrow \frac{۱}{۲}=\frac{x}{AF} \Rightarrow AF=۲x$$

در مثلث قائم‌الزاویهٔ BCG هم داریم:

$$\tan B\hat{C}G=\frac{BG}{BC} \Rightarrow \tan\alpha=\frac{BG}{x} \Rightarrow \frac{۱}{۲}=\frac{BG}{x} \Rightarrow BG=\frac{x}{۲}$$

حالا طول AB برابر است با: $AB=FG-BG-AF=\sqrt{۵}-\frac{x}{۲}-۲x=\sqrt{۵}-\frac{۵x}{۲}$

گام اطلاعات به‌دست‌آمده را روی شکل می‌نویسیم:



با توجه به شکل، مساحت مستطیل ABCD برابر است با:

$$S(x)=x(\sqrt{۵}-\frac{۵x}{۲})=\sqrt{۵}x-\frac{۵}{۲}x^۲$$

از $S(x)$ مشتق می‌گیریم: $S'(x)=\sqrt{۵}-۵x$

معادلهٔ $S'(x)=۰$ را حل می‌کنیم تا طول نقاط اکسترمم حاصل شود:

$$\sqrt{۵}-۵x=۰ \Rightarrow ۵x=\sqrt{۵} \Rightarrow x=\frac{\sqrt{۵}}{۵}$$

گام بنابراین مساحت مستطیل به ازای $x=\frac{\sqrt{۵}}{۵}$ حداکثر می‌شود. حالا اندازهٔ طول و عرض مستطیل را به دست می‌آوریم:

عرض: $AD=x=\frac{\sqrt{۵}}{۵}$

طول: $AB=\sqrt{۵}-\frac{۵}{۲}x=\sqrt{۵}-\frac{۵}{۲}\times\frac{\sqrt{۵}}{۵}=\sqrt{۵}-\frac{\sqrt{۵}}{۲}=\frac{\sqrt{۵}}{۲}$

بنابراین در حالتی که مساحت مستطیل ماکزیمم است، نسبت طول به عرض برابر است با:

$$\frac{\frac{\sqrt{۵}}{۲}}{\frac{\sqrt{۵}}{۵}}=\frac{۵}{۲}=۲/۵$$

۳۰- گزینه ۲

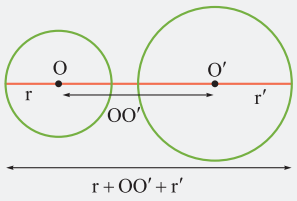
درس‌نامه ۱ معادلهٔ گسترده دایره به شکل $x^۲+y^۲+ax+by+c=۰$ است که با استفاده از آن می‌توانیم مختصات مرکز و شعاع دایره را به دست آوریم:

مختصات مرکز: $O(-\frac{a}{۲},-\frac{b}{۲})$ شعاع: $r=\frac{\sqrt{a^۲+b^۲-۴c}}{۲}$

۲ فاصلهٔ دو نقطهٔ $A(x_۱,y_۱)$ و $B(x_۲,y_۲)$ برابر است با:

$$AB=\sqrt{(x_۲-x_۱)^۲+(y_۲-y_۱)^۲}$$

۳ بیشترین فاصلهٔ نقاط دو دایرهٔ متخارج برابر است با: $OO'+r+r'$



شفاف‌سازی بیشترین فاصلهٔ M و N ⟵ بیشترین فاصلهٔ نقاط دو دایره.

گام ابتدا معادلهٔ دایرهٔ $x^۲+y^۲-۲x+۲y=a$ را به صورت گسترده نوشته و مختصات مرکز و طول شعاع آن را به دست می‌آوریم:

$$\overset{a}{\uparrow}\quad\overset{b}{\uparrow}\quad\overset{c}{\uparrow}$$
$$x^۲+y^۲-۲x+۲y-a=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{مرکز}: O(۱,-۱) \\ \text{شعاع}: r=\frac{\sqrt{۴+۴+۴a}}{۲}=\frac{\sqrt{۸+۴a}}{۲}=\sqrt{۲+a} \end{cases}$$

گام مختصات مرکز و شعاع دایرهٔ $x^۲+y^۲+۴x-۶y+۶a=۰$ را هم به دست می‌آوریم:

$$\overset{a}{\uparrow}\quad\overset{b}{\uparrow}\quad\overset{c}{\uparrow}$$

$$\begin{cases} \text{مرکز}: O'(-۲,۳) \\ \text{شعاع}: r'=\frac{\sqrt{۱۶+۳۶-۲۴a}}{۲}=\frac{\sqrt{۵۲-۲۴a}}{۲}=\sqrt{۱۳-۶a} \end{cases}$$

گام با داشتن $O(۱,-۱)$ و $O'(-۲,۳)$، فاصلهٔ مرکز دو دایره را حساب می‌کنیم:

$$OO'=\sqrt{(-۲-۱)^۲+(۳-(-۱))^۲}=\sqrt{۹+۱۶}=۵$$

گام بیشترین فاصلهٔ نقاط دو دایره برابر ۸ است، پس طبق مورد (۳) درس‌نامه داریم:

$$OO'+r+r'=۸ \Rightarrow ۵+\sqrt{۲+a}+\sqrt{۱۳-۶a}=۸ \Rightarrow \sqrt{۲+a}+\sqrt{۱۳-۶a}=۳$$

بهترین راه برای حل این معادله امتحان‌کردن گزینه‌ها است که به ازای $a=۲$، تساوی بالا درست می‌شود.

فیزیک

۳۱- گزینه ۴

درس‌نامه رابطهٔ بین تغییرات دما در مقیاس‌های فارنهایت و سلسیوس: $\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta$

با یک جای‌گذاری خیلی ساده، به جواب می‌رسیم: $\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta=\frac{۹}{۵}(۴۰-(-۱۰))=۹۰^\circ F$

تله اگر ② را انتخاب کردید، بدانید که اختلاف دما برحسب درجهٔ فارنهایت خواسته شده، نه درجهٔ سلسیوس!

۳۲- گزینه ۱

طبق اصل پایستگی عدد اتمی در فرایندهای واپاشی، برای این‌که عدد اتمی هستهٔ دختر **یک واحد افزایش** یابد، باید عدد اتمی ذرهٔ حاصل از واپاشی، برابر **۱−** باشد؛ بنابراین این ذره، **بتای منفی** است:

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+۱}Y+{}^{۰}_{-۱}\beta^-$$

۳۳- گزینه ۴

درس‌نامه اگر طول ℓ از میله‌ای که حامل جریان I است، در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ قرار گرفته باشد، اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر این میله از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F = I\ell B\sin\theta$$

در رابطهٔ بالا، θ زاویهٔ بین جهت جریان الکتریکی (I) و جهت میدان مغناطیسی (بردار $\vec{B}$) است.

کافی است داده‌ها را در رابطهٔ زیر جای‌گذاری کنیم:

$$F = I\ell B\sin\theta = ۴\times۲\times(۵۰۰\times۱۰^{-۴})\times\underbrace{\sin۳۷^\circ}_{۰/۶} \Rightarrow F = ۲/۴\times۱۰^{-۱}\ \text{N}$$

۳۴- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ اگر ذرهٔ بارداری در میدان الکتریکی قرار داشته باشد، جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره مطابق جدول زیر است:

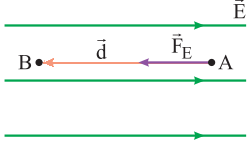
علامت بار ذره	جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره
مثبت	هم‌جهت با میدان الکتریکی
منفی	در خلاف جهت میدان الکتریکی

۲ اگر ذرهٔ بارداری در میدان الکتریکی جابه‌جا شود، علامت کار نیروی میدان الکتریکی و علامت تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره مطابق با جدول زیر است:

علامت بار ذره	جهت جابه‌جایی ذره	علامت کار نیروی میدان الکتریکی	علامت تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی
منفی	هم‌جهت با میدان الکتریکی	منفی	مثبت
	در خلاف جهت میدان الکتریکی	مثبت	منفی
مثبت	هم‌جهت با میدان الکتریکی	مثبت	منفی
	در خلاف جهت میدان الکتریکی	منفی	مثبت

نیازی به حفظ‌کردن این جدول نیست. کافی است یاد بگیرید که علامت کار نیروی میدان الکتریکی (W_E) براساس زاویهٔ بین بردار نیروی الکتریکی وارد بر ذره و بردار جابه‌جایی ذره (θ) و به کمک تناسب $W_E \propto \cos\theta$ تعیین می‌شود. علامت تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره (ΔU) نیز براساس رابطهٔ $W_E = -\Delta U_E$، مخالف علامت W_E است.

بررسی گزینه‌ها: ۱ و ۲ بار ذره منفی است؛ پس مطابق شکل روبه‌رو، نیروی الکتریکی وارد بر ذره در خلاف جهت میدان الکتریکی و با جابه‌جایی هم‌جهت است. با توجه به این موضوع، کار نیروی میدان الکتریکی روی ذره، **مثبت** است. (۱ نادرست و ۲ درست)



۳ و ۴ بنا بر قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، تغییرات انرژی جنبشی ذره برابر با کار کل انجام‌شده روی ذره است. از آن‌جا که در مورد کار نیروهای دیگر وارد بر ذره صحبتی نشده است، نمی‌توانیم بگوییم الزاماً انرژی جنبشی ذره افزایش یافته است یا کاهش.

تله در این‌گونه تست‌ها، به علامت بار، جهت میدان الکتریکی و جهت جابه‌جایی ذره خیلی خیلی توجه کنید. کوچک‌ترین بی‌توجهی، شما را در تلهٔ طراح می‌اندازد.

۳۵- گزینه ۳

استراتژی در تست‌های تعادلی که فقط دمای اجسام تغییر می‌کند، برای محاسبهٔ خواستهٔ تست:

مجموع گرماهای مبادله‌شدهٔ اجسام تا برقراری تعادل را برابر صفر قرار می‌دهیم (قانون پایستگی انرژی). به زبان ریاضی:

$$Q_۱ + Q_۲ + \cdots = ۰$$

درس‌نامه

۱ گرمای لازم برای تغییر دما:

$$Q = \underset{\text{جرم جسم}}{m}\,c\,(\underbrace{\theta_۲}_{\text{دمای ثانویه}} - \underbrace{\theta_۱}_{\text{دمای اولیه}})$$

(گرمای ویژهٔ جسم: c)

۲ رابطهٔ بین مقیاس‌های دمایی کلوین و سلسیوس:

$$T = ۲۷۳ + \theta$$

گام **روش** طبق قانون پایستگی انرژی، جمع جبری گرمای مبادله‌شده بین آب و ظرف آلومینیم تا رسیدن به حالت تعادل برابر صفر است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{ظرف}} = ۰$$

$$\Rightarrow m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}\Delta\theta_{\text{آب}} + m_{\text{آلومینیم}}c_{\text{آلومینیم}}\Delta\theta_{\text{آلومینیم}} = ۰$$

$$\Rightarrow ۳۰۰\times۱۰^{-۳}\times۴۲۰۰\times(\theta-۷۰) + ۱۲۰\times۱۰^{-۳}\times۹۰۰\times(\theta-۲۰) = ۰$$

$$\Rightarrow ۴۲۰\theta - ۲۹۴۰۰ + ۳۶\theta - ۷۲۰ = ۰ \Rightarrow ۴۵۶\theta = ۳۰۱۲۰ \Rightarrow \theta \simeq ۶۶\ ^\circ\text{C}$$

روش

نکته در تست‌های تعادل گرمایی، اگر تغییر حالت نداشته باشیم، دمای تعادل را از رابطهٔ مقابل می‌توان محاسبه کرد:

$$\theta_e = \frac{m_۱c_۱\theta_۱ + m_۲c_۲\theta_۲ + \ldots}{m_۱c_۱ + m_۲c_۲ + \ldots}$$

با توجه به نکتهٔ قبل:

$$\theta_e = \frac{m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}\theta_{\text{آب}} + m_{\text{آلومینیم}}c_{\text{آلومینیم}}\theta_{\text{آلومینیم}}}{m_{\text{آب}}c_{\text{آب}} + m_{\text{آلومینیم}}c_{\text{آلومینیم}}}$$

$$= \frac{۰/۳\times۴۲۰۰\times۷۰ + ۰/۱۲۰\times۹۰۰\times۲۰}{۰/۳\times۴۲۰۰ + ۰/۱۲۰\times۹۰۰} \xrightarrow{\text{درصورت و مخرج از ۱۰۰۰ فاکتور می‌گیریم.}}$$

$$\theta_e = \frac{۸۸/۲ + ۲/۱۶}{۱/۲۶ + ۰/۱۰۸} = \frac{۹۰/۳۶}{۱/۳۶۸} \simeq ۶۶^\circ\ \text{C}$$

گام *عجله نکن! سؤال دمای تعادل رو برحسب کلوین خواسته!*

$$T = ۲۷۳ + \theta \xrightarrow{\theta = ۶۶\ ^\circ\text{C}} T \simeq ۲۷۳ + ۶۶ \simeq ۳۳۹\ \text{K}$$

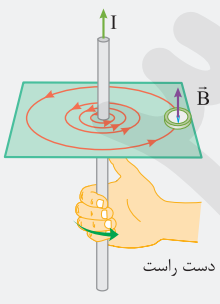
تله کلمه به کلمهٔ صورت تست را باید با دقت بخوانید، مخصوصاً خواستهٔ تست که در انتهای صورت تست مطرح می‌شود. اگر جوابتان برحسب درجهٔ سلسیوس بود، به اشتباه باید ۴ را انتخاب می‌کردید.

۳۶- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ میدان مغناطیسی حاصل از یک سیم مستقیم حامل جریان:

الف) تعیین جهت میدان مغناطیسی:

با استفاده از قاعدهٔ دست راست، می‌توان این جهت را تعیین کرد. مطابق این قاعده، اگر سیم را در دست راست خود بگیرید به گونه‌ای که انگشت شست در جهت جریان الکتریکی باشد، جهت خم‌شدن چهار انگشت دست شما جهت خط‌های میدان مغناطیسی را در اطراف سیم نشان می‌دهد. (شکل الف).

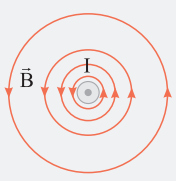


(الف)

ب) بررسی اندازهٔ میدان مغناطیسی:

◇ همان‌طور که در شکل (ب) می‌بینید، با فاصله‌گرفتن از سیم، تراکم خطوط میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد؛ بنابراین با **افزایش** فاصله از سیم مستقیم، اندازهٔ میدان مغناطیسی **کاهش** می‌یابد.

◇ با **افزایش** جریان عبوری از سیم، اندازهٔ میدان مغناطیسی در فاصلهٔ معینی از سیم، **افزایش** می‌یابد.



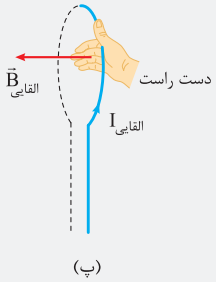
(ب)

۲ قانون لنز: با تغییر شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه (یا پیچه یا سیم‌لوله)، میدان مغناطیسی القایی در داخل حلقه به وجود می‌آید که جهت آن طبق جدول زیر تعیین می‌شود:

چگونگی تغییر شار مغناطیسی	جهت میدان مغناطیسی القایی
افزایش	در خلاف جهت میدان مغناطیسی اصلی
کاهش	هم‌جهت با میدان مغناطیسی اصلی

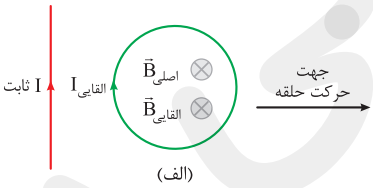
۳ قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت جریان القایی:

اگر چهار انگشت دست راست را در جهت میدان مغناطیسی در داخل حلقه قرار دهیم، شست دست جهت جریان القایی در حلقه را نشان می‌دهد (شکل پ).



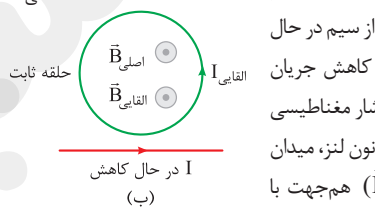
(پ)

گام مطابق شکل (الف)، ابتدا به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم مستقیم را در داخل حلقه ($\vec{B}_{\text{اصلی}}$) تعیین می‌کنیم. جریان عبوری از سیم، ثابت است و حلقه از سیم دور می‌شود. با دورشدن حلقه، بزرگی $\vec{B}_{\text{اصلی}}$ و در نتیجه شار مغناطیسی عبوری از درون حلقه کاهش می‌یابد. طبق قانون لنز، میدان مغناطیسی القایی در داخل حلقه ($\vec{B}_{\text{القایی}}$) هم‌جهت با $\vec{B}_{\text{اصلی}}$ است. اگر دوباره از قاعدهٔ دست راست کمک بگیریم، می‌فهمیم که جهت جریان القایی در حلقه **ساعتگرد** است.



(الف)

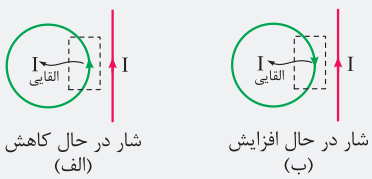
گام حالا به سراغ شکل (ب) می‌رویم. در این شکل هم به کمک قاعدهٔ دست راست، $\vec{B}_{\text{اصلی}}$ در داخل حلقه، برون‌سو است. جریان عبوری از سیم در حال کاهش و حلقه در جای خود ثابت است. با کاهش جریان عبوری از سیم، بزرگی $\vec{B}_{\text{اصلی}}$ و در نتیجه، شار مغناطیسی عبوری از درون حلقه کاهش می‌یابد. طبق قانون لنز، میدان مغناطیسی القایی در داخل حلقه ($\vec{B}_{\text{القایی}}$) هم‌جهت با $\vec{B}_{\text{اصلی}}$ است. در پایان جهت جریان القایی در حلقه **پادساعتگرد** تعیین می‌شود.



(ب)

ابتدا نکته و سپس تیزبازی زیر را بخوانید.

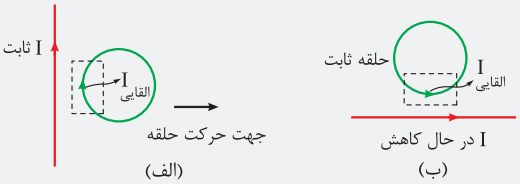
نکته هرگاه شار مغناطیسی عبوری از حلقه در حال **کاهش** باشد، مطابق شکل (الف) جریان القایی در قسمتی از حلقه که به سیم نزدیک‌تر است (داخل ناحیهٔ خط‌چین) **هم‌جهت** با I است. هم‌چنین اگر شار مغناطیسی عبوری از حلقه در حال **افزایش** باشد، مطابق شکل (ب) جریان القایی در قسمتی از حلقه که به سیم نزدیک‌تر است (داخل ناحیهٔ خط‌چین)، در **خلاف جهت** I است.



شار در حال کاهش (الف)

شار در حال افزایش (ب)

تیزبازی در هر دو شکل، شار مغناطیسی عبوری از حلقه‌ها در حال کاهش است؛ بنابراین در هر دو شکل جریان القایی در حلقه در قسمتی از حلقه که به سیم نزدیک‌تر است (داخل ناحیهٔ خط‌چین) با جریان عبوری از سیم هم‌جهت است؛ پس جهت جریان القایی در حلقه‌های (الف) و (ب) به ترتیب ساعتگرد و پادساعتگرد است.



(الف) (ب)

۳۷- گزینه ۲

شفاف‌سازی **پس از آن‌که اتومبیل مسافت ۷۵m را طی می‌کند، کامیون از آن سبقت می‌گیرد:** در لحظهٔ $t=0$ کامیون به اندازهٔ d از اتومبیل عقب‌تر بوده، پس کامیون تا لحظهٔ رسیدن به اتومبیل مسافت $d+75\ (m)$ را طی کرده است.

درس‌نامه معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان و مکان ـ زمان حرکت راست‌خط شتاب ثابت به صورت مقابل است:

معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان: $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$

معادلهٔ مکان ـ زمان: $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$

گام هر دو متحرک از حال سکون $(v_0 = 0)$ شروع به حرکت کرده‌اند و در لحظهٔ t' به هم می‌رسند. در بازهٔ زمانی صفر تا t'، اتومبیل 75 m و کامیون $d+75\ (m)$ جابه‌جا شده‌اند؛ پس می‌توانیم بنویسیم:

اتومبیل: $\Delta x_1 = \frac{1}{2}a_1 t'^2 \xrightarrow[a_1=1/5\ m/s^2]{\Delta x_1=75\ m} 75 = \frac{1}{2}\times 1/5\, t'^2 \Rightarrow t'^2 = 100 \quad (I)$

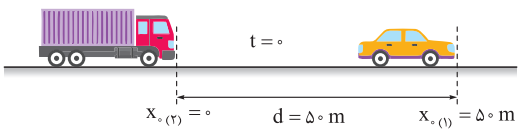
کامیون: $\Delta x_2 = \frac{1}{2}a_2 t'^2 \xrightarrow[a_2=2/5\ m/s^2]{\Delta x_2=d+75\ (m)} d+75 = \frac{1}{2}\times 2/5\, t'^2$

$\Rightarrow t'^2 = \frac{2d+150}{2/5} \quad (II)$

روابط (I) و (II) را برابر قرار می‌دهیم تا d به دست آید:

$$\frac{2d+150}{2/5} = 100 \Rightarrow d = \frac{250-150}{2} = 50\ m$$

یعنی مانند شکل زیر، در لحظهٔ $t=0$، اتومبیل 50 m از کامیون جلوتر است. پس اگر مکان اولیهٔ کامیون را $x_{0(2)} = 0$ در نظر بگیریم، مکان اولیهٔ اتومبیل $x_{0(1)} = 50\ m$ خواهد بود.



گام می‌خواهیم بدانیم فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر در لحظهٔ $t = 15\ s$، چند متر است. کافی است مکان دو متحرک را در این لحظه تعیین کنیم (برای هر دو متحرک $v_0 = 0$ است):

اتومبیل: $x_1 = \frac{1}{2}a_1 t^2 + x_{0(1)}$

$\xrightarrow[x_{0(1)}=50\ m]{a_1=1/5\ m/s^2} x_1 = \frac{1}{2}\times 1/5 \times (15)^2 + 50 = \frac{3\times 225}{4} + 50\ (m)$

کامیون: $x_2 = \frac{1}{2}a_2 t^2 + x_{0(2)}$

$\xrightarrow[x_{0(2)}=0]{a_2=2/5\ m/s^2} x_2 = \frac{1}{2}\times 2/5 \times (15)^2 + 0 = \frac{5\times 225}{4}\ m$

فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ $t = 15\ s$ برابر می‌شود با:

$$d' = |x_2 - x_1| = \frac{5\times 225}{4} - (\frac{3\times 225}{4} + 50) = \frac{2\times 225}{4} - 50$$
$$= 112/5 - 50 = 62/5\ m$$

ابتدا نکته و سپس تیزبازی زیر را بخوانید.

نکته اگر بخواهیم حرکت دو متحرک (۱) و (۲) را نسبت به هم بررسی کنیم، می‌توانیم از کمیت‌های نسبی (مکان نسبی، سرعت نسبی و شتاب نسبی) استفاده کنیم که به صورت مقابل محاسبه می‌شود:

$a_{\text{نسبی}} = a_2 - a_1$

$x_{0_{\text{نسبی}}} = x_{0(2)} - x_{0(1)}$

$v_{0_{\text{نسبی}}} = v_{0(2)} - v_{0(1)}$

تیزبازی در گام دوم با روش حرکت نسبی سریع‌تر به جواب می‌رسیم:

$v_{0_{\text{نسبی}}} = v_{0(2)} - v_{0(1)} = 0 - 0 = 0$

$x_{\text{نسبی}} = \frac{1}{2}a_{\text{نسبی}} t^2 + x_{0_{\text{نسبی}}}$

$\xrightarrow[x_{0_{\text{نسبی}}}=0-5=-50\ m]{a_{\text{نسبی}}=2/5-1/5=1\ m/s^2} x_{\text{نسبی}} = \frac{1}{2}\times 1\times (15)^2 - 50 = 112/5 - 50 = 62/5\ m$

۳۸- گزینه ۳

گام وقتی دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند، تندی آن‌ها نسبت به هم برابر $v_۲+v_۱$ است؛ یعنی فاصلهٔ آن‌ها در هر ثانیه به اندازهٔ $v_۲+v_۱$ تغییر می‌کند، پس داریم:

$$v_۲+v_۱=۱۶\ m/s$$

اما هنگامی که دو متحرک هم‌جهت حرکت می‌کنند، تندی آن‌ها نسبت به هم برابر $v_۲-v_۱$ است؛ یعنی فاصلهٔ آن‌ها در هر ثانیه به اندازهٔ $v_۲-v_۱$ تغییر می‌کند، بنابراین *(تبدیل متر بر دقیقه به متر بر ثانیه فراموش نشه)*:

$$v_۲-v_۱=\frac{۲۴۰}{۶۰}=۴\ m/s$$

گام حالا کافی است یک دستگاه بنویسیم و جواب را به دست بیاوریم:

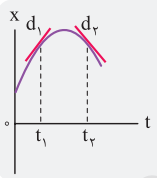
$$\begin{cases} v_۲+v_۱=۱۶ \ (I) \\ v_۲-v_۱=۴ \ (II) \end{cases} \xrightarrow{(I)+(II)} ۲v_۲=۲۰ \Rightarrow v_۲=۱۰\ m/s \text{ و } v_۱=۶\ m/s$$

بنابراین:

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{۱۰}{۶}=\frac{۵}{۳}$$

۳۹- گزینه ۱

درس‌نامه در نمودار مکان ـ زمان، قدرمطلق شیب خط مماس بر نمودار در یک لحظهٔ معین برابر تندی متحرک در آن لحظه است.

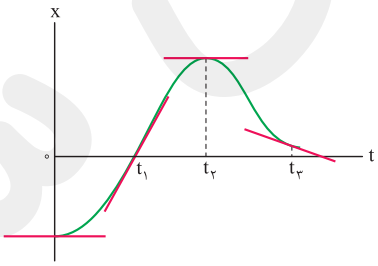


مثلاً برای شکل روبه‌رو داریم:

تندی متحرک در لحظهٔ $t_۱$ = شیب خط $d_۱$

تندی متحرک در لحظهٔ $t_۲$ = |شیب خط $d_۲$|

مطابق شکل مقابل خط‌های مماس بر نمودار را در لحظات $t=۰$، $t_۱$، $t_۲$ و $t_۳$ رسم می‌کنیم:



در شکل مقابل، قدرمطلق شیب خط مماس در لحظهٔ $t_۱$ از لحظه‌های مشخص‌شدهٔ دیگر بیشتر است؛ پس تندی در این لحظه از بقیهٔ لحظات بیشتر است:

شیب خط در لحظهٔ $t_۲$ = شیب خط در لحظهٔ صفر $<$ |شیب خط در لحظهٔ $t_۳$| $<$ شیب خط در لحظهٔ $t_۱$

$$\Rightarrow s_۱>s_۳>s_۰=s_۲$$

۴۰- گزینه ۲

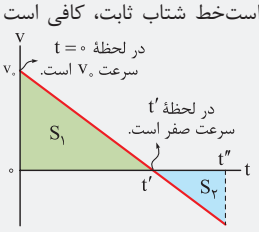
شفاف‌سازی ۵ ثانیهٔ دوم: بازهٔ زمانی ۵s تا ۱۰s

درس‌نامه ۱ معادلهٔ سرعت ـ زمان حرکت راست‌خط شتاب ثابت به صورت زیر است:

$$v=at+v_۰$$

۲ برای رسم نمودار سرعت ـ زمان در یک حرکت راست‌خط شتاب ثابت، کافی است سرعت متحرک در دو لحظه را داشته باشیم. مثلاً بدانیم در لحظهٔ $t=۰$، سرعت متحرک $(v_۰)$ چه‌قدر است و در چه لحظه‌ای متحرک تغییر جهت می‌دهد (یعنی $v=۰$ می‌شود).

در این صورت مانند شکل روبه‌رو با رسم یک خط راست، نمودار سرعت ـ زمان را رسم می‌کنیم.



۳ سطح محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور t، بیانگر مسافت طی‌شده توسط متحرک است. مثلاً در شکل بالا مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی صفر تا t'' برابر است با:

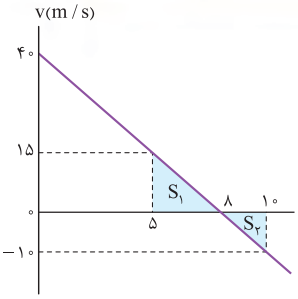
$$\ell_{(۰,t'')}=S_۱+S_۲$$

۴ تندی متوسط: $s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t} \rightarrow$ مسافت طی‌شده

گام نوشتن معادلهٔ سرعت ـ زمان:

$$v=at+v_۰ \xrightarrow[v_۰=۴۰\,m/s]{a=-۵\,m/s^۲} v=-۵t+۴۰$$

گام رسم نمودار سرعت ـ زمان:



لحظه‌ای را که متحرک تغییر جهت می‌دهد و سرعتش صفر می‌شود، حساب می‌کنیم:

$$۰=-۵t'+۴۰ \Rightarrow t'=۸\ s$$

حالا با داشتن $v_۰=۴۰\ m/s$ و لحظهٔ تغییر جهت $(t'=۸\ s)$ نمودار سرعت ـ زمان را مطابق شکل مقابل رسم می‌کنیم.

گام ۵ ثانیهٔ دوم یعنی بازهٔ زمانی ۵s تا ۱۰s؛ پس برای محاسبهٔ مسافت طی‌شده در این بازه، باید در نمودار بالا مساحت‌های $S_۱$ و $S_۲$ را حساب کنیم. برای این کار لازم است سرعت متحرک در لحظه‌های ۵s و ۱۰s را بدانیم:

$$v_{(۵s)}=-۵\times۵+۴۰=۱۵\ m/s$$

$$v_{(۱۰s)}=-۵\times۱۰+۴۰=-۱۰\ m/s$$

مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی ۵s تا ۱۰s برابر است با:

$$\ell_{(۵s,۱۰s)}=S_۱+S_۲=\frac{(۸-۵)\times۱۵}{۲}+\frac{(۱۰-۸)\times۱۰}{۲}=۳۲/۵\ m$$

ابتدا نکته و سپس تیزبازی را بخوانید.

نکته اگر در یک حرکت راست‌خط شتاب ثابت، سرعت نهایی متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، صفر باشد، برای محاسبهٔ جابه‌جایی می‌توانیم یک منفی در شتاب ضرب کنیم و سرعت اولیه را صفر فرض کنیم. (در واقع حرکت را برعکس می‌کنیم تا سرعت اولیه صفر شود.):

$$\Delta x_{(t_۱,t_۲)}=\frac{۱}{۲}(-a)(t_۲-t_۱)^۲ \text{ :اگر سرعت نهایی صفر باشد.}$$

تیزبازی بعد از این‌که فهمیدیم متحرک در لحظهٔ $t'=۸\ s$ تغییر جهت داده می‌توانیم حرکت را دو بخش کنیم و به کمک رابطهٔ $\Delta x=\frac{۱}{۲}a(t_۲-t_۱)^۲$، مسافت طی‌شده در بازه‌های زمانی ۵s تا ۸s و ۸s تا ۱۰s را جداجدا حساب کنیم:

در بازهٔ زمانی ۵s تا ۸s حرکت را برعکس می‌کنیم تا سرعت اولیه صفر شود.

$$|\Delta x_۱|=|\frac{۱}{۲}(-a)(t_۲-t_۱)^۲|=|\frac{۱}{۲}\times۵\times(۸-۵)^۲|=۲۲/۵\ m$$

بازهٔ زمانی ۸s تا ۱۰s: $|\Delta x_۲|=|\frac{۱}{۲}a(t_۲-t_۱)^۲|=|\frac{۱}{۲}\times(-۵)\times(۱۰-۸)^۲|=۱۰\ m$

$$\ell_{(۵s,۱۰s)}=|\Delta x_۱|+|\Delta x_۲|=۲۲/۵+۱۰=۳۲/۵\ m$$

گام فقط می‌ماند محاسبهٔ تندی متوسط در ۵ ثانیهٔ دوم:

$$s_{av_{(۵s,۱۰s)}}=\frac{\ell_{(۵s,۱۰s)}}{\Delta t}=\frac{۳۲/۵}{۵}=۶/۵\ m/s$$

۴۱- گزینه ۴

استراتژی ۱ از آن‌جایی‌که تست دربارهٔ زمان حرفی نزده، به کمک فرمول مستقل از زمان، نسبت شتاب جسم در دو مرحله را به دست می‌آوریم. ۲ در هر مرحله، با توجه به نیروهای وارد بر جسم، قانون دوم نیوتون را اعمال می‌کنیم تا به خواستهٔ تست برسیم.

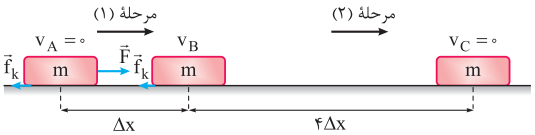
درس‌نامه ۱ **رابطهٔ مستقل از زمان:** اگر طی جابه‌جایی Δx، تندی جسمی با شتاب ثابت a، از $v_۱$ به $v_۲$ برسد، داریم:

$$v_۲^۲-v_۱^۲=۲a\Delta x$$

۲ **قانون دوم نیوتون:**

$$F_{net}=ma$$

گام ابتدا شکل مناسبی از وضعیت حرکتی جسم رسم می‌کنیم:



حالا به کمک رابطهٔ مستقل از زمان برای مرحله‌های (۱) و (۲)، نسبت شتاب جسم در دو مرحله را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} (۱)\text{ مرحلهٔ }: v_B^۲-v_A^۲=۲a_۱\Delta x \xrightarrow{v_A=۰} v_B^۲=۲a_۱\Delta x \\ (۲)\text{ مرحلهٔ }: v_C^۲-v_B^۲=۲a_۲(۴\Delta x) \xrightarrow{v_C=۰} -v_B^۲=۲a_۲\times(۴\Delta x) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم می‌کنیم.}} -۱=\frac{a_۱}{۴a_۲} \Rightarrow \frac{a_۱}{a_۲}=-۴$$

گام حالا به سراغ اعمال قانون دوم نیوتون در هر مرحله می‌رویم. در مرحلهٔ اول به جسم نیروی افقی $\vec{F}$ و نیروی اصطکاک جنبشی و در مرحلهٔ دوم فقط نیروی اصطکاک جنبشی وارد می‌شود؛ بنابراین داریم:

$$F_{net}=ma \Rightarrow \begin{cases} (1)\text{ مرحلهٔ: } F-f_k=ma_1 \\ (2)\text{ مرحلهٔ: } 0-f_k=ma_2 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم می‌کنیم.}} \frac{F-f_k}{-f_k}=\frac{a_1}{a_2}$$

گام به کمک روابطی که در گام‌های اول و دوم به دست آوردیم می‌توان نوشت:

$$\frac{F-f_k}{-f_k}=-4 \Rightarrow F-f_k=4f_k \Rightarrow F=5f_k$$

۴۲- گزینه ۳

درس‌نامه اگر در مدت Δt، تغییر تکانهٔ جسم Δp باشد، بزرگی نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در این مدت برابر است با: $F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t}$

گام قرار است در بازهٔ زمانی $t_1=1\,s$ تا $t_2=2/5\,s$، از رابطهٔ $F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t}$ استفاده کنیم؛ بنابراین تکانهٔ جسم را در دو لحظهٔ t_1 و t_2 به دست می‌آوریم:

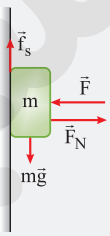
$$\begin{cases} t_1=1\,s \Rightarrow p_1=1-5+6=2\,\frac{kg.m}{s} \\ t_2=2/5\,s \Rightarrow p_2=6/25-12/5+6=-0/25\,\frac{kg.m}{s} \end{cases}$$

گام نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در این مدت برابر است با:

$$F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t}=\frac{(-0/25)-(2)}{2/5-1}=\frac{-2/25}{1/5}=-1/5=-\frac{3}{2}\,N \Rightarrow |F_{av}|=\frac{3}{2}\,N$$

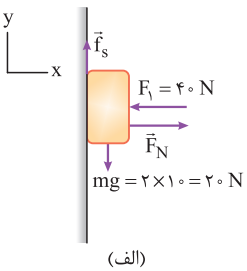
۴۳- گزینه ۱

درس‌نامه در شکل روبه‌رو، در حالتی که جسم ساکن است:



- نیروی اصطکاک وارد بر جسم، ایستایی $(\vec{f}_s)$ است و برای محاسبهٔ اندازهٔ آن باید برایند نیروها در راستای $\vec{f}_s$ را برابر صفر قرار دهیم.
- اندازهٔ نیرویی که جسم و سطح به هم وارد می‌کنند، از رابطهٔ $R=\sqrt{F_N^2+f_s^2}$ به دست می‌آید.

گام در حالت اول (قبل از واردشدن نیروی $\vec{F}_2$) جسم ساکن است؛ بنابراین برایند نیروهای وارد بر جسم برابر صفر است. در این حالت با توجه به شکل (الف) داریم:



(الف)

$F_N=F_1 \Rightarrow F_N=40\,N$: تعادل جسم در راستای محور x

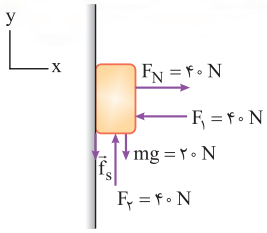
$f_s=mg \Rightarrow f_s=20\,N$: تعادل جسم در راستای محور y

در این وضعیت، نیروی اصطکاک وارد بر جسم، ایستایی و برابر با $20\,N$ است؛ بنابراین مقدار $f_{s,max}$ حتماً از $20\,N$ بیشتر است.

گام در حالت دوم، نیروی $F_2=40\,N$، رو به بالا، به جسم وارد می‌شود. از آن‌جایی که وزن جسم $20\,N$ و به سمت پایین است، برایند این دو نیرو، یعنی نیروی محرک وارد بر جسم، برابر $F_2-mg=40-20=20\,N$ و به سمت بالا خواهد بود. این نیروی ۲۰نیوتونی می‌خواهد جسم را به سمت بالا حرکت دهد، اما موفق نمی‌شود؛ زیرا در گام اول به این نتیجه رسیدیم که $f_{s,max}$ از $20\,N$ بیشتر است؛ بنابراین F_2-mg نمی‌تواند بر $f_{s,max}$ غلبه کند؛ پس جسم در این حالت هم **ساکن** می‌ماند (درستی ① و نادرستی ②) و نیروی اصطکاک وارد بر آن، ایستایی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

در حالت دوم، با توجه به شکل (ب)، اندازهٔ نیروی عمودی سطح و اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم برابر است با:



(ب)

$F_N=F_1 \Rightarrow F_N=40\,N$: تعادل جسم در راستای محور x

$F_2=mg+f_s \Rightarrow 40=20+f_s \Rightarrow f_s=20\,N$: تعادل جسم در راستای محور y

دیدیم که اندازهٔ نیروی عمودی سطح و اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی در دو حالت یکسان است؛ بنابراین نیرویی که جسم و دیوار در دو حالت به هم وارد می‌کنند **برابر** است. (③ و ④ هر دو غلط‌اند.)

$$\begin{cases} \text{در هر دو حالت: } F_N=40\,N \\ \text{در هر دو حالت: } f_s=20\,N \end{cases} \Rightarrow \text{در هر دو حالت: } R=\sqrt{40^2+20^2}\,N$$

۴۴- گزینه ۴

شفاف‌سازی **بزرگی شتاب نوسانگر در لحظه‌ای که جهت حرکت آن تغییر می‌کند:** بزرگی شتاب نوسانگر در نقاط بازگشتی یا بزرگی شتاب بیشینهٔ نوسانگر.

درس‌نامه ① در حرکت هماهنگ ساده، در مورد بیشینهٔ سه کمیت تندی، شتاب و نیرو باید جدول زیر را بلد باشید:

کمیت	در کدام نقطه بیشینه می‌شود؟	مقدار بیشینه
تندی	نقطهٔ تعادل (مبدأ)، $x=0$	$v_{max}=A\omega$
شتاب	نقاط بازگشت، $x=\pm A$	$a_{max}=A\omega^2$
نیرو	نقاط بازگشت، $x=\pm A$	$F_{max}=m\omega^2A$

② **رابطهٔ بین دامنهٔ نوسان (A) و طول پاره‌خط نوسان:** $A=\frac{\text{طول پاره‌خط نوسان}}{2}$

گام دامنهٔ نوسان برابر است با: $A=\frac{\text{طول پاره‌خط نوسان}}{2}=\frac{4}{2}=2\,cm=0/02\,m$

گام بیشینهٔ تندی نوسانگر از رابطهٔ $v_{max}=A\omega$ به دست می‌آید؛ پس داریم:

$$\omega=\frac{v_{max}}{A}=\frac{0/08\pi}{0/02}=4\pi\,rad/s$$

گام در نقاط بازگشتی اندازهٔ شتاب بیشینه و برابر $a_{max}=A\omega^2$ است؛ پس داریم:

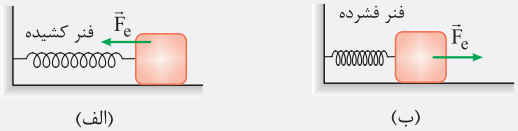
$$a_{max}=A\omega^2=0/02(4\pi)^2=0/32\pi^2\,m/s^2$$

تله اگر به اشتباه دامنه را $4\,cm$ در نظر می‌گرفتید، به ③ می‌رسیدید.

۴۵- گزینه ۲

درس‌نامه ① **قانون هوک:** اگر فنری نسبت به حالت عادی خود، به اندازهٔ x کشیده یا فشرده شود، فنر به جسم متصل به خود، نیروی کشسانی وارد می‌کند که اندازهٔ آن از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید: $F_e=kx$ (k: ثابت فنر)

② فنر کشیده، جسم متصل به خود را می‌کشد و فنر فشرده، جسم متصل به خود را هل می‌دهد. شکل‌های زیر را ببینید. در این شکل‌ها، $\vec{F}_e$ نیرویی است که فنر به جسم وارد می‌کند.



(الف) (ب)

۳ قانون دوم نیوتون: $F_{net} = ma$

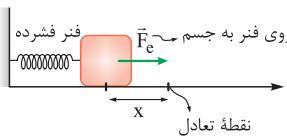
۴ بسامد زاویه‌ای نوسانگر جرم ـ فنر: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ (k: ثابت فنر، m: جرم نوسانگر)

۵ رابطهٔ بین شتاب و مکان در حرکت هماهنگ ساده: $a = -\omega^2 x$

گام ابتدا طول عادی فنر را به دست می‌آوریم:

$$\ell_0 = \frac{\ell_{min} + \ell_{max}}{2} = \frac{40 + 50}{2} = 45\ cm$$

گام روش شتاب نوسانگر در لحظهٔ داده‌شده، در جهت محور x است؛ بنابراین نیروی خالص وارد بر آن هم باید در جهت محور x باشد. به همین دلیل فنر در این لحظه حتماً فشرده است. (طول فنر در این حالت از $45\ cm$ کم‌تر است و ۳ و ۴ کنار می‌روند.) اگر میزان فشردگی فنر را x در نظر بگیریم داریم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow F_e = ma \xrightarrow{F_e = kx} kx = ma$$

$$\Rightarrow 200 \times x = 2 \times 2 \Rightarrow x = 0/02\ m = 2\ cm$$

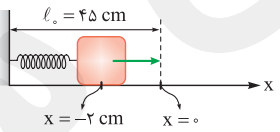
یعنی فنر نسبت به حالت عادی خود، $2\ cm$ فشرده شده و طول آن به $45 - 2 = 43\ cm$ رسیده است.

روش بسامد زاویه‌ای نوسانگر را حساب می‌کنیم: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{200}{2}} = 10\ rad/s$

حالا به کمک معادلهٔ شتاب ـ مکان حرکت هماهنگ ساده، یعنی $a = -\omega^2 x$، مکان نوسانگر را در لحظه‌ای که شتاب آن $a = +2\ m/s^2$ است، تعیین می‌کنیم:

$$a = -\omega^2 x \Rightarrow 2 = -(10)^2 \times x \Rightarrow x = -0/02\ m = -2\ cm$$

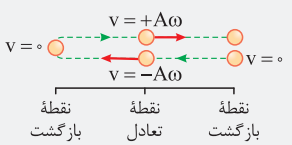
یعنی در این لحظه، جسم نسبت به مبدأ مکان (نقطهٔ تعادل)، $2\ cm$ به سمت چپ جابه‌جا شده است؛ بنابراین در این لحظه طول فنر برابر با $45 - 2 = 43\ cm$ است. شکل روبه‌رو را ببینید:



۴۶- گزینه ۳

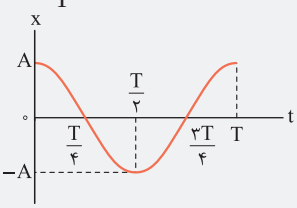
استراتژی ۱ به کمک نمودار داده‌شده، دورهٔ تناوب نوسانگر را به دست می‌آوریم. ۲ دو لحظهٔ داده‌شده را برحسب دورهٔ تناوب تعیین می‌کنیم. ۳ موقعیت جسم در این دو لحظه را مشخص می‌کنیم. ۴ شتاب متوسط جسم را در این بازهٔ زمانی به دست می‌آوریم.

درس‌نامه ۱ در حرکت هماهنگ ساده، تندی نوسانگر در نقاط بازگشت برابر صفر و در نقطهٔ تعادل بیشینه و برابر $v_{max} = A\omega$ است. شکل روبه‌رو را ببینید:

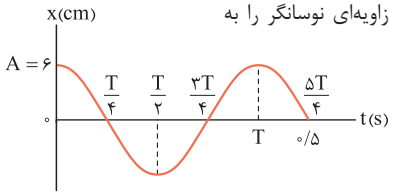


۲ رابطهٔ بین بسامد زاویه‌ای و دوره: $\omega = \frac{2\pi}{T}$

۳ نمودار مکان ـ زمان در حرکت هماهنگ ساده:



گام دامنه، دورهٔ تناوب و بسامد زاویه‌ای نوسانگر را به کمک نمودار مقابل به دست می‌آوریم:



$$A = 6\ cm = 6 \times 10^{-2}\ m \quad و \quad 5\frac{T}{4} = 0/5 \Rightarrow T = 0/4\ s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0/4} = 5\pi\ rad/s$$

گام حالا t_1 و t_2 را برحسب T می‌نویسیم:

$$t_1 = 0/1\ s \xrightarrow{T=0/4\ s} t_1 = \frac{T}{4}$$

$$t_2 = 0/8\ s \xrightarrow{T=0/4\ s} t_2 = 2T$$

گام می‌دانیم نوسانگر، نوسان خود را در $t = 0$ از $x = +A$ شروع کرده و در لحظهٔ $t_1 = \frac{T}{4}$ در خلاف جهت محور در حال حرکت است و از نقطهٔ تعادل عبور می‌کند؛ بنابراین:

$t_1 = \frac{T}{4}$: سرعت بیشینه و منفی $\Rightarrow$ نوسانگر در حال عبور از نقطهٔ تعادل: $\Rightarrow v_1 = -A\omega$

هم‌چنین این نوسانگر در لحظهٔ $t_2 = 2T$ در نقطهٔ بازگشتی $x = +A$ قرار دارد؛ بنابراین:

$t_2 = 2T$: نوسانگر در نقطهٔ بازگشتی $\Rightarrow$ سرعت صفر است. $\Rightarrow v_2 = 0$

گام اندازهٔ شتاب متوسط نوسانگر در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 برابر است با:

$$|a_{av}| = \left|\frac{\Delta v}{\Delta t}\right| = \left|\frac{0 - (-A\omega)}{t_2 - t_1}\right| = \left|\frac{(6 \times 10^{-2}) \times 5\pi}{0/8 - 0/1}\right| = \frac{0/3\pi}{0/7} = \frac{3}{7}\pi\ m/s^2$$

۴۷- گزینه ۱

درس‌نامه موج در یک محیط معین با تندی ثابت حرکت می‌کند؛ بنابراین مسافت طی‌شده توسط موج در مدت Δt از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

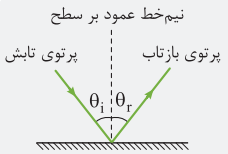
$$\ell = v\Delta t \quad (v: \text{تندی موج})$$

با تست ساده‌ای طرف هستیم. مسافت طی‌شده توسط موج از رابطهٔ $\ell = v\Delta t = c\Delta t$ به دست می‌آید؛ بنابراین خواستهٔ تست برابر است با:

$$\frac{\ell}{\lambda} = \frac{c\Delta t}{\lambda} = \frac{(3 \times 10^8) \times (60 \times 10^{-9})}{3} = 6$$

۴۸- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ قانون بازتاب عمومی: در هر تابش، زاویهٔ تابش با زاویهٔ بازتابش برابر است:

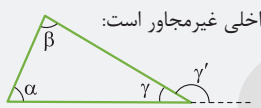


$$\theta_i = \theta_r$$

۲ قضایای هندسی زیر در حل تست‌های بازتاب به شما کمک می‌کنند:

◇ مجموع زوایای داخلی هر مثلث برابر با 180° است: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

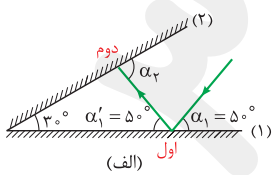
◇ در هر مثلث، هر زاویهٔ خارجی برابر با مجموع زوایای داخلی غیرمجاور است:



$$\gamma' = \alpha + \beta$$

روش

گام در اولین بازتاب، پرتوی نور مسیری به شکل (الف) را طی می‌کند. در این شکل پرتوی نور با سطح آینهٔ (۲) زاویهٔ α_2 می‌سازد. برای محاسبهٔ α_2 داریم:

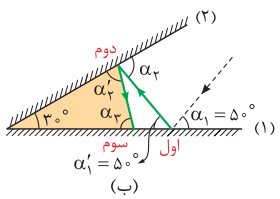


قانون بازتاب عمومی: $\alpha'_1 = \alpha_1 \Rightarrow \alpha'_1 = 50^\circ$

در هر مثلث، زاویهٔ خارجی برابر است با جمع دو زاویهٔ داخلی غیرمجاور:

$$\alpha_2 = \alpha'_1 + 30^\circ = 50^\circ + 30^\circ = 80^\circ$$

گام پس از دومین بازتاب، مسیر پرتوی نور به شکل (ب) خواهد بود؛ بنابراین پرتوی نور بعد از رسیدن به سطح آینهٔ (۱) با سطح آن زاویهٔ α_3 می‌سازد. α_3 به صورت زیر محاسبه می‌شود:

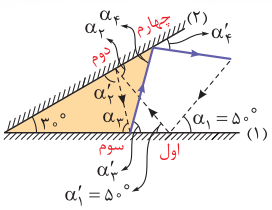


قانون بازتاب عمومی: $\alpha'_2 = \alpha_2 \Rightarrow \alpha'_2 = 80^\circ$

مجموع زوایای داخلی مثلث رنگی 180° است:

$$\alpha'_2 + \alpha_3 + 30^\circ = 180^\circ \xrightarrow{\alpha'_2 = 80^\circ} 80^\circ + \alpha_3 + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha_3 = 70^\circ$$

گام ۳ بعد از سومین بازتاب، پرتوی نور مجدداً به سطح آینهٔ (۲) می‌رسد و برای چهارمین بار بازتاب می‌کند. زاویهٔ پرتو با سطح آینهٔ (۲) در این بازتاب، $\alpha'_۴$ است.



به کمک قانون بازتاب عمومی، $\alpha'_۳$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\alpha'_۳ = \alpha_۳ \Rightarrow \alpha'_۳ = ۷۰^\circ$$

در مثلث رنگی مشخص‌شده، زاویهٔ $\alpha'_۳$، زاویهٔ خارجی و برابر با مجموع دو زاویهٔ داخلی غیرمجاور، یعنی $\alpha_۴$ و ۳۰° است؛ بنابراین:

$$\alpha'_۳ = \alpha_۴ + ۳۰^\circ \xrightarrow{\alpha'_۳ = ۷۰^\circ} ۷۰^\circ = \alpha_۴ + ۳۰^\circ \Rightarrow \alpha_۴ = ۴۰^\circ$$

$\alpha'_۴$ و $\alpha_۴$ هم که با هم برابرند:

$$\alpha'_۴ = \alpha_۴ \Rightarrow \alpha'_۴ = ۴۰^\circ$$

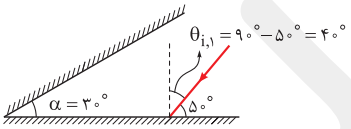
روش ۲

نکته در آینه‌های متقاطع زاویهٔ تابش یا بازتابش پرتو در برخورد nاُم از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\theta_{r,n} = \theta_{i,n} = \left|(n-1)\alpha - \theta_{i,۱}\right|$$

(α زاویهٔ بین دو آینه و $\theta_{i,۱}$ زاویهٔ تابش در برخورد اول است.)

در شکل روبه‌رو می‌بینید که زاویهٔ بین دو آینه $\alpha = ۳۰^\circ$ و زاویهٔ تابش در برخورد اول $\theta_{i,۱} = ۴۰^\circ$ است. زاویهٔ بازتابش در برخورد چهارم را از رابطه‌ای که در نکته گفتیم، حساب می‌کنیم:



$$\theta_{r,n} = \left|(n-1)\alpha - \theta_{i,۱}\right| \xrightarrow{n=۴} \theta_{r,۴} = (۴-۱)\times ۳۰^\circ - ۴۰^\circ = ۵۰^\circ$$

اگر زاویه‌ای را که پرتو نور در چهارمین بازتاب با سطح آینهٔ (۲) می‌سازد، $\beta_۴$ بنامیم، داریم:

$$\beta_۴ = ۹۰^\circ - \theta_{r,۴} = ۹۰^\circ - ۵۰^\circ = ۴۰^\circ$$

تله خواستهٔ تست زاویهٔ پرتو با سطح آینه است، نه زاویهٔ تابش و زاویهٔ بازتاب (که با خط عمود سنجیده می‌شود). اگر به اشتباه زاویهٔ تابش یا زاویهٔ بازتاب را محاسبه می‌کردید، به گزینهٔ نادرست ۳ می‌رسیدید.

مشاوره تست‌هایی که در آن‌ها با بازتاب پرتو نور از دو آینهٔ متقاطع سروکار داریم، از نظر درجهٔ دشواری، دو وضعیت کاملاً متفاوت ممکن است داشته باشند:

وضعیت سفید: پرتو نور از هر آینه یک بار بازتاب شود. اگر این‌طور بود حل تست کار ساده‌ای است.

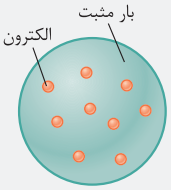
وضعیت قرمز: پرتو نور از هر آینه بیش از یک بار بازتاب شود.

قسمت بد ماجرا اینه که توی چند سال اخیر وضعیت بیشتر تستای این مبحث قرمز بوده؛ ولی اگه می‌خواید وضعیت این‌جور تستا همیشه براتون سفید باشه بهتون پیشنهاد می‌کنیم روش فرمولی رو که برای اولین بار در کتاب فیزیک دوازدهم فیلی‌سبز آوردیم، خوب تمرین کنید.

۴۹- گزینه ۱

درس‌نامه **انواع مدل‌های اتمی:**

۱ مدل اتمی تامسون (مدل کیک کشمشی):



اتم همچون کره‌ای است که بار مثبت به طور همگن در سرتاسر آن گسترده شده است و الکترون‌ها مانند دانه‌های کشمش در جاهای مختلف آن پراکنده شده‌اند.

◇ در مدل اتمی تامسون، الکترون‌ها با بسامدهای معینی حول وضع تعادلشان نوسان می‌کنند و این نوسان سبب تابش امواج الکترومغناطیسی از اتم می‌شود.

◇ یکی از علت‌های مهم ناکامی مدل اتمی تامسون این بود که بسامدهای تابش گسیل‌شده از اتم که این مدل پیش‌بینی می‌کرد، با نتایج تجربی سازگار نبود.

۲ مدل اتمی رادرفورد (مدل اتم هسته‌ای یا مدل هسته‌ای اتم):

رادرفورد بر مبنای نتایج به‌دست‌آمده از آزمایش پراکندگی ورقهٔ طلا، مدل اتمی خود را که بر فرض‌های زیر استوار بود، ارائه کرد:

الف) اتم دارای یک هستهٔ بسیار چگال و کوچک ($۱۰^{-۱۵}\ m$ ≈ شعاع) است.

ب) بار هسته مثبت است.

پ) الکترون‌ها با فاصله‌هایی نسبتاً دور، هسته را احاطه کرده‌اند.

ت) اتم از نظر الکتریکی خنثی است.

◇ بررسی دو ناکامی مهم مدل اتمی رادرفورد

با توجه به وضعیت الکترون در اتم، دو حالت داریم:

وضعیت الکترون	ساکن باشد.	به دور هسته بچرخد.
تحلیل	نیروی ربایشی الکترون و هسته، باعث سقوط الکترون روی هسته می‌شود.	حرکت شتابدار الکترون به دور هسته باعث تابش امواج الکترومغناطیسی ← کاهش تدریجی انرژی الکترون ← کاهش تدریجی شعاع مدار الکترون ← افزایش تدریجی بسامد حرکت مداری الکترون ← افزایش تدریجی بسامد موج الکترومغناطیسی گسیلی‌شده و در نهایت الکترون روی هسته سقوط می‌کند.
شکل	نیروی ربایش الکتریکی که از طرف هسته به الکترون وارد می‌شود.	موج الکترومغناطیسی با طول موج بلندتر موج الکترومغناطیسی با طول موج کوتاه‌تر
نتیجه	اتم ناپایدار است. (واقعیت تجربی: در حالت کلی اتم پایدار است.)	۱ـ اتم ناپایدار است. ۲- امواج گسیل‌شده از اتم شامل طیف پیوسته‌ای از بسامدها (طول موج‌ها) است. (واقعیت تجربی: طیف گسیل‌شده از اتم، خطی است.)

۳ مدل اتمی بور:

مواردی که مدل اتمی بور در آن‌ها موفق است.	مواردی که مدل اتمی بور در آن‌ها ناموفق است.
۱) ارائه تصویری از چگونگی حرکت الکترون به دور هسته ۲) تبیین پایداری اتم ۳) توجیه طیف گسیلی و جذبی اتم‌های هیدروژن‌گونه ۴) محاسبهٔ انرژی یونش و طول موج‌های طیف خطی اتم‌های هیدروژن‌گونه ۵) تبیین پدیدهٔ فلوئورسانی ۶) نتیجه‌گیری معادلهٔ ریدبرگ برای طیف خطی گاز هیدروژن اتمی	۱) علت تفاوت شدت خط‌های طیف گسیلی اتم‌های هیدروژن‌گونه را نمی‌تواند توضیح دهد. ۲) برای اتم‌های دارای دو الکترون و بیشتر از آن به کار نمی‌آید.

بررسی گزینه‌ها:

۱ با توجه به مدل **رادرفورد**، طیف گسیلی توسط اتم باید **پیوسته** باشد و الکترون پس از گسیل پی‌درپی امواج الکترومغناطیسی روی هسته سقوط کند! ✓

۲ مدل اتمی بور برای اتم‌های **هیدروژن‌گونه** (نه فقط هیدروژن) کار می‌کند. اتم‌های هیدروژن‌گونه به اتم‌هایی گفته می‌شود که فقط یک الکترون دارند، مثل لیتیم دو بار یونیده ($Li^{۲+}$). ×

۳ طبق مدل اتمی **رادرفورد** (نه تامسون)، اتم دارای هسته‌ای چگال در مرکز اتم است (آزمایش ورقهٔ طلا همین موضوع را ثابت کرد). ×

۴ یکی از ضعف‌های مدل اتمی بور، **توضیح‌ندادن** علت متفاوت‌بودن شدت خط‌های طیف گسیلی بود. ×

۵۰- گزینه ۴

درس‌نامه **۱ شعاع مدارهای الکترون در اتم هیدروژن در مدل اتمی بور:**

شمارهٔ مدار ↑ ، شعاع مدار nاُم ↑

$$r_n = a_۰ n^۲$$

↓ شعاع اولین مدار (شعاع بور)

۲ ترازهای انرژی الکترون در اتم هیدروژن در مدل اتمی بور:

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2} \quad (\text{یک ریدبرگ: } E_R = ۱۳/۶ \text{ eV})$$

(E_n: انرژی الکترون در مدار nاُم، n: شمارهٔ مدار)

گام شعاع مدار حرکت الکترون در اتم هیدروژن از رابطهٔ $r_n = a_۰ n^۲$ به دست می‌آید،

با این حساب: $\frac{r_۵}{r_۲} = (\frac{۵}{۲})^۲ = \frac{۲۵}{۴}$

گام برای محاسبهٔ تغییر انرژی الکترون در این جابه‌جایی از رابطهٔ $E_n = \frac{-E_R}{n^۲}$ استفاده می‌کنیم. تست باید مقدار $E_R = ۱۳/۶ \text{ eV}$ را می‌داد. می‌دانیم $E_R = ۱۳/۶ \text{ eV}$ است؛ بنابراین:

$$\Delta E = E_۵ - E_۲ = -۱۳/۶(\frac{۱}{۲۵} - \frac{۱}{۴}) = -۱۳/۶ \times \frac{-۲۱}{۱۰۰} = ۲/۸۵۶ \text{ eV}$$

۵۱- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ انرژی جنبشی جسمی به جرم m و تندی v، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲$$

۲ کار نیروی وزن جسم برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم است:

$$W_{mg} = -\Delta U = -mg\Delta h$$

در رابطهٔ بالا، اگر جسم از سطح زمین دور شود، $\Delta h > ۰$ و اگر جسم به سطح زمین نزدیک شود، $\Delta h < ۰$ است.

۳ قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: کار کل انجام‌شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است: $W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_۲ - K_۱$

- رابطهٔ بالا برای هر نوع مسیری برقرار است.
- انرژی جنبشی در آغاز و پایان مسیر مهم است و این‌که در طول مسیر انرژی جنبشی جسم چگونه تغییر کرده، اهمیتی ندارد.

۴ انرژی مکانیکی جسم برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل جسم است:

$$E = K + U$$

۵ قانون پایستگی انرژی: کار نیروهای اتلافی مانند اصطکاک و مقاومت هوا برابر با تغییر انرژی مکانیکی است: $W_f = \Delta E = \Delta K + \Delta U$

گام ۲۵ درصد انرژی جنبشی اولیه توسط اصطکاک تلف می‌شود، پس:

$$W_f = -\frac{۲۵}{۱۰۰}K_۰$$

گام حالا تندی اولیهٔ جسم را محاسبه می‌کنیم.

روش قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: فقط دو نیروی اصطکاک جنبشی و وزن، روی جسم کار انجام می‌دهند، پس:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_f + W_{mg} = \Delta K \Rightarrow -\frac{۲۵}{۱۰۰} \times \frac{۱}{۲}m v_۰^۲$$

$$+(-mg\Delta h) = \frac{۱}{۲}m(v^۲ - v_۰^۲) \Rightarrow -\frac{۱}{۸}v_۰^۲ - ۱۰ \times ۲/۲$$

$$= \frac{۱}{۲}(۲^۲ - v_۰^۲) \Rightarrow \frac{۳}{۸}v_۰^۲ = ۲۴ \Rightarrow v_۰^۲ = ۸^۲ \xrightarrow{\text{جذر}} v_۰ = ۸ \text{ m/s}$$

روش قانون پایستگی انرژی:

$$W_f = \Delta K + \Delta U \Rightarrow -\frac{۲۵}{۱۰۰} \times \frac{۱}{۲}m v_۰^۲ = \frac{۱}{۲}m(v^۲ - v_۰^۲) + mg\Delta h$$

$$\Rightarrow -\frac{۱}{۸} \times v_۰^۲ = \frac{۱}{۲}(۲^۲ - v_۰^۲) + ۱۰ \times ۲/۲ \Rightarrow \frac{۳}{۸}v_۰^۲ = ۲۴ \Rightarrow v_۰^۲ = ۸^۲ \xrightarrow{\text{جذر}} v_۰ = ۸ \text{ m/s}$$

۵۲- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ اگر بار الکتریکی روی صفحه‌های خازنی برابر Q و اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های آن برابر V باشد، ظرفیت خازن برابر است با: $C = \frac{Q}{V}$

۲ انرژی ذخیره‌شده در خازنی به ظرفیت C که بار الکتریکی آن Q است از رابطهٔ زیر به دست می‌آید: $U = \frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C}$

گام به کمک رابطهٔ انرژی خازن، بار اولیهٔ خازن را به دست می‌آوریم:

$$\Delta U = \frac{۱}{۲C}(Q_۲^۲ - Q_۱^۲) \Rightarrow ۴/۵ = \frac{۱}{۲ \times ۲۵} \times [(\frac{۵}{۴}Q_۱)^۲ - Q_۱^۲]$$

$$\Rightarrow \underbrace{۵۰ \times ۴/۵}_{۵ \times ۹ \times ۵} = \frac{۹}{۱۶}Q_۱^۲ \xrightarrow{\text{جذر}} ۳ \times ۵ = \frac{۳}{۴}Q_۱ \Rightarrow Q_۱ = ۲۰ \mu C$$

گام بار ثانویهٔ خازن برابر است با: $Q_۲ = \frac{۵}{۴}Q_۱ = \frac{۵}{۴} \times ۲۰ = ۲۵ \mu C$

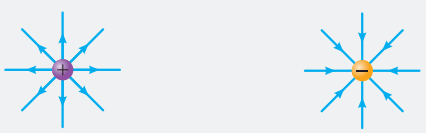
گام تغییر اختلاف پتانسیل دو سر خازن به صورت زیر به دست می‌آید:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow C = \frac{\Delta Q}{\Delta V} \Rightarrow ۲۵ = \frac{۲۵ - ۲۰}{\Delta V} \Rightarrow \Delta V = \frac{۱}{۵} = ۰/۲ \text{ V}$$

۵۳- گزینه ۳

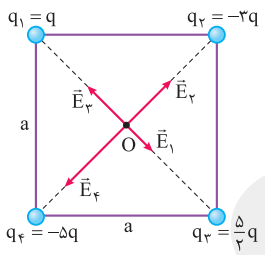
درس‌نامه ۱ اندازهٔ میدان الکتریکی در فاصلهٔ r از بار نقطه‌ای q از رابطهٔ زیر به دست می‌آید: $E = k\frac{|q|}{r^۲}$ (k: ثابت کولن $= ۹ \times ۱۰^۹ \frac{N.m^۲}{C^۲}$)

۲ مطابق شکل‌های زیر، خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج و به بار منفی داخل می‌شوند.



گام با این فرض که $q > ۰$ است، مطابق شکل (الف) بردار میدان الکتریکی حاصل از بارها را در نقطهٔ O رسم می‌کنیم.

گام اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از بار $q_۱ = q$ را در نقطهٔ O، برابر $E_۱$ در نظر گرفته و اندازه‌های $\vec{E}_۲$، $\vec{E}_۳$ و $\vec{E}_۴$ را برحسب $E_۱$ به دست آوریم:



(الف)

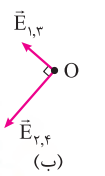
$$E = k\frac{|q|}{r^۲} \xrightarrow{\text{یکسان: } r} \begin{cases} \frac{E_۲}{E_۱} = \frac{|q_۲|}{|q_۱|} = \frac{۳|q|}{|q|} = ۳ \Rightarrow E_۲ = ۳E_۱ \\ \frac{E_۳}{E_۱} = \frac{|q_۳|}{|q_۱|} = \frac{\frac{۵}{۲}|q|}{|q|} = \frac{۵}{۲} \Rightarrow E_۳ = \frac{۵}{۲}E_۱ \\ \frac{E_۴}{E_۱} = \frac{|q_۴|}{|q_۱|} = \frac{۵|q|}{|q|} = ۵ \Rightarrow E_۴ = ۵E_۱ \end{cases}$$

گام با توجه به شکل (الف)، بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ O به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$E_{۱,۳} = E_۳ - E_۱ = \frac{۵}{۲}E_۱ - E_۱ = \frac{۳}{۲}E_۱$$

$$E_{۲,۴} = E_۴ - E_۲ = ۵E_۱ - ۳E_۱ = ۲E_۱$$

با توجه به شکل (ب)، $\vec{E}_{۱,۳}$ و $\vec{E}_{۲,۴}$ برهم عمودند؛ بنابراین:



(ب)

$$E_o = \sqrt{E_{۱,۳}^۲ + E_{۲,۴}^۲} = \sqrt{(\frac{۳}{۲}E_۱)^۲ + (۲E_۱)^۲} = E_۱\sqrt{\frac{۹}{۴} + ۴}$$

$$\Rightarrow E_o = \frac{۵}{۲}E_۱$$

گام چون طول ضلع مربع برابر a است، طول قطر آن برابر $\sqrt{۲}a$ و در نتیجه فاصلهٔ هر یک از بارها تا نقطهٔ O برابر با $r=\frac{\sqrt{۲}}{۲}a$ است؛ بنابراین:

$$E_۱=k\frac{|q_۱|}{r^۲}=k\frac{|q|}{(\frac{\sqrt{۲}}{۲}a)^۲}=۲k\frac{|q|}{a^۲}$$

$$E_o=\frac{۵}{۲}E_۱=\frac{۵}{۲}\times ۲k\frac{|q|}{a^۲}=\frac{۵k|q|}{a^۲}$$

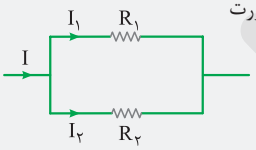
۵۴- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ مطابق شکل زیر، دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ به صورت متوالی (سری) به هم متصل‌اند:



◇ مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq}=R_۱+R_۲$

۲ مطابق شکل روبه‌رو، دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ به صورت موازی به هم متصل‌اند:



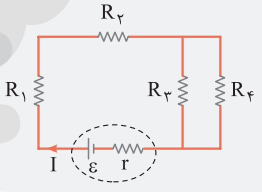
◇ مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}$

◇ اگر مقاومت بزرگ‌تر، n برابر مقاومت کوچک‌تر باشد: $R_{eq}=\frac{\text{مقاومت بزرگ‌تر}}{n+۱}$

◇ نسبت جریان عبوری از مقاومت‌ها برابر با وارون نسبت مقاومت‌ها است: $\frac{I_۱}{I_۲}=\frac{R_۲}{R_۱}$

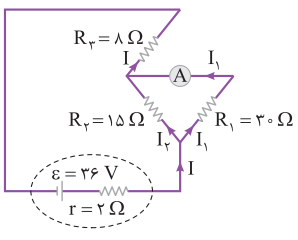
◇ اصل پایستگی بار الکتریکی: $I=I_۱+I_۲$

۳ جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) در شکل روبه‌رو از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$$

گام وقتی کلید باز است، مدار به صورت شکل (الف) است. در این حالت مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم:



(الف)

$R_۱$ و $R_۲$ موازی‌اند.

$$R_{۱,۲}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}=\frac{۳۰\times ۱۵}{۳۰+۱۵}=۱۰\,\Omega$$

$$(\text{یا: } R_۱=\overset{n}{۲}R_۲ \Rightarrow R_{۱,۲}=\frac{R_۱}{n+۱}=\frac{۳۰}{۲+۱}=۱۰\,\Omega)$$

$R_{۱,۲}$ و $R_۳$ متوالی‌اند. $R_{eq}=R_{۱,۲}+R_۳=۱۰+۸=۱۸\,\Omega$

جریان کل مدار در حالت اول برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۳۶}{۱۸+۲}=۱/۸\,A$

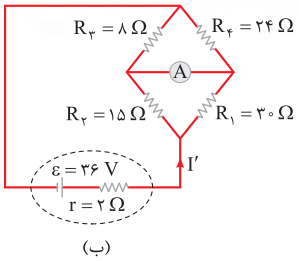
گام آمپرسنج در شاخهٔ مقاومت $R_۱=۳۰\,\Omega$ قرار دارد؛ جریان عبوری از این مقاومت را محاسبه می‌کنیم:

$R_۱$ و $R_۲$ موازی‌اند. $\frac{R_۱}{R_۲}=\frac{I_۲}{I_۱} \Rightarrow \frac{۳۰}{۱۵}=\frac{I_۲}{I_۱} \Rightarrow I_۲=۲I_۱$

اصل پایستگی بار الکتریکی: $I=I_۱+I_۲ \Rightarrow ۱/۸=I_۱+۲I_۱ \Rightarrow I_۱=\frac{۱/۸}{۳}=۰/۶\,A$

بنابراین: $I_A=I_۱=۰/۶\,A$

گام با بستن کلید، مدار به صورت شکل (ب) درمی‌آید.



(ب)

در این حالت نیز مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم:

(در گام اول حساب کردیم.) $R_{۱,۲}=۱۰\,\Omega$

$R_۳$ و $R_۴$ موازی‌اند. $R_{۳,۴}=\frac{R_۳\times R_۴}{R_۳+R_۴}=\frac{۸\times ۲۴}{۸+۲۴}=۶\,\Omega$

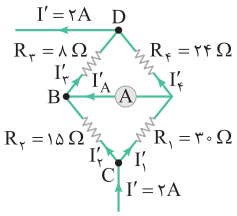
$$(\text{یا: } R_۴=\overset{n}{۳}R_۳ \Rightarrow R_{۳,۴}=\frac{R_۴}{n+۱}=\frac{۲۴}{۳+۱}=۶\,\Omega)$$

$R_{۱,۲}$ و $R_{۳,۴}$ متوالی‌اند. $R'_{eq}=R_{۱,۲}+R_{۳,۴}=۱۰+۶=۱۶\,\Omega$

جریان کل مدار را در حالت بسته‌بودن کلید محاسبه می‌کنیم:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}=\frac{۳۶}{۱۶+۲}=۲\,A$$

گام *رسیدیم به جای سفت تست!* به شکل (پ) نگاه کنید.



(پ)

جریانی که از آمپرسنج می‌گذرد، به کمک اصل پایستگی بار الکتریکی به دست می‌آید. به نقطهٔ B، جریان‌های $I'_۲$ و I'_A (جریان عبوری از آمپرسنج) وارد شده و جریان $I'_۳$ خارج شده است؛ پس:

$$I'_۲+I'_A=I'_۳ \Rightarrow I'_A=I'_۳-I'_۲$$

خب! پس اول باید $I'_۲$ و $I'_۳$ را حساب کنیم:

$R_۱$ و $R_۲$ موازی‌اند. $\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{I'_۱}{I'_۲} \Rightarrow \frac{۱۵}{۳۰}=\frac{I'_۱}{I'_۲} \Rightarrow I'_۱=\frac{۱}{۲}I'_۲$

اصل پایستگی بار الکتریکی در نقطهٔ C: $I'=I'_۱+I'_۲ \Rightarrow ۲=\frac{۱}{۲}I'_۲+I'_۲ \Rightarrow I'_۲=\frac{۲}{\frac{۳}{۲}}=\frac{۴}{۳}A$

$R_۳$ و $R_۴$ موازی‌اند. $\frac{R_۳}{R_۴}=\frac{I'_۴}{I'_۳} \Rightarrow \frac{۸}{۲۴}=\frac{I'_۴}{I'_۳} \Rightarrow I'_۴=\frac{۱}{۳}I'_۳$

اصل پایستگی بار الکتریکی در نقطهٔ D: $I'=I'_۳+I'_۴ \Rightarrow ۲=I'_۳+\frac{۱}{۳}I'_۳$

$$\Rightarrow I'_۳=\frac{۲}{\frac{۴}{۳}}=\frac{۳}{۲}\,A$$

بنابراین: $I'_A=I'_۳-I'_۲=\frac{۳}{۲}-\frac{۴}{۳}=\frac{۹-۸}{۶}=\frac{۱}{۶}\,A$

گام با بستن کلید، جریانی که آمپرسنج نشان می‌دهد از $I_A=۰/۶\,A$ به $I'_A=\frac{۱}{۶}\,A$ تغییر می‌کند. داریم:

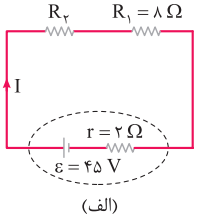
$$\Delta I=I'_A-I_A=\frac{۱}{۶}-\frac{۶}{۱۰}=\frac{۵-۱۸}{۳۰}=-\frac{۱۳}{۳۰}\,A$$

یعنی جریانی که آمپرسنج نشان می‌دهد $\frac{۱۳}{۳۰}\,A$ کاهش می‌یابد.

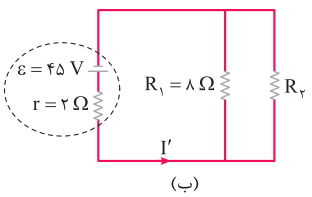
۵۵- گزینه ۲

درس‌نامه اگر جریان عبوری از مقاومت R برابر I باشد، توان مصرفی در این مقاومت از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید: $P=RI^۲$

گام توان خروجی باتری برابر با توان مصرفی در مقاومت معادل است؛ بنابراین مطابق شکل‌های (الف) و (ب) و به کمک روابط $P=R_{eq}I^۲$ و $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$، توان خروجی باتری در دو حالت را به دست می‌آوریم:



(الف)



(ب)

$$P = R_{eq} I^2 = R_{eq} \left(\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\right)^2 \quad (1)$$

$$P' = R'_{eq} I'^2 = R'_{eq} \left(\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}\right)^2 \quad (2)$$

گام با توجه به صورت تست $P' = \frac{9}{4}P$ است. به کمک روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{P'}{P} = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{R'_{eq}}{R_{eq}} \times \left(\frac{R_{eq}+r}{R'_{eq}+r}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$\xrightarrow[R'_{eq}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{8R_2}{8+R_2}]{R_{eq}=R_1+R_2=8+R_2} \frac{8R_2}{8+R_2} \times \left(\frac{8+R_2+2}{\frac{8R_2}{8+R_2}+2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

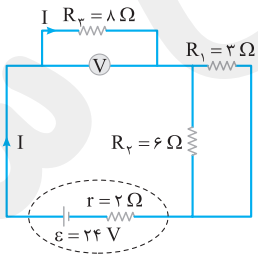
$$\xrightarrow{\text{ساده‌سازی}} 2R_2 \times \left(\frac{10+R_2}{5R_2+8}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

حل معادلهٔ بالا بسیار وقت‌گیر است. بهتر است گزینه‌ها را در معادلهٔ بالا جای‌گذاری کنید:

(۲): $R_2 = 8\,\Omega \Rightarrow (2\times8)\times\left(\frac{10+8}{(5\times8)+8}\right)^2 = 16\times\left(\frac{18}{48}\right)^2 = 16\times\frac{9}{64} = \frac{9}{4}$ ✓

۵۶- گزینه ۳

گام در حالت اول که کلید باز است، مدار مطابق شکل (الف) است. مقاومت معادل مدار در این حالت را محاسبه می‌کنیم:



(الف)

R_1 و R_2 موازی‌اند. $R_{1,2} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} = \frac{3\times6}{3+6} = 2\Omega$

$(\text{یا: } R_2 = \overset{n}{2}R_1 \Rightarrow R_{1,2} = \frac{R_2}{n+1} = \frac{6}{2+1} = 2\Omega)$

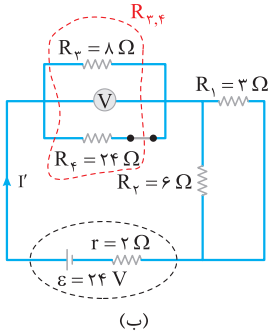
$R_{1,2}$ و R_3 متوالی‌اند. $R_{eq} = R_{1,2} + R_3 = 2+8 = 10\Omega$

گام جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) در حالت اول برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} = \frac{24}{10+2} = 2\,A$$

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دوسر مقاومت $R_3 = 8\,\Omega$ را نشان می‌دهد. از طرفی ولت‌سنج آرمانی است. *(وقتی صورت سؤال نگفته که ولت‌سنج آرمانیه و رابع به مقاومتش هم صحبتی نکرده، شما می‌تونید ولت‌سنج رو آرمانی در نظر بگیرید.)* پس جریان عبوری از مقاومت R_3 برابر با $I = 2\,A$ و عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد برابر است با: $V = R_3 I = 8\times2 = 16\,V$

گام در حالت دوم که کلید بسته است، مدار مطابق شکل (ب) است و مقاومت معادل به صورت زیر محاسبه می‌شود:



(ب)

(در گام اول حساب کردیم.) $R_{1,2} = 2\,\Omega$

R_3 و R_4 موازی‌اند. $R_{3,4} = \frac{R_3\times R_4}{R_3+R_4} = \frac{8\times24}{8+24} = 6\,\Omega$

$(\text{یا: } R_4 = \overset{n}{3}R_3 \Rightarrow R_{3,4} = \frac{R_4}{n+1} = \frac{24}{3+1} = 6\,\Omega)$

$R_{1,2}$ و $R_{3,4}$ متوالی‌اند. $R'_{eq} = R_{1,2} + R_{3,4} = 2+6 = 8\,\Omega$

گام جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) در این حالت برابر است با:

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r} = \frac{24}{8+2} = 2/4\,A$$

عددی که ولت‌سنج در این حالت نشان می‌دهد، اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از مقاومت‌های R_3 و R_4 است. این عدد برابر با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل $R_{3,4}$ نیز است؛ بنابراین:

$$V' = R_{3,4} I' = 6\times2/4 = 14/4\,V$$

گام عدد ولت‌سنج از ۱۶ V به ۱۴/۴ V رسیده است؛ یعنی ۱/۶ V کاهش یافته است.

۵۷- گزینه ۴

درس‌نامه قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:

با تغییر شار مغناطیسی عبوری از یک مدار بسته، نیروی محرکه‌ای در آن القا می‌شود. نیروی محرکهٔ القایی متوسط در این مدار از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$ (N: تعداد حلقه‌ها، $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$: آهنگ تغییر شار مغناطیسی)

شار مغناطیسی عبوری از پیچه را در لحظه‌های $t_1 = 0/01\,s$ و $t_2 = 0/03\,s$ به دست می‌آوریم:

$$\Phi = 0/02\cos50\pi t \begin{cases} \xrightarrow{t_1=0/01\,s} \Phi_1 = 0/02\underbrace{\cos50\pi(0/01)}_{\cos\frac{\pi}{2}=0} = 0\,Wb \\ \xrightarrow{t_2=0/03\,s} \Phi_2 = 0/02\underbrace{\cos50\pi(0/03)}_{\cos\frac{3\pi}{2}=0} = 0\,Wb \end{cases}$$

چون تغییر شار مغناطیسی در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 برابر صفر است، بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط در پیچه در این بازهٔ زمانی نیز برابر صفر است:

$$|\varepsilon_{av}| = \left|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| \xrightarrow{\Delta\Phi=0-0=0} |\varepsilon_{av}| = 0$$

۵۸- گزینه ۱

درس‌نامه نمادگذاری علمی: برای نوشتن اعداد به روش نمادگذاری علمی باید عدد مربوطه را به صورت حاصل‌ضرب عددی از ۱ تا ۱۰ در توان صحیحی از ۱۰ نوشت. به زبان ریاضی: $a\times10^z\ ,\ (1 \le a < 10)$

عدد داده‌شده برحسب نمادگذاری علمی به صورت زیر است:

$$V = 2600000000\,L = 2/6\times10^{10}\,L$$

مشاوره به گزینه‌ها نگاهی بیندازید. متوجه موضوع عجیبی نشدید؟! (۲) و (۴) مشابه‌اند. طراح محترم کنکور فراموش کرده که در این‌جا بحث دقت اندازه‌گیری مطرح نیست و ۲/۶۰ با ۲/۶ فرقی ندارد. خوشبختانه جواب تست (۱) شده و دچار چالش (۲) درست است یا (۴)، نشدیم.

۵۹- گزینه ۴

درس‌نامه (۱) فشار در عمق h از یک مایع:

$$P = P_0 + \rho gh$$ (ρ: چگالی مایع، h: فشار هوا)

◇ در تست‌ها، واژه‌های فشار، فشار کل و فشار مطلق معادل یکدیگرند.

(۲) برای محاسبهٔ فشار ستونی از مایع برحسب سانتی‌متر جیوه، از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$P(cmHg) = \frac{\rho_{مایع} h_{مایع}(cm)}{\rho_{جیوه}}$$

گام فشار اولیه ناشی از مایع را برحسب سانتی‌متر جیوه به دست می‌آوریم:

$$P_{مایع}(cmHg) = \frac{\rho_{مایع} h_{مایع}(cm)}{\rho_{جیوه}} = \frac{2\times20}{13/6} = \frac{40}{13/6}\,cmHg$$

گام ۱ فشار در ته لوله برابر است با:

$$P = P_{\circ} + P_{\text{مایع}} = ۷۵ + \frac{۴۰}{۱۳/۶} = \frac{(۷۵\times۱۳/۶)+۴۰}{۱۳/۶}\ \text{cmHg}$$

گام ۲ با اضافه‌کردن مایع دوم، فشار در ته لوله ۱۰ درصد افزایش می‌یابد؛ بنابراین:

$$P'_{\text{مایع}} = \frac{۱۰}{۱۰۰}P \Rightarrow \frac{\rho'_{\text{مایع}}h'_{\text{مایع}}(cm)}{\rho_{\text{جیوه}}} = \frac{۱}{۱۰}P$$

$$\Rightarrow \frac{۱/۰۶\times h'_{\text{مایع}}(cm)}{۱۳/۶} = \frac{۱}{۱۰}\times\frac{(۷۵\times۱۳/۶)+۴۰}{۱۳/۶} \Rightarrow h'_{\text{مایع}}(cm) = \frac{۱۰۶۰}{۱۰/۶} = ۱۰۰\,cm$$

گام ۳ حجم مایع دوم برابر است با:

$$V = Ah'_{\text{مایع}} = ۱۵\times۱۰۰ = ۱۵۰۰\ cm^۳ \xrightarrow{۱۰^۳ cm^۳ = ۱ L} V = ۱/۵\ L$$

۶۰- گزینه ۳

تغییرات انرژی جنبشی خودرو به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Delta K = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) = \frac{۱}{۲}\times۱۰۰۰\times(۲۵^۲ - ۱۸^۲)$$

یادآوری اتحاد مزدوج: $a^۲ - b^۲ = (a-b)(a+b)$

$$\Rightarrow \Delta K = ۵۰۰\underbrace{(۲۵-۱۸)}_{۷}\underbrace{(۲۵+۱۸)}_{۴۳} = ۱۵۰۵۰۰\ J \xrightarrow{۱۰^۶ J = ۱ MJ}$$

$$\Delta K = ۱/۵۰۵\times۱۰^{-۱}\ MJ$$

شیمی

۶۱- گزینه ۱

نکته نماد کلی یون‌های پایدار عنصرهای اصلی جدول، به صورت زیر است:

شمارهٔ گروه	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷
آرایش لایهٔ ظرفیت	$ns^۱$	$ns^۲$	$ns^۲np^۱$	$ns^۲np^۲$	$ns^۲np^۳$	$ns^۲np^۴$	$ns^۲np^۵$
نماد یون پایدار	A^+	$A^{۲+}$	$A^{۳+}$	-	$A^{۳-}$	$A^{۲-}$	A^-

عنصرهای گروه ۱۳ مانند آلومینیم ($_{۱۳}Al$) و گالیم ($_{۳۱}Ga$) می‌توانند کاتیون سه بار مثبت تشکیل دهند؛ بنابراین M می‌تواند عنصری از گروه ۱۳ جدول تناوبی باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) جای زیروندها رو *اشتباه نوشته!* $M^{۳+}\ X^{۲-} \Rightarrow M_۲X_۳$

(۳) عنصر X که آنیون دو بار منفی تشکیل داده، متعلق به گروه ۱۶ جدول دوره‌ای است. تفاوت عدد اتمی عنصرهای گروه‌های ۱۶ و ۱۸ (گازهای نجیب) در یک دوره، برابر با ۲ است.

(۴) آرایش الکترونی اتم عنصرهای گروه ۱۶ به $ns^۲np^۴$ ختم می‌شود، یعنی در بیرونی‌ترین لایهٔ آن‌ها ۲ الکترون با $(ns)l = ۰$ و ۴ الکترون با $(np)l = ۱$ وجود دارد و نسبت گفته‌شده برابر $\frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲}$ است.

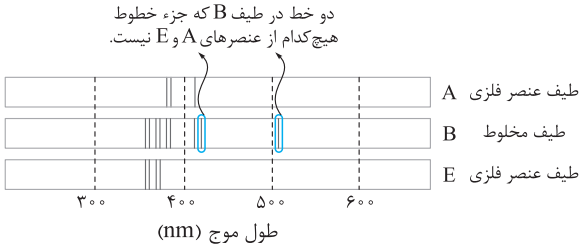
۶۲- گزینه ۳

نکته برای این‌که مطمئن باشیم عنصر X در یک نمونهٔ مجهول وجود دارد، باید همهٔ خطوط طیف عنصر X در نمونهٔ مجهول نیز وجود داشته باشد.

با توجه به شکل‌ها، همهٔ خطوط طیف A و E در طیف B و همهٔ خطوط طیف D و F در طیف C وجود دارند؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که طیف‌های نشری خطی B و C مربوط به دو مخلوط و طیف‌های A، D، E و F مربوط به چهار عنصر فلزی مورد نظر در سؤال هستند.

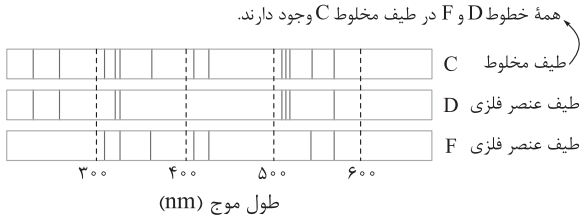
حالا بیایید گزینه‌ها را به ترتیب بررسی کنیم:

(۱) درسته که همهٔ خطوط A و E در نمونهٔ B وجود دارند اما در طیف B، دو خط دیگر وجود دارد که جزء خطوط هیچ‌کدام از عنصرهای A و E نیست؛ بنابراین می‌توان گفت که B مخلوطی شامل دو عنصر A و E و عنصری دیگر است که طیفش داده نشده است.

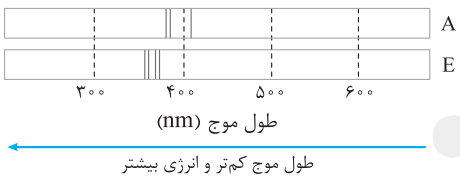


(۲) طیف‌های B و C مربوط به دو مخلوط مورد نظر در سؤال و بقیهٔ طیف‌ها از جمله طیف F، مربوط به عنصرهای فلزی‌اند.

(۳) *به درسته!* C مخلوط عنصرهای D و F است، زیرا همهٔ خطوط طیف‌های D و F در نمونهٔ C وجود دارند.



(۴) خطوط موجود در طیف E، طول موج کوتاه‌تری نسبت به خطوط موجود در طیف A دارند. از آن‌جا که انرژی با طول موج رابطهٔ وارونه دارد، می‌توان گفت که الکترون‌های برانگیخته در اتم E هنگام بازگشت به حالت پایه، انرژی بیشتری آزاد می‌کنند.



۶۳- گزینه ۱

نکته با داشتن عدد جرمی و تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها در اتم یک عنصر، می‌توان عدد اتمی عنصر را از رابطهٔ زیر حساب کرد:

$$\text{عدد اتمی} = \frac{\text{تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها} - \text{عدد جرمی}}{۲}$$

عبارت‌های (پ) و (ت) درست‌اند.

ابتدا باید عدد اتمی X را به دست آوریم:

روش ۱

$$\begin{cases} N - Z = ۱۱ \\ N + Z = ۷۹ \end{cases} \Rightarrow ۲N = ۹۰ \Rightarrow N = ۴۵ \Rightarrow Z = ۴۵ - ۱۱ = ۳۴$$

روش ۲

$$\text{عدد اتمی} = \frac{\text{تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها} - \text{عدد جرمی}}{۲} = \frac{۷۹-۱۱}{۲} = \frac{۶۸}{۲} = ۳۴$$

بریم سراغ بررسی عبارت‌ها:

(الف) عنصر $_{۳۴}X$، دارای ۴ لایهٔ الکترونی اشغال‌شده است اما لایهٔ چهارم به طور کامل از الکترون پر نشده است: $_{۳۴}X : [_{۱۸}Ar]\,۳d^{۱۰}۴s^۲۴p^۴$

(ب) عنصر $_{۳۴}X$ که عدد اتمی آن، دو واحد کم‌تر از گاز نجیب $_{۳۶}Kr$ است، نافلزی از گروه ۱۶ (همان $_{۳۴}Se$) است.

(پ) هر دو عنصر $_{۱۶}A$ و $_{۳۴}X$، متعلق به گروه ۱۶ هستند و خواص شیمیایی مشابهی دارند.

(ت) عنصر $^{۷۹}_{۳۴}X$، دارای $۴۵ = ۳۴ - ۷۹$ نوترون است.

عنصر $^{۸۰}_{۳۵}D$ نیز دارای $۴۵ = ۳۵ - ۸۰$ نوترون می‌باشد.

۶۴- گزینه ۲

درس‌نامه ترتیب پرشدن زیرلایه‌های الکترونی مطابق قاعدهٔ آفبا از رابطهٔ زیر پیروی می‌کند:

$$\underset{n\geq 1}{ns} \rightarrow \underset{n\geq 6}{(n-2)f} \rightarrow \underset{n\geq 4}{(n-1)d} \rightarrow \underset{n\geq 2}{np}$$

به کمک این رابطه، *فیلی راحت* می‌شه فهمید بعد از یک زیرلایهٔ معین، چه زیرلایه‌ای از الکترون اشغال می‌شود. مثلاً برای این‌که بدونیم بعد از زیرلایهٔ $5d$ چه زیرلایه‌ای از الکترون اشغال می‌شود، کافی است به جای n در رابطهٔ بالا، عدد ۶ را قرار دهیم:

$$(n-1)d = 5d \Rightarrow n-1=5 \Rightarrow n=6 \Rightarrow 5d \rightarrow 6p$$

اول نگاهی به رابطهٔ پرشدن زیرلایه‌ها طبق قاعدهٔ آفبا *بندازین*:

$$\underset{n\geq 1}{ns} \rightarrow \underset{n\geq 6}{(n-2)f} \rightarrow \underset{n\geq 4}{(n-1)d} \rightarrow \underset{n\geq 2}{np}$$

بعد از زیرلایهٔ np، زیرلایهٔ $(n+1)s$ از الکترون اشغال می‌شود. به این ترتیب خواهیم داشت:

$$4p \rightarrow \underset{a}{5s} \rightarrow \underset{b}{4d} \rightarrow \underset{c}{5p} \rightarrow 6s \rightarrow 4f \rightarrow \underset{q}{5d} \rightarrow \underset{u}{6p} \rightarrow 7s \rightarrow \underset{y}{5f} \rightarrow \underset{z}{6d} \rightarrow 7p$$

خانه‌های مجهول با n یکسان: a، c، q، y ـ u و z

خانه‌های مجهول با $n+l$ یکسان: $\underbrace{z,y}_{n+l=8}$ ـ $\underbrace{u,q}_{n+l=7}$ ـ $\underbrace{c,b}_{n+l=6}$

۶۵- گزینه ۴

درس‌نامه رسم سریع ساختار لوویس گونه‌ها

۱ ابتدا شمار کل پیوندهای اشتراکی در یک گونه را با فرمول زیر به دست می‌آوریم:

$$\text{شمار کل پیوندهای اشتراکی} = \frac{\text{بار یا در نظر گرفتن علامت} + \left(\begin{matrix}\text{مجموع تعداد e‌های جفت‌نشده}\\ \text{در آرایش الکترون ـ نقطه‌ای اتم‌ها}\end{matrix}\right)}{2}$$

۲ با توجه به نوع اتم‌ها، اتم مرکزی را با پیوندهای یگانه، دوگانه یا سه‌گانه به اتم‌های اطراف متصل می‌کنیم و با گذاشتن جفت‌الکترون‌های ناپیوندی، اتم‌ها (به‌جز H) را هشت‌تایی می‌کنیم.

مثال CO_3^{2-}:

$$\text{شمار کل پیوندهای اشتراکی} = \frac{\overbrace{(4\times 1)}^{C} + \overbrace{(2\times 3)}^{O} - 2}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\Rightarrow \left[:\ddot{O}-\underset{|}{\overset{:\ddot{O}:}{C}}=\ddot{O}: \right]^{2-}$$

در یون NH_2^-، اتم $_7N$ به آرایش گاز نجیب نئون ($_{10}Ne$) و اتم $_1H$ به آرایش گاز نجیب هلیم ($_2He$) رسیده است. در یون PCl_4^+، هر دو اتم $_{15}P$ و $_{17}Cl$ به آرایش گاز نجیب آرگون ($_{18}Ar$) رسیده‌اند. (حواستون باشه که به وقت رسیدن به آرایش گاز نجیب رو با رسیدن به آرایش هشت‌تایی اشتباه نکنید. گونه‌هایی که به آرایش گاز نجیب هلیم ($_2He$) می‌رسند، هشت‌تایی نمی‌شوند.)

$$NH_2^- \Rightarrow \text{شمار کل پیوندهای اشتراکی} = \frac{\overbrace{(3\times 1)}^{N} + \overbrace{(2\times 1)}^{H} - 1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow \left[\begin{matrix} :\ddot{N}-H \\ | \\ H \end{matrix} \right]^-$$

$$PCl_4^+ \Rightarrow \text{شمار کل پیوندهای اشتراکی} = \frac{\overbrace{(3\times 1)}^{P} + \overbrace{(4\times 1)}^{Cl} + 1}{2} = \frac{8}{2} = 4 \Rightarrow \left[\begin{matrix} :\ddot{Cl}: \\ | \\ :\ddot{Cl}-P-\ddot{Cl}: \\ | \\ :\ddot{Cl}: \end{matrix} \right]^+$$

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱ در یون NO_2^-، ۳ پیوند اشتراکی و در مولکول Cl_2O، ۲ پیوند اشتراکی وجود دارند.

$$NO_2^- \Rightarrow \text{شمار کل پیوندهای اشتراکی} = \frac{\overbrace{(3\times 1)}^{N} + \overbrace{(2\times 2)}^{O} - 1}{2} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow$$

$$\left[\begin{matrix} \ddot{N} \\ :\ddot{O}: \quad :\ddot{O}: \end{matrix} \right]^-$$

$$Cl_2O \Rightarrow \text{شمار کل پیوندهای اشتراکی} = \frac{\overbrace{(1\times 2)}^{Cl} + \overbrace{(2\times 1)}^{O}}{2} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow \begin{matrix} :\ddot{O}: \\ :\ddot{Cl} \quad :\ddot{Cl}: \end{matrix}$$

نکته هر چند در مولکول Cl_2O، نخستین عنصر سمت چپ، کلر است اما در این مولکول، اتم اکسیژن، اتم مرکزی است.

۲ در یون NO_3^- برخلاف SO_3^{2-}، اتم مرکزی جفت‌الکترون ناپیوندی ندارد.

$$NO_3^- \Rightarrow \text{شمار کل پیوندهای اشتراکی} = \frac{\overbrace{(3\times 1)}^{N} + \overbrace{(2\times 3)}^{O} - 1}{2} = \frac{8}{2} = 4 \Rightarrow$$

$$\left[\begin{matrix} :\ddot{O}: \\ \| \\ :\ddot{O}-N-\ddot{O}: \end{matrix} \right]^-$$

$$SO_3^{2-} \Rightarrow \text{شمار کل پیوندهای اشتراکی} = \frac{\overbrace{(2\times 1)}^{S} + \overbrace{(2\times 3)}^{O} - 2}{2} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow$$

$$\left[\begin{matrix} \ddot{S} \\ :\ddot{O}: \quad :\ddot{O}: \quad :\ddot{O}: \end{matrix} \right]^{2-}$$

۳ فرمول یون پرمنگنات به صورت MnO_4^- است؛ یعنی بار یون (x) برابر -1 است اما بار یون سولفات (SO_4^{2-})، برابر -2 می‌باشد.

۶۶- گزینه ؟

متأسفانه این سؤال، جواب درست ندارد! بیایید گزینه‌ها رو *دونه‌دونه* بررسی کنیم:

۱ هیدروژن فلوئورید (HF) در دما و فشار اتاق به حالت گاز است. نه مایع! ولی مورد دوم این گزینه درسته.

۲ فرمول شیمیایی دی‌متیل اتر (CH_3-O-CH_3)، C_2H_6O است، نه C_2H_6O! پس این گزینه با فرمول اشتباه دی‌متیل اتر رد می‌شه، ولی در ادامه بد نیست بدانید که این ماده در دما و فشار اتاق به حالت گاز است. در مورد ترکیب دیگر آورده‌شده، *بدانید و آگاه باشید* که مانند سیلیسیم کربید (SiC)، فرمول وانادیم (IV) کربید به صورت VC است و در دما و فشار اتاق به حالت جامد است، عدد اکسایش وانادیم و کربن در این ترکیب به ترتیب $+4$ و -4 است.

۳ این گزینه هم برای فرمول اشتباه دی‌متیل اتر رد می‌شه! علاوه بر آن، در دما و فشار اتاق، دی‌متیل اتر (CH_3-O-CH_3)، به حالت گاز و سیکلوهگزان (C_6H_{12})، به حالت مایع است.

۴ کوارتز، همان SiO_2 خالص است و نه Si! علاوه بر آن VC (وانادیم کربید) هم در دما و فشار اتاق به حالت جامد است.

مشاوره همون‌طور که دیدید، در این سؤال مواردی مطرح شده که به طور مستقیم راجب به اون‌ها در کتاب‌های درسی مطلبی نیومده. در این مورد و موارد مشابه باید با بررسی موارد آشنا و تکنیک رد گزینه به پاسخ تست برسید، مثلاً در این سؤال (با در نظر نگرفتن خطای طراح در ۱)، خیلی راحت با توجه به فرمول غلط دی‌متیل اتر و کوارتز، ۲، ۳ و ۴ حذف می‌شن.

۶۷- گزینه ۳

شفاف‌سازی وقتی گفته می‌شود که میزان پیشرفت یک واکنش، a درصد است، می‌توان بازده درصدی واکنش را a در نظر گرفت.

گام معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$4NH_3(g) + 5O_2(g) \rightarrow 4NO(g) + 6H_2O(g)$$

روش گام با توجه به معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش، مجموع جرم فراورده‌های حاصل را به ازای مصرف کامل مواد واکنش‌دهنده، براساس ضرایب استوکیومتری آن‌ها در معادلهٔ واکنش، به دست می‌آوریم.

با توجه به معادلهٔ واکنش، اگر واکنش به طور کامل پیشرفت کند و ۴ مول آمونیاک مصرف شود، ۴ مول NO ($۴\times۳۰=۱۲۰\,g$) و ۶ مول H_2O ($۶\times۱۸=۱۰۸\,g$)؛ یعنی در مجموع $۱۲۰+۱۰۸=۲۲۸$ گرم فراورده تولید می‌شود.

گام حالا باید حساب کنیم که برای تولید ۴/۵۶ گرم فراورده در مجموع، با بازده ٪۲۰ چند مول و بعد چند لیتر NH_3 مصرف شده است. (دقت کنید که ۴/۵۶ گرم فراورده به ازای پیشرفت واکنش به اندازهٔ ٪۲۰ است و ما باید ابتدا حساب کنیم که به ازای ۱۰۰ درصد پیشرفت واکنش، چند گرم فراورده حاصل می‌شود.)

اگر واکنش ۲۰ درصد پیشرفت کند، در مجموع ۴/۵۶ گرم فراورده تولید خواهد شد، یعنی با ۱۰۰ درصد پیشرفت واکنش، در مجموع، $۴/۵۶\times\frac{۱۰۰}{۲۰}=۲۲/۸$ گرم فراورده تولید می‌شود، بنابراین خواهیم داشت:

(بازده درصدی واکنش)

$$۲۲/۸\,g\ \text{فراورده}\times\frac{۴\,mol\,NH_3}{۲۲۸\,g\ \text{فراورده}}\times\frac{۲۲/۴\,L\,NH_3}{۱\,mol\,NH_3}=۸/۹۶\,L\,NH_3$$

براساس ضرایب استوکیومتری واکنش

روش استفاده از کسر تناسب: باید برای NH_3، کسر تناسب مربوط به حجم گازها در شرایط STP و برای مجموع جرم فراورده‌ها، کسر تناسب مربوط به جرم را بنویسیم. بازده درصدی واکنش را ۲۰ درصد در نظر گرفته و در کسر مربوط به واکنش‌دهنده یعنی NH_3 ضرب می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{NO+H_2O}}=\frac{\frac{\text{بازده درصدی}}{۱۰۰}\times\text{حجم}}{\underbrace{\text{حجم مولی}\times\text{ضریب}}_{NH_3}}$$

نکته در مسائل استوکیومتری واکنش، در مواردی که به جای جرم یک ماده، مجموع یا تفاوت جرم دو ماده، خواسته شده یا داده می‌شود. کسر تناسب مربوط به جرم به صورت زیر نوشته می‌شود:

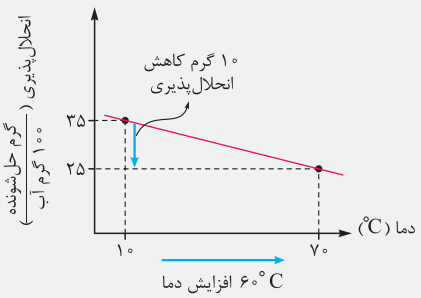
$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{\text{مجموع جرم دو ماده}}{(\text{جرم مولی مادهٔ ۲}\times\text{ضریب مادهٔ ۲})+(\text{جرم مولی مادهٔ ۱}\times\text{ضریب مادهٔ ۱)}}\\[2ex]\dfrac{\text{تفاوت جرم دو ماده}}{|(\text{جرم مولی مادهٔ ۲}\times\text{ضریب مادهٔ ۲})-(\text{جرم مولی مادهٔ ۱}\times\text{ضریب مادهٔ ۱)}|}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{x\times\frac{۲۰}{۱۰۰}}{۴\times۲۲/۴}=\frac{۴/۵۶}{(۴\times۳۰)+(۶\times۱۸)}\Rightarrow\frac{x\times۰/۲}{۴\times۲۲/۴}=\frac{۴/۵۶}{۲۲۸}$$

$$\Rightarrow x=۰/۴\times۲۲/۴=۸/۹۶\,L\,NH_3$$

۶۸- گزینه ۲

شفاف‌سازی ۱ در این نمک، با افزایش دما، انحلال‌پذیری کاهش یافته است؛ یعنی نمودار انحلال‌پذیری این نمک در آب نزولی و به صورت زیر است:



۲ سؤال به ما غلظت (۲ مولار) و جرم محلول سیرشدهٔ اولیه (۲۵۰ گرم) و چگالی محلول ($۱\,g.mL^{-1}$) را داده است و گفته که به ازای تغییر چند درجه‌ای دما (افزایش دما به مقدار چند درجه)، ۱۰ درصد نمک در محلول ۲ مولار اولیه رسوب می‌کند؛ یعنی:

$$\text{درصد نمک رسوب‌کرده}=\frac{\text{مقدار نمک رسوب‌کرده}}{\text{مقدار نمک اولیه در محلول}}\times۱۰۰$$

یا $\frac{\text{میزان کاهش انحلال‌پذیری}}{\text{مقدار انحلال‌پذیری اولیه}}\times۱۰۰$

پس ما به دو روش می‌تونیم این سؤال رو حل کنیم.

روش ما برای محاسبهٔ مقدار نمک رسوب‌کرده علاوه بر درصد نمک رسوب‌کرده (٪۱۰)، به مقدار نمک اولیهٔ موجود در محلول نیز نیاز داریم:

$$\text{درصد نمک رسوب‌کرده}\ (\downarrow ٪۱۰)=\frac{\text{مقدار نمک رسوب‌کرده}}{\text{مقدار نمک اولیه}}\times۱۰۰$$

با استفاده از جرم، چگالی و غلظت مولی محلول اولیه به دست می‌آید

گام محاسبهٔ مقدار نمک اولیه:

می‌توانیم با توجه به غلظت مولی محلول سیرشده، جرم نمک و آب را در محلول اولیه حساب کنیم:

$$\text{جرم محلول}=۲۵۰\,g\xrightarrow{d=۱\,g.mL^{-1}}\text{حجم محلول}=۲۵۰\,mL=۰/۲۵\,L$$

$$\text{غلظت مولار}=\frac{\text{مول حل‌شونده}}{\text{حجم محلول}}\Rightarrow۲=\frac{\text{مول حل‌شونده}}{۰/۲۵\,L}\Rightarrow\text{مول حل‌شونده}=۰/۵\,mol$$

$$\text{جرم حل‌شونده}=۰/۵\,mol\times\frac{۱۱۰\,g}{۱\,mol}=۵۵\,g$$

$$\text{جرم آب}=\text{جرم محلول}-\text{جرم حل‌شونده}=۲۵۰-۵۵=۱۹۵\,g$$

گام محاسبهٔ مقدار نمک رسوب‌کرده:

$$\text{درصد نمک رسوب‌کرده}=\frac{\text{مقدار نمک رسوب‌کرده}}{\text{مقدار نمک اولیه}}\times۱۰۰\Rightarrow۱۰=\frac{x}{۵۵}\times۱۰۰$$

$$\Rightarrow x=۵/۵\,g\ (\text{مقدار نمک رسوب‌کرده})$$

این مقدار، جرم نمک رسوب‌کرده به ازای ۱۹۵ گرم آب است. حالا با توجه به نمودار انحلال‌پذیری باید جرم نمک رسوب‌کرده به ازای ۱۰۰ گرم آب را حساب کنیم:

$$۱۰۰\,g\ \text{آب}\times\frac{۵/۵\,g\ \text{رسوب}}{۱۹۵\,g\ \text{آب}}=\frac{۵۵۰}{۱۹۵}=\frac{۱۱۰}{۳۹}\,g\ \text{رسوب}$$

گام محاسبهٔ تغییر دما:

با توجه به اطلاعات سؤال، به ازای ۶۰ °C افزایش دما، انحلال‌پذیری نمک به میزان $۳۵-۲۵=۱۰$ گرم کاهش یافته است. حالا با توجه به خطی‌بودن معادلهٔ انحلال‌پذیری می‌خواهیم انحلال‌پذیری نمک $\frac{۱۱۰}{۳۹}$ گرم تغییر کند:

$$\frac{۱۱۰}{۳۹}\,g\ \text{کاهش انحلال‌پذیری}\times\frac{۶۰\,^\circ C\ \text{تغییر دما}}{۱۰\,g\ \text{کاهش انحلال‌پذیری}}\simeq۱۷\,^\circ C$$

روش می‌دانیم که به دلیل کاهش مقدار انحلال‌پذیری، نمک رسوب می‌کند. از *اون‌جایی* که سؤال درصد نمک رسوب‌کرده *رو* داده (و نه مقدار رسوب‌کرده رو!) می‌توانیم بی‌خیال جرم اولیهٔ محلول *بشیم* و مستقیم با مقدار انحلال‌پذیری کار کنیم. (دقت کنید که درصد نمک رسوب‌کرده به جرم اولیهٔ محلول سیرشده بستگی ندارد.):

$$\text{درصد نمک رسوب‌کرده}=\frac{\text{جرم رسوب تولیدشده}}{\text{جرم اولیهٔ نمک در محلول}}\times۱۰۰$$

$$=\frac{\text{میزان کاهش انحلال‌پذیری}}{\text{انحلال‌پذیری نمک در محلول اولیه}}\times۱۰۰$$

آ) محاسبهٔ انحلال‌پذیری نمک در دمای اولیه:

با توجه به این‌که غلظت محلول سیرشده، ۲ مولار است، خواهیم داشت:

$$\text{غلظت}=\frac{۲\,mol}{۱\,L}=\frac{۲\times۱۱۰\,g\ \text{نمک}}{۱۰۰۰\,mL(۱۰۰۰\,g)\ \text{محلول}}\Rightarrow\begin{cases}۲۲۰\,g\ \text{نمک}\\ ۱۰۰۰-۲۲۰=۷۸۰\,g\ \text{آب}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\text{انحلال‌پذیری نمک}=\frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم آب}}\times۱۰۰=\frac{۲۲۰}{۷۸۰}\times۱۰۰=۲۸/۲\,g$$

ب) محاسبهٔ میزان کاهش انحلال‌پذیری:

درصد کاهش انحلال‌پذیری = درصد نمک رسوب‌کرده

$$=\frac{\text{میزان کاهش انحلال‌پذیری}}{\text{مقدار انحلال‌پذیری اولیه}}\times۱۰۰\Rightarrow۱۰=\frac{x}{۲۸/۲}\times۱۰۰\Rightarrow x=۲/۸۲\,g$$

با توجه به اطلاعات سؤال، به ازای $60\,^{\circ}C$ افزایش دما، انحلال‌پذیری به میزان $35-25=10$ گرم کاهش یافته است. حالا با توجه به خطی‌بودن معادلهٔ انحلال‌پذیری می‌خواهیم انحلال‌پذیری $2/82$ گرم تغییر کند:

$$2/82\,g \times \frac{\text{تغییر دما}}{\text{کاهش انحلال‌پذیری}} = \frac{60\,^{\circ}C}{10\,g} \simeq 17\,^{\circ}C$$

توجه! در این‌جا فقط می‌خواستیم میزان تغییر دما را به ازای مقدار معینی تغییر انحلال‌پذیری پیدا کنیم که با توجه به خطی‌بودن معادلهٔ انحلال‌پذیری، این محاسبه با به نسبت ساده به دست اومد و اصلاً نیازی به نوشتن معادلهٔ انحلال‌پذیری نبود!

۶۹- گزینه ۳

نکته در صورت عدم واکنش مولکول‌های گاز با آب، در دما و فشار یکسان، انحلال‌پذیری گازهای قطبی از گازهای ناقطبی (با جرم مولی نزدیک به هم) بیشتر است. در بین گازهای ناقطبی، هر چه جرم مولی بیشتر باشد، انحلال‌پذیری گاز در آب بیشتر است:

انحلال‌پذیری: N_2 (گاز ناقطبی با جرم مولی کم‌تر) $<$ O_2 (گاز ناقطبی با جرم مولی بیشتر) $<$ NO (گاز قطبی)

با توجه به مقایسهٔ انحلال‌پذیری گازهای NO، N_2 و O_2، در شرایط یکسان $(NO > O_2 > N_2)$، در نمودار داده‌شده، خط بالایی مربوط به NO است.

ابتدا باید حساب کنیم در چه فشاری، غلظت مولی گاز NO برابر $3/33\times10^{-3}$ است:

روش اگر جرم محلول سیرشدهٔ گازها در آب را برابر با جرم آب و چگالی محلول را با چگالی آب $(1\,g/mL)$ برابر در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\text{حجم محلول} \simeq \text{جرم محلول} \Rightarrow 100\,g \text{ محلول} \simeq 100\,mL \simeq 0/1\,L$$

$$\text{انحلال‌پذیری } NO = 0/1\,L \times \frac{3/33\times10^{-3}\,mol\,NO}{1\,L} \times \frac{30\,g\,NO}{1\,mol\,NO}$$

$$= 99/9\times10^{-4} = 100\times10^{-4} = 0/01\,g$$

روش

نکته در مورد گازهایی که با آب وارد واکنش نمی‌شوند، انحلال‌پذیری گازها در آب ناچیز است؛ بنابراین می‌توان جرم محلول را با جرم آب و درصد جرمی محلول را با مقدار انحلال‌پذیری گاز برابر در نظر گرفت و با توجه به این‌که چگالی محلول به تقریب معادل چگالی آب $(1\,g.mL^{-1})$ است، خواهیم داشت:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \quad (1)$$

$$\text{درصد جرمی} = S \Rightarrow \text{درصد جرمی} = \frac{S\,(\text{انحلال‌پذیری})}{\underbrace{S}_{\text{از } S \text{ مقابل } 100،}+100} \times 100 \xrightarrow{\text{در مورد گازها}}$$

از S مقابل 100، صرف نظر می‌شود.

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{درصد جرمی} \times \text{چگالی} \times 10}{\text{جرم مولی}} \quad (2)$$

$$\Rightarrow \text{غلظت مولی محلول سیرشدهٔ گازها در آب} = \frac{10S}{\text{جرم مولی}}$$

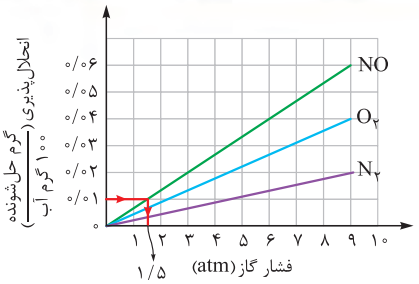
$$\text{غلظت مولی محلول سیرشدهٔ گازها در آب} = \frac{10S}{\text{جرم مولی}}$$

$$\Rightarrow \text{غلظت مولی } NO = 3/33\times10^{-3} = \frac{10S}{30}$$

$$\Rightarrow S = 9/99\times10^{-3} \simeq 10\times10^{-3} = 0/01\,g$$

با توجه به نمودار، در فشار حدود $1/5\,atm$، انحلال‌پذیری گاز NO برابر $0/01\,g$ در $100\,g$ آب است:

$$\frac{a-b}{3} = 1/5 \Rightarrow a-b = 4/5$$



۷۰- گزینه ۴

شفاف‌سازی هر وقت در سؤالی صحبت از غشای نیمه‌تراوا و محلول شد، یاد فرایند اسمز و اسمز معکوس می‌افتیم و برای تشخیص راحت‌تر این دو فرایند از هم، دنبال مخزن فشار و اعمال فشار بیرونی می‌گردیم. اگر مانند این سؤال اثری از اعمال فشار خارجی در شکل و متن سؤال نباشد، با فرایند اسمز سروکار داریم.

درس‌نامه تفاوت فرایندهای اسمز و اسمز معکوس:

ویژگی \ فرایند		اسمز	اسمز معکوس
نوع فرایند		خودبه‌خودی	غیرخودبه‌خودی (با اعمال فشار بیرونی)
جهت خالص انتقال مولکول‌های حلال (آب)		از محلول رقیق‌تر (آب) به محلول غلیظ‌تر	از محلول غلیظ‌تر به محلول رقیق‌تر (آب)
تغییر غلظت محلول‌ها با گذشت زمان	محلول رقیق	غلیظ‌تر می‌شود	رقیق‌تر می‌شود
	محلول غلیظ	رقیق‌تر می‌شود	غلیظ‌تر می‌شود
تغییر حجم و ارتفاع محلول‌ها با گذشت زمان	محلول رقیق (آب)	کاهش می‌یابد	افزایش می‌یابد
	محلول غلیظ	افزایش می‌یابد	کاهش می‌یابد

دقت کنید که در موارد بالا اگر به جای محلول رقیق، آب وجود داشته باشد، با گذشت زمان، تغییر غلظتی برای آن نداریم.

همهٔ عبارت‌های داده‌شده، نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:
- به دلیل پدیدهٔ اسمز، آب مقطر از مخزن B به درون مخزن A (محلول سدیم کلرید) جابه‌جا می‌شود؛ بنابراین به مرور، محلول مخزن A رقیق‌تر شده و غلظت نمک در آن کاهش می‌یابد.
- *خبری از فشار بیرونی نیست!* بنابراین فرایند انجام‌شده خودبه‌خودی و اسمز است و نه اسمز وارونه!
- با توجه به این‌که آب از مخزن B (آب مقطر)، به سمت مخزن A (محلول) جابه‌جا می‌شود، هیچ‌گاه غلظت نمک در دو مخزن برابر نخواهد شد. *(نمکی به سمت مخزن B نمی‌رود!)*
- با جابه‌جایی آب به سمت مخزن A، حجم محلول این مخزن بیشتر شده و پیستون به سمت بالا حرکت می‌کند.

مشاوره در این سؤال، طراح خواسته با روکردن یک شکل جدید و *ناآشنا، شما رو غافلگیر کنه!* اما دیدین که فقط با آشنایی با پدیدهٔ اسمز، می‌شد *راحت از پس این سؤال براومد!* پس *با دیدن ظاهر جدید یه سؤال، نترسید و با خیال راحت گزینه‌هاشو بررسی کنید.*

۷۱- گزینه ۱

استراتژی برای قسمت اول سؤال، باید حواست باشه که با رقیق‌کردن محلول، جرم حل‌شونده تغییر نمی‌کند؛ پس باید جرم سدیم هیدروکسید در محلول اولیه و جرم نهایی محلول را حساب کنی! برای قسمت دوم سؤال هم، دقت کن که همهٔ سدیم هیدروکسید در محلول اولیه در واکنش شرکت نمی‌کند و اول باید مقدار سدیم هیدروکسید در ۱۰ میلی‌لیتر از محلول اولیه رو پیدا کنی و بعد با توجه به روابط استوکیومتری از روی این مقدار سدیم هیدروکسید مصرفی به جرم آهن (II) کلرید مصرفی برسی.

گام محاسبهٔ جرم حل‌شونده ($NaOH$) و جرم محلول نهایی:

با افزودن آب مقطر به محلول اولیه، جرم سدیم هیدروکسید تغییری نمی‌کند؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{جرم سدیم هیدروکسید} = 500\,\text{mL محلول} \times \underbrace{\frac{1/2\,\text{g محلول}}{1\,\text{mL محلول}}}_{\text{چگالی محلول}} \times \underbrace{\frac{20\,\text{g NaOH}}{100\,\text{g محلول}}}_{\text{درصد جرمی}} = 120\,\text{g}$$

$$\text{جرم محلول نهایی} = \text{جرم محلول اولیه} + \underbrace{\text{جرم آب اضافه‌شده}}_{\substack{\text{چگالی آب}=1\,\text{g/mL} \\ 500\,\text{mL}\,H_2O=500\,\text{g}\,H_2O}}$$

$$= (500\,\text{mL محلول} \times \frac{1/2\,\text{g محلول}}{1\,\text{mL محلول}}) + 500\,\text{g} = 1100\,\text{g}$$

گام محاسبهٔ درصد جرمی سدیم هیدروکسید در محلول نهایی:

$$\text{درصد جرمی سدیم هیدروکسید در محلول نهایی} = \frac{\text{جرم سدیم هیدروکسید}}{\text{جرم محلول نهایی}} \times 100$$

$$= \frac{120}{1100} \times 100 = \frac{120}{11} = \frac{110}{11} + \frac{10}{11} = 10 + \underbrace{\frac{10}{11}}_{\text{کمی کم‌تر از ۱}} = 10/9 \quad \text{(با توجه به گزینه‌ها)}$$

گام برای قسمت دوم سؤال، ابتدا معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$2NaOH + FeCl_2 \rightarrow Fe(OH)_2 + 2NaCl$$

حالا باید جرم سدیم هیدروکسید را در ۱۰ میلی‌لیتر محلول اولیه حساب کنیم و سپس به کمک استوکیومتری واکنش، جرم $FeCl_2$ واکنش‌داده را به دست آوریم:

$$10\,\text{mL محلول} \times \underbrace{\frac{1/2\,\text{g محلول}}{1\,\text{mL محلول}}}_{\text{چگالی}} \times \underbrace{\frac{20\,\text{g NaOH}}{100\,\text{g محلول}}}_{\text{درصد جرمی}} \times \frac{1\,\text{mol NaOH}}{40\,\text{g NaOH}}$$

$$\times \frac{1\,\text{mol}\,FeCl_2}{2\,\text{mol NaOH}} \times \frac{127\,\text{g}\,FeCl_2}{1\,\text{mol}\,FeCl_2} = 3/81\,\text{g}\,FeCl_2$$

۷۲- گزینه ۲

گام برای قسمت اول سؤال و موازنهٔ واکنش از ۲ روش می‌توان استفاده کرد:

روش روش وارسی و استفاده از ضرایب مجهول:

برای شروع می‌توانیم به منظور موازنهٔ اتم Mn، ضرایب $KMnO_4$ و $MnSO_4$ را برابر ۱ در نظر بگیریم، اما برای ادامهٔ راه، مجبوریم از ضرایب مجهول استفاده کنیم. فقط برای این‌که، تعداد ضرایب زیاد نشه، ضرایب موادی که با هم یه نسبتی دارن رو مثل هم، یا ضریبی از یکدیگر در نظر می‌گیریم. مثلاً در این‌جا، با توجه به موازنهٔ اتم Br، ضریب Br_2 هر چی باشه، ضریب KBr باید دو برابرش باشه! به همین ترتیب ضریب H_2SO_4 و H_2O باید برابر باشند.

$$2aKBr + 1KMnO_4 + bH_2SO_4 \rightarrow 1MnSO_4 + cK_2SO_4 + aBr_2 + bH_2O$$

$$\text{موازنهٔ K: } 2a + 1 = 2c \Rightarrow 2c - 2a = 1$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{موازنهٔ O: } 4 + 4b = 4 + 4c + b \Rightarrow 3b = 4c \\ \text{موازنهٔ S: } b = 1 + c \end{array}\right\} \Rightarrow c = 3, b = 4$$

$$\xrightarrow{2c-2a=1} a = \frac{5}{2}$$

اگر برای از بین رفتن ضریب کسری، همهٔ اعداد را در ۲ ضرب کنیم، خواهیم داشت:

$$10KBr + 2KMnO_4 + 8H_2SO_4 \rightarrow 2MnSO_4 + 6K_2SO_4 + 5Br_2 + 8H_2O$$

روش موازنهٔ واکنش از طریق تغییر عدد اکسایش:

به طور کلی برای موازنهٔ واکنش‌های اکسایش ـ کاهش، ابتدا تغییر عدد اکسایش اتم‌ها را حساب می‌کنیم، سپس مقدار تغییر عدد اکسایش گونهٔ کاهنده را ضریب گونهٔ اکسنده و مقدار تغییر عدد اکسایش گونهٔ اکسنده را ضریب کاهنده قرار می‌دهیم و در آخر، با توجه به ضرایبی که معلوم هستند، ضرایب بقیهٔ گونه‌ها را تعیین می‌کنیم. *هواستون باشه* که اگر عنصری که عدد اکسایش آن تغییر کرده است، دارای زیروند باشد، باید تغییر عدد اکسایش آن را در زیروندش ضرب کنیم و سپس جابه‌جایی تغییر عدد اکسایش‌ها را انجام بدهیم.



$$5KBr + 1KMnO_4 + -H_2SO_4 \rightarrow 1MnSO_4 + 3K_2SO_4 + \frac{5}{2}Br_2 + -H_2O$$

برای از بین رفتن ضریب کسری، همهٔ ضرایب معلوم را در ۲ ضرب می‌کنیم و در ادامه، موازنه را کامل می‌کنیم:

$$10KBr + 2KMnO_4 + 8H_2SO_4 \rightarrow 2MnSO_4 + 6K_2SO_4 + 5Br_2 + 8H_2O$$

$$\text{مجموع ضرایب} = 10 + 2 + 8 + 2 + 6 + 5 + 8 = 41$$

گام برای قسمت دوم سؤال از دو روش می‌تونیم استفاده کنیم.

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\overset{2}{10}\,KBr \sim \overset{1}{5}\,Br_2$$

$$\underbrace{\frac{\text{جرم ناخالص} \times \frac{\text{درصد خلوص}}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}}_{KBr} = \underbrace{\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}}_{Br_2}$$

$$\Rightarrow \frac{\overset{1}{29/75} \times \frac{x}{100}}{2 \times \underset{4}{119}} = \frac{16}{1 \times 160} \Rightarrow x = \%80$$

روش استفاده از کسر تبدیل: در این روش برای سرعت بیشتر می‌توانید از کسرهای مربوط به درصد خلوص ($\frac{\text{خالص}\,x\,g}{\text{ناخالص}\,100\,g}$ یا $\frac{\text{ناخالص}\,100\,g}{\text{خالص}\,x\,g}$) استفاده کنید:

$$16\,g\,Br_2 \times \frac{1\,mol\,Br_2}{160\,g\,Br_2} \times \frac{10\,mol\,KBr}{5\,mol\,Br_2} \times \frac{119\,g\,KBr_{\text{خالص}}}{1\,mol\,KBr}$$

$$\times \underbrace{\frac{100\,g\,KBr_{\text{ناخالص}}}{x\,g\,KBr_{\text{خالص}}}}_{\text{کسر مربوط به درصد خلوص}} = 29/75\,g\,KBr_{\text{ناخالص}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\overset{1}{16} \times 10 \times \overset{4}{119} \times 100}{\underset{1}{160} \times 5 \times \underset{1}{29/75}} = 80$$

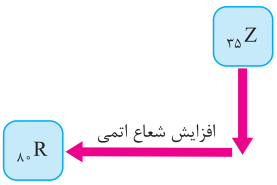
نکته در سؤالات استوکیومتری واکنش که هم‌ارزی نوشته‌شده بین دو ماده با یک عنصر مشترک مطرح می‌شود، اگر آن عنصر فقط در آن دو ماده باشد، نسبت مولی آن دو ماده با نسبت زیروند آن عنصر رابطه دارد. برای مثال در این واکنش حتی بدون موازنه هم می‌توان دریافت که نسبت ضریب استوکیومتری KBr به Br_2 همواره برابر ۲ خواهد بود و اگر به قسمت اول سؤال نیازی نبود، بدون موازنهٔ کامل معادله می‌توانستیم هم‌ارزی بین این دو ماده ($2KBr \sim 1Br_2$) را بنویسیم و قسمت دوم سؤال را حل کنیم.

۷۳- گزینه ۱

همهٔ عبارت‌های داده‌شده، درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

- مثلاً همهٔ عنصرهای گروه‌های ۳ و ۱۳، دارای ۳ الکترون ظرفیتی هستند.
- با توجه به روند تغییر شعاع اتمی در جدول دوره‌ای، هر چه عنصری در قسمت سمت چپ‌تر (شمارهٔ گروه کم‌تر) و پایین‌تر (شمارهٔ دورهٔ بیشتر) جدول دوره‌ای قرار داشته باشد، شعاع اتمی آن بزرگ‌تر است. با توجه به عدد اتمی گازهای نجیب می‌شه فهمید که عنصر $_{35}Z$ در دورهٔ ۴ و گروه ۱۷ و عنصر $_{80}R$ در دورهٔ ۶ و گروه ۱۲ قرار دارد. ($_{36}Kr$ و $_{86}Rn$، به ترتیب، گازهای نجیب دوره‌های ۴ و ۶ جدول هستند.)

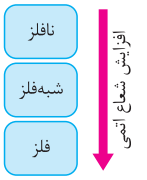


◇ در هر دوره، هالوژن‌ها (عنصرهای گروه ۱۷)، بیشترین خصلت نافلزی را دارند؛ پس اگر عنصر Y خصلت نافلزی بیشتری نسبت به هالوژن D دارد، قطعاً عنصرهای Y و D در یک دوره قرار ندارند. مثال معروفش هم O و Cl هستند. خصلت نافلزی $_{8}O$ از $_{17}Cl$ بیشتر است اما $_{8}O$ در دورهٔ دوم و $_{17}Cl$ در دورهٔ سوم قرار دارد.

◇ در یک گروه از بالا به پایین، شعاع اتمی عنصرها افزایش می‌یابد.

از طرفی در گروه‌هایی که هر سه نوع عنصر نافلزی، شبه‌فلزی و فلزی وجود دارد، عنصرهای فلزی در خانه‌های پایین‌تری قرار دارند.

(در هر گروه از بالا به پایین، خصلت فلزی افزایش و خصلت نافلزی کاهش می‌یابد.)



مشاوره این مدل سؤال‌ها در کنکورهای اخیر خیلی پرتکرار شدند و برای پاسخ به آن‌ها، باید حسابی به جدول دوره‌ای و روندهای تناوبی مسلط باشید! نمی‌شه برای آن‌ها هم مثلاً یه نکته یا درس‌نامه نوشت. نیاز به تحلیل داره! مثلاً برای عبارت سوم این سؤال، ما می‌دونیم که در یک دوره از چپ به راست، خصلت نافلزی عنصرها افزایش می‌یابد اما طراح اینو مستقیم نپرسیده! شما از این جمله، اول باید نتیجه بگیرید که در هر دوره بیشترین خصلت نافلزی مربوط به هالوژن‌ها (عنصرهای گروه ۱۷) است؛ بعدش عبارت صورت سؤال رو تحلیل کنید!

۷۴- گزینه ۳

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به صورت زیر است:

$$۲NH_۴Cl + ۲MnO_۲ + Zn \rightarrow ZnCl_۲ + Mn_۲O_۳ + ۲NH_۳ + H_۲O$$

روش ۲ استفاده از کسر تناسب:

باید برای $NH_۴Cl$، کسر تناسب مربوط به غلظت مولی و حجم محلول و برای $Mn_۲O_۳$ کسر تناسب مربوط به جرم را بنویسیم و بازده درصدی واکنش را به صورت $(\frac{\text{بازده درصدی}}{۱۰۰})$ در کسر مربوط به واکنش‌دهنده، یعنی $NH_۴Cl$ ضرب کنیم.

$$\frac{\frac{\text{بازده درصدی}}{۱۰۰} \times \text{حجم} \times \text{غلظت مولی}}{\text{ضریب}}_{NH_۴Cl} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{Mn_۲O_۳}$$

$$\Rightarrow \frac{۰/۱۶ \times ۲/۵ \times \frac{x}{۱۰۰}}{۲} = \frac{۲۶/۸۶}{۱ \times ۱۵۸} \Rightarrow x = \frac{۲ \times ۲ \times ۲۶۸۶ \times ۱۰۰}{۱۶ \times ۵ \times ۱۵۸} = \frac{۱۳۴۳ \times ۵}{۷۹} = \frac{۱۷ \times ۵}{۱} = ٪۸۵$$

روش ۲ استفاده از کسر تبدیل:

در این روش ابتدا باید مقدار نظری $Mn_۲O_۳$ را حساب کنیم:

$$۱۶۰\,mL\,NH_۴Cl(aq) \times \frac{۲/۵\,mol\,NH_۴Cl}{۱۰۰۰\,mL\,NH_۴Cl(aq)} \times \frac{۱\,mol\,Mn_۲O_۳}{۲\,mol\,NH_۴Cl}$$

$$\times \frac{۱۵۸\,g\,Mn_۲O_۳}{۱\,mol\,Mn_۲O_۳} = \frac{۱۶ \times ۲/۵ \times ۱۵۸}{۱۰۰ \times ۲} = ۳۱/۶\,g\,Mn_۲O_۳$$

حالا با توجه به رابطهٔ بازده درصدی خواهیم داشت:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ = \frac{۲۶/۸۶}{۳۱/۶} \times ۱۰۰$$

$\xrightarrow{۸۰ \times ۳۲ = ۲۵۶۰}$ جواب بیشتر از ۸۰ است. $\Rightarrow$ ٪۸۵

۷۵- گزینه ۴

عبارت‌های (ب) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: (الف) هر چه واکنش‌پذیری یک فلز کم‌تر باشد، استخراج آن راحت‌تر است. واکنش‌پذیری فلز مس از آهن کم‌تر می‌باشد.

(ب) فراورده‌های هر دو واکنش Fe و $CO_۲$ هستند. $۲Fe_۲O_۳ + ۳C \rightarrow ۴Fe + ۳CO_۲$

$Fe_۲O_۳ + ۳CO \rightarrow ۲Fe + ۳CO_۲$

(پ) در استخراج فلز، تنها درصد کمی از سنگ معدن به فلز تبدیل می‌شود.

(ت) *مگه شک دارین؟!*

۷۶- گزینه ۲

درس‌نامه هیدروکربن‌ها

◇ هیدروکربن‌ها بخش عمدهٔ نفت خام را تشکیل می‌دهند و تنها از دو عنصر کربن (C) و هیدروژن (H) تشکیل شده‌اند.

◇ در همهٔ هیدروکربن‌ها، اتم‌های کربن به آرایش هشت‌تایی و اتم‌های هیدروژن به آرایش دوتایی می‌رسند.

◇ در هیچ هیدروکربنی، اتم‌ها جفت‌الکترون ناپیوندی ندارند.

◇ هیدروکربن‌ها را می‌توان به دو دستهٔ زنجیره‌ای یا حلقوی تقسیم کرد:

- هیدروکربن‌ها
  - زنجیری یا زنجیره‌ای (غیرحلقوی)
    - آلکان‌ها
      - فرمول عمومی: $C_nH_{۲n+۲}(n \geq ۱)$
      - ساده‌ترین عضو: متان $(CH_۴)$
    - آلکن‌ها
      - فرمول عمومی: $C_nH_{۲n}(n \geq ۲)$
      - ساده‌ترین عضو: اتن یا اتیلن $(C_۲H_۴)$
    - آلکین‌ها
      - فرمول عمومی: $C_nH_{۲n-۲}(n \geq ۲)$
      - ساده‌ترین عضو: اتین یا استیلن $(C_۲H_۲)$
  - حلقوی
    - سیکلوآلکان
      - فرمول عمومی: $C_nH_{۲n}(n \geq ۳)$
      - ساده‌ترین عضو: $(C_۳H_۶)$
    - ترکیب‌های آروماتیک
      - سرگروه: بنزن $(C_۶H_۶)$
      - نمونهٔ دیگر: نفتالن $(C_{۱۰}H_۸)$

◇ برای تعیین شمار پیوندهای اشتراکی در همهٔ هیدروکربن‌ها می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی در هیدروکربن‌ها} = \frac{(\text{شمار اتم‌های هیدروژن} \times ۱) + (\text{شمار اتم‌های کربن} \times ۴)}{۲}$$

◇ بیشترین شمار اتم‌های هیدروژن یک هیدروکربن nکربنی برابر $۲n+۲$ (آلکان‌ها) است. با توجه به وجود حلقه و پیوندهای دوگانه و سه‌گانه، شمار اتم‌های هیدروژن هیدروکربن نسبت به حالت سیرشده، کاهش می‌یابد.

$$\text{شمار اتم‌های هیدروژن یک هیدروکربن nکربنی} = (۲n+۲) - ۲(\text{تعداد پیوندهای دوگانه}) - (\text{تعداد حلقه‌ها}) - ۴(\text{تعداد پیوندهای سه‌گانه})$$

◇ با توجه به رابطهٔ بالا، شمار اتم‌های هیدروژن یک هیدروکربن، همواره عددی زوج است.

بررسی گزینه‌ها: ① هیدروکربن‌ها از دو عنصر کربن و هیدروژن تشکیل شده‌اند و چه در نوع سیرشده و چه در نوع سیرنشده از آن‌ها، این دو نوع اتم، جفت‌الکترون ناپیوندی ندارند.

۲) *کاملاً درسته!* زیرا عنصری می‌*تونه* در حلقه وجود داشته باشد که بتواند بیش از یک پیوند اشتراکی تشکیل دهد. اتم هیدروژن که *این توانایی رو نداره!* ۳) برخی اتم‌های دیگر مانند نیتروژن هم می‌تواند با سایر اتم‌ها، پیوند اشتراکی تشکیل دهد. فقط این ویژگی کربن را نمی‌توان دلیل زیادبودن ترکیب‌های کربن دانست.

دلایل تنوع زیاد ترکیب‌های شناخته‌شده از کربن
- توانایی تشکیل پیوندهای یگانه، دوگانه و سه‌گانه با خود و برخی اتم‌های دیگر
- توانایی تشکیل زنجیر و حلقه‌های کربنی
- توانایی متصل‌شدن به اتم عنصرهای هیدروژن، اکسیژن، نیتروژن و ... به شیوه‌های گوناگون

۴) فقط حلقه نیست که شمار اتم‌های هیدروژن را کم می‌کند! پیوندهای دوگانه و سه‌گانه هم *این کارو انجام می‌دن!* به عبارت دیگر در ساختار هیدروکربن‌های راست‌زنجیر، ممکن است پیوند دوگانه یا سه‌گانه وجود داشته باشد، به طوری که شمار اتم‌های هیدروژن آن از ساختار حلقوی هم کربن آن، کم‌تر و یا با آن برابر باشد. مثلاً هر دو مولکول سیکلوهگزان و ۱ـ هگزن، ۱۲ اتم هیدروژن دارند.


سیکلوهگزان (C_6H_{12})


۱ـ هگزن (C_6H_{12})

۷۷- گزینه ۴

بیایید گزینه‌ها را به ترتیب بررسی کنیم:

۱) درسته، زیرا فرمول ترکیب‌های I و IV، یکسان و به صورت $C_9H_{10}O_3$ و فرمول ترکیب‌های II و III یکسان و به صورت $C_8H_8O_3$ است.

۲) ترکیب‌های I و II دارای گروه کربوکسیل ($-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH$) متصل به حلقهٔ بنزنی هستند و آن‌ها را می‌توان کربوکسیلیک اسید آروماتیک در نظر گرفت.

۳) فرمول ترکیب‌های III و IV، در یک گروه CH_2 با هم تفاوت دارد؛ بنابراین تفاوت جرم مولی آن‌ها برابر $14=2+12$ گرم است. از طرفی پنتن یک آلکن ۵کربنی (C_5H_{10}) است:

$$\text{جرم مولی } C_5H_{10} = (5\times12)+10 = 70\ g.mol^{-1}$$

$$\text{جرم ۰/۲ مول پنتن} = 0/2\times70 = 14\ g$$

۴) فرمول مولکولی استیک اسید ($CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH$) به صورت $C_2H_4O_2$ است.

$$\text{جرم مولی استیک اسید } (C_2H_4O_2) - \text{جرم مولی ترکیب II } (C_8H_8O_3)$$

$$= \text{جرم مولی } C_6H_4O = (6\times12)+4+16 = 92\ g$$

جرم مولی هپتین (آلکین ۷کربنی با فرمول C_7H_{12}) برابر با $96=12+(7\times12)$ گرم بر مول است.

۷۸- گزینه ۳

عبارت‌های (ب) و (پ) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: (الف) ترکیب مورد نظر دارای ۱۳ پیوند دوگانه (۱۱ پیوند $C=C$ و دو پیوند $\overset{\overset{O}{\|}}{C}$ در گروه‌های $COOH$ و $-NH-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-$) و ۲ گروه متیل ($\diagup\!\!\diagdown$) است:

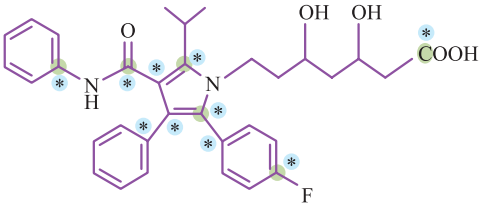
$$\frac{13}{2} \neq 6$$

(ب) استرها از واکنش الکل‌ها و اسیدها تشکیل می‌شوند. ترکیب مورد نظر هم گروه عاملی الکلی ($-OH$) و هم اسیدی ($-COOH$) دارد؛ بنابراین می‌تواند با یک مولکول دیگر که دارای گروه عاملی الکلی یا اسیدی است، به عنوان یکی از واکنش‌دهنده‌ها در واکنش تشکیل استر شرکت کند. حالا برای تشکیل پلی‌استر *به پی نیاز داریم؟!* دی‌اسید و دی‌الکل یا ترکیبی که هر دو نوع گروه عاملی الکلی و اسیدی را داشته باشد. چون ترکیب مورد نظر دارای دو گروه الکلی است، پس می‌تواند یک دی‌الکل باشد و به عنوان یکی از واکنش‌دهنده‌ها در واکنش تشکیل پلی‌استر با یک دی‌اسید واکنش دهد.

علاوه بر این، این ترکیب، هر دو نوع گروه عاملی الکلی و اسیدی را در ساختار خود دارد، بنابراین می‌توان به تنهایی از این ترکیب پلی‌استر تولید کرد.

(پ) ۶ اتم کربن هایلایت‌شده در شکل، دارای عدد اکسایش بزرگ‌تر از صفر هستند و به اتم O، N یا F متصل‌اند. این ۳ نوع اتم O، N و F، به ترتیب ۲، ۱ و ۳ جفت‌الکترون ناپیوندی دارند.

(ت) در ترکیب مورد نظر، ۱۰ اتم کربن (اتم‌های کربن ستاره‌دار) وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند اما مونومر سازندهٔ ظروف یکبارمصرف، استیرن (C_8H_8) است که ۸ اتم کربن دارد.



۷۹- گزینه ۱

نکته سرعت متوسط واکنش از تقسیم سرعت متوسط تولید یا مصرف یک مادهٔ شرکت‌کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن در معادلهٔ موازنه‌شده به دست می‌آید:

$$aA + bB \rightarrow cC + dD$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}(A)}{a} = \frac{\bar{R}(B)}{b} = \frac{\bar{R}(C)}{c} = \frac{\bar{R}(D)}{d}$$

با یه نگاه به گزینه‌ها، سریع می‌شه فهمید که ۲) تا ۴)، *غلطن!* زیرا ضریب استوکیومتری مادهٔ مورد نظر در واکنش، معلوم نیست و نمی‌توان سرعت واکنش در یک بازهٔ زمانی معین یا تفاوت آن را در دو بازهٔ مختلف حساب کرد.

اگر ضریب استوکیومتری مادهٔ مورد نظر را a در نظر بگیریم، ۱) را به راحتی می‌شه حساب کرد، زیرا نسبت سرعت واکنش در دو بازه را خواسته و a *فوربه‌فور!* از محاسبات حذف می‌شود:

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{\bar{R}(A)}{a}$$

$$\frac{\text{سرعت واکنش در بازهٔ ۲۰ تا ۴۰ ثانیه}}{\text{سرعت واکنش در بازهٔ ۱۰ تا ۲۰ ثانیه}} = \frac{\frac{-(0/1-0/3)\ mol}{20\ s}}{\frac{-(0/3-0/5)\ mol}{10\ s}}$$

$$\frac{0/2}{20} = \frac{10}{20} = 0/5$$

۸۰- گزینه ۴

درس‌نامه دما، انرژی گرمایی و گرما

◇ در جدول زیر، تفاوت‌های مهم دما، انرژی گرمایی و گرما رو *براتون* آوردیم.

کمیت	توضیحات
دما	◇ تعیین‌کنندهٔ میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازندهٔ ماده است. ◇ به تعداد ذره‌های سازندهٔ ماده بستگی ندارد. ◇ صورتی از انرژی نیست. ◇ برای توصیف یک نمونه ماده به کار می‌رود.
انرژی گرمایی	◇ به مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازندهٔ ماده گفته می‌شود. ◇ به دما و مقدار ماده بستگی دارد. ◇ همانند دما، برای توصیف یک نمونه ماده به کار می‌رود.
گرما	◇ برخلاف دما و انرژی گرمایی، از ویژگی‌های یک نمونه ماده نیست. ◇ برای توصیف یک فرایند به کار می‌رود. ◇ به مقدار انرژی گرمایی که به دلیل تفاوت دما در یک فرایند جاری می‌شود، گفته می‌شود.

◇ دربارهٔ ظرفیت گرمایی و گرمای ویژه هم باید نکات زیر را بلد باشین:

کمیت	ظرفیت گرمایی ویژه یا گرمای ویژه (c)	ظرفیت گرمایی (C)
تعریف	مقدار گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای ۱ گرم ماده به اندازهٔ $1^\circ C$ یا $1K$	مقدار گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای ماده به اندازهٔ $1^\circ C$ یا $1K$
وابستگی به جرم ماده	ندارد	دارد
رابطه برای محاسبهٔ آن	$c=\frac{Q}{m\Delta\theta}$	$C=\frac{Q}{\Delta\theta}$ یا $C=mc$ (گرمای ویژه، جرم)
یکا	$J.g^{-1}.K^{-1}$ یا $J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$	$J.K^{-1}$ یا $J.^\circ C^{-1}$

عبارت‌های (ب) و (پ)، درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: (الف) ظرفیت گرمایی به مقدار ماده نیز بستگی دارد؛ ظرفیت گرمایی ظرف B، با مقدار بیشتر مایع مورد نظر، بیشتر از ظرف A است.

(ب) میانگین انرژی جنبشی مولکول‌ها به دما بستگی دارد که برای دو ظرف *برابره!*

(پ) درسته؛ زیرا ظرفیت گرمایی ویژه به نوع ماده وابسته است و به مقدار ماده بستگی ندارد.

(ت) در حد کتاب درسی، گرمای ویژهٔ یک مادهٔ معین، به دمای ماده بستگی ندارد و با تغییر دما (با فرض عدم تغییر حالت فیزیکی ماده)، تغییر نمی‌کند.

۸۱- گزینه ۳

برای این‌که $N_2O_5(s)$ در سمت واکنش‌دهنده‌ها ایجاد و $N_2O_5(g)$ حذف شود، باید واکنش پنجم را وارونه کنیم و به واکنش اول، *دست نزنیم!* برای ایجاد $N_2O_3(g)$ در سمت واکنش‌دهنده‌ها و ایجاد $2N_2O_4(g)$ در سمت فراورده‌ها، واکنش دوم باید وارونه و واکنش سوم وارونه و در ۲ نیز ضرب شود و در آخر برای از بین رفتن مادهٔ مزاحم O_2، واکنش چهارم نیز نباید تغییر کند:

$5') N_2O_5(s) \rightarrow N_2O_5(g)\ ,\ -\Delta H_5$

$1) N_2O_5(g) \rightarrow NO(g) + NO_2(g) + O_2(g)\ ,\ \Delta H_1$

$2') N_2O_3(g) \rightarrow NO(g) + NO_2(g)\ ,\ -\Delta H_2$

$3') 4NO_2(g) \rightarrow 2N_2O_4(g)\ ,\ -2\Delta H_3$

$4) 2NO(g) + O_2(g) \rightarrow 2NO_2(g)\ ,\ \Delta H_4$

واکنش کلی: $N_2O_5(s) + N_2O_3(g) \rightarrow 2N_2O_4(g)$

$\Delta H_{\text{کلی}} = \Delta H_1 - \Delta H_2 - 2\Delta H_3 + \Delta H_4 - \Delta H_5$

$= 112 - (-40) - 2(57) + (-114) - (-54) = 112 + 40 - 114 - 114 + 54 = -22\,kJ$

۸۲- گزینه ۴

گام ۱ ابتدا معادلهٔ واکنش هر مرحله و معادلهٔ واکنش کلی را می‌نویسیم:

(۱) مرحله: $A + \frac{3}{2}D \rightarrow X + 2M + \frac{1}{2}D$

(۱) $A + \frac{3}{2}D \rightarrow X + 2M \quad \Delta H_1 = b < 0$

(۲) مرحله: $X + 2M + \frac{1}{2}D \rightarrow Y + 2M$

(۲) $X + \frac{1}{2}D \rightarrow Y \quad \Delta H_2 = c < 0$

واکنش کلی: $A + 2D \rightarrow 2M + Y \quad \Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 = b + c < 0$

گام ۲ **بررسی گزینه‌ها:** (۱) و (۲) با نمودار داده‌شده، فقط آنتالپی واکنش‌ها را می‌توان مقایسه کرد و در مورد مقایسهٔ انرژی فعال‌سازی آن‌ها و در نتیجه مقایسهٔ سرعت انجام آن‌ها نمی‌توان اظهارنظر کرد.

(۳) با توجه به نمودار، واکنش $Y + 2M \rightarrow A + 2D$ (عکس واکنش کلی داده‌شده)، گرماگیر است (سطح انرژی $A + 2D$، بالاتر از $Y + 2M$ است.) و با انجام آن، دمای سامانه کاهش می‌یابد.

(۴) واکنش $X + \frac{1}{2}D \rightarrow Y$ (واکنش مرحلهٔ دوم)، گرماده بوده و آنتالپی آن (c) عددی منفی مانند $-40\,kJ$ است.

۸۳- گزینه ۱

در ساختار استرها ($R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-R'$)، R می‌تواند اتم هیدروژن یا گروه هیدروکربنی باشد، اما R' قطعاً گروه هیدروکربنی است؛ بنابراین به یقین، اتم اکسیژن متصل به R'، به یک گروه هیدروکربنی متصل است.

بررسی سایر گزینه‌ها: (۲) با توجه به این‌که R می‌تواند اتم هیدروژن هم باشد، لزوماً به دو اتم متفاوت (یعنی C و O)، دو گروه هیدروکربنی متصل نیست.

(۳) بطری‌های پلاستیکی و کیسه‌های پلاستیکی می‌توانند از پلی‌اتن تهیه شوند و مونومر سازندهٔ هر دو اتن باشد.

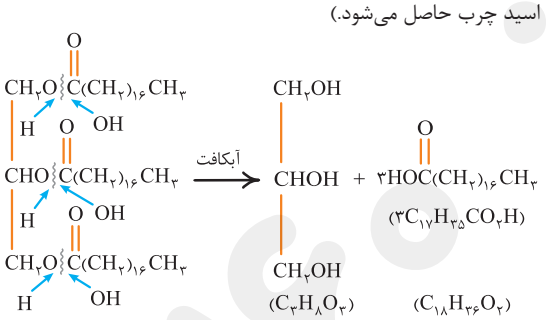
(۴) چگالی هر دو نوع پلی‌اتن سبک و سنگین، کم‌تر از ۱ گرم بر سانتی‌متر مکعب (کم‌تر از چگالی آب) است.

نوع پلی‌اتن	سبک	سنگین
چگالی ($g.cm^{-3}$)	۰/۹۲	۰/۹۷

۸۴- گزینه ۲

عبارت‌های (الف) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: (الف) فرمول اسید چرب سازندهٔ استر A، $HO-\overset{O}{\overset{\|}{C}}(CH_2)_{16}CH_3$ یا همان $C_{17}H_{35}CO_2H$ است. (از آبکافت هر مول از استر سنگین A، یک مول الکل سه‌عاملی و ۳ مول اسید چرب حاصل می‌شود.)



(ب) ترکیب B اسید چرب است و نیروی جاذبهٔ بین مولکولی غالب آن از نوع وان‌دروالسی است.

(پ) جرم مولی B = جرم مولی الکل سازندهٔ A − جرم مولی $= C_{18}H_{36}O_2 - C_3H_8O_3$

$= C_{15}H_{28} - O = (15\times12) + 28 - 16 = 192\ g.mol^{-1}$

(ت) اگر به جای H گروه کربوکسیل در اسید چرب B، اتم Na قرار دهیم، فرمول صابون حاصل از آن به دست می‌آید:

$\underset{0/4\ mol}{C_{17}H_{35}CO_2H} \rightarrow \underset{0/4\ mol}{C_{17}H_{35}CO_2Na}$

جرم مولی صابون $= (18\times12) + 35 + (2\times16) + 23 = 306\ g.mol^{-1}$

جرم صابون $= 0/4\ mol \times \frac{306\ g}{1\ mol} = 122/4\ g$

تیزبازی با توجه به این‌که سؤال از نوع «الف، ب و ...» است، اصلاً نیازی نیست سر جلسه وقت خودتو تلف کنی و هر دو قسمت (پ) و (ت) که محاسباتی هستند رو حل کنی! با یه نگاه، معلومه که عبارت (ب) غلطه! پس ۳ و ۴ پَر! حالا برای انتخاب بین ۱ و ۲، فقط یکی از قسمت‌های (پ) و (ت) که برات راحت‌تره رو باید حل کنی!

۸۵- گزینه ۳

استراتژی برای به دست آوردن pH محلول اسید قوی HCl، نیاز به غلظت مولار آن داری. که در این سؤال با توجه به دادهٔ سؤال ابتدا باید مول CO_2 واکنش سوختن متانول را به دست بیاری و با توجه به برابری CO_2 در واکنش سوختن متانول و خنثی‌شدن هیدروکلریک اسید با $NaHCO_3$، بین CO_2 و HCl در این واکنش، رابطهٔ استوکیومتری بنویسی و از این طریق غلظت مولار HCl و بعد pH محلول آن را به دست بیاری.

روش گام مقدار مول CO_2 حاصل از سوختن ۴ گرم متانول با خلوص ۸۰ درصد را حساب می‌کنیم.

نکته در واکنش سوختن کامل ترکیب‌های آلی، تمام اتم‌های کربن موجود در ترکیب به CO_2 تبدیل می‌شود، بنابراین برای سرعت عمل بیشتر نیازی به نوشتن کامل معادلهٔ موازنه‌شدهٔ سوختن نیست، کافیست ضریب ترکیب را ۱ و ضریب CO_2 را برابر با تعداد اتم‌های کربن ترکیب در نظر بگیرید. $C_xH_yO_z \rightarrow xCO_2$

با توجه به نکتهٔ گفته‌شده، نیازی به نوشتن معادلهٔ کامل واکنش سوختن متانول نداریم، می‌دانید که در واکنش سوختن کامل ترکیب‌های آلی، به تعداد شمار اتم‌های کربن ترکیب آلی، CO_2 تولید می‌شود؛ بنابراین: $CH_3OH \sim CO_2$

$$۴\times\frac{۸۰}{۱۰۰}\,g\,CH_3OH\times\frac{۱\,mol\,CH_3OH}{۳۲\,g\,CH_3OH}\times\frac{۱\,mol\,CO_2}{۱\,mol\,CH_3OH}=۰/۱\,mol\,CO_2$$

گام حساب می‌کنیم به ازای تولید ۰/۱ مول CO_2 در واکنش سدیم هیدروژن کربنات با هیدروکلریک اسید، چند مول HCl مصرف می‌شود: $HCl \sim CO_2$

$$NaHCO_3(s)+HCl(aq)\rightarrow NaCl(aq)+CO_2(g)+H_2O(l)$$

$$۰/۱\,mol\,CO_2\times\frac{۱\,mol\,HCl}{۱\,mol\,CO_2}=۰/۱\,mol\,HCl$$

گام با توجه به حجم محلول اسید و تعداد مول HCl، pH محلول را حساب می‌کنیم:

$$[HCl]=\frac{۰/۱\,mol}{۲\,L}=۰/۰۵\,mol.L^{-1}\Rightarrow[H^+]=۰/۰۵\,mol.L^{-1}$$

$$pH=-\log[H^+]=-\log(۵\times۱۰^{-۲})=۲-\log۵=۲-۰/۷=۱/۳$$

روش ضریب CO_2 در واکنش سوختن ۱ مول متانول و واکنش محلول هیدروکلریک اسید با سدیم هیدروژن کربنات، یکسان است؛ پس می‌توانیم به طور مستقیم بین متانول و هیدروکلریک اسید، تناسب برقرار کنیم. چون HCl اسید قوی است، به جای غلظت مولی آن، از ۱۰^{-pH} استفاده می‌کنیم ($[HCl]=[H^+]=۱۰^{-pH}$):

$CH_3OH \sim HCl$

$$\frac{\text{درصد خلوص}}{۱۰۰}\times\text{جرم ناخالص}\over\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{CH_3OH}=\frac{\overbrace{۱۰^{-pH}}^{\text{غلظت مولی}\times\text{حجم}}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{HCl}}$$

$$\Rightarrow\frac{۴\times\frac{۸۰}{۱۰۰}}{۱\times۳۲}=\frac{۱۰^{-pH}\times۲}{۱}\Rightarrow۱۰^{-۱}=۱۰^{-pH}\times۲$$

$$\xrightarrow[۱۰^{۰/۳}=۲]{\log۲=۰/۳}۱۰^{-۱}=۱۰^{-pH}\times۱۰^{۰/۳}\Rightarrow-۱=۰/۳-pH\Rightarrow pH=۱/۳$$

۸۶- گزینه ۴

نکته ۱ شما باید اسیدهای قوی و ضعیف کتاب درسی را بشناسید:

مقایسهٔ قدرت اسیدی (K_a): HI, HBr, HCl, H_2SO_4

$> HNO_3 > HF > HNO_2 > HCOOH > CH_3COOH > H_2CO_3 > HCN$

۲ غلظت H^+ در محلول اسیدها و در نتیجه pH این محلول‌ها به عوامل زیر بستگی دارد:

الف) قدرت اسید: هر چه اسید قوی‌تر باشد (K_a آن بزرگ‌تر باشد)، در شرایط یکسان، بیشتر یونیده می‌شود و غلظت H^+ موجود در محلول آن بیشتر و در نتیجه pH آن کم‌تر است.

ب) غلظت محلول: هر چه غلظت اسید در محلول بیشتر باشد، غلظت H^+ حاصل از این اسید در محلول بیشتر و pH آن کم‌تر خواهد شد.

همهٔ عبارت‌های داده‌شده درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: ◆ هیدروسیانیک اسید (HCN)، اسید ضعیف‌تری نسبت به دو اسید دیگر است؛ بنابراین در دما و غلظت یکسان، pH محلول آن بیشتر است.

pH محلول در دما و غلظت یکسان: $\underbrace{HCN > HNO_2}_{\text{اسید ضعیف}} > \underbrace{HNO_3}_{\text{اسید قوی}}$

◆ هر سه اسید تک‌ظرفیتی‌اند و در ۱۰۰ میلی‌لیتر (۰/۱ L) محلول ۰/۱ مولار آن‌ها، ۰/۱×۰/۱=۰/۰۱ مول اسید وجود دارد، ۰/۴ گرم سدیم هیدروکسید نیز معادل ۰/۰۱ مول NaOH است:

$$۰/۴\,g\,NaOH\times\frac{۱\,mol\,NaOH}{۴۰\,g\,NaOH}=۰/۰۱\,mol\,NaOH$$

هواستون باشه که نوع اسید (قوی یا ضعیف) در واکنش خنثی‌شدن تأثیری ندارد.

۰/۰۱ مول NaOH، با ۰/۰۱ مول از هر سه اسید به طور کامل واکنش می‌دهد.

◆ با توجه به این‌که نیتریک اسید برخلاف دو اسید دیگر، یک اسید قوی است در شرایط یکسان، غلظت یون‌ها در محلول آن و در نتیجه رسانایی الکتریکی محلول آن بیشتر است.

◆ با افزایش دما، ثابت یونش اسیدهای ضعیف تغییر می‌کند و در نتیجه pH محلول آن‌ها نیز تغییر خواهد کرد اما نیتریک اسید یک اسید قوی با ثابت یونش بزرگ است و تغییر دما، اثر چندانی بر ثابت یونش و در نتیجه pH محلول آن نخواهد داشت.

۸۷- گزینه ۲

استراتژی ابتدا با توجه به غلظت و pH محلول HX، درجهٔ یونش HX را حساب کن و آن را نصف کن تا درجهٔ یونش HA به دست بیاد! بعد به کمک رابطهٔ ثابت یونش و درجهٔ یونش برای اسید HA ($K_a=\frac{M\alpha^2}{1-\alpha}$)، غلظت محلول HA (M) را حساب کن!

گام با توجه به pH محلول HX و غلظت اولیهٔ آن، درجهٔ یونش HX را حساب می‌کنیم:

$$[H^+]=۱۰^{-pH}=۱۰^{-۴/۳}=۱۰^{-۵}\times۱۰^{۰/۷}\xrightarrow[۱۰^{۰/۷}=۵]{\log۵=۰/۷}=۵\times۱۰^{-۵}\,mol.L^{-1}$$

$$\alpha=\frac{[H^+]}{M}=\frac{۵\times۱۰^{-۵}}{۲\times۱۰^{-۴}}=۰/۲۵$$

گام ابتدا طبق اطلاعات داده‌شده در سؤال، به کمک درصد یونش HX، درصد یونش HA را حساب می‌کنیم و بعد به کمک درجهٔ یونش HA و ثابت یونش آن، غلظت اولیهٔ محلول آن را به دست می‌آوریم:

$$\alpha(HA)=\frac{\alpha(HX)}{۲}=\frac{۰/۲۵}{۲}=\frac{۱}{۸}$$

$$K_a=\frac{M\alpha^2}{1-\alpha}\Rightarrow۴\times۱۰^{-۵}=\frac{M(\frac{۱}{۸})^2}{1-\frac{۱}{۸}}\Rightarrow۴\times۱۰^{-۵}=\frac{M\times\frac{۱}{۶۴}}{\frac{۷}{۸}}$$

$$\Rightarrow M=۴\times۱۰^{-۵}\times۵۶=۲۲۴\times۱۰^{-۵}=۲/۲۴\times۱۰^{-۳}$$

تله ۲ اگر از رابطهٔ تقریبی ثابت یونش ($K_a=M\alpha^2$) استفاده می‌کردین، به اشتباه به ۳ می‌رسیدین:

$$K_a=M\alpha^2\Rightarrow M=\frac{۴\times۱۰^{-۵}}{(\frac{۱}{۸})^2}=۴\times۶۴\times۱۰^{-۵}=۲/۵۶\times۱۰^{-۳}$$

هواستون باشه در مواردی که راحت می‌شه مجهول مسئله را به دست آورد (یعنی به معادلهٔ درجه‌دوم نمی‌رسیم) باید از رابطهٔ اصلی استفاده کنید.

۸۸- گزینه ۱

درس‌نامه خوردگی آهن

۱ آهن به طور طبیعی در حضور رطوبت هوا زنگ می‌زند.

۲ در این فرایند، آهن طی دو مرحله اکسایش یافته و به $Fe(OH)_3$ (زنگ آهن) تبدیل می‌شود:

مرحلهٔ اول اکسایش: $Fe(s) \rightarrow Fe^{2+}(aq) + 2e^-$

مرحلهٔ دوم اکسایش: $Fe^{2+}(aq) \rightarrow Fe^{3+}(aq) + e^-$

۳ در این فرایند، مولکول‌های اکسیژن نقش اکسنده را دارند و به صورت زیر کاهش می‌یابند:

نیم‌واکنش کاهش: $O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 4OH^-(aq)$

۴ مولکول‌های آب در این فرایند، نقش واکنش‌دهنده و الکترولیت را دارند.

۵ معادلهٔ کلی فرایند خوردگی آهن به صورت زیر است:

$$4Fe(s) + 6H_2O(l) + 3O_2(g) \rightarrow 4Fe(OH)_3(s)$$

در فرایند خوردگی آهن، مولکول آب در واکنش کلی $(4Fe + 3O_2 + 6H_2O \rightarrow 4Fe(OH)_3)$ شرکت دارد و با شرکت در نیم‌واکنش کاهش $(O_2 + 2H_2O + 4e^- \rightarrow 4OH^-)$، سبب تولید یون OH^- می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۲ برای خوردگی آهن نیاز به گاز اکسیژن است و نه شرایط خلأ!

۳ فراورده نهایی، آهن (III) هیدروکسید است. در ضمن در این فرایند، اکسایش در دو مرحله انجام می‌شود. ابتدا Fe به Fe^{2+} و سپس Fe^{2+} به Fe^{3+} اکسایش می‌یابد.

۴ تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری در دو طرف معادلهٔ نیم‌واکنش کاهش برابر $7-4=3$ است.

$$\underbrace{O_2 + 2H_2O + 4e^-}_{\text{مجموع ضرایب}=7} \rightarrow \underbrace{4OH^-}_{\text{ضریب}=4}$$

۸۹- گزینه ۳

برخی از فلزهای واسطه مانند اسکاندیم $(_{21}Sc)$ با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب می‌رسند.

$$_{21}Sc : [_{18}Ar]\,3d^1 4s^2 \Rightarrow {}_{21}Sc^{3+} : [_{18}Ar]$$

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱ اغلب فلزهای واسطه بیش از یک نوع کاتیون تشکیل می‌دهند اما اغلب فلزهای اصلی (مانند فلزهای قلیایی و قلیایی خاکی)، تنها یک نوع کاتیون پایدار تشکیل می‌دهند.

۲ اولاً که شبه‌فلزها در خواص فیزیکی مشابه فلزها هستند و نه خواص شیمیایی! علاوه بر این، منظور از این‌که شبه‌فلزها در خواص شیمیایی مشابه نافلزها هستند، این است که در واکنش با دیگر اتم‌ها، الکترون به اشتراک می‌گذارند.

۴ اولویت در مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب‌های یونی، بار یون‌ها است که چون مجموع بار یک کاتیون و یک آنیون در AlF_3 کم‌تر از Al_2O_3 است $(2+3<3+3+(1+1))$، آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور AlF_3 کم‌تر از Al_2O_3 می‌باشد.

۹۰- گزینه ۴

همهٔ عبارت‌های داده‌شده درست‌اند.

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به صورت زیر است:

$$4ClF_3 + 3N_2H_4 \rightarrow 12HF + 3N_2 + 2Cl_2$$

بررسی عبارت‌ها: ◇ به ازای تشکیل ۲ مول Cl_2، ۳ مول N_2H_4 (هیدرازین) مصرف می‌شود؛ پس به ازای ۴ تا می‌شه ۶ تا!

◇ ضریب HF برابر ۱۲ و مجموع ضرایب استوکیومتری سایر مواد نیز برابر $12=2+3+3+4$ است.

◇ در واکنش داده‌شده، عدد اکسایش اتم‌های H و F تغییر نکرده و عدد اکسایش اتم‌های Cl و N تغییر می‌کند، به طوری که یکی از آن‌ها نقش کاهنده و دیگری نقش اکسنده را ایفا می‌کند، در یک واکنش اکسایش ـ کاهش، جمع جبری عدد اکسایش اتم‌ها در گونه‌های کاهنده و اکسنده برابر صفر است. با حساب کتاب هم می‌شد به این نتیجه رسید:

$ClF_3 : Cl + 3(-1) = 0 \Rightarrow Cl = +3$ $\quad$ $N_2H_4 : 2N + 4(+1) = 0 \Rightarrow 2N = -4$

$N_2 = 0$ $\quad$ $Cl_2 = 0$

$4ClF_3 + 3N_2H_4 \sim 3N_2 + 2Cl_2$ $\quad$ $4(+3) + 3(-4) = 3(0) + 2(0) = 0$

◇ گونهٔ کاهنده در این واکنش، N_2H_4 یا همان اتم‌های نیتروژن است که با انجام واکنش، عدد اکسایش هر اتم نیتروژن، ۲ واحد افزایش یافته است. در واکنش سیلیس (SiO_2) با کربن خالص، گونهٔ اکسنده، SiO_2 و در واقع اتم سیلیسیم است، که عدد اکسایش آن ۴ واحد کاهش می‌یابد.

$$SiO_2 + 2C \longrightarrow Si + 2CO$$

۴ واحد: $+4 \rightarrow 0$

۹۱- گزینه ۱

نکته در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش و در یک گروه از بالا به پایین، شعاع اتمی افزایش می‌یابد. هم‌چنین شعاع کاتیون پایدار یک عنصر از شعاع اتم آن، کوچک‌تر و شعاع آنیون پایدار یک عنصر، از شعاع اتم آن بزرگ‌تر است.

با توجه به مقایسهٔ شعاع اتمی و یونی، می‌شه فهمید که A و E کاتیون پایدار تشکیل می‌دهند و فلزند، در حالی که D و M، آنیون پایدار تشکیل می‌دهند و نافلزند.

بررسی گزینه‌ها: ۱ در دستهٔ p، هم فلز داریم و هم نافلز! بنابراین A و D می‌توانند در دستهٔ p قرار داشته باشند، مثلاً A می‌تواند آلومینیم $(_{13}Al)$ و D می‌تواند گوگرد $(_{16}S)$ باشد.

۲ شعاع اتمی D از M بیشتر است، بنابراین اگر این دو عنصر در یک دوره باشند، D در سمت چپ M قرار دارد. (در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی عناصر کاهش می‌یابد.)

۳ و ۴ اگر به جدول داده‌شده دقت کنید، می‌بینید که شعاع کاتیون‌های E و Na^+ خیلی به هم نزدیک است اما با توجه به جدول‌های فصل ۳ کتاب درسی شیمی دوازدهم، شعاع کاتیون عنصرهای یک دوره یا یک گروه نمی‌تواند خیلی به هم نزدیک باشد؛ پس در این‌جا E نمی‌تواند هم‌گروه سدیم باشد و می‌توان آن را فلز کلسیم $(_{20}Ca)$ که در گروه ۲ و دورهٔ ۴ جدول قرار دارد، در نظر گرفت که با تشکیل یون به آرایش گاز نجیب هم می‌رسد.[1]

مشاوره اگر سر جلسهٔ آزمون، به چنین سؤالاتی برخورد کردین و نتونستین بهش جواب بدین، اصلاً خودتونو ناراحت نکنید! چون مطمئن باشید که بالای ۹۵ درصد بچه‌ها شرایطی مثل شرایط شما را دارند! هدف کتاب درسی در قسمت شعاع یون‌ها و آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور، آشنایی با روند تغییرات کلی این کمیت‌ها و مقایسه‌های ساده و قانونمند است اما متأسفانه طراحان کنکور سراسری، چندساله که سؤال‌های عجیب و غریب از این موضوعات طرح می‌کنن!

۹۲- گزینه ۲

هر عاملی که سبب تغییر دما یا تغییر غلظت الکترولیت‌ها شود، بر ولتاژ سلول گالوانی و جریان الکتریکی عبوری از لامپ تأثیر خواهد گذاشت. اما عواملی مانند تغییر جرم تیغه‌های آندی و کاتدی و افزایش حجم الکترولیت‌ها (دقت کنید که این‌جا افزایش حجم الکترولیت‌ها به معنای رقیق‌سازی آن‌ها با آب نیست، چون گفته نشده افزایش حجم با افزودن آب!) بر ولتاژ سلول و جریان الکتریکی عبوری، بی‌تأثیر است.

۹۳- گزینه ۴

نکته در بین عوامل مؤثر بر تعادل، فقط تغییر دما است که می‌تواند ثابت تعادل را تغییر دهد. در واکنش‌های گرماگیر $(A + Q \rightleftharpoons B)$ با افزایش دما، تعادل در جهت رفت جابه‌جا شده و مقدار ثابت تعادل افزایش می‌یابد اما در واکنش‌های گرماده $(A \rightleftharpoons B + Q)$، با افزایش دما تعادل در جهت برگشت جابه‌جا شده و مقدار ثابت تعادل کاهش خواهد یافت. شما باید چند تعادل گرماگیر و گرماده مهم را بشناسید:

$$\left.\begin{array}{l} N_2O_4(g) + Q \rightleftharpoons 2NO_2(g) \\ N_2(g) + O_2(g) + Q \rightleftharpoons 2NO(g) \\ 2SO_3(g) + Q \rightleftharpoons 2SO_2(g) + O_2(g) \\ N_2(g) + 2H_2(g) + Q \rightleftharpoons N_2H_4(g) \end{array}\right\} \Delta H > 0$$

$$\left.\begin{array}{l} N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g) + Q \\ H_2(g) + I_2(g) \rightleftharpoons 2HI(g) + Q \\ 2NO(g) \rightleftharpoons N_2(g) + O_2(g) + Q \end{array}\right\} \Delta H < 0$$

۱- هر چند با روند تغییر شعاع در جدول دوره‌ای، نمی‌توان شعاع اتمی فلز گالیم $(_{31}Ga)$ را با سدیم $(_{11}Na)$ مقایسه کرد، ولی بدانید و آگاه باشید که شعاع اتمی گالیم از سدیم کوچک‌تر است و فلز E در این سؤال را نمی‌توان گالیم در نظر گرفت.

واکنش تولید هیدرازین ($N_۲H_۴$) از گازهای نیتروژن و هیدروژن، گرماگیر است؛ بنابراین با افزایش دما، این تعادل در جهت رفت جابه‌جا شده و مقدار ثابت تعادل افزایش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) فقط تغییر دما، ثابت تعادل را تغییر می‌دهد.

۲) تعادل $۲NO \rightleftharpoons N_۲ + O_۲$، گرماده است؛ بنابراین با افزایش دما، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا شده و غلظت $N_۲$ کاهش می‌یابد.

۳) واکنش $۲CO + O_۲ \rightleftharpoons ۲CO_۲$، گرماده است و افزایش دما، سبب کاهش ثابت تعادل آن می‌شود.[۱]

۹۴- گزینه ۲

ابتدا تعداد مول اولیهٔ گاز $PH_۳$ را حساب می‌کنیم:

$$۴۰/۸\ g\ PH_۳ \times \frac{۱\ mol\ PH_۳}{۳۴\ g\ PH_۳} = ۱/۲\ mol\ PH_۳$$

با استفاده از جدول تغییرات تعداد مول مواد، خواهیم داشت:

	$PH_۳$	+ $BCl_۳$	$\rightleftharpoons$ $H_۳PBCl_۳$
مول اولیه:	۱/۲	۱/۲۸	۰
مول نهایی:	۱/۲ − x	۱/۲۸ − x	x

مول تعادلی $H_۳PBCl_۳ = x = ۰/۲۸$

حالا از رابطهٔ ثابت تعادل استفاده می‌کنیم:

$$K = \frac{[H_۳PBCl_۳]}{[PH_۳][BCl_۳]} = \frac{\frac{۰/۲۸}{۴}}{\frac{۱/۲-۰/۲۸}{۴} \times \frac{۱/۲۸-۰/۲۸}{۴}}$$

$$= \frac{۴ \times ۰/۲۸}{۰/۹۲ \times ۱} = \frac{۲۸}{۲۳} \Rightarrow ۱ \text{ کمی بزرگ‌تر از } \Rightarrow \text{ است.}$$

پاسخ ۲) است.

تله اگر حجم ظرف واکنش را فراموش کرده و در رابطهٔ ثابت تعادل به جای غلظت‌های تعادلی مواد، مول‌های تعادلی آن‌ها را جایگزین می‌کردی، $K \simeq ۰/۳$ به دست می‌آمد و به اشتباه ۴) را انتخاب می‌کردی.

۹۵- گزینه ۳

عبارت‌های (ب) و (پ) درست‌اند.

(الف) شاید در نگاه اول بگین که حجم ظرف، داده نشده و نگفته هر ذره معادل چند مول است؛ به همین دلیل *نمی‌شه* ثابت تعادل واکنش رو حساب کرد! اما واقعیت اینه که به هیچ‌کدوم از این موارد نیازی نیست. شمار مول‌های گازی مواد در دو سمت معادلهٔ واکنش برابر است؛ بنابراین حجم ظرف تأثیری در محاسبات ندارد. (در این حالت، در رابطهٔ ثابت تعادل، حجم ظرف از صورت و مخرج کسر حذف می‌شود.) در شکل داده‌شده، ۴ ذرهٔ $A_۲$، ۴ ذرهٔ $B_۲$ و ۸ ذرهٔ AB وجود دارد. اگر فرض کنیم هر ذره معادل x مول است، خواهیم داشت:

$$K = \frac{[AB]^۲}{[A_۲][B_۲]} = \frac{(۸x)^۲}{(۴x)(۴x)} = \frac{۶۴x^۲}{۱۶x^۲} = ۴$$

(ب) با توجه به شکل و این‌که مول‌های تعادلی $A_۲$ و $B_۲$ برابر (هر کدام ۴ ذره) و نصف مول‌های تعادلی AB است (۸ ذرهٔ AB در شکل وجود دارد)؛ می‌توان نتیجه گرفت که شمار مول‌های اولیهٔ $A_۲$ و $B_۲$ نیز برابر بوده است:

	$A_۲$	+ $B_۲$	$\rightleftharpoons$ ۲AB
مول اولیه:	a	b	۰
مول نهایی:	a − x	b − x	۲x

$$(\text{مول تعادلی } AB) = ۲(\text{مول تعادلی } A_۲ \text{ و } B_۲)$$

$$\Rightarrow ۲x = ۲(a-x) = ۲(b-x) \Rightarrow a = b$$

(پ) نمی‌دانیم واکنش گرماگیر است یا گرماده! بنابراین جهت جابه‌جایی تعادل با افزایش دما و در نتیجه چگونگی تغییر رنگ مخلوط، مشخص نیست.

(ت) با توجه به این‌که شمار مول‌های گازی در دو سمت معادلهٔ واکنش برابر است، تغییر حجم و فشار سامانه تأثیری بر جابه‌جایی تعادل نخواهد داشت.

۱- البته می‌دانیم که واکنش‌های سوختن، نمی‌توانند تعادلی باشند و بهتر بود، طراح محترم از واکنش دیگری استفاده می‌کرد.

۱۴۰۳ نوبت اول سراسری

ریاضی

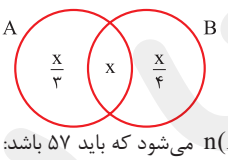
۱- گزینه ۴

استراتژی مقدار $n(A\cap B)$ را x بگیرید و $n(A-B)$ و $n(B-A)$ را برحسب x بنویسید. بعد مجموع این سه مقدار را با ۵۷ برابر قرار دهید.

گام اگر فرض کنیم $n(A\cap B)=x$، آن‌گاه:

$$\underbrace{n(A\cap B)}_{x}=۳\underbrace{n(A-B)}_{\frac{x}{۳}}=۴\underbrace{n(B-A)}_{\frac{x}{۴}} \Rightarrow \begin{cases} n(A-B)=\frac{x}{۳} \\ n(B-A)=\frac{x}{۴} \end{cases}$$

گام نمودار ون می‌کشیم و تعداد اعضای نواحی بالا را روی آن مشخص می‌کنیم:



گام مجموع تعداد اعضای این سه ناحیه، همان $n(A\cup B)$ می‌شود که باید ۵۷ باشد:

$$\underbrace{n(A\cup B)}_{۵۷}=\frac{x}{۳}+x+\frac{x}{۴} \Rightarrow ۵۷=\frac{۴+۱۲+۳}{۱۲}x \Rightarrow ۵۷=\frac{۱۹}{۱۲}x$$

$$\Rightarrow x=\overset{۳}{\cancel{۵۷}}\times\frac{۱۲}{\underset{۱}{\cancel{۱۹}}}=۳۶$$

گام تعداد اعضای A برابر است با: $n(A)=\frac{x}{۳}+x=\frac{۳۶}{۳}+۳۶=۱۲+۳۶=۴۸$

۲- گزینه ۱

روش **گام** دنبالهٔ حسابی اول به شکل مقابل است: $a_۱, \underbrace{a_۲}_{a_۱+d}, \cdots$

دنبالهٔ حسابی دوم به شکل مقابل است: $a_۱+۴, \underbrace{a_۲+۴}_{a_۱+۴+d}, \cdots$

گام پس هر جملهٔ دنبالهٔ دوم از جملهٔ نظیرش در دنبالهٔ اول، ۴ واحد بیشتر است و اختلاف جملهٔ nاُم دو دنباله نیز همان ۴ است.

روش **گام** دنبالهٔ حسابی اول را ۲,۵,۸,... در نظر می‌گیریم.

به هر جمله دنبالهٔ بالا، ۴ واحد اضافه می‌کنیم: $\underbrace{۲+۴}_{۶}, \underbrace{۵+۴}_{۹}, \underbrace{۸+۴}_{۱۲}, \cdots$

گام اختلاف جملهٔ nاُم دو دنباله را می‌خواهیم. n را هر عددی می‌توانیم بگیریم، مثلاً n را ۳ می‌گیریم و اختلاف جملات سوم دو دنباله را حساب می‌کنیم:

جملهٔ سوم دنبالهٔ اولیه ↑ $۱۲-۸=۴$ ↓ جملهٔ سوم دنبالهٔ جدید

۳- گزینه ۲

استراتژی مخرج دو کسر $\frac{۲}{\sqrt{۲}}$ و $\frac{۸}{\sqrt{۲}}$ را گویا می‌کنیم. بعد از عامل‌های مشترک صورت و مخرج، فاکتور می‌گیریم. در آخر بعد از ساده‌کردن عامل‌های مشترک، صورت و مخرج کسر را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم.

گام ابتدا مخرج دو کسر $\frac{۲}{\sqrt{۲}}$ و $\frac{۸}{\sqrt{۲}}$ را گویا می‌کنیم:

$$\frac{۲}{\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=\frac{۲\sqrt{۲}}{۲}=\sqrt{۲}$$

$$\frac{۸}{\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=\frac{۸\sqrt{۲}}{۲}=۴\sqrt{۲}$$

گام B به شکل زیر می‌شود:

$$B=\frac{\frac{۲}{\sqrt{۲}}+\sqrt{۱۴}}{\frac{۸}{\sqrt{۲}}+\sqrt{۱۴}}=\frac{\sqrt{۲}+\sqrt{۱۴}}{۴\sqrt{۲}+\sqrt{۱۴}} \xrightarrow{\text{فاکتور از } \sqrt{۲}} B=\frac{\sqrt{۲}(۱+\sqrt{۷})}{\sqrt{۲}(۴+\sqrt{۷})}=\frac{۱+\sqrt{۷}}{۴+\sqrt{۷}}$$

گام صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم:

$$B=\frac{۱+\sqrt{۷}}{۴+\sqrt{۷}}\times\frac{۴-\sqrt{۷}}{۴-\sqrt{۷}}=\frac{۴-\sqrt{۷}+۴\sqrt{۷}-۷}{۴^۲-(\sqrt{۷})^۲}=\frac{۳\sqrt{۷}-۳}{۱۶-۷}$$

$$=\frac{\overset{۱}{\cancel{۳}}(\sqrt{۷}-۱)}{\underset{۳}{\cancel{۹}}}=\frac{\sqrt{۷}-۱}{۳}$$

گام پس:

$$۳B+۱=\overset{۱}{\cancel{۳}}\left(\frac{\sqrt{۷}-۱}{\underset{۱}{\cancel{۳}}}\right)+۱=\sqrt{۷}$$

۴- گزینه ۲

استراتژی باید مقدار ضابطه‌های بالا و پایین به ازای xهای مشترک دامنه‌هایشان، یکسان باشد.

درس‌نامه اگر $k>۰$ باشد، آن‌گاه:

۱ $|x|\le k \Rightarrow -k\le x\le k$

۲ $|x|\ge k \Rightarrow x\ge k$ یا $x\le -k$

گام دامنه‌ها را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^۲+۳}+۲a & -۱\le x\le ۱\\ ax^۲+۵ & x\ge ۱ \text{ یا } x\le -۱\end{cases}$$

گام چون $x=۱$ و $x=-۱$ در دامنهٔ هر دو ضابطه مشترک است، پس مقدار هر دو ضابطه به ازای $x=۱$ باید یکسان باشد (چون در غیر این صورت به ازای یک ورودی، دو خروجی داریم و آن وقت f تابع نیست). به ازای $x=-۱$ هم باید مقدار هر دو ضابطه یکسان باشد:

◇ $\underset{\text{پایینی}}{f(۱)}=\underset{\text{بالایی}}{f(۱)} \Rightarrow \sqrt{۱^۲+۳}+۲a=a(۱)^۲+۵ \Rightarrow ۲+۲a=a+۵ \Rightarrow a=۳$

◇ $\underset{\text{پایینی}}{f(-۱)}=\underset{\text{بالایی}}{f(-۱)} \Rightarrow \sqrt{(-۱)^۲+۳}+۲a=a(-۱)^۲+۵$

$\Rightarrow ۲+۲a=a+۵ \Rightarrow a=۳$

گام مقدار $f(a)$ یا همان $f(۳)$ را می‌خواهیم که از ضابطهٔ پایین به دست می‌آید:

$|x|\ge ۱: f(x)=۳x^۲+۵ \Rightarrow f(۳)=۳(۹)+۵=۳۲$

۵- گزینه ۳

استراتژی کافی است سه حرف «گ، ن، ه» را در یک بسته قرار دهید و بعد تعداد جایگشت‌ها را بشمارید.

درس‌نامه ۱ n شیء متمایز، $n!$ جایگشت دارند. (یعنی n شیء متمایز را می‌توانیم به $n!$ حالت در کنار هم قرار دهیم.)

۲ جایگشت‌های کنار هم: اگر تعداد جایگشت‌هایی از n شیء متمایز را بخواهیم به طوری که m تا از آن‌ها کنار هم باشند، کافی است m شیء را درون یک بسته قرار دهیم و بعد تعداد جایگشت‌ها را حساب کنیم. دقت کنید که باید حواستان به جایگشت اشیای درون بسته هم باشد!

گام سه حرف «گ، ن، ه» را در یک بسته قرار می‌دهیم: ی، ر، آ، (گ، ن، ه)

گام در کل ۴ شیء (۳ حرف و یک بسته) داریم که جایگشتشان $4!$ حالت دارد.

گام داخل بسته هم ۳ حرف داریم که جایگشتشان $3!$ حالت دارد.

گام پس تعداد کل حالات برابر است با: $4! \times 3! = 24 \times 6 = 144$

($4!$: جایگشت ۴ شیء، $3!$: جایگشت داخل بسته)

مشاوره مشابه این سؤال را در تمرین کتاب درسی ریاضی دهم داشتیم!

۶- گزینه ۲

مشاوره سؤالات آزمایش پرتاب دو تاس، جزء سؤالات پرتکرار در کنکورهای سراسری‌اند.

درس‌نامه ۱ فضای نمونه‌ای پرتاب هر تاس ۶ عضو دارد؛ پس فضای نمونه‌ای پرتاب n تاس، 6^n عضو دارد. (برای مثال فضای نمونه‌ای پرتاب ۲ تاس، $6^2 = 36$ عضو دارد.)

۲ بهترین و مطمئن‌ترین راه برای محاسبهٔ تعداد حالات مطلوب در آزمایش پرتاب دو تاس، این است که جدولی به شکل مقابل رسم کنیم و در آن، حالات مطلوب را مشخص کنیم:

تاس ۱ / تاس ۲	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱						
۲						
۳						
۴						
۵						
۶						

گام تعداد کل حالات پرتاب ۲ تاس برابر است با: $n(S) = \underbrace{6}_{\text{تاس ۱}} \times \underbrace{6}_{\text{تاس ۲}} = 36$

گام در جدول مقابل، حالاتی که اعداد دو تاس متوالی و برابر نیستند را علامت می‌زنیم:

تاس ۱ / تاس ۲	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱			✓	✓	✓	✓
۲				✓	✓	✓
۳	✓				✓	✓
۴	✓	✓				✓
۵	✓	✓	✓			
۶	✓	✓	✓	✓		

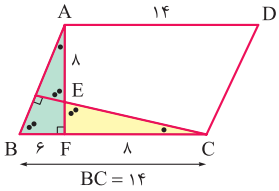
گام تعداد تیک‌ها برابر با تعداد حالات مطلوب است: $n(A) = 20$

پس احتمال وقوع A برابر است با: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$

۷- گزینه ۳

استراتژی کافی است به متشابه‌بودن دو مثلث ABF و CEF توجه کنید.

گام زوایای حادهٔ برابر را روی شکل مشخص می‌کنیم: (طبق گفتهٔ سؤال شکل متوازی‌الاضلاع است؛ پس $BC = AD = 14$ می‌شود، به علاوه $BF = 6$ است؛ بنابراین $CF = BC - BF = 14 - 6 = 8$ می‌شود.)



گام دو مثلث ABF و CEF به حالت «تساوی ۲ زاویه» متشابه‌اند.

تناسب بین اضلاع متناظرشان را می‌نویسیم:

$$\underbrace{\frac{AB}{EC}}_{\text{حذف}} = \underbrace{\frac{AF}{FC}}_{\text{روبه‌رو به ۲ زاویای}} = \underbrace{\frac{BF}{EF}}_{\text{روبه‌رو به زاویای}} \Rightarrow \frac{AB}{EC} = \frac{8+\overbrace{EF}^{x}}{8} = \frac{6}{\underbrace{EF}_{x}}$$

$$\Rightarrow \frac{8+x}{8} = \frac{6}{x} \Rightarrow 8x + x^2 = 48 \Rightarrow x^2 + 8x - 48 = 0$$

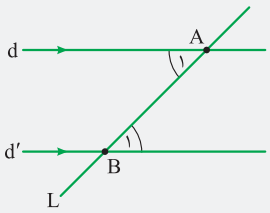
$$\Rightarrow (x+12)(x-4) = 0 \xrightarrow{x>0} x = 4$$

گام پس AF برابر است با: $AF = AE + EF = 8 + 4 = 12$

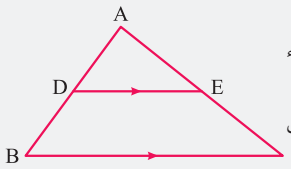
۸- گزینه ۱

استراتژی اول ارتفاع وارد بر ضلع BE را رسم کنید. این ارتفاع وقتی موازی BC می‌شود که BC هم عمود بر AB باشد. حالا با توجه به این‌که BD نیمساز زاویهٔ B است، $A\hat{B}D = C\hat{B}D = 45^\circ$ می‌شود. در آخر با استفاده از قضیهٔ تالس، طول AE به دست می‌آید.

درس‌نامه ۱ خطوط موازی و مورب: اگر خط مورب L، دو خط موازی d و d′ را قطع کند، داریم: $\hat{A}_1 = \hat{B}_1$



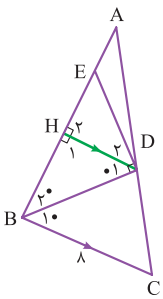
۲ قضیهٔ تالس: اگر در مثلث ABC، DE خطی موازی ضلع BC باشد، داریم:



تالس جزءبه‌جزء: $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$

تالس جزءبه‌کل: $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$

گام ارتفاع وارد بر BE که موازی BC است را رسم می‌کنیم:

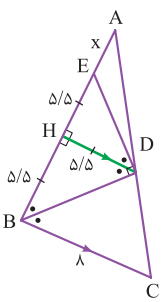


گام با توجه به موازی‌بودن HD و BC و مورب‌بودن BD، نتیجه می‌گیریم $\hat{D}_1 = \hat{B}_2$.

گام در مثلث قائم‌الزاویهٔ HDB، جمع دو زاویهٔ B_2 و D_1 (که با هم برابر نیز هستند)، 90° است؛ پس هر کدام 45° هستند. از طرفی B_1 هم با B_2 برابر است؛ پس هر سه 45° هستند:

$\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \hat{D}_1 = 45^\circ$

چون D_1 و D_2 جمعشان 90° است، پس: $D_2 = 45^\circ$



گام دو مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین BHD و EHD همنهشت‌اند؛ پس $BH = HE = \frac{11}{2} = 5/5$ است.

گام در آخر تالس جزءبه‌کل می‌نویسیم:

$$HD \parallel BC \Rightarrow \frac{HD}{BC} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow \frac{5/5}{8} = \frac{x+5/5}{x+11}$$

$$8x + 44 = 5/5x + 60/5 \Rightarrow 2/5x = 16/5 \Rightarrow x = \frac{16/5}{2/5} = \frac{33}{5} = 6/6$$

۹- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ مختصات نقطهٔ وسط پاره‌خط AB به صورت زیر محاسبه می‌شود:



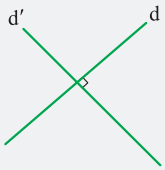
$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

۲ برای محاسبهٔ شیب خط گذرنده از دو نقطهٔ $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$، کافی است اختلاف عرض دو نقطه را به اختلاف طول آن دو تقسیم کنیم؛ یعنی: $m_{AB} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

۳ برای محاسبهٔ طول پاره‌خط گذرنده از نقاط $A(x_1,y_1)$ و $B(x_2,y_2)$، از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

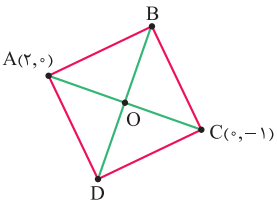
$$AB=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$

۴ شیب دو خط عمود بر هم، قرینه و معکوس یکدیگر هستند:



$$m_d.m_{d'}=-1 \quad \text{یا} \quad m_{d'}=-\frac{1}{m_d}$$

روش **گام** شکل فرضی رسم می‌کنیم:



گام نقطهٔ O، وسط رئوس A و C است:

$$O=\frac{A+C}{2}=\left(\frac{2+0}{2},\frac{0+(-1)}{2}\right)=\left(1,\frac{-1}{2}\right)$$

گام شیب قطر AC را حساب می‌کنیم:

$$m_{AC}=\frac{y_C-y_A}{x_C-x_A}=\frac{-1-0}{0-2}=\frac{1}{2}$$

گام قطر BD بر قطر AC عمود است؛ پس شیبش، قرینه و معکوس شیب AC است:

$$m_{BD}=\frac{-1}{m_{AC}}=\frac{-1}{\frac{1}{2}}=-2$$

گام معادلهٔ قطر BD را با داشتن شیب ($m=-2$) و یک نقطه ($(1,\frac{-1}{2})$) از آن می‌نویسیم:

$$y-\left(\frac{-1}{2}\right)=-2(x-1) \Rightarrow y=-2x+\frac{3}{2}$$

پس مختصات پارامتری نقاط B و D به صورت $(\alpha,-2\alpha+\frac{3}{2})$ است.

گام طول قطر AC را حساب می‌کنیم:

$$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=\sqrt{(0-2)^2+(-1-0)^2}=\sqrt{5}$$

پس فاصلهٔ $O\ (1,\frac{-1}{2})$ تا نقاط B یا D (که مختصات پارامتری‌شان را داریم)، باید نصف $\sqrt{5}$ یعنی $\frac{\sqrt{5}}{2}$ باشد:

$$OB=\frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sqrt{(\alpha-1)^2+\underbrace{(-2\alpha+\frac{3}{2}+\frac{1}{2})^2}_{2}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{(\alpha-1)^2+\underbrace{(-2\alpha+2)^2}_{4(\alpha-1)^2}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$$

بنابراین:

$$\sqrt{5(\alpha-1)^2}=\frac{\sqrt{5}}{2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 5(\alpha-1)^2=\frac{5}{4} \Rightarrow (\alpha-1)^2=\frac{1}{4}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} |\alpha-1|=\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases}\alpha-1=\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha=\frac{3}{2}\\ \alpha-1=\frac{-1}{2} \Rightarrow \alpha=\frac{1}{2}\end{cases}$$

گام با جای‌گذاری $\alpha=\frac{3}{2}$ و $\alpha=\frac{1}{2}$ در نقطهٔ پارامتری $(\alpha,-2\alpha+\frac{3}{2})$، مختصات دو رأس دیگر به دست می‌آید:

$$B\ (\underbrace{\frac{3}{2}}_{\frac{-3}{2}},\underbrace{-2(\frac{3}{2})+\frac{3}{2}}) \quad , \quad D(\frac{1}{2},\underbrace{-2(\frac{1}{2})+\frac{3}{2}}_{\frac{1}{2}})$$

فقط نقطهٔ $(\frac{3}{2},\frac{-3}{2})$ را در گزینه‌ها داریم.

روش **گام** مختصات رأس B را به صورت $B(\alpha,\beta)$ فرض می‌کنیم. (البته می‌توانستیم مختصات رأس D را به این صورت فرض کنیم.)

گام شیب دو پاره‌خط AB و BC را محاسبه می‌کنیم:

$$m_{AB}=\frac{\beta-0}{\alpha-2}=\frac{\beta}{\alpha-2} \qquad m_{BC}=\frac{\beta+1}{\alpha-0}=\frac{\beta+1}{\alpha}$$

گام این دو خط بر هم عمودند؛ پس حاصل‌ضرب شیب‌هایشان -1 می‌شود:

$$m_{AB}.m_{BC}=-1 \Rightarrow \frac{\beta}{\alpha-2}\times\frac{\beta+1}{\alpha}=-1 \Rightarrow \frac{\beta^2+\beta}{\alpha^2-2\alpha}=-1$$

$$\Rightarrow \beta^2+\beta=-\alpha^2+2\alpha \Rightarrow \alpha^2-2\alpha+\beta^2+\beta=0 \quad (*)$$

تیزبازی حالا می‌توانیم مختصات گزینه‌ها را به جای α و β قرار دهیم که با جای‌گذاری می‌بینیم که فقط مختصات ۲ در این رابطه صدق می‌کند.

اما اگر بخواهیم بدون توجه به گزینه‌ها ادامه دهیم، داریم:

گام طول پاره‌خط AB و BC را محاسبه می‌کنیم:

$$AB=\sqrt{(\alpha-2)^2+\beta^2} \qquad BC=\sqrt{\alpha^2+(\beta+1)^2}$$

گام طول این دو پاره‌خط با هم برابر است:

$$AB=BC \Rightarrow \sqrt{(\alpha-2)^2+\beta^2}=\sqrt{\alpha^2+(\beta+1)^2}$$

$$\Rightarrow (\alpha-2)^2+\beta^2=\alpha^2+(\beta+1)^2 \Rightarrow \alpha^2-4\alpha+4+\beta^2=\alpha^2+\beta^2+2\beta+1$$

$$\Rightarrow 4\alpha+2\beta=3 \Rightarrow \beta=-2\alpha+\frac{3}{2}$$

گام با جای‌گذاری $\beta=-2\alpha+\frac{3}{2}$ در (*) داریم:

$$\alpha^2-2\alpha+(-2\alpha+\frac{3}{2})^2-2\alpha+\frac{3}{2}=0 \Rightarrow \alpha^2-2\alpha+4\alpha^2+\frac{9}{4}-6\alpha-2\alpha+\frac{3}{2}=0$$

$$\Rightarrow 5\alpha^2-10\alpha+\frac{15}{4}=0 \xrightarrow{\div 5} \alpha^2-2\alpha+\frac{3}{4}=0$$

$$\Rightarrow \alpha^2-2\alpha+\underbrace{\frac{3}{4}+\frac{1}{4}}_{1}=\frac{1}{4} \Rightarrow (\alpha-1)^2=\frac{1}{4}$$

حالا به طرفین $\frac{1}{4}$ اضافه می‌کنیم:

ادامه مانند روش اول است.

مشاوره مشابه این سؤال را در کنکور ریاضی نوبت اول ۱۴۰۲ داشتیم.

۱۰- گزینه ۱

شفاف‌سازی صفرهای سهمی ⟸ طول نقاط برخورد سهمی با محور xها

درس‌نامه ۱ در معادلهٔ درجه‌دوم $ax^2+bx+c=0$ (با شرط $\Delta>0$)، جمع ریشه‌ها $S=\frac{-b}{a}$ و ضرب ریشه‌ها $P=\frac{c}{a}$ است.

۲ طول رأس سهمی $y=ax^2+bx+c$ از رابطهٔ $x_S=\frac{-b}{2a}$ و عرضش از رابطهٔ $y_S=-\frac{\Delta}{4a}$ به دست می‌آید.

گام α و β صفرهای سهمی $y=25\alpha x^2+4x+\beta$ یا همان ریشه‌های معادلهٔ $\underbrace{25\alpha}_{a}x^2+\underbrace{4}_{b}x+\underbrace{\beta}_{c}=0$ هستند.

مجموع و حاصل‌ضرب ریشه‌ها را حساب می‌کنیم:

$$S=\frac{-b}{a} \Rightarrow \alpha+\beta=\frac{-4}{25\alpha}$$

$$P=\frac{c}{a} \Rightarrow \alpha\beta=\frac{\beta}{25\alpha}$$

گام در تساوی $\alpha\beta=\frac{\beta}{25\alpha}$، با فرض $\beta\neq 0$، βها را ساده می‌کنیم:

$$\alpha=\frac{1}{25\alpha} \Rightarrow 25\alpha^2=1 \Rightarrow \alpha^2=\frac{1}{25} \Rightarrow \alpha=\pm\frac{1}{5}$$

گام ◆ با جای‌گذاری $\alpha=\frac{1}{5}$ در $\alpha+\beta=\frac{-4}{25\alpha}$، داریم:

$$\frac{1}{5}+\beta=\frac{-4}{5} \Rightarrow \beta=-1$$

شرط $\beta>\alpha$ برقرار نیست؛ پس این حالت رد می‌شود.

◆ با جای‌گذاری $\alpha=\frac{-1}{5}$ در $\alpha+\beta=\frac{-4}{25\alpha}$، داریم:

$$\frac{-1}{5}+\beta=\frac{-4}{-5} \Rightarrow \beta=1$$

شرط $\beta>\alpha$ برقرار است؛ پس $\alpha=\frac{-1}{5}$ و $\beta=1$ قبول‌اند.

گام با جای‌گذاری مقادیر به‌دست‌آمده برای α و β، ضابطهٔ سهمی را می‌نویسیم:

$$y=۲۵\alpha x^۲+۴x+\beta \xrightarrow[\beta=۱]{\alpha=\frac{-۱}{۵}} y=-۵x^۲+۴x+۱$$

طول و عرض رأسِ سهمی را حساب می‌کنیم:

$$x_S=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۴}{-۱۰}=۰/۴$$

$$y_S=\frac{-\Delta}{۴a}=\frac{-(۱۶+۲۰)}{-۲۰}=\frac{۳۶}{۲۰}=۱/۸$$

نقطهٔ $S(۰/۴,۱/۸)$ در ناحیهٔ اول قرار دارد.

تذکر: اگر β را صفر می‌گرفتیم، معادلهٔ $\alpha+\beta=\frac{-۴}{۲۵\alpha}$ به شکل $\alpha=\frac{-۴}{۲۵\alpha}$ و بعدش به شکل $\alpha^۲=\frac{-۴}{۲۵}$ می‌شد که جواب ندارد؛ پس β نمی‌تواند صفر باشد.

۱۱- گزینه ۴

استراتژی باید معادلهٔ سهمی و خط را برابر قرار دهیم. در معادلهٔ درجه‌دوم تشکیل‌شده، دلتا باید منفی باشد.

درس‌نامه ۱ برای به دست آوردن طول نقاط تقاطع دو تابع $y=f(x)$ و $y=g(x)$ باید معادلهٔ $f(x)=g(x)$ را حل کنیم.

۲ معادلهٔ درجه‌دوم $ax^۲+bx+c=۰$ با شرط $\Delta<۰$ (یا $b^۲-۴ac$)، ریشهٔ حقیقی ندارد.

۳ جواب نامعادلهٔ $ax^۲+bx+c<۰$ (با شرط $a>۰$ و $\Delta>۰$) به صورت $\underbrace{x_۱<x<x_۲}_{\text{بین ریشه‌ها}}$ است که $x_۱$ و $x_۲$ ریشه‌های عبارت درجه‌دوم هستند.

گام معادلهٔ سهمی و خط را برابر قرار می‌دهیم:

$$y_{\text{سهمی}}=y_{\text{خط}} \Rightarrow -mx^۲+mx+۱=-m-x$$

$$\Rightarrow mx^۲\underbrace{-mx-x}_{\text{فاکتور از }x}-m-۱=۰ \Rightarrow \underbrace{m}_{a}x^۲+\underbrace{(-m-۱)}_{b}x\underbrace{-m-۱}_{c}=۰$$

گام برای آن‌که خط و سهمی برخورد نداشته باشند، باید معادلهٔ درجه‌دوم بالا، ریشه نداشته باشد؛ پس دلتایش باید منفی باشد:

$$\Delta<۰ \Rightarrow b^۲-۴ac<۰ \Rightarrow \underbrace{(-m-۱)^۲}_{(m+۱)^۲}-۴m\underbrace{(-m-۱)}_{-(m+۱)}<۰$$

$$\Rightarrow (m+۱)^۲+۴m(m+۱)<۰ \xrightarrow[m+۱\text{ از}]{\text{فاکتور}} (m+۱)(m+۱+۴m)<۰$$

$$\Rightarrow (m+۱)(۵m+۱)<۰ \xrightarrow[\text{ریشه‌ها}]{\text{بین}} -۱<m<\frac{-۱}{۵}$$

در بازهٔ $(-۱,\frac{-۱}{۵})$، هیچ عدد صحیحی نداریم.

۱۲- گزینه ۳

استراتژی تساوی $fog^{-۱}(a)=-۳$ را به شکل $\underbrace{f(g^{-۱}(a))}_{f(\square)=-۳}=-۳$ می‌نویسیم.

عبارتی که باید جای ☁ قرار بگیرد را پیدا می‌کنیم و بعد آن را برابر با $g^{-۱}(a)$ قرار می‌دهیم و a را پیدا می‌کنیم.

درس‌نامه اگر $f^{-۱}(a)=b$ باشد، آن‌گاه $f(b)=a$.

گام تساوی $fog^{-۱}(a)=-۳$ را به شکل $f(g^{-۱}(a))=-۳$ می‌نویسیم.

گام در تساوی $f(\square)=-۳$، باید دنبال زوج مرتبی در f باشیم که مؤلفهٔ دومش -۳ است. این زوج مرتب $(\frac{۱}{۴},-۳)$ است؛ پس جای ☁ باید $\frac{۱}{۴}$ قرار گیرد:

$$g^{-۱}(a)=\frac{۱}{۴}$$

گام از تساوی $g^{-۱}(a)=\frac{۱}{۴}$، نتیجه می‌گیریم $g(\frac{۱}{۴})=a$.

در ضابطهٔ $g(x)=-|x|\sqrt{x}$، جای x، $\frac{۱}{۴}$ قرار می‌دهیم:

$$a=g(\frac{۱}{۴})=-|\frac{۱}{۴}|\sqrt{\frac{۱}{۴}}=\frac{-۱}{۴}\times\frac{۱}{۲}=\frac{-۱}{۸}$$

۱۳- گزینه ۳

استراتژی باید ضابطه را بین -۴ و ۰ قرار دهیم و دو نامعادلهٔ به‌دست‌آمده را حل کنیم و بین جواب‌هایشان اشتراک بگیریم.

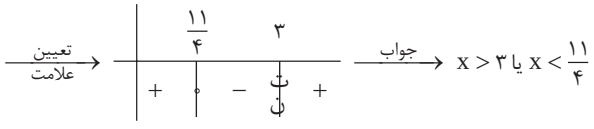
درس‌نامه ۱ برای پیداکردن محدوده‌ای که تابع f بالای (پایین) تابع g قرار دارد باید نامعادلهٔ $f(x)>g(x)$ $(f(x)<g(x))$ را حل کنیم.

۲ برای حل نامعادله به فرم $\underbrace{A<B}_{(I)}<\underbrace{C}_{(II)}$، نامعادله‌های (I) و (II) را حل می‌کنیم و بین جواب‌هایشان اشتراک می‌گیریم.

گام می‌خواهیم نمودار تابع $y=-\frac{۱}{۳-x}=\frac{۱}{x-۳}$، بین دو خط $y=-۴$ و $y=۰$ قرار بگیرد؛ پس باید نامعادلهٔ $\underbrace{-۴<\frac{۱}{x-۳}}_{\text{نامعادلهٔ (۱)}}<\underbrace{۰}_{\text{نامعادلهٔ (۲)}}$ را حل کنیم.

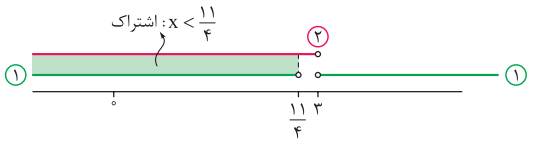
گام نامعادلهٔ بالا از دو نامعادله تشکیل شده، هر دو را حل می‌کنیم و بین جواب‌هایشان اشتراک می‌گیریم:

$$(۱)\ -۴<\frac{۱}{x-۳} \Rightarrow ۰<\frac{۱}{x-۳}+۴ \Rightarrow ۰<\frac{۱+۴x-۱۲}{x-۳} \Rightarrow ۰<\frac{۴x-۱۱}{x-۳}$$



$$(۲)\ \frac{۱}{x-۳}<۰ \xrightarrow[\text{منفی باشد.}]{\text{باید مخرج}} x-۳<۰ \Rightarrow x<۳$$

اشتراک می‌گیریم:

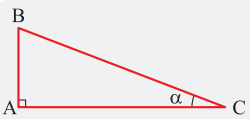


محدودهٔ $x<\frac{۱۱}{۴}$ یا همان $x<۲/۷۵$، دو عدد طبیعی $x=۲$ و $x=۱$ را شامل می‌شود.

۱۴- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ نسبت‌های مثلثاتی زوایای حاده

در مثلث قائم‌الزاویه به صورت زیر تعریف می‌شوند:



$$\sin(\alpha)=\frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}=\frac{AB}{BC} \qquad \cos(\alpha)=\frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}=\frac{AC}{BC}$$

$$\tan(\alpha)=\frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}=\frac{AB}{AC} \qquad \cot(\alpha)=\frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}}=\frac{AC}{AB}$$

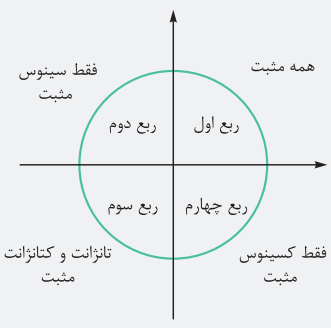
۲ نسبت‌های مثلثاتی متمم یک زاویه (متمم α می‌شود $\frac{\pi}{۲}-\alpha$) به صورت زیر است:

$\sin(\frac{\pi}{۲}-\alpha)=\cos\alpha$	$\cos(\frac{\pi}{۲}-\alpha)=\sin\alpha$
$\tan(\frac{\pi}{۲}-\alpha)=\cot\alpha$	$\cot(\frac{\pi}{۲}-\alpha)=\tan\alpha$

۳ علامت نسبت‌های مثلثاتی در دایرهٔ مثلثاتی به شکل مقابل است:

که با توجه به آن می‌توانیم علامت نسبت‌های مثلثاتی مکمل یک زاویه (یعنی $\pi-\alpha$) را تعیین کنیم:

(دقت کنید در ربع دوم فقط سینوس مثبت است.)

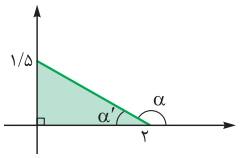


$\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$
$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$
$\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha$
$\cot(\pi-\alpha)=-\cot\alpha$

گام اگر دو زاویه متمم باشند، tan یکی با cot دیگری برابر است؛ پس:

$$\tan(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\cot\alpha$$

گام در مثلث قائم‌الزاویهٔ رنگی، برای زاویهٔ α'، کتانژانت می‌نویسیم:



$$\cot\alpha'=\frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}}=\frac{۲}{۱/۵}=\frac{۴}{۳}$$

گام دو زاویه که مکمل‌اند، کتانژانت‌هایشان قرینهٔ هم هستند.

α و α'، مکمل‌اند؛ پس:

$$\underbrace{\cot\alpha}_{\text{خواستهٔ سؤال}}=-\cot\alpha'=-\frac{۴}{۳}$$

۱۵- گزینه ۴

استراتژی کافی است همهٔ نسبت‌ها را برحسب زاویهٔ ۲۲° بنویسید.

درس‌نامه برای ساده‌سازی نسبت‌های مثلثاتی سینوس و کسینوس، از قواعد زیر کمک می‌گیریم: **الف)** اگر مضرب زوجی از ۹۰° را اضافه یا کم کنیم، نسبت عوض نمی‌شود، ولی اگر مضرب فردی از ۹۰° را اضافه یا کم کنیم، نسبت عوض می‌شود. (یعنی sin به cos و cos به sin تبدیل می‌شود.) **ب)** برای به دست آوردن علامت یک نسبت، باید به ربع آن در دایرهٔ مثلثاتی توجه کنید.

گام همهٔ نسبت‌ها را برحسب زاویهٔ ۲۲° می‌نویسیم:

زاویه در ربع سوم است که در آن‌جا کسینوس منفی است.

$$\cos(۲۴۸^\circ)=\cos(\underbrace{۳\times۹۰^\circ}_{\text{مضرب فرد }۹۰^\circ}-۲۲^\circ)=-\sin(۲۲^\circ)$$

نسبت عوض می‌شود.

زاویه در ربع دوم است که در آن‌جا سینوس مثبت است.

$$\sin(۱۵۸^\circ)=\sin(\underbrace{۲\times۹۰^\circ}_{\text{مضرب زوج }۹۰^\circ}-۲۲^\circ)=+\sin(۲۲^\circ)$$

نسبت عوض نمی‌شود.

زاویه در ربع سوم است که در آن‌جا سینوس منفی است.

$$\sin(۲۰۲^\circ)=\sin(\underbrace{۲\times۹۰^\circ}_{\text{مضرب زوج }۹۰^\circ}+۲۲^\circ)=-\sin(۲۲^\circ)$$

نسبت عوض نمی‌شود.

زاویه در ربع چهارم است که در آن‌جا کسینوس مثبت است.

$$\cos(۲۹۲^\circ)=\cos(\underbrace{۳\times۹۰^\circ}_{\text{مضرب فرد }۹۰^\circ}+۲۲^\circ)=+\sin(۲۲^\circ)$$

نسبت عوض می‌شود.

گام موارد ذکرشده را در عبارت داده‌شده جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{۳\cos(۲۴۸^\circ)-۲\sin(۱۵۸^\circ)}{\sin(۲۰۲^\circ)-\cos(۲۹۲^\circ)}=\frac{۳(-\sin۲۲^\circ)-۲\sin۲۲^\circ}{-\sin۲۲^\circ-\sin۲۲^\circ}=\frac{-۵\sin۲۲^\circ}{-۲\sin۲۲^\circ}=\frac{-۵}{-۲}=۲/۵$$

مشاوره مشابه این سؤال را در کنکور خارج سال ۹۹ داشتیم.

۱۶- گزینه ۳

استراتژی کافیه به این توجه کنید که $f=\frac{۱}{۲}((f-g)+(f+g))$ هست!

درس‌نامه ۱ تابع f در $x=\alpha$ حد دارد، هرگاه حد راست و حد چپ آن در $x=\alpha$ با هم برابر باشند؛ یعنی:

$$\lim_{x\to\alpha^+}f(x)=\lim_{x\to\alpha^-}f(x)$$

۲ اگر حد توابع f و g در $x=\alpha$ به ترتیب برابر با L و L' باشد (یعنی $\lim_{x\to\alpha}f(x)=L$ و $\lim_{x\to\alpha}g(x)=L'$)، داریم:

الف) $\lim_{x\to\alpha}(f\overset{+}{\times}g)(x)=L\overset{+}{\times}L'$ **ب)** $\lim_{x\to\alpha}(\frac{f}{g})(x)\overset{L'\neq۰}{=\!=}\frac{L}{L'}$

دقت کنید این روابط برای حدهای یک‌طرفه (حد راست و چپ) هم برقرارند.

گام مجموع توابع $f+g$ و $f-g$ برابر با $۲f$ است. اگر $\frac{۱}{۲}$ را در جمعشان ضرب کنیم به f می‌رسیم:

$$f=\frac{۱}{۲}((f+g)+(f-g))$$

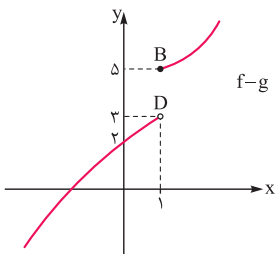
گام حد راست و چپ f در $x=۱$ را با کمک ضابطهٔ بالا حساب می‌کنیم:

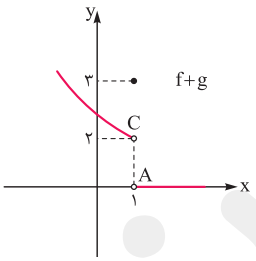
◇ حد راست: $\lim_{x\to۱^+}f(x)=\frac{۱}{۲}\lim_{x\to۱^+}((f+g)+(f-g))$

$$=\frac{۱}{۲}\underbrace{\lim_{x\to۱^+}(f+g)}_{\text{به کمک A}\ ↓\ ۰}+\frac{۱}{۲}\underbrace{\lim_{x\to۱^+}(f-g)}_{\text{به کمک B}\ ↓\ ۵}=۰+۲/۵=۲/۵$$

◇ حد چپ: $\lim_{x\to۱^-}f(x)=\frac{۱}{۲}\lim_{x\to۱^-}((f+g)+(f-g))$

$$=\frac{۱}{۲}\underbrace{\lim_{x\to۱^-}(f+g)}_{\text{به کمک C}\ ↓\ ۲}+\frac{۱}{۲}\underbrace{\lim_{x\to۱^-}(f-g)}_{\text{به کمک D}\ ↓\ ۳}=۱+۱/۵=۲/۵$$





گام چون حد راست و چپ برابر شد، پس $\lim_{x\to۱}f(x)=۲/۵$ است.

مشاوره اولین باری است که در کنکور، سؤال ترکیبی از «مفهوم حد داشتن» و «اعمال روی توابع» داریم!

۱۷- گزینه ۱

استراتژی کافی است به این نکته توجه کنید که توابع براکتی، بی‌نهایت نقطهٔ ناپیوستگی دارند!

گام عبارت براکتی $[x^۲-ax]$ با دامنهٔ $\mathbb{R}$، بی‌شمار نقطهٔ ناپیوستگی دارد. برای پیوسته‌بودن f، مجبوریم ضریب پشت آن را صفر بدهیم تا این عبارت حذف شود؛ پس $b=۰$.

گام ضابطهٔ f به شکل مقابل می‌شود: $f(x)=\underbrace{b}_{۰}[x^۲-ax]-۲a=-۲a$

گام مقدار عبارت خواسته‌شده را حساب می‌کنیم:

$$\frac{a}{f(b)}=\frac{a}{-۲a}=\frac{-۱}{۲}$$

۱۸- گزینه ۲

گام دو نقطهٔ برخورد با محورهای مختصات را در ضابطهٔ $y=۱+c\times۳^{a+bx}$ جای‌گذاری می‌کنیم:

◇ نقطهٔ $(۰,\frac{۲}{۳})$ روی تابع است؛ پس: $\frac{۲}{۳}=۱+c\times۳^a\Rightarrow c\times۳^a=\frac{-۱}{۳}$

◇ نقطهٔ $(۱,۰)$ روی تابع است؛ پس: $۰=۱+c\times۳^{a+b}\Rightarrow c\times۳^{a+b}=-۱$

گام طرفین دو تساوی را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{c\times 3^{a+b}}{c\times 3^{a}}=\frac{-1}{-\frac{1}{3}} \Rightarrow 3^{a+b-a}=3 \Rightarrow 3^{b}=3 \Rightarrow b=1$$

با جای‌گذاری $b=1$ در ضابطه f، داریم: $f(x)=1+c\times 3^{a+x}$

گام $x=-1$ را در ضابطه f، جای‌گذاری می‌کنیم:

$$f(-1)=1+c\times 3^{a-1}=1+\underbrace{c\times 3^{a}}_{\text{می‌شود } -\frac{1}{3}}\times 3^{-1}=1+(-\frac{1}{3})(\frac{1}{3})=1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$$

(طبق گام ۱)

تیزبازی جای c می‌نویسیم 3^k و ضابطه به شکل زیر می‌شود:

$$y=1+\underbrace{c}_{3^k}\times 3^{a+bx}=1+3^{k+a+bx}$$

جای $k+a$ می‌نویسیم a': $y=1+3^{a'+bx}$

حالا دو نقطه را در ضابطهٔ بالا قرار می‌دهیم و a' و b را پیدا می‌کنیم. ادامهٔ حل مثل گام اول است.

۱۹- گزینه ۴

استراتژی به این توجه کنید که ۱۱ داده داریم؛ پس میانه برابر با دادهٔ ششم، چارک اول برابر با دادهٔ سوم و چارک سوم برابر با دادهٔ نهم است. حالا با توجه به این‌که دادهٔ نهم برابر ۳۹ است، باید دو دادهٔ بزرگ‌تر از ۳۹ داشته باشیم که یکی از آن‌ها ۴۲ است و دیگری باید $2a+1$ باشد.

درس‌نامه ۱ برای پیداکردن میانهٔ تعدادی دادهٔ آماری، اول باید داده‌ها را مرتب کنیم. حالا اگر تعداد داده‌ها فرد بود، میانه برابر دادهٔ وسط می‌شود و اگر تعداد داده‌ها زوج بود، میانه برابر با میانگین دو دادهٔ وسط می‌شود.

۲ در تعدادی دادهٔ آماری، چارک‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

چارک اول Q_1: میانهٔ داده‌های قبل از میانه

چارک دوم Q_2: میانهٔ داده‌ها

چارک سوم Q_3: میانهٔ داده‌های بعد از میانه

گام در کل ۱۱ داده داریم، دادهٔ وسط یعنی دادهٔ ششم میانه است: دادهٔ ششم $= Q_2$

پس ۵ دادهٔ قبل و ۵ دادهٔ بعد از میانه داریم. در این ۵ داده، دادهٔ وسط، به ترتیب چارک اول و چارک سوم را به ما می‌دهد.

گام با توجه به صورت سؤال، باید $Q_1=9$ و $Q_3=39$ باشد:

$$\bigcirc,\bigcirc,9,\bigcirc,\bigcirc,Q_2,\bigcirc,\bigcirc,39,\bigcirc,\bigcirc$$

گام از ۱۱ دادهٔ اولیه، ۹ و ۳۹ را حذف می‌کنیم. این نُه داده باقی می‌ماند:

$$1,3,18,23,23,42,a,a,2a+1$$

دو دادهٔ قبل از ۹، قطعاً ۱ و ۳ و دو دادهٔ بعد از ۳۹، قطعاً ۴۲ و $2a+1$ بوده‌اند:

$$1,3,9,\bigcirc,\bigcirc,Q_2,\bigcirc,\bigcirc,39,42,2a+1$$

ممکنه جاشون برعکس باشه!

گام اگر این ۴ داده را هم حذف کنیم، مابقی داده‌ها، قطعاً بین $Q_1=9$ و $Q_3=39$ هستند: $18,23,23,a,a$

گام میانگین این ۵ داده باید ۲۶ باشد؛ پس:

$$\frac{18+23+23+a+a}{5}=26 \Rightarrow \frac{64+2a}{5}=26$$

$$\Rightarrow 64+2a=130 \Rightarrow 2a=66 \Rightarrow a=33$$

گام میانگین دو دادهٔ بعد از Q_3 یعنی $2a+1$ و ۴۲ را می‌خواهیم:

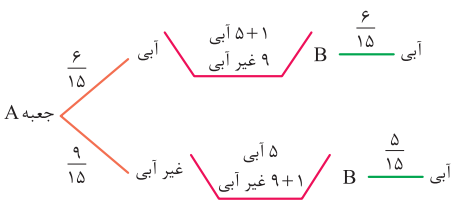
$$\frac{42+(2a+1)}{2}=\frac{42+2(33)+1}{2}=\frac{109}{2}=54/5$$

۲۰- گزینه ۱

استراتژی دو حالت در نظر بگیرید که از جعبهٔ A، مهرهٔ آبی به جعبهٔ B برود یا مهرهٔ رنگ دیگر. بعد با استفاده از نمودار درختی (و قانون احتمال کل)، سؤال را حل کنید.

گام از نمودار درختی استفاده می‌کنیم.

کلاً در جعبهٔ A، ۱۵ مهره داریم که ۶تای آن‌ها آبی و ۹تا غیرآبی است؛ پس شاخه‌های اول به شکل مقابل می‌شوند:



گام پس احتمال آبی‌بودن مهره‌ای که از جعبهٔ B درمی‌آوریم، برابر است با:

$$(\frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{5}{\cancel{15}}}\times\frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{5}{\cancel{15}}})+(\frac{\overset{1}{\cancel{9}}}{\underset{5}{\cancel{15}}}\times\frac{5}{\underset{5}{\cancel{15}}})=\frac{4}{25}+\frac{5}{25}=\frac{9}{25}=\frac{9\times 4}{25\times 4}=0/36$$

۲۱- گزینه ۲

استراتژی با توجه به ریشهٔ عبارت داخل قدرمطلق، تابع را دوضابطه‌ای می‌نویسیم و نمودارش را رسم می‌کنیم. از روی نمودار، محدوده‌ای که تابع در آن اکیداً نزولی است را پیدا می‌کنیم.

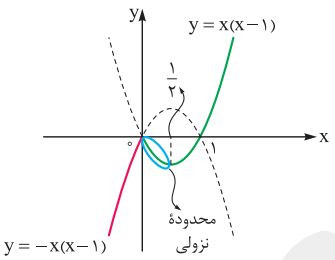
درس‌نامه برای رسم سهمی‌هایی که به فرم $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ هستند، ابتدا نقاط برخوردشان با محور طول‌ها را مشخص می‌کنیم $(x=\beta, x=\alpha)$. بعد با توجه به علامت a، سهمی را رسم می‌کنیم. ضمناً طول رأس این سهمی‌ها، میانگین α و β است.

گام ریشهٔ عبارت داخل قدرمطلق $x=0$ است. در دو محدودهٔ $x\geq 0$ و $x<0$، ضابطهٔ تابع را بدون قدرمطلق می‌نویسیم:

$$y=(x-1)|x|=\begin{cases}(x-1)x & x\geq 0\\ -(x-1)x & x<0\end{cases}$$

- ضابطهٔ اول مربوط به یک سهمی با دهانهٔ رو به بالا و ریشه‌های $x=0$ و $x=1$ است. با توجه به دامنه‌اش، بخشی از نمودار که در سمت راست محور yها ($x\geq 0$) قرار دارد را می‌خواهیم.
- ضابطهٔ دوم مربوط به یک سهمی با دهانهٔ رو به پایین و ریشه‌های $x=0$ و $x=1$ است (در واقع همان سهمی ضابطهٔ بالا است که نسبت به محور xها قرینه شده است.) با توجه به دامنه‌اش، بخشی از نمودار که در سمت چپ محور yها ($x<0$) قرار دارد را می‌خواهیم.

گام نمودار را رسم می‌کنیم:



تابع در محدودهٔ $(\underbrace{0}_{a},\underbrace{\frac{1}{2}}_{b})$ اکیداً نزولی است؛ پس:

$$a+b=0+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

مشاوره شبیه این سؤال در کنکور تجربی سال ۹۴ آمده بود. (ضابطهٔ آن تابع $y=x|x-2|$ بود.)

۲۲- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ اگر وارون تابع f، تابع g باشد، آن‌گاه وارون تابع g، تابع f است.

۲ برای به دست آوردن ضابطهٔ وارون یک تابع، ابتدا x را برحسب y می‌نویسیم، سپس جای x و y را عوض می‌کنیم. ۳ اگر نقطهٔ (a,b) روی تابع f باشد، نقطهٔ (b,a) روی f^{-1} است و برعکس.

گام مخرج‌مشترک می‌گیریم: $y=\frac{x+2-2\sqrt{x+1}}{4}$

جای عدد ۲ می‌نویسیم $1+1$: $y=\frac{x+1-2\sqrt{x+1}+1}{4}$

جای $x+1$ هم می‌نویسیم $\sqrt{x+1}^2$ تا صورت به شکل $a^2-2ab+b^2$ دیده شود:

$$y=\frac{(\sqrt{x+1})^2-2\sqrt{x+1}+1}{4}=\frac{(\sqrt{x+1}-1)^2}{4}$$

از طرفین تساوی جذر می‌گیریم: $\sqrt{y}=\frac{|\sqrt{x+1}-1|}{2}$

گام در دو حالت $x \geq 0$ (داخل قدرمطلق مثبت می‌شود.) و $-1 \leq x < 0$ (داخل قدرمطلق منفی می‌شود.)، ضابطهٔ وارون را حساب می‌کنیم:

(۱) $x \geq 0: \sqrt{y} = \frac{\sqrt{x+1}-1}{2} \Rightarrow 2\sqrt{y} = \sqrt{x+1}-1 \Rightarrow \sqrt{x+1} = 2\sqrt{y}+1$

$\xrightarrow{\text{توان ۲}} x+1 = 4y+4\sqrt{y}+1 \Rightarrow x = 4y+4\sqrt{y}$

$\xrightarrow[y \text{ و } x]{\text{عوض کردن}} y = 4x+4\sqrt{x}$

در این حالت $a = 4$ است.

(۲) $-1 \leq x < 0: \sqrt{y} = \frac{-\sqrt{x+1}+1}{2} \Rightarrow 2\sqrt{y} = -\sqrt{x+1}+1$

$\Rightarrow \sqrt{x+1} = -2\sqrt{y}+1 \xrightarrow{\text{توان ۲}} x+1 = 4y-4\sqrt{y}+1$

$\Rightarrow x = 4y-4\sqrt{y} \xrightarrow[y \text{ و } x]{\text{عوض کردن}} y = 4x-4\sqrt{x}$

در این حالت، ضابطهٔ وارون به شکل $ax+a\sqrt{x}$ نمی‌شود؛ پس همان حالت (۱) قبول است.

تیزبازی مقدار تابع وارون به ازای $x = 3$ را حساب می‌کنیم:

$y = \frac{x+2-2\sqrt{x+1}}{4} \xrightarrow{x=3} y = \frac{5-4}{4} = \frac{1}{4}$

پس نقطهٔ $(3, \frac{1}{4})$ روی f^{-1} است و باید نقطهٔ $(\frac{1}{4}, 3)$ روی f باشد. این نقطه را در $y = ax+a\sqrt{x}$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$3 = a(\frac{1}{4}) + a\sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow 3 = \frac{a}{4}+\frac{a}{2} \Rightarrow \frac{3}{4}a = 3 \Rightarrow a = 4$

۲۳- گزینه ۲

استراتژی $\sin^2 x \cos x$ را برحسب $\sin 2x$ بنویسید و سپس از آن فاکتور بگیرید.

درس‌نامه ۱ برای پیداکردن جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی از جدول زیر استفاده می‌کنیم:

$\sin A = \sin B \Rightarrow \begin{cases} A = 2k\pi + B \\ A = 2k\pi + \pi - B \end{cases}$
$\cos A = \cos B \Rightarrow A = 2k\pi \pm B$
$\tan A = \tan B \Rightarrow A = k\pi + B$

۲ جواب‌های معادله‌های مثلثاتی خاص را در زیر ببینید:

$\sin A = 0 \Rightarrow A = k\pi$
$\sin A = 1 \Rightarrow A = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$
$\sin A = -1 \Rightarrow A = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$
$\cos A = 0 \Rightarrow A = k\pi + \frac{\pi}{2}$
$\cos A = 1 \Rightarrow A = 2k\pi$
$\cos A = -1 \Rightarrow A = 2k\pi + \pi$

گام جای $\sin^2 x$ می‌نویسیم $\sin x \sin x$: $\sin 2x - 4\sin x \underbrace{\sin x \cos x}_{\frac{1}{2}\sin 2x} = 0$

گام حالا از $\sin 2x$ فاکتور می‌گیریم:

$\sin 2x - 2\sin x \sin 2x = 0 \Rightarrow \sin 2x(1-2\sin x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$

گام هر دو معادله را حل می‌کنیم و جواب‌های در بازهٔ $(-\pi, \pi)$ را پیدا می‌کنیم:

◇ $\sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \xrightarrow{k=-1,0,1} x = \frac{-\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2}$

◇ $\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \sin\frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \xrightarrow{k=0} x = \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \xrightarrow{k=0} x = \frac{5\pi}{6} \end{cases}$ ($\frac{5\pi}{6}$)

پس در کل ۵ جواب در این بازه دارد.

مشاوره همیشه در معادله‌های مثلثاتی، اولین گام، ساده‌کردن عبارت است!

۲۴- گزینه ۱

درس‌نامه در مورد دورهٔ تناوب (همان T) توابع مثلثاتی سینوس و کسینوس، قواعد زیر را بلد باشید:

الف) فاصلهٔ بین دو نقطهٔ ماکزیمم متوالی (یا دو نقطهٔ مینیمم متوالی) برابر T است.

ب) در توابع مثلثاتی به شکل $y = A\sin(Bx)+C$ یا $y = A\cos(Bx)+C$، دورهٔ تناوب برابر $T = \frac{2\pi}{|B|}$ است.

گام طبق قسمت (الف) درس‌نامه، فاصلهٔ دو نقطهٔ ماکزیمم متوالی برابر با دورهٔ تناوب است:

$T = \frac{7\pi}{4} - \frac{3\pi}{4} = \pi$

گام دورهٔ تناوب تابع $y = 1+\sin(ax)$ طبق مورد (ب) درس‌نامه برابر با $\frac{2\pi}{|a|}$ است که باید مساوی π باشد:

$\frac{2\pi}{|a|} = \pi \Rightarrow |a| = 2$

گام دورهٔ تناوب تابع $y = 3\cos(\frac{1}{a}x)$ را به کمک مورد (ب) درس‌نامه حساب می‌کنیم:

$T = \frac{2\pi}{|\text{ضریب } x|} = \frac{2\pi}{|\frac{1}{a}|} = 2\pi\underbrace{|a|}_{2} = 4\pi$

۲۵- گزینه ۴

استراتژی در $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}^+} \frac{a+3[-x]}{1-2x} = -\infty$، اول $[-x]$ را از بین ببرید و با توجه به حاصل حد، حدود a را بیابید. بعد با قراردادن یک مقدار دلخواه به جای a، حاصل حد دوم را محاسبه کنید.

درس‌نامه ۱ در سؤالات حد، هر وقت براکت یا قدرمطلق داشتیم، اولین کار این است که آن‌ها را از بین ببریم؛ یعنی به جای براکت باید مقدار آن را قرار دهیم و قدرمطلق را تعیین علامت کنیم.

۲ برای محاسبهٔ حد بی‌نهایت، از جدول زیر استفاده می‌کنیم:

$\frac{\text{عدد منفی}}{0^-} = +\infty$	$\frac{\text{عدد مثبت}}{0^-} = -\infty$	$\frac{\text{عدد منفی}}{0^+} = -\infty$	$\frac{\text{عدد مثبت}}{0^+} = +\infty$

گام اول جای عبارت براکتی باید عدد قرار دهیم.

وقتی $x \to \frac{1}{2}^+$، داریم: $[-x] = [-(\frac{1}{2})^+] = -1$

پس حدمان این‌شکلی می‌شود:

$\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}^+} \frac{a+3\overbrace{[-x]}^{-1}}{1-2x} = \lim\limits_{x \to \frac{1}{2}^+} \frac{a-3}{1-2x} = \frac{a-3}{1-1^+} = \frac{a-3}{0^-}$

گام برای آن‌که $\frac{a-3}{0^-}$، $-\infty$ شود، باید صورت مثبت باشد: $a-3 > 0 \Rightarrow a > 3$

گام برای محاسبهٔ حاصل حد $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}}[\frac{x}{a}-x]$، با توجه به گزینه‌ها (در گزینه‌ها، «به مقدار a بستگی دارد.»، نداریم!)، می‌توانیم جای a، عددی بزرگ‌تر از ۳، مثلاً $a = 4$ قرار دهیم:

$\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}}[\frac{x}{4}-x] = [\frac{1}{8}-\frac{1}{2}] = [\frac{-3}{8}] = -1$

تذکر: اگر می‌خواستیم بدون عددگذاری حل کنیم، این‌جوری می‌شد:

$\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}} = [\frac{x}{a}-x] = [\frac{1}{2a}-\frac{1}{2}]$

حالا محدودهٔ عبارت داخل براکت را پیدا می‌کنیم:

$a > 3 \xrightarrow{\times 2} 2a > 6 \xrightarrow{\text{معکوس}} 0 < \frac{1}{2a} < \frac{1}{6} \xrightarrow{-\frac{1}{2}} \frac{-1}{2} < \frac{1}{2a}-\frac{1}{2} < \frac{-1}{3}$

عبارتی که بین $\frac{-1}{2}$ و $\frac{-1}{3}$ است، براکتش -1 می‌شود.

۲۶- گزینه ۲

استراتژی ابتدا معادلهٔ خط را به صورت $y=\frac{x+۵}{۷}$ بنویسید. بعد کافی است به این توجه کنید که خط و منحنی بر هم مماس‌اند؛ پس معادلهٔ $\frac{ax-۱}{۳x+۱}=\frac{x+۵}{۷}$ باید ریشهٔ مضاعف داشته باشد.

درس‌نامه اگر خط $y=ax+b$ بر منحنی $y=f(x)$ مماس باشد، معادلهٔ $f(x)=ax+b$ دارای ریشهٔ مضاعف است.

گام معادلهٔ خط را استاندارد می‌نویسیم:

$$۷y-x=۵ \Rightarrow y=\frac{x+۵}{۷}$$

گام برای آن‌که خط $y=\frac{x+۵}{۷}$ بر منحنی $y=\frac{ax-۱}{۳x+۱}$ مماس باشد، باید معادلهٔ تقاطعشان، ریشهٔ مضاعف بدهد:

$$\frac{x+۵}{۷}=\frac{ax-۱}{۳x+۱} \Rightarrow ۳x^۲+۱۶x+۵=۷ax-۷ \Rightarrow ۳x^۲+(۱۶-۷a)x+۱۲=۰$$

گام دلتای معادلهٔ بالا باید صفر باشد:

$$\Delta=۰ \Rightarrow (۱۶-۷a)^۲-\underbrace{۴(۳)}_{۱۲}(۱۲)=۰$$

$$\Rightarrow (۱۶-۷a)^۲=۱۲^۲ \Rightarrow |۱۶-۷a|=۱۲ \Rightarrow \begin{cases} ۱۶-۷a=۱۲ \Rightarrow a=\frac{۴}{۷} \\ ۱۶-۷a=-۱۲ \Rightarrow a=۴ \end{cases}$$

گام برای آن‌که نقطهٔ تماس در ناحیهٔ اول باشد، باید ریشهٔ مضاعف معادلهٔ $\underbrace{۳}_{A}x^۲+\underbrace{(۱۶-۷a)}_{B}x+\underbrace{۱۲}_{C}=۰$، عددی مثبت باشد:

$$x_{\text{مضاعف}}>۰ \Rightarrow \frac{-B}{۲A}>۰ \Rightarrow \frac{۷a-۱۶}{۶}>۰ \Rightarrow a>\frac{۱۶}{۷}$$

پس فقط $a=۴$ قبول است.

تله اگر به این‌که خط و منحنی در ناحیهٔ اول بر هم مماس‌اند توجه نمی‌کردید، ممکن بود به اشتباه جواب $a=\frac{۴}{۷}$، یعنی ③ را انتخاب می‌کردید!

۲۷- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ مشتق برخی از انواع توابع را در جدول زیر ببینید:

فرمول مشتق	تابع
$nx^{n-۱}$	x^n
$nu'u^{n-۱}$	u^n
$f'.g+f.g'$	$f.g$

۲ آهنگ متوسط تغییر تابع f در بازهٔ $[a,b]$ برابر است با: $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

۳ آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f در نقطهٔ $x=\alpha$ برابر است با: $f'(\alpha)$

گام آهنگ متوسط تابع $f(x)=(x^۲+۱)^۳(ax+۱)$ در بازهٔ $[-۱,۰]$ را برابر با -۱۱ قرار می‌دهیم:

$$\text{آهنگ متوسط}=\frac{f(۰)-f(-۱)}{۰-(-۱)} \Rightarrow -۱۱=\frac{(۱)(۱)-(۸)(-a+۱)}{۱}$$

$$\Rightarrow -۱۱=۱+۸a-۸ \Rightarrow ۸a=-۴ \Rightarrow a=\frac{-۱}{۲}$$

گام آهنگ لحظه‌ای در نقطهٔ $x=-۲$ یعنی $\frac{-۱}{۲}$ را می‌خواهیم که برابر با $f'(۱)$ است.

گام مشتق f را حساب می‌کنیم و جای x، ۱ قرار می‌دهیم:

$$f(x)=(x^۲+۱)^۳(\frac{-۱}{۲}x+۱) \Rightarrow f'(x)=۳(x^۲+۱)^۲(۲x)(\frac{-۱}{۲}x+۱)+(x^۲+۱)^۳(\frac{-۱}{۲})$$

$$\xrightarrow{x=۱} f'(۱)=۳(۲)^۲(۲)(\frac{۱}{۲})+(۲)^۳(\frac{-۱}{۲})=۱۲-۴=۸$$

مشاوره آهنگ متوسط تغییر و آهنگ لحظه‌ای تغییر، از مباحث ساده‌ای هستند که تا به حال چندین بار در کنکورهای سراسری نظام جدید از آن‌ها سؤال مطرح شده! دقت کنید که اگر صرفاً به قواعد مشتق‌گیری مسلط باشید، به سادگی می‌توانید به این سؤالات پاسخ دهید!

۲۸- گزینه ۱

درس‌نامه برای به دست آوردن اکسترمم‌های نسبی یک تابع از روی ضابطه‌اش، به این صورت عمل می‌کنیم: **الف)** ابتدا از تابع مشتق می‌گیریم.

ب) بعد مشتق تابع را تعیین علامت می‌کنیم و جدول رفتار تابع را رسم می‌کنیم.

پ) حالا هر جا که علامت مشتق از مثبت به منفی تغییر کرد، طول نقطهٔ ماکزیمم نسبی و هر جا که علامت مشتق از منفی به مثبت تغییر کرد، طول نقطهٔ مینیمم نسبی است.

ت) برای محاسبهٔ مقدار مینیمم یا ماکزیمم نسبی، باید طول این نقاط را در ضابطهٔ تابع قرار دهیم.

گام مشتق تابع را حساب می‌کنیم:

$$y=x^۳-۱۲x+۲ \Rightarrow y'=۳x^۲-۱۲=۳(x^۲-۴)$$

گام ریشه‌های y'، دو عدد $x=۲$ و $x=-۲$ هستند. جدول تغییرات را رسم می‌کنیم:

	-۲		۲	
y'	+	۰	−	۰	+
y	↗	max	↘	min	↗

گام با توجه به جدول تغییرات، مقدار مینیمم نسبی به ازای $x=۲$ به دست می‌آید:

$$y_{min}=y(۲)=۲^۳-۱۲(۲)+۲=۸-۲۴+۲=-۱۴$$

۲۹- گزینه ۴

استراتژی کافی است مختصات رأس بالا راست مستطیل را به صورت $A(\alpha,\sqrt[۳]{۴-\alpha})$ فرض کنید.

درس‌نامه ۱ نقطهٔ شناور: هر وقت نقطهٔ متغیری روی منحنی تابع $y=f(x)$ داشتیم، می‌توانیم مختصات نقطه را به صورت $A(\alpha,f(\alpha))$ فرض کنیم. برای مثال اگر کوتاه‌ترین فاصلهٔ نقاط منحنی $y=\sqrt{۲x-۳}$ از مبدأ مختصات را بخواهیم، می‌توانیم نقاط منحنی را به صورت $A(\alpha,\sqrt{۲\alpha-۳})$ فرض کنیم.

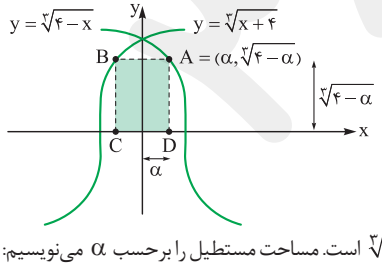
۲ برای حل سؤالات بهینه‌سازی به این صورت عمل می‌کنیم: **الف)** اگر سؤال در مورد حداکثر یا حداقل مقدار حجم، مساحت، محیط یا ... باشد، ابتدا یک شکل رسم می‌کنیم.

ب) سپس آن چیزی که می‌خواهیم حداقل یا حداکثر شود را به صورت یک تابع می‌نویسیم.

پ) اگر تابع دو متغیره بود، سعی می‌کنیم با توجه به اطلاعات مسئله، کاری کنیم تا تابع تک‌متغیره شود. **ت)** حالا یک تابع تک‌متغیره داریم که برای پیداکردن حداقل یا حداکثر مقدار آن، باید اکسترمم‌های تابع را پیدا کنیم.

گام در ضابطهٔ $y=\sqrt[۳]{x+۴}$، اگر جای x، $-x$ قرار دهیم به ضابطهٔ تابع دیگر یعنی $y=\sqrt[۳]{-x+۴}$ می‌رسیم؛ یعنی اگر روی $f(x)$ باشد، دومی $f(-x)$ است، پس نمودارهایشان نسبت به محور yها قرینه‌اند.

گام مختصات رأس A از مستطیل که روی منحنی $y=\sqrt[۳]{۴-x}$ قرار دارد را به صورت $A(\alpha,\sqrt[۳]{۴-\alpha})$ می‌گیریم:



چون مستطیل نسبت به محور yها متقارن است، پس ضلع افقی مستطیل $\alpha+\alpha=۲\alpha$ و ضلع عمودی‌اش $\sqrt[۳]{۴-\alpha}$ است. مساحت مستطیل را برحسب α می‌نویسیم:

$$S(\alpha)=۲\alpha.\sqrt[۳]{۴-\alpha}$$

گام دنبال ماکزیمم S هستیم. باید نقاط بحرانی S را پیدا کنیم:

$$S'=۰ \Rightarrow ۲\sqrt[۳]{۴-\alpha}+۲\alpha.\frac{-۱}{۳\sqrt[۳]{(۴-\alpha)^۲}}=۰ \Rightarrow \frac{۶(۴-\alpha)-۲\alpha}{۳\sqrt[۳]{(۴-\alpha)^۲}}=۰$$

$$\Rightarrow \frac{-۸\alpha+۲۴}{۳\sqrt[۳]{(۴-\alpha)^۲}}=۰ \xrightarrow{\text{بحرانی}} \begin{cases} \alpha=۳ \\ \alpha=۴ \end{cases}$$

گام مقدار S به ازای هر دو مقدار α را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} S(3) = 6\sqrt[3]{4-3} = 6 \\ S(4) = 8\sqrt[3]{0} = 0 \end{cases}$$

پس بیشترین مقدار S، برابر با ۶ است.

۳۰- گزینه ۴

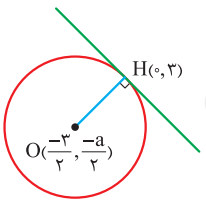
درس‌نامه ۱ مختصات مرکز دایره به معادلهٔ $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ به صورت $(\frac{-A}{2},\frac{-B}{2})$ است.

۲ خط مماس بر دایره، در نقطهٔ تماس با دایره، بر شعاع عمود است.

۳ اگر دو خط بر هم عمود باشند، شیب‌هایشان قرینه و معکوس هم است یا به بیان دیگر حاصل‌ضرب شیب‌هایشان ۱- است.

گام مختصات مرکز دایرهٔ $x^2+y^2+3x+ay=c$ به صورت $(\frac{-3}{2},\frac{-a}{2})$ است.

گام شکل مربوط به سؤال را می‌کشیم:



$$3y+2x=9 \xrightarrow{\div 3} y=\frac{-2}{3}x+3$$

گام باید OH بر خط مماس عمود باشد؛ پس شیب OH، قرینه و معکوس شیب خط مماس است:

$$m_{OH}=\frac{-1}{m_{\text{مماس}}} \Rightarrow \frac{3+\frac{a}{2}}{0+\frac{3}{2}}=\frac{-1}{\frac{-2}{3}} \Rightarrow \frac{3+\frac{a}{2}}{\frac{3}{2}}=\frac{3}{2}$$

فیزیک

۳۱- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ در حرکت با سرعت ثابت، نسبت جابه‌جایی به زمان برای هر بازهٔ زمانی دلخواه برابر سرعت متحرک است:

$$v=\frac{\Delta x_1}{\Delta t_1}=\frac{\Delta x_2}{\Delta t_2}$$

۲ معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت با سرعت ثابت به صورت $x=vt+x_0$ است.

گام ابتدا به کمک رابطهٔ $v=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ سرعت متحرک را حساب می‌کنیم:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1} \xrightarrow[t_2=10\,s,\ t_1=4\,s]{x_2=26\,m,\ x_1=8\,m} v=\frac{26-8}{10-4}=3\,m/s$$

گام معادلهٔ مکان ـ زمان این حرکت به صورت $x=3t+x_0$ است. برای پیداکردن x_0 کافی است یکی از مکان و زمان‌های داده‌شده را در این معادله قرار دهیم:

$$x_1=3t_1+x_0 \xrightarrow{x_1=8\,m,\ t_1=4\,s} 8=3\times 4+x_0 \Rightarrow x_0=-4\,m$$

پس معادلهٔ مکان ـ زمان این حرکت به صورت زیر تکمیل می‌شود:

$$x=vt+x_0 \xrightarrow{v=3\,m/s,\ x_0=-4\,m} x=3t-4$$

تیزبازی با جایگذاری مختصات (t و x) یکی از نقاط در معادله‌های داده‌شده در گزینه‌ها، خیلی سریع به جواب می‌رسید.

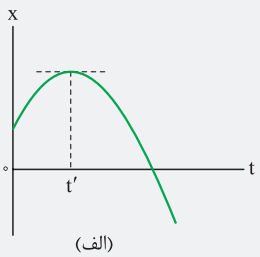
۳۲- گزینه ۴

شفاف‌سازی ۱ در لحظهٔ $t=3\,s$، متحرک تغییر جهت داده است؛ یعنی در این لحظه سرعت صفر شده و تغییر علامت می‌دهد. (لحظهٔ $t=3\,s$ محل برخورد نمودار سرعت ـ زمان با محور t است.)

۲ چهار ثانیهٔ اول یعنی بازهٔ زمانی صفر تا ۴ s و چهار ثانیهٔ دوم یعنی بازهٔ زمانی ۴ s تا ۸ s.

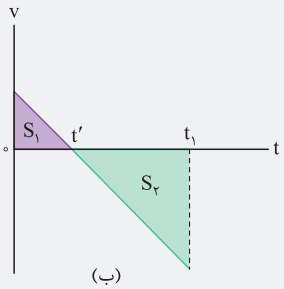
استراتژی ابتدا از روی نمودار مکان ـ زمان، نمودار سرعت ـ زمان را رسم می‌کنیم و بعد با محاسبهٔ مساحت زیر نمودار در بازهٔ زمانی خواسته‌شده به جواب تست می‌رسیم.

درس‌نامه ۱ اگر نمودار مکان ـ زمان یک متحرک مانند شکل (الف) به صورت سهمی باشد که رأس آن لحظهٔ t' است، نمودار سرعت ـ زمان آن مانند شکل (ب) یک خط راست خواهد بود. همین‌طور که می‌بینید، این نمودار در لحظهٔ t' محور t را قطع می‌کند.



(الف)

توجه داشته باشید که در نمودار (الف) گودی (تقعر) نمودار رو به پایین است؛ یعنی علامت شتاب منفی است؛ پس شیب نمودار سرعت ـ زمان هم باید منفی باشد.



(ب)

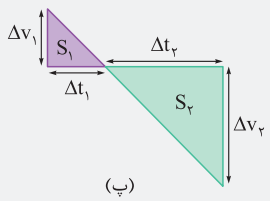
۲ می‌دانیم مساحت محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان، بیانگر مسافت طی‌شده توسط متحرک است.

مثلاً در شکل (ب)، نمودار در لحظهٔ t'، محور t را قطع کرده و متحرک در این لحظه تغییر جهت داده است؛ یعنی S_1 معادل مسافت طی‌شده قبل از تغییر جهت متحرک و S_2 معادل مسافت طی‌شده بعد از تغییر جهت است، پس مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی ۰ تا t_1 برابر $\ell_{(0,t_1)}=S_1+S_2$ می‌شود با:

۳ در مثلث‌های متشابه مانند شکل (پ)، نسبت مساحت مثلث‌ها برابر با مجذور نسبت اضلاع متناظر است.

مثلاً برای شکل روبه‌رو داریم:

$$\frac{S_2}{S_1}=(\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1})^2=(\frac{\Delta v_2}{\Delta v_1})^2$$



(پ)

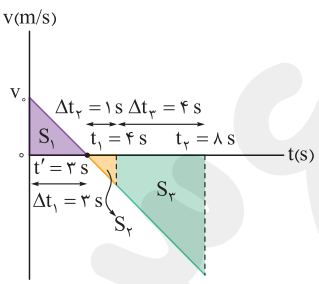
گام نمودار مکان ـ زمان داده‌شده در صورت سؤال سه ویژگی دارد:

اول این‌که شیب اولیهٔ نمودار مکان ـ زمان مثبت است، پس سرعت اولیه مثبت بوده و نمودار سرعت ـ زمان باید از بالای محور t شروع شود. $(v_0>0)$

دوم این‌که گودی یا تقعر آن رو به پایین است. پس شتاب حرکت منفی بوده و باید شیب نمودار سرعت ـ زمان منفی باشد.

سوم این‌که در لحظهٔ $t'=3\,s$ نمودار در نقطهٔ بیشینه قرار دارد و متحرک در این لحظه تغییر جهت داده است؛ پس نمودار سرعت ـ زمان در لحظهٔ $t'=3\,s$ محور t را قطع می‌کند.

با این سه ویژگی نمودار سرعت ـ زمان به صورت شکل روبه‌رو رسم می‌شود.



گام تست نسبت مسافت طی‌شده در ۴ ثانیهٔ اول به مسافت طی‌شده در ۴ ثانیهٔ دوم را می‌خواهد. پس طبق درس‌نامهٔ بالا، مسافت‌های طی‌شده در بازه‌های زمانی «صفر تا $t'=3\,s$»، «$t'=3\,s$ تا $t_1=4\,s$» و «$t_1=4\,s$ تا $t_2=8\,s$» در نمودار بالا به‌ترتیب برابر مساحت‌های S_1، S_2 و S_3 هستند و داریم:

$$\begin{cases} \ell_{(0,4s)}=S_1+S_2 : \text{مسافت طی‌شده در ۴ ثانیهٔ اول} \\ \ell_{(4s,8s)}=S_3 : \text{مسافت طی‌شده در ۴ ثانیهٔ دوم} \end{cases} \Rightarrow \frac{\ell_{(0,4s)}}{\ell_{(4s,8s)}}=\frac{S_1+S_2}{S_3} \quad \text{رابطهٔ (۱)}$$

گام براساس برابری نسبت مساحت مثلث‌ها با مجذور اضلاع متناظر آن‌ها (مورد ۳ درس‌نامه) می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{S_2}{S_1}=(\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1})^2 \xrightarrow{\Delta t_1=3s,\ \Delta t_2=4-3=1\,s} \frac{S_2}{S_1}=(\frac{1}{3})^2=\frac{1}{9} \Rightarrow S_1=9S_2$$

$$\frac{S_2+S_3}{S_2}=(\frac{\Delta t_2+\Delta t_3}{\Delta t_2})^2 \xrightarrow{\Delta t_2=4s,\ \Delta t_2=1s} \frac{S_2+S_3}{S_2}=(\frac{1+4}{1})^2=25 \Rightarrow S_3=24S_2$$

گام حالا مقدارهای به‌دست‌آمده در گام سوم را در رابطهٔ (۱) قرار می‌دهیم:

$$\frac{\ell_{(0,4s)}}{\ell_{(4s,8s)}}=\frac{9S_2+S_2}{24S_2}=\frac{10}{24}=\frac{5}{12}$$

تیزبازی با توجه به این‌که سرعت در لحظهٔ $t'=3\,s$ صفر است، از رابطهٔ جابه‌جایی زمان با سرعت اولیهٔ صفر یعنی $\Delta x=\frac{1}{2}at^2$ به جواب می‌رسیم:

در این بازه حرکت را برعکس می‌کنیم تا سرعت اولیه صفر شود.

$$\frac{|\Delta x_{(0,3s)}|+|\Delta x_{(3s,4s)}|}{|\Delta x_{(3s,8s)}|-|\Delta x_{(3s,4s)}|}=\frac{\frac{1}{2}a(3)^2+\frac{1}{2}a(1)^2}{\frac{1}{2}a(5)^2-\frac{1}{2}a(1)^2}=\frac{4/5a+0/5a}{12/5a-0/5a}=\frac{5}{12}$$

تله برای محاسبهٔ نسبت خواسته‌شده، اصلاً به مقدار شتاب نیازی نداریم و شتاب داده‌شده در سؤال دادهٔ اضافی است.

۳۳- گزینهٔ ۱

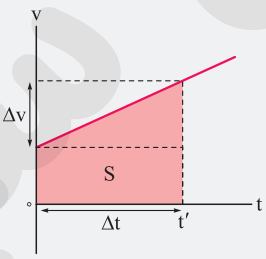
شفاف‌سازی معمای تست این‌جا است که نمی‌دانیم، خودرو در ۵ ثانیهٔ پایانی فقط با شتاب $1\,m/s^2$ متوقف شده است یا بخشی از این ۵ ثانیه را با شتاب $2\,m/s^2$ پیموده است؟ برای این‌که بفهمیم در ۵ ثانیهٔ پایانی چه خبر است، باید لحظهٔ t_1 را داشته باشیم.

استراتژی نمودار سرعت ـ زمان این حرکت را رسم می‌کنیم. سپس به کمک شتاب‌های داده‌شده، مساحت‌های زیر نمودار سرعت ـ زمان را حساب می‌کنیم و به کمک نسبت داده‌شده در تست لحظهٔ t_1 را پیدا می‌کنیم. در نهایت با داشتن t_1 می‌توانیم مسافت طی‌شده در ۵ ثانیهٔ پایانی را به دست بیاوریم.

درس‌نامه در نمودار سرعت ـ زمان:

الف) مساحت محصور بین نمودار و محور زمان در بازهٔ زمانی Δt، بیانگر مسافت طی‌شده توسط متحرک در این بازه است. مثلاً برای شکل روبه‌رو داریم: $\ell=S$

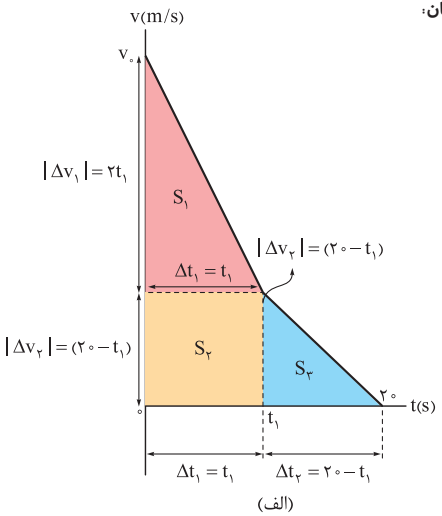
ب) شیب نمودار سرعت ـ زمان، بیانگر شتاب حرکت است. مثلاً برای شکل روبه‌رو داریم:



$$a=\text{شیب}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow \Delta v=\text{شیب}\times\Delta t$$

روش رسم نمودار سرعت ـ زمان:

گام طبق گفتهٔ تست، در t_1 ثانیهٔ اول اندازهٔ شتاب حرکت برابر $2\,m/s^2$ و پس از آن تا لحظهٔ توقف اندازهٔ شتاب $1\,m/s^2$ است؛ پس نمودار سرعت ـ زمان این حرکت به صورت شکل (الف) است. به کمک رابطهٔ شیب این نمودار می‌توانیم اندازهٔ تغییرات سرعت در هر مرحله را حساب کنیم:



(الف)

اندازهٔ تغییرات سرعت در t_1 ثانیهٔ اول: $|\Delta v_1|=|\text{شیب}(1)|\Delta t_1$

$$\xrightarrow[\Delta t_1=t_1]{|\text{شیب}(1)|=|a_1|=2\,m/s^2}|\Delta v_1|=2t_1$$

اندازهٔ تغییرات سرعت در بازهٔ t_1 تا ۲۰ ثانیه: $|\Delta v_2|=|\text{شیب}(2)|\Delta t_2$

$$\xrightarrow[\Delta t_2=20-t_1]{|\text{شیب}(2)|=|a_2|=1\,m/s^2}|\Delta v_2|=(20-t_1)$$

گام با محاسبهٔ سطح زیر نمودار سرعت ـ زمان در هر مرحله، مسافتی که متحرک در هر مرحله پیموده است را به دست می‌آوریم. فراموش نکنیم که در صورت سؤال گفته شده مسافتی که خودرو در t_1 ثانیهٔ اول پیموده، ۴ برابر مسافتی است که از لحظهٔ t_1 به بعد طی کرده است. پس با توجه به نمودار شکل (الف) داریم:

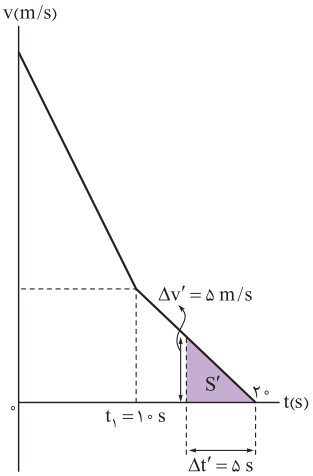
$$\frac{\text{مسافتی که خودرو در بازهٔ زمانی صفر تا } t_1 \text{ پیموده}}{\text{مسافتی که خودرو در بازهٔ زمانی } t_1 \text{ تا } 20\,s \text{ پیموده}}=4$$

$$\xrightarrow{\text{با توجه به مساحت‌های زیر نمودار}}\frac{S_1+S_2}{S_3}=4\Rightarrow\frac{\frac{t_1\times\cancel{t_1}}{\cancel{2}}+t_1(20-t_1)}{\frac{(20-t_1)(20-t_1)}{2}}=4$$

$$\Rightarrow\frac{\cancel{2}(t_1^2+20t_1-t_1^2)}{t_1^2-40t_1+400}=\cancel{4}^2\Rightarrow t_1^2-50t_1+400=0\Rightarrow t_1=10\,s,40\,s$$

(t_1 کم‌تر از ۲۰ s است، چون خودرو در لحظهٔ $t_2=20\,s$ متوقف می‌شود، پس $t_1=40\,s$ قابل قبول نیست.)

گام حالا فهمیدیم که مدت‌زمان حرکت دوم، از لحظهٔ $t_1=10\,s$ تا $t_2=20\,s$ است. پس حرکت خودرو در ۵ ثانیهٔ آخر حرکتش با اندازهٔ شتاب $1\,m/s^2$ بوده است. کافی است مساحت S' در شکل (ب) را حساب کنیم تا مسافت طی‌شده در ۵ ثانیهٔ پایانی به دست بیاید:



(ب)

$$\Delta v'=|\text{شیب}(2)|\times\Delta t'$$

$$\xrightarrow[\Delta t'=5\,s]{|\text{شیب}(2)|=1\,m/s^2}\Delta v'=1\times5=5\,m/s$$

$$S'=\frac{\Delta v'\times\Delta t'}{2}=\frac{5\times5}{2}=12/5\,m$$

روش **استفاده از فرمول:** اول نکتهٔ زیر را بخوانید.

نکته در حرکت راست‌خط شتاب ثابت:

- اگر متحرک تغییر جهت نداده باشد، مسافت طی‌شده توسط متحرک در t ثانیهٔ اول از رابطهٔ جابه‌جایی ـ زمان محاسبه می‌شود: $|\Delta x|=|\frac{1}{2}at^2+v_0t|$:مسافت در t ثانیهٔ اول
- اگر سرعت نهایی متحرک صفر باشد، برای محاسبهٔ مسافت در t ثانیهٔ آخر می‌توانیم با یک ترفند حرفه‌ای، حرکتمان را برعکس کنیم و به کمک رابطهٔ جابه‌جایی ـ زمان، مسافت مورد نظرمان را حساب کنیم: $|\Delta x|=|\frac{1}{2}(-a)t^2|$:مسافت در t ثانیهٔ آخر

علامت منفی شتاب در رابطهٔ بالا به خاطر برعکس‌کردن حرکت است.

گام می‌دانیم خودرو در مدت صفر تا t_1 با شتابی به بزرگی $2\,m/s^2$ و در مدت t_1 تا ۲۰ s با شتابی به بزرگی $1\,m/s^2$ به صورت کندشونده حرکت کرده تا متوقف شود. برای راحت‌ترشدن مراحل حل از ترفندی که در نکتهٔ بالا گفتیم، کمک می‌گیریم و حرکتمان را برعکس می‌کنیم؛ یعنی از لحظهٔ $t_2=20\,s$ شروع می‌کنیم و به عقب برمی‌گردیم:

مسافت طی‌شده در حرکت دوم در بازهٔ زمانی t_1 تا ۲۰ s: $|\Delta x_2|=\frac{1}{2}|a_2|\Delta t_2^2$

$$\xrightarrow[\Delta t_2=(20-t_1)]{|a_2|=1\,m/s^2}|\Delta x_2|=\frac{1}{2}\times1\times(20-t_1)^2=\frac{1}{2}(t_1^2-40t_1+400)$$

سرعت خودرو در لحظهٔ t_1: $v_2=|a_2|\Delta t_2=1\times(20-t_1)=20-t_1$

در حرکت برعکس، v_2 سرعت اولیه به حساب می‌آید:

مسافت طی‌شده در حرکت اول در بازهٔ زمانی صفر تا t_1: $|\Delta x_1|=\frac{1}{2}|a_1|\Delta t_1^2+v_2\Delta t_1$

$$\xrightarrow[\Delta t_1=t_1]{|a_1|=2\,m/s^2}|\Delta x_1|=\frac{1}{2}\times2\times t_1^2+(20-t_1)t_1=t_1^2+20t_1-t_1^2=20t_1$$

گام طبق گفتهٔ تست، نسبت $\frac{|\Delta x_1|}{|\Delta x_2|}$ برابر ۴ است؛ پس داریم:

$$\frac{|\Delta x_1|}{|\Delta x_2|}=4\Rightarrow\frac{20t_1}{\frac{1}{2}(t_1^2-40t_1+400)}=4\Rightarrow t_1^2-50t_1+400=0\Rightarrow t_1=10\,s,40\,s$$

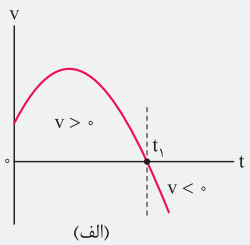
همین‌طور که در روش قبلی گفتیم، $t_1=40\,s$ قابل قبول نیست.

گام تمام ۵ ثانیهٔ پایانی در حرکت دوم (با بزرگی شتاب $1\,m/s^2$) قرار دارد و با همان ترفند برعکس‌کردن حرکت داریم:

$$\Delta x_{(15s,20s)} = \frac{1}{2}|a_2|\Delta t'^2 \xrightarrow[\Delta t'=5\,s]{|a_2|=1\,m/s^2} \Delta x_{(15s,20s)} = \frac{1}{2}\times 1\times(5)^2 = 12/5\,m$$

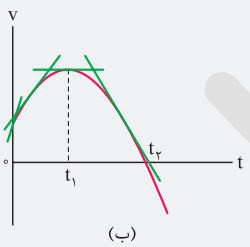
۳۴- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ در یک نمودار سرعت ـ زمان مانند شکل (الف) در مدتی که نمودار بالای محور t است، علامت سرعت مثبت و در مدتی که نمودار پایین محور t است، علامت سرعت منفی است. در نمودار روبه‌رو در مدت صفر تا t_1، $v>0$ و پس از آن $v<0$ است.



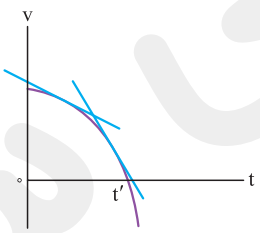
(الف)

۲ در بازه‌های زمانی که نمودار سرعت ـ زمان صعودی است (مثلاً در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 در نمودار شکل (ب))، جهت شتاب در جهت محور x و در بازه‌های زمانی که نمودار سرعت ـ زمان نزولی است (مثلاً از لحظهٔ t_1 به بعد در نمودار شکل (ب))، جهت شتاب در خلاف جهت محور x است.



(ب)

به نمودار روبه‌رو نگاه کنید:



اول این‌که: در بازهٔ صفر تا t' نمودار سرعت ـ زمان، بالای محور t است؛ پس در تمام بازهٔ صفر تا t'، $v>0$ است.

دوم این‌که: در تمام لحظه‌های نمودار روبه‌رو، شیب خط مماس بر نمودار منفی و نمودار سرعت ـ زمان نزولی است؛ پس در تمام مدت‌زمان صفر تا t'، شتاب در خلاف جهت محور x و منفی است.

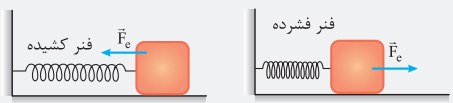
مشاوره در همه کنکورها تست خیلی آسون هم هست، حتی شاید در مبحث سخت حرکت‌شناسی. پس همهٔ تست‌های کنکور را بررسی کنید، شاید زیر یک مبحث سخت و خشن گنجی پنهان باشد.

۳۵- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ قانون هوک: اگر فنری نسبت به حالت عادی خود، به اندازهٔ x کشیده یا فشرده شود، فنر به جسم متصل به خود، نیروی کشسانی وارد می‌کند که اندازهٔ آن از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

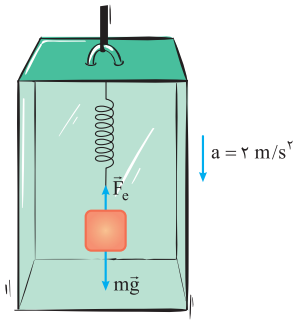
$$F_e = k\,x$$
(k: ثابت فنر)

۲ فنر کشیده، جسم متصل به خود را می‌کشد و فنر فشرده، جسم متصل به خود را هل می‌دهد. شکل‌های زیر را ببینید. در این شکل‌ها، $\vec{F}_e$ نیرویی است که فنر به جسم وارد می‌کند.



(الف) (ب)

براساس شکل روبه‌رو، طول فنر را وقتی که آسانسور با شتاب رو به پایین در حال حرکت است، با نوشتن قانون دوم نیوتون در راستای قائم محاسبه می‌کنیم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_e = ma$$
$$\Rightarrow mg - kx = ma$$
$$\Rightarrow mg - k(L - L_0) = ma$$
$$\Rightarrow 2\times 10 - 400(L - 0/3) = 2\times 2$$
$$\Rightarrow 400(L - 0/3) = 16 \Rightarrow L - 0/3 = 0/04$$
$$\Rightarrow L = 0/3 + 0/04 = 0/34\,m \Rightarrow L = 34\,cm$$

۳۶- گزینه ۲

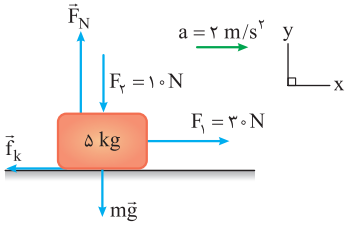
درس‌نامه ۱ وقتی جسم در حال حرکت است (می‌لغزد)، نیروی اصطکاک وارد بر آن جنبشی است و اندازهٔ آن از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

$$f_k = F_N\,\mu_k$$
(μ_k: ضریب اصطکاک جنبشی، F_N: اندازهٔ نیروی عمودی سطح)

۲ قانون دوم نیوتون:

$$F_{net} = ma$$

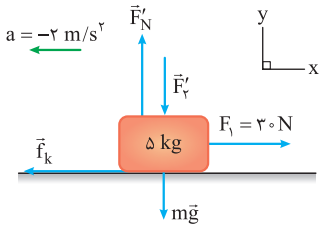
گام براساس شکل (الف) در حالت اول، به کمک قانون دوم نیوتون در راستای قائم و افقی، F_N و f_k را به دست می‌آوریم:



(الف)

$$F_{net(y)} = 0 \Rightarrow F_N = F_2 + mg$$
$$= 10 + (5\times 10) = 60\,N$$
$$F_{net(x)} = ma \Rightarrow F_1 - f_k = ma$$
$$\Rightarrow 30 - f_k = 5\times 2 \Rightarrow f_k = 20\,N$$

گام مطابق شکل (ب)، برای حالت دوم نیز داریم:



(ب)

$$F'_{net(y)} = 0 \Rightarrow F'_N = F'_2 + mg$$
$$= F'_2 + 50\,(N)$$
$$F'_{net(x)} = ma' \Rightarrow F_1 - f'_k = ma'$$
$$\Rightarrow 30 - f'_k = 5\times(-2)$$
$$\Rightarrow f'_k = 40\,N$$

گام طبق رابطهٔ $f_k = \mu_k F_N$، f_k متناسب با F_N است؛ بنابراین:

$$\frac{f'_k}{f_k} = \frac{F'_N}{F_N} \Rightarrow \frac{40}{20} = \frac{F'_2 + 50}{60} \Rightarrow F'_2 + 50 = 120 \Rightarrow F'_2 = 70\,N$$

بزرگی نیروی F_2 از ۱۰ N به ۷۰ N رسیده است، پس ۶۰ N افزایش یافته است.

۳۷- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ تکانه: حاصل‌ضرب جرم جسم در سرعت جسم:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

۲ اگر در بازهٔ زمانی Δt، تغییر تکانهٔ جسم برابر Δp باشد، نیروی (خالص) متوسط وارد بر جسم در این بازهٔ زمانی برابر است با:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

گام تغییر سرعت خودرو در مدت برخورد که همان تغییر سرعت سرنشین در این مدت است را به دست می‌آوریم:

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = -(36\,km/h)\vec{i} - (144\,km/h)\vec{i} = -(180\,km/h)\vec{i}$$
$$\Rightarrow |\Delta v| = 180\,km/h \times \frac{10}{36} = 50\,m/s$$

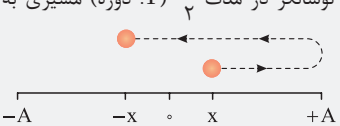
گام بزرگی نیروی خالص متوسط وارد بر سرنشین خودرو برابر است با:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m\Delta v}{\Delta t} = \frac{60\times 50}{0/5} = 6\times 10^3\,N$$

تله در محاسبهٔ تست‌های تکانه، سرعت باید با جهت (علامت) در نظر گرفته شود. در این تست اگر به علامت منفی $\vec{v}_2$ توجه نکنید، Δv را $30\,m/s$ و F_{av} را $3/6\times 10^3\,N$ به دست می‌آورید و ۴ را به اشتباه انتخاب می‌کنید. در ضمن F_{av} هر چیزی را که می‌خواهید، باید جرم همان چیز را در رابطه قرار دهید. ۱ و ۲ تلهٔ طراح راجع به همین اشتباه است.

۳۸- گزینه ۲

درس‌نامه در حرکت هماهنگ ساده، نوسانگر در مدت $\frac{T}{2}$ (T: دوره) مسیری به شکل مقابل را طی می‌کند.



در این مسیر:

اولاً: مکان نوسانگر قرینه می‌شود، یعنی از مکان x به مکان $-x$ می‌رسد.

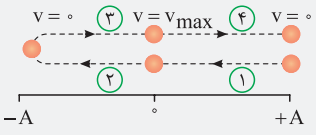
ثانیاً: نوسانگر مسافتی برابر با $2A$ طی می‌کند (A: دامنهٔ نوسان).

در لحظهٔ t_1 مکان نوسانگر $x_1 = -2\,cm$ است. پس از این لحظه، برای این‌که مکان نوسانگر برای اولین بار $x_2 = 2\,cm$ یعنی قرینه شود، باید $\frac{T}{2}$ بگذرد.

بازهٔ زمانی مورد علاقهٔ طراحان کنکور که این دفعه زحمت انجام محاسبات رو هم به داوطلبان ندادن، پی از این بوتر!

۳۹- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ توصیف نوع حرکت نوسانگر در یک نوسان کامل:

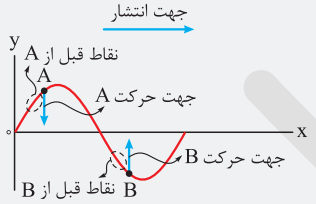


۱ و ۳: نوسانگر در حال **نزدیک‌شدن به مبدأ (مرکز نوسان)** ⟸ **حرکت تندشونده**

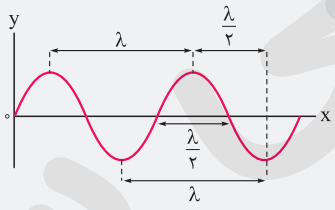
۲ و ۴: نوسانگر در حال **دورشدن از مبدأ (مرکز نوسان)** ⟸ **حرکت کندشونده**

۲ در یک موج عرضی، برای تعیین جهت حرکت هر یک از ذرات محیط در هر لحظه، از قاعدهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

با توجه به جهت انتشار، هر ذره (نقطه) قرار است شبیه ذرات (نقاط) قبل از خود شود.



۳ شکل مقابل را دربارهٔ رابطهٔ فاصلهٔ نقاط با طول موج، به خاطر بسپارید:

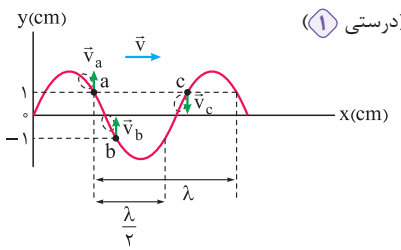


پیش از هر چیز، جهت حرکت ذرات a، b و c را مشخص می‌کنیم. موج در جهت محور x حرکت می‌کند، پس این سه ذره قرار است شبیه ذرات قبل از خود بشوند؛ یعنی ذراتی که در مجاورت سمت چپشان هستند.

همان‌طور که از شکل مشخص است، ذرهٔ a در حال دورشدن از مرکز نوسان است، پس حرکتش کندشونده است. ذره‌های b و c هم در حال نزدیک‌شدن به مرکز نوسان‌اند. پس نوع حرکتشان تندشونده است. (نادرستی ۲)

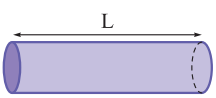
از روی نمودار مشخص است که ذره‌های a و b در فاصلهٔ یکسانی از نقطهٔ تعادل قرار دارند؛ پس تندی این ذرات با هم برابر است. (درستی ۱)

دوباره نگاهی به شکل بیندازید. همان‌طور که مشخص کردیم، فاصلهٔ a و b کم‌تر از نصف طول موج و فاصلهٔ a و c هم کم‌تر از طول موج است. (نادرستی ۳ و ۴)



۴۰- گزینه ۳

زمان حرکت صوت در هوا و در دیوارهٔ لوله را به دست می‌آوریم:



$$L = vt \Rightarrow \begin{cases} L = v_{فلز} t_1 = v_1 t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{L}{v_1} \\ L = v_{هوا} t_2 = v_2 t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{L}{v_2} \end{cases}$$

تندی صوت در دیوارهٔ لوله بیشتر از تندی صوت در هوای داخل لوله است، پس زمان حرکت صوت در هوا بیشتر از زمان حرکت آن در دیوارهٔ لوله است $(t_2 > t_1)$؛ بنابراین بازهٔ زمانی بین این دو صدا در گوش شنونده به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{L}{v_2} - \frac{L}{v_1} = \frac{Lv_1 - Lv_2}{v_1 v_2} = \frac{(v_1 - v_2)L}{v_1 v_2}$$

۴۱- گزینه ۲

درس‌نامه کتاب درسی دربارهٔ کاربردهای بازتاب امواج به موارد زیر اشاره کرده است:

- **میکروفون سهموی**: دستگاهی برای ثبت صداهای ضعیف
- **لیتوتریپسی**: دستگاهی برای شکستن سنگ‌های کلیه، به کمک بازتابنده‌های بیضوی
- برخی جانوران مثل خفاش و دلفین به کمک مکان‌یابی پژواکی، مکان اجسام و به کمک اثر دوپلر، تندی اجسام متحرک اطراف خود را مشخص می‌کنند. این دو جانور از امواج مکانیکی (فراصوت) برای این کار استفاده می‌کنند.
- **دستگاه سونار**: وسیله‌ای که از طریق مکان‌یابی پژواکی (بازتاب امواج مکانیکی)، مکان اجسام زیر آب را تعیین می‌کند.
- **سونوگرافی**: در سونوگرافی هم از مکان‌یابی پژواکی (بازتاب امواج مکانیکی) استفاده می‌شود.
- برای تعیین تندی شارش خون از مکان‌یابی پژواکی به کمک بازتاب امواج مکانیکی (فراصوت) به همراه اثر دوپلر استفاده می‌شود.
- **آنتن‌های بشقابی**: بازتاب و همگراکردن امواج رادیویی
- **اجاق خورشیدی**: گرم‌کردن آب و مواد غذایی از طریق بازتاب امواج فروسرخ
- **رادار دوپلری**: سامانه‌ای که برای تعیین مکان و تندی خودرو از طریق مکان‌یابی پژواکی (بازتاب امواج الکترومغناطیسی) به همراه اثر دوپلر استفاده می‌شود.

گزینه‌های نادرست را بررسی می‌کنیم: ۱ با یک نکته، دلیل نادرستی این گزینه را به شما می‌گوییم.

نکته قانون بازتاب عمومی برای هر نوع موجی (الکترومغناطیسی یا مکانیکی)، با هر نوع جبههٔ موجی (تخت، دایره‌ای، کروی و ...) و برای هر وضعیت مانعی (سطوح تخت، سطوح کروی، سطوح نامنظم و ...) برقرار است.

۳ و ۴ در هر دو گزینه امواجی که به کار برده می‌شود، فراصوت است، نه فروسرخ!

مشاوره ۲، ۳ و ۴، مربوط به بخش بسیار کوچکی از متن کتاب درسی هستند که در سال‌های اخیر چند بار در کنکور مطرح شده‌اند. توصیه می‌کنیم همهٔ این موارد را که ما در درس‌نامهٔ بالا به صورت دسته‌بندی‌شده آوردیم، یاد بگیرید.

۴۲- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ رابطهٔ بین طول موج و بسامد فوتون:

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (c = 3\times10^8\ m/s : \text{تندی نور در خلأ})$$

۲ رابطهٔ ضریب شکست یک محیط:

$$n = \frac{c}{v} \xrightarrow{f: \text{ثابت}} n = \frac{\lambda_{خلأ}}{\lambda_{محیط}}$$

(v: تندی نور در محیط)

گام طول موج نور در خلأ را به دست می‌آوریم:

$$\lambda_{خلأ} = \frac{c}{f} = \frac{3\times10^8}{5\times10^{14}} = 0/6\times10^{-6}\ m \Rightarrow \lambda_{خلأ} = 0/6\ \mu m$$

گام چون بسامد نور ثابت است، ضریب شکست مایع به صورت زیر به دست می‌آید:

$$n = \frac{\lambda_{خلأ}}{\lambda_{محیط}} = \frac{0/6}{\frac{9}{20}} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

۴۳- گزینه ۳

در دمای اتاق الکترون اغلب در حالت پایه قرار دارد، نه برانگیخته!

به بهانهٔ ۴ بیایید دو نکته را با هم مرور کنیم.

نکته ۱ با افزایش n، فاصلهٔ بین مدارهای متوالی افزایش می‌یابد؛ یعنی مدارهای حالت برانگیخته از هم دور و دورتر می‌شوند.

۲ با افزایش n، فاصلهٔ بین تراز انرژی مدارهای متوالی کاهش می‌یابد؛ یعنی انرژی‌های حالت برانگیخته به هم نزدیک و نزدیک‌تر می‌شوند.

مشاوره تا این‌جا، این تست و تست ۵۶، دو تست از متن کتاب درسی بوده‌اند. همین موضوع کافی است تا متوجه اهمیت زیاد متن کتاب درسی در کنکور بشوید.

۴۴- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ در اتم هیدروژن، وقتی که الکترون از یک حالت مانا با انرژی بیشتر (E_U) به یک حالت مانا با انرژی کم‌تر (E_L) می‌رود، یک فوتون گسیل می‌شود. انرژی این فوتون برابر با اختلاف انرژی بین دو مدار اولیه و نهایی است: $E = E_U - E_L$

۲ ترازهای انرژی الکترون در اتم هیدروژن در مدل اتمی بور:

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2} \quad (E_R : \text{یک ریدبرگ} = ۱۳/۶ \text{ eV})$$

E_n: انرژی الکترون در مدار nام، n: شمارهٔ مدار

الکترون ولت (eV): یکای متداول انرژی در فیزیک اتمی و هسته‌ای است. تبدیل eV به J و برعکس به صورت روبه‌رو انجام می‌شود:

eV $\xrightarrow{\times(۱/۶\times۱۰^{-۱۹})}$ J $\xrightarrow{\div(۱/۶\times۱۰^{-۱۹})}$ eV

گام ابتدا نکتهٔ زیر را بخوانید.

نکته با افزایش **n**، اختلاف انرژی بین دو مدار متوالی، **کاهش** می‌یابد؛ یعنی:

$$E_۳ - E_۲ < E_۲ - E_۱$$

فقط گذارهای $\Delta n = ۱$ مجاز است. با توجه به نکتهٔ بالا، کم‌انرژی‌ترین فوتون (بلندترین طول موج) مربوط به‌گذار الکترون از مدار ۵ به ۴ و پرانرژی‌ترین فوتون (کم‌ترین طول موج) مربوط به گذار الکترون از تراز ۲ به ۱ است.

هر کدام از این انرژی‌ها را به دست می‌آوریم:

$$E_{۵\to۴} = E_۵ - E_۴ \xrightarrow[E_R = ۱۳/۶ \text{ eV}]{E = -\frac{E_R}{n^2}} E_{۵\to۴} = -\frac{۱۳/۶}{۵^2} - (-\frac{۱۳/۶}{۴^2})$$

$$= ۱۳/۶(\frac{۱}{۱۶} - \frac{۱}{۲۵}) = ۱۳/۶(\frac{۲۵-۱۶}{۱۶\times۲۵}) = \frac{۱۳/۶\times۹}{۱۶\times۲۵} \text{ eV}$$

$$E_{۲\to۱} = E_۲ - E_۱ \xrightarrow[E_R = ۱۳/۶ \text{ eV}]{E = -\frac{E_R}{n^2}} E_{۲\to۱} = -\frac{۱۳/۶}{۲^2} - (-\frac{۱۳/۶}{۱^2})$$

$$= ۱۳/۶(۱ - \frac{۱}{۴}) = \frac{۱۳/۶\times۳}{۴} \text{ eV}$$

گام ابتدا اختلاف انرژی را برحسب eV و سپس برحسب ژول به دست می‌آوریم:

$$\Delta E = E_{۲\to۱} - E_{۵\to۴} = \frac{۱۳/۶\times۳}{۴} - \frac{۱۳/۶\times۹}{۱۶\times۲۵} = \frac{۱۳/۶\times۳}{۴}(۱ - \frac{۳}{۱۰۰})$$

$$= \frac{۱۳/۶\times۳}{۴} \times \frac{۹۷}{۱۰۰}$$

$$\Delta E = \frac{۱۳/۶\times۳\times۹۷}{۴\times۱۰۰} \times ۱/۶\times۱۰^{-۱۹} \text{ J} = ۱۳/۶\times۳\times۹۷\times۰/۴\times۱۰^{-۲۱} \text{ J}$$

$$\simeq ۱/۵۸\times۱۰^{-۱۸} \text{ J}$$

۴۵- گزینه ۳

درس‌نامه **معادلهٔ ریدبرگ:** طول موج خط‌های طیف گسیلی اتم هیدروژن در هر رشته، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^2} - \frac{۱}{n^2}) \quad (n > n', \ R \simeq ۰/۰۱ (\text{nm})^{-۱} : \text{ثابت ریدبرگ})$$

n': شمارهٔ رشته

- در این رابطه، طول موج (λ) برحسب نانومتر (nm) است.
- شماره و نام رشته‌ها به صورت جدول زیر است:

شمارهٔ رشته (n')	۱	۲	۳	۴	۵
نام رشته	لیمان	بالمر	پاشن	براکت	پفوند

نکته در اتم هیدروژن، شمارهٔ خط طیفی در رشتهٔ n' از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$n' = n - n'$ شمارهٔ خط طیفی در رشتهٔ n'

برای مثال در رشتهٔ لیمان $(n' = ۱)$ به ازای $n = ۵$، چهارمین خط طیفی به دست می‌آید.

چهارمین خط رشتهٔ n' مربوط به تراز $n = n' + ۴$ است. به کمک معادلهٔ ریدبرگ داریم:

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^2} - \frac{۱}{n^2}) \Rightarrow \frac{۱}{۱۱۰۲/۵} = \frac{۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{n'^2} - \frac{۱}{(n'+۴)^2})$$

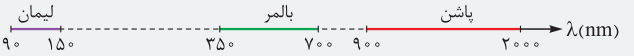
$$\Rightarrow \frac{۱}{n'^2} - \frac{۱}{(n'+۴)^2} = \frac{۱}{۱۱/۰۲۵}$$

بهترین و سریع‌ترین روش برای حل این معادله، جای‌گذاری گزینه‌ها است.

۳: $n' = ۳ \Rightarrow \frac{۱}{۳^2} - \frac{۱}{۷^2} = \frac{۴۹-۹}{۹\times۴۹} = \frac{۴۰}{۹\times۴۹} = \frac{۱۰}{۹\times۱۲/۲۵}$

$$= \frac{۱۰}{۱۱۰/۲۵} = \frac{۱}{۱۱/۰۲۵} \checkmark$$

تیزبازی *اگه تا مدی گسترهٔ طول موجی سه رشتهٔ اول رو بدونید، کارتون زودتر درمیاد.* گسترهٔ رشتهٔ پاشن در حدود ۹۰۰ nm تا ۲۰۰۰ nm است. پس طول موج ۱۱۰۲/۵ nm مربوط به رشتهٔ پاشن $(n' = ۳)$ است. گسترهٔ تقریبی سه رشتهٔ اول به صورت زیر است:



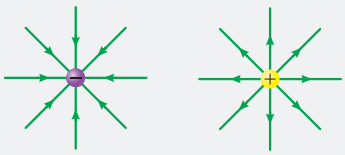
برای طول موج‌های بالای ۱۴۰۰ nm و طول موج‌های مرزی که تشخیص این‌که متعلق به چه رشته‌ای هستند سخت است، حتماً با محاسبات به جواب برسید.

۴۶- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ اندازهٔ میدان الکتریکی در فاصلهٔ r از بار نقطه‌ای q از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$E = k\frac{|q|}{r^2} \quad (\text{ثابت کولن}: k = ۹\times۱۰^۹ \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$$

۲ مطابق شکل‌های روبه‌رو، خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج و به بار منفی داخل می‌شوند.



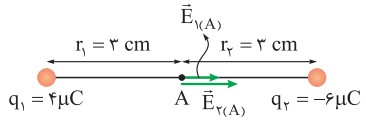
گام در حالت اول مطابق شکل (الف)، بزرگی میدان الکتریکی خالص در وسط خط واصل دو ذره را به دست می‌آوریم:

$$E_{۱(A)} = k\frac{|q_۱|}{r_۱^2} = k\frac{۴}{۳^2} = \frac{۴}{۹}k \qquad E_{۲(A)} = k\frac{|q_۲|}{r_۲^2} = k\frac{۶}{۳^2} = \frac{۶}{۹}k$$

$\vec{E}_{۱(A)}$ و $\vec{E}_{۲(A)}$ هم‌جهت‌اند:

$$E_{T(A)} = E_{۱(A)} + E_{۲(A)}$$

$$= \frac{۴}{۹}k + \frac{۶}{۹}k = \frac{۱۰}{۹}k$$



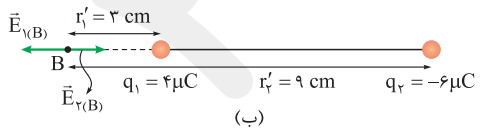
(الف)

گام برای حالت دوم، مطابق شکل (ب) داریم:

$$E_{۱(B)} = k\frac{|q_۱|}{r_۱'^2} = k\frac{۴}{۳^2} = \frac{۴}{۹}k \qquad E_{۲(B)} = k\frac{|q_۲|}{r_۲'^2} = k\frac{۶}{۹^2} = \frac{۲}{۲۷}k$$

$\vec{E}_{۱(B)}$ و $\vec{E}_{۲(B)}$ در خلاف جهت یکدیگرند:

$$E_{T(B)} = E_{۱(B)} - E_{۲(B)} = \frac{۴}{۹}k - \frac{۲}{۲۷}k = \frac{(۱۲-۲)k}{۲۷} = \frac{۱۰}{۲۷}k$$



(ب)

گام نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{E_{T(A)}}{E_{T(B)}} = \frac{\frac{۱۰}{۹}k}{\frac{۱۰}{۲۷}k} = \frac{۲۷}{۹} = ۳$$

۴۷- گزینه ؟

درس‌نامه **قانون کولن:** دو بار نقطه‌ای $q_۱$ و $q_۲$ که در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند، به هم نیروی الکتریکی وارد می‌کنند که اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

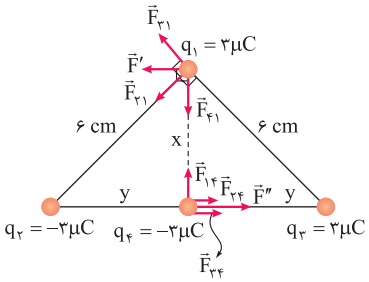
$$F = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^2} \quad (\text{ثابت کولن}: k = ۹\times۱۰^۹ \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$$

گام ابتدا مطابق شکل زیر، فاصله‌هایی که برای حل تست به آن‌ها نیاز داریم را به دست می‌آوریم.

$$(۲y)^۲=۶^۲+۶^۲\Rightarrow ۴y^۲=۲\times۶^۲\Rightarrow y^۲=\frac{۲\times۲^۲\times۳^۲}{۲^۲}=۲\times۳^۲\Rightarrow y=۳\sqrt{۲}\ cm$$

$$۶^۲=x^۲+(۳\sqrt{۲})^۲\ \Rightarrow\ x^۲=۳۶-۱۸=۱۸\ \Rightarrow\ x=۳\sqrt{۲}\ cm$$

گام مطابق شکل مقابل، نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۱$ را رسم کرده و برایند آن‌ها را به دست می‌آوریم. چون خواستهٔ تست نسبتی است، $F_{۲۱}$ را برابر F در نظر می‌گیریم و بقیهٔ نیروها را برحسب آن به دست می‌آوریم.



$$F_{۲۱}=F$$

$$\begin{cases}|q_۳|=|q_۲|\\ r_{۳۱}=r_{۲۱}\end{cases}\Rightarrow F_{۳۱}=F_{۲۱}=F$$

$$\begin{cases}|q_۴|=|q_۲|\\ \frac{r_{۴۱}}{r_{۲۱}}=\frac{x}{۶}=\frac{۳\sqrt{۲}}{۶}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\end{cases}\Rightarrow \frac{F_{۴۱}}{F_{۲۱}}=(\frac{r_{۲۱}}{r_{۴۱}})^۲=(\frac{۲}{\sqrt{۲}})^۲=۲\Rightarrow F_{۴۱}=۲F_{۲۱}=۲F$$

$\vec{F}_{۳۱}$ و $\vec{F}_{۲۱}$ بر هم عمودند: $F'=\sqrt{F_{۲۱}^۲+F_{۳۱}^۲}=\sqrt{F^۲+F^۲}=\sqrt{۲}F$

$\vec{F}'$ و $\vec{F}_{۴۱}$ بر هم عمودند:

$$F_{T(۱)}=\sqrt{F'^۲+F_{۴۱}^۲}=\sqrt{(\sqrt{۲}F)^۲+(۲F)^۲}=\sqrt{۲F^۲+۴F^۲}=\sqrt{۶}F$$

گام گام قبلی را برای بار $q_۴$ انجام می‌دهیم. $F_{۱۴}=F_{۴۱}\Rightarrow F_{۱۴}=۲F$

بارهای $q_۲$ و $q_۳$ با بار $q_۱$ هم‌اندازه‌اند و فاصله‌شان تا بار $q_۳$ با فاصلهٔ بار $q_۱$ تا $q_۴$ برابر است، پس: $F_{۲۴}=F_{۳۴}=F_{۱۴}\Rightarrow F_{۲۴}=F_{۳۴}=۲F$

$\vec{F}_{۲۴}$ و $\vec{F}_{۳۴}$ هم‌جهت‌اند: $F''=F_{۲۴}+F_{۳۴}=۲F+۲F=۴F$

$\vec{F}''$ و $\vec{F}_{۱۴}$ بر هم عمودند: $F_{T(۴)}=\sqrt{F''^۲+F_{۱۴}^۲}=\sqrt{(۴F)^۲+(۲F)^۲}=\sqrt{۲۰}F$

گام نسبت خواسته‌شده برابر است با: $\frac{F_{T(۱)}}{F_{T(۴)}}=\frac{\sqrt{۶}F}{\sqrt{۲۰}F}=\sqrt{\frac{۶}{۲۰}}=\sqrt{\frac{۳}{۱۰}}=\frac{\sqrt{۳۰}}{۱۰}$

متأسفانه جواب در بین گزینه‌ها نیست. احتمالاً بی‌دقتی باعث شده به جای جواب درست، $\frac{\sqrt{۳}}{۱۰}$ یعنی ۲ در بین گزینه‌ها وجود داشته باشد.

مشاوره در چند سال اخیر، این اتفاق که جواب در بین گزینه‌ها نباشد، یک‌بار دیگر در کنکور سال ۱۳۹۹ نیز رخ داده بود. اگر به جوابتان ۱۰۰٪ اطمینان دارید، محتمل‌ترین گزینه را انتخاب کنید. با توجه به رویکرد سازمان سنجش در مورد چنین تست‌هایی، مثلاً اگر در این تست ۲ را بنزید، تأثیر مثبت شامل شما می‌شود و اگر گزینهٔ دیگری را بزنید نمرهٔ منفی به شما تعلق نمی‌گیرد. اگر هم به جوابتان ۱۰۰٪ اطمینان ندارید از این گونه تست‌ها بگذرید و وقتتان را تلف نکنید.

۴۸- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ ظرفیت خازن تختی که با دی‌الکتریکی با ثابت κ کاملاً پر شده است، از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید: $C=\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}$ ← مساحت هر یک از صفحه‌های خازن / ← فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن

($\varepsilon_۰=۸/۸۵\times۱۰^{-۱۲}\ F/m$:ضریب گذردهی الکتریکی خلأ)

۲ انرژی ذخیره‌شده در خازنی به ظرفیت C که بار الکتریکی آن Q است، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید: $U=\frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C}$

گام ظرفیت خازن در حالت دوم را به دست می‌آوریم: $d_۲=d_۱+\frac{۵۰}{۱۰۰}d_۱=\frac{۳}{۲}d_۱$

$$C=\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}\xrightarrow{\kappa,\varepsilon_۰,A:\text{ثابت}}C\propto\frac{۱}{d}\Rightarrow\frac{C_۲}{C_۱}=\frac{d_۱}{d_۲}\Rightarrow\frac{C_۲}{۵}=\frac{d_۱}{\frac{۳}{۲}d_۱}$$

$$\Rightarrow C_۲=۵\times\frac{۲}{۳}=\frac{۱۰}{۳}\mu F$$

گام ابتدا نکتهٔ زیر را بخوانید.

نکته وقتی خازن از باتری جدا می‌شود، هر گونه تغییر در ساختمان خازن باعث تغییر بار الکتریکی آن نمی‌شود و بار خازن ثابت می‌ماند.

به کمک رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C}$، تغییر انرژی خازن را به دست می‌آوریم:

$$\Delta U=U_۲-U_۱=\frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C_۲}-\frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C_۱}=\frac{۱}{۲}Q^۲(\frac{۱}{C_۲}-\frac{۱}{C_۱})=\frac{۱}{۲}(۲۰۰)^۲(\frac{۱}{\frac{۱۰}{۳}}-\frac{۱}{۵})$$

$$=\frac{۱}{۲}\times۴\times۱۰^۴(\frac{۳-۲}{۱۰})=۲\times۱۰^۳\ \mu J\xrightarrow{۱۰^۳\ \mu J=۱\ mJ}\Delta U=۲\ mJ$$

۴۹- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ اگر اختلاف پتانسیل دو سر یک مقامت (یا یک وسیلهٔ دارای مقاومت) V و جریان عبوری از آن I باشد، توان مصرفی این مقاومت از رابطهٔ زیر به دست می‌آید: $P=IV$ ← اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت / ↓ جریان عبوری از مقاومت

۲ انرژی مصرفی در مقاومت هم از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید: $U=Pt$ ← مدت زمان

گام توان مصرفی برابر است با: $P=IV=۱۰\times۲۲۰=۲۲۰۰\ W=۲/۲\ kW$

گام انرژی مصرفی در مدت ۳۰ روز: $U=Pt=۲/۲\times۳۰\times۵=۳۳۰\ kW.h$

گام محاسبهٔ هزینهٔ مصرفی:

هزینهٔ مصرفی = $U\times$ قیمت به ازای هر واحد = ۳۳۰ × ۵۰ = ۱۶۵۰۰ تومان

۵۰- گزینه ۳

درس‌نامه اگر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R، برابر با V باشد، توان مصرفی این مقاومت از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید: $P=\frac{V^۲}{R}$

چون مقاومت‌ها مساوی‌اند، اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از مقاومت‌های متوالی برابر است با:

$$\varepsilon=V_{\text{متوالی}}+V_{\text{متوالی}}\ \Rightarrow\ V_{\text{متوالی}}=\frac{\varepsilon}{۲}$$

اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از مقاومت‌های موازی هم برابر با ε است.

مقاومت هر کدام از لامپ‌ها را برابر R در نظر می‌گیریم. توان مصرفی هر یک از مقاومت‌های متوالی:

$$P_{\text{متوالی}}=\frac{V_{\text{متوالی}}^۲}{R}=\frac{(\frac{\varepsilon}{۲})^۲}{R}=\frac{\varepsilon^۲}{۴R}$$

توان مصرفی هر یک از مقاومت‌های موازی هم برابر است با: $P_{\text{موازی}}=\frac{V_{\text{موازی}}^۲}{R}=\frac{\varepsilon^۲}{R}$

بررسی گزینه‌ها: ۱ نادرست؛ توان مصرفی هر یک از مقاومت‌های متوالی $\frac{۱}{۴}$ برابر توان مصرفی هر یک از مقاومت‌های موازی است.

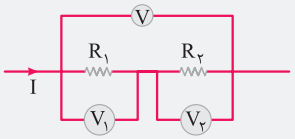
$$\begin{cases}P_۱+P_۲=\frac{\varepsilon^۲}{۴R}+\frac{\varepsilon^۲}{۴R}=\frac{\varepsilon^۲}{۲R}\\ P_۳+P_۴=\frac{\varepsilon^۲}{R}+\frac{\varepsilon^۲}{R}=\frac{۲\varepsilon^۲}{R}\end{cases}\Rightarrow P_۳+P_۴>P_۱+P_۲$$

۲ و ۴ نادرست؛

۳ درست؛ واضح است که $\frac{\varepsilon^۲}{R}$ بیشتر از $\frac{\varepsilon^۲}{۴R}$ است.

۵۱- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ مطابق شکل روبه‌رو، دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ به صورت متوالی (سری) به هم متصل‌اند:

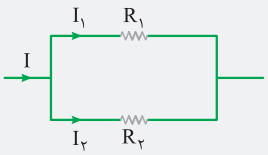


◇ مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq}=R_۱+R_۲$

◇ نسبت اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها برابر با نسبت مقاومت‌ها است: $\frac{V_۱}{V_۲}=\frac{R_۱}{R_۲}$

◇ اختلاف پتانسیل دو سر مجموعهٔ مقاومت‌ها برابر با مجموع اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از مقاومت‌ها است: $V=V_۱+V_۲$

۲ مطابق شکل روبه‌رو، دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ به صورت موازی به هم متصل‌اند:



◇ مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}$

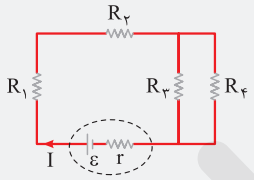
◇ اگر مقاومت بزرگ‌تر، n برابر مقاومت کوچک‌تر باشد: $R_{eq}=\frac{\text{مقاومت بزرگ‌تر}}{n+۱}$

◇ نسبت جریان عبوری از مقاومت‌ها برابر با وارون نسبت مقاومت‌ها است: $\frac{I_۱}{I_۲}=\frac{R_۲}{R_۱}$

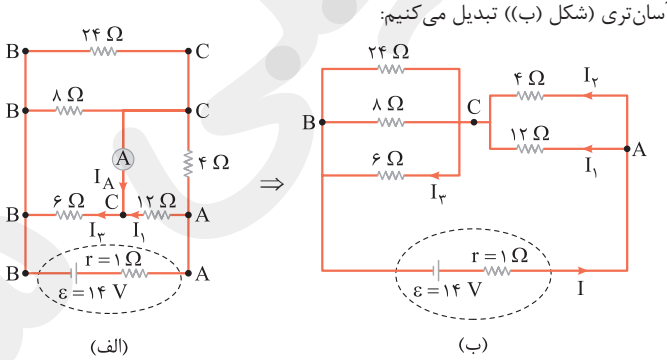
◇ اصل پایستگی بار الکتریکی: $I=I_۱+I_۲$

۳ جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) در شکل روبه‌رو از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$$



گام به کمک تکنیک نام‌گذاری نقاط هم‌پتانسیل، شکل مدار (شکل الف) را به شکل آسان‌تری (شکل ب) تبدیل می‌کنیم:



گام ابتدا مقاومت معادل و سپس جریان عبوری از مدار را محاسبه می‌کنیم:

مقاومت‌های ۲۴ Ω، ۸ Ω و ۶ Ω موازی‌اند: $\frac{۱}{R'}=\frac{۱}{۲۴}+\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۶}=\frac{۱+۳+۴}{۲۴}=\frac{۸}{۲۴}$

$\Rightarrow R'=\frac{۲۴}{۸}=۳\,\Omega$

مقاومت‌های ۴ Ω و ۱۲ Ω موازی‌اند: $\frac{۱}{R''}=\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۱۲}=\frac{۳+۱}{۱۲}=\frac{۴}{۱۲}$

$\Rightarrow R''=\frac{۱۲}{۴}=۳\,\Omega$

$(\text{یا: } ۱۲=\overset{n}{(۳)}\times ۴ \Rightarrow R''=\frac{۱۲}{n+۱}=\frac{۱۲}{۳+۱}=۳\,\Omega)$

R' و R'' متوالی‌اند: $R_{eq}=R'+R''=۳+۳=۶\,\Omega$

جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۱۴}{۶+۱}=۲\,A$$

گام جریان عبوری از مقاومت ۱۲ Ω را به دست می‌آوریم:

مقاومت‌های ۴ Ω و ۱۲ Ω موازی‌اند: $\frac{I_۱}{I_۲}=\frac{۴}{۱۲}\Rightarrow I_۲=۳I_۱$

اصل پایستگی بار الکتریکی: $I=I_۱+I_۲=I_۱+۳I_۱=۴I_۱ \Rightarrow ۲=۴I_۱$

$\Rightarrow I_۱=۰/۵\,A$

حالا می‌رویم سراغ مقاومت ۶ Ω.

معادل مقاومت‌های ۲۴ Ω و ۸ Ω که برابر با $\frac{۲۴}{۳+۱}=۶\,\Omega$ است، با مقاومت ۶ Ω موازی است؛ پس جریان $I=۲\,A$ به نسبت مساوی بین آن‌ها تقسیم می‌شود و از مقاومت ۶ Ω جریان $I_۳=\frac{۲}{۲}=۱\,A$ عبور می‌کند.

گام شکل (الف) را ببینید. با نوشتن اصل پایستگی بار الکتریکی در نقطهٔ C، جریان عبوری از آمپرسنج به دست می‌آید: $I_A+I_۱=I_۳ \Rightarrow I_A+۰/۵=۱ \Rightarrow I_A=۰/۵\,A$

۵۲- گزینه ۴

درس‌نامه شار مغناطیسی عبوری از یک سطح:

$\Phi=BA\cos\theta$ → زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی و نیم‌خط عمود بر سطح

B: اندازهٔ میدان مغناطیسی، A: مساحت سطح

◇ معمولاً در تست‌ها، زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی و سطح حلقه (α) را می‌دهند. متمم زاویهٔ θ است، یعنی: $\theta=۹۰^\circ-\alpha$

گام سطح حلقه بر میدان مغناطیسی عمود است؛ بنابراین:

$\theta=۹۰^\circ-\alpha=۹۰^\circ-۹۰^\circ=۰^\circ$

مساحت حلقه هم برابر است با: $A=a^۲=۳۰\times۳۰=۹۰۰\,cm^۲=۹\times۱۰^{-۲}\,m^۲$

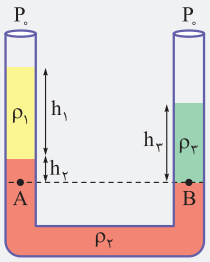
گام شار مغناطیسی عبوری از حلقه را به دست می‌آوریم:

$\Phi=BA\cos\theta=(۴۰۰\times۱۰^{-۴})\times(۹\times۱۰^{-۲})\times\underbrace{\cos۰^\circ}_{۱}=۳۶\times۱۰^{-۴}$

$=۳/۶\times۱۰^{-۳}\,Wb$

۵۳- گزینه ۱

درس‌نامه اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز: در نقطه‌های هم‌تراز یک مایع ساکن، فشار یکسان است و به شکل ظرف بستگی ندارد. برای مثال، در شکل مقابل، نقاط A و B هم‌ترازند و درون یک مایع ساکن قرار دارند؛ بنابراین فشار دو نقطه با هم برابر است:

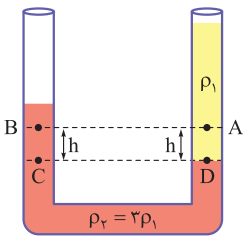


$P_A=P_B\Rightarrow P_۰+\rho_۱gh_۱+\rho_۲gh_۲=P_۰+\rho_۳gh_۳$

$\Rightarrow \rho_۱h_۱+\rho_۲h_۲=\rho_۳h_۳$

◇ توجه داشته باشید که در این رابطه، فقط یکسان‌بودن یکاها در دو طرف تساوی مهم است.

در شکل مقابل، نقاط C و D در مایع (۲) قرار دارند و هم‌ترازند، پس:



$P_C=P_D \Rightarrow P_B+\rho_۲gh=P_A+\rho_۱gh$

$\Rightarrow P_A-P_B=gh(\rho_۲-\rho_۱)$

$=gh(۳\rho_۱-\rho_۱)=۲\rho_۱gh$

۵۴- گزینه ۳

درس‌نامه انرژی جنبشی جسمی به جرم m و تندی v از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲$$

تندی موشک ۲۵ درصد افزایش یافته است؛ پس: $v_۲=v_۱+\frac{۲۵}{۱۰۰}v_۱=\frac{۵}{۴}v_۱$

رابطهٔ انرژی جنبشی را به صورت نسبتی می‌نویسیم:

$K=\frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow \frac{K_۲}{K_۱}=\frac{m_۲}{m_۱}\times(\frac{v_۲}{v_۱})^۲ \Rightarrow ۱=\frac{m_۲}{m_۱}\times(\frac{۵}{۴})^۲ \Rightarrow \frac{m_۲}{m_۱}=\frac{۱۶}{۲۵}$

درصد تغییرات جرم موشک:

$\frac{\Delta m}{m_۱}\times۱۰۰=\frac{\frac{۱۶}{۲۵}m_۱-m_۱}{m_۱}\times۱۰۰=\frac{-۹}{۲۵}\times۱۰۰=-٪۳۶$

۵۵- گزینه ۲

درس‌نامه اگر نیروی $\vec{F}=F_x\vec{i}+F_y\vec{j}$ به جسمی وارد شود و جسم به اندازهٔ $\vec{d}=d_x\vec{i}+d_y\vec{j}$ جابه‌جا شود، کار نیروی $\vec{F}$ از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$W=F_xd_x+F_yd_y$$

جسم فقط در راستای x جابه‌جا شده است؛ پس فقط مؤلفهٔ $\vec{i}$ نیرو برایمان مهم است:

$W_F=F_xd_x=۴۰\times۱۰=۴۰۰\,J$

تله اگر آن‌چه در درس‌نامه گفتیم را ندانید، ممکن است اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ که برابر با ۵۰ N است را در جابه‌جایی ۱۰ m ضرب کرده و جوابتان به گزینهٔ نادرست ۳ ختم شود.

۵۶- گزینه ۱

یکای هر کدام از گزینه‌ها را برحسب یکاهای SI می‌نویسیم:

(۱) وبر یکای شار مغناطیسی است. از رابطهٔ $\Phi = BA$ کمک می‌گیریم:

$$\Phi = BA \xrightarrow{F=I\ell B} \Phi = \frac{F}{I\ell}A \xrightarrow{F=ma} \Phi = \frac{ma}{I\ell}A$$

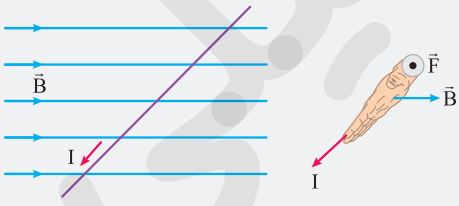
$$\Phi_{\text{یکای}} = \frac{(m\text{ یکای})\times(a\text{ یکای})}{(I\text{ یکای})\times(\ell\text{ یکای})}\times(A\text{ یکای}) = \frac{kg\times\frac{m}{s^2}}{A\times m}\times m^2 = \frac{kg.m^2}{A.s^2}$$

$$\Rightarrow Wb = \frac{kg.m^2}{A.s^2}$$

خوشبختانه خیلی زود به جواب تست رسیدیم. برای تمرین بیشتر همین کار را برای سایر گزینه‌ها هم انجام بدین.

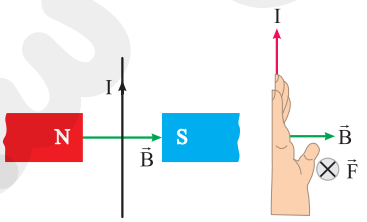
۵۷- گزینه ۴

درس‌نامه قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی: مطابق شکل زیر، اگر چهار انگشت باز دست راست را در جهت جریان در سیم قرار دهیم به طوری که بردار میدان مغناطیسی از کف دستمان خارج شود، شست دست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را نشان می‌دهد.



نکته خطوط میدان مغناطیسی از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شود.

با توجه به نکتهٔ بالا، جهت میدان مغناطیسی به طرف راست است. حالا مطابق شکل مقابل و به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را تعیین می‌کنیم.



۵۸- گزینه ۱

باز هم تستی از متن کتاب درسی!

بدون توضیح اضافی، این دماسنج **کمینه ـ بیشینه** نام دارد.

۵۹- گزینه ۳

درس‌نامه اندازهٔ میدان مغناطیسی در داخل سیم‌لوله:

($\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A}$: تراوایی مغناطیسی خلأ)

$$B = \frac{\mu_0 N I}{\ell}$$

N: تعداد حلقه‌های سیم‌لوله، I: جریان عبوری از سیم‌لوله، ℓ: طول سیم‌لوله

بزرگی میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله برابر است با:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} = \frac{(12\times10^{-7})\times500\times(400\times10^{-3})}{0/1} = 24\times10^{-4}\ T$$

$$\xrightarrow{10^{-4}\ T = 1\ G} B = 24\ G$$

۶۰- گزینه ۴

درس‌نامه (۱) گرمای لازم برای تغییر دما:

$$Q = mc(\theta_2 - \theta_1)$$

θ_2: دمای ثانویه، m: جرم جسم، θ_1: دمای اولیه، c: گرمای ویژهٔ جسم

(۲) گرمای لازم برای تغییر حالت از جامد به مایع: $Q_F = mL_F$ ← گرمای نهان ذوب جسم، m: جرم جسم

گام طبق طرح‌واره‌های گرمایی زیر، گرما در هر دو مورد را به دست می‌آوریم:

یخ $-10^\circ C$ —(تغییر دما، Q_1)→ یخ $0^\circ C$ —(تغییر حالت، Q_2)→ آب $0^\circ C$ —(تغییر دما، Q_3)→ آب $15^\circ C$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = m_{\text{یخ}}c_{\text{یخ}}\Delta\theta_{\text{یخ}} + m_{\text{یخ}}L_F + m_{\text{یخ}}c_{\text{آب}}\Delta\theta_{\text{آب}}$$

$$= m_{\text{یخ}}(2/1\times10 + 336 + 4/2\times15) = 420\,m_{\text{یخ}}$$

آب $10^\circ C$ —(تغییر دما، Q_4)→ آب $60^\circ C$

$$Q' = Q_4 = m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}\Delta\theta_{\text{آب}} = m_{\text{آب}}\times4/2\times50 = 210\,m_{\text{آب}}$$

گام Q و Q' برابرند، پس:

$$Q = Q' \Rightarrow 420\,m_{\text{یخ}} = 210\,m_{\text{آب}} \Rightarrow \frac{m_{\text{آب}}}{m_{\text{یخ}}} = \frac{420}{210} = 2$$

تیزبازی برای تسریع در محاسبات می‌توانید از ضرایب $L_F = 80\ cal/g$، $c_{\text{آب}} = 1\ cal/g.K$ و $c_{\text{یخ}} = \frac{1}{2}\ cal/g.K$ استفاده کنید. بر این اساس:

$$Q = Q' \Rightarrow m_{\text{یخ}}\times\frac{1}{2}\times10 + m_{\text{یخ}}\times80 + m_{\text{یخ}}\times1\times15 = m_{\text{آب}}\times1\times50$$

$$\Rightarrow 100\,m_{\text{یخ}} = 50\,m_{\text{آب}} \Rightarrow \frac{m_{\text{آب}}}{m_{\text{یخ}}} = \frac{100}{50} = 2$$

شیمی

۶۱- گزینه ۲

گام حساب می‌کنیم که از تجزیهٔ کامل ۰/۵ مول SO_2Cl_2، چند مول SO_2 و چند مول Cl_2 تولید می‌شود. با توجه به این‌که ضریب استوکیومتری هر سه ماده در تجزیهٔ SO_2Cl_2 برابر یک است، می‌توان گفت که به ازای مصرف ۰/۵ مول SO_2Cl_2، ۰/۵ مول SO_2 و ۰/۵ مول Cl_2 تولید می‌شود.

$$SO_2Cl_2 \rightarrow SO_2 + Cl_2$$
$$0/5\ mol \quad 0/5\ mol$$

گام با توجه به این‌که در واکنش دوم، ۵۰٪ مواد اولیه به فراورده تبدیل شده‌اند، تعداد مول CO و O_2 باقی‌مانده به ترتیب ۰/۴ و ۰/۲ مول است. حالا با توجه به مول مصرفی CO (۰/۴ مول)، تعداد مول CO_2 تولیدشده در این واکنش را حساب می‌کنیم:

$$2CO + O_2 \rightarrow 2CO_2$$

$$0/4\ mol\,CO \times \frac{2\ mol\,CO_2}{2\ mol\,CO} = 0/4\ mol\,CO_2$$:تعداد مول CO_2 تولیدشده

گام درصد مولی SO_2 را در گازهای موجود در ظرف حساب می‌کنیم:

$$\text{مجموع تعداد مول‌های گازی درون ظرف} = \underbrace{0/5}_{SO_2} + \underbrace{0/5}_{Cl_2} + \underbrace{0/4}_{CO} + \underbrace{0/2}_{O_2} + \underbrace{0/4}_{CO_2} = 2\ mol$$

$$\text{درصد مولی } SO_2 = \frac{\text{مول } SO_2}{\text{کل مول‌های درون ظرف}}\times100 = \frac{0/5}{2}\times100 = 25\%$$

۶۲- گزینه ۳

افزایش مقدار CO_2 و به دنبال آن افزایش دمای زمین، باعث ذوب‌شدن یخ‌های قطبی و بالاآمدن سطح آب اقیانوس‌ها و دریاها می‌شود. از طرف دیگر، گرم‌شدن کرهٔ زمین، کاهش مساحت برف در نیم‌کرهٔ شمالی (بر اثر ذوب‌شدن برف ناشی از افزایش دما) را به دنبال دارد.

افزایش میزان CO_2 موجود در هوا ←
- افزایش دمای کرهٔ زمین و افزایش سطح آب دریاها
- کاهش مساحت برف در نیم‌کرهٔ شمالی

۶۳- گزینه ۱

باید هر دو واکنش را موازنه کنیم:

a) $\_\_Pb_3O_4 + \_\_HNO_3 \rightarrow \_\_Pb(NO_3)_2 + \_\_PbO_2 + \_\_H_2O$

موازنه را با عنصرهای Pb و O نمی‌توان شروع کرد، زیرا هر یک از این عنصرها در سمت راست معادله، در ساختار بیش از یک ماده وجود دارند؛ بنابراین موازنه را با عنصرهای N و H شروع می‌کنیم.

$$\_\_Pb_3O_4 + \frac{2}{\_\_}HNO_3 \rightarrow \frac{1}{\_\_}Pb(NO_3)_2 + \_\_PbO_2 + \frac{1}{\_\_}H_2O$$

ادامهٔ موازنهٔ واکنش را نمی‌توان با روش وارسی ادامه داد، زیرا Pb و O در ساختار هر دو مادهٔ Pb_3O_4 و PbO_2 که ضریب نامعلوم دارند، وجود دارد. به همین دلیل از روش ضرایب مجهول استفاده می‌کنیم:

$$\frac{a}{\_\_}Pb_3O_4 + \frac{2}{\_\_}HNO_3 \rightarrow \frac{1}{\_\_}Pb(NO_3)_2 + \frac{b}{\_\_}PbO_2 + \frac{1}{\_\_}H_2O$$

موازنهٔ Pb: $3a = 1 + b \Rightarrow 3a - b = 1$

موازنهٔ O: $4a + (2\times3) = (3\times2) + 2b + 1 \Rightarrow 4a - 2b = 1$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2(3a - b = 1) \\ 4a - 2b = 1 \end{cases} \Rightarrow -2a = -1 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

برای از بین رفتن ضرایب کسری، همهٔ ضرایب را در ۲ ضرب می‌کنیم:

a) $Pb_3O_4 + 4HNO_3 \rightarrow 2Pb(NO_3)_2 + PbO_2 + 2H_2O$

مجموع ضرایب $= 1+4+2+1+2 = 10$

b) $\_\_KNO_3 + \_\_C + \_\_S \rightarrow \_\_K_2S + \_\_N_2 + \_\_CO_2$

موازنه را با عنصر K شروع کرده و با عنصرهای S، N، O و C ادامه می‌دهیم:

b) $2KNO_3 + 3C + S \rightarrow K_2S + N_2 + 3CO_2$

مجموع ضرایب $= 2+3+1+1+1+3 = 11$

تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش‌های a و b برابر با $11 - 10 = 1$ است.

مشاوره در واکنش a، عدد اکسایش اتم‌ها در دو سمت معادلهٔ واکنش یکسان است و واکنش از نوع اکسایش ـ کاهش نیست (Pb_3O_4، مخلوط دو اکسید، PbO (سرب (II) اکسید) و PbO_2 (سرب (IV) اکسید) به نسبت ۲ به ۱ است)؛ بنابراین موازنهٔ این واکنش رو از روش تغییر عدد اکسایش آن‌ها نمی‌تونید انجام بدید. پس حتماً موازنه با استفاده از ضرایب مجهول رو بخونید و تمرین کنید.

۶۴- گزینه ۴

نکته ۱ در دما و فشار یکسان، حجم گاز به تعداد مول‌های آن بستگی دارد و برای دو گاز A و B می‌توان نوشت: $\frac{V_A}{V_B} = \frac{n_A}{n_B}$

۲ حجم ۱ مول از هر گازی در شرایط STP (دمای $0\,^\circ C$ و فشار ۱ atm) برابر ۲۲/۴ لیتر است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) در ظرف ۴، ۱۰ ذره و در نتیجه $10\times0/1 = 1$ مول N_2 وجود دارد. در هر مول N_2، ۲ مول اتم نیتروژن وجود دارد؛ بنابراین در ظرف ۴، ۲ مول اتم وجود دارد. در نمونهٔ ۱، ۵ ذره CO و در نتیجه $5\times0/1 = 0/5$ مول مولکول CO وجود دارد.

$$\frac{\text{شمار اتم‌های نمونهٔ ۴}}{\text{شمار مولکول‌های نمونهٔ ۱}} = \frac{2\ mol}{0/5\ mol} = 4$$

۲) تعداد ذرات و در نتیجه تعداد مول گاز در نمونهٔ ۴ (۱۰ ذره)، دو برابر نمونهٔ ۱ (۵ ذره) است؛ بنابراین با توجه به یکسان‌بودن دما و فشار این دو نمونه، حجم گاز نمونهٔ ۴ دو برابر نمونهٔ ۱ است اما *هواستون باشه* که دما و فشار گازها و در نتیجه حجم مولی آن‌ها مشخص نیست و نمی‌توانیم حجم گازها را حساب کنیم.

تله در نمونهٔ ۴، ۱۰ ذره و در نتیجه $10\times0/1 = 1$ مول گاز وجود دارد. اگر به اشتباه، شرایط را STP فرض کنیم، حجم این نمونه ۲۲/۴ لیتر است.

۳) در نمونه‌های ۱، ۲ و ۳ به ترتیب ۵، ۵ و ۱۰ ذره وجود دارد:

جرم نمونهٔ ۱: $(5\times0/1)\ mol\,CO \times \frac{28\ g\,CO}{1\ mol\,CO} = 14\ g\,CO$

جرم نمونهٔ ۲: $(5\times0/1)\ mol\,Ne \times \frac{20\ g\,Ne}{1\ mol\,Ne} = 10\ g\,Ne$

جرم نمونهٔ ۳: $(10\times0/1)\ mol\,CO_2 \times \frac{44\ g\,CO_2}{1\ mol\,CO_2} = 44\ g\,CO_2$

$$\frac{\text{مجموع جرم نمونه‌های ۱ و ۳}}{\text{جرم نمونهٔ ۲}} = \frac{14+44}{10} = \frac{58}{10} = 5/8$$

۴) می‌دانیم که در دما و فشار یکسان، حجم گاز به تعداد مول‌های آن بستگی دارد ($V \propto n$). تعداد ذرات و در نتیجه تعداد مول گاز در ظرف ۵، ۴ برابر تعداد ذرات و تعداد مول گاز در ظرف ۱ $(\frac{20}{5} = 4)$ است؛ بنابراین حجم گاز نمونهٔ ۵، ۴ برابر حجم گاز نمونهٔ ۱ است.

ابتدا انحلال‌پذیری نمک A در دماهای $0\,^\circ C$ و $40\,^\circ C$ را حساب می‌کنیم:

$$S_A = 0/9\theta + 35 \Rightarrow \begin{cases} \theta = 0\,^\circ C \Rightarrow S = 35 \\ \theta = 40\,^\circ C \Rightarrow S = (0/9\times40) + 35 = 73/8 \end{cases}$$

حالا بریم سراغ محاسبهٔ جرم:

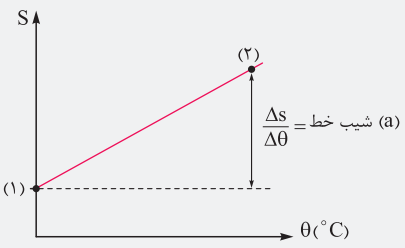
جرم نمونهٔ ۵ $= (20\times0/1)\ mol\,He \times \frac{4\ g\,He}{1\ mol\,He} = 8\ g\,He$

جرم نمونهٔ ۲ $= (5\times0/1)\ mol\,Ne \times \frac{20\ g\,Ne}{1\ mol\,Ne} = 10\ g\,Ne$

$$\frac{\text{جرم نمونهٔ ۵}}{\text{جرم نمونهٔ ۲}} \times 100 = \frac{8}{10} \times 100 = \%80$$

۶۵- گزینه ۳

درس‌نامه برای موادی که نمودار انحلال‌پذیری آن‌ها برحسب دما به صورت یک خط راست با شیب ثابت است، می‌توان با داشتن انحلال‌پذیری نمک در دو دما (داشتن مختصات دو نقطه روی خط راست)، معادلهٔ انحلال‌پذیری نمک (معادلهٔ خط راست) را به صورت زیر به دست آورد:



نقطهٔ اول: (θ_1, S_1)، نقطهٔ دوم: (θ_2, S_2)

معادلهٔ انحلال‌پذیری $\Rightarrow S - S_1 = \underbrace{\frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1}}_{\text{شیب خط (a)}}(\theta - \theta_1)$

گام ۱ ابتدا با استفاده از جدول داده‌شده، به کمک مختصات دو نقطه (انحلال‌پذیری در دو دما به دلخواه) معادلهٔ انحلال‌پذیری را به دست آورده و سپس گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

نقطهٔ اول: $(0, 72)$، نقطهٔ دوم: $(10, 80)$

$$S - S_1 = \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1}(\theta - \theta_1) \Rightarrow S - 72 = \frac{80 - 72}{10 - 0}(\theta - 0) \Rightarrow S - 72 = 0/8\theta$$

$$\Rightarrow S = 0/8\theta + 72$$

گام ۲ بررسی گزینه‌ها: ۱) ابتدا انحلال‌پذیری و درصد جرمی محلول سیرشده در این دما را محاسبه می‌کنیم و سپس مقایسهٔ زیر را انجام می‌دهیم:

اگر
- ۱) درصد جرمی داده‌شده = درصد جرمی محاسبه‌شده ⟸ محلول سیرشده (محلول سیرشده)
- ۲) درصد جرمی داده‌شده > درصد جرمی محاسبه‌شده ⟸ محلول سیرنشده (محلول سیرشده)
- ۳) درصد جرمی داده‌شده < درصد جرمی محاسبه‌شده ⟸ محلول فراسیرشده (محلول سیرشده)

انحلال‌پذیری نمک در دمای $35\,^\circ C$ برابر است با:

$$S = 0/8\theta + 72 \xrightarrow{\theta = 35\,^\circ C} = 0/8(35) + 72 = 28 + 72 = 100\ g$$

با توجه به رابطهٔ درصد جرمی، خواهیم داشت:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{100}{100+100} \times 100 = \%50$$

درصد جرمی داده‌شده = درصد جرمی محاسبه‌شده = ۵۰ ⟸ محلول سیرشده است. (محلول سیرشده)

② ابتدا با توجه به معادلهٔ انحلال‌پذیری، انحلال‌پذیری نمک در دمای $97/5\ ^\circ C$ را به دست می‌آوریم:

$$S = 0/8\underbrace{(97/5)}_{\frac{195}{2}} + 72 = (0/4\times 195) + 72 = 78 + 72 = 150\ g$$

$$\frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم حلال}} = \frac{150}{100} = 1/5$$

③ انحلال‌پذیری نمک در دماهای $10\ ^\circ C$ و $20\ ^\circ C$ به ترتیب برابر با ۸۰ و ۸۸ گرم است:

رسوب $8\ g$ $\leftarrow 188 - 180 = 8\ g$

$20\ ^\circ C$: $188\ g$ ← ۱۰۰+۸۸=جرم محلول سیرشده در دمای

$10\ ^\circ C$: $180\ g$ ← ۱۰۰+۸۰=جرم محلول سیرشده در دمای

اگر دمای ۱۸۸ گرم محلول سیرشده را از $20\ ^\circ C$ به $10\ ^\circ C$ برسانیم، ۸ گرم نمک رسوب می‌کند؛ بنابراین به ازای ۹۰۰ گرم محلول سیرشده خواهیم داشت:

$$\text{رسوب } 8\ g \neq \frac{7200}{188} = \frac{\text{رسوب } 8\ g}{\text{محلول سیرشده } 188\ g} \times \text{محلول سیرشده } 900\ g$$

جواب سؤال معلوم شد اما بریم ④ را هم بررسی کنیم:

④ در دمای $10\ ^\circ C$، ۸۰ گرم نمک در ۱۰۰ گرم آب حل شده و ۱۸۰ گرم محلول سیرشده تشکیل می‌شود؛ یعنی برای تهیهٔ ۱۸۰ گرم محلول سیرشده، ۱۰۰ گرم آب‌مقطر نیاز است؛ بنابراین به ازای ۲۲۵ گرم محلول سیرشده خواهیم داشت:

$$\text{آب مقطر } 125\ g = \frac{\overset{25}{\cancel{225}}\times 100}{\underset{2}{\cancel{180}}} = \frac{\text{آب مقطر } 100\ g}{\text{محلول سیرشده } 180\ g} \times \text{محلول سیرشده } 225\ g$$

۶۶- گزینه ۲

استراتژی در این سؤال، در هر گزینه ترکیب‌های یونی و مولکولی مختلفی با هم مقایسه شده‌اند. نیازی نیست لزوماً ترتیب نقطهٔ جوش هر چهار ماده را به طور کامل بلد باشید! کافیه که در گزینه‌ها، دنبال یک مورد اشتباه بگردین و با رد گزینه، به سؤال جواب بدین!

بررسی گزینه‌ها: ① خیلی سریع می‌شه فهمید که نقطهٔ جوش K_2S از Na_2O کم‌تر است؛ زیرا آنتالپی فروپاشی و در نتیجه نقطهٔ ذوب و جوش ترکیب‌های یونی، با شعاع یون‌ها رابطهٔ وارونه دارد. شعاع یون‌های $_{19}K^+$ و $_{16}S^{2-}$ به ترتیب از شعاع یون‌های $_{11}Na^+$ و $_{8}O^{2-}$ بزرگ‌تر است.

② *در این‌ها همه‌چی درسته!*

مولکول قطبی بدون توانایی برقراری پیوند هیدروژنی — ترکیب یونی با مجموع بار یون‌های سازندهٔ کم‌تر

نقطهٔ جوش: $CaO > NaBr > HF > CO$

مولکول با توانایی برقراری پیوند هیدروژنی — ترکیب یونی با مجموع بار یون‌های سازندهٔ بیشتر

③ از فصل ۳ شیمی دهم، *یادمونه* که نقطهٔ جوش NH_3 (حدود $-33\ ^\circ C$) از نقطهٔ جوش HF ($19\ ^\circ C$) کم‌تر است.

④ *بازم* از فصل ۳ شیمی دهم، *یادمونه* که نقطهٔ جوش استون (CH_3COCH_3) از نقطهٔ جوش اتانول (C_2H_5OH) کم‌تر است، زیرا استون برخلاف اتانول، توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را ندارد.

۶۷- گزینه ۱

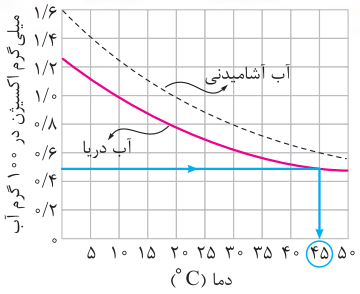
نکته هر چه مقدار نمک موجود در آب بیشتر باشد، انحلال‌پذیری گازها در آب کم‌تر است؛ به همین دلیل، در شرایط یکسان، انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در آب دریا کم‌تر از آب آشامیدنی است.

با توجه به این‌که انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در آب دریا کم‌تر از آب آشامیدنی است، در نمودار داده‌شده، منحنی پایینی مربوط به آب دریا است. حالا باید غلظت اکسیژن محلول در آب دریا را برحسب ppm به مقدار انحلال‌پذیری آن تبدیل کنیم.

$$ppm = \frac{\text{جرم } O_2}{\text{جرم آب دریا}} \times 10^6 \Rightarrow 5 = \frac{\text{جرم } O_2}{100} \times 10^6$$

$$\Rightarrow \text{جرم } O_2 = 5\times 10^{-4}\ g = 5\times 10^{-1}\ mg = 0/5\ mg$$

بنابراین اگر در ۱۰۰ گرم آب، بیشتر از ۰/۵ میلی‌گرم گاز اکسیژن حل شده باشد، آن آب برای ادامهٔ زندگی آبزیان امکان‌پذیر است، با توجه به نمودار داده‌شده، در دمای حدود $45\ ^\circ C$، انحلال‌پذیری گاز اکسیژن برابر ۰/۵ میلی‌گرم در ۱۰۰ گرم آب است.



۶۸- گزینه ۲

شفاف‌سازی ① محلول‌های رقیق ← چگالی محلول‌ها تقریباً با چگالی آب یکسان و برابر $1\ g.mL^{-1}$ است.

② از تغییر حجم در اثر اضافه‌کردن حل‌شونده صرف نظر شود ← یعنی حجم محلول‌ها با حجم حلال (آب) برابر است: $V_1 = V_2 = 25\ mL$

بررسی گزینه‌ها: ① رابطه‌ای بین جرم محلول‌ها و جرم مولی حل‌شونده وجود ندارد. اگر غلظت مولی محلول‌ها، معلوم بود، می‌شد جرم مولی حل‌شونده را حساب کرد.

② با توجه به این‌که هر دو محلول، رقیق هستند و حل‌شونده‌های آن‌ها یکسان است، می‌توانیم از فرمول « $\text{غلظت مولی} = \frac{\text{چگالی} \times \text{درصد جرمی} \times 10}{\text{جرم مولی}}$ » استفاده کنیم:

$$M = \frac{10ad}{\text{جرم مولی}} \xrightarrow{\text{ثابت=جرم مولی و } d} \frac{M_1}{M_2} = \frac{a_1}{a_2}$$

تا همین‌جا گزینهٔ صحیح پیدا شد ولی ما دو گزینهٔ بعدی رو هم براتون بررسی می‌کنیم:

③ اگر حجم حلال (و در نتیجه حجم محلول) در دو ظرف نصف شوند، با توجه به رابطهٔ $M = \frac{n}{V}$، غلظت مولی حل‌شونده در هر دو محلول، ۲ برابر می‌شود، یعنی غلظت مولی محلول‌ها به یک نسبت تغییر می‌کند و **نه به یک اندازه!** برای سادگی فرض کنید غلظت مولی اولیهٔ محلول‌های (۱) و (۲) به ترتیب ۱ و ۲ مولار است. با نصف‌شدن حجم محلول، غلظت این محلول‌ها به ترتیب به ۲ و ۴ مولار می‌رسد:

$2 - 1 = 1$ = تغییر غلظت مولی محلول (۱)

$4 - 2 = 2$ = تغییر غلظت مولی محلول (۲) ← اندازهٔ تفاوت غلظت مولی محلول‌ها برابر نیست.

④ اگر دو محلول از یک حل‌شونده را با هم مخلوط کنیم، درصد جرمی محلول حاصل، بین درصد جرمی دو محلول اولیه خواهد بود. *نمی‌تونه بیشتر از درصد جرمی محلول‌های اولیه باشه که!* می‌توان با محاسبه هم به همین نتیجه رسید. با مخلوط‌کردن دو محلول، ۱/۵ گرم حل‌شونده در حدود ۵۰ گرم محلول $(50 = 25 + 25)$ وجود دارد: $(1/5 = 1 + 0/5)$

$$\frac{\text{درصد جرمی محلول نهایی}}{\text{درصد جرمی محلول (۱)}} = \frac{\frac{1/5}{50}\times 100}{\frac{0/5}{25}\times 100} = \frac{\overset{1}{\cancel{25}}\times \overset{3}{\cancel{1/5}}}{\underset{2}{\cancel{50}}\times \underset{1}{\cancel{0/5}}} = 1/5$$

۶۹- گزینه ۴

استراتژی فرض کن در مخلوط اولیه، x مول پروپن (C_3H_6) و y مول پروپین (C_3H_4) وجود دارد. با توجه به معادلهٔ واکنش سوختن کامل این مواد و حجم O_2 مصرفی و حجم CO_2 تولیدی، از طریق نوشتن دو معادلهٔ دومجهولی، x و y را به دست بیار و در آخر از طریق جرم‌های مولی، جرم پروپن و پروپین را حساب کن!

گام پروپن یک آلکن (C_nH_{2n}) سه‌کربنی و پروپین یک آلکین (C_nH_{2n-2}) سه‌کربنی است؛ بنابراین فرمول مولکولی پروپن و پروپین به ترتیب به صورت C_3H_6 و C_3H_4 است. تعداد مول‌های پروپن و پروپین را به ترتیب x و y در نظر می‌گیریم و از طریق نوشتن معادلهٔ واکنش سوختن کامل این ترکیب‌ها، مول‌های O_2 مصرفی و CO_2 تولیدی را برحسب x و y مشخص می‌کنیم:

سوختن پروپن: $2C_3H_6 + 9O_2 \rightarrow 6CO_2 + 6H_2O$

x mol — $\frac{9}{2}$x mol — 3x mol

سوختن پروپین: $C_3H_4 + 4O_2 \rightarrow 3CO_2 + 2H_2O$

y mol — 4y mol — 3y mol

گام با توجه به اطلاعات داده‌شده در سؤال، مقادیر عدی مول O_2 مصرفی و CO_2 تولیدی را به دست می‌آوریم:

$$\text{مول } O_2 \text{ مصرفی}: 29/12\,L \times \frac{1\,mol}{22/4\,L} = \frac{29/12}{22/4} = \frac{22/4+6/72}{22/4}$$

$$= 1 + 0/3 = 1/3\,mol$$

$$\text{حجم } CO_2 \text{ تولیدی}: 29/12 - 8/96 = 20/16\,L$$

$$\text{مول } CO_2 \text{ تولیدی}: 20/16\,L \times \frac{1\,mol}{22/4\,L} = \frac{20/16}{22/4} = \frac{22/4-2/24}{22/4}$$

$$= 1 - 0/1 = 0/9\,mol$$

گام با توجه به معادلهٔ واکنش‌ها در گام اول، اگر x مول پروپن و y مول پروپین بسوزد، $(\frac{9}{2}x+4y)$ مول O_2 مصرف و $(3x+3y)$ مول CO_2 تولید خواهد شد که آن‌ها را برابر با مقادیر عددی که در گام دوم به دست آوردیم، قرار می‌دهیم و از طریق حل دستگاه مقادیر x و y را به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} 4/5x+4y=1/3 \\ 3x+3y=0/9 \end{cases} \Rightarrow \times(-4) \begin{cases} 4/5x+4y=1/3 \\ x+y=0/3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4/5x+4y=1/3 \\ -4x-4y=-1/2 \end{cases}$$

$$0/5x = 0/1$$

$$\Rightarrow x = 0/2\,mol\,C_3H_6 \xrightarrow{x+y=0/3} y = 0/1\,mol\,C_3H_4$$

گام در آخر، نسبت جرم پروپن به جرم پروپین را به دست می‌آوریم:

$$\text{جرم} = \text{مول} \times \text{جرم‌مولی}$$

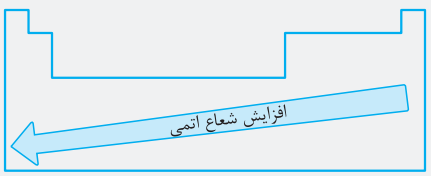
$$\frac{C_3H_6 \text{ جرم}}{C_3H_4 \text{ جرم}} = \frac{0/2 \times 42}{0/1 \times 40} = \frac{42}{20} = 2/1$$

مشاوره همهٔ شما حتماً مسیر حل این سؤال رو می‌دونید اما با یه نگاه به سؤال، معلومه که با سؤال وقت‌گیری روبه‌رو هستیم؛ پس بهتره سر جلسهٔ آزمون، در دور اول به سراغ چنین سؤالاتی نروید. شاید مهم‌ترین نکته برای موفقیت در درس شیمی کنکورهای اخیر، همین بحث مدیریت زمان در آزمون باشه!

۷۰- گزینه ۱

درس‌نامه روند تغییر شعاع اتمی در جدول دوره‌ای

در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی عنصرها، کاهش و در یک گروه از بالا به پایین، شعاع اتمی عنصرها افزایش می‌یابد.



با توجه به روند تغییر شعاع اتمی در یک گروه و دوره، هر چه عنصری در جدول دوره‌ای، سمت چپ‌تر و پایین‌تر باشد، شعاع آن بیشتر است و بالعکس! هر چه عنصری، سمت راست‌تر و بالاتر باشد، شعاع آن کم‌تر است.

بررسی گزینه‌ها: ۱، ۲ و ۳ با توجه به روند تغییر شعاع در دوره‌های جدول (از چپ به راست، شعاع اتمی عناصر کاهش می‌یابد) داریم:

$$\text{شعاع اتمی}: \underbrace{{}_{11}Na}_{\text{دورهٔ سوم}} > {}_{17}Cl,\ \underbrace{{}_{3}Li}_{\text{دورهٔ دوم}} > {}_{4}Be,\ \underbrace{{}_{19}K}_{\text{دورهٔ چهارم}} > {}_{20}Ca$$

۴ هر دو عنصر ${}_{16}S$ و ${}_{34}Se$ در گروه ۱۶ جدول قرار دارند (عدد اتمی آن‌ها، ۲ واحد کم‌تر از گاز نجیب است). با توجه به این‌که در یک گروه از بالا به پایین، شعاع اتمی عنصرها افزایش می‌یابد، شعاع اتمی ${}_{34}Se$ از ${}_{16}S$ بزرگ‌تر است.

۷۱- گزینه ۳

گام ابتدا باید معادلهٔ واکنش را موازنه کنیم:

موازنهٔ عنصرهای O، K، Mn و H:

$$-FeCl_2 + \frac{1}{-}KMnO_4 + \frac{8}{-}HCl \rightarrow -FeCl_3 + \frac{1}{-}MnCl_2 + \frac{1}{-}KCl + \frac{4}{-}H_2O$$

موازنهٔ عنصرهای Fe و Cl: ضریب هر دو مادهٔ دارای آهن، نامعلوم است؛ بنابراین موازنه را نمی‌توان با روش وارسی ادامه داد و باید از روش ضرایب مجهول استفاده کرد. با توجه به موازنهٔ اتم آهن، ضریب هر دو مادهٔ $FeCl_2$ و $FeCl_3$ باید یکسان باشد. آن‌ها را برابر a در نظر می‌گیریم و به کمک موازنهٔ Cl، a را به دست می‌آوریم:

$$\frac{a}{}FeCl_2 + \frac{1}{-}KMnO_4 + \frac{8}{-}HCl \rightarrow \frac{a}{}FeCl_3 + \frac{1}{-}MnCl_2 + \frac{1}{-}KCl + \frac{4}{-}H_2O$$

$$\text{موازنهٔ Cl}: 2a + 8 = 3a + 2 + 1 \Rightarrow a = 5$$

$$5FeCl_2 + KMnO_4 + 8HCl \rightarrow 5FeCl_3 + MnCl_2 + KCl + 4H_2O$$

گام **روش** استفاده از کسر تناسب: برای $KMnO_4$، $FeCl_2$ کسر تناسب مربوط به جرم و برای $MnCl_2$ کسر تناسب مربوط به مول را می‌نویسیم:

$$KMnO_4 \sim 5FeCl_2 \sim MnCl_2$$

هواستون باشه که بازده درصدی را باید در صورت کسر هر دو واکنش‌دهنده ضرب کنیم:

$$\frac{\frac{\text{بازده‌درصدی}}{100} \times \frac{\text{درصد خلوص}}{100} \times \text{جرم‌ناخالص}}{\text{جرم‌مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\frac{\text{بازده‌درصدی}}{100} \times \frac{\text{درصد خلوص}}{100} \times \text{جرم‌ناخالص}}{\text{جرم‌مولی} \times \text{ضریب}}$$

$$= \frac{\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{MnCl_2}}$$

($KMnO_4$ در صورت، $FeCl_2$ در مخرج)

اگر درصد خلوص $KMnO_4$ و $FeCl_2$ را به ترتیب x و y در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\frac{790 \times \frac{x}{100} \times \frac{80}{100}}{1 \times 158} = \frac{3175 \times \frac{y}{100} \times \frac{80}{100}}{5 \times 127} = \frac{3/2}{1}$$

(I) (II) (III)

تیزبازی می‌توانیم با برابر قراردادن (I) و (III)، x و با برابر قراردادن (II) و (III)، y را به دست آوریم، اما نیازی به این کار نیست! چون سؤال از ما نسبت x به y را خواسته است (و نه مقدار هر کدام را!)، می‌توانیم فقط از رابطه‌های (I) و (II) استفاده کنیم. *این‌جوری در وقتمون هم صرفه‌جویی می‌شه!* در واقع در این سؤال، بازده درصدی و مقدار مول $MnCl_2$ تولیدشده، جزء داده‌های اضافی هستند و می‌توان *ازشون* اصلاً استفاده نکرد!

$$\Rightarrow \frac{\cancel{790}^{5} \times \frac{x}{100} \times \frac{\cancel{80}}{\cancel{100}}}{1 \times \cancel{158}^{1}} = \frac{\cancel{3175}^{\cancel{25}^{5}} \times \frac{y}{100} \times \frac{\cancel{80}}{\cancel{100}}}{\cancel{5}^{1} \times \cancel{127}^{1}} \Rightarrow 5x = 5y \Rightarrow x = y \Rightarrow \frac{x}{y} = 1$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

باید از جرم ناخالص هر یک از مواد اولیهٔ $KMnO_4$ و $FeCl_2$، به کمک کسر تبدیل‌های متوالی به مول $MnCl_2$ برسیم:

$$\text{I)}\ 790\,g\,KMnO_4 \text{ ناخالص} \times \underbrace{\frac{x}{100}}_{\text{کسر مربوط به درصد خلوص } KMnO_4} \times \frac{1\,mol\,KMnO_4}{158\,g\,KMnO_4} \times \frac{1\,mol\,MnCl_2}{1\,mol\,KMnO_4}$$

$$\times \underbrace{\frac{\text{مقدار عملی}\,mol}{\text{مقدار نظری}\,mol}}_{\text{کسر مربوط به بازده درصدی واکنش}} = 3/2\,mol\,MnCl_2$$

$$\text{II)}\ 3175\,g\,FeCl_2 \times \underbrace{\frac{y}{100}}_{\text{کسر مربوط به درصد خلوص } FeCl_2} \times \frac{1\,mol\,FeCl_2}{127\,g\,FeCl_2} \times \frac{1\,mol\,MnCl_2}{5\,mol\,FeCl_2}$$

$$\times \underbrace{\frac{80\,mol\,MnCl_2\ (\text{مقدار عملی})}{100\,mol\,MnCl_2\ (\text{مقدار نظری})}}_{\text{کسر مربوط به بازه درصدی واکنش}} = 3/2\,mol\,MnCl_2$$

با توجه به برابربودن طرف دوم روابط (I) و (II)، داریم:

$$\underbrace{\frac{790 \times x \times 80}{100 \times 158 \times 100}}_{\text{طرف اول رابطهٔ (I)}} = \underbrace{\frac{3175 \times y \times 80}{100 \times 127 \times 5 \times 100}}_{\text{طرف اول رابطهٔ (II)}} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{\cancel{3175}^{25} \times \cancel{158}^{1}}{\cancel{790}^{} \times \cancel{127}^{1} \times \cancel{5}^{1}} = 1$$

۷۲- گزینه ۱

گام ابتدا باید عنصر مورد نظر رو با توجه به توصیف‌های داده‌شده در سؤال، شناسایی کنیم: دومین فلز جدول تناوبی، فلز بریلیم ($_{۴}Be$) است. آرایش الکترونی $_{۴}Be$ و مجموع مقدار $n+l$ برای الکترون‌های آن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$_{۴}Be: 1s^{۲}2s^{۲} \Rightarrow \begin{cases} 1s^{۲} \xrightarrow{n=۱,l=۰} n+l=۱ \xrightarrow[\times ۲]{\text{الکترون‌ها}} ۲ \\ 2s^{۲} \xrightarrow{n=۲,l=۰} n+l=۲ \xrightarrow[\times ۲]{\text{الکترون‌ها}} ۴ \end{cases} \Rightarrow \text{کل}(n+l)=۶$$

عنصر ذکرشده، دارای ۶ الکترون ظرفیتی بوده و با توجه به این‌که جزء عناصر دستهٔ p است، در گروه ۱۶ جدول تناوبی جای دارد. از طرفی می‌دانیم که ساختار صابون جامد به صورت $RCOO^{-}Na^{+}$ بوده و یون فلزی موجود در ساختار آن، یون Na^{+} است. عدد اتمی سدیم برابر با ۱۱ است؛ در نتیجه عدد اتمی عنصر ذکرشده در سؤال باید ۱۶ باشد که اختلاف آن با عدد اتمی $_{۱۱}Na$ برابر ۵ شود. عنصری با عدد اتمی ۱۶، همان گوگرد ($_{۱۶}S$) بوده که در گروه ۱۶ و تناوب سوم جدول دوره‌ای جای دارد.

دقت کنید که عدد اتمی عنصر مورد نظر نمی‌تواند برابر با $۶-۵=۱۱$ باشد، زیرا عنصری با عدد اتمی ۶ ($_{۶}C$)، در گروه ۱۴ قرار دارد و نه گروه ۱۶!

گام **بررسی گزینه‌ها:** عنصر گوگرد، در دمای اتاق به حالت جامد بوده و زردرنگ است. هم‌چنین گوگرد، عنصری نافلزی است و جریان برق و گرما را از خود عبور نمی‌دهد. تا همین‌جا جواب تست مشخص شد ولی ما ۳ گزینهٔ دیگر رو هم براتون بررسی می‌کنیم:

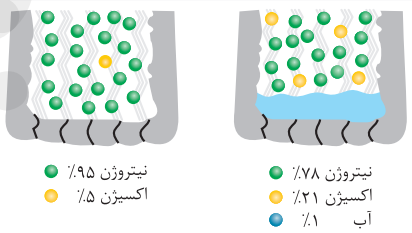
(۲) قوی‌ترین اکسندهٔ جدول تناوبی فلوئور است. تمایل فلوئور به گرفتن الکترون و شرکت در نیم‌واکنش کاهش، بیشتر از سایر اتم‌ها است. (۳) گاز زردرنگ دورهٔ سوم معادل با کلر ($Cl_{۲}$) است. کلر در دورهٔ سوم، بیشترین خصلت نافلزی را دارد.

نکته **روند تغییر واکنش‌پذیری فلزها و نافلزها در جدول دوره‌ای**

در یک دوره از چپ به راست

- شعاع اتمی عنصرها، کاهش می‌یابد.
- خصلت فلزی و واکنش‌پذیری فلزها، کاهش می‌یابد.
- خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری نافلزها، افزایش می‌یابد.

(۴) مطابق شکل مقابل، از گازهای $N_{۲}$ و $O_{۲}$ برای پرکردن تایر خودرو استفاده می‌شود. در گاز تایر خودرو، گوگرد وجود ندارد.



۷۳- گزینه ۲

نکته دو عضو متوالی آلکان‌ها در یک گروه $CH_{۲}$ با هم تفاوت دارند. به همین دلیل تفاوت آنتالپی سوختن دو آلکان متوالی تقریباً یکسان است؛ مثلاً می‌توان نوشت:

$$\text{آنتالپی سوختن } C_{۲}H_{۶} - \text{آنتالپی سوختن } C_{۳}H_{۸} = \text{آنتالپی سوختن } C_{۳}H_{۸} - \text{آنتالپی سوختن } C_{۴}H_{۱۰}$$

استراتژی با توجه به اطلاعات داده‌شده در سؤال از طریق رابطهٔ $Q=mc\Delta\theta$ می‌تونی به راحتی آنتالپی سوختن اتان را محاسبه کنی. از طرفی با توجه به این‌که اختلاف آنتالپی سوختن دو هیدروکربن متوالی به دلیل تفاوت در گروه $CH_{۲}$ است، پس کافیه که اختلاف آنتالپی سوختن اتان و متان (که به دلیل تفاوت گروه $CH_{۲}$ است) را به آنتالپی سوختن اتان اضافه کنی تا آنتالپی سوختن پروپان به دست بیاد!

گام محاسبهٔ آنتالپی سوختن اتان:

$$Q=mc\Delta\theta \Rightarrow Q=۷۸۰\times ۰/۹\times ۲۰=۱۴۰۴۰\,J=۱۴/۰۴\,kJ$$

این مقدار گرما به ازای مصرف ۰/۲۷ گرم اتان بوده است. اکنون مقدار گرمای آزادشده به ازای مصرف ۱ مول اتان که معادل با آنتالپی سوختن آن است را محاسبه می‌کنیم:

$$۱\,mol\,C_{۲}H_{۶} \times \frac{۳۰\,g\,C_{۲}H_{۶}}{۱\,mol\,C_{۲}H_{۶}} \times \frac{\text{گرما } ۱۴/۰۴\,kJ}{۰/۲۷\,g\,C_{۲}H_{۶}} = -۱۵۶۰\,kJ$$

(علامت منفی برای آزادشدن گرما است.)

گام اختلاف آنتالپی سوختن دو آلکان متوالی با یکدیگر برابر است:

$$|\text{آنتالپی سوختن اتان}| - |\text{آنتالپی سوختن پروپان}| = |\text{آنتالپی سوختن متان}| - |\text{آنتالپی سوختن اتان}|$$

$$\Rightarrow ۱۵۶۰-۸۹۰=x-۱۵۶۰ \Rightarrow x=۲۲۳۰ \xrightarrow{\text{گرماده}} \Delta H=-۲۲۳۰\,kJ.mol^{-۱}$$

مقدار گرمای آزادشده از سوختن ۱ مول پروپان، معادل با آنتالپی سوختن آن بوده و برابر با ۲۲۳۰ kJ است.

تیزبازی معمولاً بچه‌هایی که خوب درس خوندن و این تیپ سؤال رو زدن، می‌دونن که اختلاف آنتالپی سوختن دو آلکان متوالی برابر با یک گروه $CH_{۲}$ بوده که حدود ۶۷۰ kJ است. خب دیگه حل شد! الان اختلاف آنتالپی سوختن متان ($CH_{۴}$) با پروپان ($C_{۳}H_{۸}$) در دو گروه $CH_{۲}$ است؛ پس می‌تونیم بنویسیم: $|\Delta H \text{ سوختن متان}| = |\Delta H \text{ سوختن پروپان}| + ۲CH_{۲}$

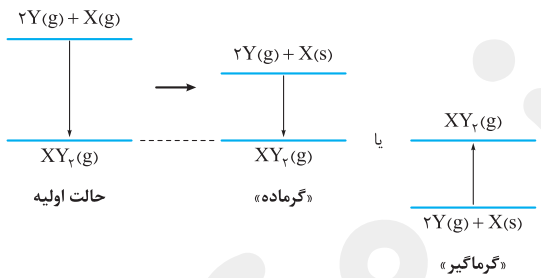
$$\Rightarrow |\Delta H \text{ سوختن پروپان}| = ۸۹۰+۲(۶۷۰)=۲۲۳۰\,kJ.mol^{-۱}$$

۷۴- گزینه ۱

درس‌نامه یکی از عواملی که می‌تواند باعث تغییر گرمای مبادله‌شده بین سامانه و محیط در یک واکنش شود، حالت فیزیکی مواد شرکت‌کننده در واکنش است. می‌دانیم که انرژی مواد در حالت‌های فیزیکی مختلف به صورت مقابل است: جامد < مایع < گاز :انرژی

از طرفی در واکنش‌های گرماده « $\xrightarrow[\text{فراورده}]{\text{واکنش‌دهنده}}$ »، سطح انرژی فراورده‌ها کم‌تر از واکنش‌دهنده‌ها است و در واکنش‌های گرماگیر « $\xrightarrow[\text{واکنش‌دهنده}]{\text{فراورده}}$ »، سطح انرژی مواد واکنش‌دهنده کم‌تر از مواد فراورده است.

در واکنش گرماده انجام‌شده در (۱)، حالت فیزیکی یکی از مواد واکنش‌دهنده از گاز به جامد تغییر یافته است؛ یعنی سطح انرژی مواد اولیه کاهش یافته است. با توجه به این‌که مقدار کاهش انرژی این تغییر حالت، مشخص نیست، می‌توان دو نمودار زیر را در نظر گرفت:



یعنی ممکن است که تغییر انرژی $X(g)$ به $X(s)$، آن‌قدر زیاد باشد که سطح انرژی مواد اولیه $۲Y(g)+X(s)$ را به زیر سطح انرژی فراوردهٔ $XY_{۲}(g)$ برساند.

بررسی سایر گزینه‌ها: (۲) مطابق توضیحات ذکرشده در گزینهٔ اول، با تغییر حالت $X_{۲}$ از گاز به جامد، ممکن است واکنش گرماده بماند یا تبدیل به واکنش گرماگیر شود. نمونهٔ این واکنش در فصل ۲ یازدهم آورده شده است:

واکنش گرماده: $H_{۲}(g)+I_{۲}(g) \rightarrow ۲HI(g)$

واکنش گرماگیر: $H_{۲}(g)+I_{۲}(s) \rightarrow ۲HI(g)$

(۳) بازم همون داستانیه که گفتیم.

(۴) این گزینه را می‌توان با مفهوم و تعریف آنتالپی پیوند رد کرد. آنتالپی پیوند، معادل با مقدار گرمای لازم برای شکستن یک مول پیوند اشتراکی در حالت گازی و تبدیل آن به اتم‌های گازی مجزا است. بر این اساس در واکنش $XH_{۲}(g) \rightarrow X(g)+۲H(g)$، فقط شکستن پیوند خواهیم داشت و هیچ‌گاه نمی‌تواند گرماده باشد.

مشاوره در تمرین‌های دوره‌ای فصل ۲ کتاب درسی شیمی یازدهم، تأثیر تغییر حالت فیزیکی مواد بر تغییر علامت ΔH واکنش (گرماده یا گرماگیر بودن واکنش) رو می‌بینید. طراح در این سؤال از ترکیب این مفهوم با مفهوم آنتالپی پیوند استفاده کرده و یه سؤال چالشی رو طرح کرده است؛ پس باز هم تأکید می‌کنیم که حتماً تمرین‌های دوره‌ای آخر هر فصل کتاب‌های درسی رو مفهومی بخونید.

۷۵- گزینه ۴

گام ابتدا معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم: $A_2(g) + 3X_2(g) \rightarrow 2AX_3(g)$

گام با توجه به واکنش موازنه‌شده، می‌توان تغییرات مول این مواد را برحسب ضرایب آن‌ها نوشت:

	$1A_2$	+ $3X_2$	$\rightarrow 2AX_3$
مول اولیه	۰/۸	۲/۴	۰
تغییر مول	$-x$	$-3x$	$+2x$
مول باقی‌مانده	$0/8-x$	$2/4-3x$	$2x$

گام مطابق فرض سؤال می‌توان نوشت:

مجموع غلظت دو گاز AX_3 و A_2 = غلظت گاز X_2

$$\frac{2/4-3x \text{ mol}}{2\text{ L}} = \frac{0/8-x}{2\text{ L}} + \frac{2x}{2\text{ L}} \Rightarrow \frac{2/4-3x}{2} = \frac{0/8+x}{2}$$

$$\Rightarrow 4x = 1/6 \Rightarrow x = 0/4 \text{ mol}$$

گام اگر مقدار A_2 به صفر برسد، واکنش کامل و تموم می‌شه! خب! کل زمان انجام واکنش برابر با ۱۰ دقیقه بوده که در این مدت‌زمان، کل ۰/۸ مول A_2 مصرف می‌شود. اگر x برابر با ۰/۴ باشد، مقدار باقی‌ماندهٔ A_2 برابر با $0/4 = 0/8 - 0/4$ مول خواهد بود. با توجه به این‌که سرعت واکنش ثابت است؛ می‌توان گفت که ۵ دقیقه زمان لازم است تا مقدار A_2، نصف شود.

گام مجموع مول باقی‌ماندهٔ مواد بعد از ۵ دقیقه از آغاز واکنش برابر است با؛

$$\underbrace{0/8-x}_{A_2} + \underbrace{2/4-3x}_{x_2} + \underbrace{2x}_{8x_3} = 3/2 - 2x$$

$$\xrightarrow{x=0/4} 3/2 - 2(0/4) = 2/4 \text{ mol}$$

۷۶- گزینه ۳

موارد «الف» و «ت» درست‌اند.

بررسی همه موارد: (الف) اگر به مخلوط واکنش آب اضافه شود، غلظت محلول HCl کاهش یافته و سرعت واکنش نیز کاهش می‌یابد.

(ب) با توجه به این‌که روی (Zn)، حالت فیزیکی جامد دارد و غلظت آن ثابت است، افزودن مقدار Zn، باعث تغییر غلظت آن نمی‌شود و سرعت واکنش تغییری نخواهد کرد.

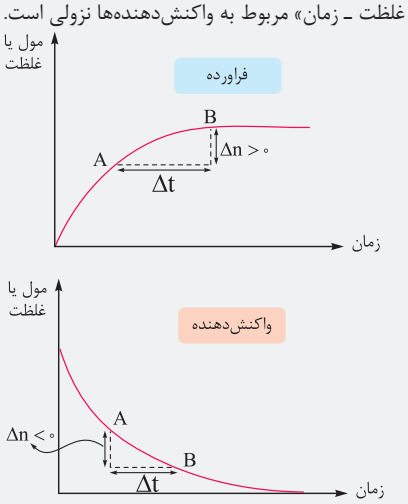
تله عاملی که باعث تغییر سرعت یک واکنش می‌شود، تغییر **غلظت مواد** است. در مواد به حالت گاز (g) و محلول (aq)، با تغییر مقدار مول مواد، غلظت نیز تغییر می‌کند ولی با تغییر مول مواد جامد (s) و مایع خالص (l)، غلظت تغییر نمی‌کند.

(پ) با افزایش غلظت HCl، سرعت واکنش افزایش می‌یابد.

(ت) هر چه سطح تماس مواد واکنش‌دهنده بیشتر باشد، سرعت واکنش بیشتر می‌شود. گرد روی، سطح تماس بیشتری نسبت به قطعهٔ روی دارد، از این‌رو با جایگزین‌کردن قطعهٔ روی به جای گرد روی، سرعت واکنش کاهش می‌یابد.

۷۷- گزینه ۳

نکته ۱ در یک واکنش، نمودار «مول یا غلظت ـ زمان» مربوط به فراورده‌ها صعودی و نمودار «مول یا غلظت ـ زمان» مربوط به واکنش‌دهنده‌ها نزولی است.



۲ سرعت متوسط تولید یا مصرف مواد در یک واکنش با ضرایب استوکیومتری آن‌ها متناسب است؛ در یک بازهٔ زمانی معین، قدرمطلق **میزان تغییرات** تعداد مول یا غلظت مواد شرکت‌کننده در واکنش، متناسب با ضرایب استوکیومتری آن‌ها است. به طور مثال در واکنش $2SO_2 + O_2 \rightarrow 2SO_3$ خواهیم داشت: $|\Delta n(SO_2)| = 2|\Delta n(O_2)| = |\Delta n(SO_3)|$

۳ سرعت متوسط واکنش از تقسیم سرعت متوسط تولید یا مصرف یک مادهٔ شرکت‌کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن در معادلهٔ موازنه‌شده، به دست می‌آید.

$$aA + bB \rightarrow cC + dD$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}(A)}{a} = \frac{\bar{R}(B)}{b} = \frac{\bar{R}(C)}{c} = \frac{\bar{R}(D)}{d}$$

گام اول باید بفهمیم نمودار داده‌شده، مربوط به کدام‌یک از واکنش‌دهنده‌ها است.

طی واکنش، ۶/۴ گرم CuO تشکیل شده است:

$$6/4\text{ g CuO} \times \frac{1\text{ mol CuO}}{80\text{ g CuO}} = 0/08\text{ mol CuO} \text{ :مول CuO تولیدشده}$$

طبق نمودار، در کل بازهٔ انجام واکنش، ۰/۰۴ مول از واکنش‌دهندهٔ مورد نظر، مصرف شده است؛ بنابراین ضریب استوکیومتری واکنش‌دهندهٔ مورد نظر باید نصف ضریب CuO باشد ضمناً بین Cu_2O و O_2، ضریب Cu_2O نصف ضریب CuO است؛ یعنی نمودار داده‌شده مربوط به Cu_2O است. در ضمن چون واکنش به طور کامل انجام شده است، واکنش‌دهنده‌ها باید به نسبت ضریب استوکیومتری وارد واکنش شده باشند، یعنی تعداد مول اولیهٔ O_2 باید برابر با $\frac{0/04}{2} = 0/02$ باشد.

$$2Cu_2O(s) + O_2(g) \rightarrow 4CuO(s)$$

مول اولیه:	۰/۰۴	۰/۰۲	۰
مول نهایی:	۰	۰	۰/۰۸ mol

گام بررسی گزینه‌ها: ۱

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{\bar{R}(Cu_2O)}{2} = \frac{\frac{-(-0/04\text{ mol})}{2\text{ min}}}{2} = 0/01 = 1\times10^{-2}\text{ mol.min}^{-1}$$

۲ در دقیقهٔ اول واکنش (۰ − ۱ min)، تعداد مول Cu_2O، از ۰/۰۴ به ۰/۰۱ مول رسیده است، یعنی ۰/۰۳ مول از آن مصرف شده است:

$$\text{درصد مصرف واکنش‌دهنده} = \frac{0/03}{0/04} \times 100 = \%75$$

۳ با توجه به نمودار در ۳۰ ثانیهٔ پایانی واکنش (۱/۵ − ۲ min)، تعداد مول Cu_2O، ۰/۰۰۵ واحد تغییر کرده است. با توجه به این‌که ضریب O_2 نصف ضریب Cu_2O است، می‌توان گفت در این بازه، تعداد مول O_2، $\frac{0/005}{2}$ واحد تغییر کرده است:

$$\bar{R}(O_2) = \frac{\frac{0/005}{2}\text{ mol}}{(30\text{ s} \times \frac{1\text{ min}}{60\text{ s}}) \times 5\text{ L}} = \frac{5\times10^{-3}}{2\times0/5\times5} = 10^{-3}\text{ mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$$

۴ در یک دقیقهٔ آغازی، ۰/۰۳ مول و در یک دقیقهٔ پایانی، ۰/۰۱ مول Cu_2O مصرف شده است. ضریب CuO دو برابر Cu_2O است؛ بنابراین می‌توان گفت در یک دقیقهٔ آغازی، ۰/۰۶ مول و در یک دقیقهٔ پایانی، ۰/۰۲ مول CuO تشکیل شده است.

$$\bar{R}(CuO)_{(0-1)\text{ min}} - \bar{R}(CuO)_{(1-2)\text{ min}} = \frac{0/06\text{ mol}}{1\text{ min}} - \frac{0/02\text{ mol}}{1\text{ min}}$$

$$= 0/04 = 4\times10^{-2}\text{ mol.min}^{-1}$$

۷۸- گزینه ۳

درس‌نامه الف) تعیین عدد اکسایش به روش رسم ساختار لوویس؛

برای تعیین عدد اکسایش اتم‌ها، در مواد مولکولی یا یون‌های چندتایی، از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

شمار الکترون‌های نسبت‌داده‌شده به اتم − شمار الکترون‌های ظرفیت اتم = عدد اکسایش اتم

برای تعیین شمار الکترون‌های نسبت داده شده به هر اتم، پس از رسم ساختار لوویس گونهٔ مورد نظر، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

۱ به ازای هر جفت‌الکترون پیوندی میان دو اتم یکسان، یک الکترون به هر اتم نسبت می‌دهیم.

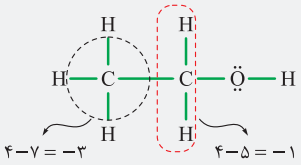
۲ به ازای هر جفت‌الکترون پیوندی میان دو اتم متفاوت، هر دو الکترون را به اتم با خصلت نافلزی بیشتر، نسبت می‌دهیم.

نکته مقایسهٔ خصلت نافلزی چند عنصر زیر را *بلد باشین*:

خصلت نافلزی: $F > O > N > Cl > Br > I > S > C > H$

۳ همهٔ الکترون‌های ناپیوندی روی هر اتم را به همان اتم نسبت می‌دهیم.

مثال: محاسبهٔ عدد اکسایش اتم‌های کربن در اتانول:



ب) محاسبهٔ شمار اتم‌های هیدروژن در ترکیب‌های آلی:

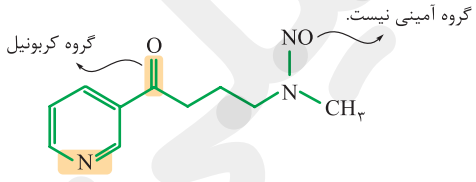
به طور کلی، برای به دست آوردن شمار اتم‌های هیدروژن در ترکیب‌های آلی با n اتم کربن می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$\text{شمار اتم‌های هیدروژن} = ۲(\text{تعداد پیوندهای دوگانه و حلقه‌ها}) - (۲n+۲) - ۴(\text{تعداد پیوندهای سه‌گانه})$$

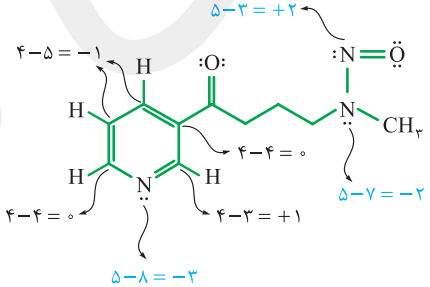
+ تعداد اتم‌های نیتروژن − تعداد اتم‌های هالوژن

موارد «ب» و «ت» درست‌اند.

بررسی همه موارد: (الف) در ساختار داده‌شده، یک گروه کربونیل ($-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-$) وجود دارد. اما این ترکیب، هیچ‌گونه دارای ۳ گروه آمینی نیست. اتم نیتروژن گروه آمینی، حتماً باید به کربن متصل باشد ($C-N$)، اتم نیتروژن در NO، به اتم کربنی متصل نیست و نمی‌توان آن را گروه آمینی در نظر گرفت.



(ب) درسته! ببینید:



$$\left.\begin{array}{l}\text{جمع جبری عدد اکسایش اتم‌های کربن حلقه} = ۲(۰)+۲(-۱)+(+۱) = -۱ \\ \text{جمع جبری عدد اکسایش اتم‌های نیتروژن} = -۳ = (+۲)+(-۲)-۳ =\end{array}\right\} \Rightarrow (-۱)+(-۳) = -۴$$

(پ) مولکول داده‌شده، دارای ۱۰ اتم کربن، یک حلقه، ۵ پیوند دوگانه (دو پیوند $C=C$، یک پیوند $C=N$، یک پیوند $C=O$ و یک پیوند $N=O$ در گروه NO است) و ۳ اتم نیتروژن است؛ بنابراین شمار اتم‌های هیدروژن آن برابر ۱۳ و فرمول مولکولی آن $C_{۱۰}H_{۱۳}N_۳O_۲$ است.

$$\text{شمار اتم‌های هیدروژن} = [۲(\underset{\text{اتم C}}{۱۰})+۲] - ۲(\underbrace{۱+۵}_{\text{تعداد پیوندهای دوگانه و حلقه}}) + \underset{\text{اتم N}}{۳} = ۱۳$$

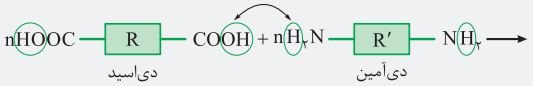
تفاوت شمار اتم‌های C و H ترکیب برابر ۳ ($۱۳-۱۰=۳$) است که با شمار اتم‌های اکسیژن (۲) برابر نیست!

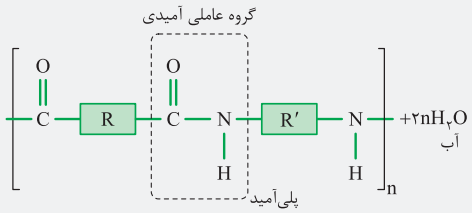
(ت) در ترکیب داده‌شده، دو پیوند $C=C$، یک پیوند $N=C$، یک پیوند $C=O$ و یک پیوند $N=O$ وجود دارد که در مجموع، تعداد پیوندهای دوگانه در ترکیب برابر با ۵ است. همچنین به ازای هر اتم N و O به ترتیب یک جفت و دو جفت الکترون ناپیوندی در ترکیب خواهیم داشت. بر این اساس، ۷ جفت‌الکترون ناپیوندی در ترکیب خواهیم داشت و تفاوت خواسته‌شده برابر با ۲ خواهد بود.

تیزبازی بچه‌ها اگر به گزینه‌ها دقت کنید، می‌بینید که اصلاً لازم نیست همهٔ عبارت‌های سؤال رو بررسی کنید! با مشخص‌شدن نادرستی عبارت سادهٔ (الف)، دو گزینهٔ ۱ و ۲ حذف می‌شن. در بین گزینه‌های باقی مانده، عبارت (ب) مشترک است؛ پس قطعاً این عبارت درسته و اصلاً نیاز به بررسی نداره و فقط کافیه درستی یکی از عبارت‌های (پ) یا (ت) رو به دلخواه بررسی کنید.

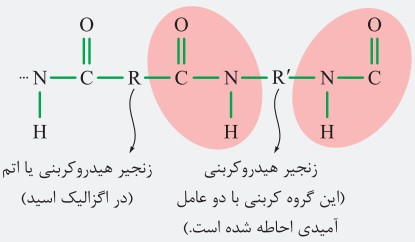
۷۹- گزینه ۳

درس‌نامه از واکنش دی‌آمین‌ها با دی‌اسیدها، پلی‌آمید تشکیل می‌شود. در این واکنش، برای تشکیل هر گروه عاملی آمیدی، همواره یک OH از اسید و یک H از آمین جدا گشته، با هم ترکیب شده و یک مول $H_۲O$ تولید می‌شود.





اگر دی‌اسید سازندهٔ پلی‌آمید، اگزالیک اسید (HOOC — COOH) باشد، گروه هیدروکربنی R بین دو گروه کربوکسیلِ اسید وجود ندارد ولی با توجه به تعریف آمین و دی‌آمین‌ها، در ساختار این دو دسته از ترکیب‌ها حتماً باید پیوند C — N وجود داشته باشد، بنابراین در ساختار دی‌آمین ($H_۲N-R'-NH_۲$) حتماً گروه هیدروکربنی R′ را داریم.

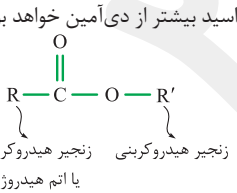


پس می‌توان گفت در ساختار هر پلی‌آمید، حداقل یک گروه هیدروکربنی R′ با دو گروه عاملی آمید، احاطه شده است.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱ فرمول عمومی الکل‌ها به صورت R — OH و فرمول مولکولی آن‌ها در حالت سیرشده به صورت $C_nH_{۲n+۲}O$ است. جرم مولی الکل‌ها در این حالت برابر با $۱۴n+۱۸$ گرم بر مول است. از طرفی فرمول عمومی کربوکسیلیک اسیدها به صورت $R-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH$ و فرمول مولکولی آن‌ها به صورت $C_nH_{۲n}O_۲$ است. جرم مولی این ترکیبات نیز در حالت سیرشده برابر $۱۴n+۳۲$ است. همان‌طور که مشخص است به ازای داشتن کربن (n) برابر، جرم مولی کربوکسیلیک اسید، بیشتر از الکل است.

۲ فرمول عمومی دی‌آمین‌ها به صورت $NH_۲-R-NH_۲$ بوده و فرمول مولکولی آن‌ها به شرط داشتن R سیرشده به صورت $C_nH_{۲n+۴}N_۲$ است. جرم مولی این ترکیب برابر با $۱۴n+۳۲$ گرم بر مول است. فرمول عمومی دی‌اسیدها نیز به صورت $HO-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-R-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH$ بوده و فرمول مولکولی آن‌ها به شرط داشتن R سیرشده به صورت $C_nH_{۲n-۲}O_۴$ است. جرم مولی این ترکیب نیز برابر با $۱۴n+۶۲$ گرم بر مول است. با داشتن کربن (n) برابر در این دو ترکیب، جرم مولی دی‌اسید بیشتر از دی‌آمین خواهد بود.

۴ ساختار استرها به صورت مقابل است:



در استرها، اتم هیدروژن به اتم اکسیژن متصل نیست.

۸۰- گزینه ۱

استراتژی با استفاده از مقدار pH محلول اسید HF، $[H^+]$ محلول آن به دست می‌آید و از طریق فرمول $K_a = \frac{[H^+]^۲}{M_{\text{تعادلی}}}$، می‌توان غلظت تعادلی HF و با توجه به اطلاعات داده‌شده در مسئله غلظت تعادلی استیک اسید را محاسبه کرد. از طرفی با به دست آوردن غلظت تعادلی استیک اسید، می‌توان به $[H^+]$ محلول آن رسید. همچنین می‌دانیم که $[H^+]$ در دو اسید با غلظت آنیون‌های ایجادشده برابر است. بر این اساس می‌توان به راحتی به جرم آنیون‌ها رسید.

گام ۱ به دست آوردن غلظت تعادلی HF و به دست آوردن جرم F^-:

$$[H^+]=10^{-pH}=10^{-1/3}=10^{-2}\times10^{0/7}\xrightarrow[10^{0/7}=5]{\log^5\simeq0/7}5\times10^{-2}$$

$$\Rightarrow K_a=\frac{[H^+]^2}{M_{\text{تعادلی}}}\Rightarrow M_{HF}=\frac{(5\times10^{-2})^2}{5\times10^{-4}}=5\ mol.L^{-1}$$

$$[H^+]=[F^-]\xrightarrow{1L}F^-\text{ مقدار مول}=5\times10^{-2}\ mol$$

$$\Rightarrow 5\times10^{-2}\ mol F^-\times\frac{19\ g\ F^-}{1\ mol F^-}=0/95\ g$$

گام ۲ با توجه به فرض سؤال، غلظت تعادلی HF، ۲ برابر غلظت تعادلی استیک اسید است؛ بنابراین غلظت تعادلی استیک اسید برابر با $\frac{5}{2}=2/5$ مولار است. اکنون می‌توان نوشت:

$$K_a=\frac{[H^+]^2}{M_{\text{تعادلی}}}\Rightarrow 1/6\times10^{-6}=\frac{[H^+]^2}{2/5}\Rightarrow[H^+]^2=4\times10^{-6}$$

$$\Rightarrow[H^+]=2\times10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

$$[H^+]=[CH_3COO^-]\xrightarrow{1L}CH_3COO^-\text{ مقدار مول}=2\times10^{-3}\ mol$$

$$\Rightarrow 2\times10^{-3}\ mol CH_3COO^-\times\frac{59\ g\ CH_3COO^-}{1\ mol CH_3COO^-}=0/118\ g$$

گام ۳ تفاوت جرم مولی دو یون فلوئورید (F^-) و استات (CH_3COO^-) در محلول آن‌ها برابر است با:

$$0/95-0/118=0/832\ g$$

۸۱- گزینه ۴

واکنش گاز HCl با محلول سود (سدیم هیدروکسید) به صورت زیر است:

$$HCl(g)+NaOH(aq)\rightarrow\underbrace{NaCl(aq)}_{\text{ترکیب یونی}}+H_2O(l)$$

واکنش هیدروکلریک اسید با سدیم هیدروژن کربنات (جوشیرین) نیز به صورت زیر است:

$$HCl(aq)+NaHCO_3(s)\rightarrow\underbrace{NaCl(aq)}_{\text{ترکیب یونی}}+CO_2(g)+H_2O(l)$$

در هر دو واکنش، محلول سدیم کلرید که یک ترکیب یونی است، تولید می‌شود.

بررسی گزینه‌های نادرست: ۱) برای اسیدهای ضعیف مقدار ثابت یونش از رابطهٔ $K_a=\frac{[H^+]^2}{M}$ و برای بازهای ضعیف مقدار K_b از رابطهٔ $K_b=\frac{[OH^-]^2}{M}$ به دست می‌آید. اگر $K_a=K_b$ باشد و فرض کنیم که غلظت تعادلی اسید و باز با هم برابر باشد؛ در این صورت $[H^+]_{\text{اسید}}=[OH^-]_{\text{باز}}$ خواهد بود. می‌دانیم که در محلول‌های آبی در دمای ۲۵ °C، داریم: $[H^+][OH^-]=10^{-14}$؛ بنابراین:

$$[H^+]_{\text{اسید}}=\frac{10^{-14}}{[H^+]_{\text{باز}}}\xrightarrow[\text{می‌گیریم}]{\text{از طرفین log}-}-\log[H^+]_{\text{اسید}}=-\log10^{-14}-(-\log[H^+]_{\text{باز}})$$

$$\Rightarrow pH_{\text{اسید}}=14-pH_{\text{باز}}\Rightarrow pH_{\text{اسید}}+pH_{\text{باز}}=14$$

عجب اثباتی بود! ولی کی گفته که غلظت تعادلی اسید و باز با هم برابره؟ یا کی گفته که دما، ۲۵ °C است، یعنی **این گزینه فقط در حالات خاصی درست است و نه همیشه!**

۲) مطابق متن کتاب درسی، معادلهٔ خنثی‌شدن اسید و باز، یک‌طرفه بوده و به صورت زیر است:

$$H^+(aq)+OH^-(aq)\rightarrow H_2O(l)$$

۳) آمونیاک (NH_3) یک باز ضعیف بوده و سدیم هیدروکسید (NaOH)، یک باز قوی است؛ بنابراین در دما و غلظت یکسان، خاصیت بازی و pH محلول NaOH بیشتر از محلول NH_3 است.

۸۲- گزینه ۳

نکته ۱ اغلب فلزها با محلول اسیدها واکنش می‌دهند و گاز هیدروژن آزاد می‌کنند. سرعت این واکنش‌ها به غلظت یون هیدرونیوم موجود در محلول بستگی دارد. هر چه اسید قوی‌تر باشد، غلظت یون هیدرونیوم در محلول آن بیشتر و در نتیجه سرعت واکنش آن با فلز بیشتر خواهد بود.

۲ مقایسهٔ K_a و در نتیجه قدرت اسیدی چند اسید ضعیف به صورت زیر است:

مقایسهٔ K_a و قدرت اسیدی:

$$HF>HNO_2>HCOOH>CH_3COOH>H_2CO_3>HCN$$

هیدروسیانیک اسید — کربنیک اسید — استیک اسید — فورمیک اسید — نیترو اسید — هیدروفلوئوریک اسید

بررسی گزینه‌ها: ۱) HCN اسید ضعیف‌تری نسبت به HCOOH است؛ بنابراین در شرایط یکسان، سرعت واکنش محلول آن با فلز منیزیم کم‌تر است.

۲) H_2CO_3 اسید ضعیف‌تری نسبت به HCl است (H_2CO_3 اسید ضعیف و HCl اسید قوی است)؛ بنابراین در شرایط یکسان، سرعت واکنش محلول آن با فلز منیزیم کم‌تر است.

۳) HF اسید قوی‌تری نسبت به CH_3COOH است؛ بنابراین در شرایط یکسان، سرعت واکنش محلول آن با فلز منیزیم بیشتر است.

۴) HNO_2 اسید ضعیف‌تری نسبت به HBr است (HNO_2 اسید ضعیف و HBr، اسید قوی است)؛ بنابراین در شرایط یکسان، سرعت واکنش محلول آن با فلز منیزیم کم‌تر است.

۸۳- گزینه ۲

ابتدا تعداد مول اسیدها و غلظت مولی محلول آن‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\text{مول HX}=\frac{5/4\ g}{60\ g.mol^{-1}}=0/09\ mol\ ,\ [HX]=\frac{0/09\ mol}{2\ L}=0/045\ mol.L^{-1}$$

$$\text{مول HY}=\frac{3\ g}{50\ g.mol^{-1}}=0/06\ mol\ ,\ [HY]=\frac{0/06\ mol}{1\ L}=0/06\ mol.L^{-1}$$

بررسی گزینه‌ها: ۱) حجم گاز هیدروژن تولیدشده در واکنش فلز منیزیم با محلول اسیدها، به شمار مول‌های اسید بستگی دارد. از *اون‌جایی* که شمار مول HY کم‌تر است، حجم گاز هیدروژن تولیدشده در واکنش فلز منیزیم با محلول HY کم‌تر خواهد بود:

$$Mg+2HX\rightarrow MgX_2+H_2$$

$$\text{مول }H_2=0/09\ mol\ HX\times\frac{1\ mol\ H_2}{2\ mol\ HX}=0/045\ mol\ H_2$$

$$Mg+2HY\rightarrow MgY_2+H_2$$

$$\text{مول }H_2=0/06\ mol\ HY\times\frac{1\ mol\ H_2}{2\ mol\ HY}=0/03\ mol\ H_2$$

۲) از آن‌جایی که غلظت X^- با غلظت Y^- برابر است، غلظت H^+ و در نتیجه pH دو محلول با هم برابر خواهد بود. اما دقت کنید که غلظت یون‌ها در دو محلول برابر است و نه شمار یون‌ها! زیرا حجم محلول‌ها با هم متفاوت است.

	HX	$\rightleftharpoons$	H^+ +	X^-
غلظت نهایی:	$0/045-x$		x	x
	HY	$\rightleftharpoons$	H^+ +	Y^-
غلظت نهایی:	$0/06-x$		x	x

$$\text{شمار مول یون‌ها در محلول HX}=(2x)\ mol.L^{-1}\times2\ L=4x\ mol$$

$$\text{شمار مول یون‌ها در محلول HY}=(2x)\ mol.L^{-1}\times1\ L=2x\ mol$$

اسید HX با غلظت کم‌تر، توانسته به اندازهٔ HY، یون H^+ تولید کند و این نشان می‌دهد که HX اسید قوی‌تری بوده و K_a آن بزرگ‌تر است.

۳) با توجه به این‌که HY اسید ضعیف‌تری بوده و علاوه بر آن، غلظت محلول HY نیز بیشتر است، قطعاً غلظت مولکول‌ها در محلول HY بیشتر می‌باشد.

تله حجم محلول‌های دو اسید در این سؤال متفاوت است و اگر حواستون به این نکته نباشد و غلظت محلول‌ها و مول اسیدها را به جای هم استفاده کنید، در بررسی ۱) تا ۳) به مشکل می‌خورید!

۴) در دمای ثابت حاصل $[H^+][OH^-]$ عددی ثابت است. با توجه به این‌که $[H^+]$ دو محلول با هم برابر است، $[OH^-]$ نیز در آن‌ها با هم برابر می‌باشد.

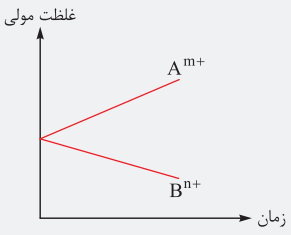
۸۴- گزینه ۳

نکته معادلهٔ واکنش کلی انجام‌شده در یک سلول گالوانی که از دو الکترود فلزی تشکیل شده است را می‌توان به صورت مقابل نشان داد:

$$nA+mB^{n+}\rightarrow nA^{m+}+mB$$

طبق این واکنش، الکترود A نقش آند (E° کم‌تر) و الکترود B (E° بیشتر) نقش کاتد سلول را ایفا می‌کند. هم‌چنین با تولید یون A^{m+} (یون الکترود آندی)، غلظت آن به مرور افزایش و با مصرف یون B^{n+} (یون الکترود کاتدی)، غلظت آن به مرور کاهش می‌یابد. نسبت تغییرات غلظت این دو یون در یک بازهٔ زمانی مشخص برابر با نسبت ضریب استوکیومتری آن‌ها در معادلهٔ واکنش است:

$$\frac{\Delta[A^{m+}]}{|\Delta[B^{n+}]|}=\frac{n}{m}$$



با توجه به نمودار داده‌شده، در یک بازهٔ مشخص، غلظت A^{n+}، ۳ واحد افزایش و غلظت X^{m+}، ۲ واحد کاهش یافته است؛ بنابراین در سلول مورد نظر، A نقش آند و X نقش کاتد را دارد و معادلهٔ کلی واکنش انجام‌شده به صورت زیر است:

$$3A + 2X^{m+} \rightarrow 3A^{n+} + 2X \xrightarrow{m=3\,,\,n=2} 3A + 2X^{3+} \rightarrow 3A^{2+} + 2X$$

بررسی گزینه‌ها: ۱) اولاً A و X به ترتیب باید بتوانند یون دو بار مثبت و یون سه بار مثبت تشکیل دهند، اما اگر A و X، کروم و روی باشند، *قضیه برعکسه!* ثانیاً A آند است و باید E کم‌تری نسبت به X داشته باشد پس باید می‌گفت A و X به ترتیب می‌توانند روی و کروم باشند برعکس؛

۲) با انجام واکنش، فلز X تولید می‌شود و نه مصرف!

۳) *همه‌چی درسته!* در سلول منیزیم – آلومینیم، Mg با E° کم‌تر، نقش آند و Al با E° بیشتر، نقش کاتد را دارد: $3Mg + 2Al^{3+} \rightarrow 3Mg^{2+} + 2Al$

۴) با توجه به این‌که الکترود (X^{m+}/X) نقش کاتد را دارد، E° آن از E° الکترود (A^{n+}/A) بزرگ‌تر است. (قسمت دوم این گزینه درسته! جرم تیغهٔ A که آند است کاهش می‌یابد.)

۸۵- گزینه ۱

عدد اکسایش کربن در CO_2 و $KHCO_3$ یکسان است؛ بنابراین با انجام واکنش، عدد اکسایش اتم‌های کربن، هیچ تغییری *نمی‌کنه!*

$$CO_2 : C + 2(-2) = 0 \Rightarrow C = +4$$

$$KHCO_3 : (+1) + (+1) + C + 3(-2) = 0 \Rightarrow C = +4$$

بررسی سایر گزینه‌ها: ۲) معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به صورت زیر است:

$$4KO_2 + 4CO_2 + 2H_2O \rightarrow 4KHCO_3 + 3O_2$$

$3 = 10 - 7 = (4+3) - (4+2+2)$ = تفاوت مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها

۳) CO_2 و H_2O، مولکول‌هایی با چند نوع اتم و یون HCO_3^-، آنیون چندتایی موجود در فراورده‌ها است.

$$\frac{\text{شمار مولکول‌ها با چند نوع اتم}}{\text{شمار آنیون‌های چندتایی فراورده}} = \frac{4+2}{4} = 1/5$$

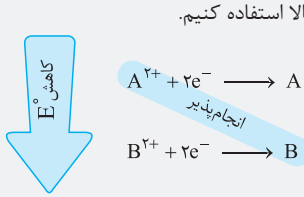
توجه: می‌دانیم که مولکول‌ها، از اتصال چند اتم تشکیل می‌شوند و استفاده از واژهٔ «مولکول‌های چندتایی» حشو به نظر می‌رسد (مولکول تک‌اتمی نداریم که!)؛ به نظر می‌رسه که طراح در این‌جا منظورش از مولکول‌های چندتایی، مولکول‌هایی شامل چند نوع اتم بوده است که با این فرض مولکول O_2 در نظر گرفته نمی‌شه و عبارت درسته! بهتر بود طراح محترم، به جای شمار مولکول‌های چندتایی واکنش، می‌گفت شمار مولکول‌های چندتایی واکنش‌دهنده! یا شمار مولکول‌ها با چند نوع اتم! چی بگیم؟!

۴) در هر سمت معادلهٔ واکنش، ۴ اتم کربن با عدد اکسایش ۴+ و ۴ اتم هیدروژن با عدد اکسایش ۱+ وجود دارد:

$$\frac{\text{عدد اکسایش اتم‌های کربن}}{\text{عدد اکسایش اتم‌های هیدروژن}} = \frac{4(+4)}{4(+1)} = 4$$

۸۶- گزینه ۱

درس‌نامه در سری الکتروشیمیایی از بالا به پایین، با کاهش E° نیم‌سلول‌ها، قدرت کاهندگی گونه‌های سمت راست افزایش می‌یابد؛ بنابراین در **سری الکتروشیمیایی، گونهٔ سمت راست پایین‌تر می‌تواند با گونهٔ سمت چپ بالاتر، واکنش دهد.** پس در سؤالاتی که می‌خواهیم انجام‌پذیری یا انجام‌ناپذیری چند واکنش را بررسی کنیم، باید اول نیم‌واکنش‌ها را به ترتیب از E° زیاد به کم مرتب و سپس از قاعدهٔ بالا استفاده کنیم.



هواستون باشه که گونهٔ سمت راست بالاتر نمی‌تواند به گونهٔ سمت چپ پایین‌تر به طور خودبه‌خودی واکنش دهد: $A + B^{2+} \rightarrow$ انجام نمی‌شود.

ابتدا نیم‌واکنش‌ها را به ترتیب از E° بزرگ‌تر به E° کوچک‌تر مرتب می‌کنیم:

۱) $Cl_2 + 2e^- \rightarrow 2Cl^-$ $\quad E^\circ = +1/35\ V$

۲) $Br_2 + 2e^- \rightarrow 2Br^-$ $\quad E^\circ = +1/09\ V$

۳) $Fe^{3+} + e^- \rightarrow Fe^{2+}$ $\quad E^\circ = +0/77\ V$

۴) $I_2 + 2e^- \rightarrow 2I^-$ $\quad E^\circ = +0/54\ V$

۵) $Fe^{3+} + 3e^- \rightarrow Fe$ $\quad E^\circ = -0/04\ V$

۶) $Fe^{2+} + 2e^- \rightarrow Fe$ $\quad E^\circ = -0/41\ V$

بررسی گزینه‌ها: ۱) با توجه به E° نیم‌واکنش‌های ۳ و ۶، Fe (گونهٔ سمت راست پایین‌تر) با Fe^{3+} (گونهٔ سمت چپ بالاتر) به طور خودبه‌خودی واکنش می‌دهد.

$$Fe + Fe^{3+} \rightarrow Fe^{2+} + Fe^{2+} \Rightarrow Fe + 2Fe^{3+} \rightarrow 3Fe^{2+}$$

$1 + 2 + 3 = 6$ = مجموع ضرایب

۲) با توجه به نیم‌واکنش‌های (۳) و (۴)، Fe^{2+} (گونهٔ سمت راست بالاتر) با I_2 (گونهٔ سمت چپ پایین‌تر) به طور طبیعی واکنش نمی‌دهد.

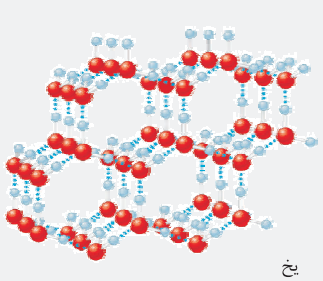
۳) آهن (Fe) با I_2 و Br_2 واکنش می‌دهد (E° نیم‌واکنش‌های ۵ و ۶، کم‌تر از نیم‌واکنش‌های ۲ و ۴ است) و *به درد نگه‌داری یه و برم نمی‌خورد!*

۴) در سری الکتروشیمیایی، گونه‌های سمت راست پایین‌تر، قدرت کاهندگی بیشتری دارند:

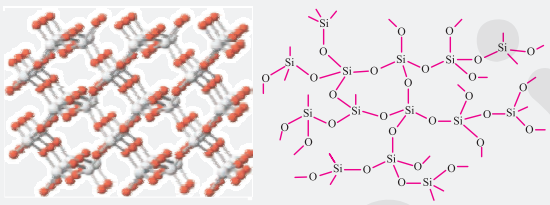
قدرت کاهندگی: $Fe > I^- > Fe^{2+} > Br^- > Cl^-$

۸۷- گزینه ۴

درس‌نامه مقایسهٔ سیلیس و یخ:



یخ



سیلیس

یخ و سیلیس هر دو در حالت خالص، شفاف هستند و در ساختار هر دو، حلقه‌های چندضلعی وجود دارد. در حلقه‌های شش‌ضلعی یخ، هر ضلع شامل یک پیوند اشتراکی و یک پیوند هیدروژنی است و اتم‌های اکسیژن در رأس حلقه‌های شش‌ضلعی قرار دارند. در حالی که در ساختار حلقه‌های چندضلعی سیلیس، تنها پیوندهای اشتراکی Si — O وجود دارد.

ماده / ویژگی	سیلیس (SiO_2)	یخ (H_2O)
نوع جامد	کووالانسی	مولکولی
نقطهٔ ذوب	بسیار بالا (دیرگداز)	پایین (زودگداز)
واحدهای سازنده	اتم‌های O و Si (شبکهٔ غول‌آسایی از اتم‌های O و Si با پیوندهای Si — O)	مولکول‌های H_2O
ساختار بلور	آرایش منظم و سه‌بعدی دارای حلقه‌های چندضلعی	آرایش منظم و سه‌بعدی دارای شش‌گوشه‌هایی مانند کندوی زنبور عسل
ویژگی‌های حلقه‌های چندضلعی	◇ تنها شامل پیوندهای اشتراکی Si — O ◇ برابربودن شمار اتم‌های Si و O در حلقه‌ها	◇ هر ضلع شامل یک پیوند اشتراکی O — H و یک پیوند هیدروژنی O···H ◇ اتم‌های اکسیژن در رأس حلقه‌ها ◇ برابربودن شمار اتم‌های H و O در حلقه‌ها

بررسی گزینه‌ها: ۱) هم ساختار سیلیس و هم ساختار یخ، سه‌بعدی است.

۲) در سیلیس (SiO_2) هر اتم سیلیسیم، با ۴ اتم اکسیژن پیوند اشتراکی تشکیل داده است.

۳) سیلیس خالص، شفاف است، *نشون به اون نشونی* که در ساخت منشور و عدسی‌ها کاربرد دارد.

۴) *کاملاً درسته!*

۸۸- گزینه ۲

نکته آنتالپی فروپاشی شبکهٔ ترکیب‌های یونی، با بار یون‌ها رابطهٔ مستقیم و با شعاع آن‌ها رابطهٔ وارونه دارد.

به طور کلی برای مقایسهٔ ΔH فروپاشی شبکهٔ ترکیب‌های یونی می‌توان از روش زیر استفاده کرد:

گام هر چه مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون در یک ترکیب یونی بزرگ‌تر باشد، ΔH فروپاشی شبکهٔ آن بزرگ‌تر است.

گام اگر مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون برای دو ترکیب یونی برابر باشد، شعاع یون‌های سازندهٔ آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم؛ هر چه شعاع یون‌ها کوچک‌تر باشد، ΔH فروپاشی بزرگ‌تر است.

- در یک گروه از بالا به پایین، شعاع یون‌ها افزایش می‌یابد.
- در بین یون‌های هم‌الکترون، شعاع آنیون‌ها از شعاع کاتیون‌ها بزرگ‌تر است. هم‌چنین در بین آنیون‌های هم‌الکترون، یونی با مقدار بار الکتریکی بیشتر و در بین کاتیون‌های هم‌الکترون، یونی با مقدار بار الکتریکی کم‌تر، شعاع بزرگ‌تری دارد.

شعاع: $_{15}P^{3-} > {}_{16}S^{2-} > {}_{17}Cl^{-} > {}_{19}K^{+} > {}_{20}Ca^{2+}$

در مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی ترکیب‌ها، ابتدا اولویت با مجموع بار کاتیون و آنیون است؛ بنابراین در بین همهٔ ترکیب‌های داده‌شده، Al_2O_3 بیشترین آنتالپی فروپاشی را دارد. اگر مجموع بار کاتیون و آنیون چند ترکیب برابر باشد، آنتالپی فروپاشی ترکیبی بیشتر است که شعاع یون‌های سازندهٔ آن کوچک‌تر باشد؛ بنابراین خواهیم داشت:

آنتالپی فروپاشی: LiF > NaBr > KI

آنتالپی فروپاشی: Al_2O_3 > AlF_3 > MgO

↓ b ↓ c ↓ a

۸۹- گزینه ۳

درس‌نامه **اصل لوشاتلیه:** تأثیر عوامل مختلف بر جابه‌جایی و ثابت تعادل را در جدول زیر *براتون آوردیم:*

عامل		عکس‌العمل تعادل به تغییر	چگونگی تغییر ثابت تعادل (K) با جابه‌جاشدن تعادل
تغییر غلظت	افزایش غلظت یک ماده	جابه‌جایی در جهت مصرف آن ماده	تغییر نمی‌کند.
	کاهش غلظت یک ماده	جابه‌جایی در جهت تولید آن ماده	تغییر نمی‌کند.
تغییر حجم (فشار)	افزایش حجم (کاهش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی بیشتر	تغییر نمی‌کند.
	کاهش حجم (افزایش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی کم‌تر	تغییر نمی‌کند.
تغییر دما	واکنش‌های گرماده: کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت رفت)	افزایش می‌یابد.
	واکنش‌های گرماده: افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت برگشت)	کاهش می‌یابد.
	واکنش‌های گرماگیر: کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت برگشت)	کاهش می‌یابد.
	واکنش‌های گرماگیر: افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت رفت)	افزایش می‌یابد.

در یک فشار مشخص، غلظت AD در دمای T_2 بیشتر از دمای T_1 است؛ یعنی با تغییر دما از T_1 به T_2، غلظت AD بیشتر شده است. با توجه به این‌که واکنش گرماده است، با کاهش دما و جابه‌جایی تعادل در جهت رفت، غلظت AD افزایش می‌یابد؛ پس T_2 کم‌تر از T_1 است:

$$A + D \rightleftharpoons AD + Q \begin{cases} T_1 \uparrow \xrightarrow{\text{جابه‌جایی تعادل در جهت برگشت}} [AD]\downarrow, K\downarrow \\ T_2 \downarrow \xrightarrow{\text{جابه‌جایی تعادل در جهت رفت}} [AD]\uparrow, K\uparrow \end{cases}$$

$\frac{K(T_2)}{K(T_1)} > 1$ (مقدار ثابت تعادل در دمای کم‌تر (T_2) بیشتر است.)

در مورد ۴) دقت کنید که ثابت تعادل فقط به دما بستگی دارد و با تغییر مقدار مواد، تغییری نمی‌کند.

۹۰- گزینه ۱

در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی، ۳ واکنش زیر انجام می‌شود که طی آن‌ها، مقدار CO، C_xH_y و NO کاهش می‌یابد.

۱) واکنش کاهش مقدار کربن مونوکسید (سوختن):

$$2CO(g) + O_2(g) \rightarrow 2CO_2(g) \quad , \quad \Delta H < 0$$

۲) واکنش کاهش مقدار هیدروکربن‌های نسوخته (سوختن):

$$C_xH_y + (x + \frac{y}{4})O_2(g) \rightarrow xCO_2(g) + \frac{y}{2}H_2O(g) \quad , \quad \Delta H < 0$$

۳) واکنش کاهش مقدار گاز نیتروژن مونوکسید (تجزیه):

$$2NO(g) \rightarrow N_2(g) + O_2(g) \quad , \quad \Delta H < 0$$

۹۱- گزینه ۴

گام نخست شمار ذره‌های زیراتمی ایزوتوپ‌های هیدروژن را حساب می‌کنیم:

$$_1^5H \begin{cases} p = 1 \\ e = 1 \\ n = 4 \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع شمار ذره‌های زیراتمی} = 1 + 1 + 4 = 6$$

$$_1^2H \begin{cases} p = 1 \\ e = 1 \\ n = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع شمار ذره‌های زیراتمی} = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$_1^7H \begin{cases} p = 1 \\ e = 1 \\ n = 6 \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع شمار ذره‌های زیراتمی} = 1 + 1 + 6 = 8$$

نکته مجموع شمار ذره‌های زیراتمی یعنی مجموع شمار پروتون، نوترون و الکترون! مجموع شمار پروتون و نوترون، همان عدد جرمی و شمار الکترون‌ها در اتم‌های خنثی برابر با عدد اتمی است؛ بنابراین برای محاسبهٔ شمار ذره‌های زیراتمی در اتم‌ها، کافی است عدد اتمی و عدد جرمی آن‌ها را با هم جمع کنیم:

$$^{A}_{Z}E \Rightarrow \text{مجموع شمار ذره‌های زیراتمی} = \underbrace{A}_{\text{مجموع شمار پروتون و نوترون}} + \underbrace{Z}_{\text{شمار الکترون}}$$

$$\text{مجموع شمار ذره‌های زیراتمی} \begin{cases} ^{5}_{1}H = 5+1 = 6 \\ ^{2}_{1}H = 2+1 = 3 \\ ^{7}_{1}H = 7+1 = 8 \end{cases}$$

گام حالا نسبت خواسته‌شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{مجموع شمار ذره‌های زیراتمی در } ^{5}_{1}H}{\text{مجموع شمار ذره‌های زیراتمی در } ^{2}_{1}H} = \frac{\frac{6}{3}}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0/25$$

۹۲- گزینه ۱

اگر بیرونی‌ترین زیرلایه در آرایش الکترونی یک یون $4p^6$ باشد، آن یون دارای ۳۶ الکترون است و به آرایش الکترونی گاز نجیب کریپتون رسیده است.

$$4p^6 \Rightarrow \begin{cases} \text{آنیون‌ها}: {}_{35}Br^-, {}_{34}Se^{2-} \\ \text{کاتیون‌ها}: {}_{37}Rb^+, {}_{38}Sr^{2+}, {}_{39}Y^{3+} \end{cases}$$

بررسی گزینه‌ها: ۱) در صورت سؤال آمده، $4p^6$ بیرونی‌ترین زیرلایه در آرایش الکترونی یک یون پایدار است و از آن‌جایی که گازهای نجیب یون تشکیل نمی‌دهند، به یقین این آرایش نمی‌تواند مربوط به یون یک گاز نجیب باشد.

۲) عنصر سلنیم از گروه ۱۶ جدول تناوبی با گرفتن دو الکترون به آرایش الکترونی گاز نجیب کریپتون می‌رسد: $_{34}Se:[_{18}Ar]3d^{10}4s^24p^4 \Rightarrow {}_{34}Se^{2-}:[_{36}Kr]$

۳) عنصر برم با عدد اتمی ۳۵ در لایهٔ ظرفیت خود ۷ الکترون دارد:

$$_{35}Br:[_{18}Ar]3d^{10}\overbrace{4s^24p^5}^{\text{لایهٔ ظرفیت}} \quad (4s^2: l=0,\ 4p^5: l=1)$$

۴) بُرم نافلزی مایع است که واکنش‌پذیری آن از عنصرهای کلر ($_{17}Cl$) و فلوئور ($_{9}F$) کم‌تر است.

۹۳- گزینه ۴

همهٔ عبارت‌های داده‌شده نادرست‌اند.

نکته هر زیرلایه افزون بر عدد کوانتومی اصلی (n)، دارای عدد کوانتومی فرعی (l) نیز می‌باشد:

زیرلایه	s	p	d	f
عدد کوانتومی فرعی (l)	۰	۱	۲	۳
حداکثر تعداد الکترون	۲	۶	۱۰	۱۴

بنابراین وقتی گفته می‌شود اتمی دارای ۶ الکترون با مشخصات $l=0$ است یعنی زیرلایه‌های $1s^2$، $2s^2$ و $3s^2$ در آن از الکترون پر شده است. هم‌چنین وقتی گفته می‌شود اتمی دارای ۱۲ الکترون به مشخصات $l=1$ است، یعنی زیرلایه‌های $2p^6$ و $3p^6$ به طور کامل الکترون گرفته‌اند.

ابتدا با توجه به جدول داده‌شده در سؤال و نوشتن آرایش الکترونی یون‌ها، اتم‌های A، D، E و X را پیدا می‌کنیم.

$$A^{2+}:1s^22s^22p^63s^23p^6 \Rightarrow A:1s^22s^22p^63s^23p^64s^2 \Rightarrow {}_{20}Ca$$

$$D^-:1s^22s^22p^6 \Rightarrow D:1s^22s^22p^5 \Rightarrow {}_{9}F$$

$$E^{3+}:1s^22s^22p^63s^23p^63d^5 \Rightarrow E:1s^22s^22p^63s^23p^63d^64s^2 \Rightarrow {}_{26}Fe$$

$$X:1s^22s^22p^63s^23p^63d^{10}4s^24p^6 \Rightarrow {}_{36}Kr$$

بررسی عبارت‌ها: عبارت اول: اتم‌های E و D به ترتیب اتم‌های آهن (Fe) و فلوئور (F) هستند. با توجه به کاتیون‌های پایدار آهن این دو اتم می‌توانند با یکدیگر ترکیب‌های یونی FeF_3 و FeF_2 تشکیل دهند (ED_3 و F_2Fe)، اما در این عبارت فرمول شیمیایی این دو ترکیب به صورت F_2Fe و FeF_2 نوشته شده است. از آن‌جایی که در ترکیب‌های یونی دوتایی، فلز سمت چپ و نافلز سمت راست نوشته می‌شود، این عبارت نادرست است.

عبارت دوم: شمار الکترون‌های ظرفیتی عنصر D ($_{9}F$) برابر ۷ الکترون است. اما کاهنده‌ترین عنصر جدول تناوبی، عنصر لیتیم با عدد اتمی ۳ است.

عبارت سوم: فراورده حاصل از واکنش A و D (یعنی کلسیم و فلوئور) CaF_2 است که یک ترکیب یونی بوده که اصلاً بحث ساختار خمیده، قطبیت و انحراف در میدان الکتریکی برای آن مطرح نیست. (این مباحث برای مولکول‌ها قابل بحث و بررسی است.)

عبارت چهارم: شمار عنصرهای بین دو عنصر A و X برابر $۱۵ = ۱ - (۲۰ - ۳۶)$ عنصر است. اما نافلزترین عنصر گروه ۱۶، اکسیژن بوده که عدد اتمی آن برابر ۸ است.

۹۴- گزینه ۲

بررسی گزینه‌ها: ۱) آرایش الکترونی اتم‌های هیدروژن ($_{1}H$) و هلیم ($_{2}He$) را نمی‌توان به صورت فشرده رسم کرد.

۲) الکترون‌هایی که رفتار شیمیایی اتم‌ها را مشخص می‌کنند، الکترون‌های ظرفیت نام دارند. در آرایش الکترونی فشردهٔ عنصرهای اصلی و واسطه الکترون‌های ظرفیت نشان داده می‌شود.

$$_{34}Se:[_{18}Ar]3d^{10}\underbrace{4s^24p^4}_{\text{الکترون‌های ظرفیت}} \text{ (عنصر اصلی)} \qquad _{26}Fe:[_{18}Ar]\underbrace{3d^64s^2}_{\text{الکترون‌های ظرفیت}} \text{ (عنصر واسطه)}$$

۳) در آرایش الکترونی فشرده عنصرهای یک گروه از نماد شیمیایی یک گاز نجیب استفاده نمی‌شود و در هر مورد از گاز نجیب دورهٔ ماقبل عنصر مورد نظر استفاده می‌شود:

$$_{3}Li:[_{2}He]2s^1 \quad {}_{11}Na:[_{10}Ne]3s^1 \quad {}_{19}K:[_{18}Ar]4s^1 \quad {}_{37}Rb:[_{36}Kr]5s^1$$

۴) در عنصرهای دستهٔ p، شمارهٔ گروه برابر تعداد الکترون‌های بیرونی‌ترین لایه به علاوهٔ عدد ۱۰ است.

$$_{35}Br:[_{18}Ar]3d^{10}\overbrace{4s^24p^5}^{\text{الکترون‌های بیرونی‌ترین لایه= الکترون‌های ظرفیت}}$$

$$\downarrow$$

$$\text{شمارهٔ گروه} = 7 + 10 = 17$$

۹۵- گزینه ۴

جدول تغییرات تعداد مول مواد را نوشته و به کمک مقدار کاهش جرم واکنش‌دهنده، x را به دست آورده و سپس خواسته‌های سؤال را حساب می‌کنیم.

$$2NO_2Cl \rightleftharpoons Cl_2 + 2NO_2$$

	$2NO_2Cl$	Cl_2	$2NO_2$
مول اولیه	۰/۰۶	۰	۰
تغییرات مول	$-2x$	$+x$	$+2x$
مول تعادلی	$0/06-2x$	x	$2x$

$$\text{مول مصرف‌شدهٔ } NO_2Cl = 3/26\ g \times \frac{1\ mol\ NO_2Cl}{81/5\ g\ NO_2Cl} = 0/04\ mol$$

$$\Rightarrow 2x = 0/04 \Rightarrow x = 0/02$$

$$K = \frac{[Cl_2][NO_2]^2}{[NO_2Cl]^2} = \frac{(\frac{0/02}{2})(\frac{0/04}{2})^2}{(\frac{0/02}{2})^2} = 0/04$$

$$\text{مجموع مول گازها هنگام تعادل} = 0/06 - 2x + x + 2x = 0/06 + x$$

$$\xrightarrow{x=0/02} 0/06 + 0/02 = 0/08\ mol$$

۱۴۰۳ نوبت دوم داخل

ریاضی

۱- گزینه ۴

استراتژی اگر جمله‌های سوم، چهارم و پنجم را به صورت a_1r^3، a_1r^2 و a_1r^4 فرض کنیم، $a_1r^2=\sqrt{a_1r^3}$ و $a_1r^4=27$ است.

درس‌نامه جملهٔ عمومی یک دنبالهٔ هندسی با جملهٔ اول a_1 و قدرنسبت r به صورت $a_n=a_1\times r^{n-1}$ است.

گام جملهٔ سوم، جذر جملهٔ چهارم است؛ پس:

$$a_3=\sqrt{a_4}\Rightarrow a_1r^2=\sqrt{a_1r^3}\xrightarrow{\text{توان ۲}}a_1^2r^4=a_1r^3\xrightarrow{\div a_1r^3}a_1r=1$$

گام جملهٔ پنجم ۲۷ است؛ پس:

$$a_5=27\Rightarrow a_1r^4=27\Rightarrow \underbrace{a_1r}_{1}r^3=27\Rightarrow r^3=27\Rightarrow r=3$$

گام با جای‌گذاری $r=3$ در $a_1r=1$، داریم:

$$3a_1=1\Rightarrow a_1=\frac{1}{3}$$

پس اختلاف $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ برابر است با:

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$$

۲- گزینه ۳

استراتژی دستهٔ اول $\{1,2,3\}$ و دستهٔ دوم $\{4,5,\ldots,12\}$ است. شبیه به همین، اعضای دسته‌های سوم، چهارم و پنجم را هم به دست آورید.

درس‌نامه اگر تعدادی عدد متوالی داشته باشیم، برای پیداکردن میانگین آن‌ها کافی است میانگین اولین و آخرین عدد را حساب کنیم، به عبارت دیگر:

$$a,a+1,a+2,\ldots,b\xrightarrow{\text{میانگین}}\frac{a+b}{2}$$

گام دسته‌ها را می‌نویسیم:

$$\{\underbrace{1,2,3}_{\text{۳ برابر}}\},\{\underbrace{4,5,\ldots,12}_{\text{۳ برابر}}\},\{\underbrace{13,\ldots,39}_{\text{۳ برابر}}\},\{40,\ldots,120\},\overbrace{\{121,\ldots,363\}}^{\text{دستهٔ ۵ام}}$$

گام چون اعضای دستهٔ پنجم، اعداد طبیعی متوالی هستند، پس میانگینشان برابر با میانگین عدد اول و آخر دسته است:

$$\text{میانگین اعضای دستهٔ پنجم}=\frac{121+363}{2}=242$$

۳- گزینه ۴

درس‌نامه برخی از قوانین توان‌ها را در زیر ببینید:

۱) $a^m\times a^n=a^{m+n}$ ۲) $a^m\div a^n=a^{m-n}$ ۳) $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$

گام هر سه عبارت را با پایهٔ ۲ می‌نویسیم:

- $\sqrt[3]{2\sqrt{8}}=\sqrt[3]{2\times 2^{\frac{3}{2}}}=\sqrt[3]{2^{\frac{5}{2}}}=2^{\frac{5}{3}}=2^{\frac{5}{6}}$
- $\sqrt[3]{2\sqrt{2}}=\sqrt[3]{2\times 2^{\frac{1}{2}}}=\sqrt[3]{2^{\frac{3}{2}}}=2^{\frac{3}{3}}=2^{\frac{1}{2}}$
- $16^{-\frac{3}{4}}=(2^4)^{-\frac{3}{4}}=2^{-3}$

گام سه عبارت به‌دست‌آمده را در کسرمان جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt[3]{2\sqrt{8}}}{\sqrt[3]{2\sqrt{2}}\times 16^{-\frac{3}{4}}}=\frac{2^{\frac{5}{6}}}{2^{\frac{1}{2}}\times 2^{-3}}=\frac{2^{\frac{5}{6}}}{2^{-\frac{5}{2}}}=2^{\frac{5}{6}-(-\frac{5}{2})}=2^{\frac{20}{6}}=2^{\frac{10}{3}}=2^{3+\frac{1}{3}}$$

$$=2^3\times 2^{\frac{1}{3}}=8\sqrt[3]{2}$$

۴- گزینه ۴

استراتژی اصلاً به حل‌کردن معادله و پیداکردن x برحسب a فکر نکنید! کافیست به این توجه کنید که با استفاده از اتحاد مزدوج، $(\sqrt{x+a}-\sqrt{x-4})(\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4})=a+4$ است.

درس‌نامه اتحاد مزدوج به صورت زیر است:

$$(A-B)(A+B)=A^2-B^2$$

گام فرض کنیم حاصل عبارت $\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4}$ که حاصل مزدوجش را سؤال داده، برابر با k است:

$$\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4}=k$$

گام طرفین دو تساوی $\sqrt{x+a}-\sqrt{x-4}=2$ (سوال داده) و $\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4}=k$ (خودمان فرض کردیم!) را در هم ضرب می‌کنیم:

$$(\sqrt{x+a}-\sqrt{x-4})(\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4})=2k$$

$$\xrightarrow[\text{اتحاد مزدوجه}]{\text{سمت چپ}}x+a-(x-4)=2k\Rightarrow a+4=2k$$

$$\Rightarrow k=\frac{a+4}{2}$$

گام حاصل عبارت خواسته‌شده که همان $k-2$ است را حساب می‌کنیم:

$$\underbrace{\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4}}_{k}-2=k-2=\frac{a+4}{2}-2=\frac{a}{2}$$

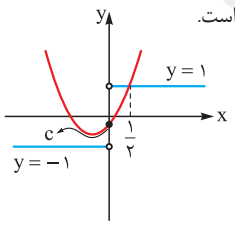
مشاوره خیلی از وقت‌ها، به جای این‌که سریع دست به قلم بشیم برای حل سؤال، اول باید نگاه کنیم ببینیم که آیا داده‌های سؤال و خواستهٔ سؤال رو می‌شه یه جوری به هم ربط بدیم که سؤال راحت‌تر حل بشه یا نه؟! (مثل همین سؤال)

۵- گزینه ۳

استراتژی اول تابع $y_1=\frac{x}{|x|}$ را به صورت دوضابطه‌ای بنویسید و سپس آن را رسم کنید. بعد نمودار $y_2=2x^2+\frac{3}{2}x+c$ را طوری رسم کنید که $(0,\frac{1}{2})$ بزرگ‌ترین بازه‌ای باشد که تابع y_1 پایین تابع y_2 باشد. در آخر با توجه به محل تقاطع y_1 و y_2، مقدار c حاصل می‌شود.

گام ضابطهٔ تابع $y=\frac{x}{|x|}$ به صورت $y=\begin{cases}1 & x>0\\ -1 & x<0\end{cases}$ است.

گام نمودار سهمی $y=2x^2+\frac{3}{2}x+c$ و تابع $y=\frac{x}{|x|}$ را در یک دستگاه طوری می‌کشیم که سهمی فقط در بازهٔ $(0,\frac{1}{2})$ پایین تابع $y=\frac{x}{|x|}$ باشد:



گام با توجه به نمودار بالا در $x=\frac{1}{2}$، خط $y=1$ و سهمی $y=2x^2+\frac{3}{2}x+c$ متقاطع‌اند:

$$2(\frac{1}{2})^2+\frac{3}{2}(\frac{1}{2})+c=1\Rightarrow\frac{1}{2}+\frac{3}{4}+c=1\Rightarrow c=\frac{-1}{4}$$

مشاوره خیلی از اوقات، سریع‌ترین و راحت‌ترین راه برای حل نامعادله‌ها، رسم نمودار است.

۶- گزینه ۳

درس‌نامه اگر n شیء متمایز داشته باشیم و بخواهیم از میان آن‌ها k شیء انتخاب کنیم به طوری که ترتیب k شیء مهم نباشد، تعداد راه‌های انجام این کار برابر است با: $\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$

گام تابع ثابت ما به شکل مقابل است: $\{(x_1,c),(x_2,c),(x_3,c),(x_4,c)\}$

گام x_1 تا x_4 از بین اعداد طبیعی ۱ تا ۹ انتخاب می‌شوند؛ یعنی باید ۴ عدد از بین این ۹ عدد انتخاب کنیم:

$$\binom{9}{4}=\frac{9!}{5!4!}=\frac{9\times\cancel{8}^{2}\times7\times\cancel{6}}{\cancel{4}\times3\times\cancel{2}_{1}}=126$$

(دقت کنید چون مؤلفهٔ دوم زوج مرتب‌ها یکسان است، پس جابه‌جایی x_1 تا x_4 تأثیری ندارد.)

گام برای برد یعنی c باید یک عدد از بین اعداد زوج نامنفی یک‌رقمی ($0,2,4,6,8$) انتخاب کنیم:

$$\binom{5}{1}=5$$

◆ پس تعداد کل توابع برابر است با: $\frac{126}{\text{انتخاب دامنه}}\times\frac{5}{\text{انتخاب برد}}=630$

۷- گزینه ۴

گام تعداد کل حالات در پرتاب دو تاس $6^2=36$ است.

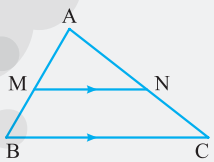
گام در ۶ حالت از این ۳۶ حالت، اعداد دو تاس یکسان و در بقیهٔ حالت‌ها یعنی $36-6=30$ حالت، اعدادشان متفاوت است؛ پس در $\frac{30}{2}=15$ حالت، عدد یکی از تاس‌ها از دیگری بزرگ‌تر است.

گام در نتیجه: احتمال $=\frac{\text{حالات مطلوب}}{\text{کل حالات}}=\frac{30}{36}=\frac{5}{6}$

۸- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ اگر $ax=by$ باشد، می‌توانیم x و y را به صورت $x=bk$ و $y=ak$ فرض کنیم، برای مثال اگر $2x=5y$ باشد، می‌توانیم بگوییم $x=5k$ و $y=2k$ است.

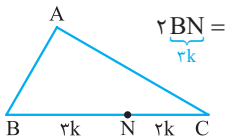
۲ قضیهٔ تالس: اگر در مثلثی، خطی موازی یکی از اضلاع رسم شود داریم:



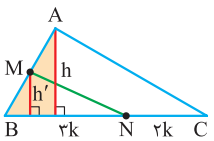
تالس جزء به جزء: $\frac{AM}{BM}=\frac{AN}{CN}$

تالس جزء به کل: $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$

گام نقطهٔ N روی ضلع BC طوری قرار دارد که $2\underbrace{BN}_{3k}=3\underbrace{NC}_{2k}$



گام نقطهٔ M هم روی ضلع AB طوری قرار دارد که S_{ABC}، ۳ برابر S_{BMN} است:



$$S_{ABC}=3S_{BMN}\Rightarrow\frac{h\times5\cancel{k}}{\cancel{2}}=3\times\frac{h'\times3\cancel{k}}{\cancel{2}}$$

$$\Rightarrow 5h=9h'\Rightarrow\frac{h'}{h}=\frac{5}{9}$$

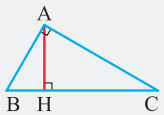
گام در قسمت رنگی از موازی‌بودن دو ارتفاع رسم‌شده، تالس جزء به کل می‌نویسیم:

$$\frac{BM}{BA}=\frac{h'}{h}\Rightarrow\frac{BM}{BM+MA}=\frac{5}{9}\Rightarrow5BM+5MA=9BM$$

$$\Rightarrow 5MA=4BM\Rightarrow\frac{BM}{MA}=\frac{5}{4}=1/25$$

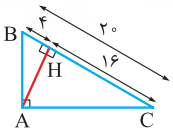
۹- گزینه ۱

درس‌نامه اگر در مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر را رسم کنیم، سه مثلث متشابه به وجود می‌آیند (مثلث‌های ABC، ABH و ACH متشابه‌اند) و داریم:



$$\begin{cases}AB^2=BH.BC\\AH^2=BH.CH\\AC^2=CH.BC\end{cases}$$

گام با توجه به جملات سؤال، شکل مناسب می‌کشیم:



چون وتر ۲۰ و $BH=4$ است، پس $HC=16$ می‌شود.

گام با توجه به درس‌نامه داریم:

$$AH^2=BH\times HC\Rightarrow AH^2=4\times16\xrightarrow{\text{جذر}}AH=2\times4=8$$

گام در مثلث کوچک‌تر یعنی ABH، نسبت اضلاع قائمه را حساب می‌کنیم:

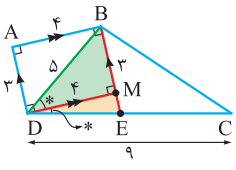


$$\frac{AH}{BH}=\frac{8}{4}=2$$

در درس‌نامه گفتیم مثلث‌های ACH، ABH و ABC متشابه‌اند؛ پس نسبت اضلاع قائمهٔ مثلث ABH با نسبت اضلاع قائمهٔ مثلث ABC برابر است و داریم: $\frac{AC}{AB}=2$

۱۰- گزینه ۲

گام از B و D، به ترتیب دو پاره‌خط موازی AD و AB رسم می‌کنیم و نقطهٔ تقاطعشان را M می‌نامیم. چهارضلعی ABMD، چهار زاویهٔ قائمه دارد؛ پس مستطیل است.



گام طول قطر مستطیل با فیثاغورس درمی‌آید:

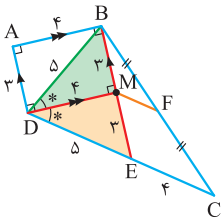
$$BD=\sqrt{3^2+4^2}=5$$

با توجه به تساوی $B\hat{D}C=2B\hat{D}M$، زوایای مشخص‌شده با علامت (*) برابرند.

گام دو مثلث رنگ‌شده به حالت «ز ض ز» همنهشت‌اند؛ در نتیجه: $\begin{cases}ME=MB=3\\DE=DB=5\end{cases}$

گام حالا با توجه به $DC=9$ و $DE=5$، نتیجه می‌گیریم: $EC=9-5=4$

گام چون اندازه‌های به‌دست‌آمده با شکل داده‌شده در سؤال هم‌خوانی ندارند، یک شکل با اندازه‌های واقعی‌تر می‌کشیم و ادامهٔ حل را با آن جلو می‌رویم:



چون در مثلث BEC، اضلاع کناری به نسبت ۱ به ۱ تقسیم شده‌اند، پس MF و EC موازی‌اند (طبق عکس تالس) و در نتیجه:

تالس جزء به کل: $\frac{MF}{EC}=\frac{BM}{BE}\Rightarrow\frac{MF}{4}=\frac{3}{6}\Rightarrow MF=2$

مشاوره توی سؤالای شکل‌دار کنکور، خیلی به شکل رسم‌شده اعتماد نکنید. خیلی از وقت‌ها شکل رسم‌شده «دقیق» نیست

۱۱- گزینه ۱

گام اگر دامنهٔ $f(x)$ بازهٔ $[b,c]$ باشد، دامنهٔ تابع $f(kx)$ به صورت $[\underbrace{\frac{b}{k},\frac{c}{k}}_{k>0}]$ یا $[\underbrace{\frac{c}{k},\frac{b}{k}}_{k<0}]$ است؛ پس فقط زمانی دو بازهٔ $[b,c]$ و $[\frac{b}{k},\frac{c}{k}]$ برابرند که $k=1$ باشد.

گام با جای‌گذاری $k=1$ در $k=2a^2-a-5$، داریم:

$$1=2a^2-a-5\Rightarrow2a^2-a-6=0$$

گام حاصل‌ضرب ریشه‌های معادلهٔ بالا برابر است با:

$$P=\frac{C}{A}=\frac{-6}{2}=-3$$

تذکر البته در حالتی که b و c قرینهٔ هم هستند و $k=-1$ باشد هم دامنهٔ دو تابع برابر است ولی حالت خاص حساب می‌شود و مورد توجه طراح نبوده است!

۱۲- گزینه ۱

درس‌نامه در نمایش زوج مرتبی، یک رابطه تابع است هرگاه هر دو زوج مرتبی که مؤلفهٔ اولشان برابر بود، مؤلفهٔ دومشان هم برابر باشد.

گام مؤلفه‌های اول زوج مرتب‌های $(۷,-۲n)$ و $(۷,۱-۳n^۲)$ برابر است؛ پس باید مؤلفه‌های دومشان نیز برابر باشند:

$$-۲n=۱-۳n^۲ \Rightarrow ۳n^۲-۲n-۱=۰ \xrightarrow[\text{صفره}]{\text{جمع ضرایب}} \begin{cases} n=۱ \\ n=\frac{-۱}{۳} \end{cases}$$

گام حالا باید ببینیم به ازای کدام مقدار n، f تابع است:

◆ به ازای $n=۱$، رابطهٔ f به صورت زیر می‌شود:

$$f=\{(۷,\cancel{-۲}),(۱,-۱),(۲,۱),(۷,-۲),(۱,۲)\}$$

تکراریه

تابع نیست.

◆ به ازای $n=\frac{-۱}{۳}$ رابطهٔ f به صورت زیر می‌شود:

$$f=\{(۷,\cancel{\frac{۲}{۳}}),(۱,-۱),(۲,-\frac{۱}{۳}),(۷,\frac{۲}{۳}),(-۳,۲)\}$$

تکراریه

که تابع است و مقدار f در ۲ برابر $-\frac{۱}{۳}$ می‌شود.

۱۳- گزینه ۴

درس‌نامه در سهمی $y=Ax^۲+Bx+C$، اگر $A>۰$ باشد سهمی مینیمم دارد و اگر $A<۰$ باشد سهمی ماکزیمم دارد. در هر دو حالت، مینیمم یا ماکزیمم سهمی برابر است با: $-\frac{\Delta}{۴A}$

گام بیشترین مقدار سهمی $y=ax^۲+x+۲a$ را حساب می‌کنیم:

$$\max=\frac{-\Delta}{۴a}=\frac{-(۱^۲-۴(a)(۲a))}{۴a}=\frac{-(۱-۸a^۲)}{۴a}=\frac{۸a^۲-۱}{۴a}$$

گام چون ماکزیمم سهمی $\frac{-۱}{۲}$ است، پس عبارت بالا باید برابر با $-\frac{۱}{۲}$ باشد:

$$\frac{۸a^۲-۱}{\cancel{۴}a}=\frac{-۱}{\cancel{۲}} \Rightarrow ۸a^۲-۱=-۲a \Rightarrow ۸a^۲+۲a-۱=۰$$

$$\xrightarrow[\text{روسی}]{\times ۲} a^۲+۲a-۸=۰ \Rightarrow (a+۴)(a-۲)=۰ \Rightarrow \begin{cases} a=-۴ \\ a=۲ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\div ۸} \begin{cases} a=\frac{-۱}{۲} & \checkmark \\ a=\frac{۱}{۴} & \times \end{cases}$$

گام چون قرار است سهمی ماکزیمم داشته باشد؛ پس دهانه‌اش باید رو به پایین باشد و در نتیجه a باید منفی باشد، پس فقط $a=\frac{-۱}{۲}$ قبول است.

۱۴- گزینه ۲

استراتژی سهمی بر نیمساز ناحیهٔ سوم مماس است؛ پس معادلهٔ $۲ax^۲-۵x+۱۸a=x$ باید ریشهٔ مضاعف منفی داشته باشد.

گام سهمی $y=۲ax^۲-۵x+۱۸a$ بر نیمساز ناحیهٔ سوم (یعنی خط $y=x$) مماس است؛ پس معادلهٔ تقاطعشان باید ریشهٔ مضاعف بدهد:

$$y_{\text{سهمی}}=y_{\text{خط}} \Rightarrow ۲ax^۲-۵x+۱۸a=x \Rightarrow ۲ax^۲-۶x+۱۸a=۰$$

$$\xrightarrow{\div ۲} \underbrace{ax^۲-۳x+۹a=۰}_{(*)}$$

دلتای معادلهٔ بالا باید صفر باشد:

$$\Delta=۰ \Rightarrow (-۳)^۲-۴(a)(۹a)=۰ \Rightarrow ۹-۳۶a^۲=۰ \Rightarrow a^۲=\frac{۱}{۴} \Rightarrow a=\pm\frac{۱}{۲}$$

گام چون نقاط روی نیمساز ناحیهٔ سوم، طولشان منفی است، پس ریشهٔ مضاعف معادلهٔ (*) باید منفی باشد:

$$\text{ریشهٔ مضاعف}=\frac{-B}{۲A}<۰ \Rightarrow \frac{۳}{۲a}<۰ \Rightarrow a<۰$$

پس $a=\frac{-۱}{۲}$ قبول است.

۱۵- گزینه ۲

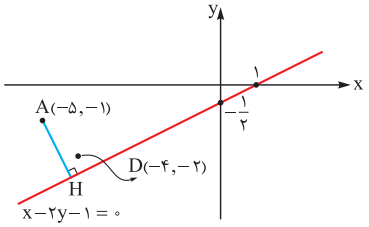
درس‌نامه ۱ فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_۰,y_۰)$ از خط $ax+by+c=۰$ برابر است با:

$$AH=\frac{|ax_۰+by_۰+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$$

۲ فاصلهٔ دو نقطهٔ $A(x_۱,y_۱)$ و $B(x_۲,y_۲)$، یا همان طول پاره‌خط AB برابر است با:

$$AB=\sqrt{(x_۲-x_۱)^۲+(y_۲-y_۱)^۲}$$

گام رأس $A(-۵,-۱)$ و ضلع به معادلهٔ $x-۲y=۱$ را می‌کشیم:

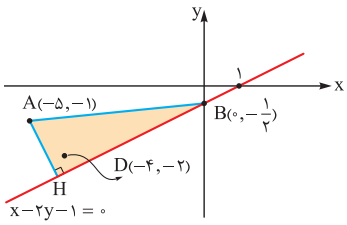


گام اگر در رابطهٔ $x-۲y=۱$، جای x، ۴- قرار دهیم به $y=-۲/۵$ می‌رسیم؛ پس نقطهٔ $D(-۴,-۲)$ بالای خط $x-۲y-۱=۰$ قرار دارد.

گام با کمک مورد (۱) درس‌نامه، فاصلهٔ A تا این ضلع را حساب می‌کنیم:

$$AH=\frac{|-۵-۲(-۱)-۱|}{\sqrt{۱^۲+(-۲)^۲}}=\frac{۴}{\sqrt{۵}}$$

گام طول یکی از اضلاع این مثلث که در ناحیهٔ سوم قرار دارد و نقطهٔ $(-۴,-۲)$ داخل آن قرار دارد برابر با $\frac{۴}{\sqrt{۵}}$ (که همان ارتفاع وارد بر یکی از اضلاع است) می‌باشد. برای آن‌که مساحت مثلث ماکزیمم باشد، این ارتفاع باید یکی از اضلاع باشد یا به زبان دیگر این مثلث باید قائم‌الزاویه باشد، این‌جوری:



گام اندازهٔ وتر AB را حساب می‌کنیم:

$$AB=\sqrt{(-۵-۰)^۲+(-۱+\frac{۱}{۲})^۲}=\sqrt{۲۵+\frac{۱}{۴}}=\frac{\sqrt{۱۰۱}}{۲}$$

با داشتن $AB=\frac{\sqrt{۱۰۱}}{۲}$ و $AH=\frac{۴}{\sqrt{۵}}$، به کمک فیثاغورس، اندازهٔ HB را حساب می‌کنیم:

$$HB^۲+(\frac{۴}{\sqrt{۵}})^۲=(\frac{\sqrt{۱۰۱}}{۲})^۲ \Rightarrow HB^۲=\frac{۱۰۱}{۴}-\frac{۱۶}{۵}=\frac{۵۰۵-۶۴}{۲۰}=\frac{۴۴۱}{۲۰}$$

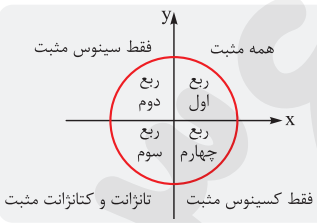
$$\Rightarrow HB=\frac{۲۱}{۲\sqrt{۵}}$$

گام مساحت مثلث ABH برابر است با:

$$S=\frac{AH\times HB}{۲}=\frac{\cancel{۴}^{۲}}{\sqrt{۵}}\times\frac{۲۱}{\cancel{۲}\sqrt{۵}}=\frac{\frac{۴۲}{۵}}{۲}=\frac{۴۲}{۱۰}=۴/۲$$

۱۶- گزینه ۲

درس‌نامه علامت نسبت‌های مثلثاتی روی دایرهٔ مثلثاتی به صورت مقابل است:



گام تساوی دوم را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\frac{|\sin\alpha|}{\cos\alpha}=-\frac{۱}{\cot\alpha} \xrightarrow{\cot=\frac{\cos}{\sin}} \frac{|\sin\alpha|}{\cancel{\cos\alpha}}=-\frac{\cancel{\sin\alpha}}{\cancel{\cos\alpha}}$$

$$\Rightarrow |\sin\alpha|=-\sin\alpha \xrightarrow{\text{یعنی}} \sin\alpha<۰$$

گام حالا سراغ تساوی اول می‌رویم:

$$\frac{۱}{\sqrt{\cos^۲\alpha}}-\tan\alpha=\frac{۱+\sin\alpha}{|\cos\alpha|} \Rightarrow \frac{۱}{|\cos\alpha|}-\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{۱+\sin\alpha}{|\cos\alpha|}$$

$\sqrt{\cos^۲\alpha}=|\cos\alpha|$

$$\xrightarrow[\text{می‌کنیم.}]{\text{جایجا}} \frac{۱}{|\cos\alpha|}-\frac{۱+\sin\alpha}{|\cos\alpha|}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow \frac{-\cancel{\sin\alpha}}{|\cos\alpha|}=\frac{\cancel{\sin\alpha}}{\cos\alpha}$$

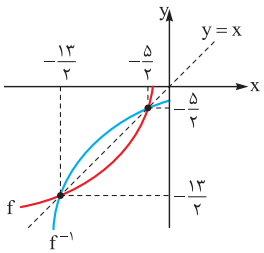
$$\Rightarrow |\cos\alpha|=-\cos\alpha \xrightarrow{\text{یعنی}} \cos\alpha<۰$$

گام چون sin و cos هر دو منفی شدند؛ پس α در ربع سوم قرار دارد.

۱۷- گزینه ۳

درس‌نامه برای رسم نمودار $y=f^{-1}(x)$ کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را نسبت به نیمساز ربع اول و سوم (یعنی خط $y=x$) قرینه کنیم.

گام اگر نمودار f را نسبت به خط $y=x$ قرینه کنیم به نمودار f^{-1} می‌رسیم:



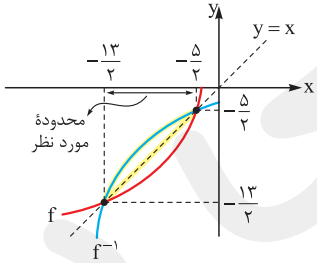
گام برای به دست آوردن دامنهٔ تابع رادیکالی $y=\sqrt{\frac{f^{-1}(x)}{x-f^{-1}(x)}}$ باید عبارت زیر رادیکال را بزرگ‌تر یا مساوی صفر قرار دهیم:

$$\frac{f^{-1}(x)}{x-f^{-1}(x)}\geq 0$$

گام چون نمودار f^{-1} همواره زیر محور xها قرار دارد، پس صورت کسر، منفی است و در نتیجه مخرج هم باید منفی باشد:

$$x-f^{-1}(x)<0 \Rightarrow x<f^{-1}(x)$$

گام پس باید روی نمودار دنبال محدوده‌ای باشیم که $y=x$ زیر $y=f^{-1}(x)$ است:



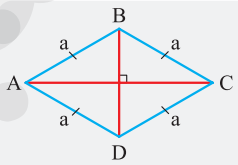
جواب $\longrightarrow -\frac{13}{2}<x<\frac{-5}{2}$

$\Rightarrow -6/5<x<-2/5$

اعداد صحیح این محدوده، ۶-، ۵-، ۴- و ۳- هستند که شامل ۴ عدد می‌باشد.

۱۸- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ در لوزی مقابل:



الف) طول همهٔ اضلاع با هم برابرند.

ب) قطرها، نیمسازهای زاویه‌های داخلی‌اند.

پ) قطرها عمودمنصف یکدیگرند.

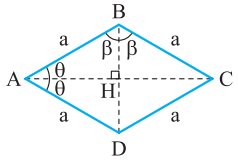
۲ مساحت هر لوزی را دو جور می‌تونیم حساب کنیم:

◇ برحسب قطرها: $S=\frac{1}{2}AC\times BD=$ نصف ضرب قطرها

◇ برحسب زاویه‌های داخلی: $S=(\text{ضلع لوزی})^2\times$ سینوس زاویهٔ داخلی لوزی

$\Rightarrow S=a^2\sin\hat{A}$ یا $a^2\sin\hat{B}$ یا ...

گام شکل مسئله به صورت زیر است. طبق مورد (۱) درس‌نامه، قطرهای لوزی نیمسازهای $\hat{A}$ و $\hat{B}$ هستند؛ پس مطابق شکل می‌توانیم فرض کنیم:



$$\begin{cases}B\hat{A}C=D\hat{A}C=\theta\\ A\hat{B}D=C\hat{B}D=\beta\end{cases}$$

طول ضلع لوزی را هم a در نظر می‌گیریم.

گام طبق مورد (۲) درس‌نامه، برای مساحت لوزی بالا می‌توانیم رابطه‌های زیر را بنویسیم:

$$\begin{cases}S_{ABCD}=a^2\sin(2\theta)\\ S_{ABCD}=\frac{1}{2}AC\times BD\end{cases}\Rightarrow a^2\sin(2\theta)=\frac{1}{2}AC\times BD\ (*)$$

گام به گفتهٔ سؤال، طول ضلع لوزی (a) مساوی جذر ضرب طول قطرها است؛ یعنی:

$$a=\sqrt{AC\times BD}\xrightarrow{\text{توان ۲}}a^2=AC\times BD$$

گام پس می‌توانیم به جای $AC\times BD$ در (*) بنویسیم a^2:

$$a^2\sin(2\theta)=\frac{1}{2}a^2\Rightarrow\sin(2\theta)=\frac{1}{2}=\sin(30^\circ)$$

$$\Rightarrow 2\theta=30^\circ\Rightarrow\theta=15^\circ$$

در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABH (شکل داده‌شده) جمع θ و β باید 90° باشد؛ پس:

$$\theta+\beta=90^\circ\Rightarrow 15^\circ+\beta=90^\circ\Rightarrow\beta=75^\circ$$

گام با توجه به شکل $\frac{\hat{A}}{2}$ همان θ و $\frac{\hat{B}}{2}$ همان β است؛ پس $\tan(\frac{\hat{A}-\hat{B}}{2})$ می‌شود:

$$\tan(\frac{\hat{A}}{2}-\frac{\hat{B}}{2})=\tan(\underbrace{\theta}_{15^\circ}-\underbrace{\beta}_{75^\circ})=\tan(-60^\circ)=-\sqrt{3}$$

سؤال مقدار مثبت $\tan(\frac{\hat{A}}{2}-\frac{\hat{B}}{2})$ را می‌خواهد؛ پس $+\sqrt{3}$ جواب است.

۱۹- گزینه ۲

استراتژی اول به این توجه کنید که نقطهٔ $(0,2)$ روی تابع قرار دارد که با توجه به آن $c=-\frac{1}{b}$ می‌شود. بعد با جای‌گذاری $c=-\frac{1}{b}$ در معادلهٔ $b+c=-\frac{3}{2}$، مقدار b و سپس c حاصل می‌شود. در آخر کافیست به این توجه کنید که تابع از نقطهٔ $(-1/5,0)$ هم می‌گذرد تا مقدار a هم به دست آید.

درس‌نامه ۱ در توابع لگاریتمی به شکل $y=\log_a b$ باید $b>0$، $a>0$ و $a\neq 1$ باشد.

۲ برای تبدیل یک عبارت لگاریتمی به یک عبارت نمایی (یا بالعکس) داریم:

$$\log_b a=c\Leftrightarrow a=b^c$$

گام نقطهٔ $(0,2)$ روی تابع قرار دارد؛ پس:

$$y=1-\log_c(ax-b)\xrightarrow{(0,2)}2=1-\log_c(-b)\Rightarrow\log_c(-b)=-1$$

$$\xrightarrow{\text{مورد ۲ درس‌نامه}}c^{-1}=-b\Rightarrow c=\frac{-1}{b}$$

گام با جای‌گذاری $c=\frac{-1}{b}$ در تساوی $b+c=-\frac{3}{2}$، داریم:

$$b-\frac{1}{b}=\frac{-3}{2}\xrightarrow{\times 2b}2b^2-2=-3b\Rightarrow$$

$$2b^2+3b-2=0\xrightarrow{\text{روسی}}b^2+3b-4=0\xrightarrow{\text{جمع ضرایب صفره}}\begin{cases}b=1\\ b=-4\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\div 2}\begin{cases}b=\frac{1}{2}\xrightarrow{\text{پس}}c=-2\\ b=-2\xrightarrow{\text{پس}}c=\frac{1}{2}\end{cases}$$

چون مبنای لگاریتم باید مثبت باشد، پس حالتی که c مثبت شده قبول است:

$$c=\frac{1}{2},b=-2$$

تا این‌جا ضابطه به شکل $y=1-\log_{\frac{1}{2}}(ax+2)$ شد.

گام نقطهٔ $(-1/5,0)$ روی تابع است؛ پس:

$$0=1-\log_{\frac{1}{2}}(-1/5a+2)\Rightarrow\log_{\frac{1}{2}}(-1/5a+2)=1$$

$$\xrightarrow{\text{مورد ۲ درس‌نامه}}(\frac{1}{2})^1=-1/5a+2\Rightarrow 1/5a=1/5\Rightarrow a=1$$

پس:

$$(a+c)b=(1+\frac{1}{2})(-2)=-3$$

۲۰- گزینه ۲

استراتژی اول تابع را به صورت $f(x)=(a+b)[x]+b$ بنویسید. بعد کافی است به این نکته توجه کنید که توابع براکتی بی‌نهایت نقطهٔ ناپیوستگی دارند.

درس‌نامه ۱ اگر داخل جزء صحیح، عدد صحیحی جمع یا منها شده باشد، می‌توانیم آن را از جزء صحیح بیرون آوریم؛ یعنی:

$$[\square\pm a]=[\square]\pm a\quad (a\in\mathbb{Z})$$

۲ توابع براکتی به شکل $y=a[u]+b$ که در آن u عبارتی برحسب x و $a\neq 0$ است، بی‌نهایت نقطهٔ ناپیوستگی دارند.

گام در عبارت $[x+1]$، طبق مورد (۱) درس‌نامه عدد ۱ را از براکت خارج می‌کنیم:

$$[x]+1$$

پس ضابطهٔ f به شکل مقابل می‌شود:

$$f(x)=a[x]+b\underbrace{[x+1]}_{[x]+1}=(a+b)[x]+b$$

گام برای آن‌که f روی $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، باید ضریب $[x]$ صفر باشد:

$$a+b=0 \Rightarrow b=-a$$

پس ضابطهٔ f به شکل $f(x)=b$ شد.

گام مقدار عبارت خواسته‌شده را حساب می‌کنیم:

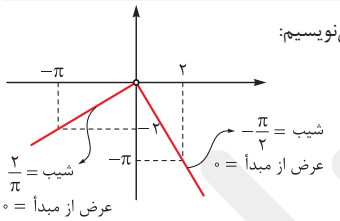
$$\frac{f(a)}{a}=\frac{b}{a}=\frac{-a}{a}=-1$$

مشاوره ایدهٔ اصلی حل این سؤال در سؤال ۱۲۴ کنکور اردیبهشت ۱۴۰۳ آمده بود؛ پس لازم است از این به بعد، بیش از پیش روی تحلیل کنکورها زمان بگذارید.

۲۱- گزینه ۲

استراتژی کافیست با توجه به نمودار، f را دوضابطه‌ای بنویسید و حاصل هر کدام از حدها را با توجه به ضابطهٔ آن محاسبه کنید.

گام با توجه به نمودار f، ضابطهٔ آن را می‌نویسیم:



$$f(x)=\begin{cases}-\frac{\pi}{۲}x & x>۰\\ \frac{۲}{\pi}x & x<۰\end{cases}$$

گام حاصل دو حد را جداگانه حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to(\frac{\pi}{۲})^-}\frac{\sin x}{|f(x)|}=\frac{\sin\frac{\pi}{۲}}{\underbrace{|f(\frac{\pi}{۲})|}_{\text{ضابطه با دامنهٔ } x>۰}}=\frac{۱}{|-\frac{\pi}{۲}(\frac{\pi}{۲})|}=\frac{۱}{\frac{\pi^۲}{۴}}=\frac{۴}{\pi^۲}$$

$$\lim_{x\to(-\frac{\pi}{۲})^+}\frac{|f(x)|}{\sin x}=\frac{|\frac{۲}{\pi}(-\frac{\pi}{۲})|}{\sin(-\frac{\pi}{۲})}=\frac{۱}{-۱}=-۱$$

(ضابطه با دامنهٔ $x<۰$)

پس:

$$\lim_{x\to(\frac{\pi}{۲})^-}\frac{\sin x}{|f(x)|}+\lim_{x\to(-\frac{\pi}{۲})^+}\frac{|f(x)|}{\sin x}=\frac{۴}{\pi^۲}-۱$$

۲۲- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ میانگین داده‌های $x_۱$ تا x_n برابر است با:

$$\bar{x}=\frac{x_۱+x_۲+\cdots+x_n}{n}$$

۲ واریانس داده‌های $x_۱$ تا x_n برابر است با:

$$\sigma^۲=\frac{(x_۱-\bar{x})^۲+(x_۲-\bar{x})^۲+\cdots+(x_n-\bar{x})^۲}{n}$$

۳ انحراف معیار برابر جذر واریانس است (یا به عبارت دیگر واریانس، توان دوم انحراف معیار است):

$$\text{انحراف معیار}=\sqrt{\text{واریانس}}$$

گام اول میانگین سه داده را حساب می‌کنیم:

$$\bar{x}=\frac{a+۲a+۳}{۳}=\frac{۳a+۳}{۳}=a+۱$$

گام واریانس را حساب می‌کنیم:

$$\sigma^۲=\frac{(a-(a+۱))^۲+(۲a-(a+۱))^۲+(۳-(a+۱))^۲}{۳}=\frac{(-۱)^۲+(a-۱)^۲+(-a+۲)^۲}{۳}$$

$$=\frac{۱+a^۲-۲a+۱+a^۲-۴a+۴}{۳}=\frac{۲a^۲-۶a+۶}{۳}$$

گام سؤال گفته انحراف معیار این داده‌ها $\sqrt{۱۴}$ است؛ پس واریانسشان یعنی کسر بالا باید $(\sqrt{۱۴})^۲$ یعنی ۱۴ باشد:

$$\frac{۲a^۲-۶a+۶}{۳}=۱۴ \xrightarrow{\div ۲} \frac{a^۲-۳a+۳}{۳}=۷ \Rightarrow a^۲-۳a+۳=۲۱$$

$$\Rightarrow a^۲-۳a-۱۸=۰ \Rightarrow (a-۶)(a+۳)=۰ \xrightarrow{a>۰} \begin{cases}a=۶ & \checkmark\\ a=-۳ & \times\end{cases}$$

پس:

$$\frac{a}{۳}=\frac{۶}{۳}=۲$$

۲۳- گزینه ۱

استراتژی کافی است به این توجه کنید که مدال‌گرفتن دو نفر، مستقل از هم است.

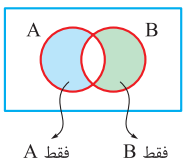
درس‌نامه اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند داریم: $P(A\cap B)=P(A)P(B)$

گام احتمال مدال‌آوردن ورزشکار اول و دوم را داریم: $P(A)=۰/۶$ و $P(B)=۰/۴$

گام با فرض مستقل‌بودن دو پیشامد A و B، احتمال مدال‌آوردن هر دو ورزشکار برابر است با:

$$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)=۰/۶\times۰/۴=۰/۲۴$$

گام احتمال آن‌که دقیقاً یکی از این دو نفر مدال بگیرد را روی نمودار ون نشان می‌دهیم:



احتمال دو قسمت رنگی برابر است با:

$$\overbrace{(P(A)-P(A\cap B))}^{\text{آبی}}+\overbrace{(P(B)-P(A\cap B))}^{\text{سبز}}=(۰/۶-۰/۲۴)+(۰/۴-۰/۲۴)$$

$$=۰/۳۶+۰/۱۶=۰/۵۲$$

روش احتمال این‌که فقط یکی از دو ورزشکار مدال بگیرد برابر است با:

$$\underbrace{P(A\cup B)-P(A\cap B)}_{P(A)+P(B)-P(A\cap B)}=\underbrace{P(A)}_{۰/۶}+\underbrace{P(B)}_{۰/۴}-۲\underbrace{P(A\cap B)}_{۰/۲۴}=۰/۵۲$$

۲۴- گزینه ۳

استراتژی کافی است به این توجه کنید که نقطهٔ $(-\frac{۳}{۵},-\frac{۱}{۸})$ روی خود تابع قرار دارد.

درس‌نامه اگر نقطهٔ (α,β) روی تابع f قرار داشته باشد، نقطهٔ (β,α) روی تابع $f^{-۱}$ قرار می‌گیرد و بالعکس؛ یعنی

$$(\alpha,\beta)\in f \Leftrightarrow (\beta,\alpha)\in f^{-۱}$$

باید جای x و y نقطهٔ داده‌شده را عوض کنیم و بگوییم این نقطه، روی تابع اصلی قرار دارد.

پس نقطهٔ $(\frac{-۳}{۵},\frac{-۱}{۸})$ روی تابع $y=\frac{x}{a+a|x|}$ قرار دارد:

$$-\frac{۱}{۸}=\frac{-\frac{۳}{۵}}{a+a|-\frac{۳}{۵}|} \Rightarrow \frac{۱}{۸}=\frac{\frac{۳}{۵}}{a+\frac{۳}{۵}a} \Rightarrow \frac{۱}{۸}=\frac{\frac{۳}{۵}}{\frac{۸}{۵}a} \Rightarrow \frac{۱}{۸}=\frac{۳}{۸a}$$

$$\Rightarrow ۸a=۲۴ \Rightarrow a=۳$$

۲۵- گزینه ۴

استراتژی به جای $\cos۲x$ قرار دهید $۱-۲\sin^۲x$ و سپس معادلهٔ درجه‌دوم به‌دست‌آمده برحسب $\sin x$ را حل کنید تا مقادیر $\sin x$ حاصل شود.

درس‌نامه برای حل معادلات مثلثاتی داریم:

$\sin A=\sin B \Rightarrow$	$\begin{cases}A=۲k\pi+B\\ A=۲k\pi+\pi-B\end{cases}$
$\cos A=\cos B \Rightarrow$	$A=۲k\pi\pm B$
$\tan A=\tan B \Rightarrow$	$A=k\pi+B$

گام به کمک اتحاد $\cos۲x=۱-۲\sin^۲x$، معادله را برحسب $\sin x$ می‌نویسیم:

$$\cos۲x=۳\sin x-۱ \Rightarrow ۱-۲\sin^۲x=۳\sin x-۱$$

$$\Rightarrow ۲\sin^۲x+۳\sin x-۲=۰ \xrightarrow{\text{روشی}} \sin^۲x+۳\sin x-۴=۰$$

$$\xrightarrow[\text{صفره}]{\text{جمع ضرایب}} \begin{cases}\sin x=۱\\ \sin x=-۴\end{cases} \xrightarrow{\div ۲} \begin{cases}\sin x=\frac{۱}{۲} & \checkmark\\ \sin x=-۲ & \text{غ‌ق‌ق}\end{cases}$$

گام به جای $\frac{1}{2}$ قرار می‌دهیم $\sin\frac{\pi}{6}$ و معادلهٔ مثلثاتی را حل می‌کنیم:

$$\sin x=\sin\frac{\pi}{6}\Rightarrow\begin{cases}x=2k\pi+\frac{\pi}{6}\\ x=2k\pi+\underbrace{\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)}_{\frac{5\pi}{6}}\end{cases}\xrightarrow{\text{جواب‌ها در بازهٔ }[0,\pi]}\begin{cases}x=\frac{\pi}{6}\\ x=\frac{5\pi}{6}\end{cases}$$

که اختلاف جواب‌ها برابر است با:

$$\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{6}=\frac{4\pi}{6}=\frac{2\pi}{3}$$

۲۶- گزینه ۳

درس‌نامه دورهٔ تناوب توابع مثلثاتی به شکل $y=A+B\cos(Cx)$ و $y=A+B\sin(Cx)$ برابر است با: $T=\frac{2\pi}{|C|}$

گام دورهٔ تناوب تابع $f(x)=-\sin(\frac{2}{a}x)+\frac{1}{2}$ را حساب می‌کنیم.

$$T=\frac{2\pi}{|\text{ضریب }x|}=\frac{2\pi}{|\frac{2}{a}|}=|a|\pi$$

عدد به‌دست‌آمده باید برابر با $\frac{\pi}{3}$ باشد؛ پس:

$$|a|\pi=\frac{\pi}{3}\Rightarrow|a|=\frac{1}{3}$$

گام دورهٔ تناوب تابع $y=\cos ax$ برابر است با:

$$T=\frac{2\pi}{|\text{ضریب }x|}=\frac{2\pi}{|a|}=\frac{2\pi}{\frac{1}{3}}=6\pi$$

۲۷- گزینه ۴

استراتژی باید حد f وقتی $x\to\pi^-$ برابر عددی منفی باشد.

درس‌نامه برای محاسبهٔ حد بی‌نهایت توابع کسری، از جدول زیر کمک می‌گیریم:

$$\frac{\text{عدد مثبت}}{0^-}=-\infty\quad\frac{\text{عدد مثبت}}{0^+}=+\infty$$

$$\frac{\text{عدد منفی}}{0^-}=+\infty\quad\frac{\text{عدد منفی}}{0^+}=-\infty$$

گام حد مخرج یعنی $\sin x$ را وقتی $x\to\pi^-$، حساب می‌کنیم (مهم است 0^+ می‌شود یا 0^-).

چون π^- در ربع دوم قرار دارد (π^- کمی از π کوچک‌تر است) و سینوس در آن‌جا مثبت است، پس $\sin\pi^-=0^+$ و در نتیجه حد به شکل مقابل می‌شود: $\lim\limits_{x\to\pi^-}\frac{f(x)}{\sin x}=\frac{f(\pi^-)}{0^+}$

گام با توجه به درس‌نامه، برای آن‌که حاصل حد بالا $-\infty$ شود، صورت باید عددی منفی باشد.

حد هر چهار گزینه را در π^- حساب می‌کنیم. هر کدام عددی منفی شده جواب است:

۱) $\lim\limits_{x\to\pi^-}[\frac{2x}{\pi}]-1=[\frac{2\pi^-}{\pi}]-1=[2^-]-1=1-1=0$ ✗ صفر مطلق

۲) $\lim\limits_{x\to\pi^-}3[\frac{x}{\pi}]+1=3[\frac{\pi^-}{\pi}]+1=3\underbrace{[1^-]}_{0}+1=1$ ✗

۳) $\lim\limits_{x\to\pi^-}2[\frac{x}{\pi}]+3=2[\frac{\pi^-}{\pi}]+3=2\underbrace{[1^-]}_{0}+3=3$ ✗

۴) $\lim\limits_{x\to\pi^-}[\frac{3x}{\pi}]-3=[\frac{3\pi^-}{\pi}]-3=[3^-]-3=2-3=-1$ ✓ ($\frac{3\pi^-}{\pi}\xrightarrow{\times 1^-}3^-$)

۲۸- گزینه ۱

استراتژی اول معادلهٔ خط گذرنده از دو نقطهٔ $(-1,1)$ و $(2,2)$ را بنویسید. بعد ضابطهٔ خط را با ضابطهٔ f برابر قرار دهید و به این توجه کنید که معادلهٔ به‌دست‌آمده باید ریشهٔ مضاعف داشته باشد.

درس‌نامه اگر خط $y=ax+b$ بر منحنی $y=f(x)$ مماس باشد، معادلهٔ $f(x)=ax+b$ ریشهٔ مضاعف دارد.

گام شیب خط گذرنده از دو نقطهٔ $B(-1,1)$ و $C(2,2)$ را حساب می‌کنیم:

$$m_{BC}=\frac{2-1}{2-(-1)}=\frac{1}{3}$$

معادلهٔ خط گذرنده از نقطهٔ $B(-1,1)$ با شیب $m=\frac{1}{3}$ را می‌نویسیم:

$$y-y_B=\frac{1}{3}(x-x_B)\Rightarrow y-1=\frac{1}{3}(x+1)\Rightarrow y=\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}=\frac{x+4}{3}$$

گام حالا طبق درس‌نامه، برای آن‌که خط $y=\frac{x+4}{3}$ بر منحنی $y=\sqrt{ax-1}$ مماس باشد، باید معادلهٔ تقاطعشان، ریشهٔ مضاعف بدهد:

$$\sqrt{ax-1}=\frac{x+4}{3}\xrightarrow{\text{توان ۲}}ax-1=\frac{x^2+8x+16}{9}$$

$$\Rightarrow x^2+8x+16=9ax-9\Rightarrow x^2+(8-9a)x+25=0$$

$$\xrightarrow{\text{باید دلتاش صفر باشه.}}(8-9a)^2-4(1)(25)=0\Rightarrow(8-9a)^2=100$$

$$\Rightarrow\begin{cases}8-9a=10\Rightarrow a=\frac{-2}{9}\\ 8-9a=-10\Rightarrow a=2\end{cases}$$

گام با جای‌گذاری $a=\frac{-2}{9}$ به $f(x)=\sqrt{\frac{-2}{9}x-1}$ و با جای‌گذاری $a=2$ به $f(x)=\sqrt{2x-1}$ می‌رسیم.

مقدار $f(5)$ فقط در ضابطهٔ دومی تعریف می‌شود (در اولی، زیر رادیکال را منفی می‌کند) و مقدارش برابر است با: $f(x)=\sqrt{2x-1}\Rightarrow f(5)=\sqrt{9}=3$

۲۹- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ اگر a عددی مثبت باشد، برای رسم نمودار $y=f(x+a)$، کافی است نمودار $y=f(x)$ را a واحد به چپ ببریم.

۲ برای رسم نمودار $y=f(-x)$، کافی است نمودار $y=f(x)$ را نسبت به محور y ها قرینه کنیم.

۳ **نقطهٔ شناور:** نقاط روی منحنی $y=f(x)$ را می‌توانیم به صورت پارامتری به شکل $(\alpha,f(\alpha))$ فرض کنیم. برای مثال می‌توانیم نقاط روی منحنی $y=\sqrt{x+5}$ را به صورت $(\alpha,\sqrt{\alpha+5})$ فرض کنیم.

۴ برای حل سؤالات بهینه‌سازی به روش زیر عمل می‌کنیم:

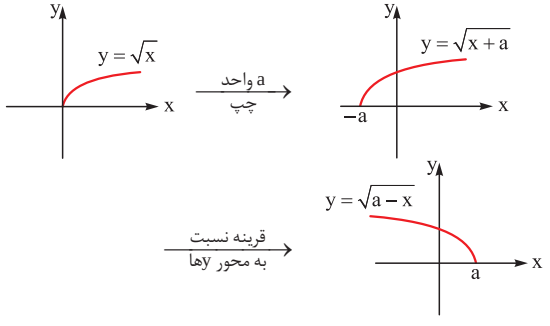
الف) اگر سؤال در مورد حداکثر یا حداقل مقدار حجم، مساحت، محیط یا ... باشد، ابتدا یک شکل رسم می‌کنیم.

ب) سپس آن چیزی که می‌خواهیم حداقل یا حداکثر شود را به صورت یک تابع می‌نویسیم.

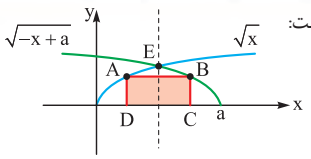
پ) اگر تابع دومتغیره بود، سعی می‌کنیم با توجه به اطلاعات مسئله کاری کنیم تا تابع تک‌متغیره شود.

ت) حالا یک تابع تک‌متغیره داریم که برای پیداکردن حداقل یا حداکثر آن، باید اکسترمم‌های تابع را پیدا کنیم.

گام اول نمودار تابع $y=\sqrt{a-x}$ را به کمک انتقال رسم می‌کنیم:



گام مستطیلی که سؤال گفته به شکل روبه‌رو است:



با توجه به تقارن نمودارها نسبت به خط عمودی که از E می‌گذرد، می‌توانیم بگوییم طول نقطهٔ E، میانگین ۰ و a است:

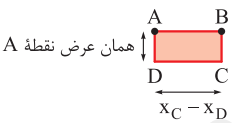
$$x_E = \frac{0+a}{2} = \frac{a}{2}$$

گام نقطهٔ A روی $y=\sqrt{x}$ است؛ پس مختصات پارامتری‌اش به صورت $A(\alpha,\sqrt{\alpha})$ است.

میانگین طول نقاط D و C، طول E را می‌دهد؛ پس:

$$x_E = \frac{x_D + x_C}{2} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{\alpha + x_C}{2} \Rightarrow x_C = a - \alpha$$

گام ابعاد مستطیل رنگ‌شده را برحسب α داریم:



$$\Rightarrow \begin{cases} \text{طول} = x_C - x_D = (a-\alpha) - \alpha = a - 2\alpha \\ \text{عرض} = y_A = \sqrt{\alpha} \end{cases}$$

حالا تابع مساحت مستطیل را می‌نویسیم:

$$S(\alpha) = (a-2\alpha)\sqrt{\alpha}$$

گام برای پیداکردن حداکثر مساحت، از تابع مساحت مشتق می‌گیریم و طول نقاط اکسترمم آن را پیدا می‌کنیم:

$$S'(\alpha) = 0 \Rightarrow (-2)\sqrt{\alpha} + (a-2\alpha)\frac{1}{2\sqrt{\alpha}} = 0$$

$$\xrightarrow{\times 2\sqrt{\alpha}} -4\alpha + (a-2\alpha) = 0 \Rightarrow 6\alpha = a \Rightarrow \alpha = \frac{a}{6}$$

گام پس ماکزیمم S به ازای $\alpha = \frac{a}{6}$ به دست می‌آید:

$$S_{max} = (a - 2(\frac{a}{6}))\sqrt{\frac{a}{6}} = \frac{2a}{3} \times \sqrt{\frac{a}{6}}$$

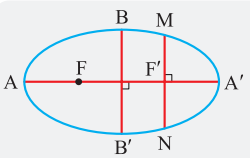
کسر بالا باید برابر $\sqrt{2}$ باشد:

$$\frac{2a}{3}\sqrt{\frac{a}{6}} = \sqrt{2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{4a^2}{9} \times \frac{a}{6} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{2a^3}{27} = 2 \Rightarrow a^3 = 27 \Rightarrow a = 3$$

۳۰- گزینه ۳ و ۴

درس‌نامه در هر بیضی داریم:



الف) اگر F و F′ کانون‌های بیضی باشند، به FF′ فاصلهٔ کانونی می‌گوییم که برابر ۲c است.

ب) اگر در کانون خطی بر قطر اصلی بیضی عمود کنیم تا آن را در M و N قطع کند، در این صورت به MN وتر کانونی می‌گوییم که برابر است با: $MN = \frac{2b^2}{a}$

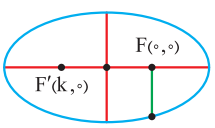
پ) به نسبت $\frac{c}{a}$ در بیضی خروج از مرکز می‌گوییم.

ت) بین پارامترهای بیضی (یعنی a، b و c) رابطهٔ مقابل برقرار است: $a^2 = b^2 + c^2$

گام جای a در $F(a,0)$، k می‌نویسیم تا با پارامتر a که در بیضی استفاده می‌کنیم قاطی نشود.

کانون‌های یک بیضی، نقاط $F(0,0)$ و $F'(k,0)$ هستند. چون عرض این نقاط یکسان است، پس بیضی افقی است.

گام برای بیضی گفته‌شده یک شکل فرضی می‌کشیم (ما k را منفی می‌گیریم، البته می‌تواند مثبت هم باشد):



گام فاصلهٔ دو کانون برابر با $|k|$ است.

از طرفی این فاصله همان فاصلهٔ کانونی است که برابر با ۲c است؛ پس:

$$2c = |k| \Rightarrow c = \frac{|k|}{2}$$

گام فاصلهٔ A تا F، نصف وتر کانونی است. طول وتر کانونی $\frac{2b^2}{a}$ بود؛ پس فاصلهٔ A تا F که ۱ واحد است باید برابر با $\frac{b^2}{a}$ باشد:

$$AF = 1 \Rightarrow \frac{b^2}{a} = 1 \Rightarrow \underbrace{a = b^2}_{(*)}$$

گام خروج از مرکز $\frac{2}{\sqrt{5}}$ است؛ پس:

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \xrightarrow{(*)} \frac{2}{\sqrt{5}} = \sqrt{1 - \frac{a}{a^2}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{4}{5} = 1 - \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow a = 5$$

b را حساب می‌کنیم:

$$a = b^2 \Rightarrow 5 = b^2 \Rightarrow b = \sqrt{5}$$

گام حالا از رابطهٔ $a^2 = b^2 + c^2$ داریم:

$$25 = 5 + c^2 \Rightarrow c = 2\sqrt{5}$$

در نتیجه:

$$c = \frac{|k|}{2} \Rightarrow 2\sqrt{5} = \frac{|k|}{2} \Rightarrow |k| = 4\sqrt{5} \Rightarrow k = \pm 4\sqrt{5}$$

البته کلید سازمان سنجش (۴) می‌باشد که به نظر اشتباه می‌آید.

فیزیک

۳۱- گزینه ۱

به کمک رابطهٔ توان داریم:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Fd}{t} = \frac{mad}{t}$$

$$P_{\text{یکای}} = \frac{(\text{یکای m}) \times (\text{یکای a}) \times (\text{یکای d})}{\text{یکای t}} = \frac{kg \times \frac{m}{s^2} \times m}{s} = \frac{kg.m^2}{s^3}$$

۳۲- گزینه ۳

درس‌نامه معادلهٔ جریان متناوب:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t$$

(بیشینهٔ جریان ↑ ، ↓ دوره)

کافی است مقدار $t = 2\,ms = 2\times10^{-3}\,s$ را در معادلهٔ جریان ـ زمان جای‌گذاری کنیم:

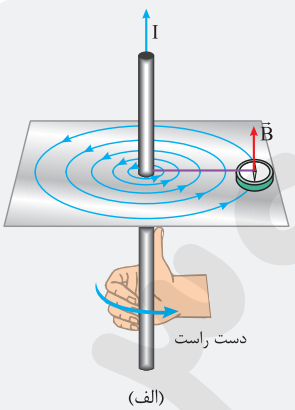
$$I = 2\sin 250\pi \times 2\times10^{-3} = 2\sin\frac{\pi}{2} = 2\times1 = 2\,A$$

۳۳- گزینه ۴

درس‌نامه میدان مغناطیسی حاصل از یک سیم مستقیم حامل جریان:

الف) تعیین جهت میدان مغناطیسی:

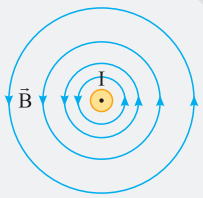
با استفاده از قاعدهٔ دست راست، می‌توان این جهت را تعیین کرد؛ مطابق این قاعده، اگر سیم را در دست راست خود بگیرید به گونه‌ای که انگشت شست در جهت جریان الکتریکی باشد، جهت خم‌شدن چهار انگشت دست شما، جهت خط‌های میدان مغناطیسی را در اطراف سیم نشان می‌دهد (شکل الف).



(الف)

ب) بررسی اندازهٔ میدان مغناطیسی:

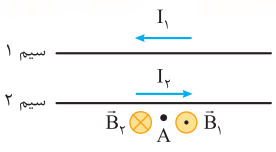
- همان‌طور که در شکل (ب) می‌بینید، با فاصله‌گرفتن از سیم، تراکم خطوط میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد؛ بنابراین با **افزایش** فاصله از سیم مستقیم، اندازهٔ میدان مغناطیسی **کاهش** می‌یابد.
- با **افزایش** جریان عبوری از سیم، اندازهٔ میدان مغناطیسی در فاصلهٔ معینی از سیم، **افزایش** می‌یابد.



(ب)

به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی حاصل از I_1 در نقطهٔ A، مطابق شکل صفحهٔ بعد برون‌سو است؛ بنابراین برای صفرشدن میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ A، جهت میدان مغناطیسی حاصل از I_2 باید درون‌سو باشد. قاعدهٔ دست راست به ما می‌گوید که در این حالت، I_2 باید به طرف راست (→) باشد.

همچنین میدان‌های $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_2$ باید هم‌اندازه باشند. چون فاصلهٔ نقطهٔ A از سیم (۱) بیشتر از فاصلهٔ آن از سیم (۲) است، برای این‌که $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_2$ هم‌اندازه باشند، باید $I_1 > I_2$ باشد.



۳۴- گزینه ۲

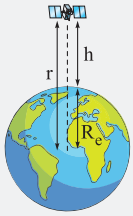
می‌دانیم بسامد از ویژگی‌های منبع موج است؛ بنابراین چون تغییری در منبع موج رخ نداده، این کمیت برای هر سه موج فرودی، بازتابیده و شکست‌یافته یکسان است.

۳۵- گزینه ۴

درس‌نامه شتاب گرانشی در فاصلهٔ r از مرکز زمین: $g' = \frac{GM_e}{r^2}$

اگر فاصله تا سطح زمین h و شعاع زمین R_e باشد، داریم:

$r = R_e + h$



شکل نسبتی رابطه:

$\frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2$ ← شتاب گرانش در ارتفاع h از سطح زمین / ← شتاب گرانش در سطح زمین

گام شتاب گرانشی جسم با مربع فاصلهٔ آن از مرکز زمین نسبت وارون دارد؛ بنابراین شتاب گرانش در محل ماهواره به صورت زیر به دست می‌آید:

$$g \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{g_h}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_h}{10} = \left(\frac{6400}{6400 + 3600}\right)^2$$

$$\Rightarrow g_h = 10 \times \left(\frac{64}{100}\right)^2 \, m/s^2$$

گام وزن ماهواره در محل مورد نظر برابر است با:

$$W = mg_h = 2500 \times 10 \times \left(\frac{64}{100}\right)\left(\frac{64}{100}\right) = 1024 \, N$$

۳۶- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ تکانه: $\vec{p} = m\vec{v}$ ← سرعت جسم / ↓ جرم جسم

۲ نیروی خالص متوسط وارد بر جسم برابر با آهنگ تغییر تکانه است:

$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_2 - p_1}{\Delta t}$

در رابطهٔ بالا حواستان به علامت‌های p_1 و p_2 باشد.

گام سرعت اولیهٔ اتومبیل برحسب m/s برابر است با:

$v_1 = 72 \frac{km}{h} \times \frac{10}{36} = 20 \, m/s$

سرعت نهایی جسم هم برابر با $v_2 = 0$ است.

گام طبق بیان تکانه‌ای قانون دوم نیوتون داریم:

$$|F_{av}| = \left|\frac{\Delta p}{\Delta t}\right| = \left|\frac{m\Delta v}{\Delta t}\right| = \left|\frac{80 \times (0 - 20)}{5}\right| = 320 \, N$$

۳۷- گزینه ۲

درس‌نامه شدت صوت حاصل از چشمهٔ صوتی با توان P در فاصلهٔ r از آن، از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$I = \frac{P}{4\pi r^2}$

◇ با توجه به این رابطه، شدت صوت با مربع فاصله از چشمه، نسبت وارون دارد؛ یعنی:

$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$

شدت صوت با مربع فاصله از چشمه نسبت وارون دارد؛ بنابراین:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{0/1} = \left(\frac{640}{160}\right)^2$$

$$\Rightarrow I_2 = 0/1 \times 16 = 1/6 \, W/m^2$$

۳۸- گزینه ۳

استراتژی یکی از رایج‌ترین تیپ‌های تست در فصل ۳ فیزیک دوازدهم، مربوط به تصویر لحظه‌ای از یک موج عرضی است که در آن‌ها دربارهٔ چگونگی حرکت یکی از ذرات محیط، پرسشی مطرح می‌کنند. برای حل این تست‌ها به ترتیب مراحل زیر را طی می‌کنیم:

۱ با توجه به تصویر لحظه‌ای داده‌شده از موج عرضی، طول موج را حساب می‌کنیم.

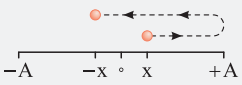
۲ به کمک رابطهٔ $\lambda = vT$، دورهٔ موج را به دست می‌آوریم.

۳ از این‌جا به بعد با داشتن دوره، با حرکت هماهنگ سادهٔ ذرهٔ مورد نظر از محیط سروکار داریم. اغلب لازم است بازهٔ زمانی داده‌شده را با دوره (T) مقایسه کرده و با توجه به نتیجهٔ این مقایسه، مسیر حرکت ذره را تجسم کنیم.

۴ با دانستن مسیر حرکت ذرهٔ مورد نظر، خواستهٔ تست را حساب می‌کنیم. مسافت طی‌شده توسط ذره، جابه‌جایی ذره، تندی یا سرعت متوسط ذره و نوع حرکت ذره را از سوژه‌های پرتکرار در این تست‌ها هستند.

در پاسخ این تست نمونه‌هایی از این چهار مرحله را قرار است ببینید.

درس‌نامه ۱ در حرکت هماهنگ ساده، نوسانگر در مدت $\frac{T}{2}$ (T: دوره) مسیری به شکل مقابل را طی می‌کند.



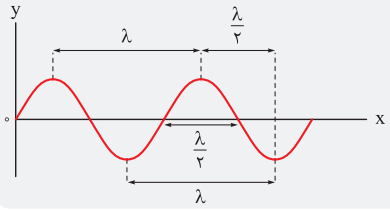
در این مسیر:

اولاً: مکان نوسانگر قرینه می‌شود؛ یعنی از مکان x به مکان $-x$ می‌رسد.

ثانیاً: نوسانگر مسافتی برابر با 2A طی می‌کند (A: دامنهٔ نوسان).

۲ بین طول موج، تندی انتشار و دورهٔ آن رابطهٔ روبه‌رو برقرار است: $\lambda = vT$

۳ شکل مقابل را دربارهٔ رابطهٔ فاصلهٔ نقاط با طول موج، به خاطر بسپارید:



گام فاصلهٔ بین دو قلهٔ موج متوالی برابر طول موج است؛ بنابراین با توجه به نمودار تصویر لحظه‌ای موج، طول موج برابر است با: $\lambda = 20 \, cm$

گام دورهٔ تناوب موج که همان دورهٔ تناوب تک‌تک ذرات ریسمان است را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = vT \Rightarrow 20 = (10 \times 10^2) \times T \Rightarrow T = 20 \times 10^{-3} = 0/02 \, s$$

(↓ تبدیل m به cm)

گام ببینیم $\Delta t = 0/01 \, s$ چند T است:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{0/01}{0/02} = \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{2}$$

گام هر یک از ذرات محیط در مدت $\Delta t = \frac{T}{2}$، مسافتی به اندازهٔ 2A را طی می‌کند. A هم که از روی نمودار تعیین می‌شود:

$\ell = 2A \xrightarrow{A=5 \, cm} \ell = 2 \times 5 = 10 \, cm$

۳۹- گزینه ۲

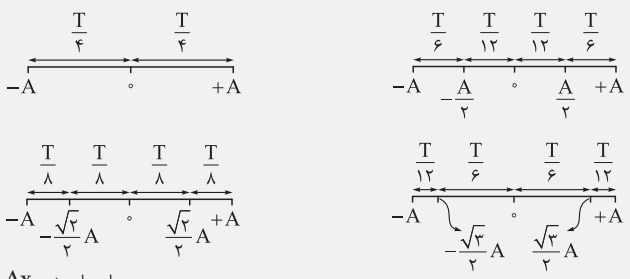
درس‌نامه

۱ معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت هماهنگ ساده:

$x = A\cos\omega t \quad , \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$

(↑ بسامد زاویه‌ای / ↓ دامنه / T → دوره)

۲ در تست‌های حرکت هماهنگ ساده، مکان‌ها و جابه‌جایی‌های مشخص‌شده در شکل‌های زیر بسیار پرتکرارند. زمان لازم برای طی این جابه‌جایی‌ها را (برحسب دوره) به خاطر بسپارید:



۳ سرعت متوسط: $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ← جابه‌جایی

گام از روی معادلهٔ مکان ـ زمان، دورهٔ تناوب نوسانگر و دامنه را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega = ۶\pi \Rightarrow \frac{۲\pi}{T} = ۶\pi \Rightarrow T = \frac{۱}{۳}\,s \ , \ A = ۰/۰۲\,m = ۲\,cm$$

ببینیم $\Delta t = ۰/۵\,s$ چند T است:

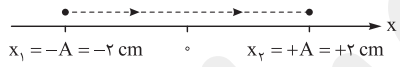
$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{۰/۵}{\frac{۱}{۳}} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow \Delta t = \frac{۳}{۲}T$$

گام نوسانگر در مدت T یک نوسان کامل انجام می‌دهد و به نقطهٔ اولیه‌اش بازمی‌گردد؛ پس برای محاسبهٔ سرعت متوسط، این مدت برایمان مهم نیست. باید بررسی کنیم که در مدت $\frac{T}{۲}$ باقی‌مانده، بیشترین سرعت متوسط نوسانگر مربوط به چه حالتی است. با توجه به درس‌نامه، واضح است که بیشترین جابه‌جایی و در نتیجه بیشترین سرعت متوسط مربوط به حالتی است که نوسانگر مسیری مطابق شکل زیر را طی کند و از یک نقطهٔ بازگشت به نقطهٔ بازگشت دیگر برود.

جابه‌جایی نوسانگر در این مدت برابر است با: $\Delta x = x_۲ - x_۱ = A - (-A) = ۲A$

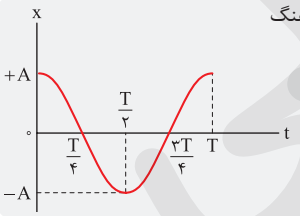
خواستهٔ تست:

$$|v_{av(max)}| = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲\times۲}{۰/۵} = ۸\,cm/s$$



۴۰- گزینهٔ ۳

درس‌نامه نمودار مکان ـ زمان در حرکت هماهنگ ساده (A: دامنهٔ نوسان و T: دورهٔ تناوب)



گام مقدار نشان داده شده روی محور زمان در نمودار برابر با $\frac{T}{۴}$ است؛ بنابراین:

$$\frac{T}{۴} = \frac{۱}{۸} \Rightarrow T = \frac{۱}{۲}\,s$$

گام در مدت یک دوره، مسافتی که نوسانگر طی می‌کند، ۴ برابر دامنه است. داریم:

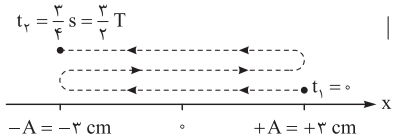
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۴A}{T} \Rightarrow ۲۴ = \frac{۴A}{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow ۴A = ۱۲ \Rightarrow A = ۳\,cm$$

گام لحظهٔ $t_۲ = \frac{۳}{۴}\,s$ را برحسب T می‌نویسیم:

$$\frac{t_۲}{T} = \frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۱}{۲}} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow t_۲ = \frac{۳}{۲}T$$

نوسانگر در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = \frac{۳}{۲}T$ مسیری مطابق شکل زیر را طی می‌کند. همان‌طور که از روی شکل می‌توان فهمید، بزرگی جابه‌جایی نوسانگر در این مدت برابر $۲A$ است:

$$|\Delta x| = ۲A = ۲\times۳ = ۶\,cm$$



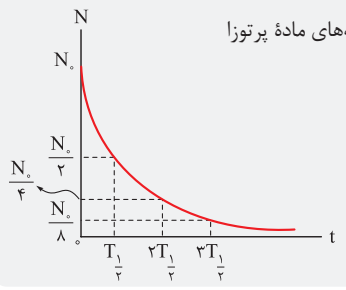
۴۱- گزینهٔ ۴

درس‌نامه ۱ اگر تعداد هسته‌های مادر اولیه در یک نمونهٔ پرتوزا $N_۰$ باشد، پس از گذشت زمان t، تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$N = \frac{N_۰}{۲^n} \ , \ n = \frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}$$

(n: تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده، $T_{\frac{۱}{۲}}$: نیمه‌عمر)

۲ برای یک نمونهٔ پرتوزا، نمودار تعداد هسته‌های مادهٔ پرتوزا برحسب زمان به صورت شکل مقابل است:



گام با توجه به نمودار، پس از گذشت ۲۴ روز، تعداد هسته‌های پرتوزا از $N_۰$ به $\frac{۱}{۸}N_۰$ رسیده است؛ پس:

$$N = \frac{N_۰}{۲^n} \Rightarrow \frac{۱}{۸}N_۰ = \frac{N_۰}{۲^n} \Rightarrow ۲^n = ۸ \Rightarrow n = ۳$$

گام نیمه‌عمر این مادهٔ پرتوزا برابر است با:

$$n = \frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}} \Rightarrow ۳ = \frac{۲۴}{T_{\frac{۱}{۲}}} \Rightarrow T_{\frac{۱}{۲}} = ۸ \text{ روز}$$

۴۲- گزینهٔ ۱

درس‌نامه در اتم هیدروژن، وقتی که الکترون از یک حالت مانا با انرژی بیشتر (E_U) به یک حالت مانا با انرژی کم‌تر (E_L) می‌رود، یک فوتون گسیل می‌شود. انرژی این فوتون برابر با اختلاف انرژی بین دو مدار اولیه و نهایی است.

$$E = E_U - E_L = \overbrace{h\,f}^{\text{انرژی فوتون گسیلی}}$$

(h: ثابت پلانک، f: بسامد فوتون گسیلی)

انرژی فوتون گسیلی را به دست می‌آوریم:

$$E = hf = ۴\times۱۰^{-۱۵}\times۲/۵۵\times۱۰^{۱۵} = ۱۰/۲\,eV$$

حالا باید با توجه به شکل، ببینیم اختلاف انرژی کدام دو تراز برابر $۱۰/۲\,eV$ است. با کمی دقت به راحتی می‌توان فهمید که ترازهای انرژی مورد نظر $E_۲$ و $E_۱$ است؛ پس گذار الکترون مورد نظر، از تراز $n_۲$ به تراز $n_۱$ است.

۴۳- گزینهٔ ۲

درس‌نامه **معادلهٔ ریدبرگ**: طول موج خط‌های طیف گسیلی اتم هیدروژن در هر رشته از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲}\right) \quad (n > n' \text{ و } R \simeq ۰/۰۱\,(nm)^{-۱} \text{: ثابت ریدبرگ})$$

در این رابطه:

- طول موج (λ)، برحسب نانومتر است.
- شماره و نام رشته‌ها به صورت جدول زیر است:

شمارهٔ رشته (n')	۱	۲	۳	۴	۵
نام رشته	لیمان	بالمر	پاشن	براکت	پفوند

گام باید بفهمیم که در سومین خط طیف، مدار مبدأ (n) کدام است.

ابتدا نکتهٔ زیر را بخوانید:

نکته در اتم هیدروژن شمارهٔ خط طیفی در رشتهٔ n' از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

شمارهٔ خط طیفی در رشتهٔ $n' = n - n'$

برای مثال در رشتهٔ لیمان ($n' = ۱$) به ازای $n = ۵$، چهارمین خط طیفی به دست می‌آید.

با توجه به نکتهٔ بالا:

$$n' = ۴ \text{ شمارهٔ خط طیفی در رشتهٔ } = n - ۴ \Rightarrow ۳ = n - ۴ \Rightarrow n = ۷$$

گام حالا به کمک رابطهٔ ریدبرگ، λ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲}\right) \Rightarrow \frac{۱}{\lambda} = ۰/۰۱\left(\frac{۱}{۴^۲} - \frac{۱}{۷^۲}\right) = \frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۴۹-۱۶}{۱۶\times۴۹}\right)$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{۱۰۰\times۱۶\times۴۹}{۳۳} \simeq ۲۳۷۶\,nm$$

۴۴- گزینهٔ ۴

درس‌نامه **قانون کولن**: دو بار نقطه‌ای $q_۱$ و $q_۲$ که در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند، به هم نیروی الکتریکی وارد می‌کنند که اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲} \quad \left(k = ۹\times۱۰^۹\,\frac{N.m^۲}{C^۲} \text{: ثابت کولن}\right)$$

گام بار q_3 خارج از فاصلهٔ بین دو بار q_1 و q_2 است؛ بنابراین بارهای q_1 و q_2 باید ناهمنام باشند تا نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 برابر صفر شود. اندازهٔ نیروهای الکتریکی که بارهای q_1 و q_2 به بار q_3 وارد می‌کنند را برابر قرار می‌دهیم:

$$F_{T(3)}=0 \Rightarrow F_{13}=F_{23} \Rightarrow k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2}=k\frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{(3d)^2}=\frac{|q_2|}{(2d)^2} \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|}=(\frac{2d}{3d})^2=\frac{4}{9} \xrightarrow{q_1 \text{ و } q_2 \text{ ناهمنام‌اند.}} \frac{q_2}{q_1}=-\frac{4}{9}$$

۴۵- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ اندازهٔ میدان الکتریکی در فاصلهٔ r از بار نقطه‌ای q از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$E=k\frac{|q|}{r^2} \quad (\text{ثابت کولن: } k=9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$$

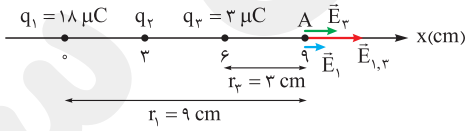
۲ مطابق شکل‌های روبه‌رو، خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج و به بار منفی داخل می‌شوند.



گام مطابق شکل زیر، جهت میدان‌های الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و q_3 را در نقطهٔ A تعیین کرده و اندازهٔ هر کدام را به دست می‌آوریم:

$$E_1=k\frac{|q_1|}{r_1^2}=9\times10^9\times\frac{18\times10^{-6}}{(9\times10^{-2})^2}=2\times10^7\ N/C$$

$$E_3=k\frac{|q_3|}{r_3^2}=9\times10^9\times\frac{3\times10^{-6}}{(3\times10^{-2})^2}=3\times10^7\ N/C$$



(الف)

برایند دو میدان الکتریکی هم‌جهت $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_3$ برابر است با:

$$E_{1,3}=E_1+E_3=2\times10^7+3\times10^7=5\times10^7\ N/C$$

گام اندازهٔ میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A داده شده است، ولی جهت آن را نمی‌دانیم. با دو حالت سروکار داریم:

الف) میدان الکتریکی خالص در جهت محور x باشد (شکل ب). در این حالت میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 باید در خلاف جهت محور x باشد؛ بنابراین بار q_2 منفی و برابر است با:

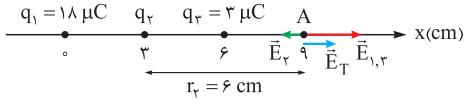
$$E_T=E_{1,3}-E_2 \Rightarrow 3\times10^7=5\times10^7-E_2 \Rightarrow E_2=2\times10^7\ N/C$$

$$E_2=k\frac{|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow 2\times10^7=9\times10^9\frac{|q_2|}{(6\times10^{-2})^2}$$

$$\Rightarrow |q_2|=\frac{2\times10^7\times36\times10^{-4}}{9\times10^9}=8\times10^{-6}\ C=8\ \mu C$$

$$\xrightarrow{q_2<0} q_2=-8\ \mu C$$

چون جواب در گزینه‌ها نیست، حالت دوم را بررسی می‌کنیم.



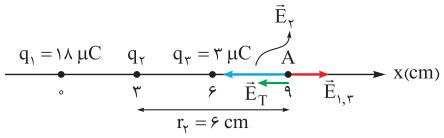
(ب)

ب) میدان الکتریکی خالص در خلاف جهت محور x باشد (شکل پ). در این حالت میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 باز هم باید در خلاف جهت محور x باشد. در این حالت هم بار q_2 منفی و برابر است با:

$$E_T=E_2-E_{1,3} \Rightarrow 3\times10^7=E_2-5\times10^7 \Rightarrow E_2=8\times10^7\ N/C$$

$$E_2=k\frac{|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow 8\times10^7=9\times10^9\frac{|q_2|}{(6\times10^{-2})^2}$$

$$\Rightarrow |q_2|=\frac{8\times10^7\times36\times10^{-4}}{9\times10^9}=32\times10^{-6}\ C=32\ \mu C \xrightarrow{q_2<0} q_2=-32\ \mu C$$



(پ)

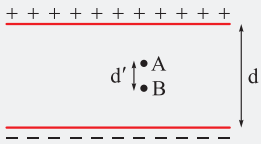
۴۶- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ موازی باردار، یکنواخت است و اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$E=\frac{|\Delta V|}{d}$$

(اختلاف پتانسیل الکتریکی میان صفحه‌ها / فاصلهٔ بین صفحه‌ها)

◇ چون اندازهٔ میدان ثابت است، برای هر دو نقطهٔ دلخواه از این فضا، رابطهٔ زیر برقرار است:



$$E:\text{ثابت} \Rightarrow \frac{V_+-V_-}{d}=\frac{V_A-V_B}{d'}$$

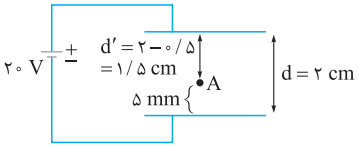
۲ اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطهٔ A و B از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\Delta V=V_B-V_A=\frac{\Delta U_E}{q}$$

دقت کنید که در رابطهٔ بالا، q با علامتش جای‌گذاری می‌شود.

گام اختلاف پتانسیل الکتریکی بین صفحهٔ بالایی و نقطهٔ A (V_+-V_A) را به دست می‌آوریم:

$$E:\text{ثابت} \Rightarrow \frac{V_+-V_-}{d}=\frac{V_+-V_A}{d'} \Rightarrow \frac{20}{2}=\frac{V_+-V_A}{1/5} \Rightarrow V_+-V_A=15\ V$$



گام تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار q برابر است با:

$$\Delta U=q\Delta V=q(V_+-V_A)=-5\times15=-75\ mJ$$

علامت منفی بیانگر کاهش انرژی پتانسیل الکتریکی بار است.

توجه داشته باشید که در رابطهٔ بالا q را برحسب میلی‌کولن (mC) جای‌گذاری کردیم تا ΔU برحسب میلی‌ژول (mJ) به دست آید.

۴۷- گزینه ۱

درس‌نامه جسمی به طول L که مساحت مقطع آن در تمام طولش یکسان و برابر A است، از ماده‌ای با مقاومت ویژهٔ ρ ساخته شده است. در دمای ثابت، مقاومت الکتریکی این جسم از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$R=\rho\frac{L}{A}$$

با یک جای‌گذاری ساده و یک تبدیل یکا به جواب می‌رسیم:

$$R=\rho\frac{L}{A}=4\times10^{-5}\times\frac{17\times10^5}{85}=1\ \Omega$$

(تبدیل cm به km)

۴۸- گزینه ۲

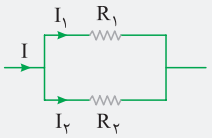
درس‌نامه ۱ مطابق شکل زیر، دو مقاومت R_1 و R_2 به صورت متوالی (سری) به هم متصل‌اند:



◇ مقاومت معادل این دو مقاومت:

$$R_{eq}=R_1+R_2$$

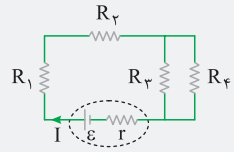
۲ مطابق شکل روبه‌رو، دو مقاومت R_1 و R_2 به صورت موازی به هم متصل‌اند:



◇ مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$

◇ اگر مقاومت بزرگ‌تر، n برابر مقاومت کوچک‌تر باشد: $R_{eq}=\frac{\text{مقاومت بزرگ‌تر}}{n+1}$

۳ جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) در شکل روبه‌رو از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$$

◇ اختلاف پتانسیل دو سر باتری: $V=\varepsilon-rI$

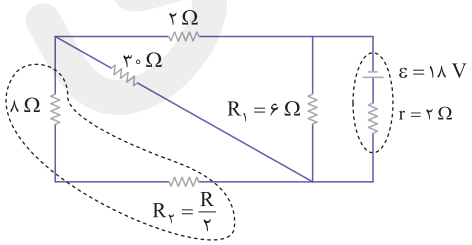
گام از روی شکل مدار به راحتی می‌توان تشخیص داد که مقاومت‌های ۲۴ Ω و ۸ Ω سمت راست و همچنین دو مقاومت R با هم موازی‌اند؛ بنابراین مدار به صورت شکل (الف) درمی‌آید:

مقاومت‌های ۲۴ Ω و ۸ Ω موازی‌اند: $R_1=\frac{24\times8}{24+8}=\frac{24\times\not8}{4\times\not8}=6\,\Omega$

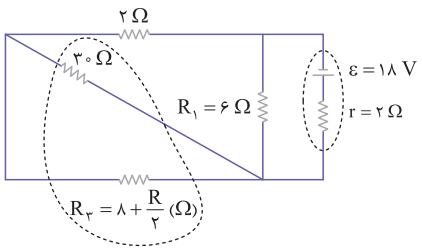
(یا: $24=\underset{n}{③}\times8\Rightarrow R_1=\frac{24}{\underset{n}{③}+1}=6\,\Omega$)

دو مقاومت R موازی‌اند: $R_2=\frac{R}{2}$

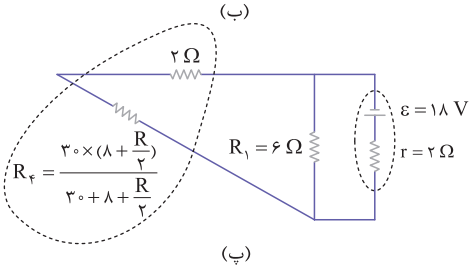
حالا مقاومت معادل‌ها را مرحله‌به‌مرحله حساب می‌کنیم تا مقاومت معادل کل مدار به دست آید:



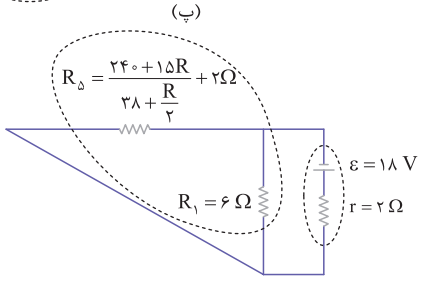
(الف)



(ب)



(پ)



(ت)

$\Rightarrow$ مقاومت‌های R_1 و R_5 موازی‌اند: $R_{eq}=\frac{R_1R_5}{R_1+R_5}$ (۱)

گام جریان عبوری از باتری (جریان کل عبوری از مدار) را به دست می‌آوریم:

$$V=\varepsilon-rI\Rightarrow12=18-2I\Rightarrow2I=6\Rightarrow I=3\,A$$

گام به کمک رابطهٔ جریان، مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow3=\frac{18}{R_{eq}+2}\Rightarrow R_{eq}+2=6$$

$$\Rightarrow R_{eq}=4\,\Omega\ (2)$$

گام روابط (۱) و (۲) را برابر قرار می‌دهیم تا R به دست آید:

$$\frac{R_1R_5}{R_1+R_5}=4\Rightarrow\frac{6\times(\frac{240+15R}{38+\frac{R}{2}}+2)}{6+\frac{240+15R}{38+\frac{R}{2}}+2}=4\Rightarrow\frac{240+15R}{38+\frac{R}{2}}+2=\frac{2}{3}(\frac{240+15R}{38+\frac{R}{2}}+8)$$

$$\Rightarrow\frac{1}{3}(\frac{240+15R}{38+\frac{R}{2}})=\frac{16}{3}-2\Rightarrow\frac{1}{3}(\frac{240+15R}{38+\frac{R}{2}})=\frac{10}{3}$$

$$\Rightarrow\frac{240+15R}{38+\frac{R}{2}}=10\Rightarrow240+15R=380+5R\Rightarrow10R=140\Rightarrow R=14\,\Omega$$

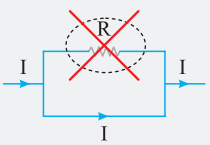
۴۹- گزینه ۳

شفاف‌سازی ۱ آمپرسنج آرمانی: مجموعه‌ای که دو سر آن به دو سر آمپرسنج متصل باشد، اتصال کوتاه می‌شود.

۲ ولت‌سنج آرمانی: جریانی از ولت‌سنج عبور نمی‌کند.

گام ابتدا نکتهٔ زیر را بخوانید.

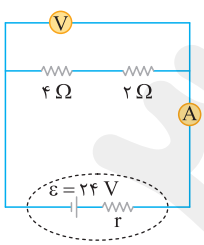
نکته مطابق شکل روبه‌رو، اگر دو سر یک مقاومت، با سیم (بدون مقاومت) به یکدیگر متصل شوند، از این مقاومت جریانی عبور نمی‌کند و این مقاومت اصطلاحاً اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. در این حالت همهٔ جریان ورودی به گره از سیم عبور خواهد کرد.



در حالت اول، شاخه‌ای که آمپرسنج آرمانی در آن قرار دارد باعث می‌شود که دو سر مقاومت‌های ۲۴ Ω و ۸ Ω با سیم بدون مقاومت به هم وصل شده و در نتیجه این دو مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار حذف شوند. شکل مدار در این حالت به صورت شکل (الف) خواهد بود. در این حالت عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد به صورت زیر به دست می‌آید:

۲ Ω و ۴ Ω متوالی‌اند: $R_{eq(1)}=2+4=6\,\Omega$

$$I_1=\frac{\varepsilon}{R_{eq(1)}+r}=\frac{24}{6+r}$$



(الف)

ولت‌سنج آرمانی هم اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه مقاومت‌های ۴ Ω و ۲ Ω را نشان می‌دهد؛ پس:

$$V_1=R_{eq(1)}I_1=6\times\frac{24}{6+r}$$

گام در حالت دوم، جای آمپرسنج آرمانی و ولت‌سنج آرمانی عوض می‌شود. در این حالت آمپرسنج آرمانی باعث می‌شود مقاومت‌های ۲ Ω و ۴ Ω اتصال کوتاه شوند و مدار به شکل (ب) دربیاید.

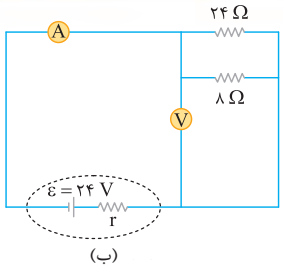
عددی که آمپرسنج آرمانی در این حالت نشان می‌دهد، به صورت زیر به دست می‌آید:

۲۴ Ω و ۸ Ω موازی‌اند: $R_{eq(2)}=\frac{24\times8}{24+8}=\frac{24\times8}{8\times4}=6\,\Omega$

(یا: $24=\underset{n}{③}\times8\Rightarrow R_{eq(2)}=\frac{24}{\underset{n}{③}+1}=6\,\Omega$)

$$I_2=\frac{\varepsilon}{R_{eq(2)}+r}=\frac{24}{6+r}$$

در این حالت ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر معادل مقاومت‌های ۲۴ Ω و ۸ Ω یعنی $R_{eq(۲)} = ۶\ \Omega$ را نشان می‌دهد:

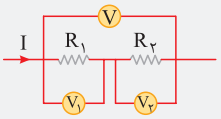


$$V_۲ = R_{eq(۲)} I_۲ = ۶ \times \frac{۲۴}{۶+r}$$

همان‌طور که دیدید، عددی که آمپرسنج آرمانی و ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهند، هیچ تغییری نکرده است.

۵۰- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه مقاومت‌های متوالی برابر با مجموع اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از مقاومت‌ها است: $V = V_۱ + V_۲$



۲ اگر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R، برابر با V باشد، توان مصرفی این مقاومت از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید: $P = \frac{V^۲}{R}$

گام اختلاف پتانسیل دو سر باتری را برابر V در نظر می‌گیریم. چون دو سر مقاومت $R_۳$ به صورت مستقیم به دو سر باتری متصل است، اختلاف پتانسیل دو سر این مقاومت برابر V است. از طرفی دو سر مجموعهٔ دو مقاومت متوالی $R_۱$ و $R_۲$ هم به دو سر باتری متصل است؛ بنابراین چون دو مقاومت یکسان‌اند، اختلاف پتانسیل دو سر هر کدام برابر $\frac{V}{۲}$ است؛ زیرا:

$$V_۱ + V_۲ = V \xrightarrow{R_۱ = R_۲ \Rightarrow V_۱ = V_۲} ۲V_۱ = V \Rightarrow V_۱ = V_۲ = \frac{V}{۲}$$

گام حالا اندازهٔ هر مقاومت را برابر R در نظر می‌گیریم و توان مصرفی هر مقاومت را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{V^۲}{R} \Rightarrow \begin{cases} P_۱ = \frac{V_۱^۲}{R} = \frac{(\frac{V}{۲})^۲}{R} = \frac{V^۲}{۴R} \\ P_۲ = \frac{V_۲^۲}{R} = \frac{(\frac{V}{۲})^۲}{R} = \frac{V^۲}{۴R} \\ P_۳ = \frac{V_۳^۲}{R} = \frac{V^۲}{R} \end{cases}$$

بررسی گزینه‌ها:

۱) $\frac{V^۲}{R} > \frac{V^۲}{۴R} \Rightarrow P_۳ > (P_۱ = P_۲)$ ✓

۲) و ۳) $P_۱ + P_۲ = \frac{V^۲}{۴R} + \frac{V^۲}{۴R} = \frac{V^۲}{۲R} < \frac{V^۲}{R} \Rightarrow P_۱ + P_۲ < P_۳$ ×

۴) با توجه به توان‌های به‌دست‌آمده، واضح است که توان مصرفی در مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ یکسان و کم‌تر از توان مصرفی در مقاومت $R_۳$ است. ×

۵۱- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ قانون القای الکترومغناطیسی فاراده: با تغییر شار مغناطیسی عبوری از یک مدار بسته، نیروی محرکه‌ای در آن القا می‌شود. نیروی محرکهٔ القایی متوسط در این مدار از رابطهٔ مقابل محاسبه می‌شود: $\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

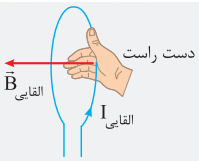
$\xrightarrow{\Phi = BA\cos\theta \text{ فقط } A \text{ تغییر کند.}}$ $\varepsilon_{av} = -N\,B\,\frac{\Delta A}{\Delta t}\cos\theta$

- N: تعداد حلقه‌ها
- B: اندازهٔ میدان مغناطیسی
- $\frac{\Delta A}{\Delta t}$: آهنگ تغییر مساحت
- θ: زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی و نیم‌خط عمود بر سطح حلقه

۲ قانون لنز: با تغییر شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه (یا پیچه یا سیم‌لوله)، میدان مغناطیسی القایی در داخل حلقه به وجود می‌آید که جهت آن طبق جدول زیر تعیین می‌شود:

چگونگی تغییر شار مغناطیسی	جهت میدان مغناطیسی القایی
افزایش	در خلاف جهت میدان مغناطیسی اصلی
کاهش	هم‌جهت با میدان مغناطیسی اصلی

۳ قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت جریان القایی: اگر چهار انگشت دست راست را در جهت میدان مغناطیسی القایی در داخل حلقه قرار دهیم، شست دست جهت جریان القایی در حلقه را نشان می‌دهد (شکل مقابل):



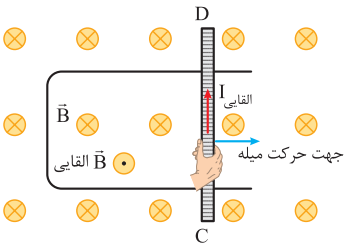
گام بزرگی نیروی محرکهٔ متوسط القایی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$|\varepsilon_{av}| = |-NB\frac{\Delta A}{\Delta t}\cos\theta| = |-۱\times ۰/۵\times(۲۰\times ۱۰^{-۴}) \times \underbrace{\cos ۰^\circ}_{۱}|$$

تبدیل $m^۲$ به $cm^۲$

$$= ۱۰^{-۳}\ V \Rightarrow |\varepsilon_{av}| = ۱\ mV$$

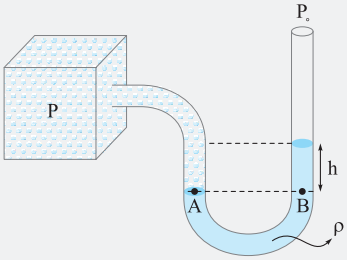
گام با افزایش مساحت حلقه، شار مغناطیسی عبوری از حلقه افزایش می‌یابد؛ بنابراین مطابق شکل مقابل میدان مغناطیسی القایی باید در خلاف جهت میدان مغناطیسی اصلی یعنی برون‌سو باشد. حال اگر از قاعدهٔ دست راست کمک بگیریم، جهت جریان القایی در میله از C به D تعیین می‌شود.



تله ۴ یکی از اشتباهات متداول در این تست‌ها این است که به جای جهت جریان القایی در میله، جهت جریان القایی در رسانای U‌شکل را در نظر بگیرید. برای مثال در این تست جهت جریان القایی در رسانای U‌شکل از D به C است و اگر این اشتباه را مرتکب شوید، انتخابتان ۳ خواهد بود.

۵۲- گزینه ۲

درس‌نامه در مانومتر شکل روبه‌رو، با نوشتن اصل هم‌فشاری برای نقاط هم‌تراز A و B می‌توان فشار گاز محبوس را به دست آورد:



$$P_A = P_B \Rightarrow P = P_۰ + \rho gh$$

فشار نقاط هم‌تراز C و D و هم‌چنین نقاط E و F را برابر قرار می‌دهیم:

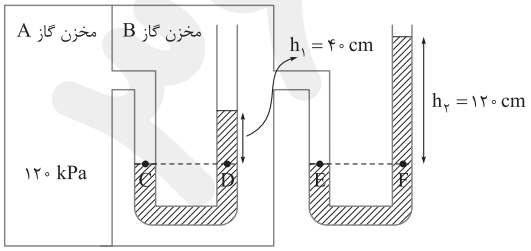
$$\begin{cases} P_C = P_D \Rightarrow P_{A_{\text{مخزن}}} = P_{B_{\text{مخزن}}} + \rho gh_۱ \\ P_E = P_F \Rightarrow P_{B_{\text{مخزن}}} = P_۰ + \rho gh_۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow P_{A_{\text{مخزن}}} = P_۰ + \rho gh_۲ + \rho gh_۱ = P_۰ + \rho g(h_۱ + h_۲)$$

$$\Rightarrow ۱۲۰\times ۱۰^۳ = ۱۰۰\times ۱۰^۳ + \rho\times ۱۰\times (۱/۶)$$

$$\Rightarrow ۱۶\rho = ۲۰\times ۱۰^۳ \Rightarrow \rho = ۱/۲۵\times ۱۰^۳ = ۱۲۵۰\ kg/m^۳$$

$$\xrightarrow{۱\ kg/m^۳ = ۱\ g/L} \rho = ۱۲۵۰\ g/L$$



۵۳- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ انرژی جنبشی جسمی به جرم m و تندی v، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید: $K = \frac{۱}{۲}mv^۲$

۲ قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: کار کل انجام‌شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است: $W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_۲ - K_۱$

- رابطهٔ بالا برای هر نوع مسیری برقرار است.
- انرژی جنبشی در آغاز و پایان مسیر مهم است و این‌که در طول مسیر انرژی جنبشی جسم چگونه تغییر کرده، اهمیتی ندارد.

تندی خودرو در موقعیت A برحسب m/s برابر است با:

$$v_A = 54\frac{km}{h}\times\frac{10}{36} = 15\ m/s$$

به کمک قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) \Rightarrow 87/5\times10^3 = \frac{1}{2}\times1000\times(v_B^2 - 15^2)$$

$$\Rightarrow v_B^2 - 15^2 = 175 \Rightarrow v_B^2 = 400 \Rightarrow v_B = 20\ m/s$$

v_B را برحسب km/h به دست می‌آوریم: $v_B = 20\frac{m}{s}\times\frac{36}{10} = 72\ km/h$

۵۴- گزینه ۴

درس‌نامه رابطهٔ انبساط طولی:

$$\Delta L = L_1\alpha\Delta T$$

(ΔL: افزایش طول، L_1: طول اولیه، α: ضریب انبساط طولی برحسب $\frac{1}{K}$ یا $\frac{1}{^\circ C}$، ΔT: افزایش دما برحسب K یا $^\circ C$)

فاصله‌ای که مهندسان برای جلوگیری از تاب‌برداشتن بتون باید در نظر بگیرند، برابر با انبساط طولی بتون است.

$$\Delta L = L_1\alpha\Delta T = 20\times1/4\times10^{-5}\times(40-10) = 8/4\times10^{-3}\ m \Rightarrow \Delta L = 8/4\ mm$$

۵۵- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ گرمای لازم برای تغییر دما:

$$Q = mc(\theta_2 - \theta_1)$$

(m: جرم جسم، c: گرمای ویژهٔ جسم، θ_1: دمای اولیه، θ_2: دمای ثانویه)

۲ گرمای لازم برای تغییر حالت از جامد به مایع:

$$Q_F = mL_F$$

(Q_F: گرمای نهان ذوب جسم، m: جرم جسم)

مطابق با طرح‌وارهٔ گرمایی زیر، گرمای مورد نیاز برای تبدیل یخ $-20\ ^\circ C$ به آب $100\ ^\circ C$ را محاسبه می‌کنیم:

یخ $-20^\circ C$، $2\ kg$ $\xrightarrow{Q_1 = mc_{یخ}\Delta\theta_1}$ یخ $0^\circ C$، $2\ kg$ $\xrightarrow{Q_2 = mL_F}$ آب $0^\circ C$، $2\ kg$ $\xrightarrow{Q_3 = mc_{آب}\Delta\theta_2}$ آب $100^\circ C$، $2\ kg$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = mc_{یخ}\Delta\theta_1 + mL_F + mc_{آب}\Delta\theta_2$$

$$= 2\times2100\times(0-(-20)) + 2\times336000 + 2\times4200\times(100-0)$$

$$= 2\times(\frac{1}{2}\times4200)\times20 + 2\times(80\times4200) + 2\times4200\times100$$

$$= 4200(20+160+200) = 4200\times380\ J \Rightarrow Q = 42\times38 = 1596\ kJ$$

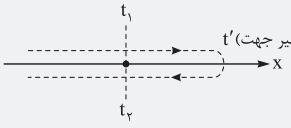
۵۶- گزینه ۴

شفاف‌سازی سؤال، «تندی متوسط در ۵ ثانیهٔ دوم (یعنی در بازهٔ $5\ s$ تا $10\ s$)» را خواسته است. از آن‌جایی که تندی متحرک در لحظه‌های $t_1 = 0\ s$ و $t_2 = 5\ s$ یکسان است، نتیجه می‌گیریم متحرک در لحظهٔ $t' = \frac{5+0}{2} = 2/5\ s$ تغییر جهت داده و در ۵ ثانیهٔ دوم بدون تغییر جهت به حرکتش ادامه داده است؛ بنابراین در ۵ ثانیهٔ دوم تندی متوسط برابر اندازهٔ سرعت متوسط است.

درس‌نامه برای حل این تست باید سه نکتهٔ زیر را دربارهٔ حرکت راست خط شتاب ثابت بدانیم:

۱ شتاب متحرک در حرکت راست خط شتاب ثابت از رابطهٔ $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ محاسبه می‌شود.

۲ اگر متحرک مانند شکل روبه‌رو در لحظه‌های t_1 و t_2 از مکانی معین عبور کرده باشد؛ سرعت متحرک در این لحظه‌ها قرینهٔ یکدیگر ($v_2 = -v_1$) و تندی متحرک در این لحظه‌ها برابر است ($|v_2| = |v_1|$).



۳ در حرکت راست خط شتاب ثابت، سرعت متوسط در بازهٔ زمانی Δt برابر سرعت متحرک در لحظهٔ وسط بازهٔ Δt است: $v_{av(t_1,t_2)} = v_{\frac{t_1+t_2}{2}}$

روش گام در این حرکت اگر سرعت متحرک در لحظهٔ $t_1 = 0\ s$ را برابر $v_1 = 10\ m/s$ در نظر بگیریم، سرعت آن در بازگشت به مکان اولیه در لحظهٔ $t_2 = 5\ s$ برابر $v_2 = -10\ m/s$ خواهد بود؛ پس شتاب این حرکت برابر است با:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{-10-10}{5-0} = -4\ m/s^2$$

گام سؤال تندی متوسط (در این‌جا اندازهٔ سرعت متوسط) در بازهٔ زمانی $t_2 = 5\ s$ تا $t_3 = 10\ s$ را می‌خواهد؛ پس کافی است ما سرعت متحرک در لحظهٔ وسط این بازه را حساب کنیم:

$$t_4 = \frac{t_2 + t_3}{2} = \frac{5+10}{2} = 7/5\ s$$ (لحظهٔ وسط ۵ ثانیهٔ دوم)

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[a=-4\ m/s^2,\ v_1=10\ m/s]{\text{بازهٔ زمانی } t_1=0\ s \text{ تا } t_4=7/5\ s \text{ را در نظر می‌گیریم.}} -4 = \frac{v_4 - 10}{7/5 - 0}$$

$$\Rightarrow v_4 = -20\ m/s \Rightarrow v_{av(5,10)} = v_4 = -20\ m/s$$

$$\xrightarrow{\text{متحرک در بازهٔ } 5\ s \text{ تا } 10\ s \text{ تغییر جهت نداده.}} s_{av(5,10)} = |v_{av(5,10)}| = 20\ m/s$$

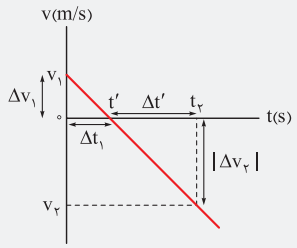
تیزبازی از آن‌جایی که شتاب ثابت است، می‌توانیم بدون محاسبهٔ شتاب بنویسیم:

$$\frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} \xrightarrow[\Delta v_2 = v_4 - v_1]{\Delta v_1 = v_2 - v_1} \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{v_4 - v_1}{t_4 - t_1}$$

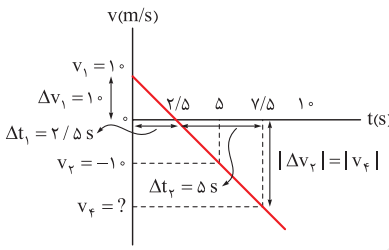
$$\Rightarrow \frac{-10-10}{5-0} = \frac{v_4 - 10}{7/5 - 0} \Rightarrow v_4 = -20\ m/s$$

روش رسم نمودار $v-t$: اگر دربارهٔ نمودار $v-t$ در حرکت راست خط شتاب ثابت چیزی نمی‌دانید، ابتدا درس‌نامهٔ زیر را بخوانید:

درس‌نامه نمودار $v-t$ در حرکت راست خط شتاب ثابت، یک خط راست با شیب ثابت a است که بسته به جهت شتاب، شیب می‌تواند مثبت یا منفی باشد. مثلاً در شکل روبه‌رو شتاب (شیب) منفی است. با توجه به ثابت‌بودن شیب، برای شکل روبه‌رو می‌توانیم بنویسیم: $\frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} = \frac{|\Delta v_2|}{\Delta t_2}$



نمودار سرعت ـ زمان متحرک در این تست به صورت شکل مقابل است. با توجه به این نمودار، باید سرعت در لحظهٔ وسط بازهٔ $t_2 = 5\ s$ تا $t_3 = 10\ s$ (یعنی در لحظهٔ $t_4 = 7/5\ s$) را حساب کنیم:



$$\frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} = \frac{|\Delta v_2|}{\Delta t_2} \xrightarrow{\text{اطلاعات را از روی نمودار برمی‌داریم.}} \frac{10}{2/5} = \frac{|v_4|}{5}$$

$$\Rightarrow |v_4| = 20\ m/s \Rightarrow s_{av(5,10)} = |v_4| = 20\ m/s$$

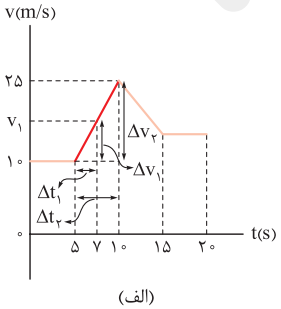
۵۷- گزینه ۱

درس‌نامه شتاب متوسط در حرکت بر مسیر مستقیم از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

گام شتاب متوسط متحرک در بازهٔ $t_1 = 7s$ تا $t_2 = 12\ s$ را می‌خواهیم؛ بنابراین اول باید به کمک نمودار، سرعت متحرک در لحظه‌های t_1 و t_2 را حساب کنیم.

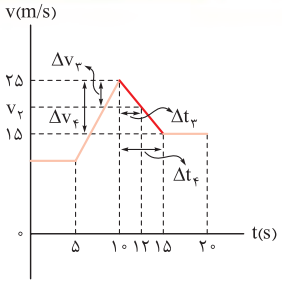
در شکل (الف) بخشی از نمودار را مشخص کرده‌ایم که به کمک آن بتوانیم سرعت متحرک در لحظهٔ $t_1 = 7\ s$ را حساب کنیم. در شکل (الف) طبق قضیهٔ تالس داریم:



(الف)

$$\frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} \xrightarrow[\Delta v_2 = 25-10 = 15\ m/s,\ \Delta t_2 = 10-5 = 5s]{\Delta v_1 = v_1 - 10,\ \Delta t_1 = 7-5 = 2s} \frac{v_1 - 10}{2} = \frac{15}{5} \Rightarrow v_1 = 16\ m/s$$

در شکل (ب) سراغ بخش دیگری از نمودار رفته‌ایم تا بتوانیم سرعت متحرک در لحظهٔ $t_2 = 12\,s$ را پیدا کنیم، به این صورت:



(ب)

$$\frac{|\Delta v_3|}{\Delta t_3}=\frac{|\Delta v_4|}{\Delta t_4}\quad \frac{|\Delta v_3|=|25-v_2|,\Delta t_3=12-10=2s}{|\Delta v_4|=|25-15|=10\,m/s,\Delta t_4=15-10=5s}\rightarrow \frac{25-v_2}{2}=\frac{10}{5}\Rightarrow v_2=21\,m/s$$

گام حالا همهٔ اطلاعات برای محاسبهٔ شتاب متوسط در بازهٔ $t_1=7\,s$ تا $t_2=12\,s$ را داریم:

$$a_{av(7s,12s)}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}\xrightarrow[v_1=16\,m/s]{v_2=21\,m/s} a_{av(7s,12s)}=\frac{21-16}{12-7}=\frac{5}{5}=1\,m/s^2$$

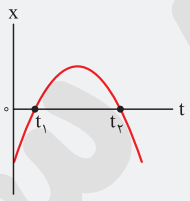
۵۸- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ در حرکت راست خط شتاب ثابت، سرعت متوسط در بازهٔ زمانی Δt برابر سرعت متحرک در لحظهٔ وسط بازهٔ Δt است: $v_{av(t_1,t_2)}=v_{\frac{t_1+t_2}{2}}$

۲ شتاب متحرک از رابطهٔ $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ محاسبه می‌شود.

۳ اگر موضوع تست در حرکت راست خط با شتاب ثابت a، سرعت ابتدا و انتهای متحرک در جابه‌جایی معین Δx باشد و زمان جابه‌جایی را نه داده باشند و نه خواسته باشند؛ از رابطهٔ مستقل از زمان کمک می‌گیریم: $v_2^2-v_1^2=2a\Delta x$

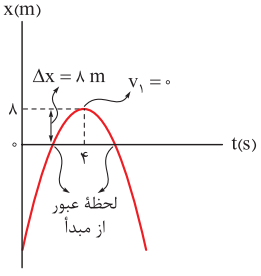
۴ در لحظه‌ای که نمودار مکان ـ زمان محور t را قطع می‌کند، متحرک از مبدأ عبور کرده است. مثلاً در نمودار مکان ـ زمان روبه‌رو متحرک در لحظه‌های t_1 و t_2 از مبدأ عبور کرده است:



شفاف‌سازی ۱ با توجه به نقطهٔ بیشینهٔ نمودار مکان ـ زمان داده‌شده در تست، متحرک در لحظهٔ $t=4\,s$ سرعتش صفر شده و تغییر جهت داده است.

۲ از این‌که «متحرک در ثانیهٔ ششم (یعنی در بازهٔ 5 s تا 6 s) 6 m در خلاف جهت محور xها جابه‌جا شده» می‌فهمیم که سرعت متحرک در لحظهٔ وسط این بازه (یعنی لحظهٔ $t=\frac{5+6}{2}=5/5\,s$) برابر $-6\,m/s$ است.

گام در شفاف‌سازی بالا گفتیم سرعت متحرک در لحظهٔ $t_1=4\,s$ برابر صفر و در لحظهٔ $t_2=5/5\,s$ برابر $-6\,m/s$ است؛ پس می‌توانیم شتاب متحرک را داشته باشیم:



$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}\quad \frac{v_2=-6\,m/s,t_2=5/5s}{v_1=0,t_1=4s}\rightarrow a=\frac{-6-0}{5/5-4}=-4\,m/s^2$$

گام ما تندی (یا اندازهٔ سرعت) متحرک در لحظهٔ عبور از مبدأ را می‌خواهیم. اگر به نمودار مکان ـ زمان روبه‌رو دقت کنید، می‌بینید که جابه‌جایی متحرک از لحظهٔ اولین عبور از مبدأ تا لحظهٔ تغییر جهت برابر $8\,m$ است و ما تندی متحرک در ابتدای این بازهٔ زمانی را می‌خواهیم، ولی چون بازهٔ زمانی این جابه‌جایی را نداریم، از رابطهٔ مستقل از زمان استفاده می‌کنیم: (سرعت متحرک در لحظهٔ اولین عبور را v' می‌نامیم.)

$$v_1^2-v'^2=2a\Delta x\quad \frac{v_1=0,a=-4\,m/s^2}{\Delta x=8\,m,v'=?}\rightarrow (0)^2-v'^2=2\times(-4)\times 8\Rightarrow v'=\pm 8\,m/s$$

پس تندی متحرک در لحظه‌های عبور از مبدأ برابر $8\,m/s$ است.

۵۹- گزینه ۲

شفاف‌سازی در لحظه‌هایی که متحرک از مبدأ $(x=0)$ عبور می‌کند، جهت بردار مکان عوض می‌شود.

درس‌نامه ۱ اگر معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت جسمی، به صورت $x=At^2+Bt+C$ باشد:

الف) به ازای $x=0$، ریشه‌های مثبت معادله بیانگر لحظه‌های عبور متحرک از مبدأ است.

ب) لحظهٔ تغییر جهت متحرک از رابطهٔ $t'=\frac{-B}{2A}$ و یا $t'=\frac{t_1+t_2}{2}$ محاسبه می‌شود. (t_1 و t_2 ریشه‌های معادلهٔ مکان ـ زمان به ازای $x=0$ است.)

گام برای آن‌که «دومین لحظه‌ای که جهت بردار مکان عوض می‌شود» را پیدا کنیم، x را برابر صفر قرار می‌دهیم و ریشه‌های معادله را پیدا می‌کنیم:

$$x=-2t^2+10t-8\xrightarrow{x=0} t^2-5t+4=0\Rightarrow\begin{cases}t_1=1\,s\\ t_2=4\,s\end{cases}$$

پس متحرک در لحظهٔ $t_2=4\,s$ از مبدأ $(x_2=0)$ عبور می‌کند و جهت بردار مکانش تغییر می‌کند.

گام متحرک در لحظهٔ $t'=\frac{t_1+t_2}{2}$ تغییر جهت می‌دهد. مکان تغییر جهت متحرک به این صورت محاسبه می‌شود:

$$t'=\frac{t_1+t_2}{2}=\frac{1+4}{2}=\frac{5}{2}\,s$$

$$x'=-2(\frac{5}{2})^2+10(\frac{5}{2})-8=-12/5+25-8=4/5\,m$$

بنابراین متحرک در لحظهٔ $t'=\frac{5}{2}\,s$ در مکان $x'=4/5\,m$ تغییر جهت داده است.

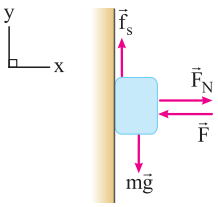
گام ما سرعت متوسط متحرک در بازهٔ t' تا t_2 را می‌خواهیم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_2-x'}{t_2-t'}$$

$$\xrightarrow[x'=4/5m,\,t'=\frac{5}{2}=2/5s]{x_2=0,\,t_2=4\,s} v_{av}=\frac{0-4/5}{4-2/5}=\frac{-4/5}{1/5}=-3\,m/s$$

$$\Rightarrow \vec{v}_{av}=-(3\,m/s)\,\vec{i}$$

۶۰- گزینه ۳



جسم در ابتدا ساکن است. با ۲ برابرشدن نیروی F، جسم به دیوار فشرده‌تر می‌شود و در نتیجه همچنان ساکن می‌ماند. نیروهای وارد بر جسم را مطابق شکل مقابل رسم می‌کنیم. چون جسم ساکن است، می‌توان نوشت:

تعادل در راستای افقی: $F_{net(x)}=0\Rightarrow F_N=F\ (I)$

تعادل در راستای قائم: $F_{net(y)}=0\Rightarrow f_s=mg\ (II)$

بررسی گزینه‌ها:

۳ رابطهٔ (I) نشان می‌دهد با ۲ برابرشدن نیروی F، اندازهٔ نیروی عمودی سطح (F_N) نیز ۲ برابر می‌شود. ✓

۴ چون جسم در هر دو حالت ساکن است، طبق رابطهٔ (II) اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم (f_s) در هر دو حالت برابر وزن جسم (mg) است و با ۲ برابرشدن F، نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم تغییر نمی‌کند. ×

۱ و ۲ دو نیروی بیان‌شده همواره هم‌اندازه‌اند و اندازهٔ آن‌ها از رابطهٔ $R=\sqrt{F_N^2+f_s^2}$ به دست می‌آید. در این رابطه فقط F_N، ۲ برابر می‌شود و f_s ثابت می‌ماند؛ پس R افزایش می‌یابد، ولی ۲ برابر نخواهد شد. ×

شیمی

۶۱- گزینه ۳

درس‌نامه استفاده از گازهای نجیب در آرایش الکترونی فشردهٔ عناصر

در نوشتن آرایش الکترونی فشردهٔ اتم‌ها، بخشی از آرایش الکترونی که همانند آرایش الکترونی گاز نجیب قبل از عنصر است، نوشته نشده و به جای آن از نماد شیمیایی گاز نجیب مورد نظر استفاده می‌شود.

با توجه به این‌که عنصر آخر هر دورهٔ جدول، یک گاز نجیب است، خواهیم داشت:

شمارهٔ دوره	گاز نجیب هر دوره	عدد اتمی عنصرهای هر دوره	نماد گاز نجیب نوشته‌شده در آرایش الکترونی فشردهٔ عناصر دوره
اول	${}_{2}He$	۲ و ۱	–
دوم	${}_{10}Ne$	۱۰ ـ ۳	${}_{2}He$
سوم	${}_{18}Ar$	۱۸ ـ ۱۱	${}_{10}Ne$
چهارم	${}_{36}Kr$	۳۶ ـ ۱۹	${}_{18}Ar$
پنجم	${}_{54}Xe$	۵۴ ـ ۳۷	${}_{36}Kr$
ششم	${}_{86}Rn$	۸۶ ـ ۵۵	${}_{54}Xe$
هفتم	${}_{118}Og$	۱۱۸ ـ ۸۷	${}_{86}Rn$

در آرایش الکترونی فشردهٔ اتم عنصرهایی که در یک دورهٔ جدول تناوبی هستند، از نماد یک گاز نجیب استفاده می‌شود؛ پس باید گزینه‌ای را انتخاب کنیم که هر دو عنصر آن در یک دوره قرار داشته باشند:

دورهٔ دوم ← عدد اتمی ۳ تا ۱۰ ← استفاده از نماد گاز نجیب ${}_{2}He$ ← ${}_{3}Z, {}_{9}J$

دورهٔ سوم ← عدد اتمی ۱۱ تا ۱۸ ← استفاده از نماد گاز نجیب ${}_{10}Ne$ ← ${}_{11}M, {}_{16}G$

دورهٔ چهارم ← عدد اتمی ۱۹ تا ۳۶ ← استفاده از نماد گاز نجیب ${}_{18}Ar$ ← ${}_{30}X$، ${}_{32}A$، ${}_{33}D$، ${}_{34}E$

۶۲- گزینه ۴

به طور کلی، اگر در ساختار یک مولکول، خصلت نافلزی اتمی بیشتر از اتم(های) دیگر باشد، الکترون(های) اشتراکی را بیشتر به سمت هستهٔ خود می‌کشد؛ از این‌رو بار جزئی آن اتم در مولکول، منفی $(\delta-)$ می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها: (۱) در تشکیل مواد مولکولی، بعضی از اتم‌ها قاعدهٔ هشت‌تایی را رعایت نمی‌کنند. مثلاً در مولکول‌هایی که اتم هیدروژن دارند، اتم H به آرایش هشت‌تایی نمی‌رسد یا اتم نیتروژن در مولکول‌های NO و NO_2 به آرایش هشت‌تایی نمی‌رسد.

$$:\dot{N}=\ddot{O}: \qquad :\ddot{O}-\dot{N}=\ddot{O}:$$

(۲) در حد اطلاعات متوسطهٔ دوم و کنکور، می‌دونیم که به طور کلی، اتم فلزها پیوند اشتراکی تشکیل نمی‌دهد. (۳) اولاً مولکول‌ها الزاماً ترکیب نیستند و می‌توانند عنصر باشند. برای مثال مولکول اوزون (O_3) ترکیب نیست و یک عنصر است، زیرا اتم‌های سازندهٔ آن یکسان هستند. ثانیاً در تشکیل مولکول‌ها، یک اتم می‌تواند علاوه بر تک‌الکترون‌های آرایش الکترون ـ نقطه‌ای خود، دیگر الکترون‌های ظرفیت خود را نیز به اشتراک بگذارد. مثلاً می‌دانیم که اتم اکسیژن $(:\ddot{O}\cdot)$، دارای ۲ تک‌الکترون در آرایش الکترون ـ نقطه‌ای خود است، اما در مولکول CO $(:C\equiv O:)$، اکسیژن ۳ پیوند اشتراکی تشکیل داده است؛ یعنی علاوه بر ۲ تک‌الکترون خود، یک جفت‌الکترون ظرفیت خود را نیز به اشتراک گذاشته است.

۶۳- گزینه ۱

نکته ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها، طبق قاعدهٔ آفبا، به صورت زیر است:

(۱) هر چه مقدار $(n+l)$ برای زیرلایه‌ای کوچک‌تر باشد، آن زیرلایه، انرژی کم‌تری دارد و زودتر از الکترون پر می‌شود.

مثال: ۴s زودتر از ۳d الکترون می‌پذیرد، زیرا $(n+l)$ برای آن کوچک‌تر است.

$$4s \rightarrow n+l=4+0=4$$
$$3d \rightarrow n+l=3+2=5$$
$$\Rightarrow \text{انرژی: } 4s < 3d$$

(۲) اگر مقدار $(n+l)$ برای دو زیرلایه یکسان باشد، زیرلایه‌ای که n آن کوچک‌تر است، انرژی کم‌تری دارد و زودتر از الکترون پر می‌شود.

مثال: ۴p زودتر از ۵s الکترون می‌پذیرد. $(n+l)$ برای هر دو زیرلایه برابر ۵ است، اما چون ۴p، n کم‌تری دارد، زودتر از الکترون اشغال می‌شود.

$$4p \rightarrow n+l=4+1=5$$
$$5s \rightarrow n+l=5+0=5$$
$$\xrightarrow{n \text{ کوچک‌تر}} \text{انرژی: } 4p < 5s$$

طبق قاعدهٔ آفبا، زیرلایه‌ای زودتر از الکترون پر می‌شود که مجموع $n+l$ آن کوچک‌تر باشد. چون مجموع $n+l$ برای زیرلایهٔ ۳d برابر ۵ $(3+2=5)$ و برای زیرلایهٔ ۵p برابر ۶ $(5+1=6)$ است، پس زیرلایهٔ ۳d به یقین زودتر از ۵p از الکترون پر می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها: (۲) سطح انرژی لایه‌های الکترونی $n=4$ و $n=2$ در اتم عنصرهای مختلف از جمله اتم‌های ${}_{1}H$ و ${}_{2}He$ متفاوت است؛ بنابراین بازگشت الکترون از لایه‌های $n=4$ به $n=2$ در این اتم‌ها، منجر به نشر پرتوهایی با انرژی و در نتیجه طول موج متفاوت می‌شود. (۳) اولین زیرلایهٔ d (زیرلایهٔ ۳d)، در عناصر واسطهٔ تناوب چهارم جدول، از الکترون اشغال می‌شود؛ بنابراین علاوه بر ۱۸ عنصر سه دورهٔ اول جدول، دو عنصر دستهٔ s در دورهٔ چهارم $({}_{19}K, {}_{20}Ca)$ هم فاقد زیرلایهٔ d اشغال‌شده از الکترون هستند؛ یعنی می‌شه ۲۰ عنصر، نه ۱۸ عنصر! (۴) مجموع $n+l$ برای هر دو زیرلایهٔ ۶s و ۴d برابر ۶ است. با توجه به بزرگ‌تربودن n برای زیرلایهٔ ۶s، این زیرلایه سطح انرژی بیشتری از ۴d دارد، نه کم‌تر!

$$6s \rightarrow n+l=6+0=6 \qquad 4d \rightarrow n+l=4+2=6$$

۶۴- گزینه ۳

نکته در کربوکسیلیک اسیدها (RCOOH)، با جداکردن H گروه عاملی کربوکسیل (COOH —) (H اسیدی)، آنیون چندتایی $(RCOO^-)$ با پسوند «ات» با نام کربوکسیلات به دست می‌آید.

مثال:

فرمول شیمیایی و نام آنیون کربوکسیلات	فرمول شیمیایی و نام کربوکسیلیک اسید
$HCOO^-$ متانوات (فرمات)	HCOOH متانوئیک اسید (فرمیک اسید)
CH_3COO^- اتانوات (استات)	CH_3COOH اتانوئیک اسید (استیک اسید)
$C_6H_5COO^-$ بنزوات	C_6H_5COOH بنزوئیک اسید

این سؤال رو به راحتی می‌شه با رد گزینه جواب داد. در (۱) نام CoF_3، کبالت (III) فلوئورید است. کبالت جزء فلزهای واسطه‌ای است که بیش از یک نوع کاتیون با بار متفاوت دارد؛ بنابراین باید بار کاتیون آن با اعداد رومی داخل پرانتز نشان داده شود. در (۲) نام TiO_2، تیتانیم (IV) اکسید است، زیرا عدد اکسایش Ti در این ترکیب، ۴+ است، نه ۲+! در (۴) نام $KHCO_3$، پتاسیم هیدروژن کربنات نیست و فرمول شیمیایی آنیون هیدروژن کربنات، HCO_3^- است، نه HCO_2^-! آنیون $(HCOO^-)$ همان آنیون متانوات یا فرمات است و نام $KHCO_2$ $(KHCOO)$، پتاسیم متانوات یا پتاسیم فرمات است؛ پس جواب می‌شه (۳) و تمام!

مشاوره در کنکورهای اخیر، شما تیپ سؤال‌های ترکیبی از مبحث نام‌گذاری و فرمول‌نویسی ترکیب‌های مختلف و حتی حالت فیزیکی‌شون در دما و فشار اتاق رو می‌بینید. برای پاسخ‌دهی به این سؤال‌ها، باید تسلط کافی بر قواعد نام‌گذاری ترکیب‌های یونی و مولکولی و نام و فرمول شیمیایی همهٔ ترکیب‌های موجود در کتاب‌های درسی، به خصوص ترکیب‌های نام برده شده در فصل‌های (۳) و (۴) شیمی دوازدهم رو داشته باشی.

۶۵- گزینه ۳

موارد «ب» و «پ» درست‌اند.

بررسی موارد نادرست: (الف) کرهٔ زمین، سامانه‌ای بزرگ متشکل از هواکره، آب‌کره، سنگ‌کره و زیست‌کره است. (ت) اولاً می‌توان گفت در طول زمان با افزایش مقدار CO_2 و به دنبال آن افزایش دمای زمین و ذوب‌شدن یخ‌های قطبی، سطح و حجم آب اقیانوس‌ها و دریاها افزایش یافته است و ثانیاً در ابتدای فصل ۳ شیمی دهم می‌خوانیم که جرم کلی مواد حل‌شده در آب‌های کرهٔ زمین تقریباً ثابت است؛ بنابراین در طول زمان غلظت مواد حل‌شده در آب‌های کرهٔ زمین، کاهش یافته است نه افزایش!

۶۶- گزینه ۲

با توجه به رابطهٔ $\text{غلظت مولی} = \frac{\text{مول حل‌شونده}}{\text{حجم محلول}}$، برای محاسبهٔ غلظت مولی به مول حل‌شونده و حجم محلول نیاز است؛ بنابراین:

گام محاسبهٔ شمار مول‌های حل‌شونده (اوره):

فرمول شیمیایی اوره $CO(NH_2)_2$ و جرم مولی آن ۶۰ گرم بر مول است:

$$22/5\,g\,CO(NH_2)_2 \times \frac{1\,mol\,CO(NH_2)_2}{60\,g\,CO(NH_2)_2} = 0/375\,mol$$

گام محاسبهٔ حجم محلول:

$$\text{جرم محلول} = \text{جرم حل‌شونده} + \text{جرم حلال} = ۲۲/۵ + ۷۲۷/۵ = ۷۵۰\ \text{g}$$

$$\text{حجم محلول} = ۷۵۰\ \text{g} \times \frac{۱\ \text{mL}}{\underbrace{۱\ \text{g}}_{\text{چگالی محلول}}} \times \frac{۱\ \text{L}}{۱۰^{۳}\ \text{mL}} = ۰/۷۵\ \text{L}$$

گام محاسبهٔ غلظت مولی اوره در محلول:

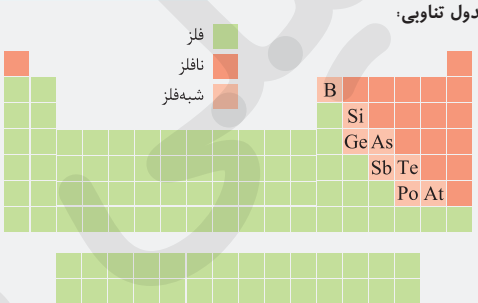
$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{مول حل‌شونده}}{\text{حجم محلول (L)}} = \frac{۰/۳۷۵\ \text{mol}}{۰/۷۵\ \text{L}} = ۰/۵\ \text{mol.L}^{-۱}$$

۶۷- گزینه ۳

درس‌نامه

حالت فیزیکی عناصر جدول تناوبی در دما و فشار اتاق:
- مایع ← نافلز برم ($Br_۲$) و فلز جیوه (Hg)
- گاز ← $Cl_۲, F_۲, O_۲, N_۲, H_۲$ و گازهای نجیب: Rn, Xe, Kr, Ar, Ne, He
- جامد ← به‌جز عناصری که به حالت فیزیکی گاز و مایع هستند، بقیهٔ عناصر جامدند.

شبه‌فلزهای جدول تناوبی:



- شبه‌فلزها در جدول دوره‌ای همانند مرزی بین فلزها و نافلزها قرار دارند. عنصرهایی که در سمت راست شبه‌فلزها قرار گرفته‌اند، نافلز و عنصرهایی که در سمت چپ آن‌ها قرار گرفته‌اند، فلز هستند (البته به‌جز هیدروژن که یک نافلز است).
- *بدانید و آگاه باشید!* که در هر دوره (به‌جز دورهٔ اول که شامل H و He است و دورهٔ هفتم که چند عنصر با ویژگی‌های نامشخص دارد!) **حداقل** یک عنصر شبه‌فلز وجود دارد.
- همهٔ شبه‌فلزها در دستهٔ p جدول دوره‌ای قرار دارند.
- مجموعاً ۸ عنصر شبه‌فلز در جدول تناوبی وجود دارد که عبارت‌اند از: بور (B)، سیلیسیم (Si)، ژرمانیم (Ge)، آرسنیک (As)، آنتیموان (Sb)، تلوریم (Te)، پولونیم (Po) واستاتین (At).

به‌جز عبارت آخر، بقیهٔ عبارت‌ها درست‌اند.

اول باید عنصر X را شناسایی کنیم:

بدون در نظر گرفتن عنصر H، گروه‌های ۱ تا ۱۴ جدول تناوبی، فاقد عنصر گازی‌شکل هستند. گروه‌های ۱۵ و ۱۶ هم، هر کدام فقط دارای یک عنصر گازی ($N_۲$ در گروه ۱۵ و $O_۲$ در گروه ۱۶)اند. عناصر گازی گروه ۱۸ (گازهای نجیب) هم که دارای فعالیت شیمیایی نیستند؛ بنابراین گروه ۱۷ می‌شه گروهی که دارای بیشترین شمار عنصر گازی با فعالیت شیمیایی است (دارای ۲ عنصر $F_۲$ و $Cl_۲$)؛ پس X که نخستین عنصر جامد گروه ۱۷ جدول تناوبی است همان ید ($_{۵۳}I$) می‌باشد.

بررسی عبارت‌ها:

- عدد اتمی عنصر $_{۳۲}A$، ۴ واحد کم‌تر از عدد اتمی گاز نجیب دورهٔ چهارم ($_{۳۶}Kr$) است؛ بنابراین A در گروه $۱۶ = ۴ - ۱۸$ و دورهٔ ۴ جدول قرار دارد. ید ($_{۵۳}I$)، چهارمین هالوژن جدول تناوبی است که در گروه ۱۷ و دورهٔ ۵ جدول قرار دارد. همان‌طور که دیدید $_{۳۲}A$ با $_{۵۳}I$ در جدول تناوبی، هم‌دوره یا هم‌گروه نیست.
- می‌دانید که در دورهٔ پنجم، عنصر قلع ($_{۵۰}Sn$)، فلز است و چون طبق اطلاعات داده‌شده در سؤال، عنصر X (همان $_{۵۳}I$) نخستین نافلز دورهٔ پنجم است، پس عنصرهای قبل آن با عدد اتمی ۵۱ و ۵۲ نمی‌توانند نافلز باشند و از آن‌جا که در هر دوره (به‌جز دورهٔ اول و هفتم) مرز بین عناصر فلزی و نافلزی، عنصر شبه‌فلزی است، در این دوره **حداکثر** دو شبه‌فلز می‌تواند وجود داشته باشد.
- $_{۵۳}I$ در گروه ۱۷ و دورهٔ ۵ جدول قرار دارد. حالت فیزیکی این عنصر نافلزی در دمای اتاق، جامد است؛ از این‌رو بزرگ‌ترین عدد اتمی در میان نافلزهای غیرگازی (زنون ($_{۵۴}Xe$) گاز است) ۵ دورهٔ اول جدول تناوبی متعلق به ید است.
- ید در دورهٔ ۵ جدول است؛ بنابراین با آخرین عنصر فلزی دورهٔ ۴ جدول *نمی‌تونه هم‌دوره باشه!* ($_{۵۰}Sn$)، نخستین عنصر فلزی گروه ۱۴ است که مانند $_{۵۳}I$ در دورهٔ ۵ (عناصر با عدد اتمی ۳۷ تا ۵۴ در دورهٔ ۵ جدول هستند) قرار دارد.)

مشاوره در کنکورهای اخیر سؤالات مربوط به جدول تناوبی عناصر بسیار پررنگ شده‌اند و شما می‌بینید که برای پاسخ‌دهی به این سؤال‌ها، باید علاوه بر روندهای تغییر خصلت فلزی و نافلزی و ...، تسلط کافی روی عناصر جدول تناوبی، حتی عناصر با عدد اتمی بالاتر از ۳۶ را داشته باشید.

بنابراین لازمه که در بعضی از مباحث مثل عناصر جدول تناوبی، یه گام فراتر از اهداف کتاب درسی پیش برید.

۶۸- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ واکنش افزایش برم ($Br_۲$) به هیدروکربن‌های سیرنشده

همهٔ هیدروکربن‌های سیرنشدهٔ دارای پیوندهای C=C و C≡C در واکنش افزایشی با مولکول دواتمی برم ($Br_۲$) شرکت می‌کنند و بر اثر انجام این واکنش، رنگ قرمز برم مایع ($Br_۲$) از بین رفته و هیدروکربن‌های سیرنشده به ترکیب‌های سیرشدهٔ برم‌دار تبدیل می‌شوند. هر مول پیوند دوگانهٔ C=C با ۱ مول $Br_۲$ و هر مول پیوند سه‌گانهٔ C≡C با ۲ مول $Br_۲$ واکنش می‌دهد.

واکنش آلکن‌ها با برم: $۱\ C_nH_{۲n} + ۱\ Br_۲ \rightarrow C_nH_{۲n}Br_۲$

واکنش آلکین‌ها با برم: $۱\ C_nH_{۲n-۲} + ۲Br_۲ \rightarrow C_nH_{۲n-۲}Br_۴$

۲ تعداد اتم‌های هیدروژن در ترکیب آلی با n اتم کربن

در هیدروکربن‌های سیرشدهٔ زنجیری (آلکان‌ها)، به ازای n اتم کربن، $۲n+۲$ اتم هیدروژن وجود دارد. اگر هیدروکربن، سیرنشده و یا دارای حلقه بود، به ازای هر پیوند دوگانه، ۲ اتم هیدروژن، به ازای هر پیوند سه‌گانه، ۴ اتم هیدروژن و به ازای هر حلقه، ۲ اتم هیدروژن از $(۲n+۲)$ کم می‌کنیم. اگر ترکیب آلی مورد نظر دارای اتم نیتروژن یا هالوژن بود، به ازای هر اتم نیتروژن، ۱ اتم هیدروژن به تعداد هیدروژن‌ها اضافه کرده و به ازای هر اتم هالوژن، ۱ اتم هیدروژن کم می‌کنیم. دقت کنید که وجود اتم اکسیژن، تأثیری بر تعداد اتم‌های هیدروژن ندارد.

$$\text{تعداد اتم‌های هیدروژن در ترکیبی با n کربن} = (\text{تعداد پیوندهای دوگانه و حلقه‌ها} \times ۲) - (۲n+۲) - (\text{تعداد پیوندهای سه‌گانه} \times ۴) + (\text{تعداد اتم‌های نیتروژن} \times ۱) + (\text{تعداد اتم‌های هالوژن} \times ۱)$$

گام با توجه به این‌که ترکیب آلی مورد نظر دارای پیوند(های) دوگانه و فاقد پیوند سه‌گانه است، در ابتدا برای به دست آوردن شمار پیوندهای دوگانه در ساختار، مول ترکیب آلی و مول برم مصرفی را به دست آورده و با هم مقایسه می‌کنیم:

$$۱/۹۳\ \text{g}\ C_{۲۷}H_{۴۵}OH \times \frac{۱\ \text{mol}\ C_{۲۷}H_{۴۵}OH}{۳۸۶\ \text{g}\ C_{۲۷}H_{۴۵}OH} = ۰/۰۰۵\ \text{mol}$$

$$۰/۸\ \text{g}\ Br_۲ \times \frac{۱\ \text{mol}\ Br_۲}{۱۶۰\ \text{g}\ Br_۲} = ۰/۰۰۵\ \text{mol}\ Br_۲$$

از آن‌جا که هر مول پیوند دوگانهٔ C=C با یک مول $Br_۲$ واکنش می‌دهد، با توجه به برابربودن شمار مول‌های ترکیب آلی و برم مصرفی، می‌توان دریافت که در ساختار این ترکیب، فقط ۱ پیوند دوگانهٔ C=C وجود دارد.

گام ترکیب سیرشدهٔ زنجیری هم‌کربن با ترکیب داده‌شده (۲۷کربنه)، به اندازهٔ $۲n+۲$، یعنی $۲(۲۷)+۲ = ۵۶$، اتم H دارد، اما این ترکیب ۴۶ اتم H دارد؛ یعنی ۱۰ اتم H کم‌تر! از آن‌جا که وجود هر پیوند دوگانه و هر حلقه، هر کدام، ۲ اتم هیدروژن از هیدروژن‌های ترکیب آلی سیرشدهٔ زنجیری کم می‌کنند، با توجه به گام اول، در ساختار این ترکیب باید یک پیوند دوگانهٔ C=C و ۴ حلقه وجود داشته باشد.

۶۹- گزینه ۲

استراتژی اول باید معادلهٔ واکنش رو موازنه کنی. بعد اگر از روش کسر تناسب استفاده می‌کنی، باید کسر تناسب مربوط به حجم و چگالی رو برای گاز $N_۲$ و کسر تناسب مربوط به جرم رو برای $NaNO_۲$ بنویسی و در صورت کسر مربوط به واکنش‌دهنده، یعنی $NaNO_۲$، مقدار بازده درصدی واکنش را به شکل «$\frac{\text{بازده درصدی}}{۱۰۰}$» ضرب کنی. اگر هم از روش کسر تبدیل استفاده می‌کنی، باید مقدار نظری $N_۲$ (حجم گاز $N_۲$) رو به ازای مصرف ۱۳/۸ گرم $NaNO_۲$ به دست بیاری و بعد به کمک فرمول بازده درصدی واکنش و داشتن مقدار عملی و نظری حجم گاز $N_۲$، بازده واکنش رو به دست بیاری.

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به صورت زیر است:

$$NH_4Cl + NaNO_2 \rightarrow N_2 + 2H_2O + NaCl$$

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}\times\frac{\text{بازده‌درصدی}}{100}}{\underbrace{\text{جرم‌مولی}\times\text{ضریب}}_{NaNO_2}} = \frac{\text{حجم گاز}\times\text{چگالی}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{N_2}}$$

نکته در حل مسائل بازده درصدی به کمک کسر تناسب، باید این کمیت را به شکل «$\frac{\text{بازده‌درصدی}}{100}$»، حتماً در صورت کسر مربوط به **واکنش‌دهنده**، ضرب کنیم.

$$\frac{\overset{0/2}{13/8}\times\frac{x}{100}}{1\times\underset{1}{69}} = \frac{\overset{0/3}{1/2}\times\overset{0/48}{3/36}}{1\times\underset{1}{28}} \Rightarrow x = \frac{0/3\times0/48\times100}{0/2} = 72\%$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

گام محاسبهٔ مقدار نظری (حجم) گاز N_2:

$$\overset{0/2}{13/8}\ g\,NaNO_2\times\frac{1\,mol\,NaNO_2}{\underset{1}{69}\ g\,NaNO_2}\times\frac{1\,mol\,N_2}{1\,mol\,NaNO_2}\times\frac{\overset{7}{28}\ g\,N_2}{1\,mol\,N_2}\times\frac{1\,L\,N_2}{\underset{0/3}{1/4}\ g\,N_2} = \frac{14}{3}\,L\,N_2$$

گام محاسبهٔ بازده درصدی واکنش:

$$\text{بازده واکنش} = \frac{\text{مقدار عملی}\,N_2}{\text{مقدار نظری}\,N_2}\times100 = \frac{3/36}{\frac{14}{3}}\times100 = \frac{\overset{24}{336}\times3}{\underset{1}{14}} = 72\%$$

۷۰- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ آلکیل‌ها

اگر از ساختار آلکان‌ها (با فرمول C_nH_{2n+2}) یک اتم H برداریم، ترکیبی که باقی می‌مونه! آلکیل نام دارد و فرمول کلی آن به صورت C_nH_{2n+1} است. برای نام‌گذاری آلکیل‌ها، فقط کافیست از نام آلکان هم‌کربن با آن‌ها، پسوند «آن» را برداشته و به جای آن پسوند «یل» را قرار دهیم. در آلکیل‌هایی با بیش از ۲ اتم کربن، براساس جایگاه اتم هیدروژن جداشده از آلکان اولیه، با آلکیل‌های متفاوتی روبه‌رو هستیم؛ مثل آلکیل‌های حاصل از پروپان که در جدول زیر هم آورده شده است.

آلکیل حاصل $-(C_nH_{2n+1})$	آلکان (C_nH_{2n+2})
(متیل) $-CH_3$	(متان) CH_4
(اتیل) $-C_2H_5$	(اتان) C_2H_6
(پروپیل) $-CH_2-CH_2-CH_3$ (ایزوپروپیل) $CH_3-\underset{\vert}{CH}-CH_3$	(پروپان) C_3H_8

۲ نام‌گذاری اترها $(R-O-R')$: در نام اترهای معروف، ابتدا نام دو گروه آلکیلی (R, R') که با اکسیژن پیوند دارند، می‌آید و سپس واژهٔ «اتر» آورده می‌شود.

$C-O-C$ دی‌متیل اتر (C_2H_6O)

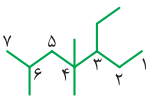
$C-C-O-C-C$ دی‌اتیل اتر $(C_4H_{10}O)$

$C-O-C-C$ اتیل‌متیل اتر (C_3H_8O)

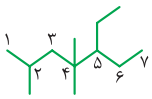
فرمول عمومی این‌گونه اترها که به اتم اکسیژن آن‌ها، دو گروه آلکیل متصل است به صورت $C_nH_{2n+2}O$ می‌باشد.

گام نام‌گذاری ساختار داده‌شده:

برای نام‌گذاری ساختار آلکان داده‌شده، ابتدا باید زنجیر اصلی کربنی (طولانی‌ترین مسیر اتم‌های کربن) در آن را پیدا کرده و شماره‌گذاری این زنجیر را از سمتی انجام دهیم که از کنار هم قراردادن شماره‌های شاخه‌های فرعی آن، عدد کوچک‌تری به دست آید:



۳۴۴۶: شماره‌گذاری از سمت راست
نادرست



۲۴۴۵: شماره‌گذاری از سمت چپ
درست

حالا شماره و نام شاخه‌های فرعی را براساس تقدم حرف اول نام لاتین آن‌ها می‌آوریم و درنهایت نام آلکان مربوط به زنجیر اصلی را می‌نویسیم:

۵ ـ اتیل ـ ۲، ۴،۴ ـ تری‌متیل هپتان

گام محاسبهٔ نسبت جرم مولی آلکان داده‌شده به جرم مولی اتر مورد نظر در سؤال:

آلکان داده‌شده، یک آلکان ۱۲کربنی با فرمول $C_{12}H_{26}$ است:

$$C_nH_{2n+2} \xrightarrow{\text{اگر } n=12 \text{ باشد}} C_{12}H_{26}$$:فرمول عمومی آلکان‌ها

$$\text{جرم مولی } C_{12}H_{26} = (12\times12)+26 = 170\ g.mol^{-1}$$

متیل پروپیل اتر، در مجموع ۴ اتم کربن دارد و با توجه به فرمول عمومی اترهای سیرشده و غیرحلقوی $(C_nH_{2n+2}O)$، فرمول مولکولی آن به صورت $C_4H_{10}O$ است:

$$C_nH_{2n+2}O \xrightarrow{\text{اگر } n=4 \text{ باشد}} C_4H_{10}O$$: فرمول عمومی اترها

$$\text{جرم مولی } C_4H_{10}O = (4\times12)+10+16 = 74\ g.mol^{-1}$$

$$\frac{\text{جرم مولی } C_{12}H_{26}}{\text{جرم‌مولی } C_4H_{10}O} = \frac{170}{74} \simeq 2/3$$

مشاوره خیلی از بچه‌ها در این سؤال، با دیدن نام اتر و بلدنبودن روش نام‌گذاری آن‌ها، این سؤال رو رها کردند. در صورتی که برای حل این سؤال نیازی به بلدبودن دقیق روش نام‌گذاری اترها نیست. با توجه به فصل ۲ شیمی یازدهم و فصل ۳ شیمی دوازدهم، شما با ساختار، فرمول و نام اترهای ساده مانند دی‌متیل اتر آشنا هستید و می‌تونید با استفاده از نام آلکیل‌ها دریابید که متیل پروپیل اتر، یک اتر ۴کربنه با فرمول $C_4H_{10}O$ است و جرم مولی آن را به دست آورید.

۷۱- گزینه ۴

گام ابتدا معادلهٔ واکنش تهیه اتانول از تخمیر گلوکز را می‌نویسیم. با توجه به اطلاعات سؤال در این واکنش علاوه بر اتانول، کربن دی‌اکسید نیز تولید می‌شود؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$C_6H_{12}O_6(s) \rightarrow 2C_2H_5OH(l) + 2CO_2(g)$$

گام به کمک واکنش‌های داده‌شده و قانون هس، ΔH واکنش تخمیر گلوکز را حساب می‌کنیم. برای رسیدن به این واکنش، واکنش سوم نباید تغییر کند (به خاطر $C_6H_{12}O_6(s)$)، واکنش دوم باید وارونه و در ۲ ضرب شود (به خاطر $2C_2H_5OH$) و واکنش اول نیز باید وارونه و در ۲ ضرب شود (به خاطر حذف $2CH_3COOH$ که با تغییر واکنش دوم در سمت چپ ایجاد شد):

$$\Delta H = \Delta H_3 - 2\Delta H_2 - 2\Delta H_1 = -2805 - 2(-493) - 2(-874)$$
$$= -2805 + 986 + 1748 = -71\ kJ$$

گام گرمای آزادشده به ازای تهیهٔ ۱ مول اتانول را به دست می‌آوریم. در معادلهٔ اصلی واکنش، ضریب اتانول برابر ۲ است؛ بنابراین به ازای تولید ۲ مول اتانول، ۷۱ kJ گرما آزاد می‌شود:

$$1\ mol\,C_2H_5OH \times \frac{71\ kJ}{2\ mol\,C_2H_5OH} = 35/5\ kJ$$

تله اگر به یک مول اتانول در صورت سؤال دقت نمی‌کردین و فقط ΔH واکنش را به دست می‌آوردید، به اشتباه ۳ را انتخاب می‌کردید!

۷۲- گزینه ۱

نکته

۱ در مورد پیوندهایی که در مولکول‌های دواتمی وجود دارد، مثل «$H-H$» در H_2، «$N\equiv N$» در N_2، «$O=O$» در O_2، «$Cl-Cl$» در Cl_2، «$Br-Br$» در Br_2، «$H-F$» در HF، «$H-Cl$» در HCl و ... چون فقط همین یک نوع پیوند اشتراکی وجود دارد، نیازی به استفاده از واژهٔ میانگین آنتالپی پیوند نیست.

۲ مهم‌ترین پیوندهایی که برای آن‌ها از واژهٔ «میانگین آنتالپی پیوند» استفاده می‌شود، عبارت‌اند از:

«$C\equiv C, C=C, C-C, C-O, C=O, O-O, H-N, H-C, H-H$»

برای $H-Br$ در مولکول دواتمی هیدروژن برمید، نیازی به استفاده از واژهٔ میانگین برای آنتالپی پیوند نیست.

۷۳- گزینه ۳

تبدیل آب به بخار آب، یک فرایند **فیزیکی** گرماگیر بوده که با افزایش انرژی سامانه همراه است اما دقت کنید که با توجه به کتاب درسی، واژهٔ «گرماشیمیایی» برای واکنش‌های شیمیایی به کار می‌رود، *اونم وقتی‌که* ΔH واکنش به همراه معادلهٔ آن داده شود.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) منظور از انرژی ذخیره‌ای یا انرژی نهفته‌شده در یک ماده، همان انرژی پتانسیل آن است که ناشی از نیروهای نگهدارندهٔ ذرات سازندهٔ آن می‌باشد. برای مولکول‌ها، نیروهای نگهدارندهٔ ذرات سازنده، همان پیوند شیمیایی بین اتم‌ها است. ۲) ذرات سازندهٔ یک نمونه ماده، دارای دو نوع انرژی هستند. آ) انرژی جنبشی که به دلیل جنبش‌های نامنظم و حرکت اجزای ماده است. ب) انرژی پتانسیل که همان انرژی نهفتهٔ اجزای ماده و ناشی از نیروهای نگهدارندهٔ ذرات ماده است. ۴) هر چه انرژی پیوند میان دو اتم بیشتر باشد، آن پیوند محکم‌تر و در نتیجه پایدارتر است. از طرفی می‌دانیم که محتوای انرژی با پایداری رابطهٔ عکس دارد؛ بنابراین می‌توان گفت میزان انرژی پیوند با محتوای انرژی ماده رابطهٔ وارونه دارد.

۷۴- گزینه ۴

گام معادلهٔ واکنش سوختن کامل گاز اتن (C_2H_4) را می‌نویسیم:

$$C_2H_4 + 3O_2 \rightarrow 2CO_2 + 2H_2O$$

گام با توجه به سرعت واکنش، سرعت تولید بخار آب را به دست می‌آوریم.

نکته سرعت متوسط واکنش از تقسیم سرعت متوسط تولید یا مصرف یک مادهٔ شرکت‌کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن در معادلهٔ موازنه‌شده، به دست می‌آید.

$$aA + bB \rightarrow cC + dD$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}(A)}{a} = \frac{\bar{R}(B)}{b} = \frac{\bar{R}(C)}{c} = \frac{\bar{R}(D)}{d}$$

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{\bar{R}(H_2O)}{2} \Rightarrow \bar{R}(H_2O) = 2\bar{R}(\text{واکنش})$$

$$= 2 \times 2/4 \frac{\text{mol}}{\text{L.min}} \times 2\,\text{L} \times \frac{1\,\text{min}}{60\,\text{s}} = 0/16\ \text{mol.s}^{-1}$$

گام با توجه به سرعت تولید بخار آب، حساب می‌کنیم در چند ثانیه، ۱۴/۴ گرم بخار آب تشکیل می‌شود:

روش ۱ استفاده از کسر تبدیل:

$$?\,s = 14/4\,g\,H_2O \times \frac{1\,mol\,H_2O}{18\,g\,H_2O} \times \frac{1\,s}{0/16\,mol\,H_2O} = 5\,s$$

روش ۲ استفاده از فرمول سرعت:

$$\bar{R}(H_2O) = \frac{\Delta n(H_2O)}{\Delta t} \Rightarrow 0/16 = \frac{\frac{14/4}{18}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 5\,s$$

۷۵- گزینه ۲

برای این‌که بدانیم از سوختن چند گرم اتانول، ۷۸۰ kJ گرما آزاد می‌شود، باید ارزش سوختی اتانول را داشته باشیم. با توجه به این‌که رابطهٔ بین ارزش سوختی اتان و اتانول را می‌دانیم، ابتدا باید ارزش سوختی اتان را حساب کرده و به کمک آن، به ارزش سوختی اتانول برسیم.

گام ارزش سوختی اتان را حساب می‌کنیم. ارزش سوختی یعنی گرمای آزادشده به ازای سوختن ۱ گرم سوخت:

$$?\,kJ = 1\,g\,C_2H_6 \times \frac{1\,mol\,C_2H_6}{30\,g\,C_2H_6} \times \frac{780\,kJ}{0/5\,mol\,C_2H_6} = 52\,kJ$$

گام با توجه به اطلاعات داده‌شده در سؤال، ارزش سوختی اتانول را حساب می‌کنیم:

$$\frac{52}{1/7} = \text{ارزش سوختی اتانول} \times 1/7 = \text{ارزش سوختی اتان} \Rightarrow \text{ارزش سوختی اتانول} = \frac{520}{17}\ kJ.g^{-1}$$

گام با توجه به ارزش سوختی اتانول، حساب می‌کنیم که از سوختن چند گرم اتانول، ۷۸۰ kJ گرما آزاد می‌شود.

$$?\,g\,C_2H_5OH = 780\,kJ \times \frac{1\,g\,C_2H_5OH}{\frac{520}{17}\,kJ} = \frac{780 \times 17}{520} = \frac{51}{2} = 25/5\,g$$

تیزبازی با توجه به این‌که ارزش سوختی اتانول کم‌تر از اتان است ($\frac{1}{1/7}$ برابر)، برای این‌که اتانول مقدار گرمای یکسانی با اتان تولید کند، باید جرم بیشتری از آن بسوزد (۱/۷ برابر)! جرم ۰/۵ مول اتان (C_2H_6)، ۱۵ گرم است. ۱/۷ برابر ۱۵، می‌شود ۲۵/۵ گرم! به همین راحتی می‌شد به جواب رسید!

$$Q = \text{ارزش سوختی} \times \text{جرم} \xrightarrow{Q_1=Q_2} C_2H_5OH\ \text{جرم} \times \text{ارزش سوختی}_{C_2H_5OH} \xrightarrow{\text{جرم مولی} \times \text{مول} = \text{جرم}} C_2H_5OH\ \text{جرم}$$

$$= C_2H_6\ \text{جرم} \times \text{ارزش سوختی}_{C_2H_6} = \underbrace{(0/5 \times 30)}_{C_2H_6\ \text{جرم}} \times 1/7 = 15 \times 1/7 = \frac{30}{2} \times 1/7 = \frac{51}{2} = 25/5\,g$$

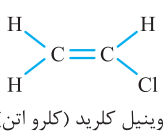
۷۶- گزینه ۴

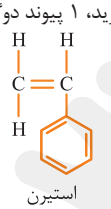
بررسی گزینه‌ها: ۱) کاملاً درسته.

نکته کاربرد پلیمرها

پلیمر	کاربرد	مونومر سازنده
پلی‌اتن	پلی‌اتن سبک: کیسه‌های پلاستیکی پلی‌اتن سنگین: لوله‌های پلاستیکی، دبهٔ آب، بطری شیر	اتن
پلی‌سیانو اتن	پتو	سیانو اتن
پلی‌استیرن	به عنوان پلاستیک در صنعت بسته‌بندی مواد غذایی مانند ظروف یکبارمصرف	استیرن
پلی‌تترافلوئورو اتن یا تفلون	ظروف نچسب، نخ دندان، کف اتو، نوارهای آب‌بندی لوله‌ها	تترافلوئورو اتن
پلی‌وینیل کلرید	کیسهٔ خون	وینیل کلرید (کلرو اتن)

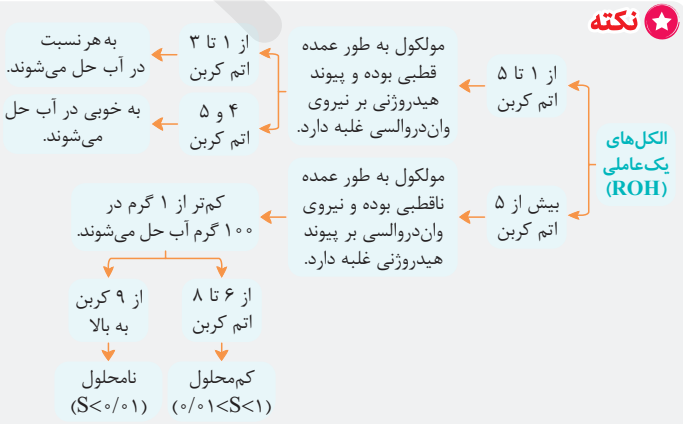
۲) در مولکول استیرن، ۴ پیوند دوگانه و در مولکول وینیل کلرید، ۱ پیوند دوگانه وجود دارد.


وینیل کلرید (کلرو اتن)


استیرن

۳) به نکتهٔ زیر توجه فرمایید:

نکته



۴ اسید دارای ۴ کربن، بوتانوئیک اسید ($C_4H_8O_2$) و الکل دارای یک کربن همان متانول (CH_3OH) است. تفاوت شمار اتم‌ها در فرمول این دو ترکیب، برابر ۸ = ۶ − ۱۴ است. در این‌جا نیازی نبود استر موجود در سیب را بدانیم، زیرا الکل دارای یک کربن، فقط می‌تواند متانول باشد، اما برای *مکلم‌کاری!* بهتر است استرهای موجود در میوه‌های مختلف را *بلد باشید!*

نکته استرهای موجود در ۴ میوه

نام میوه	آناناس	موز	سیب	انگور
استر سازنده	اتیل بوتانوات $(C_6H_{12}O_2)$	پنتیل اتانوات $(C_7H_{14}O_2)$	متیل بوتانوات $(C_5H_{10}O_2)$	اتیل هپتانوات $(C_9H_{18}O_2)$
الکل سازندهٔ استر	اتانول (C_2H_6O)	پنتانول $(C_5H_{12}O)$	متانول (CH_4O)	اتانول (C_2H_6O)
اسید سازندهٔ استر	بوتانوئیک اسید $(C_4H_8O_2)$	اتانوئیک اسید $(C_2H_4O_2)$	بوتانوئیک‌اسید $(C_4H_8O_2)$	هپتانوئیک اسید $(C_7H_{14}O_2)$

۷۷- گزینه ۲

درس‌نامه پاک‌کننده‌های کتاب درسی



تنها پاک‌کنندهٔ دارای حلقهٔ بنزنی که در کتاب درسی بررسی شده است، پاک‌کنندهٔ غیرصابونی سدیم‌دار است:

$R-C_6H_4-SO_3Na$ یا $RC_6H_4SO_3Na$

اگر این پاک‌کننده در مجموع دارای ۱۸ اتم کربن باشد، گروه R در آن دارای ۱۲ اتم کربن خواهد بود.

C_nH_{2n+1} : فرمول گروه هیدروکربنی سیرشده (گروه آلکیل R)

$\Rightarrow$ فرمول پاک‌کننده: $C_{12}H_{25}C_6H_4SO_3Na$ یا $C_{18}H_{29}SO_3Na$

$\Rightarrow$ جرم مولی $= (18\times12)+29+32+(3\times16)+23 = 348\ g.mol^{-1}$

اگر به جای ۴ اتم هیدروژن متصل به حلقهٔ بنزنی این ترکیب، ۴ گروه متیل (CH_3) قرار گیرد، جرم مولی آن ۵۶ گرم افزایش می‌یابد: $-4H+4CH_3 = -4+4(15) = 56\ g$

درصد تغییر جرم مولی $= \frac{\text{مقدار تغییر جرم مولی}}{\text{جرم مولی اولیه}}\times100 = \frac{56}{348}\times100 = \frac{14}{87}\times100 \simeq \%16$

۷۸- گزینه ۳

درس‌نامه ترکیب‌های آلی دارای ۱ یا ۲ اتم اکسیژن

۱ الکل‌ها، اترها، کتون‌ها و آلدهیدهای یک‌عاملی، دارای ۱ اتم اکسیژن در ساختار خود هستند.

نام خانواده	ساختار	فرمول عمومی به شرط داشتن زنجیرهٔ هیدروکربنی سیرشده
الکل	$R-OH$ (R گروه کربنی)	$C_nH_{2n+2}O$
اتر	$R-O-R'$ (R و R′ گروه کربنی)	$C_nH_{2n+2}O$
آلدهید	$R-C(=O)-H$ (R، اتم هیدروژن یا گروه کربنی)	$C_nH_{2n}O$
کتون	$R-C(=O)-R'$ (R و R′ گروه کربنی)	$C_nH_{2n}O$

۲ کربوکسیلیک اسیدها و استرهای یک‌عاملی، دارای دو اتم اکسیژن هستند.

نام خانواده	ساختار	فرمول عمومی به شرط داشتن زنجیره‌های هیدروکربنی سیرشده
کربوکسیلیک اسید	$R-C(=O)-OH$ (R، اتم هیدروژن یا گروه کربنی)	$C_nH_{2n}O_2$
استر	$R-C(=O)-O-R'$ (R، اتم هیدروژن یا گروه کربنی و R′، فقط گروه کربنی)	$C_nH_{2n}O_2$

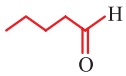
بررسی گزینه‌ها: ۱ و ۲ در بین ترکیب‌های آلی با یک اتم اکسیژن، فقط در الکل‌ها، اتم اکسیژن با یک جفت‌الکترون پیوندی به یک کربن و با یک جفت‌الکترون پیوندی به هیدروژن متصل است.



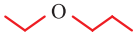
۳ هم در آلدهیدها و هم در کتون‌ها، اکسیژن فقط به یک کربن متصل است.


کتون

یا


آلدهید

۴ در اترها، اکسیژن به دو کربن متصل است:



۷۹- گزینه ۱

نکته برای تعیین شمار اتم‌های هیدروژن یک هیدروکربن با n اتم کربن، می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد.

شمار اتم‌های هیدروژن $= (2n+2) - 2(\text{تعداد پیوندهای دوگانه و حلقه‌ها}) - (\text{تعداد پیوندهای سه‌گانه})4$

همهٔ عبارت‌های داده‌شده، نادرست‌اند.

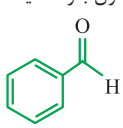
بررسی عبارت‌ها: ◇ ترکیب مورد نظر، ۱۶ اتم کربن دارد. با توجه به این‌که ساختار پیچیده نیست، به راحتی با شمردن می‌توانیم تعداد اتم‌های هیدروژن آن را به دست آوریم که برابر با ۱۰ است. از فرمول هم می‌توانیم استفاده کنیم. هیدروکربن مورد نظر، دارای ۴ حلقه و ۸ پیوند دوگانه است؛ بنابراین خواهیم داشت:

شمار اتم‌های هیدروژن $= (2n+2) - 2(\text{مجموع تعداد پیوندهای دوگانه و حلقه})$

فرمول هیدروکربن: $C_{16}H_{10} \Rightarrow 2(16)+2-[2(4+8)] = 10$

مولکول داده‌شده ۱۰ اتم هیدروژن و ۸ پیوند دوگانه دارد.

◇ دیدیم که هیدروکربن داده‌شده ۱۰ اتم هیدروژن دارد، اما مولکول بنزآلدهید دارای ۶ اتم هیدروژن است.

بنزآلدهید:  $\Rightarrow C_7H_6O$

◆ جرم مولی مولکول اولیه، ۲۰۲ گرم است:

$C_{16}H_{10}$ جرم مولی $= (16\times12)+10 = 202\ g.mol^{-1}$

اگر ۱۰ اتم هیدروژن این مولکول، با گروه هیدروکسیل (OH) جایگزین شود، جرم مولی آن به ۱۶۰ گرم افزایش می‌یابد:

$-10\,H + 10\,OH = -10 + (10\times17) = 160\ g$

درصد افزایش جرم $= \frac{\text{مقدار افزایش جرم}}{\text{جرم اولیه}}\times100 = \frac{160}{202}\times100 \neq 50\%$

نکته برای تعیین عدد اکسایش اتم‌ها با توجه به ساختار لوویس‌گونه، در مواد مولکولی یا یون‌های چنداتمی، از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

عدد اکسایش اتم = شمار الکترون‌های نسبت داده‌شده به اتم − شمار الکترون‌های ظرفیت اتم

شمار الکترون‌های ظرفیت برای عنصرهای گروه ۱ و ۲ همان شمارهٔ گروه و برای عنصرهای گروه ۱۳ به بعد، برابر با یکان شمارهٔ گروه است.

شمارهٔ گروه	اتم	شمار الکترون‌های ظرفیت
۱	$_1H$	۱
۲	$_4Be$	۲
۱۳	$_{13}Al, _5B$	۳
۱۴	$_{32}Ge, _{14}Si, _6C$	۴
۱۵	$_{15}P, _7N$	۵
۱۶	$_{34}Se, _{16}S, _8O$	۶
۱۷	$_{53}I, _{35}Br, _{17}Cl, _9F$	۷

برای تعیین شمار الکترون‌های نسبت داده شده به هر اتم، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

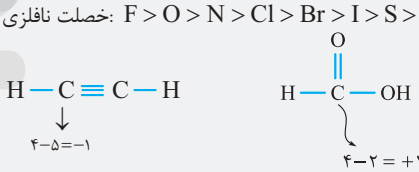
◆ به ازای هر جفت‌الکترون پیوندی میان دو اتم یکسان، یک الکترون به هر اتم نسبت می‌دهیم.

◆ به ازای هر جفت‌الکترون پیوندی میان دو اتم متفاوت، هر دو الکترون را به اتم با خصلت نافلزی بیشتر، نسبت می‌دهیم.

◆ همهٔ الکترون‌های ناپیوندی روی هر اتم را به همان اتم نسبت می‌دهیم.

در محاسبهٔ عدد اکسایش اتم‌ها، بهتر است مقایسهٔ خصلت نافلزی چند عنصر زیر را بلد باشین: خصلت نافلزی: $F > O > N > Cl > Br > I > S > C > H$

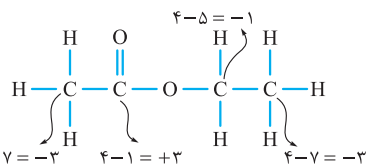
مثال:



◆ در هیدروکربن داده‌شده، دو نوع کربن داریم:

۱− اتم‌های کربنی که با ۴ پیوند به اتم‌های کربن دیگر متصل‌اند. عدد اکسایش این اتم‌ها برابر ۰ = ۴ − ۴ است.

۲− اتم‌های کربنی که با ۱ پیوند دوگانه و ۱ پیوند یگانه به دو اتم کربن دیگر و با ۱ پیوند یگانه به یک اتم هیدروژن متصل‌اند. عدد اکسایش این اتم‌ها برابر با −۱ = (۵) − ۴ است. در واقع، همهٔ اتم‌های کربنی که به اتم هیدروژن متصل‌اند (۱۰ اتم کربن)، دارای عدد اکسایش منفی هستند. *فب!* ۱۰ سه برابر هیچ عدد صحیحی نیست؛ یعنی بدون بررسی عدد اکسایش اتم‌های کربن مولکول اتیل اتانوات، *می‌شه* فهمید که این عبارت *غلطه!* اما بیایید عدد اکسایش اتم‌های کربن این مولکول را هم بررسی کنیم:



اتیل اتانوات ⇒ بخش الکلی اسیدی | بخش

$$\frac{\text{شمار اتم‌های کربن با عدد اکسایش منفی در هیدروکربن داده‌شده}}{\text{شمار اتم‌های کربن با عدد اکسایش منفی در اتیل اتانوات}} = \frac{10}{3} \neq 3$$

۸۰- گزینه ۳

طبق مدل آرنیوس، SO_3 (اکسید نافلزی) اسید محسوب می‌شود، زیرا با حل‌شدن در آب، غلظت یون هیدرونیوم را افزایش می‌دهد و Na_2O (اکسید فلزی)، باز محسوب می‌شود، زیرا با حل‌شدن در آب، غلظت یون هیدروکسید را افزایش می‌دهد؛ بنابراین با توجه به این‌که SO_3، اسید و Na_2O، باز است، می‌توان پیش‌بینی کرد که غلظت یون هیدرونیوم در محلول SO_3 بیشتر است.

تله می‌دانید که به کمک مدل آرنیوس، می‌توان اسید و باز را تشخیص داد، اما نمی‌توان در مورد میزان اسیدی یا بازی بودن دو محلول اسیدی یا بازی اظهار نظر کرد. اگر حواستون نباشه ممکنه این عبارت رو غلط در نظر بگیرید. اگر در این‌جا، دو اسید (مثلاً SO_3 و N_2O_5) یا دو باز (مثلاً Na_2O و K_2O) داده شده بود، نمی‌توانستیم به کمک مدل آرنیوس، غلظت یون هیدرونیوم یا هیدروکسید در محلول آن‌ها را با هم مقایسه کنیم. ولی دقت کنید که در این عبارت مقایسهٔ غلظت یون هیدرونیوم رو بین یک اسید و یک باز داریم.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) هر چه شمار اتم‌های هیدروژن در ساختار کربوکسیلیک اسید بیشتر باشد، قدرت اسیدی کم‌تر است، مثلاً استیک اسید (CH_3COOH) نسبت به فرمیک اسید ($HCOOH$)، ثابت یونش و قدرت اسیدی کم‌تری دارد. ۲) *برعکس گفته!* هر چه $[H^+]$ در محلولی بیشتر باشد، آن محلول اسیدی‌تر است و هر چه $[H^+]$ در محلولی کم‌تر باشد، $[OH^-]$ در آن بیشتر بوده و آن محلول، بازی‌تر است.

۴)

نکته رسانایی الکتریکی محلول‌های الکترولیت، به مجموع غلظت مولی یون‌های موجود در آن‌ها بستگی دارد. هر چه مجموع غلظت یون‌ها در یک محلول بیشتر باشد، رسانایی الکتریکی آن محلول بیشتر خواهد بود. برای اسیدهای ضعیف تک‌پروتون‌دار مانند HX، مجموع غلظت مولی یون‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$[H^+] = [X^-] = M\alpha \Rightarrow$ مجموع غلظت مولی یون‌ها $= 2M\alpha$

باید مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلول دو اسید را با هم مقایسه کنیم.

محلول HD: مجموع غلظت مولی یون‌ها $= 2M\alpha = 2\times0/2\times\alpha = 0/4\alpha$

محلول HA: مجموع غلظت مولی یون‌ها $= 2M\alpha = 2\times0/1\times\frac{\alpha}{2} = 0/1\alpha$

رسانایی الکتریکی محلول ۰/۲ مولار HD بیشتر است.

۸۱- گزینه ۴

درس‌نامه مسائل pH محلول اسیدهای ضعیف:

◆ اسیدهای ضعیف در آب به طور جزئی یونش می‌یابند؛ پس در محلول اسیدهای ضعیف، $[H^+]$ با غلظت اولیهٔ اسید برابر نیست. در مسائل اسیدهای ضعیف با درجهٔ یونش (α) و یا ثابت یونش (K_a) *سروکار داریم*. برای به دست آوردن $[H^+]$ در این محلول‌ها به صورت زیر عمل می‌کنیم:

۱) اگر α را داشته باشیم: در صورتی که غلظت اولیهٔ اسید ضعیف، M باشد، آن اسید به اندازهٔ $M\alpha$ یونیده می‌شود؛ پس $[H^+]$ در محلول برابر با $M\alpha$ خواهد بود:

در محلول اسیدهای ضعیف تک‌پروتون‌دار: $[H^+] = M\alpha$

۲) اگر K_a را داشته باشیم: در این حالت بهتر است معادلهٔ یونش اسید را نوشته و از رابطهٔ K_a استفاده کنیم:

$$HA \rightleftharpoons H^+ + A^-$$

	HA	H^+	A^-
غلظت اولیه:	M	۰	۰
تغییر غلظت:	−x	+x	+x
غلظت نهایی:	M − x	x	x

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} = \frac{x^2}{M-x} = \frac{[H^+]^2}{M-[H^+]}$$

با توجه به داده‌های سؤال، می‌توان از رابطه‌های $K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha}$ و $[H^+] = \sqrt{K_a.M(1-\alpha)}$ نیز استفاده کرد.

گام ۱ به کمک pH، غلظت H^+ در محلول را حساب می‌کنیم:

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-1/3} = 10^{-2}\times10^{0/7} \xrightarrow[10^{0/7}=5]{\log5=0/7} 5\times10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

گام ۲ به کمک غلظت H^+ و درجهٔ یونش، غلظت مولی محلول را به دست می‌آوریم:

$$[H^+] = M\alpha \Rightarrow M = \frac{5\times10^{-2}}{0/1} = 5\times10^{-1} = 0/5\ mol.L^{-1}$$

گام ۳ به کمک غلظت مولی محلول و جرم اسید، حجم محلول را حساب می‌کنیم:

$$?\ mL\ \text{محلول} = 18/8\ g\ HA\times\frac{1\ mol\ HA}{47\ g\ HA}\times\frac{1\ L\ \text{محلول}}{0/5\ mol\ HA}\times\frac{1000\ mL}{1\ L}$$

$$= 800\ mL$$

۸۲- گزینه ۴

یونش اسیدهای ضعیف مانند HF در آب، یک سامانهٔ تعادلی است و در شرایط تعادلی، غلظت کل گونه‌ها در محلول این اسیدها، ثابت است.

بررسی سایر گزینه‌ها: ① همه اسیدهای نیتروژن‌دار، قوی نیستند. مثلاً HNO_2 یک اسید ضعیف است و معادلهٔ یونش آن در آب، دوطرفه است.

$$HNO_2 \rightleftharpoons H^+ + NO_2^-$$:اسید ضعیف

$$HNO_3 \rightarrow H^+ + NO_3^-$$:اسید قوی

② *چه مرغی؟!* محلول‌های اسیدی و بازی (چه قوی و چه ضعیف)، الکترولیت‌اند؛ یعنی شامل یون‌های آب‌پوشیده هستند. اسیدهای ضعیف با حل‌شدن در آب به طور جزئی یونش می‌یابند؛ یعنی تعداد کمی از مولکول‌های اسید به یون تبدیل می‌شوند و در محلول آن‌ها، یون‌های آب‌پوشیده و مولکول‌های اسید وجود دارند. ③ در مخرج کسر ثابت یونش اسیدها، غلظت تعادلی اسید قرار می‌گیرد، در حالی که در مخرج کسر رابطهٔ درجهٔ یونش، غلظت اولیهٔ محلول اسید قرار می‌گیرد.

$$\alpha = \frac{[H^+]}{M} \quad \text{(غلظت اولیه)} \qquad K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \quad \text{(غلظت تعادلی)}$$

۸۳- گزینه ۱

نکته SHE شامل یک الکترود پلاتینی است، اما نیم‌واکنش SHE مربوط به گاز هیدروژن و یون H^+ است؛ پس فلز نباید در این واکنش حضور فعالی داشته باشد؛ یعنی این واکنش باید در سطح یک فلز که رسانای الکترونی است، انجام بگیرد، ولی خود فلز در نیم‌واکنش اکسایش یا کاهش نقشی نداشته باشد. به همین دلیل از فلز پلاتین که رسانا است، ولی از لحاظ شیمیایی واکنش نمی‌دهد، استفاده می‌شود؛ پس *یادتون باشه* که وقتی SHE آند یا کاتد باشد، جرم تیغهٔ پلاتینی آن تغییری نمی‌کند، زیرا در واکنش شرکت نمی‌کند.

عبارت‌های (پ) و (ت) درست‌اند.

E° الکترود آلومینیم، منفی است و در سری الکتروشیمیایی، پایین‌تر از هیدروژن قرار دارد؛ بنابراین در سلول گالوانی آلومینیم ـ هیدروژن، آلومینیم نقش آند و SHE نقش کاتد را دارد:

$$2Al(s) + 6H^+(aq) \rightarrow 2Al^{3+}(aq) + 3H_2(g)$$

بررسی عبارت‌ها: (الف) به ازای مبادلهٔ ۶ مول الکترون، جرم تیغهٔ آندی (آلومینیم) به اندازهٔ $2 \times 27 = 54$ گرم کاهش می‌یابد، اما با توجه به این‌که کاتد این سلول SHE است، جرم تیغهٔ پلاتینی آن تغییری نمی‌کند. (ب) ضریب Al^{3+} در معادلهٔ واکنش، $\frac{1}{3}$ ضریب H^+ است؛ بنابراین اگر غلظت $H^+(aq)$، ۰/۳ مولار کاهش یابد، غلظت $Al^{3+}(aq)$، $\frac{1}{3} \times 0/3 = 0/1$ مولار افزایش خواهد داشت.

(پ) $0/54\ g\ Al \times \frac{1\ mol\ Al}{27\ g\ Al} \times \frac{3\ mol\ H_2}{2\ mol\ Al} \times \frac{22400\ mL\ H_2}{1\ mol\ H_2} = 672\ mL\ H_2$

(ت) یون شرکت‌کننده در نیم‌واکنش کاتدی، H^+ و یون شرکت‌کننده در نیم‌واکنش آندی، Al^{3+} است. با توجه به این‌که ضریب H^+، ۳ برابر ضریب Al^{3+} است، می‌توان گفت که شیب نمودار مول ـ زمان H^+، ۳ برابر شیب نمودار مول ـ زمان Al^{3+} است. البته با توجه به این‌که H^+ واکنش‌دهنده است، بهتر بود در سؤال از قدرمطلق شیب برای آن استفاده می‌شد، اما با توجه به فرمت سؤال و نادرستی قطعی عبارت‌های «الف» و «ب»، می‌شد فهمید که طراح می‌خواسته عبارت «ت» رو درست در نظر بگیره!

۸۴- گزینه ۳

شفاف‌سازی نوع واکنش اصلاً مهم نیست. این سؤال فقط یک سؤال موازنهٔ ساده است.

موازنه را می‌توانیم با عنصرهای Na و O شروع کنیم:

$$1NaCl(aq) + 1H_2O(l) \rightarrow 1NaOH(aq) + -Cl_2(g) + -H_2(g)$$

برای موازنهٔ اتم‌های Cl و H ضریب Cl_2 و H_2 باید برابر $\frac{1}{2}$ باشد. برای از بین رفتن ضرایب کسری، همهٔ اعداد را در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$2NaCl(aq) + 2H_2O(l) \rightarrow 2NaOH(aq) + Cl_2(g) + H_2(g)$$

$$\frac{\text{مجموع ضرایب مواد محلول}(NaOH, NaCl)}{\text{مجموع ضرایب مواد گازی}(H_2, Cl_2)} = \frac{2+2}{1+1} = 2$$

۸۵- گزینه ۳

نکته برای تعیین شمار الکترون‌های مبادله‌شده در یک واکنش اکسایش ـ کاهش، می‌توانیم از فرمول زیر استفاده کنیم:

$$\text{شمار الکترون‌های مبادله‌شده براساس معادلهٔ موازنه‌شده} = \text{تغییر عدد اکسایش اکسنده} \times \text{ضریب اکسنده} \times \text{شمار اتم‌ها در اکسنده}$$

$$= \text{تغییر عدد اکسایش کاهنده} \times \text{ضریب کاهنده} \times \text{شمار اتم‌ها در کاهنده}$$

استراتژی اگر از روش کسر تناسب استفاده می‌کنی، با توجه به این‌که شمار الکترون‌های مبادله‌شده در دو سلول برابر است، با ضرب‌کردن معادلهٔ واکنش‌ها در عدد مناسب، کاری کن که شمار الکترون‌های مبادله‌شده در دو سلول برابر شود، بعدش بین گاز هیدروژن و فلز منیزیم تناسب برقرار کن! (حواست باشه که بازده درصدی رو در کسر مربوط به H_2 ضرب کنی.) اگر از روش کسر تبدیل استفاده می‌کنی، اول باید محاسبه کنی که برای تهیهٔ ۱۸ kg فلز منیزیم، چند مول الکترون در واکنش برقکافت $MgCl_2$ مبادله می‌شود. بعد باید حساب کنی که به ازای مبادلهٔ این مقدار الکترون در واکنش اول، چند کیلوگرم گاز H_2 مصرف می‌شود. این مقدار گاز H_2 با فرض بازده ۱۰۰٪ برای سلول سوختی است. حالا که بازده کم‌تر است (۶۰٪)، پس به مقدار گاز H_2 مصرفی بیشتری ($\frac{100}{60}$ × مقدار H_2 با فرض ۱۰۰٪ بودن بازده) نیاز است.

گام ۱ معادلهٔ واکنش‌ها را نوشته و شمار الکترون‌های مبادله‌شده در آن‌ها را حساب می‌کنیم:

سلول سوختی هیدروژن: $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$ (کاهنده: H_2، اکسنده: O_2، ۱ درجه اکسایش)

$e^- = 2 \times 2 \times 1 = 4$ (ضریب کاهنده × تغییر عدد اکسایش کاهنده × شمار اتم‌ها در کاهنده)

برقکافت منیزیم کلرید مذاب: $MgCl_2 \rightarrow Mg + Cl_2$ (اکسنده: $MgCl_2$، ۲ درجه کاهش)

$e^- = 1 \times 1 \times 2 = 2$ (ضریب اکسنده × تغییر عدد اکسایش اکسنده × شمار اتم‌ها در اکسنده)

گام ۲ روش استفاده از کسر تناسب: با توجه به این‌که از الکترون‌های تولیدشده در واکنش اول برای واکنش دوم استفاده می‌شود (یعنی شمار الکترون‌های مبادله‌شده در دو سلول یکسان است)، معادلهٔ دوم را در ۲ ضرب می‌کنیم تا شمار الکترون‌های مبادله‌شده در دو واکنش یکسان شود:

$$\begin{cases} 2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O \\ 2MgCl_2 \rightarrow 2Mg + 2Cl_2 \end{cases} \Rightarrow 2H_2 \sim 2Mg \Rightarrow H_2 \sim Mg$$

حالا بین H_2 و Mg تناسب برقرار می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم} \times \frac{\text{بازده درصدی}}{100}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{H_2}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{Mg}} \Rightarrow \frac{x \times \frac{60}{100}}{1 \times 2} = \frac{18}{1 \times 24}$$

$$\Rightarrow x = \frac{30}{2 \times 6} = 2/5\ kg\ H_2$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

ابتدا حساب می‌کنیم که برای تهیهٔ ۱۸ kg فلز منیزیم، چند مول الکترون مبادله می‌شود:

$$Mg^{2+} + 2e^- \rightarrow Mg$$

$$18 \times 10^3\ g\ Mg \times \frac{1\ mol\ Mg}{24\ g\ Mg} \times \frac{2\ mole^-}{1\ mol\ Mg} = 1/5 \times 10^3\ mole^-$$

حالا حساب می‌کنیم که با مبادلهٔ $1/5 \times 10^3$ مول الکترون در سلول سوختی، چند کیلوگرم گاز هیدروژن اکسایش می‌یابد:

$$H_2 \rightarrow 2H^+ + 2e^-$$

$$1/5 \times 10^3\ mole^- \times \frac{1\ mol\ H_2}{2\ mole^-} \times \frac{2\ g\ H_2}{1\ mol\ H_2} \times \frac{1\ kg\ H_2}{10^3\ g\ H_2}$$

$$= 1/5\ kg\ H_2 \quad \text{(با فرض ۱۰۰٪ بودن بازده)}$$

با توجه به این‌که بازده سلول سوختی، ۱۰۰٪ نیست (۶۰٪ است)، به مقدار بیشتری گاز هیدروژن نیاز است:

$$1/5 \times \frac{100}{60} = \frac{15}{6} = 2/5\ kg\ H_2$$

۸۶- گزینه ۱

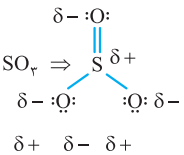
نکته در یک مولکول، اتمی که خصلت نافلزی بیشتری دارد، الکترون‌های پیوندی را بیشتر به سوی خود جذب کرده و تراکم بار الکتریکی منفی روی آن بیشتر است. این اتم دارای مقدار جزئی بار منفی و اتم(های) دیگر که تراکم بار الکتریکی منفی روی آن‌ها کم‌تر است، دارای بار جزئی مثبت می‌شوند.

مقایسهٔ خصلت نافلزی برخی از عنصرها به صورت زیر است:

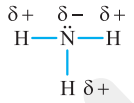
خصلت نافلزی: $F > O > N > Cl > Br > I > S > C > H$

باید ساختار لوویس مولکول SO_3 و مولکول‌های داده‌شده در گزینه‌ها را رسم کرده و ویژگی‌های مورد نظر در گزینه‌ها را برای آن‌ها بررسی کنیم:

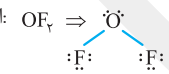
گوگرد تری‌اکسید: SO_3



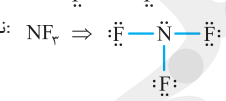
آمونیاک: NH_3



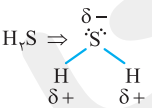
اکسیژن دی‌فلوئورید: OF_2



نیتروژن تری‌فلوئورید: NF_3



هیدروژن سولفید: H_2S



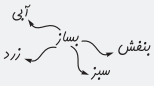
بررسی گزینه‌ها: ۱) در NH_3، اتم مرکزی یعنی اتم N دارای بار جزئی منفی است، ولی در SO_3، اتم مرکزی یعنی اتم S دارای بار جزئی مثبت است. *فب!* همین اول پاسخ تست مشخص شد. *ولی بیایین* باقی گزینه‌ها را هم بررسی کنیم. ۲) در مولکول OF_2 همانند SO_3، هشت جفت‌الکترون ناپیوندی وجود دارد. ۳) در مولکول NF_3، ۳ جفت‌الکترون پیوندی و در مولکول SO_3، ۴ جفت‌الکترون پیوندی وجود دارد. ۴) در هر دو مولکول H_2S و SO_3، اتم مرکزی S است. در H_2S، اتم S دارای بار جزئی منفی ولی در SO_3، اتم S دارای بار جزئی مثبت است.

۸۷- گزینه ۴

نکته رنگ محلول نمک‌های مختلف وانادیم به صورت زیر است:

زرد	محلول وانادیم (V)
آبی	محلول وانادیم (IV)
سبز	محلول وانادیم (III)
بنفش	محلول وانادیم (II)

اگر حرف اوّل رنگ‌ها رو از محلول V^{2+} تا V^{5+} کنار هم بذاریم، رمز مقابل درمیاد که برای حفظ‌کردن بهتون کمک می‌کنه!



گام ابتدا واکنش رو برحسب n موازنه می‌کنیم:

$$2VCl_5 + 5 - nZn \rightarrow 5 - nZnCl_2 + 2VCl_n$$

گام **روش** استفاده از کسر تناسب: برای وانادیم (V) کلرید کسر تناسب مربوط به مول و برای فلز Zn، کسر تناسب مربوط به جرم را می‌نویسیم:

$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}_{VCl_5} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم‌مولی} \times \text{ضریب}}_{Zn} \Rightarrow \frac{0/012}{2} = \frac{0/39}{65 \times (5-n)}$$

$$\Rightarrow 5 - n = \frac{0/03}{0/006 \times 5} = 1 \Rightarrow n = 5 - 1 = 4$$

روش استفاده از کسر تبدیل: باید از مول VCl_5، با نوشتن کسر تبدیل‌های مناسب به جرم Zn برسیم:

$$0/012\ mol\ VCl_5 \times \frac{(5-n)\ mol\ Zn}{2\ mol\ VCl_5} \times \frac{65\ g\ Zn}{1\ mol\ Zn} = 0/39$$

$$\Rightarrow 6 \times 10^{-3} \times 65 \times (5-n) = 39 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow 3(5-n) = 3 \Rightarrow 5 - n = 1 \Rightarrow n = 4 \Rightarrow VCl_4$$

محلول نهایی، محلول نمک وانادیم (IV)، VCl_4 بوده که به رنگ آبی است.

۸۸- گزینه ۲

نکته اثر عوامل مختلف بر تعادل:

عامل			عکس‌العمل تعادل به تغییر	چگونگی تغییر ثابت تعادل (K) با جابه‌جاشدن تعادل
تغییر غلظت		افزایش غلظت یک ماده	جابه‌جایی در جهت مصرف آن ماده	تغییر نمی‌کند.
		کاهش غلظت یک ماده	جابه‌جایی در جهت تولید آن ماده	تغییر نمی‌کند.
تغییر حجم (فشار)		افزایش حجم (کاهش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی بیشتر	تغییر نمی‌کند.
		کاهش حجم (افزایش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی کم‌تر	تغییر نمی‌کند.
تغییر دما	واکنش‌های گرماده	کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت رفت)	افزایش می‌یابد.
		افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت برگشت)	کاهش می‌یابد.
	واکنش‌های گرماگیر	کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت برگشت)	کاهش می‌یابد.
		افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت رفت)	افزایش می‌یابد.

عبارت‌های (پ) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: (الف) با افزایش دما، تعادل به سمت مصرف گرما (جهت رفت) جابه‌جا می‌شود و با کاهش غلظت I_2، مخلوط واکنش کم‌رنگ‌تر می‌شود. (ب) با کاهش حجم ظرف از ۱۰ لیتر به ۵ لیتر، تعادل به سمت مول گازی کم‌تر پیش می‌رود که در این تعادل با توجه به یکسان‌بودن مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده و فراورده، تعادل جابه‌جا نمی‌شود، اما به علت کاهش حجم ظرف، غلظت همهٔ مواد گازی موجود در تعادل افزایش می‌یابد (مول مواد تغییر نمی‌کند.) (پ) با افزودن مقداری HI، طبق اصل لوشاتلیه، تعادل به سمت مصرف آن (واکنش برگشت) جابه‌جا می‌شود و مقدار H_2 و I_2 به دلیل یکسان‌بودن ضرایب استوکیومتری آن‌ها به یک نسبت افزایش می‌یابد. (ت) اگر مقداری از فراورده، از ظرف واکنش خارج شود، طبق اصل لوشاتلیه تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود که تا جای ممکن اثر آن را جبران کند، اما مقدار تغییر مول هر یک از واکنش‌دهنده‌ها کم‌تر از نصف مقدار تغییر مول فراورده است، زیرا ضرایب واکنش‌دهنده‌ها نصف فراورده‌هاست.

	H_2	$+I_2$	$\rightleftharpoons$	$2HI$
تغییر اعمال‌شده:	$-$	$-$		$-0/1\ mol$
جابه‌جایی تعادل:	$-x$	$-x$		$+2x$

$x = \frac{0/1}{2} = 0/05\ mol$ (مقدار تغییر مول هر یک از واکنش‌دهنده‌ها)

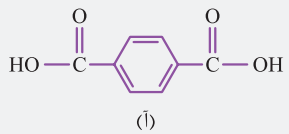
$2x = 0/1 \Rightarrow$ با فرض این‌که تعادل اثر تغییر ایجادشده را ۱۰۰٪ جبران کند.

تیزبازی در این سؤال با بررسی دو عبارت سادهٔ (الف) و (ب) و مشخص‌شدن نادرستی آن‌ها به راحتی به گزینهٔ درست می‌رسی و نیازی به بررسی دو عبارت چالشی‌تر بعدی نداری!

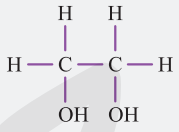
۸۹- گزینه ۱

درس‌نامه PET

PET یا پلی‌اتیلن ترفتالات که پلیمر سازندهٔ بطری آب و نوعی پلی‌استر محسوب می‌شود، مانند خیلی از پلی‌استرهای دیگر از یک الکل دوعاملی و یک اسید دوعاملی ساخته می‌شود. اسید دوعاملی سازندهٔ این پلی‌استر، ترفتالیک اسید با فرمول ساختاری (آ) و دی‌الکل سازندهٔ آن، اتیلن گلیکول با فرمول ساختاری (ب) است.



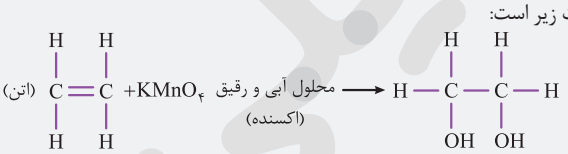
(آ)



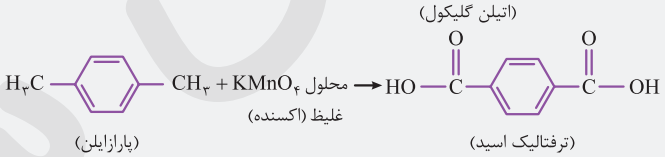
(ب)

فرمول مولکولی: $C_8H_6O_4$ فرمول مولکولی: $C_2H_6O_2$

دی اسید و دی‌الکل سازندهٔ PET در نفت خام وجود ندارند و باید آن‌ها را طی واکنش‌هایی از مواد اولیهٔ موجود در نفت خام به دست آورد. که خلاصهٔ این واکنش‌ها که از نوع اکسایش ـ کاهش هستند، به صورت زیر است:



(اتن) (اکسنده) (اتیلن گلیکول)

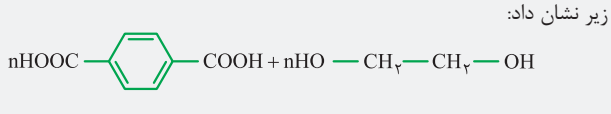


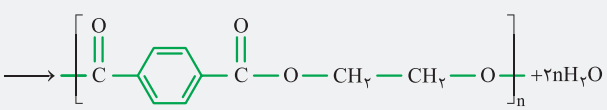
(پارازایلن) (ترفتالیک اسید)

◇ اکسایش پارازایلن به ترفتالیک اسید، کاری بس دشوار و طاقت‌فرساست! (انرژی فعال‌سازی واکنش زیاد بوده و بازده آن مطلوب نیست.)

◇ تحقیقات نشان می‌دهد که با استفاده از **اکسیژن هوا** و **کاتالیزگرهای مناسب** نیز می‌توان پارازایلن را به ترفتالیک اسید تبدیل کرد. این روش *انگاری* آسان‌تر از روش قبل است و بازده بالاتری دارد.

واکنش تهیهٔ پلی‌استر PET (پلی‌اتیلن ترفتالات) از دی‌اسید و دی‌الکل سازندهٔ آن را می‌توان به صورت زیر نشان داد:





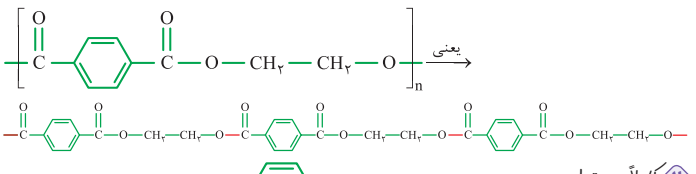
$$nC_8H_6O_4 + nC_2H_6O_2 \rightarrow \left[C_{10}H_8O_4\right]_n + 2nH_2O$$

ترفتالیک اسید — اتیلن گلیکول — پلی‌اتیلن ترفتالات

بررسی گزینه‌ها: ① PET یک پلی‌استر بوده و دارای گروه‌های عاملی استری ($-C(=O)-O-$) است. با تکرار واحد تکرارشونده، ابتدا و انتهای واحدها به یکدیگر متصل شده و گروه‌های عاملی استری به طور کامل نشان داده می‌شوند.

دقت کنید که در واحد تکرارشونده، انتهای دارای ساختار $-C(=O)-R-\cdots$ به اتم O از انتهای $-O-C(=O)-R'-$ دیگر متصل می‌شود، نه یک گروه آلکیل (R')! و گروه عاملی استری $(-O-C(=O)-R-)$ حاصل می‌شود، نه گروه عاملی کربونیل $(-C(=O)-R'-)$!

هم‌چنین انتهای دارای ساختار $-O-R-\cdots$ به گروه $-C(=O)-\cdots$ از انتهای دیگر متصل می‌شود، نه یک گروه آلکیل (R'')! و این انتها هم، بخشی از گروه عاملی استری $(-O-C(=O)-R-)$ است، نه گروه عاملی اتری $-R''-O-R-$!



یعنی

② کاملاً درسته!



ترفتالیک اسید ⇒ دی‌اسید آروماتیک

③ مونومرهای سازندهٔ PET، اتیلن گلیکول و ترفتالیک اسید هستند که به ترتیب از اتن و پارازایلن استخراج‌شده از نفت خام، در حضور یک مادهٔ اکسنده مانند پتاسیم پرمنگنات به دست می‌آیند.

④ مطابق متن کتاب درسی بازده واکنش تولید ترفتالیک اسید از پارازایلن، مطلوب نیست و استفاده از اکسیژن و کاتالیزگر، بازدهی مطلوب‌تری دارد.

۹۰- گزینه ۲

شفاف‌سازی با بازکردن شیر بین دو ظرف، اولاً حجم ظرف واکنش، ۲ برابر می‌شه، ثانیاً واکنش شروع به انجام‌شدن می‌کنه و تا جایی پیش می‌ره که ثابت تعادل (K) برابر با ۹ بشه! بنابراین با نوشتن جدول تغییرات مول مواد می‌تونیم به مول اکسیژن در حالت تعادل و مجموع مول کل گازها در حالت تعادل برسیم.

گام ۱ جدول تغییرات مول مواد را می‌نویسیم.

با توجه به این‌که از هر کدام از گازهای O_3 و NO، ۱۰ ذره در شکل وجود دارد و هر ذره معادل ۰/۱ مول است، مول اولیهٔ O_3 و NO برابر ۱ مول می‌باشد؛ بنابراین:

$$NO + O_3 \rightleftharpoons NO_2 + O_2 \quad K = 9$$

	NO	O_3	NO_2	O_2
مول اولیه:	۱	۱	۰	۰
مول تعادلی:	$1-x$	$1-x$	x	x

گام ۲ رابطهٔ ثابت تعادل را نوشته و مقدار x را به دست می‌آوریم.

نکته اگر در یک واکنش تعادلی مجموع ضرایب مواد گازی در فراورده‌ها با واکنش‌دهنده‌ها برابر باشد، در رابطهٔ ثابت تعادل به جای غلظت مولی مواد می‌توانیم از مول آن‌ها استفاده کنیم.

$$K = \frac{[NO_2][O_2]}{[NO][O_3]} = \frac{x^2}{(1-x)^2} = 9$$

$$\xrightarrow{\text{از ۲ طرف جذر می‌گیریم}} \frac{x}{1-x} = 3 \Rightarrow x = 3 - 3x \Rightarrow 4x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$$

برای محاسبهٔ غلظت مولی اکسیژن در حالت تعادل، باید حواستون باشه که حجم ظرف واکنش ۲ لیتر است؛ بنابراین غلظت اکسیژن در تعادل برابر $\frac{\frac{3}{4}\,mol}{2\,L} = 0/375$ می‌شود.

تله اگر در محاسبهٔ غلظت گاز اکسیژن حواستون به حجم ۲لیتری ظرف نباشه، به اشتباه عدد ۰/۷۵ را به عنوان جواب قسمت اول انتخاب می‌کنید.

تیزبازی اگر در این واکنش همهٔ NO و O_3 به طور کامل مصرف شوند و واکنش به جای این‌که تعادلی باشد، کامل باشد، مول اکسیژن به ۱ مول و غلظت اون به نیم مولار می‌رسه؛ پس در هیچ شرایطی غلظت O_2 نمی‌تونه بیشتر از ۰/۵ مولار باشه و جواب قسمت اوّل *بدون هیچ حساب و کتابی* می‌شه ۰/۳۷۵!

گام ۳ برای محاسبهٔ مجموع مول گازها در ظرف واکنش بعد از برقراری تعادل داریم:

مجموع مول گازها = مجموع مول تعادلی همهٔ مواد $= (1-x)+(1-x)+x+x = 2$

تیزبازی مجموع مول مواد **در این واکنش** بدون تغییر و برابر مجموع مول مواد واکنش‌دهنده در ابتدای واکنش است، زیرا مجموع ضرایب مواد واکنش‌دهنده و فراورده‌ها با هم برابر است و هر چند مول واکنش‌دهنده مصرف شود، همون مقدار مول فراورده تولید می‌شود.

مشاوره سؤال به ظاهر سخت و طولانی به نظر میاد، ولی اگر دانش‌آموز دقیق و زرنگی باشی، می‌بینی که شاید اصلاً نیاز نبود دست به قلم شی! راهکار حل سریع و زیرکانهٔ سؤال‌ها، زیاد سؤال‌دیدن و تست‌زدن و خواندن پاسخ‌های هوشمندانه است! این‌جوری به مرور مهارتت می‌ره بالا.

۹۱- گزینه ۲

استراتژی ابتدا معادلهٔ واکنش رو موازنه کن و بعد از طریق استوکیومتری واکنش، بین MBr_n و $M(OH)_n$ روابط استوکیومتری رو بنویس. با ساده‌کردن کسرها، در انتها می‌تونی نسبت $\frac{M}{n}$ رو به دست بیاری.

گام ۱ معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم.

$$MBr_n + nLiOH \rightarrow M(OH)_n + nLiBr$$

گام ۲ بین MBr_n و $M(OH)_n$ روابط استوکیومتری را می‌نویسیم:

روش ۱ استفاده از کسر تناسب: برای هر دو مادهٔ MBr_n و $M(OH)_n$ کسر تناسب‌های مربوط به جرم را می‌نویسیم:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{MBr_n}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{M(OH)_n}} \Rightarrow \frac{۴۳/۲}{۱\times(M+۸۰n)} = \frac{۱۸}{۱\times(M+۱۷n)}$$

$$\Rightarrow M+۸۰n = ۲/۴(M+۱۷n) \Rightarrow M+۸۰n = ۲/۴M + \underbrace{۲/۴(۱۰+۷)n}_{۲۴+۱۶/۸}$$

$$\Rightarrow ۱/۴M = \underbrace{۸۰n - ۴۰/۸n}_{۳۹/۲\,n} \Rightarrow \frac{M}{n} = \frac{۳۹/۲}{۱/۴} = ۲۸$$

روش ۲ استفاده از کسر تبدیل:

$$۴۳/۲\,g\,MBr_n \times \frac{۱\,mol\,MBr_n}{(M+۸۰n)\,g\,MBr_n} \times \frac{۱\,mol\,M(OH)_n}{۱\,mol\,MBr_n} \times \frac{M+۱۷n\,g\,M(OH)_n}{۱\,mol\,M(OH)_n} = ۱۸\,g$$

$$\Rightarrow ۲/۴(M+۱۷n) = M+۸۰n \Rightarrow ۲/۴M+۴۰/۸n = M+۸۰n \Rightarrow ۱/۴M = ۳۹/۲n \Rightarrow \frac{M}{n} = \frac{۳۹/۲}{۱/۴} = ۲۸$$

مشاوره این سبک سؤال در کنکورهای قدیم تا جدید چند بار تکرار شده. اگر کسی سؤال‌های کنکور رو خوب بررسی کرده باشه، با دیدن این سؤال از ۲ مجهوله‌بودنش نمی‌ترسه و فقط روابط رو می‌نویسه، چون می‌دونه آخرش با ساده‌کردن کسرها، به راحتی به جواب مسئله می‌رسه!

۹۲- گزینه ۳

گام ۱ موازنهٔ معادلهٔ واکنش‌ها:

I) $۲C_۷H_۴N_۴O_۴(s) + ۱۰O_۲(g) \rightarrow ۴CO_۲(g) + ۲H_۲O(g) + ۲N_۲(g)$

II) $۲C_۷H_۵N_۳O_۶(s) \rightarrow ۳N_۲(g) + ۵H_۲O(g) + ۷CO(g) + ۷C(s)$

گام ۲ بررسی گزینه‌ها: ۱) واکنش (I) از نوع سوختن است و مجموع ضرایب فراورده‌های گازی در واکنش (II) برابر ۱۵ و مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌های واکنش (I) برابر با ۸ است و نسبت آن‌ها برابر با ۲ نمی‌شود. $\frac{۱۵}{۸} \neq ۲$ ۲) مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌های واکنش (I) برابر ۳ است که با ضریب هیچ‌کدام از فراورده‌ها در این واکنش برابر نیست. ۳) در واکنش (I)، به ازای مصرف ۳ مول واکنش‌دهنده، (۲ مول $C_۷H_۴N_۴O_۴$ و ۱ مول $O_۲$)، ۸ مول فراورده (۴ مول $CO_۲$، ۲ مول $H_۲O$ و ۲ مول $N_۲$) تولید می‌شود؛ بنابراین:

$$\text{فراورده} \; ۰/۷۲\,mol \times \frac{\text{فراورده}\; ۸\,mol}{\text{واکنش‌دهنده}\; ۳\,mol} = ۱/۹۲\,mol$$

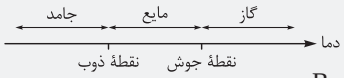
۴) برای محاسبهٔ جرم فراوردهٔ جامد واکنش (II) یعنی $C(s)$ داریم:

$$۰/۲۷\,mol \times \frac{\text{واکنش‌دهنده}\; ۲\,mol}{۷\,mol\,C} \times \frac{۱۲\,g\,C}{۱\,mol\,C} = ۱۱/۳۴\,g\,C$$

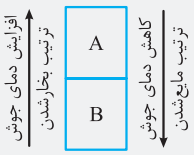
مشاوره با توجه به طولانی‌بودن مراحل بررسی گزینه‌های این سؤال، سر جلسهٔ آزمون، نباید در دور اول به این سؤال پاسخ بدید و باید بذاریدش برای دور دوم. اگر زمان داشتید!

۹۳- گزینه ۱

درس‌نامه ۱) هر ماده‌ای در دماهای پایین‌تر از نقطهٔ ذوب خود به حالت جامد، در دماهای بالاتر از نقطهٔ جوش خود به حالت گاز و بین این دو دما (نقطهٔ ذوب و جوش) به حالت مایع است. مثلاً آب در دماهای کم‌تر از $۰\,^\circ C$ جامد، در دماهای بالاتر از $۱۰۰\,^\circ C$ به حالت گاز و در دماهای بین صفر و ۱۰۰ درجهٔ سلسیوس (مثلاً دمای اتاق، $۲۵\,^\circ C$) به حالت مایع است.



۲) اگر مقایسهٔ نقطهٔ جوش دو مادهٔ گازی A و B به صورت $A > B$ باشد، هنگام مایع‌کردن این دو گاز، ابتدا A که نقطهٔ جوش بالاتری دارد، مایع می‌شود. ولی اگر بخواهیم A و B مایع را به گاز تبدیل کنیم، ابتدا B که نقطهٔ جوش پایین‌تری دارد، به گاز تبدیل می‌شود.



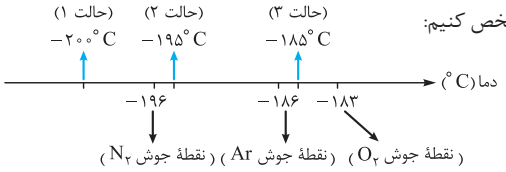
۳) ترتیب نقطهٔ جوش چهار گاز هواکره که شما باید *برونی* به صورت زیر است:

مقایسهٔ نقطهٔ جوش: $He < N_۲ < Ar < O_۲$

$-۲۶۹\,^\circ C \quad -۱۹۶\,^\circ C \quad -۱۸۶\,^\circ C \quad -۱۸۳\,^\circ C$

عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست‌اند.

بیایید نقطهٔ جوش سه گاز $N_۲$، $O_۲$ و Ar و دمای سه حالت (۱)، (۲) و (۳) در شکل داده‌شده را روی یک محور دما مشخص کنیم:



می‌دانید که هر ماده در دمای پایین‌تر از نقطهٔ جوش خود، به حالت مایع و در دمای بالاتر از نقطهٔ جوش خود به حالت گاز است.

با توجه به شکل‌ها، دما در حالت (۱) $(-۲۰۰\,^\circ C)$، پایین‌تر از دمای جوش هر سه گاز $N_۲$، Ar و $O_۲$ است؛ بنابراین در این دما، هر سه گاز، به حالت فیزیکی مایع وجود دارند. (علت درستی عبارت دوم)

دما در حالت (۲) $(-۱۹۵\,^\circ C)$، بالاتر از نقطهٔ جوش $N_۲$ و پایین‌تر از نقطهٔ جوش Ar و $O_۲$ است؛ بنابراین گوی‌های طوسی‌رنگ که در حالت (۲) در حال تبخیرشدن هستند، نمایندهٔ $N_۲$ بوده و دو گوی دیگر که به حالت فیزیکی مایع هستند، Ar و $O_۲$ اند. (علت درستی عبارت چهارم و نادرستی عبارت سوم)

دما در حالت (۳) $(-۱۸۵\,^\circ C)$، بالاتر از نقطهٔ جوش Ar و پایین‌تر از نقطهٔ جوش $O_۲$ است؛ بنابراین گوی‌های سفید در شکل که در حال تبخیر هستند، نمایندهٔ Ar و گوی‌های سیاه که مایع هستند، $O_۲$ می‌باشند. (علت درستی عبارت اول و نادرستی عبارت سوم)

۹۴- گزینه ۴

نکته هرگاه دو یا چند محلول دارای حل‌شوندهٔ یکسان ولی با درصد جرمی‌های متفاوت را با یکدیگر مخلوط کنیم، درصد جرمی حل‌شونده در محلول نهایی از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\text{درصد جرمی حل‌شونده در محلول نهایی} = \frac{\left(\frac{\text{درصد جرمی}}{\text{محلول ۱}} \times \frac{\text{جرم}}{\text{محلول ۱}}\right) + \left(\frac{\text{درصد جرمی}}{\text{محلول ۲}} \times \frac{\text{جرم}}{\text{محلول ۲}}\right) + \cdots}{\text{جرم محلول ۱} + \text{جرم محلول ۲} + \cdots}$$

هر دو محلول اولیه دارای یک نوع حل‌شونده هستند؛ بنابراین:

$$\text{درصد جرمی } KNO_۳ \text{ در محلول نهایی} = \frac{(۳۰۰\times۱۰) + (۵۰۰\times۱۲)}{۳۰۰+۵۰۰} = \frac{۹۰۰۰}{۸۰۰} = \frac{۹۰}{۸} = ٪۱۱/۲۵$$

۹۵- گزینه ۲

شفاف‌سازی منظور سؤال از همواره اینه که حالت‌های مختلف رو در گزینه‌ها چک کن و عبارتی رو پیدا کن که در هر شرایطی مثال نقض نداشته باشه.

در مخلوط‌ها برخلاف محلول‌ها، اجزای موجود می‌توانند حالت فیزیکی متفاوت داشته باشند؛ مثل مخلوط آب و یخ. (*هواستون باشه* که در محلول‌ها علاوه بر ترکیب شیمیایی، حالت فیزیکی نیز در سرتاسر آن یکسان و یکپارچه است.)

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) در محلول‌ها معیار تشخیص حلال و حل‌شونده، شمار مول آن‌ها است. حلال جزئی از محلول است که شمار مول بیشتری را در محلول دارد و نه لزوماً جرم یا حجم بیشتر! ۳) تغییر حجم محلول تأثیری در غلظت حل‌شونده ندارد، مگر آن‌که حجم حلال یا حجم حل‌شونده (در صورت مایع بودن حل‌شونده) کم و زیاد شود.

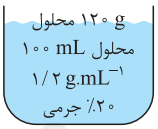
تله ۳ یکی از تله‌های این تست است که اگر حواستون به کلمهٔ کاهش حجم محلول نباشه و اگر فکر کنید منظورش حلاله، به اشتباه، کاهش حجم محلول رو هم‌ارز کاهش حجم آب و غلیظ‌ترشدن محلول می‌گیرید.

۴ با برداشتن نصف حجم محلول، محلولی با همان غلظت و چگالی به دست می‌آید که در آن، جرم حل‌شونده و حلال، نصف این مقادیر در محلول اولیه است. حالا اگر به این محلول، به اندازهٔ حجم برداشته‌شده، آب اضافه کنیم، محلولی با همان حجم اولیه به دست می‌آید. اما چون محلول را رقیق کرده‌ایم، چگالی آن تغییر کرده و دیگر جرم محلول به‌دست‌آمده با جرم محلول اولیه برابر نخواهند بود؛ یعنی با این‌که جرم حل‌شونده نصف شده، اما چون جرم محلول ثابت باقی نمانده، نمی‌توان گفت درصد جرمی محلول نصف می‌شود.

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰۰$$

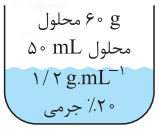
(جرم حل‌شونده ← نصف‌می‌شود، جرم محلول ← ثابت‌نیست)

برای درک بهتر به شکل زیر توجه فرمایید:



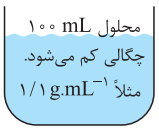
حلال ۹۶ g و حل‌شونده $۱۲۰ \times \frac{۲۰}{۱۰۰} = ۲۴$ g

↓ برداشتن نصف محلول (با برداشتن مقداری از یک محلول، غلظت و چگالی آن تغییری نمی‌کند.)



حلال ۴۸ g و حل‌شونده $۶۰ \times \frac{۲۰}{۱۰۰} = ۱۲$ g

↓ اضافه‌کردن ۵۰ ml آب



حل‌شونده ۱۲ g، محلول ۱۱۰ g $\Rightarrow$ درصد جرمی $= \frac{۱۲}{۱۱۰} \times ۱۰۰ \neq$ ٪۱۰ (نصف درصد جرمی اولیه)

روش ۲ با اضافه‌کردن آب به نصف محلول اولیه، غلظت مولی محلول نصف می‌شود. حالا نگاهی به رابطهٔ بین غلظت مولی و درصد جرمی بیندازید.

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{چگالی} \times \text{درصد جرمی} \times ۱۰}{\text{جرم مولی}} \left(M = \frac{۱۰ad}{\text{جرم مولی}}\right)$$

در صورتی غلظت مولی با درصد جرمی رابطهٔ مستقیم دارد که چگالی محلول ثابت باشد. در این‌جا چگالی محلول با رقیق‌شدن آن، کم می‌شود.

۱۴۰۳ نوبت دوم خارج

ریاضی

۱- گزینه ۴

شفاف‌سازی باید دسته‌بندی اعداد طوری باشد که ب.م.م بزرگ‌ترین عضو دسته با فقط یکی از اعضای دیگر همان دسته ۳ باشد.

درس‌نامه اگر اعضای یک دسته، اعدادی متوالی باشند، میانه و میانگین اعضای آن دسته، برابر میانگین بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عضو دسته می‌شود.

گام با توجه به «شفاف‌سازی»، دسته‌بندی اعضا به صورت زیر می‌شود:

$\{۱,۲,\underbrace{۳,۴,۵,۶}_{(۳,۶)=۳}\}$

$\{۷,۸,\underbrace{۹,۱۰,۱۱,۱۲}_{(۹,۱۲)=۳}\}$

$\{۱۳,۱۴,\underbrace{۱۵,۱۶,۱۷,۱۸}_{(۱۵,۱۸)=۳}\}$

$\vdots$

گام حالا با توجه به این، اعضای دستهٔ ششم به صورت زیرند:

$\{۳۱,۳۲,۳۳,۳۴,۳۵,۳۶\}$

اعضای این دسته، اعداد متوالی‌اند؛ پس طبق درس‌نامه، میانه و میانگین، هر دو برابر میانگین کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین اعضا می‌شوند (هر دو برابر $\frac{۳۱+۳۶}{۲}=۳۳/۵$ می‌شوند.) که اختلافشان برابر صفر است.

۲- گزینه ۱

استراتژی اگر جمله‌های اول، دوم و چهارم را به صورت $a_۱$، $a_۱r$ و $a_۱r^۳$ فرض کنیم، $a_۱=(a_۱r)^۲$ و $a_۱r^۳=۵$ است.

درس‌نامه جملهٔ عمومی یک دنبالهٔ هندسی با جملهٔ اول $a_۱$ و قدرنسبت r به صورت $a_n=a_۱\times r^{n-۱}$ است.

گام جملهٔ اول، مربع جملهٔ دوم است:

$$a_۱=(a_۲)^۲ \Rightarrow a_۱=(a_۱r)^۲ \Rightarrow a_۱=a_۱^۲r^۲ \xrightarrow{\div a_۱} \underbrace{۱=a_۱r^۲}_{*}$$

گام جملهٔ چهارم ۵ است، پس:

$$a_۱r^۳=۵ \xrightarrow[\text{می‌نویسیم } r^۲\times r]{\text{جای } r^۳} \underbrace{a_۱r^۲}_{\text{طبق * می‌شه ۱}}\times r=۵ \Rightarrow r=۵$$

گام با جای‌گذاری $r=۵$ در *، داریم: $۱=a_۱(۵)^۲ \Rightarrow ۱=۲۵a_۱ \Rightarrow a_۱=\frac{۱}{۲۵}$

۳- گزینه ۲

استراتژی اصلاً به حل‌کردن معادله و پیداکردن x برحسب a فکر نکنید! کافی است به این توجه کنید که با استفاده از اتحاد مزدوج، $(\sqrt{x-۴}+\sqrt{x-a})(\sqrt{x-۴}-\sqrt{x-a})=a-۴$ است.

درس‌نامه اتحاد مزدوج به صورت مقابل است: $(A-B)(A+B)=A^۲-B^۲$

گام فرض کنیم حاصل عبارت $\sqrt{x-۴}-\sqrt{x-a}$ که حاصل مزدوجش را سؤال داده، برابر با k است: $\sqrt{x-۴}-\sqrt{x-a}=k$

گام طرفین دو تساوی $\underbrace{\sqrt{x-۴}+\sqrt{x-a}=۴}_{\text{سؤال داده}}$ و $\underbrace{\sqrt{x-۴}-\sqrt{x-a}=k}_{\text{خودمان فرض کردیم!}}$ را در هم ضرب می‌کنیم:

$$(\sqrt{x-۴}-\sqrt{x-a})(\sqrt{x-۴}+\sqrt{x-a})=۴k$$

$$\xrightarrow[\text{اتحاد مزدوجه}]{\text{سمت چپ}} x-۴-(x-a)=۴k \Rightarrow a-۴=۴k \Rightarrow k=\frac{a-۴}{۴}$$

گام حالا حاصل عبارت خواسته‌شده که همان $۱+k$ است را حساب می‌کنیم:

$$۱+\underbrace{\sqrt{x-۴}-\sqrt{x-a}}_{\text{همان } k}=۱+k=۱+\frac{a-۴}{۴}=\frac{۴+a-۴}{۴}=\frac{a}{۴}$$

مشاوره خیلی از وقت‌ها، به جای این‌که سریع دست به قلم بشیم برای حل سؤال، اول باید نگاه کنیم ببینیم که آیا داده‌های سؤال و خواستهٔ سؤال رو می‌شه جوری به هم ربط داد که سؤال راحت‌تر حل بشه یا نه؟! (مثل همین سؤال)

۴- گزینه ۲

درس‌نامه برخی از قوانین توان‌ها را در زیر ببینید:

۱) $a^m\times a^n=a^{m+n}$

۲) $a^m\div a^n=a^{m-n}$

۳) $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$

گام هر چهار عبارت را با پایهٔ ۳ می‌نویسیم. (البته $۳^{\frac{۱}{۳}}$ که نیازی به تغییر ندارد!):

- $\sqrt[۳]{۳\sqrt{۲۷}}=\sqrt[۳]{۳\sqrt{۳^۳}}=\sqrt[۳]{\underbrace{۳^۱\times ۳^{\frac{۳}{۲}}}_{\text{توان‌ها جمع می‌شن.}}}=\sqrt[۳]{۳^{(۱+\frac{۳}{۲})}}=\sqrt[۳]{۳^{\frac{۵}{۲}}}=۳^{\frac{۵}{۳}}=۳^{\frac{۵}{۶}}$
- $\sqrt[۲]{\sqrt[۳]{۳}}=\sqrt[(۲\times ۳)]{۳}=\sqrt[۶]{۳^۱}=۳^{\frac{۱}{۶}}$
- $۸۱^{-\frac{۳}{۴}}=(۳^۴)^{-\frac{۳}{۴}}=۳^{-۳}$

گام عبارات به‌دست‌آمده را در کسرمان جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt[۳]{۳\sqrt{۲۷}}\times ۳^{\frac{۱}{۳}}}{\sqrt{\sqrt[۳]{۳}}\times ۸۱^{-\frac{۳}{۴}}}=\frac{۳^{\frac{۵}{۶}}\times ۳^{\frac{۱}{۳}}}{۳^{\frac{۱}{۶}}\times ۳^{-۳}}=۳^{\frac{۵}{۶}}\times ۳^{\frac{۱}{۳}}\times ۳^{-\frac{۱}{۶}}\times \underbrace{۳^۳}_{۲۷}=۳^{(\frac{۵}{۶}+\frac{۱}{۳}-\frac{۱}{۶})}\times ۲۷$$

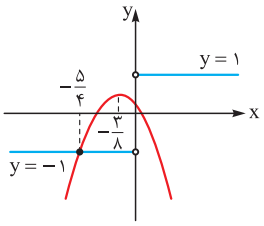
$$=۳^{\frac{۵+۲-۱}{۶}}\times ۲۷=۳^۱\times ۲۷=۸۱$$

۵- گزینه ۳

استراتژی اول تابع $y_۱=\frac{x}{|x|}$ را به صورت دوضابطه‌ای بنویسید و سپس آن را رسم کنید. بعد نمودار $y_۲=-۲x^۲-\frac{۳}{۲}x+c$ را طوری رسم کنید که $(-\frac{۵}{۴},۰)$، بزرگ‌ترین بازه‌ای باشد که تابع $y_۲$ بالای تابع $y_۱$ باشد. در آخر با توجه به محل تقاطع $y_۱$ و $y_۲$، مقدار c حاصل می‌شود.

گام ضابطهٔ تابع $y=\frac{x}{|x|}$ به صورت $y=\begin{cases}۱ & x>۰\\ -۱ & x<۰\end{cases}$ است.

گام نمودار سهمی $y=-۲x^۲-\frac{۳}{۲}x+c$ با $x_S=\frac{\frac{۳}{۲}}{-۴}=\frac{-۳}{۸}$ و دهانهٔ رو به پایین و تابع $y=\frac{x}{|x|}$ صفحهٔ قبل را در یک دستگاه طوری می‌کشیم که سهمی فقط در بازهٔ $(-\frac{۵}{۴},۰)$ بالای تابع $y=\frac{x}{|x|}$ باشد:



گام با توجه به نمودار بالا، در $x=\frac{-۵}{۴}$، خط $y=-۱$ و سهمی $y=-۲x^۲-\frac{۳}{۲}x+c$ متقاطع‌اند:

$$-۱=-۲(\frac{-۵}{۴})^۲-\frac{۳}{۲}(\frac{-۵}{۴})+c \Rightarrow -۱=\frac{-۲۵}{۸}+\frac{۱۵}{۸}+c \Rightarrow -۱=\frac{-۵}{۴}+c$$

$$\Rightarrow c=\frac{۱}{۴}$$

مشاوره خیلی از اوقات، سریع‌ترین و راحت‌ترین راه برای حل نامعادله‌ها، رسم نمودار است.

۶- گزینه ۳

درس‌نامه در نمایش زوج مرتبی، یک رابطه تابع است هرگاه هر دو زوج مرتبی که مؤلفهٔ اولشان برابر بود، مؤلفهٔ دومشان هم برابر باشد.

گام مؤلفه‌های اول زوج مرتب‌های $(۲,۲n)$ و $(۲,۳n^۲-۱)$ برابر است؛ پس باید مؤلفه‌های دومشان نیز برابر باشند:

$$۳n^۲-۱=۲n \Rightarrow ۳n^۲-۲n-۱=۰ \xrightarrow{\text{جمع ضرایب صفره}} \begin{cases} n=۱ \\ n=\frac{-۱}{۳} \end{cases}$$

گام حالا باید ببینیم به ازای کدام مقدار n، f تابع است:

◆ به ازای $n=۱$، رابطهٔ f به صورت زیر می‌شود:

$$f=\{\cancel{(۲,۲)}^{\text{تکراریه}},(۱,۱),(۳,۱),(۲,۲),(۱,۲)\}$$

تابع نیست

◆ به ازای $n=\frac{-۱}{۳}$، رابطهٔ f به صورت زیر می‌شود:

$$f=\{\cancel{(۲,\frac{۲}{۳})}^{\text{تکراریه}},(۱,۱),(۳,-۳),(۲,-\frac{۲}{۳}),(-\frac{۱}{۳},۲)\}$$

که تابع است و مقدار f در ۳ برابر ۳- می‌شود.

۷- گزینه ۲

درس‌نامه اگر n شیء متمایز داشته باشیم و بخواهیم از میان آن‌ها k شیء انتخاب کنیم به طوری که ترتیب k شیء مهم نباشد، تعداد راه‌های انجام این کار برابر است با:

$$\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

گام تابع ثابت ما به شکل زیر است:

$$\{(x_۱,c),(x_۲,c),(x_۳,c),(x_۴,c),(x_۵,c)\}$$

گام $x_۱$ تا $x_۵$ از بین اعداد طبیعی ۱ تا ۹ انتخاب می‌شوند؛ یعنی باید ۵ عدد از بین این ۹ عدد انتخاب کنیم:

$$\binom{۹}{۵}=\frac{۹!}{۵!۴!}=\frac{۹\times\cancel{۸}^{۲}\times۷\times\cancel{۶}^{۱}}{\cancel{۴}\times۳\times\cancel{۲}}=۱۲۶$$

دقت کنید چون مولفهٔ دوم زوج مرتب‌ها یکسان است، پس جابه‌جایی $x_۱$ تا $x_۵$ تأثیری ندارد.

گام برای برد یعنی c باید یک عدد از بین اعداد زوج نامنفی کم‌تر از ۱۰ (۰،۲،۴،۶،۸) را انتخاب کنیم:

$$\binom{۵}{۱}=۵$$

◆ پس تعداد کل توابع برابر است با:

$$\underbrace{۱۲۶}_{\text{انتخاب دامنه}}\times\underbrace{\frac{۵}{\text{انتخاب برد}}}=۶۳۰$$

۸- گزینه ۴

گام تعداد کل حالات در پرتاب دو تاس $۶^۲=۳۶$ است.

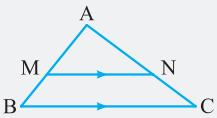
گام در ۶ حالت از این ۳۶ حالت، اعداد دو تاس یکسان و در بقیهٔ حالت‌ها، یعنی $۳۶-۶=۳۰$ حالت، اعدادشان متفاوت است؛ یعنی عدد یک تاس کم‌تر از دیگری است.

گام در نتیجه: $\text{احتمال}=\frac{\text{حالات مطلوب}}{\text{کل حالات}}=\frac{۳۰}{۳۶}=\frac{۵}{۶}$

۹- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ اگر $ax=by$ باشد، می‌توانیم x و y را به صورت $x=bk$ و $y=ak$ فرض کنیم، برای مثال اگر $۲x=۵y$ باشد، می‌توانیم بگوییم $x=۵k$ و $y=۲k$ است.

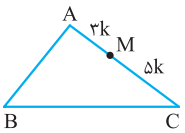
۲ **قضیهٔ تالس:** اگر در مثلثی، خطی موازی یکی از اضلاع رسم شود، داریم:



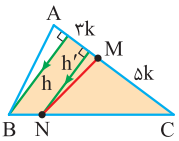
تالس جزءبه‌جزء: $\frac{AM}{BM}=\frac{AN}{CN}$

تالس جزءبه‌کل: $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$

گام نقطهٔ M روی ضلع AC طوری قرار دارد که $۵\underbrace{AM}_{۳k}=۳\underbrace{CM}_{۵k}$:



گام نقطهٔ N هم روی ضلع BC طوری قرار دارد که S_{ABC}، ۲ برابر S_{CMN} است:



$$S_{ABC}=۲S_{CMN} \Rightarrow \frac{h\times\cancel{۸k}}{\cancel{۲}}=۲\times\frac{h'\times\cancel{۵k}}{\cancel{۲}} \Rightarrow ۸h=۱۰h' \Rightarrow \frac{h'}{h}=\frac{۸}{۱۰}=\frac{۴}{۵}$$

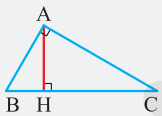
گام در قسمت رنگی از موازی‌بودن دو ارتفاع رسم‌شده، تالس جزء به کل می‌نویسیم:

$$\frac{NC}{BC}=\frac{h'}{h} \Rightarrow \frac{NC}{NC+BN}=\frac{۴}{۵} \Rightarrow ۵NC=۴NC+۴BN \Rightarrow NC=۴BN$$

$$\Rightarrow \frac{BN}{NC}=\frac{۱}{۴}=۰/۲۵$$

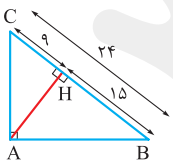
۱۰- گزینه ۲

درس‌نامه اگر در مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر را رسم کنیم، سه مثلث متشابه به وجود می‌آیند (مثلث‌های ABH، ACH و ABC متشابه‌اند) و داریم:



$$\begin{cases} AB^۲=BH.BC \\ AC^۲=CH.BC \\ AH^۲=BH.CH \end{cases}$$

گام با توجه به جملات سوال، شکل مناسب می‌کشیم:

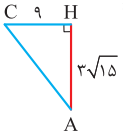


چون وتر ۲۴ و $CH=۹$ است، پس $BH=۱۵$ می‌شود.

گام با توجه به درس‌نامه داریم:

$$AH^۲=BH\times HC \Rightarrow AH^۲=۹\times۱۵ \xrightarrow{\text{جذر}} AH=۳\sqrt{۱۵}$$

گام در مثلث کوچک‌تر یعنی ACH، نسبت اضلاع قائمه را حساب می‌کنیم:



$$\frac{AH}{CH}=\frac{۳\sqrt{۱۵}}{۹}=\frac{\sqrt{۱۵}}{۳}$$

در درس‌نامه گفتیم مثلث‌های ABH، ACH و ABC متشابه‌اند؛ پس نسبت اضلاع قائمهٔ مثلث ACH با نسبت اضلاع قائمهٔ مثلث ABC برابر است و داریم:

$$\frac{AB}{AC}=\frac{\sqrt{۱۵}}{۳}$$

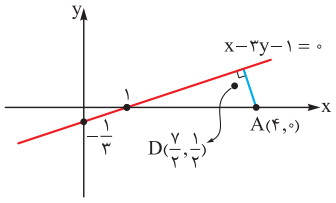
۱۱- گزینه ۴

درس‌نامه

۱) فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_0,y_0)$ از خط $ax+by+c=0$ برابر است با: $\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

۲) فاصلهٔ دو نقطهٔ $A(x_1,y_1)$ و $B(x_2,y_2)$ یا همان طول پاره‌خط AB برابر است با: $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

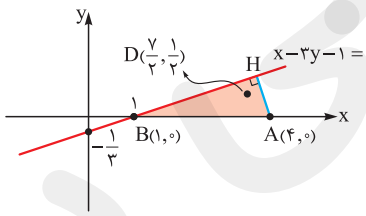
گام رأس $A(4,0)$ و ضلع به معادلهٔ $x-3y-1=0$ را می‌کشیم:



گام با کمک مورد (۱) درس‌نامه، فاصلهٔ A تا این ضلع را حساب می‌کنیم:

$$AH=\frac{|4-3(0)-1|}{\sqrt{1^2+(-3)^2}}=\frac{3}{\sqrt{10}}$$

گام طول یکی از اضلاع این مثلث که در ناحیهٔ اول قرار دارد و نقطهٔ $(\frac{7}{2},\frac{1}{2})$ داخل آن قرار دارد برابر با $\frac{3}{\sqrt{10}}$ (که همان ارتفاع وارد بر یکی از اضلاع است) می‌باشد. برای آن‌که مساحت مثلث ماکزیمم باشد، این ارتفاع باید یکی از اضلاع باشد یا به زبان دیگر این مثلث باید قائم‌الزاویه باشد؛ این‌جوری:



گام اندازهٔ وتر AB را حساب می‌کنیم:

$$AB=\sqrt{(4-1)^2+(0-0)^2}=3$$

با داشتن $AB=3$ و $AH=\frac{3}{\sqrt{10}}$، به کمک فیثاغورس، اندازهٔ HB را حساب می‌کنیم:

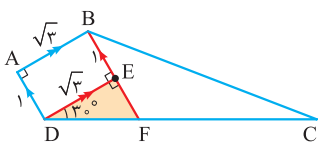
$$HB^2+(\frac{3}{\sqrt{10}})^2=3^2 \Rightarrow HB^2+\frac{9}{10}=9 \Rightarrow HB^2=\frac{81}{10} \Rightarrow HB=\frac{9}{\sqrt{10}}$$

گام مساحت مثلث ABH برابر است با:

$$S=\frac{AH\times HB}{2}=\frac{\frac{3}{\sqrt{10}}\times\frac{9}{\sqrt{10}}}{2}=\frac{\frac{27}{10}}{2}=\frac{27}{20}=1/35$$

۱۲- گزینه ۳

گام از B و D، به ترتیب دو پاره‌خط موازی AD و AB رسم می‌کنیم و نقطهٔ تقاطعشان را E می‌نامیم. چهارضلعی ABED، چهار زاویهٔ قائمه دارد؛ پس مستطیل است.



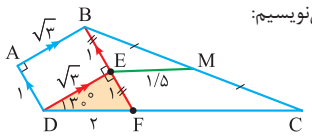
گام در مثلث قائم‌الزاویهٔ DEF، داریم:

$$\cos 30^\circ=\frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{DF} \Rightarrow DF=2$$

$$\sin 30^\circ=\frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} \Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{EF}{2} \Rightarrow EF=1$$

گام از E به نقطهٔ وسط ضلع BC یعنی M وصل می‌کنیم. چون نسبت $\frac{BE}{EF}=1$ با $\frac{BM}{MC}=1$ برابر است، پس طبق عکس تالس، EM و FC موازی‌اند.

گام حالا در مثلث BFC تالس جزءبه‌کل می‌نویسیم:



$$\frac{BE}{BF}=\frac{EM}{FC} \Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{1/5}{FC} \Rightarrow FC=3$$

پس:

$$DC=DF+FC=2+3=5$$

۱۳- گزینه ۴

استراتژی سهمی به نیمساز ناحیهٔ چهارم مماس است؛ پس معادلهٔ $ax^2+7x+16a=-x$ باید ریشهٔ مضاعف مثبت داشته باشد.

گام سهمی $y=ax^2+7x+16a$ بر نیمساز ناحیهٔ چهارم (یعنی خط $y=-x$) مماس است؛ پس معادلهٔ تقاطعشان باید ریشهٔ مضاعف بدهد:

$$y_{\text{سهمی}}=y_{\text{خط}} \Rightarrow ax^2+7x+16a=-x \Rightarrow \underbrace{ax^2+8x+16a=0}_{(*)}$$

دلتای معادلهٔ بالا باید صفر باشد:

$$\Delta=0 \Rightarrow 8^2-4(a)(16a)=0 \Rightarrow 64-64a^2=0 \Rightarrow a^2=1 \Rightarrow a=\pm1$$

گام چون نقاط روی نیمساز ناحیهٔ چهارم، طولشان مثبت است، پس ریشهٔ مضاعف معادلهٔ (*) باید مثبت باشد:

$$\text{ریشهٔ مضاعف}=\frac{-B}{2A}>0 \Rightarrow \frac{\overset{\text{منفیه}}{-8}}{2a}>0 \xrightarrow{\text{باید}} 2a<0 \Rightarrow a<0$$

پس $a=-1$ قبول است.

۱۴- گزینه ۱

درس‌نامه در سهمی $y=Ax^2+Bx+C$، اگر $A>0$ باشد، دهانهٔ سهمی رو به بالا است و سهمی مینیمم دارد و اگر $A<0$ باشد، دهانهٔ سهمی رو به پایین است و سهمی ماکزیمم دارد. در هر دو حالت، مینیمم یا ماکزیمم سهمی برابر است با: $-\frac{\Delta}{4A}$

گام بیشترین مقدار سهمی $y=ax^2+3x+a$ را حساب می‌کنیم:

$$\max=\frac{-\Delta}{4A}=\frac{-(3^2-4(a)(a))}{4a}=\frac{-(9-4a^2)}{4a}=\frac{4a^2-9}{4a}$$

گام چون min سهمی $\frac{7}{8}$ است، پس عبارت بالا باید برابر با $\frac{7}{8}$ باشد:

$$\frac{4a^2-9}{4a}=\frac{7}{8} \Rightarrow 8a^2-18=7a \Rightarrow 8a^2-7a-18=0$$

$$\xrightarrow{\text{روسی}} a^2-7a-144=0$$

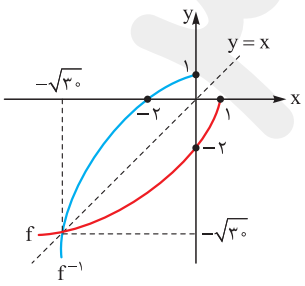
$$(a+9)(a-16)=0 \Rightarrow \begin{cases}a=-9\\a=16\end{cases} \xrightarrow{\div 8} \begin{cases}a=\frac{-9}{8}\ \times\\a=2\ \checkmark\end{cases}$$

گام چون قرار است سهمی min داشته باشد، پس دهانه‌اش باید رو به بالا باشد و در نتیجه a باید مثبت باشد؛ پس فقط $a=2$ قبول است.

۱۵- گزینه ۲

درس‌نامه برای رسم نمودار $y=f^{-1}(x)$ کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را نسبت به نیمساز ربع اول و سوم (یعنی خط $y=x$) قرینه کنیم.

گام اگر نمودار f را نسبت به خط $y=x$ قرینه کنیم، به نمودار f^{-1} می‌رسیم:



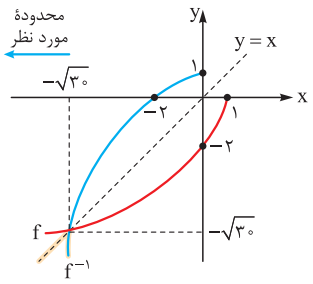
گام برای به دست آوردن دامنهٔ تابع رادیکالی $y=\sqrt{\frac{f(x)}{-x+f^{-1}(x)}}$ باید عبارت زیر رادیکال را بزرگ‌تر یا مساوی صفر قرار دهیم:

$$\frac{f(x)}{-x+f^{-1}(x)}\geq 0$$

گام چون نمودار f همواره زیر محور xها قرار دارد، پس صورت کسر، منفی است و در نتیجه مخرج هم باید منفی باشد:

$$-x+f^{-1}(x)<0 \Rightarrow f^{-1}(x)<x$$

گام پس باید روی نمودار دنبال محدوده‌ای باشیم که $y=x$ بالای $y=f^{-1}(x)$ است:



جواب $\longrightarrow x<-\sqrt{۳۰}$

در محدودهٔ بالا بی‌شمار عدد صحیح داریم.

۱۶- گزینه ۱

استراتژی اول به این توجه کنید که نقطهٔ $(۰,-۲)$ روی تابع قرار دارد که با توجه به آن $c=\frac{۱}{b}$ می‌شود. بعد با جای‌گذاری $c=\frac{۱}{b}$ در معادلهٔ $b-c=\frac{۸}{۳}$، مقدار b و سپس c حاصل می‌شود. در آخر کافی است به این توجه کنید که تابع از نقطهٔ $(\frac{۴}{۳},۰)$ هم می‌گذرد تا مقدار a هم به دست آید.

درس‌نامه ۱ در توابع لگاریتمی به شکل $y=\log_a b$ باید $b>۰$، $a>۰$ و $a\neq ۱$ باشد.

۲ برای تبدیل یک عبارت لگاریتمی به یک عبارت نمایی (یا بالعکس) داریم:

$$\log_b a=c \Leftrightarrow a=b^c$$

گام نقطهٔ $(۰,-۲)$ روی تابع قرار دارد؛ پس:

$$y=-۱+\log_c(ax+b) \xrightarrow{(۰,-۲)} -۲=-۱+\log_c b \Rightarrow \log_c b=-۱$$

$$\xrightarrow{\text{مورد ۲ درس‌نامه}} c^{-۱}=b \Rightarrow c=\frac{۱}{b}$$

گام با جای‌گذاری $c=\frac{۱}{b}$ در تساوی $b-c=\frac{۸}{۳}$، داریم:

$$b-\frac{۱}{b}=\frac{۸}{۳} \xrightarrow{\times ۳b} ۳b^۲-۳=۸b \Rightarrow \overset{\times}{(}۳b^۲-۸b\overset{\times}{)}(-۳)=۰$$

$$\xrightarrow{\text{روسی}} b^۲-۸b-۹=۰ \xrightarrow{A+C=B} \begin{cases} b=-۱ \\ b=۹ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\div ۳} \begin{cases} b=\frac{-۱}{۳} \xrightarrow{\text{پس}} c=-۳ \\ b=۳ \xrightarrow{\text{پس}} c=\frac{۱}{۳} \end{cases}$$

چون مبنای لگاریتم باید مثبت باشد، پس حالتی که c مثبت شده قبول است:

$$c=\frac{۱}{۳}, b=۳$$

تا این‌جا ضابطه به شکل $y=-۱+\log_{\frac{۱}{۳}}(ax+۳)$ شد.

گام نقطهٔ $(\frac{۴}{۳},۰)$ روی تابع است؛ پس:

$$۰=-۱+\log_{\frac{۱}{۳}}(\frac{۴}{۳}a+۳) \Rightarrow \log_{\frac{۱}{۳}}(\frac{۴}{۳}a+۳)=۱$$

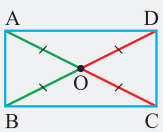
$$\xrightarrow{\text{مورد ۲ درس‌نامه}} (\frac{۱}{۳})^۱=\frac{۴}{۳}a+۳ \xrightarrow{\times ۳} ۱=۴a+۹ \Rightarrow ۴a=-۸$$

$$\Rightarrow a=-۲$$

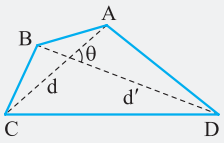
پس: $(a+c)b=(-۲+\frac{۱}{۳})(۳)=-۶+۱=-۵$

۱۷- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، قطرهای مستطیل طول یکسانی دارند و همدیگر را نصف می‌کنند؛ بنابراین مثلث‌های BOC، DOC، AOD و AOB متساوی‌الساقین‌اند.

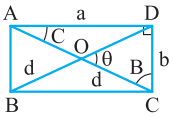


مساحت هر چهارضلعی دلخواه را می‌توانیم از فرمول («سینوس زاویهٔ بین آن‌ها» × نصف حاصل‌ضرب قطرها = مساحت) به دست بیاوریم. مثلاً مساحت چهارضلعی روبه‌رو می‌شود:



$$S_{ABCD}=\frac{۱}{۲}dd'\sin\theta$$

گام مطابق شکل، طول قطرهای مستطیل را d و زاویهٔ بینشان را θ در نظر می‌گیریم.



طبق مورد (۲) درس‌نامه، مساحت مستطیل می شود:

$$S=\frac{۱}{۲}d^۲\sin\theta \quad (*)$$

گام به گفتهٔ سؤال، جذر مساحت برابر با نصف قطر است؛ پس:

$$\sqrt{S}=\frac{d}{۲} \xrightarrow{\text{توان ۲}} S=\frac{d^۲}{۴} \xrightarrow{(*)} \frac{۱}{۲}d^۲\sin\theta=\frac{d^۲}{۴}$$

$$\Rightarrow \sin\theta=\frac{۲}{۴}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \theta=۳۰^\circ$$

گام طبق مورد (۱) درس‌نامه، مثلث DOC متساوی‌الساقین است؛ پس B می‌شود:

$$\frac{۱۸۰^\circ-۳۰^\circ}{۲}=۷۵^\circ$$ در مثلث قائم‌الزاویهٔ ADC، $\hat{B}$ و $\hat{C}$ متمم‌اند؛ بنابراین:

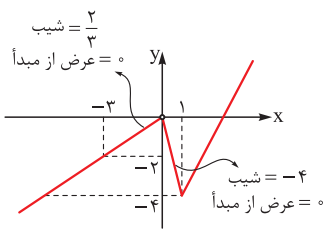
$$\underset{۷۵^\circ}{\hat{B}}+\hat{C}=۹۰^\circ \Rightarrow \hat{C}=۱۵^\circ$$

گام سؤال تانژانت «$\hat{B}-\hat{C}$» را می‌خواهد که می‌شود:

$$\tan(\hat{B}-\hat{C})=\tan(۷۵^\circ-۱۵^\circ)=\tan ۶۰^\circ=\sqrt{۳}$$

۱۸- گزینه ۱

گام با توجه به نمودار f، ضابطهٔ آن را می‌نویسیم:



$$f(x)=\begin{cases} \frac{۲}{۳}x & x<۰ \\ -۴x & ۰<x\leq ۱ \\ \text{مهم نیست!} & x>۱ \end{cases}$$

$$\lim_{x\to ۰^+}\frac{f(x)}{|x|}+\lim_{x\to ۰^-}\frac{|x|}{f(x)}$$

گام حاصل دو حد را جداگانه حساب می‌کنیم:

- $\lim\limits_{x\to ۰^+}\frac{f(x)}{|x|}=\lim\limits_{x\to ۰^+}\frac{-۴x}{x}=-۴$ (ضابطهٔ f در ۰^+)
- $\lim\limits_{x\to ۰^-}\frac{|x|}{f(x)}=\lim\limits_{x\to ۰^-}\frac{-x}{\frac{۲}{۳}x}=\frac{-۱}{\frac{۲}{۳}}=\frac{-۳}{۲}$ (ضابطهٔ f در ۰^-)

پس: $\lim\limits_{x\to ۰^+}\frac{f(x)}{|x|}+\lim\limits_{x\to ۰^-}\frac{|x|}{f(x)}=-۴+\frac{-۳}{۲}=-۵/۵$

۱۹- گزینه ۲

استراتژی اول تابع را به صورت $f(x)=(a+b)[x]+a+b[a+۱]$ بنویسید. بعد کافی است به این نکته توجه کنید که توابع براکتی بی‌نهایت نقطهٔ ناپیوستگی دارند.

درس‌نامه ۱ اگر داخل جزء صحیح، عدد صحیحی جمع یا منها شده باشد، می‌توانیم آن را از جزء صحیح بیرون آوریم؛ یعنی:

$[\text{☁} \pm a]=[\text{☁}]\pm a$ ($a\in\mathbb{Z}$)

۲ توابع براکتی به شکل $y=a[u]+b$ که در آن u عبارتی برحسب x و $a\neq ۰$ است، بی‌نهایت نقطهٔ ناپیوستگی دارند.

گام در عبارت‌های $[x+1]$ و $[[a+1]+x]$، طبق مورد (۱) درس‌نامه، به ترتیب دو عدد ۱ و $[a+1]$ که اعداد صحیحی هستند را از براکت خارج می‌کنیم:

$$f(x)=a\underbrace{[x+1]}_{[x]+1}+b\underbrace{[x+[a+1]]}_{[x]+[a+1]}=a[x]+a+b[x]+b[a+1]$$
$$=(a+b)[x]+a+b[a+1]$$

گام برای آن‌که f در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، باید عبارت $[x]$ حذف شود، پس ضریبش باید صفر باشد:

$$a+b=0 \Rightarrow b=-a$$

با جای‌گذاری $-a$ به جای b، ضابطهٔ f به شکل زیر می‌شود:

$$f(x)=\underbrace{(a+b)[x]}_{\text{حذف}}+a+\underbrace{b}_{-a}[a+1]=a-a\underbrace{[a+1]}_{[a]+1}=a-a[a]-a=-a[a]$$

گام پس f تابعی ثابت با ضابطهٔ $f(x)=-a[a]$ است. در نتیجه:

$$\frac{a[a]}{f(a)}=\frac{a[a]}{-a[a]}=-1$$

مشاوره ایدهٔ اصلی حل این سؤال، در سؤال ۱۲۴ کنکور اردیبهشت ۱۴۰۳ آمده بود، پس لازم است از این به بعد، بیش از پیش روی تحلیل کنکورها زمان بگذاریم.

۲۰- گزینه ۳

استراتژی کافی است به این توجه کنید که مدال‌گرفتن دو نفر، مستقل از هم است.

درس‌نامه اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، داریم: $P(A\cap B)=P(A)P(B)$

روش

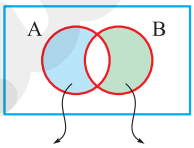
گام احتمال برنده‌شدن نمایندهٔ اول و دوم ایران مقابل حریف‌هایشان را داریم:

$$P(A)=0/8 \quad \text{و} \quad P(B)=0/3$$

گام دو پیشامد A و B مستقل‌اند، پس احتمال برنده‌شدن هر دو تیم ایرانی مقابل حریف‌هایشان برابر است با:

$$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)=0/8\times 0/3=0/24$$

گام احتمال آن‌که فقط یکی از این دو تیم، حریفش را ببرد را روی نمودار ون نشان می‌دهیم:



احتمال دو قسمت رنگی برابر است با:

$$\underbrace{(P(A)-P(A\cap B))}_{\text{آبی}}+\underbrace{(P(B)-P(A\cap B))}_{\text{سبز}}=(0/8-0/24)+(0/3-0/24)$$
$$=0/56+0/06=0/62$$

روش احتمال این‌که فقط یکی از تیم‌های ایرانی برنده شود برابر است با:

$$\underbrace{P(A\cup B)}_{P(A)+P(B)-P(A\cap B)}-P(A\cap B)=\underbrace{P(A)}_{0/8}+\underbrace{P(B)}_{0/3}-2\underbrace{P(A\cap B)}_{0/24}=0/62$$

۲۱- گزینه ۱

درس‌نامه

۱) میانگین داده‌های x_1 تا x_n برابر است با:

$$\bar{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}$$

۲) واریانس داده‌های x_1 تا x_n برابر است با:

$$\sigma^2=\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2}{n}$$

گام اول میانگین سه داده را حساب می‌کنیم:

$$\bar{x}=\frac{5+1+3a}{3}=\frac{3a+6}{3}=a+2$$

گام واریانس را حساب می‌کنیم:

$$\sigma^2=\frac{(5-(a+2))^2+(1-(a+2))^2+(3a-(a+2))^2}{3}$$
$$=\frac{(3-a)^2+(-a-1)^2+(2a-2)^2}{3}$$
$$=\frac{9-6a+a^2+a^2+2a+1+4a^2-8a+4}{3}=\frac{6a^2-12a+14}{3}$$

گام کسر قبلی باید برابر با $\frac{8}{3}$ باشد:

$$\frac{6a^2-12a+14}{3}=\frac{8}{3} \Rightarrow 6a^2-12a+6=0 \xrightarrow{\div 6} a^2-2a+1=0$$
$$\Rightarrow (a-1)^2=0 \Rightarrow a=1$$

میانگین $a+2$ بود که می‌شود $3=2+1$.

۲۲- گزینه ۱

گام اگر برد $f(x)$ بازهٔ $[b,c]$ باشد، برد تابع $kf(x)$ به صورت $\underbrace{[kb,kc]}_{k>0 \text{ اگر}}$ یا $\underbrace{[kc,kb]}_{k<0 \text{ اگر}}$ است؛ پس فقط زمانی دو بازهٔ $[b,c]$ و $[kb,kc]$ برابرند که $k=1$ باشد.

گام با جای‌گذاری $k=1$ در $k=a^2-3a+3$، داریم:

$$1=a^2-3a+3 \Rightarrow a^2-3a+2=0$$

گام حاصل‌ضرب ریشه‌های معادلهٔ بالا برابر است با:

$$P=\frac{C}{A}=\frac{2}{1}=2$$

تذکر البته در حالتی که b و c قرینهٔ هم هستند و $k=-1$ باشد هم برد دو تابع برابر است، ولی حالت خاص حساب می‌شود و مورد توجه طراح نبوده است!

۲۳- گزینه ۳

استراتژی کافی است به این توجه کنید که نقطهٔ $(-1,\frac{1}{4})$ روی خود تابع قرار دارد.

درس‌نامه اگر نقطهٔ (α,β) روی تابع f قرار داشته باشد، نقطهٔ (β,α) روی تابع f^{-1} قرار می‌گیرد و بالعکس؛ یعنی: $(\alpha,\beta)\in f \Leftrightarrow (\beta,\alpha)\in f^{-1}$

باید جای x و y نقطهٔ داده‌شده را عوض کنیم و بگوییم این نقطه، روی تابع اصلی قرار دارد. پس نقطهٔ $(-1,\frac{1}{4})$ روی تابع $y=\frac{ax}{1+|x|}$ قرار دارد:

$$\frac{1}{4}=\frac{-a}{1+|-1|} \Rightarrow \frac{1}{4}=\frac{-a}{2} \Rightarrow -4a=2 \Rightarrow a=\frac{-1}{2}$$

۲۴- گزینه ۴

درس‌نامه دورهٔ تناوب تابع $af(bx)+c$ برابر $\frac{T}{|b|}$ است که در آن T دورهٔ تناوب تابع $f(x)$ است.

گام دورهٔ تناوب تابع $f(x)$ برابر $T=\frac{\pi}{2}$ است.

گام حالا طبق درس‌نامه، دورهٔ تناوب تابع $-3f(2x)$ برابر $\frac{T}{2}=\frac{\pi}{4}$ می‌شود.

۲۵- گزینه ۲

استراتژی کافی است به جای $\cos^2 x$ قرار دهید $1-\sin^2 x$ و سپس معادلهٔ درجه‌دوم به‌دست‌آمده برحسب $\sin x$ را حل کنید تا مقادیر $\sin x$ حاصل شود.

درس‌نامه اتحادهای اولیهٔ مثلثاتی به شکل زیرند:

$$\sin^2 x+\cos^2 x=1 \qquad 1+\tan^2 x=\frac{1}{\cos^2 x} \qquad 1+\cot^2 x=\frac{1}{\sin^2 x}$$

گام با اتحاد $\cos^2 x=1-\sin^2 x$، معادله را برحسب $\sin x$ می‌نویسیم:

$$2\cos^2 x=\sin x+1 \Rightarrow \underbrace{2(1-\sin^2 x)}_{\text{مزدوج}}=\sin x+1$$
$$\Rightarrow 2(1-\sin x)(1+\sin x)-(\sin x+1)=0$$
$$\xrightarrow{\text{فاکتور}} (1+\sin x)(2(1-\sin x)-1)=0 \Rightarrow (1+\sin x)(2-2\sin x-1)=0$$
$$\Rightarrow (1+\sin x)(1-2\sin x)=0 \Rightarrow \begin{cases}\sin x=-1 \xrightarrow{[0,2\pi]} \frac{3\pi}{2}\\ \sin x=\frac{1}{2} \xrightarrow{[0,2\pi]} \frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\end{cases}$$

پس معادله در بازهٔ $[0,2\pi[$، ۳ جواب دارد.

۲۶- گزینه ۳

درس‌نامه برای محاسبهٔ حدِ بی‌نهایت توابع کسری، از جدول زیر کمک می‌گیریم:

$\frac{\text{عدد مثبت}}{0^-} = -\infty$	$\frac{\text{عدد مثبت}}{0^+} = +\infty$
$\frac{\text{عدد منفی}}{0^-} = +\infty$	$\frac{\text{عدد منفی}}{0^+} = -\infty$

گام حد مخرج یعنی $\cos x$ را وقتی $x \to \frac{\pi}{2}^+$، حساب می‌کنیم (مهم است 0^+ می‌شود یا 0^-).

چون $\frac{\pi}{2}^+$ در ربع دوم قرار دارد ($\frac{\pi}{2}^+$ کمی از $\frac{\pi}{2}$ بزرگ‌تر است) و کسینوس در آن‌جا منفی است، پس $\cos\frac{\pi}{2}^+ = 0^-$ و در نتیجه حد به شکل زیر می‌شود:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+}\frac{f(x)}{\cos x} = \frac{f(\frac{\pi}{2}^+)}{0^-}$$

گام با توجه به درس‌نامه، برای آن‌که حاصل حد بالا $+\infty$ شود، صورت باید عددی منفی باشد. حد هر چهار گزینه را در $\frac{\pi}{2}^+$ حساب می‌کنیم. هر کدام عددی منفی شد، جواب است:

۱) $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+}(2[\frac{x}{\pi}]+1) = 2[\frac{\frac{\pi}{2}^+}{\pi}]+1 = 2[(\frac{1}{2})^+]+1 = 1$ ✗

۲) $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+}([\frac{2x}{\pi}]-1) = [\frac{2(\frac{\pi}{2}^+)}{\pi}]-1 = [\frac{\pi}{\pi}^+]-1 = [1^+]-1 = 1-1 = 0$ ✗

۳) $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+}([\frac{3x}{\pi}]-2) = [\frac{3(\frac{\pi}{2}^+)}{\pi}]-2 = [\frac{3}{2}(\frac{\pi}{\pi}^+)]-2 = [1/5^+]-2 = 1-2 = -1$ ✓

۴) $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+}(3[\frac{x}{\pi}]+2) = 3[\frac{\frac{\pi}{2}^+}{\pi}]+2 = 3[(\frac{1}{2})^+]+2 = 2$ ✗

۲۷- گزینه ۱

استراتژی اول معادلهٔ خط گذرنده از دو نقطهٔ $(2/5,6)$ و $(-0/5,-12)$ را بنویسید، بعد ضابطهٔ خط را با ضابطهٔ f برابر قرار دهید و به این توجه کنید که معادلهٔ به‌دست‌آمده، باید ریشهٔ مضاعف داشته باشد.

درس‌نامه اگر خط $y = ax+b$ بر منحنی $y = f(x)$ مماس باشد، معادلهٔ $f(x) = ax+b$ ریشهٔ مضاعف دارد.

گام شیب خط گذرنده از دو نقطهٔ $A(2/5,6)$ و $B(-0/5,-12)$ را حساب می‌کنیم:

$$m_{AB} = \frac{-12-6}{-0/5-2/5} = \frac{-18}{-3} = 6$$

معادلهٔ خط گذرنده از نقطهٔ $A(2/5,6)$ با شیب $m=6$ را می‌نویسیم:

$$y-y_A = m(x-x_A) \Rightarrow y-6 = 6(x-2/5) \Rightarrow y-6 = 6x-15$$
$$\Rightarrow y = 6x-9$$

گام حالا طبق درس‌نامه، برای آن‌که خط $y=6x-9$ بر منحنی $y=\frac{a}{2x-1}$ مماس باشد، باید معادلهٔ تقاطعشان، ریشهٔ مضاعف بدهد:

$$6x-9 = \frac{a}{2x-1} \Rightarrow 12x^2-6x-18x+9 = a \Rightarrow 12x^2-24x+9-a = 0$$
$$\xrightarrow{\text{باید دلتایش صفر باشد.}} \Delta = 0 \Rightarrow (-24)^2-4(12)(9-a) = 0$$
$$\Rightarrow (24)(24)-48(9-a) = 0 \xrightarrow{\div 24} 24-2(9-a) = 0$$
$$\Rightarrow 24-18+2a = 0 \Rightarrow 2a = -6 \Rightarrow a = -3$$

گام با جای‌گذاری $a=-3$ به $f(x)=\frac{-3}{2x-1}$ می‌رسیم.

مقدار $f(5)$ برابر است با:

$$f(5) = \frac{-3}{10-1} = \frac{-3}{9} = \frac{-1}{3}$$

۲۸- گزینه ۴

درس‌نامه ۱) برای رسم نمودار $y=f(x+a)$ با شرط $a>0$، کافی است نمودار $y=f(x)$ را a واحد به چپ ببریم.

۲) برای رسم نمودار $y=f(-x)$، کافی است نمودار $y=f(x)$ را نسبت به محور yها قرینه کنیم.

۳) **نقطهٔ شناور:** نقاط روی منحنی $y=f(x)$ را می‌توانیم به صورت پارامتری به شکل $(\alpha,f(\alpha))$ فرض کنیم، برای مثال می‌توانیم نقاط روی منحنی $y=\sqrt{x-7}$ را به صورت $(\alpha,\sqrt{\alpha-7})$ فرض کنیم.

۴) برای حل سؤالات بهینه‌سازی به روش زیر عمل می‌کنیم:

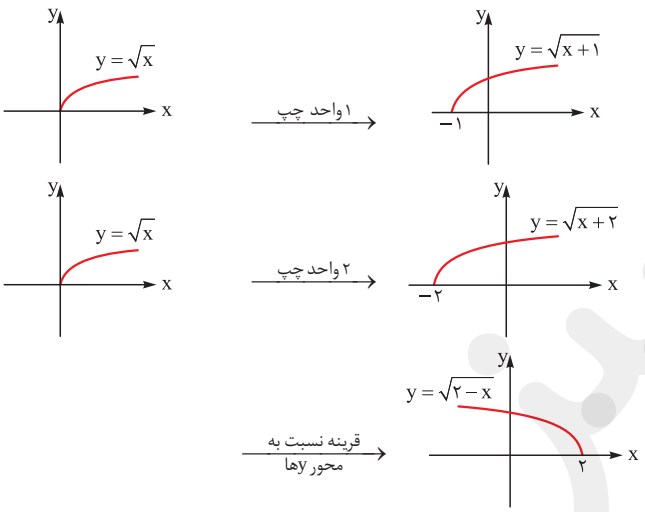
الف) اگر سؤال در مورد حداکثر یا حداقل مقدار حجم، مساحت، محیط یا ... باشد، ابتدا یک شکل رسم می‌کنیم.

ب) سپس آن چیزی که می‌خواهیم حداقل یا حداکثر شود را به صورت یک تابع می‌نویسیم.

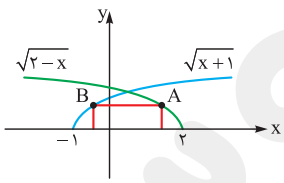
پ) اگر تابع دومتغیره بود، سعی می‌کنیم با توجه به اطلاعات مسئله کاری کنیم تا تابع تک‌متغیره شود.

ت) حالا یک تابع تک‌متغیره داریم که برای پیداکردن حداقل یا حداکثر آن، باید اکسترمم‌های تابع را پیدا کنیم.

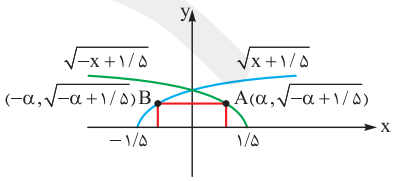
گام اول نمودار توابع $y=\sqrt{x+1}$ و $y=\sqrt{2-x}$ را به کمک انتقال رسم می‌کنیم:



گام نمودار توابع $y=\sqrt{x+1}$ و $y=\sqrt{2-x}$ را می‌کشیم و مستطیل مورد نظر را مشخص می‌کنیم:



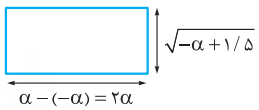
گام حالا اگر نمودارها را $\frac{1}{2}$ به سمت چپ انتقال دهیم، ابعاد مستطیل مورد نظر تغییری نمی‌کند، ولی نمودارها نسبت به محور yها متقارن می‌شوند: (که این‌جوری محاسباتمان راحت‌تر می‌شود)



گام نقطهٔ A روی منحنی $y=\sqrt{-x+1/5}$ است؛ پس مختصاتش به صورت $A(\alpha,\sqrt{-\alpha+1/5})$ است.

طول نقطهٔ B، قرینهٔ طول نقطهٔ A و عرضش با آن برابر است؛ پس مختصاتش به صورت $B(-\alpha,\sqrt{-\alpha+1/5})$ است.

گام اندازهٔ طول و عرض را برحسب α می‌نویسیم:



پس مساحت برابر است با: $S = 2\alpha\sqrt{-\alpha+1/5}$

گام برای پیداکردن حداکثر مساحت، از تابع مساحت مشتق می‌گیریم و طول نقاط اکسترمم آن را پیدا می‌کنیم:

$$S' = ۰ \Rightarrow ۲\sqrt{-\alpha+۱/۵} + ۲\alpha\frac{-۱}{۲\sqrt{-\alpha+۱/۵}} = ۰$$

$$\Rightarrow ۲\sqrt{-\alpha+۱/۵} = \frac{\alpha}{\sqrt{-\alpha+۱/۵}} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} ۲(-\alpha+۱/۵) = \alpha$$

$$\Rightarrow -۲\alpha+۳ = \alpha \Rightarrow ۳\alpha = ۳ \Rightarrow \alpha = ۱$$

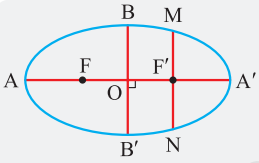
گام با جای‌گذاری $\alpha = ۱$ در $S(\alpha) = ۲\alpha\sqrt{-\alpha+۱/۵}$، داریم:

$$S_{max} = ۲\sqrt{۰/۵} = ۲\sqrt{\frac{۱}{۲}} = \sqrt{۴}\times\sqrt{\frac{۱}{۲}} = \sqrt{۲}$$

۲۹- گزینه ۲

درس‌نامه در هر بیضی داریم:

الف) اگر F و F' کانون‌های بیضی باشند، به FF' فاصلهٔ کانونی می‌گوییم که برابر $۲c$ است.



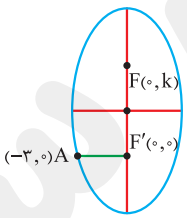
ب) اگر در کانون خطی بر قطر اصلی عمود کنیم تا آن را در M و N قطع کند، در این صورت به MN وتر کانونی می‌گوییم که برابر است با:

$$MN = \frac{۲b^۲}{a}$$

پ) به نسبت $\frac{c}{a}$ در بیضی خروج از مرکز می‌گوییم.

گام جای a در صورت سؤال، k می‌نویسیم تا با پارامتر a که در بیضی استفاده می‌کنیم قاطی نشود.

کانون‌های یک بیضی، نقاط $F'(۰,۰)$ و $F(۰,k)$ هستند. چون طول این نقاط یکسان است، پس بیضی قائم است.



گام برای بیضی گفته‌شده یک شکل فرضی می‌کشیم (ما k را مثبت می‌گیریم؛ البته می‌تواند منفی هم باشد):

گام فاصلهٔ دو کانون برابر با $|k|$ است.

از طرفی این فاصله، همان فاصلهٔ کانونی است که برابر با $۲c$ است؛ پس:

$$۲c = |k| \Rightarrow c = \frac{|k|}{۲}$$

گام فاصلهٔ A تا F'، نصف وتر کانونی است. طول وتر کانونی $\frac{۲b^۲}{a}$ بود، پس فاصلهٔ A تا F' که ۳ واحد است باید برابر با $\frac{b^۲}{a}$ باشد:

$$AF' = ۳ \Rightarrow \frac{b^۲}{a} = ۳ \Rightarrow \underbrace{۳a = b^۲}_{*}$$

گام خروج از مرکز $\frac{۱}{\sqrt{۲}}$ است، پس:

$$e = \sqrt{۱-\frac{b^۲}{a^۲}} \xrightarrow{*} \frac{۱}{\sqrt{۲}} = \sqrt{۱-\frac{۳a}{a^۲}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{۱}{۲} = ۱-\frac{۳}{a} \Rightarrow \frac{۳}{a} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow a = ۶$$

گام b را حساب می‌کنیم:

$$۳a = b^۲ \Rightarrow ۱۸ = b^۲ \Rightarrow b = \sqrt{۱۸} = ۳\sqrt{۲}$$

پس طول قطر کوچک $۲b = ۶\sqrt{۲}$ است.

فیزیک

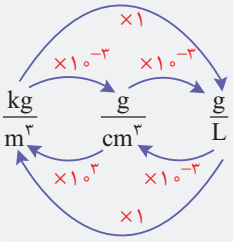
۳۰- گزینه ۱

درس‌نامه چگالی:

$$\rho = \frac{m}{V} \begin{matrix} \rightarrow \text{جرم جسم} \\ \rightarrow \text{حجم جسم} \end{matrix}$$

- $\frac{kg}{m^۳}$، $\frac{g}{cm^۳}$ و $\frac{g}{L}$ از یکاهای متداول چگالی‌اند.

تبدیل این یکاها به یکدیگر به صورت روبه‌رو انجام می‌شود:



کافی است که اطلاعات داده‌شده را در رابطهٔ چگالی جای‌گذاری کنیم (تبدیل یکا فراموش نشود):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow ۱/۰۵ = \frac{m}{۵\times۱۰^{۳}} \Rightarrow m = ۵\times۱/۰۵\times۱۰^{۳}\ g = ۵\times۱/۰۵\ kg$$

($cm^۳$ به L تبدیل)

$$\Rightarrow m = ۵/۲۵\ kg$$

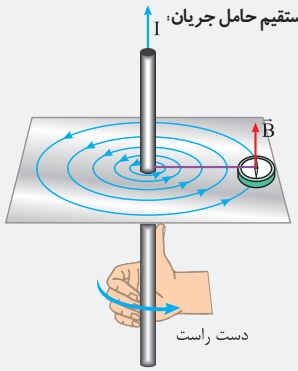
تیزبازی چگالی خون تقریباً با چگالی آب برابر است؛ بنابراین بدون محاسبه می‌توان گفت که حجم ۵ L خون تقریباً حدود ۵ kg است و به راحتی ① را انتخاب کرد.

۳۱- گزینه ۴

درس‌نامه میدان مغناطیسی حاصل از یک سیم مستقیم حامل جریان:

الف) تعیین جهت میدان مغناطیسی:

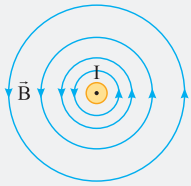
با استفاده از قاعدهٔ دست راست، می‌توان این جهت را تعیین کرد. مطابق این قاعده، اگر سیم را در دست راست خود بگیرید، به گونه‌ای که انگشت شست در جهت جریان الکتریکی باشد، جهت خم‌شدن چهار انگشت دست شما، جهت خط‌های میدان مغناطیسی را در اطراف سیم نشان می‌دهد (شکل الف).



(الف)

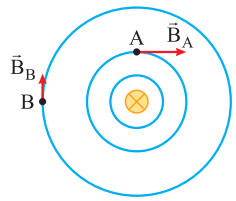
ب) بررسی اندازهٔ میدان مغناطیسی:

- همان‌طور که در شکل (ب) می‌بینید، با فاصله‌گرفتن از سیم، تراکم خطوط میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد؛ بنابراین با **افزایش** فاصله از سیم مستقیم، اندازهٔ میدان مغناطیسی **کاهش** می‌یابد.
- با **افزایش** جریان عبوری از سیم، اندازهٔ میدان مغناطیسی در فاصلهٔ معینی از سیم، **افزایش** می‌یابد.



(ب)

به کمک قاعدهٔ دست راست، اگر شست دست راست را به سمت درون‌سو قرار دهیم، بردار میدان مغناطیسی در نقاط A و B به صورت زیر خواهد بود. توجه داشته باشید که چون فاصلهٔ نقطهٔ A تا سیم کم‌تر از فاصلهٔ نقطهٔ B تا سیم است، اندازهٔ میدان مغناطیسی در نقطهٔ A بیشتر از اندازهٔ میدان مغناطیسی در نقطهٔ B خواهد بود. به همین دلیل بردار میدان مغناطیسی در نقطهٔ A، بزرگ‌تر از بردار میدان مغناطیسی در نقطهٔ B رسم شده است.



۳۲- گزینه ۳

درس‌نامه در پرتوهای رنگی مختلف، هر چه طول موج رنگ پرتویی بلندتر باشد، ضریب شکست یک محیط مادی برای آن پرتو و میزان انحراف پرتو هنگام شکست کم‌تر است؛ پس:

بنفش — آبی — سبز — زرد — نارنجی — قرمز

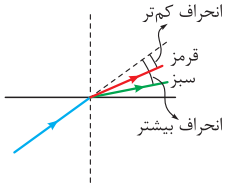
کاهش طول موج، افزایش ضریب شکست محیط مادی، افزایش میزان انحراف

اول این‌که، چون برای تمام رنگ‌های نور، ضریب شکست هوای رقیق از ضریب شکست شیشه کم‌تر است، با ورود پرتو نور از شیشه به هوای رقیق، پرتو باید از خط عمود دورتر شود. به زبان ریاضی برای هر پرتو داریم:

$$n_{\text{هوا}}\sin\theta_{\text{هوا}} = n_{\text{شیشه}}\sin\theta_{\text{شیشه}} \xrightarrow{n_{\text{هوا}}<n_{\text{شیشه}}} \theta_{\text{هوا}} > \theta_{\text{شیشه}}$$

یعنی هر دو پرتو سبز و قرمز باید در هوا با خط عمود زاویهٔ بزرگ‌تری بسازند. با این حساب ① و ② کنار می‌روند.

دوم این‌که، به دلیل بلندتربودن طول موج نور قرمز نسبت به طول موج نور سبز، ضریب شکست هر محیط مادی برای رنگ قرمز کم‌تر از رنگ سبز است، یعنی پرتو قرمزرنگ باید کم‌تر منحرف شود؛ یعنی باید با امتداد پرتو تابش زاویهٔ کوچک‌تری بسازد. شکل مقابل را ببینید:



بنابراین ④ هم کنار می‌رود و می‌ماند ③!

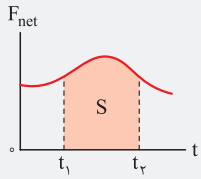
۳۳- گزینه ۱

درس‌نامه دربارهٔ تکانه باید بدانید که:

◇ با توجه به رابطهٔ $\vec{p} = m\vec{v}$، تکانه کمیتی برداری و همیشه هم‌جهت با بردار سرعت جسم است.

◇ نیروی خالص متوسط وارد بر جسم از رابطهٔ $F_{net(av)} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ به دست می‌آید.

◇ مساحت زیر نمودار نیروی خالص برحسب زمان در یک بازهٔ زمانی معین، برابر است با تغییر تکانهٔ جسم در این بازهٔ زمانی:



$\Delta p_{t_1 \text{ تا } t_2} = S$

می‌دانیم بین نیروی خالص متوسط وارد بر جسم و تکانهٔ آن رابطهٔ $F_{net(av)} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ برقرار است. از این رابطه نتیجه می‌گیریم: $\Delta p = F_{net(av)}\Delta t$؛ یعنی حاصل‌ضرب نیروی خالص (متوسط) در مدت‌زمان اثر نیرو برابر است با تغییر تکانهٔ جسم نه خودِ تکانه!

پس عبارت اشاره‌شده در ① نادرست است. با توجه به درس‌نامهٔ بالا، عبارت‌های اشاره‌شده در سه گزینهٔ دیگر همگی درست‌اند.

مشاوره نکات و فرمول‌های مربوط به تکانه، فژار هستند! توصیه می‌کنیم آن‌ها را تندتند مرور کنید.

۳۴- گزینه ۳

شفاف‌سازی در صورت سؤال گفته شده که «دو متحرک با فاصلهٔ زمانی ۵ s به مقصد می‌رسند». این یعنی اگر زمان حرکت متحرک سریع‌تر t_1 باشد، متحرک دوم ۵ s بعد از t_1 یا همان $t_2 = t_1 + 5\,s$ به مقصد می‌رسد.

درس‌نامه رابطهٔ جابه‌جایی ـ زمان متحرکی که از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت کرده است، به این صورت است: $\Delta x = \frac{1}{2}at^2$

هر دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت کرده‌اند و به یک مقصد یکسان رسیده‌اند، پس جابه‌جایی آن‌ها یکسان است؛ یعنی:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \xrightarrow[t_2 = t_1 + 5]{a_2 = \frac{16}{25}a_1} \frac{1}{2}a_1 t_1^2 = \frac{1}{2}(\frac{16}{25}a_1)(t_1+5)^2$$

$$\Rightarrow t_1^2 = \frac{16}{25}(t_1+5)^2 \xrightarrow{\text{از دو طرف جذر می‌گیریم}} t_1 = \pm\frac{4}{5}(t_1+5)$$

$$\begin{cases} 5t_1 = 4t_1 + 20 \Rightarrow t_1 = 20\,s \\ 5t_1 = -4t_1 - 20 \Rightarrow t_1 = \frac{-20}{9}\,s \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

۳۵- گزینه ۴

مشاوره طراح این تست را کلمه‌به‌کلمه و عددبه‌عدد از تمرین ۲۰ کتاب درسی کپی کرده تا به ما یادآوری کند که تمرین‌های کتاب درسی از خیلی نکته‌های من در آوردی و بی‌سر و ته کنکوری مهم‌تر است!

درس‌نامه در حرکت راست خط با شتاب ثابت a، اگر سرعت متحرک در جابه‌جایی Δx از v_1 به v_2 برسد، می‌توانیم رابطهٔ مستقل از زمان را برای آن بنویسیم: $v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$

گام سرعت متحرک در جابه‌جایی از $x_1 = 10\,m$ به $x_2 = 19\,m$ از $v_1 = 4\,m/s$ به $v_2 = 18\,km/h$ تغییر کرده است. بعد از تبدیل یکای v_2 از $\frac{km}{h}$ به $\frac{m}{s}$، به کمک رابطهٔ مستقل از زمان، شتاب حرکت را پیدا می‌کنیم:

$$v_2 = 18\frac{km}{h} = \frac{18}{3/6}\,m/s = 5\,m/s$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 5^2 - 4^2 = 2a \times (19-10)$$

$$\Rightarrow 9 = 2 \times a \times 9 \Rightarrow a = \frac{1}{2}\,m/s^2$$

گام یک بار دیگر از رابطهٔ مستقل از زمان استفاده می‌کنیم تا سرعت اولیهٔ جسم را در جابه‌جایی از $x_0 = -6\,m$ تا $x_1 = 10\,m$ پیدا کنیم: $v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta x'$

$$\xrightarrow{v_1 = 4\,m/s,\ a = \frac{1}{2}\,m/s^2} 4^2 - v_0^2 = 2 \times \frac{1}{2} \times [10-(-6)] \Rightarrow 16 - v_0^2 = 16 \Rightarrow v_0^2 = 0 \Rightarrow v_0 = 0$$

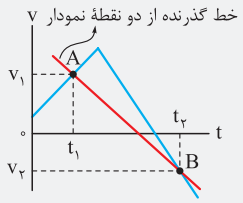
تیزبازی با تبدیل رابطهٔ مستقل از زمان به یک نسبت ساده، بدون محاسبهٔ شتاب، سریع‌تر به جواب می‌رسیم:

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{v_1^2 - v_0^2} = \frac{2a(x_2 - x_1)}{2a(x_1 - x_0)} \xrightarrow[x_2=19\,m,\ x_1=10\,m,\ x_0=-6\,m]{v_2=5\,m/s,\ v_1=4\,m/s} \frac{5^2 - 4^2}{4^2 - v_0^2}$$

$$= \frac{19-10}{10-(-6)} \Rightarrow \frac{9}{16 - v_0^2} = \frac{9}{16} \Rightarrow v_0^2 = 0 \Rightarrow v_0 = 0$$

۳۶- گزینه ۲

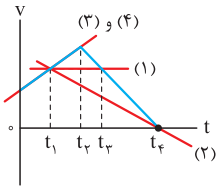
درس‌نامه در نمودار سرعت ـ زمان، شیب خط گذرنده از دو نقطهٔ نمودار، بیانگر شتاب حرکت متحرک در بازهٔ زمانی محدود به آن دو نقطه است. مثلاً در شکل روبه‌رو، شیب خط AB بیانگر شتاب متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 است:



شیب خط گذرنده از دو نقطهٔ نمودار $= a_{av}$

اگر شیب این خط مثبت باشد، یعنی شتاب در جهت محور x و اگر منفی باشد، یعنی شتاب در خلاف جهت محور x است.

گزینه‌ها را یکی‌یکی بررسی می‌کنیم:



① در شکل روبه‌رو خط (۱) از نمودار در لحظه‌های t_1 و t_3 عبور کرده است و همین‌طور که می‌بینید، شیب آن صفر است؛ پس در بازهٔ زمانی t_1 تا t_3، شتاب متوسط صفر است.

② خط (۲) در شکل روبه‌رو، در لحظه‌های t_1 و t_4 از نمودار گذشته است و منفی‌بودن شیب این خط، نشان‌دهندهٔ این است که شتاب متوسط در بازهٔ زمانی t_1 تا t_4 در خلاف جهت محور x است.

③ و ④ خط (۳) در لحظه‌های صفر، t_1 و t_2 از نمودار عبور کرده است؛ پس شیب این خط بیانگر شتاب در بازه‌های زمانی «صفر تا t_1» و «t_1 تا t_2» است و مثبت‌بودن شیب این خط به ما می‌گوید که در این بازه‌های زمانی، شتاب در جهت محور x است.

۳۷- گزینه ۴

شفاف‌سازی ① «اولین بار جهت بردار مکان عوض می‌شود» یعنی «اولین بار متحرک از مبدأ مکان $(x = 0)$ عبور می‌کند.»

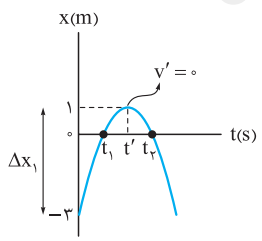
② چون گودی (تقعر) سهمی رو به پایین است، شتاب حرکت منفی است: $a = -2\,m/s^2$

درس‌نامه ① معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت راست خط با شتاب ثابت a، به صورت $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$ است که در این رابطه، v_0 سرعت اولیه و x_0 مکان اولیه است.

② اگر در یک حرکت با شتاب ثابت a، سرعت متحرک در ابتدا و انتهای جابه‌جایی Δx به ترتیب v_1 و v_2 باشد، رابطهٔ مستقل از زمان زیر را برای آن می‌توانیم بنویسیم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$$

گام با توجه به نمودار روبه‌رو، سرعت متحرک در جابه‌جایی از $x_0 = -3\,m$ تا $x' = 1\,m$ از v_0 به صفر رسیده است. برای پیداکردن v_0 می‌توانیم بنویسیم:



$$v'^2 - v_0^2 = 2a(x' - x_0) \xrightarrow[x'=1\,m,\ x_0=-3\,m]{v'=0,\ a=-2\,m/s^2} (0)^2 - v_0^2$$

$$= 2 \times (-2) \times [1-(-3)] \Rightarrow v_0^2 = 16 \Rightarrow v_0 = 4\,m/s$$

گام با داشتن $x_0 = -3\ m$ ، $v_0 = 4\ m/s$ و $a = -2\ m/s^2$، می‌توانیم معادلهٔ مکان ـ زمان را بنویسیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 = \frac{1}{2}(-2)t^2 + 4t + (-3) \Rightarrow x = -t^2 + 4t - 3$$

گام حالا به ازای $x_1 = 0$، لحظه‌های عبور متحرک از مبدأ مکان را پیدا می‌کنیم:

$$-t^2 + 4t - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1\ s \\ t_2 = 3\ s \end{cases}$$

پس بردار مکان متحرک در لحظهٔ $t_1 = 1\ s$ برای اولین بار تغییر جهت می‌دهد.

گام حالا مکان متحرک در لحظهٔ $t_3 = 4\ s$ را پیدا می‌کنیم:

$$x = -t^2 + 4t - 3 \xrightarrow{t_3 = 4\ s} x_3 = -(4)^2 + 4 \times 4 - 3 = -3\ m$$

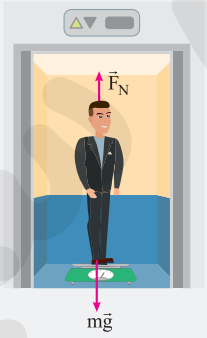
گام می‌خواهیم تندی متوسط در بازهٔ $t_1 = 1\ s$ تا $t_3 = 4\ s$ را حساب کنیم. با توجه به نمودار، این متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 1\ s$ تا $t' = 1\ s$ از مکان $x_1 = 0$ به $x' = 1\ m$ و سپس در بازهٔ زمانی t' تا $t_3 = 4\ s$ از مکان $x' = 1\ m$ به $x_3 = -3\ m$ رفته است؛ پس داریم:

$$s_{av} = \frac{|\Delta x_{(1,t')}| + |\Delta x_{(t',t_3)}|}{t_3 - t_1} = \frac{(1-0) + |-3-1|}{4-1} = \frac{5}{3}\ m/s$$

۳۸- گزینه ۱

شفاف‌سازی حتماً می‌دانید، عددی که ترازو نشان می‌دهد، همان اندازهٔ نیروی عمودی سطح است.

درس‌نامه وقتی شخصی درون آسانسور روی یک ترازو ایستاده، به شخص دو نیرو وارد می‌شود. یک: نیروی وزن به سمت پایین $(\vec{W} = m\vec{g})$، دو: نیروی عمودی سطح به طرف بالا $(\vec{F}_N)$. حالا اگر آسانسور در حالت سقوط آزاد باشد، شتاب شخص و آسانسور رو به پایین و برابر g است؛ بنابراین به کمک قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_{net} = ma \xrightarrow{a=g} mg - F_N = mg \Rightarrow F_N = 0$$

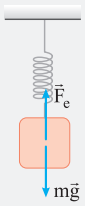
بنابراین در این حالت، نیروی عمودی سطح وارد بر شخص و در نتیجه عددی که ترازو نشان می‌دهد، برابر صفر است.

در درس‌نامهٔ بالا دیدید، در حالتی که در اتاقک یک آسانسور، شخصی روی یک ترازو ایستاده باشد و کابل آسانسور پاره شود و آسانسور سقوط آزاد کند، ترازو عدد صفر را نشان می‌دهد.

مشاوره اگر سوژهٔ تست، یعنی سقوط آزاد اتاقک آسانسور، برایتان عجیب بود، یعنی کتاب درسی را به دقت بررسی نکرده‌اید. این سوژه در یکی از تمرین‌های کتاب درسی بررسی شده است.

۳۹- گزینه ۴

درس‌نامه در حالتی که جسمی از یک فنر آویزان و ساکن است، به جسم دو نیرو وارد می‌شود که در شکل روبه‌رو می‌بینید: نیروی وزن $(\vec{W} = m\vec{g})$ رو به پایین و نیروی کشسانی فنر $(\vec{F}_e)$ رو به بالا که برآیند آن‌ها باید برابر صفر باشد؛ بنابراین داریم:



$$F_e = mg \xrightarrow[x: \text{تغییر طول فنر نسبت به حالت عادی}]{F_e = kx} kx = mg$$

گام اگر طول آزاد فنر L_0 و طول ثانویهٔ فنر در وضعیتی برابر L باشد، داریم $x = L - L_0$. بنابراین در رابطهٔ درس‌نامهٔ بالا داریم:

$$k(L - L_0) = mg$$

گام حالا در رابطهٔ به‌دست‌آمده، داده‌های دو حالت اشاره‌شده در سؤال را جای‌گذاری می‌کنیم و حساب و کتاب‌ها را انجام می‌دهیم.

$$\xrightarrow{\text{طرفین را از هم کم می‌کنیم.}} \begin{cases} (1)\ \text{حالت}: k \times (0/12 - L_0) = 4 \times 10 \\ (2)\ \text{حالت}: k \times (0/13 - L_0) = 5 \times 10 \end{cases}$$

$$k \times (0/13 - 0/12) = (5-4) \times 10 \Rightarrow k \times 0/01 = 1 \times 10$$

$$\Rightarrow k = 1000\ N/m = 10\ N/cm$$

ابتدا نکته و سپس تیزبازی را بخوانید.

نکته اگر جرم جسم آویزان از فنری به اندازهٔ Δm افزایش یابد، طول فنر به اندازهٔ ΔL زیاد می‌شود که داریم: $k \times \Delta L = \Delta m \times g$

تیزبازی با استفاده از نکتهٔ بالا داریم:

$$\left.\begin{matrix} \Delta\ell = 13 - 12 = 1\ cm \\ \Delta m = 5 - 4 = 1\ kg \end{matrix}\right\} k \times 1 = 1 \times 10 \Rightarrow k = 10\ N/cm$$

حواستان باشد که در رابطهٔ بالا، چون $\Delta\ell$ را برحسب cm جای‌گذاری کردیم، k برحسب $\frac{N}{cm}$ به دست می‌آید.

۴۰- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ شدت صوت در فاصلهٔ r از چشمه‌ای به توان P:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \xrightarrow{\text{چشمهٔ معین}} \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

۲ اختلاف تراز شدت دو صوت:

$$\beta_1 - \beta_2 = 10\log\left(\frac{I_1}{I_2}\right)$$

گام شدت صوت در فاصله‌های r_1 و r_2 را به ترتیب I_1 و I_2 در نظر می‌گیریم؛ بنابراین داریم:

$$\beta_1 - \beta_2 = 10\log\left(\frac{I_1}{I_2}\right) \Rightarrow 46 - 20 = 10\log\left(\frac{I_1}{I_2}\right) \Rightarrow 26 = 10\log\left(\frac{I_1}{I_2}\right)$$

$$\Rightarrow 2/6 = \log\left(\frac{I_1}{I_2}\right) \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = 10^{2/6} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = 10^2 \times 10^{0/6}$$

$$= 10^2 \times (10^{0/3})^2 \xrightarrow{\log 2 = 0/3 \Rightarrow 10^{0/3} = 2} \frac{I_1}{I_2} = 10^2 \times (2)^2 = 400$$

گام حالا به سراغ رابطهٔ شدت صوت و فاصله تا چشمه می‌رویم:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow 400 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = 20 \Rightarrow r_2 = 20\, r_1$$

از طرفی می‌دانیم $r_2 - r_1 = 95\ m$ است؛ بنابراین:

$$r_2 - r_1 = 95 \xrightarrow{r_2 = 20 r_1} 20 r_1 - r_1 = 95 \Rightarrow 19 r_1 = 95 \Rightarrow r_1 = 5\ m \Rightarrow r_2 = 100\ m$$

۴۱- گزینه ۲

شفاف‌سازی دو موج در یک محیط در حال انتشارند: تندی انتشار دو موج یکسان است.

درس‌نامه ۱ رابطهٔ بین سه مشخصهٔ اصلی موج:

$$\lambda = \frac{v}{f} \leftarrow \begin{matrix} \text{طول موج} \\ \text{تندی انتشار} \rightarrow v \\ \text{بسامد} \rightarrow f \end{matrix}$$

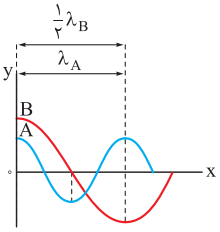
◇ تندی انتشار موج، فقط به محیط و ویژگی‌های آن و بسامد موج فقط به چشمهٔ موج بستگی دارد.

۲ بسامد نوسان: تعداد نوسان‌ها در واحد زمان است و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$f = \frac{n}{t} \begin{matrix} \rightarrow \text{تعداد نوسان‌ها} \\ \rightarrow \text{زمان} \end{matrix}$$

گام دو موج در یک محیط در حال انتشارند، پس تندی انتشار آن‌ها یکسان است: $v_A = v_B$.

گام حالا در شکل روبه‌رو، به دنبال رابطهٔ بین طول موج دو موج می‌گردیم. با توجه به شکل داریم:



$$\lambda_A = \frac{1}{2}\lambda_B \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{1}{2}$$

گام حالا به سراغ رابطهٔ $\lambda = \frac{v}{f}$ می‌رویم. البته به صورت تستی!

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{f_B}{f_A} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{f_B}{f_A} \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = 2$$

گام در پایان به کمک تعریف بسامد، می‌نویسیم:

$$f=\frac{n}{t}\xrightarrow{\text{یکسان: } t}\frac{f_A}{f_B}=\frac{n_A}{n_B}\Rightarrow ۲=\frac{۱۰۰}{n_B}\Rightarrow n_B=۵۰$$

۴۲- گزینه ۳

درس‌نامه در حرکت هماهنگ ساده:

۱ معادلهٔ مکان ـ زمان: $x=A\cos(\omega t)\ ,\ \omega=\frac{۲\pi}{T}$

۲ بسامد زاویه‌ای نوسانگر: $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\xrightarrow{\text{ثابت فنر}}$

۳ معادلهٔ نیرو ـ مکان و شتاب ـ مکان: $a=-\omega^۲x\ ,\ F=-m\omega^۲x$

۴ رابطه‌های انرژی مکانیکی: $E=\frac{۱}{۲}kA^۲=\frac{۱}{۲}m\omega^۲A^۲=۲\pi^۲mA^۲f^۲$

گام با توجه به رابطهٔ $F=-kx$ داریم:

$$F=-\frac{\pi^۲}{۱۰}x\xrightarrow{F=-kx}k=\frac{\pi^۲}{۱۰}\ N/m$$

گام حالا بسامد زاویه‌ای نوسانگر (ω) را به دست می‌آوریم:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{\frac{\pi^۲}{۱۰}}{\frac{۱}{۱۰}}}=\pi\ \frac{rad}{s}$$

گام نوبت به محاسبهٔ دامنه (A) می‌رسد؛ برای این کار از یکی از فرمول‌های انرژی مکانیکی استفاده می‌کنیم:

$$E=\frac{۱}{۲}kA^۲\Rightarrow ۲\pi^۲\times۱۰^{-۳}=\frac{۱}{۲}\times\frac{\pi^۲}{۱۰}\times A^۲\Rightarrow A^۲=۴\times۱۰^{-۲}\Rightarrow A=۰/۲\ m$$

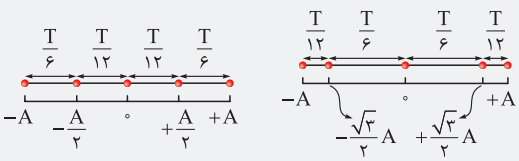
گام در پایان با داشتن دامنه (A) و بسامد زاویه‌ای (ω)، معادلهٔ مکان ـ زمان را می‌نویسیم:

$$x=A\cos(\omega t)\xrightarrow[A=۰/۲\ m]{\omega=\pi\ rad/s}x=۰/۲\cos(\pi t)$$

۴۳- گزینه ۳

درس‌نامه در حرکت هماهنگ ساده:

۱ حتماً شکل زیر را که دربارهٔ زمان لازم برای طی جابه‌جایی‌های پرتکرار است، به خاطر بسپارید:



۲ تندی متوسط: $s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\xrightarrow{\text{مسافت طی‌شده}}$

گام ابتدا دورهٔ تناوب نوسانگر (T) را حساب می‌کنیم:

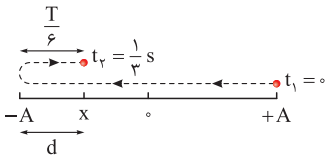
$$x=۰/۰۴\cos(۴\pi t)\xrightarrow{x=A\cos(\omega t)}\omega=۴\pi\ \frac{rad}{s}\ \text{و}\ A=۰/۰۴\ m=۴\ cm$$

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{۲\pi}{\omega}=\frac{۲\pi}{۴\pi}=\frac{۱}{۲}\ s$$

گام حالا $\Delta t=t_۲-t_۱=\frac{۱}{۳}-۰=\frac{۱}{۳}\ s$ را برحسب دورهٔ نوسانگر تعیین می‌کنیم:

$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{\frac{۱}{۳}}{\frac{۱}{۲}}\Rightarrow\Delta t=\frac{۲}{۳}T$$

یعنی با $\frac{۲}{۳}$ یک نوسان کامل سروکار داریم. این مقدار (Δt) از $\frac{T}{۲}$ به اندازهٔ $\frac{T}{۶}$ بیشتر است. پس در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ مسیر حرکت نوسانگر به شکل زیر است:



با توجه به الگوهای زمانی، x برابر $-\frac{A}{۲}$ و در نتیجه $d=\frac{A}{۲}$ است؛ بنابراین مسافت طی‌شده توسط نوسانگر در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ برابر است با:

$$\ell=۲A+\frac{A}{۲}=\frac{۵}{۲}A=\frac{۵}{۲}\times۴=۱۰\ cm$$

گام در پایان داریم:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{۱۰}{\frac{۱}{۳}}=۳۰\ cm/s$$

تله اگر به اشتباه، به جای تندی متوسط، سرعت متوسط را حساب می‌کردید، به ① می‌رسیدید. حواستان باشد که تندی متوسط برابر $\frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}$ و سرعت متوسط برابر $\frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{زمان}}$ است.

۴۴- گزینه ۴

درس‌نامه اگر نیمه‌عمر مادهٔ پرتوزایی برابر $T_{\frac{۱}{۲}}$ و جرم اولیهٔ نمونه‌ای از آن برابر $m_۰$ باشد، جرم نمونهٔ باقی‌مانده از آن (m) پس از مدت t از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

تعداد نیمه‌عمر سپری‌شده

$$n=\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}\ ,\quad m=\frac{m_۰}{۲^n}$$

ابتدا تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده را به دست می‌آوریم:

$$n=\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}=\frac{۶}{۱}=۶$$

حالا داریم:

$$m=\frac{m_۰}{۲^n}=\frac{m_۰}{۲^۶}=\frac{m_۰}{۶۴}\Rightarrow\frac{m}{m_۰}=\frac{۱}{۶۴}$$

۴۵- گزینه ۱

درس‌نامه در مدل اتمی بور برای اتم هیدروژن، شعاع مدار nاُم از رابطهٔ $r_n=a_۰n^۲$ به دست می‌آید که در این رابطه $a_۰$ کوچک‌ترین شعاع مدار الکترون است و به آن شعاع بور هم می‌گویند.

کافی است داده‌های مسئله را در رابطهٔ زیر جای‌گذاری کنیم:

$$r_n=a_۰n^۲=۵۲/۹\times(۴)^۲=۵۲/۹\times۱۶=۸۴۶/۴\ pm$$

تیزبازی برای تعیین حاصل‌ضرب $۵۲/۹\times۱۶$ از آن‌جایی که $۵۴=۹\times۶$ می‌شود، باید گزینه‌ای را انتخاب کنیم که سمت راست‌ترین رقم آن برابر ۴ باشد؛ پس ② و ④ کنار می‌روند. از طرفی واضح است که حاصل این ضرب در محدودهٔ ۸۰ نمی‌تواند باشد؛ پس باید ① را انتخاب کنیم.

۴۶- گزینه ۲

درس‌نامه در مدل اتمی بور برای اتم هیدروژن:

۱ انرژی الکترون در مدار nاُم برابر است با: $E_n=\frac{-E_R}{n^۲}$

۲ وقتی الکترون از مداری به انرژی $E_۱$ به مدار پایین‌تری با انرژی $E_۲$ منتقل می‌شود، فوتونی با بسامد f گسیل می‌کند که داریم: $E_۱-E_۲=hf$

۳ در حالت برانگیختهٔ K ام، الکترون در مدار $n=K+۱$ قرار دارد.

در سومین و اولین حالت برانگیختهٔ اتم هیدروژن، به ترتیب، الکترون در مدارهای $n_۱=۴$ و $n_۲=۲$ قرار دارد؛ بنابراین طبق معادلهٔ گسیل فوتون داریم:

$$E_۱-E_۲=hf\xrightarrow{E_n=\frac{-E_R}{n^۲}}(\frac{-E_R}{n_۱^۲})-(\frac{-E_R}{n_۲^۲})=hf$$

$$\xrightarrow[E_R=۱۳/۶\ eV]{n_۱=۴\ ,\ n_۲=۲}(\frac{-۱۳/۶}{۱۶})-(\frac{-۱۳/۶}{۴})=(۴\times۱۰^{-۱۵})\times f$$

$$\Rightarrow ۱۳/۶(\underbrace{\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۱۶}}_{\frac{۴}{۱۶}-\frac{۱}{۱۶}=\frac{۳}{۱۶}})=(۴\times۱۰^{-۱۵})\times f\Rightarrow ۱۳/۶\times\frac{۳}{۱۶}=۴\times۱۰^{-۱۵}\times f$$

$$\Rightarrow f=\frac{۱۳/۶\times۳}{۱۶\times۴}\times۱۰^{۱۵}\ Hz=\frac{\cancel{۱۳۶}^{۱۷}\times۳}{\cancel{۱۶}^{۲}\times۴}\times۱۰^{۱۴}\ Hz=۶/۳۷۵\times۱۰^{۱۴}\ Hz$$

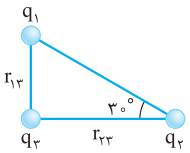
تله اگر حواستان به مورد (۳) درس‌نامه نبود و n_1 و n_2 را به ترتیب ۳ و ۱ در نظر می‌گرفتید، بسامد فوتون گسیلی را $3/02\times10^{15}\ Hz$ به دست می‌آورید و (احتمالاً) ④ را انتخاب می‌کردید.

۴۷- گزینه ۴

درس‌نامه **قانون کولن:** دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 که در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند، به هم نیروی الکتریکی وارد می‌کنند که اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\quad,\quad (k:\text{ثابت کولن}=9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$$

گام با توجه به شکل روبه‌رو و به کمک اندکی علم هندسه،



نسبت $\frac{r_{23}}{r_{13}}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\tan30^\circ=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}\Rightarrow\frac{\sin30^\circ}{\cos30^\circ}=\frac{r_{13}}{r_{23}}\Rightarrow\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{r_{13}}{r_{23}}\Rightarrow\frac{r_{23}}{r_{13}}=\sqrt{3}\quad(I)$$

گام طبق صورت تست، F_{13}، ۲۵ درصد کم‌تر از F_{23} است؛ پس:

$$F_{13}=F_{23}-\frac{25}{100}F_{23}=\frac{75}{100}F_{23}\Rightarrow\frac{F_{13}}{F_{23}}=\frac{3}{4}\quad(II)$$

حالا قانون کولن را به صورت نسبتی می‌نویسیم:

$$F=k\frac{|q||q'|}{r^2}\Rightarrow\frac{F_{13}}{F_{23}}=\frac{|q_1|\cancel{|q_3|}}{|q_2|\cancel{|q_3|}}\times(\frac{r_{23}}{r_{13}})^2$$

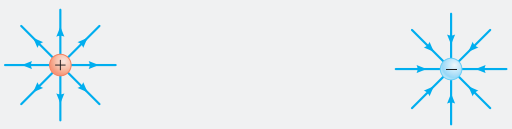
$$\xrightarrow[(II)]{(I)}\frac{3}{4}=|\frac{q_1}{q_2}|\times(\sqrt{3})^2\Rightarrow|\frac{q_1}{q_2}|=\frac{\frac{3}{4}}{3}=\frac{1}{4}$$

۴۸- گزینه ۳

درس‌نامه ① اندازهٔ میدان الکتریکی در فاصلهٔ r از بار نقطه‌ای q از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$E=k\frac{|q|}{r^2}\quad,\quad (k:\text{ثابت کولن}=9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$$

② مطابق شکل‌های زیر، خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج و به بار منفی داخل می‌شوند.



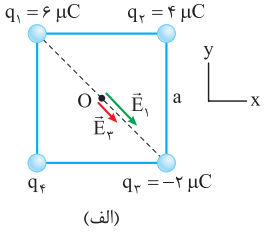
گام فاصلهٔ هر یک از بارهای الکتریکی تا نقطهٔ O (مرکز مربع) برابر با نصف قطر مربع است:

$$r=\frac{\text{قطر مربع}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}a\ ,\ \text{قطر مربع}=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2}a$$

گام مطابق شکل (الف)، میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و q_3 در نقطهٔ O (مرکز مربع) را رسم کرده و اندازهٔ آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$E=k\frac{|q|}{r^2}\Rightarrow\begin{cases}E_1=k\frac{6}{(\frac{\sqrt{2}}{2}a)^2}=12\frac{k}{a^2}\\E_3=k\frac{2}{(\frac{\sqrt{2}}{2}a)^2}=4\frac{k}{a^2}\end{cases}$$

برایند دو بردار هم‌جهت $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_3$ برابر است با:



(الف)

$$E_{1,3}=E_1+E_3=12\frac{k}{a^2}+4\frac{k}{a^2}=16\frac{k}{a^2}$$

گام برای این‌که میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ O در جهت محور x باشد، باید مطابق شکل (ب)، برایند میدان‌های الکتریکی $\vec{E}_2$ و $\vec{E}_4$ به طرف بار q_2 و اندازهٔ آن برابر با $E_{1,3}$ باشد؛ پس:

$$E_{2,4}=E_{1,3}\Rightarrow E_{2,4}=16\frac{k}{a^2}$$

$\vec{E}_2$ را مطابق شکل (ب) رسم کرده و اندازهٔ آن را به دست می‌آوریم:

$$E_2=k\frac{|q_2|}{r^2}=k\frac{4}{(\frac{\sqrt{2}}{2}a)^2}=8\frac{k}{a^2}$$

با توجه به شکل (ب)، $\vec{E}_4$ باید در جهت $\vec{E}_{2,4}$ و اندازهٔ آن برابر باشد با:

$$E_4-E_2=E_{2,4}\Rightarrow E_4=E_2+E_{2,4}=\frac{8k}{a^2}+\frac{16k}{a^2}=\frac{24k}{a^2}$$

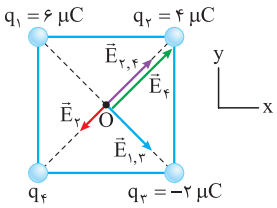
گام از روی جهت $\vec{E}_4$ مشخص است که بار q_4 مثبت است: $q_4>0$

به کمک رابطهٔ میدان الکتریکی می‌توان نوشت:

$$E_4=k\frac{|q_4|}{r^2}\Rightarrow\frac{24k}{a^2}=k\frac{|q_4|}{(\frac{\sqrt{2}}{2}a)^2}$$

$$\Rightarrow24=2|q_4|\Rightarrow|q_4|=12\mu C$$

$$\xrightarrow{q_4>0}q_4=12\mu C$$



(ب)

تیزبازی فاصلهٔ همهٔ بارها تا نقطهٔ O یکسان است. برایند میدان‌های الکتریکی بارهای q_1 و q_3، به سوی بار q_3 است و معادل با میدان الکتریکی است که یک بار الکتریکی ۸میکروکولنی با قرارگرفتن در محل بار q_1، در نقطهٔ O ایجاد می‌کند؛ بنابراین برای این‌که میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ O در جهت محور x باشد، بارهای q_2 و q_4 هم باید میدان الکتریکی در نقطهٔ O ایجاد کنند که معادل با میدان الکتریکی باشد که یک بار ۸میکروکولنی با قرارگرفتن در محل بار q_4، در نقطهٔ O ایجاد می‌کند. با توجه به این‌که $q_2=4\mu C$ است، این اتفاق در شرایطی رخ می‌دهد که q_4 برابر با ۱۲ μC باشد.

۴۹- گزینه ۲

درس‌نامه ① اگر ذرهٔ بارداری فقط تحت تأثیر میدان الکتریکی حرکت کند، انرژی مکانیکی‌اش پایسته می‌ماند. در این حالت رابطهٔ زیر برقرار است:

$$\Delta E=0\Rightarrow\Delta U_E+\Delta K=0\Rightarrow\Delta U_E=-\Delta K$$

(ΔU_E: تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره، ΔK: تغییر انرژی جنبشی ذره)

② اگر ذره‌ای با بار q، از نقطهٔ A تا B جابه‌جا شود و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار در این جابه‌جایی برابر ΔU_E باشد، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطهٔ A و B از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$\Delta V=V_B-V_A=\frac{\Delta U_E}{q}$$

◇ دقت کنید که در رابطهٔ بالا، q با علامتش جای‌گذاری می‌شود.

گام وقتی ذره با بار الکتریکی منفی به طرف صفحهٔ منفی پرتاب می‌شود، به دلیل نیروی دافعهٔ موجود، انرژی جنبشی‌اش کاهش می‌یابد؛ پس: $\Delta K=-100\ mJ$

گام با صرف نظر کردن از مقاومت هوا، انرژی مکانیکی ذره پایسته می‌ماند؛ بنابراین:

$$\Delta E=0\Rightarrow\Delta K+\Delta U=0\xrightarrow[\Delta U=q\Delta V]{\Delta K=-100\ mJ}-100+(-5)\times\Delta V=0$$

$$\Rightarrow\Delta V=\frac{100}{-5}=-20\ V\Rightarrow V_B-V_A=-20\ V$$

توجه کنید که در رابطهٔ بالا، ΔK را برحسب mJ و q را برحسب mC جای‌گذاری کردیم تا ΔV برحسب V به دست آید.

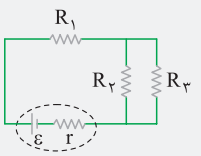
تله اگر در معادلهٔ بالا، q را بدون در نظر گرفتن علامتش جای‌گذاری کنید، به گزینهٔ نادرست ① می‌رسید.

۵۰- گزینه ۴

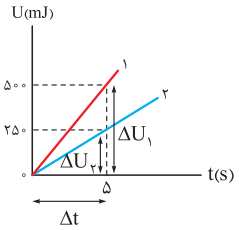
درس‌نامه ۱ توان گرمایی:

$P = \frac{\Delta U}{\Delta t}$

۲ اگر مطابق شکل زیر در یک مدار، تولیدکنندهٔ انرژی (باتری) و مصرف‌کننده‌های انرژی (مقاومت و ...) داشته باشیم، در این مدار اصل پایستگی انرژی برای توان‌های تولیدی و مصرفی برقرار است: $P_{\text{خروجی باتری}} = P_1 + P_2 + P_3$



گام چون در هر دو مقاومت همهٔ انرژی الکتریکی به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود، توان گرمایی تولیدی در هر مقاومت برابر با توان الکتریکی مصرفی در آن مقاومت است. از طرفی شیب نمودار تغییرات انرژی گرمایی برحسب زمان برابر با توان گرمایی تولیدی مقاومت است؛ پس با توجه به شکل مقابل، برای هر مقاومت می‌توان نوشت:



$P_{R_1(\text{مصرفی})} = P_{R_1(\text{گرمایی})} = \frac{\Delta U_1}{\Delta t} = \frac{(۵۰۰-۰)\times ۱۰^{-۳}}{۵-۰} = ۰/۱\ \text{W}$

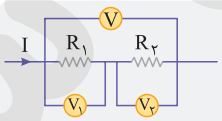
$P_{R_2(\text{مصرفی})} = P_{R_1(\text{گرمایی})} = \frac{\Delta U_2}{\Delta t} = \frac{(۲۵۰-۰)\times ۱۰^{-۳}}{۵-۰} = ۰/۰۵\ \text{W}$

گام توان خروجی باتری برابر با مجموع توان مصرفی مقاومت‌ها است؛ بنابراین:

$P_{\text{خروجی باتری}} = P_{R_1(\text{مصرفی})} + P_{R_2(\text{مصرفی})} = ۰/۱ + ۰/۰۵ = ۰/۱۵ = \frac{۱۵}{۱۰۰} = \frac{۳}{۲۰}\ \text{W}$

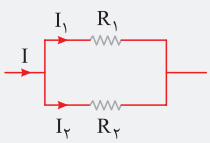
۵۱- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ مطابق شکل روبه‌رو، دو مقاومت R_1 و R_2 به صورت متوالی (سری) به هم متصل‌اند:



- مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq} = R_1 + R_2$
- نسبت اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها برابر با نسبت مقاومت‌ها است: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{R_1}{R_2}$
- اختلاف پتانسیل دو سر مجموعهٔ مقاومت‌ها برابر با مجموع اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از مقاومت‌ها است: $V = V_1 + V_2$

۲ مطابق شکل روبه‌رو، دو مقاومت R_1 و R_2 به صورت موازی به هم متصل‌اند:



- مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$
- اگر مقاومت بزرگ‌تر، n برابر مقاومت کوچک‌تر باشد: $R_{eq} = \frac{\text{مقاومت بزرگ‌تر}}{n+1}$
- نسبت جریان عبوری از مقاومت‌ها برابر با وارون نسبت مقاومت‌ها است: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$
- اصل پایستگی بار الکتریکی: $I = I_1 + I_2$

۳ اختلاف پتانسیل دو سر باتری: $V = \varepsilon - rI$

گام مقاومت‌های ۲ Ω و ۴ Ω سمت چپ مدار به صورت متوالی به هم متصل‌اند؛ بنابراین جریان عبوری از آن‌ها یکسان است. مقدار این جریان و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۴ Ω به صورت روبه‌رو به دست می‌آید:

$V_{۲\Omega} = ۲I \Rightarrow ۴ = ۲I \Rightarrow I = ۲\text{A}$

$V_{۴\Omega} = ۴I = ۴\times ۲ = ۸\ \text{V}$

مقاومت معادل این دو مقاومت و اختلاف پتانسیل دو سر این مقاومت معادل برابر است با:

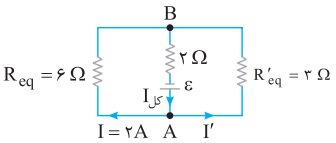
$R_{eq} = ۲ + ۴ = ۶\ \Omega$

$V = V_{۲\Omega} + V_{۴\Omega} = ۴ + ۸ = ۱۲\ \text{V}$

گام مقاومت‌های ۴ Ω و ۱۲ Ω سمت راست مدار با هم موازی‌اند. مقاومت معادل این دو مقاومت به صورت زیر به دست می‌آید:

$R'_{eq} = \frac{۴\times ۱۲}{۴+۱۲} = \frac{\cancel{۴}\times ۱۲}{\cancel{۴}\times ۴} = ۳\ \Omega$ (یا: $۱۲ = \underset{n}{③}\times ۴ \Rightarrow R'_{eq} = \frac{۱۲}{\underset{n}{③}+۱} = ۳\ \Omega$)

گام مطابق شکل زیر، مقاومت‌های R_{eq} و R'_{eq} موازی‌اند؛ بنابراین جریان عبوری از مقاومت R'_{eq} به صورت زیر به دست می‌آید:



$\frac{I'}{I} = \frac{R_{eq}}{R'_{eq}} \Rightarrow \frac{I'}{۲} = \frac{۶}{۳} \Rightarrow I' = ۴\text{A}$

گام طبق اصل پایستگی بار الکتریکی در نقطهٔ A، جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) برابر با مجموع I و I' است:

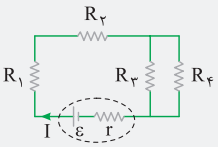
$I_{\text{کل}} = I + I' = ۲ + ۴ = ۶\ \text{A}$

گام اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B برابر با اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از مقاومت‌های R_{eq} و R'_{eq} یعنی ۱۲ V است. فرض می‌کنیم که مجموعهٔ باتری و مقاومت ۲ Ω، یک باتری مقاومت درونی‌دار است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$V_{AB} = \varepsilon - ۲I_{\text{کل}} \Rightarrow ۱۲ = \varepsilon - ۲\times ۶ \Rightarrow \varepsilon = ۲۴\ \text{V}$

۵۲- گزینه ۱

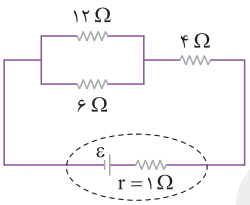
درس‌نامه ۱ جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) در شکل روبه‌رو از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:



$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$

۲ اگر جریان عبوری از مقاومت R، برابر I باشد، توان مصرفی در این مقاومت از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید: $P = RI^2$

گام در حالت اول، مدار به شکل (الف) است. مقاومت معادل مدار و جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) را محاسبه می‌کنیم:



(الف)

$۱۲\ \Omega : ۶\ \Omega$ موازی‌اند $\Rightarrow R' = \frac{۱۲\times ۶}{۱۲+۶} = \frac{۱۲\times \cancel{۶}}{۳\times \cancel{۶}} = ۴\ \Omega$

$(\text{یا: } ۱۲ = \underset{n}{②}\times ۶ \Rightarrow R' = \frac{۱۲}{\underset{n}{②}+۱} = ۴\ \Omega)$

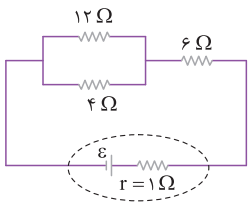
$۴\ \Omega : R'$ متوالی‌اند $\Rightarrow R_{eq(۱)} = ۴ + ۴ = ۸\ \Omega$

$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_{eq(۱)} + r} = \frac{\varepsilon}{۸+۱} = \frac{\varepsilon}{۹}$

گام توان خروجی باتری برابر با توان مصرفی مقاومت معادل است؛ پس:

$P_{\text{خروجی}(۱)} = P_{R_{eq(۱)}} = R_{eq(۱)} I_1^2 = ۸\times (\frac{\varepsilon}{۹})^2 = \frac{۸}{۸۱}\varepsilon^2$

گام در حالت دوم، جای مقاومت‌های ۴ Ω و ۶ Ω عوض می‌شود و مدار به شکل (ب) می‌شود. در این حالت مقاومت معادل و جریان کل عبوری از مدار را به دست می‌آوریم:



(ب)

$۱۲\ \Omega : ۴\ \Omega$ موازی‌اند $\Rightarrow R'' = \frac{۱۲\times ۴}{۱۲+۴} = \frac{۱۲\times \cancel{۴}}{۴\times \cancel{۴}} = ۳\ \Omega$

$(\text{یا: } ۱۲ = \underset{n}{③}\times ۴ \Rightarrow R'' = \frac{۱۲}{\underset{n}{③}+۱} = ۳\ \Omega)$

$۶\ \Omega : R''$ متوالی‌اند $\Rightarrow R_{eq(۲)} = ۶ + ۳ = ۹\ \Omega$

$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_{eq(۲)} + r} = \frac{\varepsilon}{۹+۱} = \frac{\varepsilon}{۱۰}$

گام توان خروجی باتری در حالت دوم برابر است با:

$P_{\text{خروجی}(۲)} = P_{R_{eq}(۲)} = R_{eq(۲)} I_2^2 = ۹\times (\frac{\varepsilon}{۱۰})^2 = \frac{۹}{۱۰۰}\varepsilon^2$

گام درصد خواسته‌شده به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{P_{\text{خروجی}(۲)}-P_{\text{خروجی}(۱)}}{P_{\text{خروجی}(۱)}}\times ٪۱۰۰=\frac{\frac{۹}{۱۰۰}\varepsilon^۲-\frac{۸}{۸۱}\varepsilon^۲}{\frac{۸}{۸۱}\varepsilon^۲}\times ٪۱۰۰=\frac{\frac{۹\times۸۱-۸\times۱۰۰}{۱۰۰\times۸۱}}{\frac{۸}{۸۱}}$$

$$\times ٪۱۰۰=\frac{۷۲۹-۸۰۰}{۸۰۰}\times ٪۱۰۰=٪-۸/۸۷۵$$

۵۳- گزینه ۲

درس‌نامه توان خروجی باتری:

$$P_{\text{باتری}}=IV \xrightarrow{V=\varepsilon-rI} P_{\text{باتری}}=I(\varepsilon-rI)$$

توان خروجی باتری از رابطهٔ $P_{\text{خروجی}}=\varepsilon I-rI^۲$ به دست می‌آید. داریم:

$$P_{\text{خروجی}(۱)}=\varepsilon I_۱-rI_۱^۲ \Rightarrow ۹/۵=\varepsilon\times۵-r\times۵^۲ \Rightarrow ۹/۵=۵\varepsilon-۲۵r$$

$$P_{\text{خروجی}(۲)}=\varepsilon I_۲-rI_۲^۲ \Rightarrow ۱۲/۶=\varepsilon\times۷-r\times۷^۲ \Rightarrow ۱۲/۶=۷\varepsilon-۴۹r$$

معادلات به‌دست‌آمده را در یک دستگاه حل می‌کنیم تا ε و r به دست آید:

$$\begin{cases}۹/۵=۵\varepsilon-۲۵r\\ ۱۲/۶=۷\varepsilon-۴۹r\end{cases}\xrightarrow{\times(-\frac{۷}{۵})}\begin{cases}-۱۳/۳=-۷\varepsilon+۳۵r\\ ۱۲/۶=۷\varepsilon-۴۹r\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع دو معادله}} -۰/۷=-۱۴r \Rightarrow r=۰/۰۵\,\Omega$$

r را در یکی از معادلات جای‌گذاری می‌کنیم.

$$۹/۵=۵\varepsilon-۲۵\times۰/۰۵ \Rightarrow ۵\varepsilon=۹/۵+۱/۲۵ \Rightarrow \varepsilon=\frac{۱۰/۷۵}{۵}=۲/۱۵\,V$$

۵۴- گزینه ۴

درس‌نامه قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:

با تغییر شار مغناطیسی عبوری از یک مدار بسته، نیروی محرکه‌ای در آن القا می‌شود. نیروی محرکهٔ القایی متوسط در این مدار از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\varepsilon_{av}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow[\text{فقط B تغییر کند.}]{\Phi=BA\cos\theta}\varepsilon_{av}=-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta$$

(N: تعداد حلقه‌ها، $\frac{\Delta B}{\Delta t}$: آهنگ تغییر اندازهٔ میدان مغناطیسی، A: مساحت حلقه، θ: زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی و نیم‌خط عمود بر سطح حلقه)

◇ معمولاً در تست‌ها، زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی و سطح حلقه (α) را می‌دهند. α متمم زاویهٔ θ است؛ یعنی:

$$\theta=۹۰^\circ-\alpha$$

گام سطح حلقه‌ها بر میدان مغناطیسی عمود است؛ بنابراین:

$$\alpha=۹۰^\circ \Rightarrow \theta=۹۰^\circ-\alpha=۹۰^\circ-۹۰^\circ=۰^\circ$$

هم‌چنین اگر جهت اولیهٔ میدان مغناطیسی را مثبت در نظر بگیریم، داریم:

$$B_۱=۲۰۰\,G\,,\,B_۲=-۴۰۰\,G$$

گام بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط برابر است با:

$$\varepsilon_{av}=\left|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|\xrightarrow[\text{فقط B تغییر کند.}]{}\varepsilon_{av}=\left|-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta\right|$$

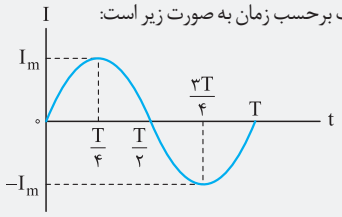
$$=\left|-۲۰۰\times\frac{(-۴۰۰-۲۰۰)\times۱۰^{-۴}}{۴\times۱۰^{-۳}}\times۵۰\times۱۰^{-۴}\times\cos۰^\circ\right|$$

(تبدیل G به T؛ تبدیل $cm^۲$ به $m^۲$)

$$=۲۰۰\times\frac{۶۰۰\times۱۰^{-۴}}{۴\times۱۰^{-۳}}\times۵۰\times۱۰^{-۴}\times۱=\frac{۱۲\times۵}{۴}=۱۵\,V$$

۵۵- گزینه ۳

درس‌نامه معادله و نمودار جریان متناوب برحسب زمان به صورت زیر است:



$$I=I_m\sin(\frac{۲\pi}{T}t)$$

(I: جریان متناوب، I_m: بیشینهٔ جریان متناوب، T: دورهٔ تناوب)

گام مقدار عددی که روی محور I نشان داده شده است برابر $-I_m$ است؛ پس:

$$-I_m=-۲ \Rightarrow I_m=۲\,A$$

هم‌چنین مقدار عددی که روی محور t نشان داده شده است، برابر $\frac{۳T}{۴}$ است؛ بنابراین:

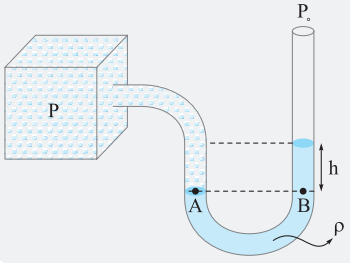
$$\frac{۳T}{۴}=۱۵\times۱۰^{-۳}\,s \Rightarrow T=\frac{۶۰}{۳}\times۱۰^{-۳}=۰/۰۲\,s$$

گام معادلهٔ جریان متناوب برحسب زمان به صورت زیر به دست می‌آید:

$$I=I_m\sin\frac{۲\pi}{T}t \xrightarrow[T=۰/۰۲\,s]{I_m=۲A} I=۲\sin\frac{۲\pi}{۰/۰۲}t=۲\sin۱۰۰\pi t$$

۵۶- گزینه ۴

درس‌نامه در مانومتر شکل روبه‌رو، با نوشتن اصل هم‌فشاری برای نقاط هم‌تراز A و B می‌توان فشار گاز محبوس را به دست آورد:



$$P_A=P_B \Rightarrow P=P_۰+\rho gh$$

گام

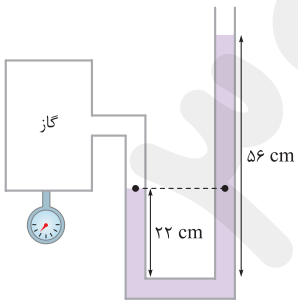
نکته در تست‌ها معمولاً چگالی جیوه را $۱۳/۶\,g/cm^۳$ در نظر می‌گیرند. به خاطر همین، اگر فشار برحسب سانتی‌متر جیوه را در ۱۳۶۰ ضرب کنید، فشار برحسب پاسکال به دست می‌آید:

$$P(Pa)=\frac{\rho_{\text{جیوه}}}{۱۰}\times P(cmHg)\xrightarrow{\rho_{\text{جیوه}}=۱۳۶۰۰\,kg/m^۳} P(Pa)=۱۳۶۰\times P(cmHg)$$

فشار هوا را برحسب پاسکال به دست می‌آوریم:

$$P(Pa)=۱۳۶۰\times P(cmHg)=۱۳۶۰\times۷۵=۱۰۲\times۱۰^۳\,Pa$$

گام فشار نقاط هم‌تراز a و b را برابر قرار می‌دهیم:



$$P_a=P_b \Rightarrow P_{\text{گاز}}=P_۰+\rho gh' \Rightarrow ۱۰۸/۸\times۱۰^۳$$

$$=۱۰۲\times۱۰^۳+\rho\times۱۰\times(۵۶-۲۲)\times۱۰^{-۲}$$

(تبدیل cm به m)

$$\Rightarrow ۶/۸\times۱۰^۳=۳/۴\rho \Rightarrow \rho=۲\times۱۰^۳\,\frac{kg}{m^۳}$$

$$\xrightarrow{۱۰^۳\frac{kg}{m^۳}=۱\frac{g}{cm^۳}} \rho=۲\,\frac{g}{cm^۳}$$

۵۷- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ انرژی جنبشی جسمی به جرم m و تندی v از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲$$

۲ کار نیروی وزن جسم برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم است:

$$W_{mg}=-\Delta U=-mg\Delta h$$

در رابطهٔ بالا، اگر جسم از سطح زمین دور شود، $\Delta h>۰$ و اگر جسم به سطح زمین نزدیک شود، $\Delta h<۰$ است.

۳ **قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی:** کار کل انجام‌شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است:
$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_2 - K_1$

◇ رابطهٔ بالا برای هر نوع مسیری برقرار است.

◇ انرژی جنبشی در آغاز و پایان مسیر مهم است و این‌که در طول مسیر، انرژی جنبشی جسم چگونه تغییر کرده، اهمیتی ندارد.

۴ انرژی مکانیکی جسم برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل جسم است:
$E = K + U$

۵ **قانون پایستگی انرژی:** کار نیروهای اتلافی مانند اصطکاک و مقاومت هوا برابر با تغییر انرژی مکانیکی است:
$W_f = \Delta E = \Delta K + \Delta U$

روش قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی:

در طول مسیر، دو نیروی وزن و مقاومت هوا روی بسته کار انجام می‌دهند؛ بنابراین:

$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{وزن} + W_{مقاومت\,هوا} = K_2 - K_1$

$\xrightarrow{W_{وزن} = -mg\Delta h} -mg\Delta h + W_{مقاومت\,هوا} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$

نکته اگر جسمی از درون متحرکی رها شود و سرعت متحرک در لحظهٔ رهاشدن جسم برابر با v باشد، سرعت اولیهٔ جسم هم برابر با v خواهد بود.

$\Rightarrow -20\times10\times(0-100) + W_{مقاومت\,هوا} = \frac{1}{2}\times20\times(35^2 - 5^2)$

$\Rightarrow 2\times10^4 + W_{مقاومت\,هوا} = 10\times\underbrace{(35-5)}_{30}\underbrace{(35+5)}_{40}$

$\Rightarrow W_{مقاومت\,هوا} = 1/2\times10^4 - 2\times10^4 = -0/8\times10^4\ J$

$= -8\times10^3\ J \Rightarrow W_{مقاومت\,هوا} = -8\ kJ$

یادآوری اتحاد مزدوج: $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

روش قانون پایستگی انرژی:

نقطهٔ رهاشدن بسته را نقطهٔ (۱) و نقطه‌ای که بسته به سطح زمین می‌رسد را نقطهٔ (۲) در نظر می‌گیریم. قانون پایستگی انرژی را برای جابه‌جایی بین نقاط (۱) و (۲) می‌نویسیم:

$W_{مقاومت\,هوا} = \Delta E = \Delta K + \Delta U = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) + mg(h_2 - h_1)$

$\Rightarrow W_{مقاومت\,هوا} = \frac{1}{2}\times20\times(35^2 - 5^2) + 20\times10\times(0-100)$

$= 10\times\underbrace{(35-5)}_{30}\underbrace{(35+5)}_{40} - 2\times10^4 = 1/2\times10^4 - 2\times10^4$

$= -0/8\times10^4\ J = -8\times10^3\ J \Rightarrow W_{مقاومت\,هوا} = -8\ kJ$

۵۸- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ رابطهٔ انبساط طولی:

$\Delta L = L_1 \alpha \Delta T$ (طول اولیه، افزایش طول، افزایش دما برحسب °C یا K، ضریب انبساط طولی برحسب $\frac{1}{°C}$ یا $\frac{1}{K}$)

۲ رابطهٔ انبساط حجمی:

$\Delta V = V_1 \beta \Delta T$ (حجم اولیه، افزایش حجم، ضریب انبساط حجمی برحسب $\frac{1}{°C}$ یا $\frac{1}{K}$)

برای جامدات β برابر با 3α است.

مقدار گلیسرین بیرون ریخته شده برابر با اختلاف افزایش حجم گلیسرین و افزایش حجم ظرف است؛ بنابراین:

$\Delta V_{گلیسرین\ بیرون\ ریخته\ شده} = \Delta V_{گلیسرین} - \Delta V_{ظرف}$

$= V_{1(گلیسرین)}\beta\Delta\theta - V_{1(ظرف)}3\alpha\Delta\theta$

$\xrightarrow{V_{1(گلیسرین)} = V_{1(ظرف)} = V_1} V_{گلیسرین\ بیرون\ ریخته\ شده} = V_1\Delta\theta(\beta - 3\alpha)$

$= 500\times(40-20)(5\times10^{-4} - 3\times23\times10^{-6})$

$= 500\times20\times(4/31\times10^{-4}) = 4/31 \simeq 4/3\ cm^3$

۵۹- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ گرمای لازم برای تغییر حالت از مایع به بخار:
$Q_V = mL_V$ (جرم جسم، گرمای نهان تبخیر جسم)

۲ توان گرمایی:
$P = \frac{Q}{t}$

از دو رابطهٔ $Q = Pt$ و $Q = mL_V$ کمک می‌گیریم:

$Pt = mL_V \Rightarrow 3\times10^3\times t = 2\times10^3\times2256$ (تبدیل g به kg)

$\Rightarrow t = \frac{2\times2256}{3} = 1504\ s \xrightarrow{60\,s = 1\,min} t = \frac{1504}{60} = 25/07 \simeq 25\ min$

شیمی

۶۰- گزینه ۳

نکته برای نوشتن آرایش الکترونی فشردهٔ عنصرهایی که در یک دورهٔ جدول تناوبی قرار دارند، از نماد شیمیایی یک گاز نجیب استفاده می‌شود.

دوره	۱	۲	۳	۴	۵
محدودهٔ عدد اتمی	۲ و ۱	۳ تا ۱۰	۱۱ تا ۱۸	۱۹ تا ۳۶	۳۷ تا ۵۴
نماد شیمیایی گاز نجیب در آرایش الکترونی فشرده	آرایش فشرده ندارند.	$[_2He]$	$[_{10}Ne]$	$[_{18}Ar]$	$[_{36}Kr]$

هر دو عنصر $_{20}A$ و $_{33}D$ $(19 \le Z \le 36)$ در دورهٔ چهارم جدول تناوبی قرار دارند و در آرایش الکترونی فشردهٔ آن‌ها، گاز نجیب آرگون وجود دارد.

$_{20}A : [_{18}Ar]\,4s^2$ ، $_{33}D : [_{18}Ar]\,3d^{10}4s^2 4p^3$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ $_1E : 1s^2$ ، $_3G : [_2He]\,2s^1$

۲ $_{29}J : [_{18}Ar]\,3d^{10}4s^1$ ، $_{13}M : [_{10}Ne]\,3s^2 3p^1$

۴ $_{25}X : [_{18}Ar]\,3d^5 4s^2$ ، $_{12}Z : [_{10}Ne]\,3s^2$

۶۱- گزینه ۲

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱ در تشکیل مولکول‌ها، اتم‌ها با یکدیگر الکترون به اشتراک می‌گذارند. دادوستد الکترون (دادن و گرفتن یا همان مبادلهٔ الکترون)، مربوط به تشکیل ترکیب‌های یونی است. ۳ با توجه به کلید سازمان سنجش، به نظر می‌رسد که علت نادرستی این عبارت، استفاده از واژهٔ هر عنصر است. ما فقط برای عناصر دستهٔ s و p جدول تناوبی می‌توانیم آرایش الکترون ـ نقطه‌ای رسم کنیم و فقط در این عنصرها است که آرایش الکترون ـ نقطه‌ای از روی الکترون‌های ظرفیتی اتم‌ها رسم می‌شود. با به دست آوردن شمار الکترون‌های ظرفیتی این اتم‌ها هم می‌توانیم به شمارهٔ گروه آن‌ها پی ببریم. ۴ *اتفاقاً برعکس!* اگر لایهٔ ظرفیت اتمی مانند گازهای نجیب هشت‌تایی باشد، به طور کلی، آن اتم واکنش‌پذیری ناچیزی دارد.

۶۲- گزینه ۴

نکته ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها مطابق قاعدهٔ آفبا به صورت زیر است:

$[1s] - [2s\ 2p] - [3s\ 3p] - [4s\ 3d\ 4p] - [5s\ 4d\ 5p] - [6s\ 4f\ 5d\ 6p]$
(دورهٔ اول، دورهٔ دوم، دورهٔ سوم، دورهٔ چهارم، دورهٔ پنجم، دورهٔ ششم)

$- [7s\ 5f\ 6d\ 7p]$ (دورهٔ هفتم)

بررسی گزینه‌ها: اول باید عناصر X و Y را مشخص کنیم: می‌دانیم که عدد اتمی کریپتون (Kr)، ۳۶ و عدد اتمی زنون (Xe)، ۵۴ است؛ بنابراین عدد اتمی عنصرهای X و Y به ترتیب برابر ۴۲ و ۵۶ است.

$X : [_{36}Kr]\,4d^5 5s^1 \Rightarrow$ عدد اتمی $= 36 + 5 + 1 = 42$

$Y : [_{54}Xe]\,6s^2 \Rightarrow$ عدد اتمی $= 54 + 2 = 56$

(۱) عدد اتمی X، کوچک‌تر از عدد اتمی Y است. در ضمن آرایش الکترونی X از قاعدهٔ آفبا پیروی نمی‌کند، زیرا طبق قاعدهٔ آفبا، آرایش این اتم باید به $4d^4 5s^2$ برسد. (۲) عنصر X جزء عنصرهای دستهٔ d (واسطه) و عنصر Y جزء عنصرهای گروه ۲ است؛ یعنی هر دو فلزند. این عنصرها به ترتیب ۶ و ۲ الکترون ظرفیتی دارند.

نکته

نوع دسته	آرایش الکترون‌های ظرفیت	تعداد الکترون‌های ظرفیت	رابطهٔ شمارهٔ گروه و تعداد الکترون‌های ظرفیت
s (گروه‌های ۱ و ۲ و هلیم)	ns	توان ns (تعداد الکترون‌های بیرونی‌ترین لایهٔ الکترونی)	شمارهٔ گروه = تعداد الکترون‌های ظرفیت (به‌جز هلیم)
d (گروه‌های ۳ تا ۱۲)	$(n-1)d\ ns$	مجموع توان ns و $(n-1)d$ (تعداد الکترون‌های دو زیرلایهٔ آخر)	شمارهٔ گروه = تعداد الکترون‌های ظرفیت
p (گروه‌های ۱۳ تا ۱۸)	$ns\ np$	مجموع توان ns و np (تعداد الکترون‌های بیرونی‌ترین لایهٔ الکترونی)	شمارهٔ گروه = تعداد الکترون‌های ظرفیت + ۱۰

(۳) X و Y هر دو فلزند؛ بنابراین نمی‌توانند با یکدیگر ترکیب یونی تشکیل دهند. (۴) در اتم X، زیرلایهٔ 4d، ۵ الکترون دارد، اما در اتم Y زیرلایهٔ 4d قبل از 6s به طور کامل پر شده و ۱۰ الکترونی است. در ضمن هیچ‌کدام از اتم‌ها، الکترون با $l=3$ (زیرلایهٔ f) ندارند. اولین زیرلایهٔ f، 4f است که مطابق قاعدهٔ آفبا، بعد از 6s شروع به پرشدن می‌کند.

۶۳- گزینه ۳

نکته چند مورد خاص را باید در نام‌گذاری ترکیب‌ها بلد باشید:

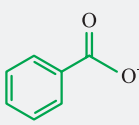
(۱) در نام‌گذاری ترکیب‌های فلزهایی که دارای چند نوع کاتیون پایدار هستند، حتماً باید از اعداد رومی (I، II و III و ...) استفاده شود.

$$\underbrace{Cu}_{+2\ و\ +1}\ -\ \underbrace{V, Fe, Ni, Co, Mn, Cr}_{+3\ و\ +2}\ -\ \underbrace{Sn, Pb}_{+4\ و\ +2}$$

(مس — کروم، منگنز، کبالت، نیکل، آهن و وانادیم — سرب و قلع)

(۲) پیشوندهای یونانی (دی، تری و ...) فقط برای ترکیب‌های مولکولی استفاده می‌شوند و نباید از آن‌ها برای نام‌گذاری ترکیب‌های یونی استفاده کرد.

(۳) چند تا یون خاص وجود دارد که همیشه بچه‌ها رو گیر می‌اندازه! نام این یون‌ها را بلد باشید:

- فورمات (متانوات): $HCOO^-$ یا HCO_2^-
- استات (اتانوات): CH_3COO^- یا $C_2H_3O_2^-$
- هیدروژن کربنات: HCO_3^-
- بَنزُوات: $C_7H_5O_2^-$ یا 

بررسی گزینه‌ها:

(۱) بوکسیت نام سنگ معدن Al_2O_3 است. — Al_2O_3: آلومینیم اکسید / بوکسیت: Al_2O_3 به همراه ناخالصی

(۲) وانادیم دارای دو نوع کاتیون پایدار V^{2+} و V^{3+} است؛ بنابراین نام VO: وانادیم (II) اکسید می‌باشد.

(۳) $KHCO_3$ از یون‌های K^+ و HCO_3^- تشکیل شده است؛ بنابراین نام آن پتاسیم فورمات یا پتاسیم متانوات است.

(۴) $(NH_4)_3PO_4$ یک ترکیب یونی است و نام آن، آمونیوم فسفات می‌باشد.

۶۴- گزینه ۱

گام ۱ معادلهٔ واکنش را برحسب n موازنه می‌کنیم:

$$MF_n + nKOH \rightarrow M(OH)_n + nKF$$

گام ۲ بین MF_n و $M(OH)_n$ تناسب برقرار می‌کنیم و نسبت n به جرم مولی M را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{MF_n}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{M(OH)_n}} \Rightarrow \frac{3/6}{M+19n} = \frac{3/44}{M+17n}$$

طرفین‌وسطین‌کردن این معادله کمی سخت و وقت‌گیر است. به همین دلیل از تکنیک زیر استفاده می‌کنیم.

نکته در بعضی از مسائل برای پیداکردن یک مجهول (x)، به دو کسر می‌رسیم که آن مجهول در هر دو کسر وجود دارد. روش معمول برای پیداکردن مجهول مورد نظر، اینه که طرفین‌وسطین کنیم، ولی *بعضی وقتا به عددهای بزرگی برمی‌خوریم که ممکنه ما رو اذیت کنه!* در این‌گونه مواقع، می‌توان از تکنیک ساده‌تری هم استفاده کرد. در درس ریاضی می‌خوانید که اگر دو کسر با هم برابر باشند، می‌توان صورت‌های دو کسر را با هم و مخرج‌های آن‌ها را با هم جمع یا تفریق کرد و کسری برابر با آن‌ها به دست آورد؛ یعنی *این‌پوری*:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{3/6}{M+19n} = \frac{3/44}{M+17n}$$

صورت‌ها را از هم و مخرج‌ها را از هم کم می‌کنیم. $\rightarrow \frac{3/6-3/44}{(M+19n)-(M+17n)} = \frac{36}{\underbrace{M+19n}_{\text{برابر با یکی از کسرهای اولیه}}}$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{0/16}^{0/08}}{\cancel{n}} = \frac{3/6}{M+19n} \Rightarrow \frac{\cancel{8}^{2}}{10n} = \frac{\cancel{36}^{9}}{M+19n} \Rightarrow 90n = 2M + 38n$$

$$\Rightarrow 52n = 2M \Rightarrow \frac{n}{M} = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$$

۶۵- گزینه ۲

نکته واکنش مواد با اکسیژن می‌تواند از نوع سوختن یا اکسایش باشد. در واکنش سوختن، ماده به سرعت با اکسیژن واکنش می‌دهد، در حالی که واکنش اکسایش، یک واکنش آرام است. در ضمن هر دو نوع واکنش، با آزادشدن گرما همراه هستند.

با توجه به این‌که هر دو واکنش سرعت بالایی دارند و گرما تولید می‌کنند، هر دو از نوع سوختن هستند؛ بنابراین (۱) و (۴) پَر!

(۲) معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش (II) به صورت زیر است:

$$4CH_3NO_2 + 3O_2 \rightarrow 4CO_2 + 6H_2O + 2N_2$$

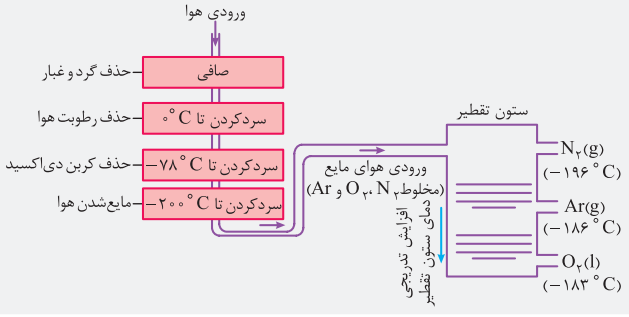
$$1/25\ mol\ H_2O \times \frac{3\ mol\ O_2}{6\ mol\ H_2O} = \frac{1/25}{2} = 0/5 + 0/125 = 0/625\ mol\ O_2$$

(۳) با توجه به این‌که کربن دی‌اکسید، تنها فراورده کربن‌دار واکنش‌ها است، می‌توان گفت که در واکنش (I)، به ازای مصرف ۱ مول C_4H_9OH، ۴ مول CO_2 و در واکنش (II)، به ازای مصرف ۱ مول CH_3NO_2، ۱ مول CO_2 تولید می‌شود.

$$C_4H_9OH \sim 4CO_2 \qquad CH_3NO_2 \sim CO_2$$

۶۶- گزینه ۴

نکته مراحل تهیهٔ گازها از تقطیر جزءبه‌جزء هوای مایع را می‌توان به صورت زیر نشان داد:



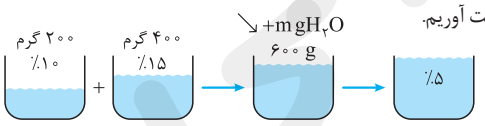
مرحلهٔ اول: با سردکردن هوا تا دمای $-۹۰\,^\circ C$، رطوبت هوا و کربن دی‌اکسید از آن جدا می‌شوند.
مرحلهٔ دوم: با رساندن دمای هوا به $-۲۰۰\,^\circ C$، اجزای اصلی سازندهٔ هوا ($N_۲$، $O_۲$ و Ar) مایع می‌شوند.

بررسی گزینه‌ها: ① مانند برج تقطیر نفت خام، در برج تقطیر جزءبه‌جزء هوای مایع هم از بالا به پایین، افزایش تدریجی دمای ستون تقطیر را داریم، بنابراین در ارتفاع بالاتر برج، جزئی که نقطهٔ جوش کم‌تری دارد یعنی $N_۲$ خارج می‌شود؛ پس می‌توان گفت نیتروژن نسبت به اکسیژن در ارتفاع بالاتری از برج تقطیر جدا می‌شود؛ ② در مرحلهٔ اول، علاوه بر بخار آب، کربن دی‌اکسید نیز از هوا جدا شده است. (در این گزینه منظور طراح از بخارات، بخار آب بوده است!) ③ در هوای مایع با دمای $-۲۰۰\,^\circ C$، هلیم وجود ندارد، زیرا نقطهٔ جوش هلیم ($-۲۶۹\,^\circ C$) پایین‌تر از دمای $-۲۰۰\,^\circ C$ است؛ یعنی در برج تقطیر اصلاً هلیم نداریم! ④ در مرحلهٔ اول، بخار آب در هوا وجود دارد، اما در دمای $۰\,^\circ C$ بخار آب از هوا جدا می‌شود و در مرحلهٔ دوم، *دیگه خبری از بخار آب نیست*؛ پس می‌توان گفت در مرحلهٔ دوم برخلاف مرحلهٔ اول، هوا خشک است.

۶۷- گزینه ۱

شفاف‌سازی چگالی آب به تقریب برابر $۱\ g.mL^{-۱}$ است؛ بنابراین حجم آب برحسب میلی‌لیتر، معادل با جرم آن برحسب گرم است.

روش باید فرمول درصد جرمی برای محلول نهایی را بنویسیم و به کمک آن، جرم و در نتیجه حجم آب اضافه‌شده را به دست آوریم.



$(m+۶۰۰)g$ = جرم کل محلول

جرم نمک در محلول نهایی برابر با مجموع جرم نمک در دو محلول اولیه است:

$$\text{جرم محلول} = \frac{\text{درصد جرمی}}{۱۰۰} \times \text{جرم حل‌شونده}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{جرم نمک در محلول اول} = ۲۰۰ \times \frac{۱۰}{۱۰۰} = ۲۰\,g \\ \text{جرم نمک در محلول دوم} = ۴۰۰ \times \frac{۱۵}{۱۰۰} = ۶۰\,g \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \text{جرم نمک در محلول نهایی} = ۲۰+۶۰ = ۸۰\,g$$

$$\text{درصد جرمی محلول نهایی} = \frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۵ = \frac{۸۰}{m+۶۰۰} \times ۱۰۰ \Rightarrow m+۶۰۰ = ۱۶۰۰$$

$$\Rightarrow m = ۱۰۰۰\,g \xrightarrow{d=۱\,g.mL^{-۱}} \text{حجم آب} = ۱۰۰۰\,mL$$

روش

نکته وقتی چند محلول از یک نوع نمک را با هم مخلوط می‌کنیم، درصد جرمی محلول به‌دست‌آمده از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{(\text{درصد جرمی}_{\text{محلول ۱}} \times \text{جرم محلول ۱}) + (\text{درصد جرمی}_{\text{محلول ۲}} \times \text{جرم محلول ۲}) + \cdots}{\text{جرم نهایی محلول}}$$

در این‌جا با توجه به این‌که به مجموع دو محلول اولیه، آب هم اضافه شده است، جرم نهایی محلول برابر با مجموع جرم دو محلول اولیه و جرم آب اضافه‌شده است:

$$۵ = \frac{(۲۰۰\times۱۰)+(۴۰۰\times۱۵)}{۲۰۰+۴۰۰+m_{H_۲O}} \Rightarrow ۵ = \frac{۲۰۰۰+۶۰۰۰}{۶۰۰+m_{H_۲O}} \Rightarrow m_{H_۲O} = ۱۰۰۰\,g$$

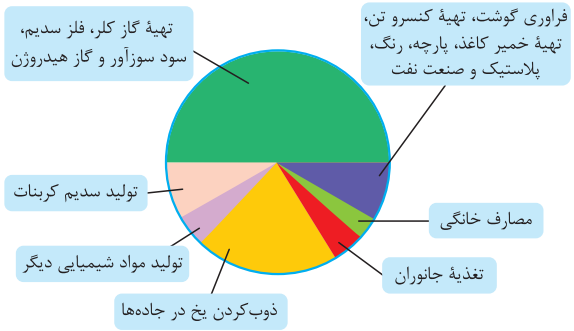
$$\xrightarrow{d=۱\,g.mL^{-۱}} \text{حجم آب} = ۱۰۰۰\,mL$$

۶۸- گزینه ۴

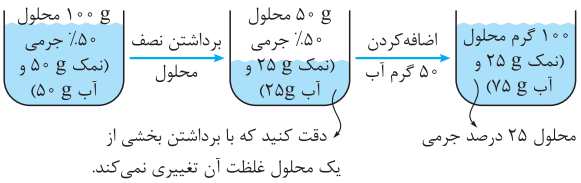
بررسی گزینه‌ها: ① در هر محلول، مول حلال بیشتر از مول حل‌شونده است؛ یعنی ملاک تعیین حلال و حل‌شونده، شمار مول آن‌ها است و نه جرم آن‌ها! ② با اضافه‌کردن چند مادهٔ جامد به یکدیگر، یک مخلوط به دست می‌آید و نه محلول! زیرا در مقیاس میکروسکوپی، ترکیب شیمیایی در همهٔ بخش‌های مخلوط، یکنواخت نیست. *هواستون باشه* که این مخلوط را با آلیاژهای فلزی اشتباه نگیرید.

در تهیهٔ آلیاژها (محلول جامد در جامد)، حداقل یک فلز به نقطهٔ ذوب خود می‌رسد تا اتم‌ها به صورت یکنواخت در ساختار شبکهٔ بلوری فلز پخش شوند.

③ با توجه به نمودار کتاب درسی، حدود نیمی از سدیم کلرید تولیدشده برای تهیهٔ گاز کلر ($Cl_۲$)، فلز سدیم (Na)، سود سوزآور ($NaOH$) و گاز هیدروژن ($H_۲$) به کار می‌رود؛ یعنی نیمی از کاربردهای سدیم کلرید مربوط به تهیهٔ این ۴ ماده است و نه فقط عنصرهای سازندهٔ آن (Na و $Cl_۲$)!



در ضمن فقط برای $Cl_۲$ می‌توان از واژهٔ مولکول استفاده کرد. سدیم که فلز است و در ساختار آن مولکول وجود ندارد. ④ *کاملاً درسته!* با برداشتن نصف جرم یک محلول، انگار نصف جرم حل‌شونده و حلال آن را برداشته‌ایم. حالا اگر دوباره به اندازهٔ نصف جرم برداشته‌شده، به محلول آب اضافه کنیم، محلولی به دست می‌آید که جرم آن با جرم محلول اولیه برابر است، اما در اندازهٔ نصف آن، حل‌شونده دارد؛ بنابراین طی این فرایند، درصد جرمی محلول نصف می‌شود.



محلول ۲۵ درصد جرمی

دقت کنید که با برداشتن بخشی از یک محلول غلظت آن تغییری نمی‌کند.

۶۹- گزینه ۱

عبارت‌های (پ) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: **(الف)** آب‌کره که فقط شامل مولکول‌های آب نیست. آب‌کره علاوه بر مولکول‌های آب، از یون‌ها و مواد دیگری نیز تشکیل شده است. **(ب)** آب غیر قابل شرب، یعنی آبی که برای آشامیدن مناسب نیست. می‌دانیم که حدود ۹۷ درصد آب‌ها در اقیانوس‌ها قرار دارند که شور بوده و به طور مستقیم قابل استفاده نیستند. **(پ)** درسته؛ زیرا فعالیت‌های آتشفشانی سبب می‌شوند گازهای گوناگون و مواد شیمیایی جامد به صورت گرد و غبار وارد هواکره شوند. **(ت)** در کتاب درسی می‌خوانیم که در واکنش‌های زیست‌کره، درشت‌مولکول‌ها نقش اساسی ایفا می‌کنند.

۷۰- گزینه ۳

نکته غلظت مولی یک محلول از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{مول حل‌شونده}}{\text{حجم محلول (L)}}$$

گام شمار مول‌های حل‌شونده (گلوکز) را حساب می‌کنیم:

$$۶/۷۵\,g\,C_۶H_{۱۲}O_۶ \times \frac{۱\,mol\,C_۶H_{۱۲}O_۶}{۱۸۰\,g\,C_۶H_{۱۲}O_۶} = \frac{۶/۷۵}{۱۸۰} = \frac{۶}{۱۸۰} + \frac{۰/۷۵}{۱۸۰}$$

$$= \frac{۱}{۳۰} + \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۳۰} + \frac{۱}{۲۴۰} = \frac{۹}{۲۴۰} = \frac{۳}{۸۰}\,mol \quad C_۶H_{۱۲}O_۶$$

گام حجم محلول برحسب لیتر را حساب می‌کنیم:

$$\text{جرم کل محلول} = \text{جرم حل‌شونده} + \text{جرم آب} = ۶/۷۵ + ۱۴۳/۲۵ = ۱۵۰\,g$$

$$\xrightarrow{\text{چگالی}=۱\,g.mL^{-۱}} \text{حجم محلول} = ۱۵۰\,mL = ۰/۱۵\,L$$

گام از رابطهٔ غلظت مولی استفاده می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{مول حل‌شونده}}{\text{حجم محلول (L)}} = \frac{\frac{۳}{۸۰}}{\frac{۱۵}{۱۰۰}} = \frac{۲۰}{۱۰۰ \times ۸۰} = \frac{۱}{۴} = ۰/۲۵ \text{ mol.L}^{-۱}$$

۷۱- گزینه ۱

درس‌نامه عنصرهای دستهٔ p جدول تناوبی بسیار سؤال‌خیزند و شما باید شناخت خوبی از آن‌ها داشته باشید.

گروه ۱۳: همهٔ عنصرها جامدند و فقط یک عنصر شبه‌فلزی ($_{۵}B$) در بین آن‌ها وجود دارد.

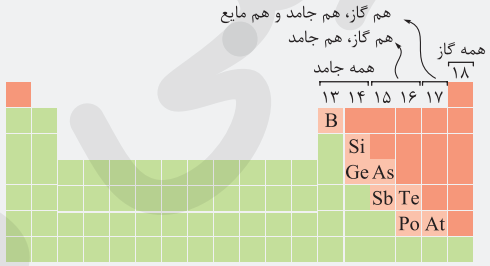
گروه ۱۴: همهٔ عنصرها جامد و دو عنصر شبه‌فلزی ($_{۱۴}Si$ و $_{۳۲}Ge$) در بین آن‌ها وجود دارند.

گروه ۱۵: به‌جز عنصر اول که گازی است ($_{۷}N$)، بقیه به حالت جامدند و دو عنصر شبه‌فلزی ($_{۳۳}As$ و $_{۵۱}Sb$) در بین آن‌ها وجود دارند.

گروه ۱۶: به‌جز عنصر اول که گازی است ($_{۸}O$)، بقیه به حالت جامدند و دو عنصر شبه‌فلزی ($_{۵۲}Te$ و $_{۸۴}Po$) در بین آن‌ها وجود دارند.

گروه ۱۷: دو عنصر اول ($_{۹}F$ و $_{۱۷}Cl$) به حالت گاز، عنصر سوم ($_{۳۵}Br$) به حالت مایع و عنصر چهارم ($_{۵۳}I$) به حالت جامدند. در این گروه فقط یک عنصر شبه‌فلزی ($_{۸۵}At$) وجود دارد.

گروه ۱۸: همه به حالت گازند، اما فعالیت شیمیایی ندارند.



همهٔ عبارت‌های داده‌شده، درست‌اند.

از این‌که عنصر X در گروهی قرار دارد که همه به حالت جامدند، می‌فهمیم که عنصر X متعلق به یکی از گروه‌های ۱۳ یا ۱۴ است و از این‌که در این گروه، بیش از یک شبه‌فلز وجود دارد، متوجه می‌شویم که عنصر X متعلق به گروه ۱۳ نبوده و در گروه ۱۴ قرار دارد، زیرا گروه ۱۴ است که دارای ۲ شبه‌فلز می‌باشد. *ف‌ب!* نخستین فلز گروه ۱۴، فلز قلع می‌باشد: $X \Rightarrow {}_{۵۰}Sn$

بررسی عبارت‌ها:

- عدد اتمی X برابر ۵۰ است.
- قلع می‌تواند همانند $_{۲۲}M$ (تیتانیم)، کاتیون‌های دو بار مثبت و چهار بار مثبت تشکیل دهد.[۱]

$$Sn^{۲+}, Sn^{۴+}, Ti^{۲+}, Ti^{۴+}$$

- در گروه ۱۴، ۲ عنصر شبه‌فلزی (Si و Ge) و ۱ عنصر نافلزی (C) وجود دارد.
- $_{۵۰}Sn$ در گروه ۱۴ و دورهٔ پنجم قرار دارد، اما $_{۳۱}A$ متعلق به گروه ۱۳ و دورهٔ چهارم است. هر دو عنصر، فلز بوده و می‌توانند الکترون از دست بدهند.

مشاوره در جدول تناوبی کتاب‌های درسی نظام قدیم، ۸ عنصر شبه‌فلزی جدول مشخص شده بودند ولی در هیچ‌کدام از کتاب‌های درسی جدید، همهٔ این شبه‌فلزها معرفی یا مشخص نشده‌اند. شما برای پاسخ‌دهی به این سؤال باید می‌دونستید که گروه ۱۳ جدول تناوبی، فقط دارای ۱ شبه‌فلز (B) است و بدون دونستن این مورد نمی‌تونستید به یقین بگید که عنصر X متعلق به گروه ۱۴ جدول است. با توجه به پررنگ‌شدن مبحث شبه‌فلزها در کنکورهای تیر ۱۴۰۳، شما باید جایگاه هر ۸ عنصر شبه‌فلزی جدول تناوبی را به خوبی بشناسید.

۷۲- گزینه ۲

هر مول پیوند دوگانهٔ $C=C$ می‌تواند با ۱ مول برم مایع ($Br_۲$) به طور کامل واکنش داده و سیر شود. ۰/۱ مول از هیدروکربن مورد نظر با ۰/۳ مول برم مایع واکنش داده؛ بنابراین می‌توان گفت که ۱ مول از آن با ۳ مول برم واکنش می‌دهد؛ بنابراین در ساختار این هیدروکربن، ۳ پیوند دوگانه وجود دارد.

نکته هر پیوند دوگانهٔ $C=C$، ۲ اتم هیدروژن از هیدروژن‌های یک ترکیب، نسبت به آلکان هم‌کربن با آن کم می‌کند.

آلکان n‌کربنی: $C_nH_{۲n+۲}$

هیدروکربن n‌کربنی سیرنشده $\xrightarrow{\text{a پیوند دوگانه}}$: $C_nH_{۲n+۲-۲a}$

باید به کمک جرم مولی و تعداد پیوندهای دوگانهٔ هیدروکربن، فرمول مولکولی آن را به دست آوریم: اگر پیوند دوگانه نداشت: $C_xH_{۲x+۲}$

$$\xrightarrow{\text{۱۳ پیوند دوگانه دارد}} C_xH_{۲x+۲-(۲\times۱۳)} = C_xH_{۲x-۲۴}$$

$$\Rightarrow \text{جرم مولی} = ۵۳۶ \Rightarrow ۱۲x + ۲x - ۲۴ = ۵۳۶ \Rightarrow ۱۴x = ۵۶۰ \Rightarrow x = ۴۰$$

$$\Rightarrow \text{فرمول هیدروکربن: } C_{۴۰}H_{۵۶}$$

تیزبازی می‌دانید که در فرمول مولکولی هیدروکربن‌های سیرشدهٔ خطی یا شاخه‌دار یعنی آلکان‌ها (با n اتم کربن)، **حداکثر تعداد اتم‌های هیدروژن** $(۲n+۲)$ را داریم، بنابراین ① و ④ پَرا! (در این هیدروکربن‌های سیرنشده با n اتم کربن، شمار اتم‌های هیدروژن بیشتر از $۲n+۲$ است که غلطه!) بین دو گزینهٔ باقی‌مانده، جرم مولی هیدروکربن ② برابر جرم مولی هیدروکربن مورد نظر $(۵۳۶ \text{ g.mol}^{-۱})$ است؛ پس جواب می‌شه ② و تمام!

② $C_{۴۰}H_{۵۶}$ جرم مولی $= ۴۰(۱۲) + ۵۶ = ۴۸۰ + ۵۶ = ۵۳۶$ ✓

③ $C_{۴۲}H_{۶۰}$ جرم مولی $= ۴۲(۱۲) + ۶۰ = ۵۶۴$ ×

۷۳- گزینه ۳

گام معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم: $TiO_۲ + ۲C + ۲Cl_۲ \rightarrow TiCl_۴ + ۲CO$

گام به کمک جرم کربن، مجموع جرم فراورده‌ها را حساب می‌کنیم.

روش استفاده از کسر تناسب:

نکته در مسائل استوکیومتری واکنش، در مواردی که به جای جرم یک ماده، مجموع یا تفاوت جرم دو ماده خواسته شده یا داده می‌شود، کسر تناسب مربوط به جرم به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \begin{cases} \frac{\text{مجموع جرم دو ماده}}{(\text{جرم مولی مادهٔ ۲} \times \text{ضریب مادهٔ ۲}) + (\text{جرم مولی مادهٔ ۱} \times \text{ضریب مادهٔ ۱})} \\ \frac{\text{تفاوت جرم دو ماده}}{(\text{جرم مولی مادهٔ ۲} \times \text{ضریب مادهٔ ۲}) - (\text{جرم مولی مادهٔ ۱} \times \text{ضریب مادهٔ ۱})} \end{cases}$$

$$\underbrace{\frac{\text{جرم} \times \frac{\text{بازده درصدی}}{۱۰۰}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}}_{C} = \frac{\text{مجموع جرم}}{\underbrace{(\text{جرم مولی B} \times \text{ضریب B}) + (\text{جرم مولی A} \times \text{ضریب A})}_{TiCl_۴ + CO}}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{۴/۸}{۲\times۱۲} \times \frac{۶۰}{۱۰۰}}{۱} = \frac{x}{(۱\times۱۹۰) + (۲\times۲۸)} \Rightarrow x = ۰/۱۲ \times ۲۴۶ = ۲۹/۵۲ \text{ g}$$

(۰/۲ روی ۴/۸، ۲ روی ۱۲، ۱ روی ۱۰۰)

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$\text{جرم } TiCl_۴ : ۴/۸ \text{ g C} \times \frac{۱ \text{ mol C}}{۱۲ \text{ g C}} \times \frac{۱ \text{ mol } TiCl_۴}{۲ \text{ mol C}} \times \frac{۱۹۰ \text{ g } TiCl_۴}{۱ \text{ mol } TiCl_۴} \times \underbrace{\frac{۶۰}{۱۰۰}}_{\text{بازده واکنش}}$$

$$= \frac{۴۸\times۱۹\times۶}{۱۲\times۲\times۱۰} = ۲۲/۸ \text{ g } TiCl_۴$$

(۲ روی ۴۸، ۱ روی ۱۲)

$$\text{جرم } CO : ۴/۸ \text{ g C} \times \frac{۱ \text{ mol C}}{۱۲ \text{ g C}} \times \frac{۲ \text{ mol CO}}{۲ \text{ mol C}} \times \frac{۲۸ \text{ g CO}}{۱ \text{ mol CO}} \times \underbrace{\frac{۶۰}{۱۰۰}}_{\text{بازده واکنش}}$$

$$= \frac{۴۸\times۲\times۲۸\times۶}{۱۲\times۲\times۱۰۰} = ۶/۷۲ \text{ g CO}$$

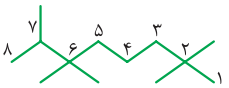
(۲ روی ۴۸، ۱ روی ۱۲)

$$\text{مجموع جرم فراورده‌ها} = ۲۲/۸ + ۶/۷۲ = ۲۹/۵۲ \text{ g}$$

۱- البته $Sn^{۴+}$ و $Ti^{۴+}$ پایدار نیستند و در واقع ۴+ عدد اکسایش این فلزها در برخی ترکیب‌ها می‌باشند.

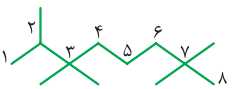
۷۴- گزینه ۲

زنجیر اصلی آلکان داده‌شده را باید از سمت راست شماره‌گذاری کنیم، زیرا از کنار هم قرارگرفتن شماره‌های شاخه‌های فرعی، عدد کوچک‌تری به دست می‌آید.



۲۲۶۶۷ :شماره‌گذاری از سمت راست

درست



۲۳۳۷۷ :شماره‌گذاری از سمت چپ

نادرست

بنابراین نام آلکان داده‌شده، ۲، ۲، ۶، ۶، ۷ ـ پنتامتیل اوکتان است.

تله اگر شماره‌گذاری زنجیر اصلی آلکان داده‌شده را به اشتباه از سمت چپ انجام می‌دادی نام غلط ۲، ۳، ۳، ۷، ۷ ـ پنتامتیل اوکتان رو انتخاب کرده و در ادامه به اشتباه به ① می‌رسیدی.

ترکیب داده‌شده، یک آلکان ۱۳کربنی با فرمول $C_{13}H_{28}$ است:

$$\text{جرم‌مولی } C_{13}H_{28} = (13\times12)+28 = 184\ g.mol^{-1}$$

نکته در نام اترهای معروف، ابتدا نام دو گروه آلکیلی که با اکسیژن پیوند دارند، می‌آید و سپس واژهٔ «اتر» آورده می‌شود.

$C-O-C$ دی‌متیل اتر (C_2H_6O)

$C-C-O-C-C$ دی‌اتیل اتر $(C_4H_{10}O)$

$C-O-C-C$ اتیل متیل اتر (C_3H_8O)

در ضمن فرمول عمومی این‌گونه اترها که به اتم اکسیژن، دو گروه آلکیل متصل است، به صورت $C_nH_{2n+2}O$ است.

اتیل متیل اتر، در مجموع ۳ اتم کربن دارد و فرمول مولکولی آن به صورت C_3H_8O است.

$$\text{جرم‌مولی } C_3H_8O = (3\times12)+8+16 = 60\ g.mol^{-1}$$

$$\frac{\text{جرم‌مولی } C_{13}H_{28}}{\text{جرم‌مولی } C_3H_8O} = \frac{184}{60} \simeq \frac{180}{60} = 3$$

مشاوره خیلی از بچه‌ها در این سؤال، با دیدن نام اتر و بلدنبودن روش نام‌گذاری آن‌ها، این سؤال رو رها کردند. با توجه به فصل ۲ شیمی یازدهم و فصل ۳ شیمی دوازدهم، شما با ساختار، فرمول و نام اترهای ساده مانند دی‌متیل اتر یا اتیل متیل اتر آشنا هستید و می‌توانید ساختار و فرمول مولکولی آن‌ها را بنویسید و جرم مولی آن‌ها را به دست آورید.

۷۵- گزینه ۴

نکته در مورد پیوندهایی که در مولکول‌های دواتمی وجود دارند، مثل «$H-H$» در «H_2»، «$N\equiv N$» در «N_2»، «$O=O$» در «O_2»، «$Cl-Cl$» در «Cl_2»، «$Br-Br$» در «Br_2»، «$H-F$» در HF، «$H-Cl$» در HCl و ... چون فقط همین یک نوع پیوند اشتراکی وجود دارد، نیازی به استفاده از واژهٔ میانگین آنتالپی پیوند نیست.

برای $C\equiv O$ در مولکول دواتمی کربن مونوکسید، نیازی به استفاده از واژهٔ میانگین آنتالپی پیوند نیست.

نکته مهم‌ترین پیوندهایی که برای آن‌ها از واژهٔ «میانگین آنتالپی پیوند» استفاده می‌شود عبارت‌اند از:

«$C\equiv C, C=C, C-C, C=O, C-O, O-H, N-H, C-H$»

۷۶- گزینه ۴

آنتالپی هر واکنش، هم‌ارز با گرمایی است که آن سامانهٔ واکنشی، **در فشار ثابت** با محیط پیرامون دادوستد می‌کند. اگر شمار مول‌های گازی در دو طرف یک واکنش برابر نباشد، فشار در آن شرایط نمی‌تواند ثابت باشد. در واقع گرمای مبادله‌شده در شرایط سؤال، در حجم ثابت می‌باشد که معادل با آنتالپی واکنش نیست.

در مورد ③ دقت کنید که هر سامانه در دما و فشار ثابت، آنتالپی معینی دارد و مهم نیست که *سامانه چه‌جوری به این شرایط رسیده باشه!*

۷۷- گزینه ۲

معادلهٔ واکنش سوختن کامل پروپان را می‌نویسیم و به کمک سرعت مصرف O_2، جرم CO_2 تولیدشده را حساب می‌کنیم:

$$C_3H_8 + 5O_2 \rightarrow 3CO_2 + 4H_2O$$

$$\bar{R}(O_2) = 0/015\ \frac{mol}{L.s}\times\frac{60\ s}{1\ min}\times 5\ L = 4/5\ mol.min^{-1}$$

روش ①

$$0/5\ min\times\frac{4/5\ mol\,O_2}{1\ min}\times\frac{3\ mol\,CO_2}{5\ mol\,O_2}\times\frac{44\ g\,CO_2}{1\ mol\,CO_2} = \frac{1}{\cancel{2}}\times\frac{\cancel{9}}{\cancel{2}}\times\frac{3}{\cancel{5}}\times\frac{\overset{11}{\cancel{44}}}{\cancel{0/5}} = 5/4\times11 = (5\times11)+(0/4\times11) = 55+4/4 = 59/4\ g\,CO_2$$

روش ②

$$\frac{\bar{R}(O_2)}{5} = \frac{\bar{R}(CO_2)}{3} \Rightarrow \bar{R}(CO_2) = \frac{3}{5}\times4/5 = 2/7\ mol.min^{-1}$$

$$\bar{R}(CO_2) = \frac{\Delta n(CO_2)}{\Delta t} \Rightarrow 2/7 = \frac{\Delta n(CO_2)}{0/5} \Rightarrow \Delta n(CO_2) = \frac{2/7}{2}\ mol$$

$$\xrightarrow{\text{جرم‌مولی}\times\text{مول}=\text{جرم}} \Delta m(CO_2) = \frac{2/7}{2}\times44 = 2/7\times22 = 59/4\ g$$

۷۸- گزینه ۳

شفاف‌سازی برای این‌که مسائل هس‌دار! رو سریع جواب بدین، اگه دیدین ماده‌ای *سروکله‌ش* تو چند واکنش پیدا شده بود، بهش کم‌توجهی کنین! و اول از همه *برین* سراغ *اون* ماده‌هایی که در تعداد واکنش‌های کم‌تری هستند. مثلاً در این سؤال اول باید بریم سراغ N_2 که فقط در یک واکنش وجود دارد.

مراحل رسیدن به واکنش اصلی به صورت زیر است:

۱) معادلهٔ اول را برای ایجاد N_2 در سمت راست، بر ۴ تقسیم می‌کنیم:

$$1')\ \frac{1}{2}NH_3(g)+\frac{3}{4}N_2O(g) \rightarrow N_2(g)+\frac{3}{4}H_2O(l)$$

$$\Delta H'_1 = \frac{-1000}{4} = -250\ kJ$$

۲) دیگر مواد موجود در واکنش اصلی، در چند معادله حضور دارند؛ پس بهتر است از حذف ماده‌های اضافی که در واکنش اصلی وجود ندارند، استفاده کنیم. با تقسیم‌کردن معادلهٔ اول بر ۴، $\frac{NH_3}{2}$ در سمت چپ ظاهر شده که باید حذف شود؛ بنابراین معادلهٔ سوم را باید وارونه و در $\frac{1}{8}$ ضرب کنیم:

$$3')\ \frac{1}{4}N_2H_4(l)+\frac{1}{4}H_2O(l) \rightarrow \frac{1}{2}NH_3(g)+\frac{1}{8}O_2(g)$$

$$4x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{8}\ ,\quad \Delta H'_3 = -\frac{1}{8}(-288) = +36\ kJ$$

هم‌چنین برای حذف N_2O، معادلهٔ دوم را باید وارون و در $\frac{3}{4}$ ضرب کنیم:

$$2')\ \frac{3}{4}N_2H_4(l)+\frac{3}{4}H_2O(l) \rightarrow \frac{3}{4}N_2O(g)+\frac{9}{4}H_2(g)$$

$$\Delta H'_2 = -\frac{3}{4}\times(-320) = +240\ kJ$$

با وارونه و ضرب کردن معادلهٔ دوم در $\frac{3}{4}$، $\frac{9}{4}H_2$ در سمت راست معادله ظاهر شده که برای حذف آن باید معادلهٔ چهارم را در $\frac{9}{8}$ ضرب کنیم:

$$4')\ \frac{9}{4}H_2(g)+\frac{9}{8}O_2(g) \rightarrow \frac{9}{4}H_2O(l)$$

$$2x = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \frac{9}{8}\ ,\quad \Delta H'_4 = \frac{9}{8}\times(-560) = -630\ kJ$$

به این ترتیب خواهیم داشت:

$$1')\ \cancel{\frac{1}{2}NH_3(g)}+\cancel{\frac{3}{4}N_2O(g)} \rightarrow N_2(g)+\cancel{\frac{3}{4}H_2O(l)}$$

$$2')\ \frac{3}{4}N_2H_4(l)+\cancel{\frac{3}{4}H_2O(l)} \rightarrow \cancel{\frac{3}{4}N_2O(g)}+\cancel{\frac{9}{4}H_2(g)}$$

$$3')\ \frac{1}{4}N_2H_4(l)+\cancel{\frac{1}{4}H_2O(l)} \rightarrow \cancel{\frac{1}{2}NH_3(g)}+\cancel{\frac{1}{8}O_2(g)}$$

$$4')\ \cancel{\frac{9}{4}H_2(g)}+\underset{\frac{8}{8}=1}{\cancel{\frac{9}{8}O_2(g)}} \rightarrow \underset{\frac{8}{4}=2}{\frac{9}{4}}H_2O(l)$$

$$N_2H_4(l)+O_2(g) \rightarrow N_2(g)+2H_2O(l)$$

$$\Delta H(\text{کلی}) = \Delta H'_1+\Delta H'_2+\Delta H'_3+\Delta H'_4 = -250+240+36-630 = -604\ kJ$$

مشاوره مسائل قانون هس، جزء سؤالات زمان‌بر کنکور هستند، مخصوصاً این سؤال که برای پاسخ‌دهی به اون باید از ضرایب کسری استفاده کنید و باید حسابی حواستون جمع باشه که خطا نداشته باشید! پس دیگه همه‌تون می‌دونید که حل این سؤال رو باید بذارید برای دور دوم و اگر وقت اضافه آوردید.

۷۹- گزینه ۲

گام ۱ ارزش سوختی متانول را x و ارزش سوختی متان را ۲/۵x در نظر می‌گیریم؛ یعنی از سوختن هر گرم متانول، x کیلوژول گرما و از سوختن هر گرم متان، ۲/۵x کیلوژول گرما آزاد می‌شود.

گام ۲ ابتدا گرمای آزادشده از سوختن ۸ گرم متان را حساب می‌کنیم:

$$۸\,g\,CH_۴ \times \frac{۲/۵x\,kJ}{۱\,g\,CH_۴} = ۲۰x\,kJ$$

گام ۳ حالا حساب می‌کنیم که از سوختن چند گرم متانول، ۲۰x kJ گرما آزاد می‌شود:

$$۲۰x\,kJ \times \frac{۱\,g\,CH_۳OH}{۱x\,kJ} = ۲۰\,g\,CH_۳OH$$

تیزبازی با توجه به این‌که ارزش سوختی متانول کم‌تر از متان است ($\frac{۱}{۲/۵}$ برابر)، برای این‌که مقدار گرمای یکسانی با متان تولید کند، باید جرم بیشتری از آن بسوزد (۲/۵ برابر). ۲/۵ برابر ۸ می‌شود ۲۰ گرم! *به همین راحتی می‌شد به جواب رسید.*

$$Q = \text{جرم} \times \text{ارزش سوختی}$$

$$\xrightarrow{Q_۱=Q_۲} \text{جرم متانول} \times \text{ارزش سوختی متانول} = \text{جرم متان} \times \text{ارزش سوختی متان}$$

$$\Rightarrow \text{جرم متانول} = ۸ \times ۲/۵ = ۲۰\,g$$

۸۰- گزینه ۱

فرمول عمومی اسیدهای یک‌عاملی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده به صورت $C_nH_{۲n}O_۲$ است؛ بنابراین فرمول اسید ۷کربنه به صورت $C_۷H_{۱۴}O_۲$ است که در مجموع دارای $۲۳ = ۲ + ۱۴ + ۷$ اتم است. از طرفی الکل ۲کربنه همان اتانول با فرمول $C_۲H_۵OH$ است که در مجموع دارای $۹ = ۱ + ۶ + ۲$ اتم می‌باشد: $۱۴ = ۹ - ۲۳$ = تفاوت شمار اتم‌ها

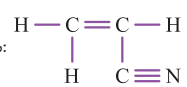
در این‌جا نیازی نبود استر موجود در انگور را بدانیم، زیرا الکل دارای دو کربن فقط می‌تواند اتانول باشد، اما برای *مکمل‌کاری!* بهتر است استرهای موجود در میوه‌های مختلف را بلد باشید!

نکته استرهای موجود در ۴ میوه

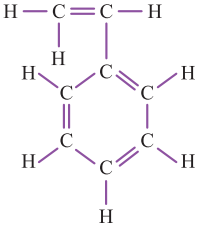
نام میوه	آناناس	موز	سیب	انگور
استر سازنده	اتیل بوتانوات $(C_۶H_{۱۲}O_۲)$	پنتیل اتانوات $(C_۷H_{۱۴}O_۲)$	متیل بوتانوات $(C_۵H_{۱۰}O_۲)$	اتیل هپتانوات $(C_۹H_{۱۸}O_۲)$
الکل سازندهٔ استر	اتانول $(C_۲H_۶O)$	پنتانول $(C_۵H_{۱۲}O)$	متانول $(CH_۴O)$	اتانول $(C_۲H_۶O)$
اسید سازندهٔ استر	بوتانوئیک اسید $(C_۴H_۸O_۲)$	اتانوئیک اسید $(C_۲H_۴O_۲)$	بوتانوئیک اسید $(C_۴H_۸O_۲)$	هپتانوئیک اسید $(C_۷H_{۱۴}O_۲)$

بررسی سایر گزینه‌ها: (۲) در ساختار استیرن و سیانو اتن به ترتیب ۱۲ و ۴ پیوند یگانه وجود دارند.

سیانو اتن:

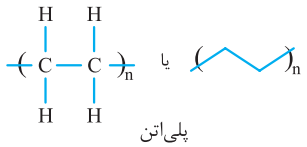
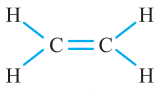
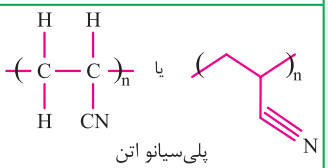
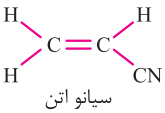
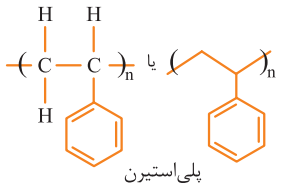
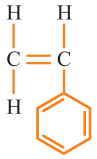
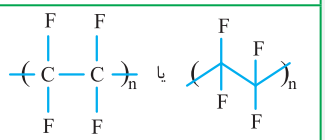
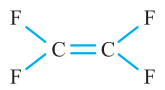
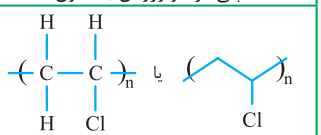
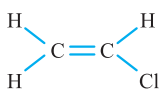


استیرن:



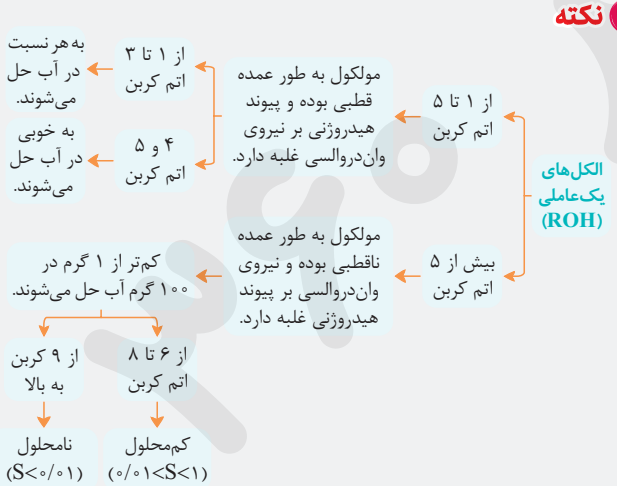
(۳) *کاملاً درسته!* کاربرد و ساختار پلیمرهای مهم را در نکتهٔ زیر ببینید.

نکته کاربرد پلیمرها

پلیمر	کاربرد	مونومر سازنده
 پلی‌اتن	پلی‌اتن سبک: کیسه‌های پلاستیکی پلی‌اتن سنگین: لوله‌های پلاستیکی، دبهٔ آب، بطری شیر	 اتن
 پلی‌سیانو اتن	پتو	 سیانو اتن
 پلی‌استیرن	به عنوان پلاستیک در صنعت بسته‌بندی مواد غذایی مانند ظروف یکبارمصرف	 استیرن
 پلی‌تترافلوئوروواتن یا تفلون	ظروف نچسب، نخ دندن، کف اتو، نوارهای آب‌بندی لوله‌ها	 تترافلوئوروواتن
 پلی‌وینیل کلرید	کیسهٔ خون	 وینیل کلرید (کلرو اتن)

(۴) الکل‌های یک‌عاملی ۶ تا ۸ کربنی، جزء مواد کم‌محلول به حساب می‌آیند.

نکته



۸۱- گزینه ۴

نکته برای تعیین شمار اتم‌های هیدروژن در ترکیب‌های آلی می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\left(\begin{matrix}\text{تعداد اتم‌های هیدروژن}\\ \text{در ترکیبی با n کربن}\end{matrix}\right) = (۲n+۲) - \left(۲ \times \begin{matrix}\text{تعداد پیوندهای}\\ \text{دوگانه یا حلقه‌ها}\end{matrix}\right) - \left(۴ \times \begin{matrix}\text{تعداد پیوندهای}\\ \text{سه‌گانه}\end{matrix}\right)$$

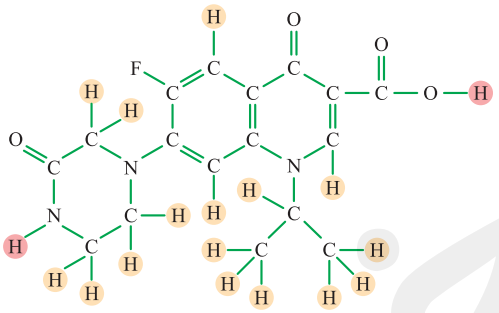
$$- (\text{۱} \times \text{تعداد اتم‌های هالوژن}) + (\text{۱} \times \text{تعداد اتم‌های نیتروژن})$$

همهٔ عبارت‌های داده‌شده نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

◇ در ترکیب داده‌شده، هر اتم نیتروژن، ۱، هر اتم اکسیژن، ۲ و اتم فلوئور، ۳ جفت‌الکترون ناپیوندی دارد: $\underbrace{(۱\times۳)}_{F}+\underbrace{(۲\times۴)}_{O}+\underbrace{(۳\times۱)}_{N}=۱۴$ = شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی

این ترکیب دارای ۱۶ پیوند C — H است.



دقت کنید که این ترکیب در مجموع دارای ۱۸ اتم هیدروژن است که ۲تای آن به اتم اکسیژن و نیتروژن متصل‌اند.

شمار اتم‌های کربن = ۱۷

$$\Rightarrow \text{شمار اتم‌های هیدروژن} = \underbrace{(۲\times۱۷)+۲}_{۲n+۲} - ۲(\underbrace{۳}_{\text{حلقه}}+\underbrace{۷}_{\text{پیوند دوگانه}}) - \underbrace{۱}_{\text{هالوژن}} + \underbrace{۳}_{\text{نیتروژن}} = ۱۸$$

$\Rightarrow$ فرمول ترکیب: $C_{۱۷}H_{۱۸}N_۳O_۴F$

◇ در هر مول ترکیب، ۱۷ مول کربن و ۱۸ مول هیدروژن وجود دارند؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم هیدروژن}} = \frac{\text{جرم مولی کربن} \times \text{مول کربن}}{\text{جرم مولی هیدروژن} \times \text{مول هیدروژن}} = \frac{۱۷\times\cancel{۱۲}^{۲}}{\cancel{۱۸}^{۳}\times۱} = \frac{۳۴}{۳} \neq ۱۲$$

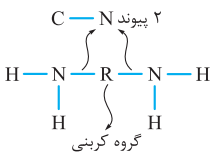
الف) شرط واکنش یک مولکول در تشکیل پلی‌آمید: دی‌آمین ($H_۲N-\square-NH_۲$) یا دی‌اسید ($COOH-\square-COOH$) باشد یا هر دو گروه عاملی اسیدی و آمینی را داشته باشد.

ب) شرط واکنش یک مولکول در تشکیل پلی‌استر: دی‌اسید ($HOOC-\square-COOH$) یا دی‌الکل ($HO-\square-OH$) باشد یا هر دو گروه عاملی اسیدی و الکلی را داشته باشد. مولکول مورد نظر، هیچ‌کدام از این شرایط را ندارد.

◇ اتم‌های O، F و N، اکسنده‌تر از اتم کربن هستند. در مولکول داده‌شده، در مجموع ۱۱ اتم کربن به این اتم‌ها متصل‌اند. نفتالن یک هیدروکربن دارای ۸ اتم هیدروژن ($C_{۱۰}H_۸$) است و در ساختار آن، ۸ پیوند C — H وجود دارد.

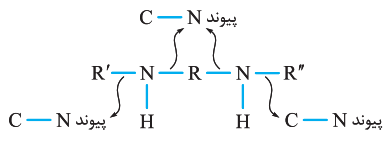
نکته در همهٔ هیدروکربن‌ها شمار پیوندهای C — H با شمار اتم‌های هیدروژن برابر است، اما برای سایر ترکیبات آلی این نکته لزوماً برقرار نیست، زیرا ممکن است بعضی از اتم‌های هیدروژن به اتم‌های O یا N متصل باشند.

◇ از ۱۷ کربن مولکول داده‌شده ۸ اتم کربن به هیچ هیدروژنی متصل نیستند؛ بنابراین ۹ اتم کربن دیگر دست کم (حداقل) به یک اتم هیدروژن دیگر متصل‌اند. ۹، چهار برابر هیچ عدد صحیحی نیست، اما بیایید شمار پیوندهای C — N در یک دی‌آمین را هم حساب کنیم:



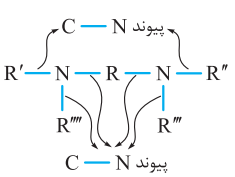
(۱)

یا



(۲)

دی‌آمین:



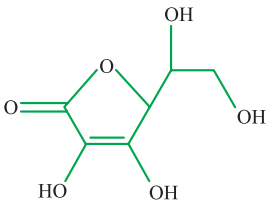
(۳)

یا

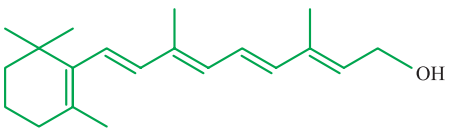
یک دی‌آمین می‌تواند بین ۲ تا ۶ پیوند C — N داشته باشد. البته کتاب درسی فقط دی‌آمین‌هایی را بررسی کرده است که در واکنش تشکیل پلی‌آمید بتوانند مشارکت کنند؛ یعنی دی‌آمین‌هایی که در هر گروه آمینی حداقل یک پیوند N — H داشته باشند (یعنی دو ساختار (۱) و (۲)).

۸۲- گزینه ۱

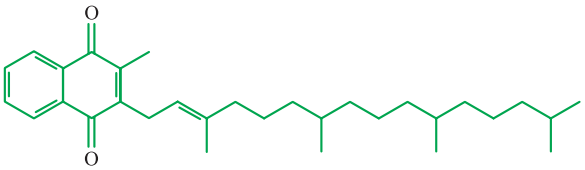
در ساختار هر سه ویتامین A، C و D، گروه عاملی هیدروکسیل (OH) وجود دارد.



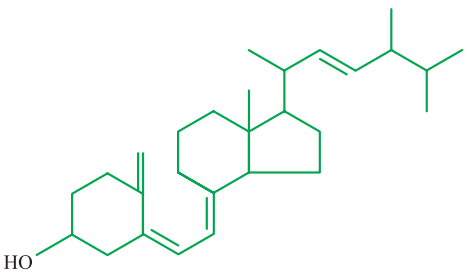
ویتامین C (ث)



ویتامین A (آ)



ویتامین K (کا)



ویتامین D (دی)

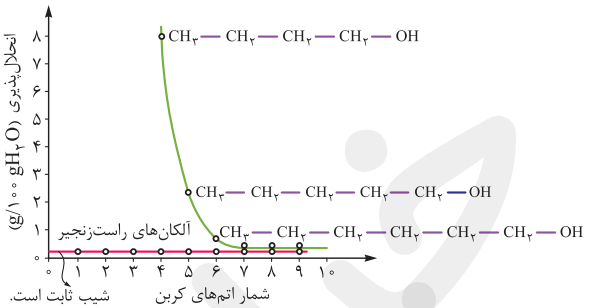
نکته خلاصهٔ نکات ویتامین‌ها در جدول زیر آمده است:

نام ویتامین	محلول در آب یا چربی	فرمول مولکولی	تعداد پیوندهای اشتراکی	گروه (های) عاملی	آروماتیک یا غیرآروماتیک
آ (A)	چربی	$C_{۲۰}H_{۳۰}O$	۵۶	۱ گروه هیدروکسیل (— OH)	غیرآروماتیک
ث (C)	آب	$C_۶H_۸O_۶$	۲۲	۴ گروه هیدروکسیل (— OH) و ۱ گروه استری (—C(=O)—O—)	غیرآروماتیک
دی (D)	چربی	$C_{۲۸}H_{۴۴}O$	۷۹	۱ گروه هیدروکسیل (— OH)	غیرآروماتیک
کا (K)	چربی	$C_{۳۱}H_{۴۶}O_۲$	۸۷	۲ گروه کتونی (—C(=O)—)	آروماتیک

بررسی سایر گزینه‌ها: ۲) فقط در ساختار کربوکسیلیک اسیدهای یک‌عاملی (RCOOH) دو اتم اکسیژن وجود دارد. در ساختار اسیدهای دوعاملی (HOOC — R — COOH)، ۴ اتم اکسیژن وجود دارد. ۳) در ساختار نخستین عضو خانوادهٔ کربوکسیلیک اسیدهای یک‌عاملی، زنجیرهٔ کربنی وجود ندارد: فرمول عمومی کربوکسیلیک اسیدهای یک‌عاملی $R\,COOH$ (R یا زنجیرهٔ کربنی)

$\Rightarrow$ زنجیرهٔ کربنی ندارد. $HCOOH$: ساده‌ترین عضو

۴) آلکان‌ها در آب نامحلول‌اند و با افزایش شمار اتم‌های کربن آن‌ها، شیب نمودار تغییر انحلال‌پذیری آن‌ها تغییر چندانی نمی‌کند.



۸۳- گزینه ۲

ساختار تنها پاک‌کنندهٔ غیرصابونی که در کتاب درسی بررسی شده است، به صورت زیر است:

$R-C_6H_4-SO_3Na$ یا $RC_6H_4SO_3Na$

اگر گروه R، زنجیر هیدروکربنی سیرشده، یعنی گروه آلکیل (C_nH_{2n+1}) باشد، خواهیم داشت: $C_nH_{2n+1}C_6H_4SO_3Na$

تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن و کربن $= (2n+1+4)-(n+6) = n-1$

$\Rightarrow n-1=11 \Rightarrow n=12$

فرمول پاک‌کننده: $C_{12}H_{25}C_6H_4SO_3Na = C_{18}H_{29}SO_3Na$

$\Rightarrow$ جرم مولی $= (18\times12)+29+32+(3\times16)+23 = 348\ g.mol^{-1}$

۸۴- گزینه ۳

طبق مدل آرنیوس، HCl اسید محسوب می‌شود، زیرا با حل‌شدن در آب، غلظت یون هیدرونیوم را افزایش می‌دهد و NH_3 باز محسوب می‌شود، زیرا با حل‌شدن در آب، غلظت یون هیدروکسید را افزایش می‌دهد؛ بنابراین با توجه به این‌که HCl، اسید و NH_3 باز است، می‌توان پیش‌بینی کرد که غلظت یون هیدرونیوم در محلول HCl بیشتر است.

تله به کمک مدل آرنیوس می‌توان اسید و باز را تشخیص داد، اما نمی‌توان در مورد میزان اسیدی یا بازی بودن دو محلول اظهار نظر کرد؛ یعنی اگر در این‌جا دو اسید (مثلاً HCl و HF) یا دو باز (مثلاً NH_3 و Na_2O) داده شده بود، نمی‌توانستیم به کمک مدل آرنیوس، غلظت یون هیدرونیوم یا هیدروکسید در محلول آن‌ها را با هم مقایسه کنیم.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) رسانایی الکتریکی یک محلول، به مجموع غلظت مولی یون‌های موجود در آن بستگی دارد. ممکن است انحلال یک ترکیب در آب به صورت یونی باشد، اما غلظت یون‌های موجود در محلول آن کم باشد. مثلاً $AgCl$ به صورت یونی در آب حل می‌شود، اما انحلال‌پذیری آن در آب، بسیار ناچیز بوده و غلظت یون‌های موجود در محلول آن کم است یا مثلاً محلولی با غلظت بسیار پایین از HCl نمی‌تواند رسانای قوی جریان برق باشد.

۲) محلول اسیدهای ضعیف در آب، یک سامانهٔ تعادلی است و غلظت گونه‌های موجود در محلول آن‌ها ثابت است و تغییری نمی‌کند. ۴) ممکن است در ساختار یک اسید آرنیوس اصلاً اتم هیدروژنی وجود نداشته باشد، مثلاً SO_3 که هیدروژنی ندارد، اسید آرنیوس محسوب می‌شود، در حالی که NH_3 که ۳ اتم هیدروژن دارد، یک باز آرنیوس است.

۸۵- گزینه ۴

با افزایش شمار اتم‌های کربن در کربوکسیلیک اسیدها، ثابت یونش و قدرت اسیدی آن‌ها کاهش می‌یابد:

$K_a: HCOOH > CH_3COOH > CH_3CH_2COOH > CH_3CH_2CH_2COOH$

متانوئیک‌اسید — اتانوئیک‌اسید — پروپانوئیک‌اسید — بوتانوئیک‌اسید

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) دستگاه گوارش انسان بخش‌های مختلفی مانند دهان، معده، مری، رودهٔ کوچک و بزرگ دارد. همهٔ این بخش‌ها که اسیدی نیستند؛ مثلاً رودهٔ کوچک $(pH = 8/5)$ خاصیت بازی دارد، در حالی که بزاق دهان $(pH = 5/2 - 7/1)$ و اسید معده $(pH \simeq 1/5)$ خاصیت اسیدی دارند. ۲) ثابت یونش علاوه بر اسیدهای ضعیف، برای بازهای ضعیف نیز تعریف می‌شود. ۳) باران معمولی دارای اسید H_2CO_3 و باران اسیدی دارای اسیدهای HNO_3 و H_2SO_4 است؛ یعنی با توجه به نوع اسیدها، می‌توان باران اسیدی و باران معمولی را مشخص کرد و این موضوع ربطی به غلظت آن‌ها ندارد.

۸۶- گزینه ۴

درس‌نامه مسائل pH محلول اسیدهای ضعیف

اسیدهای ضعیف در آب به طور جزئی یونش می‌یابند؛ پس در محلول اسیدهای ضعیف، $[H^+]$ با غلظت اولیهٔ اسید برابر نیست. در مسائل اسیدهای ضعیف، با درجهٔ یونش (α) و یا ثابت یونش (K_a) *سروکار داریم*. برای به دست آوردن $[H^+]$ در این محلول‌ها به صورت زیر عمل می‌کنیم:

۱) اگر α را داشته باشیم: در صورتی که غلظت اولیهٔ اسید ضعیف، M باشد، آن اسید به اندازهٔ $M\alpha$ یونیده می‌شود؛ پس $[H^+]$ در محلول برابر با $M\alpha$ خواهد بود:

$[H^+] = M\alpha$:در محلول اسیدهای ضعیف تک‌پروتون‌دار

۲) اگر K_a را داشته باشیم: در این حالت بهتر است معادلهٔ یونش اسید را نوشته و از رابطهٔ K_a استفاده کنیم:

	HA	$\rightleftharpoons$	H^+	+	A^-
غلظت اولیه:	M		0		0
تغییر غلظت:	$-x$		$+x$		$+x$
غلظت نهایی:	$M-x$		x		x

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} = \frac{x^2}{M-x} = \frac{[H^+]^2}{M-[H^+]}$$

با توجه به داده‌های سؤال می‌توان از رابطه‌های $[H^+] = \sqrt{K_a.M(1-\alpha)}$ و $K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha}$ نیز استفاده کرد.

گام به کمک pH، غلظت H^+ در محلول را حساب می‌کنیم:

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-1/7} = 10^{-2}\times10^{0/3} = 2\times10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

گام به کمک غلظت H^+ و درجهٔ یونش، غلظت مولی محلول را به دست می‌آوریم:

$$[H^+] = M\alpha \Rightarrow M = \frac{2\times10^{-2}}{0/1} = 2\times10^{-1} = 0/2\ mol.L^{-1}$$

گام به کمک غلظت مولی و حجم محلول، جرم اسید را حساب می‌کنیم:

روش

$$?\,g\,HA = \frac{800}{1000}\,L_{محلول}\times\frac{0/2\,mol\,HA}{1\,L_{محلول}}\times\frac{47\,g\,HA}{1\,mol\,HA} = 7/52\,g\,HA$$

روش

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{مول}}{\text{حجم (L)}} = \frac{\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}}}{\text{حجم (L)}} \Rightarrow 0/2 = \frac{\frac{x}{47}}{0/8}$$

$$\Rightarrow x = 0/16\times47 = 7/52\,g\,HA$$

۸۷- گزینه ۱

نکته SHE شامل یک الکترود پلاتینی است، اما نیم‌واکنش SHE مربوط به گاز هیدروژن و یون H^+ است؛ پس فلز نباید در این واکنش حضور فعالی داشته باشد؛ یعنی این واکنش باید در سطح یک فلز که رسانای الکترونی است، انجام بگیرد، ولی خود فلز در نیم‌واکنش اکسایش یا کاهش نقشی نداشته باشد. به همین دلیل از فلز پلاتین که رسانا است، ولی از لحاظ شیمیایی واکنش نمی‌دهد، استفاده می‌شود؛ پس *یادتون باشه* که وقتی SHE آند یا کاتد باشد، جرم تیغهٔ پلاتینی آن تغییری نمی‌کند، زیرا در واکنش شرکت نمی‌کند.

عبارت‌های (الف) و (ت) درست‌اند.

E° الکترود روی، منفی است (در سری الکتروشیمیایی، پایین‌تر از SHE قرار دارد)؛ بنابراین در سلول مورد نظر، روی، آند و SHE، نقش کاتد را دارد و معادلهٔ کلی سلول به صورت مقابل است: $Zn(s)+2H^+(aq)\rightarrow Zn^{2+}(aq)+H_2(g)$

الف) اگر ۲ مول H^+ مصرف شود فقط ۱ مول Zn^{2+} تولید می‌شود؛ بنابراین می‌توان گفت که با گذشت زمان، مجموع غلظت مولی یون‌ها کاهش می‌یابد.

ب) با توجه به این‌که کاتد این سلول، SHE است، جرم تیغهٔ پلاتینی آن تغییری نمی‌کند.

پ) با مصرف H^+ در نیم‌سلول کاتدی، pH محلول پیرامون کاتد افزایش می‌یابد، نه کاهش! در ضمن برای این‌که بدانیم pH محلول، چند واحد تغییر می‌کند، باید حساب کنیم که غلظت H^+ به چند مولار می‌رسد. ما از روی کاهش جرم آند می‌توانیم تعداد مول H^+ مصرفی را حساب کنیم، اما حجم الکترولیت‌ها را نداریم تا به میزان تغییر غلظت H^+ و در نتیجه به میزان تغییر pH برسیم.

ت) اگر غلظت Zn^{2+}، ۰/۱ مولار افزایش یابد، با فرض برابربودن حجم الکترولیت دو نیم‌سلول و با توجه به معادلهٔ واکنش، غلظت H^+، ۰/۲ = ۰/۱×۲ مولار کاهش می‌یابد.

$$\underbrace{[H^+]_1=1\,mol.L^{-1}}_{\text{چون سلول استاندارد است}}\Rightarrow pH_1=-\log[H^+]_1=-\log 1=0$$

$$[H^+]_2=[H^+]_1-[H^+]_{\text{مصرف‌شده}}=1-0/2=0/8\,mol.L^{-1}$$

$$pH_2=-\log[H^+]_2=-\log 0/8=-\log(8\times10^{-1})=1-\log 8=1-3\log 2$$
$$=1-3(0/3)=0/1$$

pH محلول پیرامون کاتد از صفر به ۰/۱ می‌رسد و کم‌تر از ۱ واحد تغییر می‌کند.

مشاوره مانند بسیاری از سؤالات موردی (الف)، (ب) و ...، در این سؤال هم با مشخص‌شدن درستی عبارت (الف) و نادرستی عبارت (ب)، دیگر نیازی به بررسی عبارت‌های چالشی‌تر (پ) و (ت) نیست و به راحتی می‌تونی گزینهٔ صحیح (۱) رو انتخاب کنی.

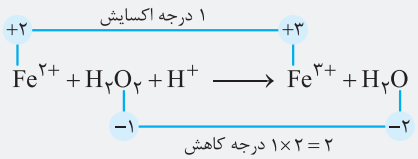
۸۸- گزینه ۲

درس‌نامه موازنه به روش تغییر عدد اکسایش

به طور کلی برای موازنهٔ واکنش‌های اکسایش ـ کاهش، ابتدا تغییر عدد اکسایش اتم‌ها را حساب می‌کنیم. سپس مقدار تغییر عدد اکسایش گونهٔ کاهنده را ضریب گونهٔ اکسنده و مقدار تغییر عدد اکسایش گونهٔ اکسنده را ضریب کاهنده قرار می‌دهیم و در آخر با توجه به ضرایبی که معلوم هستند، ضرایب بقیهٔ گونه‌ها را تعیین می‌کنیم. *هواستون باشه* که اگر عنصری که عدد اکسایش آن تغییر کرده است، دارای زیروند باشد، باید تغییر عدد اکسایش آن را در زیروندش ضرب کنیم و سپس جابه‌جایی تغییر عدد اکسایش‌ها را انجام بدهیم.

مثال: در این واکنش، عدد اکسایش آهن و اکسیژن تغییر کرده است:

$$Fe^{2+}+H_2O_2+H^+\rightarrow Fe^{3+}+H_2O$$



چون در سمت چپ معادله، ۲ اتم اکسیژن در H_2O_2 داشتیم، تغییر عدد اکسایش آن را در ۲ ضرب کردیم. حالا ۲ (تغییر عدد اکسایش O) را ضریب Fe^{2+} و ۱ (تغییر عدد اکسایش Fe) را ضریب H_2O_2 قرار می‌دهیم:

$$\frac{2}{}Fe^{2+}+\frac{1}{}H_2O_2+\_\_H^+\rightarrow\_\_Fe^{3+}+\_\_H_2O$$

به منظور برابرشدن تعداد اتم‌های Fe و O در دو سمت معادله، ضریب Fe^{3+} و H_2O را برابر با ۲ قرار می‌دهیم:

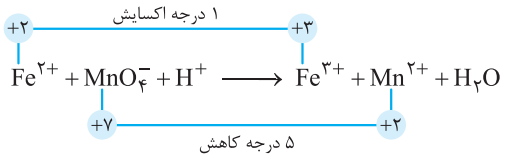
$$\frac{2}{}Fe^{2+}+\frac{1}{}H_2O_2+\_\_H^+\rightarrow\frac{2}{}Fe^{3+}+\frac{2}{}H_2O$$

در آخر به منظور موازنه‌شدن اتم‌های H و موازنهٔ بار، ضریب H^+ را هم برابر با ۲ قرار می‌دهیم:

$$2Fe^{2+}+H_2O_2+2H^+\rightarrow 2Fe^{3+}+2H_2O$$

ابتدا تغییر عدد اکسایش گونه‌ها را مشخص می‌کنیم:

$$MnO_4^-:Mn+4(-2)=-1\Rightarrow Mn=+7$$



در مرحلهٔ اول، تغییر عدد اکسایش آهن (۱ واحد) را ضریب MnO_4^- و تغییر عدد اکسایش منگنز (۵ واحد) را ضریب Fe^{2+} قرار می‌دهیم:

$$\frac{5}{}Fe^{2+}+\frac{1}{}MnO_4^-+\_\_H^+\rightarrow\_\_Fe^{3+}+\_\_Mn^{2+}+\_\_H_2O$$

با توجه به موازنهٔ Mn، Fe و O، ضرایب Fe^{3+}، Mn^{2+} و H_2O به ترتیب باید برابر ۵، ۱ و ۴ باشند. در آخر با توجه به موازنهٔ H، ضریب H^+ باید برابر ۸ باشد.

$$5Fe^{2+}+MnO_4^-+8H^+\rightarrow 5Fe^{3+}+Mn^{2+}+4H_2O$$

$$\frac{\text{مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها}}{\text{مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها}}=\frac{5+1+8}{5+1+4}=\frac{14}{10}=1/4$$

۸۹- گزینه ۳

گام شمار مول الکترون‌های مبادله‌شده در فرایند آبکاری را حساب می‌کنیم:

$$500\,\text{قاشق}\times\frac{1/204\times10^{22}\,e^-}{1\,\text{قاشق}}\times\frac{1\,mole^-}{6/02\times10^{23}\,e^-}=10\,mole^-$$

گام حساب می‌کنیم به ازای مبادلهٔ ۱۰ مول الکترون، چند گرم گاز هیدروژن در سلول سوختی مصرف می‌شود:

$$H_2\rightarrow 2H^++2e^-$$

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}\times\frac{\text{بازده درصدی}}{100}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{H_2}}=\frac{\underbrace{\text{مول}}_{e^-}}{\text{ضریب}}\Rightarrow\frac{x\times\frac{80}{100}}{1\times2}=\frac{10}{2}\Rightarrow x=\frac{100}{8}=12/5\,g\,H_2$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

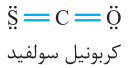
$$10\,mole^-_{\text{عملی}}\times\frac{100\,mole^-_{\text{نظری}}}{80\,mole^-_{\text{عملی}}}\times\frac{1\,mol\,H_2}{2\,mole^-}\times\frac{2\,g\,H_2}{1\,mol\,H_2}=12/5\,g\,H_2$$

۹۰- گزینه ۳

بررسی گزینه‌ها: ۱) مولکول اتین (C_2H_2)، ۵ پیوند اشتراکی و مولکول کربونیل سولفید (SCO)، ۴ پیوند اشتراکی دارد.



اتین



کربونیل سولفید

۲) هر دو مولکول کربن مونوکسید (CO) و کربونیل سولفید (SCO)، قطبی‌اند و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

نکته همهٔ مولکول‌های دواتمی ناجورهسته (AB) قطبی‌اند و هم‌چنین در یک مولکول چنداتمی اگر به اتم مرکزی، اتم‌های متفاوتی متصل باشند (مانند SCO) یا اتم مرکزی، دارای جفت‌الکترون ناپیوندی باشد (مانند SO_2)، آن مولکول، قطبی به حساب می‌آید.

۳)

نکته در یک پیوند اشتراکی، هر اتمی که خاصیت نافلزی بیشتری دارد، الکترون‌های پیوندی را بیشتر به سمت خودش می‌کشد و دارای بار جزئی منفی ($\delta-$) و اتم دیگر دارای بار جزئی مثبت ($\delta+$) است.

در یک دورهٔ جدول دوره‌ای از چپ به راست خاصیت نافلزی افزایش می‌یابد؛ مثلاً خاصیت نافلزی کلر (Cl) از فسفر (P) بیشتر است. در یک گروه از بالا به پایین خاصیت نافلزی کاهش می‌یابد؛ مثلاً خاصیت نافلزی گوگرد (S) از اکسیژن (O) کم‌تر است. مقایسهٔ خاصیت نافلزی چند عنصر مهم به صورت زیر است:

خاصیت نافلزی: $F>O>N>Cl>Br>I>S\simeq C>H\simeq P$

در مولکول گوگرد دی‌کلرید (SCl_2)، گوگرد و در مولکول کربونیل سولفید (SCO)، کربن، اتم مرکزی است. گوگرد و کربن، خصلت نافلزی کم‌تری نسبت به کلر و اکسیژن دارند؛ بنابراین S و C در این دو مولکول، دارای بار جزئی مثبت هستند.

۴) سیلیس (SiO_2) یک جامد کووالانسی است و به‌کاربردن واژهٔ مولکول برای آن *از اساس غلط!*

۹۱- گزینه ۴

نکته محلول ترکیب‌های **برخی** فلزهای واسطه از جمله وانادیم ($_{23}V$) به رنگ‌های گوناگون دیده می‌شود. وانادیم دارای عدد اکسایش صفر، در حالت آزاد و عنصری و دارای عددهای اکسایش ۲ (II)، ۳ (III)، ۴ (IV) و ۵ (V) در حالت ترکیب با دیگر عنصرها است.

رنگ **نمک‌های مختلف وانادیم** در این عددهای اکسایش، *این‌چوری‌ست:*

محلول	رنگ
نمک وانادیم (V)	زرد
نمک وانادیم (IV)	آبی
نمک وانادیم (III)	سبز
نمک وانادیم (II)	بنفش

با توجه به این‌که محلول نهایی، بنفش‌رنگ است، نتیجه می‌گیریم که در محلول نهایی، وانادیم (II) وجود دارد و در معادلهٔ داده‌شده، n برابر ۲ است؛ پس معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به صورت روبه‌رو است:

$$2VCl_5 + 3Zn \rightarrow 3ZnCl_2 + 2VCl_2$$

حالا از جرم فلز روی به مول VCl_5 می‌رسیم:

$$3/9\ g\ Zn \times \frac{1\ mol\ Zn}{65\ g\ Zn} \times \frac{2\ mol\ VCl_5}{3\ mol\ Zn} = \frac{39 \times 2}{10 \times 65 \times 3} = 0/04\ mol\ VCl_5$$

۹۲- گزینه ۱

شفاف‌سازی با توجه به شکل‌ها، با اضافه‌کردن جامد بی‌اثر، حجم در دسترس گازها، کاهش و در نتیجه فشار آن‌ها افزایش یافته است.

عبارت‌های (ب) و (پ) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: **(الف)** ثابت تعادل (K) فقط به دما بستگی دارد و با تغییر عوامل دیگر مانند حجم (فشار) و غلظت مواد، تغییری نمی‌کند. **(ب)** و **(پ)** با توجه به شکل‌ها، معلومه که با اضافه‌کردن جامد بی‌اثر، حجم در دسترس گازها کاهش و در نتیجه فشار افزایش یافته است. با افزایش فشار، تعادل به سمت تعداد مول‌های گازی کم‌تر (در این‌جا یعنی در جهت رفت) جابه‌جا می‌شود. با جابه‌جایی تعادل در جهت رفت، غلظت گاز NO_2 افزایش می‌یابد. در ضمن چون ضرایب NO_2 و NO در معادلهٔ واکنش یکسان است، مقدار تغییر مول آن‌ها با هم برابر است.

	$2NO$	$+\ O_2$	$\rightleftharpoons\ 2NO_2$
مول اولیه:	a	a	a
تغییر مول:	$-2x$	$-x$	$+2x$

(ت) شمار مول‌های گازی در سمت راست معادلهٔ واکنش کم‌تر است؛ بنابراین با جابه‌جایی تعادل در جهت رفت، شمار کل مول‌های گازی درون ظرف کاهش می‌یابد.

$$\underbrace{2NO + O_2}_{\text{۳ مول گاز}} \rightleftharpoons \underbrace{2NO_2}_{\text{۲ مول گاز}}$$

۹۳- گزینه ۳

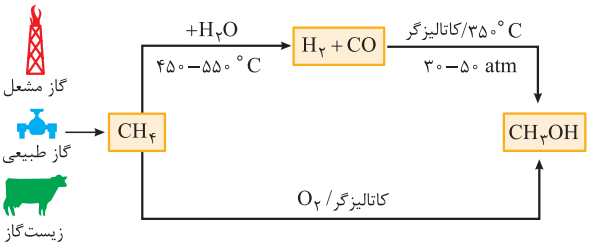
عبارت‌های (ب) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: **(الف)** الکل چوب همان متانول و الکل ضدعفونی‌کننده، همان اتانول است. متانول و اتانول، هر دو مایعی بی‌رنگ هستند و با ویژگی‌های ظاهری، نمی‌توان آن‌ها را از هم تشخیص داد. **(ب)** ترفتالیک اسید ($HOOC-C_6H_4-COOH$) یک اسید دوعاملی (دی‌اسید) است. یکی از مونومرهای سازندهٔ پلی‌استرها و پلی‌آمیدها، دی‌اسیدها هستند.

دی‌الکل و دی‌اسید :واحدهای سازندهٔ پلی‌استر

دی‌آمین و دی‌اسید :واحدهای سازندهٔ پلی‌آمید

(پ) در واکنش تشکیل ترفتالیک اسید از پارازایلن، یون پرمنگنات نقش اکسنده و واکنش‌دهنده را دارد و نه کاتالیزگر! **(ت)** مادهٔ اولیه فرایند بازیافت شیمیایی پلیمرهای سنتزی مانند PET، متانول است که یکی از مواد اولیه برای تهیهٔ آن متان است که می‌توان آن را از زیست‌گاز به دست آورد.



مشاوره خیلی راحت در این سؤال موردی (الف)، (ب) و ... مثل اکثر این تیپ سؤال‌ها، می‌تونی با بررسی یکی دو عبارت ساده‌تر به پاسخ برسی. در این سؤال با مشخص‌شدن نادرستی عبارت‌های سادهٔ (الف) و (پ)، به گزینهٔ صحیح ۳) می‌رسی و نیازی به بررسی دو عبارت دیگر نداری.

۹۴- گزینه ۱

در ابتدا $0/1 \times 5 = 0/5$ مول H_2O در ظرف سمت چپ و $0/1 \times 5 = 0/5$ مول CO در ظرف سمت راست وجود دارد. با بازشدن شیر، واکنش انجام شده و در جهت رفت پیشرفت می‌کند. دقت کنید که با بازشدن شیر، حجم کل گازها برابر ۲ لیتر می‌شود، اما چون تعداد مول‌های گازی در دو سمت معادلهٔ واکنش با هم برابر است، می‌توان حجم را در محاسبات ثابت تعادل وارد نکرد:

	CO	$+\ H_2O$	$\rightleftharpoons\ CO_2$	$+\ H_2$
مول اولیه:	0/5	0/5	0	0
مول نهایی:	$0/5-x$	$0/5-x$	x	x

$$K = \frac{[CO_2][H_2]}{[CO][H_2O]} = \frac{x^2}{(0/5-x)^2} = 16 \xrightarrow{\text{از دو طرف جذر می‌گیریم}} \frac{x}{0/5-x} = 4$$

$$\Rightarrow x = 2 - 4x \Rightarrow 5x = 2 \Rightarrow x = 0/4$$

مول تعادلی CO_2 برابر ۰/۴ است، اما سؤال غلظت تعادلی CO_2 را می‌خواهد:

$$[CO_2] = \frac{0/4\ mol}{2\ L} = 0/2\ mol.L^{-1}$$

قسمت دوم سؤال نیز مجموع مول فراورده‌ها یعنی CO_2 و H_2 را می‌خواهد:

مجموع مول فراورده‌ها $= 0/4 + 0/4 = 0/8$

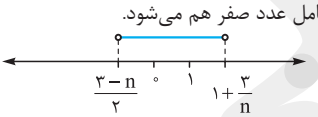
۱۴۰۴ اردیبهشت سراسری

ریاضی

۱- گزینه ۱

گام $\frac{n+3}{n}$ همان $\frac{n}{n}+\frac{3}{n}=1+\frac{3}{n}$ است که با توجه به طبیعی بودنِ n، عددی بزرگ‌تر از ۱ است. بنابراین عدد صحیح ۱، حتماً در بازهٔ $(\frac{3-n}{2},\frac{n+3}{n})=(\frac{3-n}{2},1+\frac{3}{n})$ هست.

گام می‌خواهیم بازه فقط شامل یک عدد صحیح باشد، پس $\frac{3-n}{2}$ نباید عددی منفی بشود، چون در این صورت طبق شکل زیر، بازه شامل عدد صفر هم می‌شود.



بنابراین باید بنویسیم:

$$\frac{3-n}{2}\geq 0 \Rightarrow 3-n\geq 0 \Rightarrow n\leq 3 \xrightarrow{n\in\mathbb{N}} n=1,2,3$$

گام حالا به ازای هر سه مقدارِ n، بازه را بررسی می‌کنیم:

- ✓ $n=3:(\frac{3-n}{2},\frac{n+3}{n})=(0,2)$ شامل عدد صحیحِ ۱
- × $n=2:(\frac{3-n}{2},\frac{n+3}{n})=(0/5,2/5)$ شامل ۲ عدد صحیحِ ۱،۲
- × $n=1:(\frac{3-n}{2},\frac{n+3}{n})=(1,4)$ شامل ۲ عدد صحیحِ ۲،۳

پس فقط یک مقدار طبیعی برای n وجود دارد.

۲- گزینه ۴

گام با تحلیل خواستهٔ سؤال شروع می‌کنیم. مجموع چهار جملهٔ $\frac{1}{2}a+2b$، $\frac{3}{2}c$، a و $-\frac{1}{2}b$ را می‌خواهیم که می‌شود:

$$A=(\frac{1}{2}a+2b)+\frac{3}{2}c+a-\frac{1}{2}b=\underbrace{(\frac{1}{2}a+a)}_{\frac{3}{2}a}+\underbrace{(2b-\frac{1}{2}b)}_{\frac{3}{2}b}+\frac{3}{2}c$$

$$\Rightarrow A=\frac{3}{2}(a+b+c) \quad (*)$$

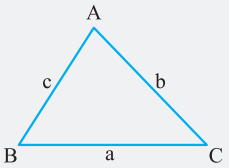
گام به گفتهٔ سؤال $a+b+c=18$ است، پس طبق (*)، مقدار A می‌شود:

$$A=\frac{3}{2}\times 18=27$$

مشاوره شروع‌کردن با تحلیل خواستهٔ سؤال، خیلی وقت‌ها مسیر حل را برایمان روشن می‌کند؛ حتی بعضی وقت‌ها معلوم می‌کند سؤال سرکاری است!

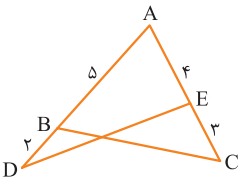
۳- گزینه ۲

درس‌نامه مساحت هر مثلث برحسب زوایای داخلی‌اش را می‌توانیم از فرمول «سینوس زاویهٔ بین آن دو ضلع × نصف حاصل‌ضرب دو ضلع = S» به دست بیاوریم. مثلاً برای مساحت مثلث مقابل می‌توانیم رابطهٔ زیر را بنویسیم:



$$S=\frac{1}{2}bc.\sin\hat{A}$$

گام مساحت مثلث‌های ADE و ABC در شکل مقابل را برحسب $\sin\hat{A}$ می‌نویسیم:



- $S_{ADE}=\frac{1}{2}AD.AE.\sin\hat{A}=\frac{1}{2}\times 7\times 4\sin\hat{A}=14\sin\hat{A}$ (۱)
- $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC.\sin\hat{A}=\frac{1}{2}\times 5\times 7\sin\hat{A}=17/5\sin\hat{A}$ (۲)

گام به گفتهٔ سؤال $S_{ABC}-S_{ADE}=1/75$ است، پس طبق تساوی (۱) و (۲) می‌توانیم بنویسیم:

$$17/5\sin\hat{A}-14\sin\hat{A}=1/75 \Rightarrow 3/5\sin\hat{A}=1/75$$

$$\Rightarrow \sin\hat{A}=\frac{1/75}{3/5}\times\frac{2}{2}=\frac{3/5}{7}=\frac{1}{2} \xrightarrow{0^\circ<A<90^\circ} A=30^\circ$$

پس $\tan\hat{A}$ می‌شود $\tan 30^\circ=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

۴- گزینه ۱

شفاف‌سازی «ریشهٔ دوم عبارت $\frac{1-a}{9-3a}$ وجود ندارد»؛ یعنی $\frac{1-a}{9-3a}$ منفی یا تعریف‌نشده است.

گام در ریشهٔ مخرج، یعنی $a=3$، کسر $\frac{1-a}{9-3a}$ تعریف‌نشده است؛ پس به ازای $a=3$ این کسر، ریشهٔ دوم ندارد.

گام طبق «شفاف‌سازی»، باید بفهمیم $A=\frac{1-a}{9-3a}$ (ریشهٔ ۱ / ریشهٔ ۳) کجاها منفی است. برای این کار جدول تعیین علامت می‌کشیم:

a		۱		۳	
A	+	۰	−	∄	+

طبق جدول در بازهٔ (۱،۳)، A منفی است. در این بازه عدد طبیعی $a=2$ حضور دارد، پس در کل به ازای دو مقدار $a=2,3$، عبارت، ریشهٔ دوم ندارد.

۵- گزینه ۴

درس‌نامه اتحاد مربع دوجمله‌ای و مزدوج به صورت زیرند:

$$(a\pm b)^2=a^2+b^2\pm 2ab \quad , \quad (a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

گام برای محاسبهٔ $A=\frac{\sqrt{\sqrt{3}+1}+\sqrt{\sqrt{3}-1}}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}$ طرفین تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$A^2=\frac{(\sqrt{\sqrt{3}+1}+\sqrt{\sqrt{3}-1})^2}{(\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}})^2}=\frac{(\sqrt{3}+1)+(\sqrt{3}-1)+2\sqrt{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

با توجه به اتحاد مزدوج، $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)=3-1=2$ می‌شود، پس:

$$A^2=\frac{\overbrace{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}^{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{3-2}=2(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$$

$\xrightarrow[A>0]{\sqrt{\ }} A=\sqrt{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}=\sqrt{2}(\sqrt{3}+\sqrt{2})=\sqrt{6}+2$

گام به دنبال $A-2$ هستیم که می‌شود: $A-2=(\sqrt{6}+2)-2=\sqrt{6}$

۶- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ جدول تعیین علامت چندجمله‌ای درجه‌اول $P(x)=ax+b$ به صورت زیر است:

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
P(x)	a مخالف		۰		a موافق

۲ اگر x_1 و x_2 $(x_2>x_1)$ صفرهای متمایز چندجمله‌ای درجه‌دوم $P(x)=ax^2+bx+c$ باشند، در این صورت جدول تعیین علامت $P(x)$ به صورت زیر است:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
P(x)	a موافق		۰	a مخالف	۰		a موافق

گام طبق درس‌نامه، مجموعه‌جواب نامعادلهٔ $\underbrace{(2a+3)x^2+(4b-5)x+4c+1}_{P(x)}<0$،

فقط وقتی به صورت بازهٔ $(a,+\infty)$ است که $P(x)$ یک چندجمله‌ای درجه‌اول باشد؛ پس ضریب x^2 در $P(x)$ باید صفر باشد: $2a+3=0 \Rightarrow a=-\frac{3}{2}$

نامعادله به ازای $a=-\frac{3}{2}$ به این صورت درمی‌آید: $(4b-5)x+4c+1<0$ (*)

گام به گفتهٔ سؤال جواب نامعادلهٔ (*) به صورت $(a,+\infty)=(-\frac{3}{2},+\infty)$ یا $\underbrace{x>-\frac{3}{2}}_{(I)}$ است؛ پس ضریب x در نامعادلهٔ (*) باید منفی باشد تا بعد از تقسیم طرفین نامعادله بر ضریب x، جهت نامساوی عوض بشود:

$4b-5<0 \Rightarrow b<\frac{5}{4} \xrightarrow{b\in\mathbb{N}} b=1$

گام $b=1$ را در (*) جای‌گذاری می‌کنیم: $-x+4c+1<0 \Rightarrow x>4c+1$ (II)

از مقایسهٔ (I) و (II) نتیجه می‌گیریم که: $4c+1=-\frac{3}{2} \Rightarrow 4c=-\frac{5}{2} \Rightarrow c=-\frac{5}{8}$

بنابراین مقدار $\frac{a}{c}$ می‌شود $\frac{-\frac{3}{2}}{-\frac{5}{8}}=\frac{24}{10}=2/4$.

۷- گزینه ۲

درس‌نامه مختصات رأس سهمی $y=Ax^2+Bx+C$، به صورت $S(-\frac{B}{2A},-\frac{\Delta}{4A})$ است. در صورتی که $A>0$ باشد، رأس، نقطهٔ مینیمم سهمی و در صورتی که $A<0$ باشد، رأس، نقطهٔ ماکزیمم سهمی است.

گام طبق درس‌نامه، نقطهٔ مینیمم سهمیِ $y=\underbrace{1}_{A}x^2\underbrace{-m}_{B}x\underbrace{+2-m}_{C}$، همان نقطهٔ رأسش است که مختصاتش می‌شود:

$S=(-\frac{B}{2A},-\frac{\Delta}{4A})=(-\frac{-m}{2},-\frac{(-m)^2-4(1)(2-m)}{4})=(\frac{m}{2},-\frac{m^2+4m-8}{4})$

گام S وقتی در ناحیهٔ اول قرار می‌گیرد که طول و عرض مثبت باشند:

◇ $-\frac{m^2+4m-8}{4}>0 \xrightarrow{\times(-4)} m^2+4m-8<0$

$\xrightarrow{\text{بین ریشه‌ها}} \frac{-4-\sqrt{4^2-4(1)(-8)}}{2}<m<\frac{-4+\sqrt{4^2-4(1)(-8)}}{2}$

$\Rightarrow \frac{-4-\sqrt{48}}{2}<m<\frac{-4+\sqrt{48}}{2} \Rightarrow -2-2\sqrt{3}<m<-2+2\sqrt{3}$

$\xrightarrow{\sqrt{3}\simeq 1/7} -5/4<m<1/4$ (I)

◇ $\frac{m}{2}>0 \Rightarrow m>0$ (II)

گام از اشتراک (I) و (II) به $0<m<1/4$ می‌رسیم که تنها یک عدد صحیح $(m=1)$ در آن حضور دارد.

۸- گزینه ۴

گام از بین ۷ رقم $\{0,2,3,5,7,8,9\}$ به $\binom{7}{3}$ طریق، ۳ عدد انتخاب می‌کنیم.

گام با هر سه رقمی که انتخاب می‌کنیم، فقط یک عدد می‌توانیم بنویسیم که ارقامش از چپ به راست نزولی باشند. مثلاً با ارقام ۰، ۱ و ۳، فقط عدد ۳۱۰ قابل قبول است؛ پس تعداد کل اعداد می‌شود.

$\binom{7}{3}\times 1=\frac{7\times 6\times 5}{3\times 2\times 1}=35$

۹- گزینه ۱

شفاف‌سازی «$f(x)$ بر $x+2$ بخش‌پذیر است»؛ یعنی باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(x)$ بر $x+2$ برابر صفر است.

درس‌نامه برای محاسبهٔ باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $P(x)$ بر چندجمله‌ای درجه‌اول $ax+b$:

◇ ریشهٔ چندجمله‌ای درجه‌اول را به دست می‌آوریم: $ax+b=0 \Rightarrow x=-\frac{b}{a}$

◇ باقی‌مانده می‌شود: $R=P(-\frac{b}{a})$

باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(x)=x^5-3x^3+ax+5$ بر $x+2$ می‌شود $f(-2)$ که طبق شفاف‌سازی باید برابر صفر باشد:

$(-2)^5-3(-2)^3+a(-2)+5=0 \Rightarrow -32+24-2a+5=0 \Rightarrow -2a=3$

$\Rightarrow a=-\frac{3}{2}=-1/5$

۱۰- گزینه ۲

درس‌نامه اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $Ax^2+Bx+C=0$ با شرط $\Delta>0$ باشند:

◇ جمع و ضربشان از رابطه‌های زیر محاسبه می‌شود:

$S=\alpha+\beta=-\frac{B}{A}\ ,\ P=\alpha\beta=\frac{C}{A}$

◇ حاصل دو عبارت زیر را برحسب S و P حفظ باشید:

$\alpha^2+\beta^2=S^2-2P\ ,\ \alpha^3+\beta^3=S^3-3PS$

گام اول S و P معادلهٔ $\underbrace{1}_{A}x^2\underbrace{+1}_{B}x\underbrace{-1-m^2}_{C}=0$ را به دست می‌آوریم:

$S=-\frac{B}{A}=-1\ ,\ P=\frac{C}{A}=-1-m^2$

گام حالا $\alpha^2+\beta^2$ را برحسب S و P می‌نویسیم:

$\alpha^2+\beta^2=S^2-2P=(-1)^2-2(-1-m^2)=2m^2+3$

گام چون m^2 همواره نامنفی است، مقدارِ $\alpha^2+\beta^2=2m^2+3$ به ازای $m=0$، حداقل مقدار خودش را دارد: $\min(\alpha^2+\beta^2)=0+3=3$

۱۱- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ انتقال افقی و عمودی و قرینه‌کردن نمودار یک تابع نسبت به محورهای مختصات، روی ضابطه‌اش تأثیر می‌گذارد؛ این تأثیرها را می‌توانید در جدول زیر ببینید:

انواع انتقال و قرینه‌کردن		تأثیری که روی ضابطهٔ تابع می‌گذارد
انتقال افقی	a واحد به سمت راست	x به «$x-a$» تبدیل می‌شود.
	a واحد به سمت چپ	x به «$x+a$» تبدیل می‌شود.
انتقال عمودی	b واحد به سمت بالا	b واحد به ضابطهٔ تابع اضافه می‌شود.
	b واحد به سمت پایین	b واحد از ضابطهٔ تابع کم می‌شود.
قرینه‌کردن	قرینه نسبت به محور xها	ضابطهٔ تابع قرینه می‌شود.
	قرینه نسبت به محور yها	x به «$-x$» تبدیل می‌شود.

۲ برای پیداکردن طول نقاط برخورد توابع $f(x)$ و $g(x)$ باید معادلهٔ $f(x)=g(x)$ را حل کنیم.

گام به کمک مورد (۱) درس‌نامه، تغییرات نمودار تابع را روی ضابطه‌اش تأثیر می‌دهیم:

$$y=۳-\sqrt{۲x} \xrightarrow[x \to x+۱]{\text{۱ واحد به سمت چپ}} y=۳-\sqrt{۲(x+۱)}$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور xها}} y=-(۳-\sqrt{۲(x+۱)})=\sqrt{۲x+۲}-۳$$

$$\xrightarrow{\text{۵ واحد به سمت بالا}} y=\sqrt{۲x+۲}-۳+۵=\sqrt{۲x+۲}+۲$$

گام طبق مورد (۲) درس‌نامه، برای به دست آوردن طول نقاط برخورد توابع $f(x)=\frac{۷}{۲}$ و $g(x)=\sqrt{۲x+۲}+۲$ باید معادلهٔ $f(x)=g(x)$ را حل کنیم:

$$\sqrt{۲x+۲}+۲=\frac{۷}{۲} \Rightarrow \sqrt{۲x+۲}=\frac{۷}{۲}-۲=\frac{۳}{۲} \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۲x+۲=\frac{۹}{۴}$$

$$\Rightarrow ۲x=\frac{۹}{۴}-۲ \Rightarrow ۲x=\frac{۱}{۴} \Rightarrow x=\frac{۱}{۸}$$

۱۲- گزینه ۱

شفاف‌سازی «تابع g محور xها را در نقاطی به طول ۱ و $۲\sqrt{۲}$ قطع می‌کند»؛ یعنی: $g(۱)=g(۲\sqrt{۲})=۰$

گام به دنبال اختلاف طول نقاط برخورد تابع $g(f(x))$ با محور طول‌ها هستیم، پس باید اختلاف ریشه‌های معادلهٔ $g(f(x))=۰$ را به دست بیاوریم:

$$g(f(x))=۰ \xrightarrow{f(x)=x\sqrt{x}} g(x\sqrt{x})=۰$$

گام طبق شفاف‌سازی باید $x\sqrt{x}$ را یک بار برابر ۱ و بار دیگر برابر با $۲\sqrt{۲}$ قرار بدهیم:

- $x\sqrt{x}=۱ \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^۲ \times x=۱ \Rightarrow x^۳=۱ \Rightarrow x=۱$
- $x\sqrt{x}=۲\sqrt{۲} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^۳=۸=۲^۳ \Rightarrow x=۲$

بنابراین اختلاف ریشه‌ها می‌شود $|۲-۱|=۱$.

۱۳- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ نسبت‌های مثلثاتی «$\pi-\alpha$» به صورت زیرند:

$$\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha \quad \cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha \quad \tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha$$

۲ نسبت‌های مثلثاتی ۱۵° را حفظ باشید:

$$\sin ۱۵^\circ=\frac{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}{۴} \quad \cos ۱۵^\circ=\frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۴} \quad \tan ۱۵^\circ=۲-\sqrt{۳}$$

گام عبارت داده‌شده را به کمک مورد (۱) درس‌نامه ساده‌تر می‌نویسیم:

$$A=\frac{\sin\frac{۱۱\pi}{۱۲}+\cos\frac{۱۱\pi}{۱۲}}{\sin\frac{۱۱\pi}{۱۲}-\cos\frac{۱۱\pi}{۱۲}}=\frac{\sin(\pi-\frac{\pi}{۱۲})+\cos(\pi-\frac{\pi}{۱۲})}{\sin(\pi-\frac{\pi}{۱۲})-\cos(\pi-\frac{\pi}{۱۲})} \Rightarrow A=\frac{\sin\frac{\pi}{۱۲}-\cos\frac{\pi}{۱۲}}{\sin\frac{\pi}{۱۲}+\cos\frac{\pi}{۱۲}}$$

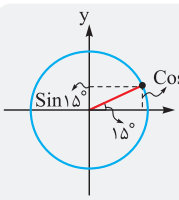
$\frac{\pi}{۱۲}$ همان $\frac{۱۸۰^\circ}{۱۲}=۱۵^\circ$ است، پس:

$$A=\frac{\sin ۱۵^\circ-\cos ۱۵^\circ}{\sin ۱۵^\circ+\cos ۱۵^\circ} \quad (*)$$

گام حالا طبق مورد (۲) درس‌نامه، $\sin ۱۵^\circ=\frac{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}{۴}$ و $\cos ۱۵^\circ=\frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۴}$ را در (*) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$A=\frac{\frac{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}{۴}-\frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۴}}{\frac{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}{۴}+\frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۴}}=\frac{-۲\sqrt{۲}}{۲\sqrt{۶}}=-\frac{۱}{\sqrt{۳}}$$

تیزبازی طبق دایرهٔ مثلثاتی مقابل، $\cos ۱۵^\circ > \sin ۱۵^\circ$ است، پس $A=\frac{\sin ۱۵^\circ-\cos ۱۵^\circ}{\sin ۱۵^\circ+\cos ۱۵^\circ}$ ① عددی منفی است.



و ③ مثبت‌اند، پس حذف می‌شوند. از طرفی صورت A تفاضل دو عدد و مخرجش جمع همان دو عدد است، پس بدون در نظر گرفتن علامت، A باید کوچک‌تر از ۱ باشد. اگر ② و ④ را بدون علامت ببینیم، ④ کوچک‌تر از ۱ است، پس همین گزینه جواب است.

۱۴- گزینه ۲

گام به جای ۰/۲۵ می‌نویسیم $\frac{۱}{۴}=۲^{-۲}$:

$$۲^{۲|x|}=(۰/۲۵)^{x^۲-x} \Rightarrow ۲^{۲|x|}=(۲^{-۲})^{x^۲-x} \Rightarrow ۲^{۲|x|}=۲^{-۲x^۲+۲x}$$

در تساوی بالا پایه‌ها برابرند، پس توان هم باید برابر باشند:

$$-۲x^۲+۲x=۲|x|$$

گام معادلهٔ بالا را در دو حالتِ $x \geq ۰$ و $x<۰$ حل می‌کنیم:

- **$x \geq ۰$ باشد:** در این حالت $|x|=x$ است و معادلهٔ (*) به این صورت در می‌آید:

$$-۲x^۲+۲x=۲x \Rightarrow -۲x^۲=۰ \Rightarrow x=۰$$

$x=۰$ در محدودهٔ $x \geq ۰$ قرار دارد، پس $x=۰$ قابل قبول است.

- **$x<۰$ باشد:** در این حالت $|x|=-x$ است و معادلهٔ (*) به این صورت در می‌آید:

$$-۲x^۲+۲x=-۲x \Rightarrow -۲x^۲+۴x=۰ \Rightarrow -۲x(x-۲)=۰ \Rightarrow x=۰,۲$$

هیچ‌کدام از جواب‌های بالا در محدودهٔ $x<۰$ قرار ندارند، پس قبول نیستند. پس معادله کلاً یک جواب دارد.

۱۵- گزینه ۲

درس‌نامه در محاسبهٔ حد عبارت‌های براکتی، اگر داخل براکت عددی صحیح شد باید حساس باشیم و حد چپ و راست را جداگانه محاسبه کنیم، ولی در غیر این صورت نیازی به حساسیت نیست.

عبارت داخل براکت، یعنی $۸x^۳-x$ به ازای $x=-\frac{۱}{۲}$ عددی صحیح نیست، پس طبق درس‌نامه نیازی به محاسبهٔ جداگانهٔ حد چپ و راست نیست:

$$\lim_{x \to -\frac{۱}{۲}} [۸x^۳-x]=[۸(-\frac{۱}{۲})^۳-(-\frac{۱}{۲})]=[-۱+۰/۵]=[-۰/۵]=-۱$$

۱۶- گزینه ۱

درس‌نامه برای این‌که تابع در $x=a$ پیوسته باشد، باید حد راست، حد چپ و مقدارش در $x=a$ با هم برابر باشند:

$$\lim_{x \to a^+} f(x)=\lim_{x \to a^-} f(x)=f(a)$$

گام اول شرط پیوستگی $f(x)=\begin{cases}\frac{۳}{x+a} & x \geq a \\ \frac{a-۱}{x-۱} & x<a\end{cases}$ در $x=a$ را اجرا می‌کنیم:

$$\underbrace{f(a)=\lim_{x \to a^+} f(x)}_{\text{از ضابطهٔ بالایی}}=\underbrace{\lim_{x \to a^-} f(x)}_{\text{از ضابطهٔ پایینی}} \Rightarrow \frac{۳}{a+a}=\frac{a-۱}{a-۱} \Rightarrow ۲a=۳$$

$$\Rightarrow a=\frac{۳}{۲} \text{ یا } ۱/۵$$

گام به ازای $a=۱/۵$، $f(x)$ می‌شود:

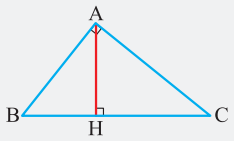
$$f(x)=\begin{cases}\frac{۳}{x+۱/۵} & x \geq ۱/۵ \\ \frac{۰/۵}{x-۱} & x<۱/۵\end{cases}$$

ضابطهٔ پایین در ریشهٔ مخرجش، یعنی $x=۱$ (که در دامنه‌اش هم حضور دارد) ناپیوسته است؛ پس این تابع نمی‌تواند در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد. بنابراین هیچ مقداری از a، خواستهٔ مسئله را برآورده نمی‌کند.

تله اگر حواسمان به ریشهٔ مخرج عبارت $\frac{a-۱}{x-۱}$ نبود، $a=\frac{۳}{۲}$ را می‌پذیرفتیم و در تلهٔ ② می‌افتادیم.

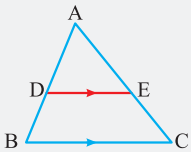
۱۷- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ در مثلث قائم‌الزاویهٔ مقابل $\overset{\Delta}{(ABC)}$، ارتفاع وارد بر وتر (AH) را کشیده‌ایم. برای این شکل باید چهار رابطهٔ زیر را بلد باشید:



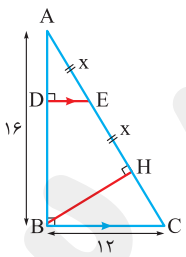
- $AH^2 = BH \times CH$
- $AH = \frac{AB \times AC}{BC}$
- $AB^2 = BH \times BC$
- $AC^2 = CH \times CB$

۲ اگر در شکل زیر $DE \parallel BC$ باشد، طبق قضیهٔ تالس می‌توانیم تناسب‌های زیر را بنویسیم:



- $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ (جزءبه‌جزء)
- $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$ (جزءبه‌کل)

گام در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC در شکل مقابل، فیثاغورس می‌نویسیم تا به طول AC برسیم:



$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$\Rightarrow AC^2 = ۱۶^2 + ۱۲^2 = ۴^2(\underbrace{۴^2 + ۳^2}_{۲۵})$$
$$\Rightarrow AC = \sqrt{۴^2 \times ۲۵} = ۴ \times ۵ = ۲۰$$

گام در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، ارتفاع وارد بر وتر (BH) حضور دارد، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم:

$$AB^2 = AH \times AC \Rightarrow ۱۶^2 = ۲x \times ۲۰ \Rightarrow x = \frac{\overset{۴}{۱۶} \times ۱۶}{\underset{۱۰}{۴۰}} = ۶/۴$$

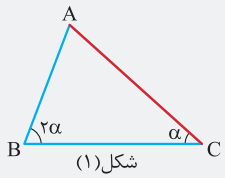
گام حالا خوب به پاره‌خط‌های DE و BC در مثلث ABC نگاه کنید؛ هر دو بر ضلع AB عمودند، پس با هم موازی‌اند. در نتیجه طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌توانیم در مثلث ABC، تالس جزءبه‌کل بنویسیم:

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{DE}{۱۲} = \frac{x}{AC} \xrightarrow[AC=۲۰]{x=۶/۴} \frac{DE}{۱۲} = \frac{۶/۴}{۲۰}$$

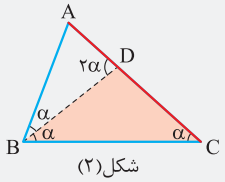
$$\Rightarrow DE = \frac{\overset{۶}{۱۲} \times ۶/۴}{\underset{۱۰}{۲۰}} = \frac{۳۸/۴}{۱۰} = ۳/۸۴$$

۱۸- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ در بعضی از مسئله‌ها صحبت از مثلثی می‌شود که یکی از زاویه‌های داخلی‌اش، دو برابر دیگری است (مثل شکل (۱) که در آن $\hat{B} = ۲\hat{C}$ است). در این‌جور سؤالات، اول زاویه‌ها را با α و ۲α نمایش بدهید، بعد نیمساز زاویهٔ ۲α را بکشید (شکل ۲).



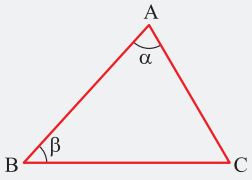
شکل (۱)

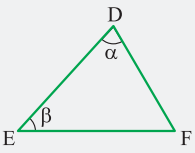


شکل (۲)

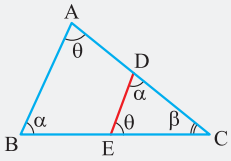
همان‌طور که در شکل (۲) می‌بینید، بعد از کشیدن نیمساز، یک مثلث متساوی‌الساقین با زاویهٔ خارجی ۲α درست می‌شود.

۲ هر وقت دو مثلث، دو زاویهٔ برابر داشته باشند، متشابه‌اند. مثلاً در شکل‌های زیر، مثلث‌های ABC و DEF با دو زاویهٔ برابرِ α و β متشابه‌اند.



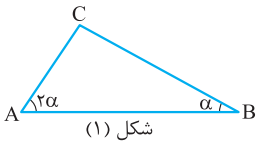


۳ برای نوشتن نسبت تشابه دو مثلث، ضلع‌های رو به زاویه‌های برابر را در یک نسبت زیر هم می‌نویسیم، به طوری که در صورت نسبت‌ها اضلاع یک مثلث و در مخرج آن‌ها اضلاع مثلث دیگر قرار داشته باشند. مثلاً نسبت تشابه مثلث‌های ABC و DEC در شکل بالا برابر می‌شود با:

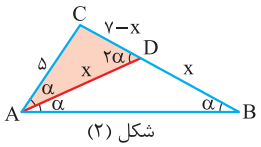


$$\frac{AC}{EC} = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{DC}$$
روبه α — روبه β — روبه θ

گام به گفتهٔ سؤال $\hat{A} = ۲\hat{B}$ است، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه، زاویه‌های $\hat{B}$ و $\hat{A}$ را به ترتیب با α و ۲α نشان می‌دهیم (شکل ۱)، بعد نیمساز زاویهٔ ۲α را می‌کشیم:



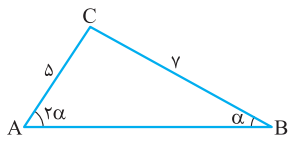
شکل (۱)

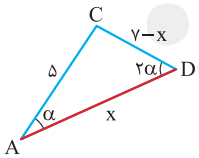


شکل (۲)

مثلث ADB در شکل (۲) متساوی‌الساقین است، پس فرض می‌کنیم $AD = DB = x$ باشد، این‌جوری طول CD می‌شود: $CD = BC - DB = ۷ - x$

گام مثلث‌های ACD و ABC را جداگانه می‌کشیم:





در هر دو مثلث زاویه‌های α و ۲α حضور دارند، پس این مثلث‌ها با دو زاویهٔ برابر متشابه‌اند.

حالا به کمک مورد (۳) درس‌نامه، نسبت تشابه این دو مثلث را می‌نویسیم:

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{CD} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \overset{(II)}{\frac{AB}{x}} = \frac{۵}{\underset{(I)}{۷-x}} = \frac{۷}{۵}$$

گام تناسب (I) را طرفین‌وسطین می‌کنیم تا x به دست آید:

$$۲۵ = ۴۹ - ۷x \Rightarrow ۷x = ۲۴ \Rightarrow x = \frac{۲۴}{۷}$$

حالا به کمک تناسب (II)، AB را حساب می‌کنیم:

$$\frac{AB}{x} = \frac{۷}{۵} \Rightarrow AB = \frac{\overset{۱}{۷}}{۵}x = \frac{\overset{۱}{۷}}{۵} \times \frac{۲۴}{\underset{۱}{۷}} = \frac{۲۴}{۵} = ۴/۸$$

مشاوره این سؤال ۲۰ سال پیش به صورت پارامتری در کنکور آمده بود. این نشان می‌دهد که باید همهٔ سؤال‌های کنکور را حل کنید، حتی قدیمی‌هایش را!

۱۹- گزینه ۴

درس‌نامه داده‌های x_1، x_2، ... و x_n را در نظر بگیرید:

- میانگینشان می‌شود: $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$

◇ واریانسشان را می‌توانیم از دو فرمول زیر محاسبه کنیم:

$$\sigma^2=\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2}{n}$$

$$\sigma^2=\frac{x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2}{n}-\bar{x}^2$$

گام به گفتهٔ سؤال در ۴ دادهٔ a، b، c و d، $\bar{x}=3$ و $\sigma^2=1/5$ است، پس می‌توانیم بنویسیم:

◇ $\bar{x}=3 \Rightarrow \frac{a+b+c+d}{4}=3 \Rightarrow a+b+c+d=12$ (۱)

◇ $\sigma^2=\frac{x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2}{n}-\bar{x}^2 \Rightarrow 1/5=\frac{a^2+b^2+c^2+d^2}{4}-3^2$

$$\Rightarrow \frac{a^2+b^2+c^2+d^2}{4}=1/5+9=10/5$$

$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2+d^2=4\times 10/5=42 \quad (2)$$

گام به دنبال واریانس ۵ دادهٔ a، b، c، d و ۵ هستیم. اول میانگینشان را حساب می‌کنیم:

$$\bar{x}_{\text{جدید}}=\frac{\overbrace{a+b+c+d}^{\text{طبق (۱) میشه ۱۲}}+5}{5}=\frac{17}{5}=3/4$$

حالا به کمک فرمول دوم واریانس، به جواب می‌رسیم:

$$\sigma^2_{\text{جدید}}=\frac{\overbrace{a^2+b^2+c^2+d^2}^{\text{طبق (۲) میشه ۴۲}}+5^2}{5}-(3/4)^2=\frac{67}{5}-11/56=13/4-11/56=1/84$$

مشاوره فرمول دوم واریانس خارج از کتاب است، ولی آن را حفظ باشید.

۲۰- گزینه ۳

درس‌نامه برای دو پیشامد مستقل A و B، رابطهٔ زیر برقرار است:

$$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$$

گام اگر عدد روی تاس بزرگ‌تر مساوی ۲ باشد، تعداد دفعاتی که سکه رو می‌آید باید بزرگ‌تر مساوی ۶ باشد که امکان ندارد، چون کلاً به گفتهٔ سؤال ۳تا سکه داریم؛ پس عدد روی تاس ۱ است و ۳تا سکه باید رو بیاید.

گام ۱بودن عدد روی تاس را پیشامد A و روآمدنِ هر ۳ سکه را پیشامد B در نظر می‌گیریم. به دنبال $P(A\cap B)$ هستیم که چون A و B مستقل‌اند می‌شود:

$$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)=\frac{1}{6}\times\frac{1\times 1\times 1}{2^3}=\frac{1}{6}\times\frac{1}{8}=\frac{1}{48}$$

۲۱- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، «A′ ،A»، «B′ ،A»، «A′ ،B» و «B′ ،A′» هم مستقل‌اند.

۲ $P(A')=1-P(A)$

۳ از تناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ نتیجه می‌گیریم که $\begin{cases}a=ck\\b=dk\end{cases}$ می‌شود. مثلاً اگر $\frac{a}{b}=\frac{2}{3}$ باشد $\begin{cases}a=2k\\b=3k\end{cases}$ می‌شود.

گام قبولی نیلوفر در ریاضی را پیشامد A و قبولی دوستش در ریاضی را پیشامد B در نظر می‌گیریم. به گفتهٔ سؤال $P(A)=\frac{2}{3}P(B)$، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{P(A)}{P(B)}=\frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases}P(A)=2k\\P(B)=3k\end{cases} \quad (*)$$

گام سؤال می‌گوید احتمال این‌که فقط دوست نیلوفر قبول بشود $\frac{3}{8}$ است؛ این یعنی $P(B\cap A')=\frac{3}{8}$ می‌شود. چون A و B مستقل‌اند، A و B′ هم مستقل‌اند، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$P(B\cap A')=P(B)\times P(A')=\frac{3}{8}$$

گام $P(A')$ همان $1-P(A)$ است، پس:

$$P(B)\times(1-P(A))=\frac{3}{8} \xrightarrow{(*)} \cancel{2}k(1-2k)=\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{8}} \Rightarrow 8k-16k^2=1$$

$$\Rightarrow 16k^2-8k+1=0 \Rightarrow (4k-1)^2=0 \Rightarrow 4k-1=0 \Rightarrow k=\frac{1}{4}$$

پس:

$$\begin{cases}P(A)=2k=2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}\\P(B)=3k=3\times\frac{1}{4}=\frac{3}{4}\end{cases}$$

گام احتمال این‌که هیچ‌کدام قبول نشوند، همان $P(A'\cap B')$ است که با توجه به مستقل‌بودن A′ و B′ می‌شود:

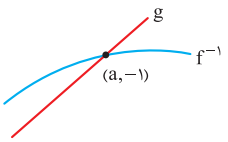
$$P(A'\cap B')=P(A')\times P(B')=(1-P(A))(1-P(B))=(1-\frac{1}{2})(1-\frac{3}{4})$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$$

۲۲- گزینه ۳

درس‌نامه اگر نقطهٔ (a,b) روی نمودار تابع f باشد، نقطهٔ (b,a) روی نمودار تابع f^{-1} خواهد بود و برعکس؛ یعنی اگر (b,a) روی f^{-1} باشد، می‌توانیم بگوییم (a,b) روی f قرار دارد.

گام با فرض $f(x)=x^2+\sqrt{b-ax}$ و $g(x)=x-4$، شکل فرضی مقابل را می‌کشیم.



طبق شکل، نقطهٔ $(a,-1)$ روی g قرار دارد، پس در g(x) صدق می‌کند:

$$g(a)=-1 \Rightarrow a-4=-1 \Rightarrow a=3$$

f(x) به ازای $a=3$ می‌شود: $f(x)=x^2+\sqrt{b-3x}$

گام با توجه به شکل بالا، $(a,-1)=(3,-1)$ روی f^{-1} قرار دارد، پس طبق درس‌نامه، نقطهٔ $(-1,3)$ روی خود f قرار دارد:

$$f(-1)=3 \Rightarrow (-1)^2+\sqrt{b-3(-1)}=3 \Rightarrow \sqrt{b+3}=2$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} b+3=4 \Rightarrow b=1$$

پس $a-b$ می‌شود $3-1=2$.

۲۳- گزینه ۴

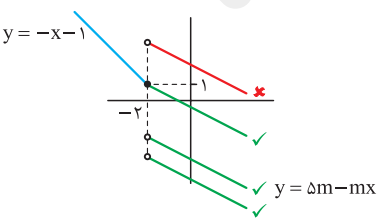
گام در محدودهٔ $-2\le x\le 0$، $x+2$ است، پس قرینه‌اش از قدرمطلق خارج می‌شود:

$$f(x)=\begin{cases}\underbrace{|x+2|}_{-(x+2)}+1 & x\le -2\\ 5m-mx & x>-2\end{cases} \Rightarrow f(x)=\begin{cases}-x-1 & x\le -2\\ 5m-mx & x>-2\end{cases}$$

گام f وقتی روی $\mathbb{R}$ نزولی است که هر دو ضابطه‌اش نزولی باشند. ضابطهٔ بالایی که خودش نزولی است، چون یک خط با شیب منفی است. ضابطهٔ پایینی هم یک خط است و وقتی نزولی می‌شود که شیبش، یعنی «m−» مثبت نباشد:

$$-m\le 0 \Rightarrow m\ge 0 \quad (I)$$

گام حالا به شکل مقابل نگاه کنید.



اگر مثل خط قرمز، مقدار ضابطهٔ پایینی در $x=-2$، از ۱ بیشتر باشد، f دیگر نزولی نخواهد بود، پس مقدار $5m-mx$ در $x=-2$ را کوچک‌تر مساوی ۱ می‌گذاریم تا تابع نزولی بشود.

$$5m-m(-2)\le 1 \Rightarrow 7m\le 1 \Rightarrow m\le\frac{1}{7} \quad (II)$$

گام از (I) و (II) که اشتراک بگیریم می‌فهمیم محدودهٔ مقادیر m بازهٔ $[a,b]=[0,\frac{1}{7}]$ است، پس $a+b$ می‌شود $\frac{1}{7}+0=\frac{1}{7}$.

۲۴- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ برای ساده‌کردن نسبت‌های مثلثاتی به فرم $k\pi \pm \alpha$ و $\frac{k\pi}{2} \pm \alpha$، به جدول زیر توجه کنید:

فرم زاویه	روش ساده‌کردن
$k\pi \pm \alpha$ (عدد صحیح)	**گام** $k\pi$ را به همراه $\pm$ بعدش حذف می‌کنیم و فقط نسبت مثلثاتی α را می‌نویسیم. در سمت چپ نسبت جدید یک دایرهٔ توخالی هم می‌گذاریم. مثلاً برای $\cos(11\pi - \alpha)$ داریم: $\cos(11\pi - \alpha) = \bigcirc \cos\alpha$ **گام** حالا باید ببینیم $k\pi \pm \alpha$ در کدام ناحیه قرار دارد تا علامت نسبت مثلثاتی‌اش مشخص شود. این علامت را در دایرهٔ توخالی می‌نویسیم. مثلاً در نسبت بالا $10\pi + \pi - \alpha$ (قابل حذف) در ناحیهٔ دوم مثلثاتی است ($\pi - \alpha$ زاویه‌ای در ربع ۲ است) و کسینوس در این ناحیه منفی است، پس در دایرهٔ توخالی منفی قرار می‌دهیم: $\cos(11\pi - \alpha) = -\cos\alpha$
عدد فرد $\frac{k\pi}{2} \pm \alpha$	همان کارهایی که برای «$k\pi \pm \alpha$» انجام دادیم، این‌جا هم انجام می‌دهیم؛ با این تفاوت که در گام اول نسبت مثلثاتی را تغییر می‌دهیم؛ یعنی sin و cos و همین‌طور tan و cot را به همدیگر تبدیل می‌کنیم: tan در ناحیهٔ سوم مثبت؛ ناحیهٔ سوم: $\tan(\frac{11\pi}{2} - \alpha) = +\cot\alpha$؛ tan را به cot تبدیل می‌کنیم. از زاویهٔ $\frac{11\pi}{2} - \alpha$، مضارب 2π را حذف کنیم به $\frac{3\pi}{2} - \alpha$ (حذف 4π) می‌رسیم که در ربع ۳ قرار دارد.

۲ فرم کلی جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی را در جدول زیر ببینید:

معادله	فرم کلی جواب
$\sin A = \sin B$	$\begin{cases} A = 2k\pi + B \\ A = 2k\pi + (\pi - B) \end{cases}$
$\cos A = \cos B$	$A = 2k\pi \pm B$

گام $\sin(\frac{3\pi - 2x}{2})$ را به کمک مورد (۱) درس‌نامه، ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\sin(\frac{3\pi - 2x}{2}) = \sin(\frac{3\pi}{2} - x) = -\cos x$$

ناحیهٔ سوم؛ sin تو ناحیهٔ سوم منفیه.

گام ازطرفی $-\cos x$ همان $\cos(\pi - x)$ است، پس معادلهٔ $\cos 2x = \sin(\frac{3\pi - 2x}{2})$ تبدیل می‌شود به:

$$\cos 2x = \cos(\pi - x)$$

طبق مورد (۲) درس‌نامه فرم کلی جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی بالا می‌شود:

$$2x = 2k\pi \pm (\pi - x) \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \ (1) \\ 2x = 2k\pi - \pi + x \Rightarrow x = (2k-1)\pi \ (2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \ldots, -\pi, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}, 3\pi, \ldots \\ x = \ldots, -\pi, \pi, 3\pi, \ldots \end{cases}$$

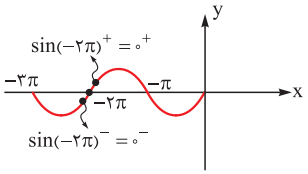
گام با توجه به اعداد رنگی بالا، جواب‌های به فرم (۱)، جواب‌های به فرم (۲) را هم در بر می‌گیرد، پس فرم کلی جواب را $x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$ در نظر می‌گیریم.

۲۵- گزینه ۴

درس‌نامه در مورد حدِ بی‌نهایت روابط زیر را بلد باشید:

$\frac{\text{عدد منفی}}{0^-} = +\infty$	$\frac{\text{عدد منفی}}{0^+} = -\infty$
$\frac{\text{عدد مثبت}}{0^+} = +\infty$	$\frac{\text{عدد مثبت}}{0^-} = -\infty$

گام نقاطی به طول $(-2\pi)^+$ و $(-2\pi)^-$ را روی نمودار $y = \sin x$ ببینید:



گام باید حد راست و چپ کسر $\frac{4 + k[\frac{x}{\pi}]}{\sin x}$ در -2π، هر دو $+\infty$ باشند:

◇ **حد راست:** $\frac{4 + k[\frac{(-2\pi)^+}{\pi}]}{\sin(-2\pi)^+} = \frac{4 + k[(-2)^+]}{0^+} = \frac{4 - 2k}{0^+}$

باید صورت مثبت باشه. $\rightarrow 4 - 2k > 0 \Rightarrow k < 2$

◇ **حد چپ:** $\frac{4 + k[\frac{(-2\pi)^-}{\pi}]}{\sin(-2\pi)^-} = \frac{4 + k[(-2)^-]}{0^-} = \frac{4 - 3k}{0^-}$

باید صورت منفی باشه. $\rightarrow 4 - 3k < 0 \Rightarrow k > \frac{4}{3}$

گام از اشتراک $k < 2$ و $k > \frac{4}{3}$ به $\frac{4}{3} < k < 2$ می‌رسیم، پس $-2 < -k < -\frac{4}{3}$ می‌شود و در نتیجه:

$$[-k] = -2$$

۲۶- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ تابع $f(x)$ را در نظر بگیرید:

◇ آهنگ متوسط تغییرش در بازهٔ $[a,b]$ از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{آهنگ متوسط تغییر} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

◇ آهنگ لحظه‌ای تغییرش در $x = a$ برابر با $f'(a)$ است.

۲ مشتق چند عبارت معروف زیر را بلد باشید:

عبارت	مشتق
u^n	$nu'u^{n-1}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

گام طبق مورد (۱) درس‌نامه، آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = 1 - \frac{a}{x}$ در بازهٔ $[1,3]$ می‌شود:

$$\text{آهنگ متوسط تغییر} = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{(1 - \frac{a}{3}) - (1 - \frac{a}{1})}{2} = \frac{\frac{2}{3}a}{2} = \frac{a}{3}$$

گام برای محاسبهٔ آهنگ لحظه‌ای تغییر، $f'(x)$ را لازم داریم:

$$f(x) = 1 - \frac{a}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{a}{x^2}$$

آهنگ لحظه‌ای تغییر در $x = \alpha$ می‌شود:

$$f'(\alpha) = \frac{a}{\alpha^2}$$

گام حالا هر دو آهنگ را برابر قرار می‌دهیم:

$$\frac{a}{\alpha^2}=\frac{a}{3} \xrightarrow[a\neq 0 \text{ را ساده می‌کنیم.}]{} \frac{1}{\alpha^2}=\frac{1}{3} \Rightarrow \alpha^2=\sqrt{3} \Rightarrow \alpha=\pm\sqrt{3}$$

۲۷- گزینه ۱

درس‌نامه اگر تابع f در $x=a$ بر محور xها مماس باشد، $f(a)$ و $f'(a)$ هر دو برابر صفر می‌شوند.

گام به گفتهٔ سؤال $f(x)=x^3+ax-b$ در $x=2$ بر محور xها مماس است، پس طبق درس‌نامه، $f(2)$ و $f'(2)$ هر دو صفرند:

◇ $f(2)=0 \Rightarrow 2^3+2a-b=0 \Rightarrow 2a-b=-8 \quad (1)$

◇ $f'(x)=3x^2+a \xrightarrow{f'(2)=0} 3(2)^2+a=0 \Rightarrow a=-12 \quad (2)$

گام طرفین تساوی‌های (۱) و (۲) را کم می‌کنیم تا به $b-a$ برسیم:

$$a-(2a-b)=-12-(-8) \Rightarrow b-a=-4$$

۲۸- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ برای پیداکردن نقطهٔ برخورد تابع $y=f(x)$ با محور طول‌ها به y صفر می‌دهیم. برای پیداکردن نقطهٔ برخورد با محور عرض‌ها هم به x صفر می‌دهیم.

۲ فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_0,y_0)$ از خط $ax+by+c=0$ می‌شود:

$$AH=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

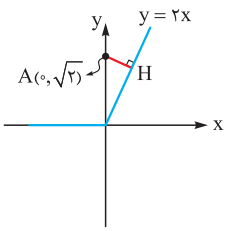
گام در $y=\sqrt{x+2}$ به x صفر می‌دهیم تا به نقطهٔ برخورد تابع با محور عرض‌ها برسیم:

$$y=\sqrt{0+2}=\sqrt{2} \Rightarrow A(0,\sqrt{2})$$

گام $y=x+|x|$ را بدون قدرمطلق می‌نویسیم: (*)

$$y=\begin{cases} x+x=2x & x\geq 0 \\ x-x=0 & x<0 \end{cases}$$

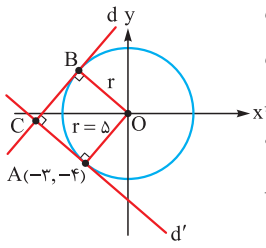
گام نمودار تابع (*) را به همراه نقطهٔ $A(0,\sqrt{2})$ در دستگاه مختصات مقابل می‌کشیم. طبق شکل، کم‌ترین فاصلهٔ A از تابع همان فاصلهٔ $A(0,\sqrt{2})$ از خط $\underbrace{y=2x}_{y-2x=0}$ است که طبق درس‌نامه می‌شود:



$$AH=\frac{|\sqrt{2}-2(0)|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{1}{5}\sqrt{10}=0/2\sqrt{10}$$

۲۹- گزینه ۲

گام شکل مسئله به صورت مقابل است. شعاع‌های OA و OB بر مماس‌ها عمودند، پس چهارضلعی OACB مستطیل است. مستطیلی دو ضلع مجاور OA و OB از آن برابرند، پس مستطیل تبدیل می‌شود به مربع. خط d و OA موازی‌اند، پس شیبشان برابر است:



$$m_{OA}=\frac{y_A-y_O}{x_A-x_O}=\frac{-4-0}{-3-0}=\frac{4}{3} \Rightarrow m_d=m_{OA}=\frac{4}{3}$$

گام خط d شیبش برابر $\frac{4}{3}$ است و محور عرض‌ها در نقطه‌ای با عرض مثبت مثل b قطع می‌کند، پس معادلهٔ خط d می‌شود: $y=\frac{4}{3}x+b\,,\ b>0$

گام طبق شکل داده‌شده، فاصلهٔ $A(-3,-4)$ از مبدأ مختصات همان طول ضلع مربع است:

$$OA=\sqrt{(-3)^2+(-4)^2}=5$$

بنابراین فاصلهٔ $O(0,0)$ از $\underbrace{d: y=\frac{4}{3}x+b}_{\frac{4}{3}x-y+b=0}$ هم باید برابر ۵ باشد:

$$OB=\frac{|\frac{4}{3}(0)-0+b|}{\sqrt{1^2+(\frac{4}{3})^2}}=5 \Rightarrow \frac{|b|}{\sqrt{\frac{25}{9}}}=5 \Rightarrow |b|=5\times\frac{5}{3}=\frac{25}{3} \xrightarrow{b>0} b=\frac{25}{3}$$

پس معادلهٔ خط d می‌شود: $d: y=\frac{4}{3}x+\frac{25}{3}$

گام خط d' بر OA عمود است، پس شیبش قرینه و معکوس شیب OA است:

$$m_{d'}=-\frac{1}{m_{OA}}=-\frac{3}{4}$$

این خط از نقطهٔ $A(-3,-4)$ می‌گذرد، پس معادله‌اش می‌شود:

$$y-(-4)=-\frac{3}{4}(x-(-3)) \Rightarrow y+4=-\frac{3}{4}x-\frac{9}{4} \Rightarrow y=-\frac{3}{4}x-\frac{25}{4}$$

گام حالا خطوط $d: y=\frac{4}{3}x+\frac{25}{3}$ و $d': y=-\frac{3}{4}x-\frac{25}{4}$ را قطع می‌دهیم تا به طول نقطهٔ برخورد این دو خط برسیم:

$$-\frac{3}{4}x-\frac{25}{4}=\frac{4}{3}x+\frac{25}{3} \Rightarrow \frac{4}{3}x+\frac{3}{4}x=-\frac{25}{4}-\frac{25}{3} \Rightarrow \frac{25}{12}x=-\frac{7\times 25}{12}$$

$$\Rightarrow x=-7$$

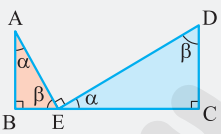
$x=-7$ را در $y=\frac{4}{3}x+\frac{25}{3}$ (یا $d': y=-\frac{3}{4}x-\frac{25}{4}$) جای‌گذاری می‌کنیم تا عرض نقطهٔ تقاطع هم به دست آید:

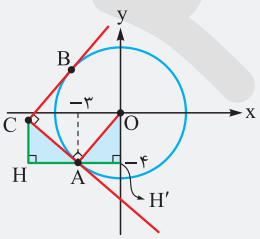
$$y=\frac{4}{3}(-7)+\frac{25}{3}=-\frac{28}{3}+\frac{25}{3}=-\frac{3}{3}=-1$$

پس مختصات نقطهٔ C به صورت $C(-7,-1)$ است که ضرب مؤلفه‌هایش می‌شود $(-7)(-1)=7$.

تیزبازی اول نکتهٔ زیر را بخوانید:

نکته دو مثلث قائم‌الزاویه‌ای که مثل شکل مقابل وترهایشان بر هم عمودند، با هم متشابه‌اند.





خطوط سبز را به شکل اصلی اضافه می‌کنیم. مثلث‌های قائم‌الزاویهٔ رنگی وترهایشان بر هم عمودند، پس طبق نکتهٔ بالا متشابه‌اند. اما با توجه به این‌که AO و AC برابرند، نسبت تشابه‌شان برابر ۱ و این دو مثلث همنهشت‌اند. در نتیجه:

$$AH=OH'=4\ ,\ CH=AH'=3$$

بنابراین اگر از نقطهٔ $A(-3,-4)$، ۴ واحد به سمت چپ و ۳ به سمت بالا برویم به نقطهٔ C می‌رسیم:

$$A(-3,-4) \xrightarrow[\text{به چپ}]{4\text{ واحد}} H(-3-4,-4) \xrightarrow[\text{به بالا}]{3\text{ واحد}} C(-3-4,-4+3)$$

$$=(-7,-1)$$

و باز هم حاصل‌ضرب مؤلفه‌های C می‌شود ۷.

فیزیک

۳۰- گزینه ۱

استراتژی برای بررسی فرایندهای مربوط به واپاشی، مراحل زیر را به ترتیب طی می‌کنیم:

۱ فرایند واپاشی را می‌نویسیم. *(اگه فرایند توی صورت تست داده شده بود، نیازی به این مرحله نداریم.)*

۲ پایستگی عدد جرمی و پایستگی عدد اتمی را برای اجزای دو طرف فرایند می‌نویسیم تا خواستهٔ تست به دست آید.

درس‌نامه ۱ **عدد جرمی**: مجموع تعداد پروتون‌ها (عدد اتمی) و نوترون‌ها (عدد نوترونی): $A = Z + N$

۲ در فرایندهای واپاشی دو اصل زیر برقرار است:

◇ **پایستگی عدد جرمی (پایستگی تعداد نوکلئون‌ها)**: مجموع تعداد نوکلئون‌های دو طرف فرایند یکسان است.

◇ **پایستگی عدد اتمی (پایستگی تعداد پروتون‌ها)**: مجموع تعداد پروتون‌های دو طرف فرایند یکسان است.

گام

نکته ذرهٔ α، هستهٔ اتم هلیم $({}^{4}_{2}\alpha)$ است.

فرایند واپاشی را می‌نویسیم (هستهٔ دختر را با ${}^{A}_{Z}Y$ نشان داده‌ایم):

$${}^{242}_{94}Pu \rightarrow {}^{A}_{Z}Y + {}^{4}_{2}\alpha$$

گام پایستگی عدد جرمی را برای اجزای دو طرف فرایند می‌نویسیم:

$242 = A + 4 \Rightarrow A = 238$:پایستگی عدد جرمی

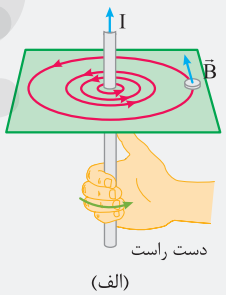
لازم به نوشتن هم نبود. عدد جرمی ذرهٔ α، ۴ است؛ بنابراین عدد جرمی هستهٔ دختر، باید ۴تا کم‌تر از عدد جرمی هستهٔ مادر یعنی $238 = 4 - 242$ باشد.

۳۱- گزینه ۳

درس‌نامه میدان مغناطیسی حاصل از یک سیم مستقیم حامل جریان:

الف) تعیین جهت میدان مغناطیسی:

با استفاده از قاعدهٔ دست راست، می‌توان این جهت را تعیین کرد؛ مطابق این قاعده، اگر سیم را در دست راست خود بگیرید به گونه‌ای که انگشت شست در جهت جریان الکتریکی باشد، جهت خم‌شدن چهار انگشت دست شما جهت خط‌های میدان مغناطیسی را در اطراف سیم نشان می‌دهد. (شکل الف)

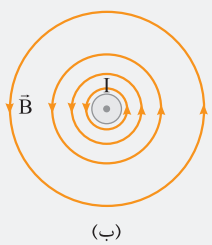


(الف)

ب) بررسی اندازهٔ میدان مغناطیسی:

◇ همان‌طور که در شکل (ب) می‌بینید، با فاصله گرفتن از سیم، تراکم خطوط میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد؛ بنابراین با **افزایش** فاصله از سیم، اندازهٔ میدان مغناطیسی **کاهش** می‌یابد.

◇ با **افزایش** جریان عبوری از سیم، اندازهٔ میدان مغناطیسی در فاصلهٔ معینی از سیم، **افزایش** می‌یابد.



(ب)

اول این‌که اگر از قاعدهٔ دست راست کمک بگیریم، می‌فهمیم که خطوط میدان مغناطیسی در اطراف سیم راست باید در جهت پادساعتگرد باشد (۲ یا ۳ *جواب تسته*).

دوم این‌که با افزایش فاصله از سیم راست، اندازهٔ میدان مغناطیسی و در نتیجه تراکم میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد؛ یعنی دایره‌های نزدیک به سیم باید به هم نزدیک‌تر باشند.

۳۲- گزینه ۴

در گزینه‌ها یکاهای A (آمپر) و C (کولن) می‌بینیم؛ بنابراین بهتر است از یکی از روابط $F = ILB\sin\theta$ یا $F = qvB\sin\theta$ کمک بگیریم:

$$F = qvB\sin\theta \Rightarrow F_{\text{یکای}} = q_{\text{یکای}} \times v_{\text{یکای}} \times B_{\text{یکای}} \times 1$$

$$\Rightarrow B_{\text{یکای}} = \frac{F_{\text{یکای}}}{q_{\text{یکای}} \times v_{\text{یکای}}} \xrightarrow{F=ma} B_{\text{یکای}} = \frac{m_{\text{یکای}} \times a_{\text{یکای}}}{q_{\text{یکای}} \times v_{\text{یکای}}}$$

$$= \frac{kg \cdot \frac{m}{s^2}}{C \cdot \frac{m}{s}} = \frac{kg}{C \cdot s}$$

اگر در یکاهای بالا، به جای C (کولن) معادل آن A.s (آمپر ـ ثانیه) را جای‌گذاری کنیم، یکای $\frac{kg}{A.s^2}$ نیز برای میدان مغناطیسی به دست می‌آید.

۳۳- گزینه ۲

فشار در یک عمق معین از مایع در همهٔ نقاط یکسان است و به جهت‌گیری سطحی که فشار به آن وارد می‌شود، بستگی **ندارد**.

۳۴- گزینه ۴

گام برای این‌که بفهمیم متحرک تغییر جهت داده است یا نه، لحظهٔ تغییر جهت متحرک را به دست می‌آوریم:

روش به کمک مختصات رأس سهمی: $x = \underset{A}{1}t^2 \underset{B}{-12}t + 20$

$$t' = -\frac{B}{2A} = -\frac{-12}{2\times 1} = 6\ s$$

روش تشکیل معادلهٔ سرعت ـ زمان و برابر صفر قراردادن آن:

$$\begin{cases} x = t^2 - 12t + 20 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2\ m/s^2, v_0 = -12\ m/s$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t' - 12 = 0 \Rightarrow 2t' = 12 \Rightarrow t' = 6\ s$$

گام **روش** مسافت طی‌شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۰ s برابر با مجموع اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در بازه‌های زمانی صفر تا $t' = 6\ s$ و $t' = 6\ s$ تا ۱۰ s است؛ پس:

$$l_{(0,10\,s)} = |\Delta x_{(0,6\,s)}| + |\Delta x_{(6\,s,10\,s)}| = |x_{6\,s} - x_0| + |x_{10\,s} - x_{6s}|$$

$$= |[6^2 - (12\times 6) + 20] - [0^2 - (12\times 0) + 20]| + |[10^2 - (12\times 10) + 20]$$

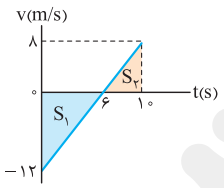
$$- [6^2 - (12\times 6) + 20]| = |-36 + 20 - 20| + |-20 + 20 + 36 - 20|$$

$$= 36 + 16 = 52\ m$$

روش رسم نمودار سرعت ـ زمان:

$$v = 2t - 12 \Rightarrow v_{10\,s} = 2\times 10 - 12 = 8\ m/s$$

$$l_{(0,10\,s)} = S_1 + S_2 = \frac{12\times 6}{2} + \frac{8\times 4}{2} = 36 + 16 = 52\ m$$



تله ۱، اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۰ s است. اگر تغییر جهت متحرک را در نظر نگیرید، به این گزینهٔ نادرست می‌رسید.

۳۵- گزینه ۲

درس‌نامه

◇ رابطهٔ مستقل از زمان در حرکت راست‌خط با شتاب ثابت: $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$

روش **گام** رابطهٔ سرعت ـ زمان را برای ۳ ثانیهٔ آخر می‌نویسیم تا سرعت متحرک ۳ ثانیه قبل از توقف به دست آید:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -3\times 3 + v_0 \Rightarrow v_0 = 9\ m/s$$

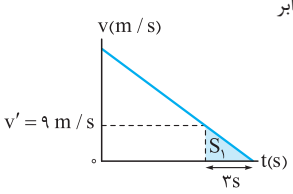
گام رابطهٔ مستقل از زمان را برای ۳ ثانیهٔ اخر می‌نویسیم تا جابه‌جایی متحرک در ۳ ثانیهٔ آخر به دست آید:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0^2 - 9^2 = 2\times(-3)\times\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{-81}{-6} = 13/5\ m$$

روش رسم نمودار سرعت ـ زمان:

چون اندازهٔ شتاب و در نتیجه اندازهٔ شیب متحرک برابر $3\,m/s^2$ است، سرعت متحرک $3\,s$ قبل از توقف به صورت مقابل به دست می‌آید: $\text{اندازهٔ شیب}=\frac{v'}{3} \Rightarrow 3=\frac{v'}{3} \Rightarrow v'=9\,m/s$

جابه‌جایی متحرک در ۳ ثانیهٔ آخر حرکتش، برابر مساحت S_1 در شکل مقابل است:



$$\Delta x = S_1 = \frac{9\times 3}{2} = 13/5\,m$$

ابتدا نکته و سپس تیزبازی زیر را بخوانید:

نکته در حرکت راستخط شتاب ثابت، جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta x_{(t_1,t_2)} = \frac{1}{2}a(t_2-t_1)^2 + v_1(t_2-t_1)$$

در رابطهٔ بالا، v_1 سرعت متحرک در لحظهٔ t_1 است.

◇ اگر در یک حرکت راستخط شتاب ثابت، سرعت نهایی متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2، صفر باشد، برای محاسبهٔ جابه‌جایی می‌توانیم یک منفی در شتاب ضرب کنیم و سرعت اولیه را صفر فرض کنیم. (در واقع حرکت را برعکس می‌کنیم تا سرعت اولیه صفر شود.) در این صورت فرمول بالا به صورت زیر در می‌آید:

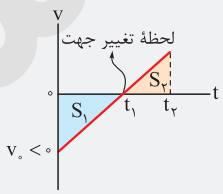
$$\Delta x_{(t_1,t_2)} = \frac{1}{2}(-a)(t_2-t_1)^2$$: اگر سرعت نهایی صفر باشد.

تیزبازی در ۳ ثانیهٔ آخر، حرکت را برعکس می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}(-a)t^2 = \frac{1}{2}(-(-3))\times 3^2 = \frac{27}{2} = 13/5\,m$$

۳۶- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ رابطهٔ سرعت ـ زمان در حرکت راستخط با شتاب ثابت:



$$v = at + v_0$$

۲ در نمودار سرعت ـ زمان، مساحت محصور بین نمودار و محور زمان در یک بازهٔ زمانی معین، بیانگر مسافت طی‌شده توسط متحرک در این بازهٔ زمانی است. مثلاً در شکل روبه‌رو، S_1 بیانگر مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 و S_2 بیانگر مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 است.

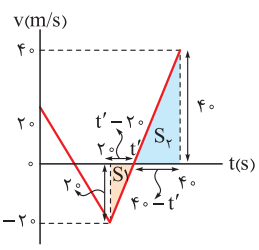
گام رابطهٔ سرعت ـ زمان را برای ۲۰ ثانیهٔ اول می‌نویسیم و به کمک داده‌های صورت سؤال و نمودار، سرعت متحرک در لحظهٔ $20\,s$ را به دست می‌آوریم:

$$v_{20\,s} = a_1\Delta t_1 + v_0 = -2\times 20 + 20 = -20\,m/s$$

رابطهٔ سرعت ـ زمان را برای ۲۰ ثانیهٔ دوم هم می‌نویسیم تا سرعت متحرک در لحظهٔ $40\,s$ هم به دست آید:

$$v_{40\,s} = a_2\Delta t_2 + v_{20\,s} = 3\times 20 + (-20) = 40\,m/s$$

گام مطابق شکل مقابل، نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم می‌کنیم و به کمک قضیهٔ تالس، t' را به دست می‌آوریم:



$$\frac{40}{20} = \frac{40-t'}{t'-20} \Rightarrow 40-t' = 2t'-40$$

$$\Rightarrow 3t' = 80 \Rightarrow t' = \frac{80}{3}\,s$$

گام مسافت طی‌شده در ۲۰ ثانیهٔ دوم برابر با مجموع مساحت‌های S_1 و S_2 است؛ پس:

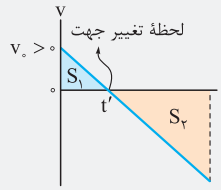
$$l_{(20\,s,40\,s)} = S_1 + S_2 = \frac{1}{2}(\frac{80}{3}-20)\times 20 + \frac{1}{2}(40-\frac{80}{3})\times 40$$

$$= \frac{1}{2}\times\frac{20}{3}\times 20 + \frac{1}{2}\times\frac{40}{3}\times 40 = \frac{1}{2}\times\frac{20}{3}\times 20\times(1+4) = \frac{200}{3}\times 5 = \frac{1000}{3}\,m$$

تله طراح ۲ را برای کسانی قرار داده که اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در ۲۰ ثانیهٔ دوم را به دست می‌آورند.

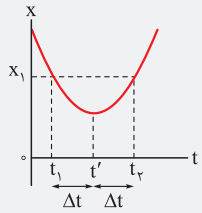
۳۷- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ شکل زیر نمونه‌ای از نمودار سرعت ـ زمان متحرکی است که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند و در لحظه‌ای مانند t' تغییر جهت داده است. در این شکل، مساحت‌های S_1 و S_2 بیانگر مسافت‌هایی هستند که متحرک قبل و بعد از تغییر جهت می‌پیماید. در این صورت جابه‌جایی کل برحسب S_1 و S_2 به این صورت است:



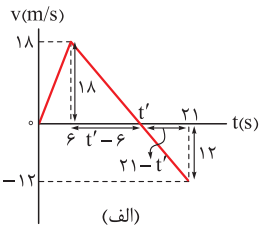
نمودار زیر محور t است.

$$\Delta x = S_1 + (-S_2)$$



۲ در حرکت با شتاب ثابت، نمودار مکان ـ زمان به صورت سهمی است؛ پس با توجه به خاصیت متقارن‌بودن سهمی، می‌توان نتیجه گرفت که مدت‌زمان Δt قبل و بعد از لحظهٔ تغییر جهت (t') مکان‌های متحرک و هم‌چنین تندی‌هایش یکسان است.

گام به کمک قضیهٔ تالس، لحظهٔ t' در نمودار سرعت ـ زمان شکل (الف) را به دست می‌آوریم:



$$\frac{18}{12} = \frac{t'-6}{21-t'} \Rightarrow 2(t'-6) = 3(21-t')$$

$$\Rightarrow 2t'-12 = 63-3t'$$

$$\Rightarrow 5t' = 75 \Rightarrow t' = 15\,s$$

گام مساحت S_1 در شکل زیر را به دست می‌آوریم تا مکان متحرک در لحظهٔ $15\,s$ مشخص شود:

$$\Delta x_{(0,15\,s)} = S_1 \Rightarrow x_{15\,s} - x_0 = S_1 \Rightarrow x_{15\,s} - 10 = \frac{1}{2}(15\times 18)$$

$$\Rightarrow x_{15\,s} = 135 + 10 = 145\,m$$

گام متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $15\,s$ از مکان $x_0 = 10\,m$ به مکان $x_{15\,s} = 145\,m$ رفته است؛ بنابراین در لحظهٔ t'' (که در نمودار شکل (ب) نشان داده‌ایم)، برای اولین بار از مکان $x'' = 136\,m$ عبور کرده است. ابتدا به کمک قضیهٔ تالس، v'' را برحسب t'' به دست می‌آوریم و سپس t'' را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{18}{v''} = \frac{15-6}{15-t''} \Rightarrow v'' = 2(15-t'') \quad (I)$$

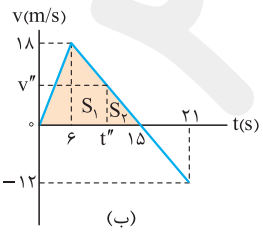
$$\Delta x_{(15\,s,t'')} = S_2 \Rightarrow x_{15\,s} - x'' = S_2 \Rightarrow 145-136 = \frac{1}{2}v''\times(15-t'')$$

$$\xrightarrow{(I)} 9 = \frac{1}{2}\times 2\times(15-t'')\times(15-t'') \Rightarrow (15-t'')^2 = 9$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} 15-t'' = 3 \Rightarrow t'' = 12\,s$$

همین‌جا پاسخ تست یعنی ۲ مشخص شد، ولی فوبه که ادامهٔ حل رو هم ببینید.

چون در بازهٔ زمانی $6\,s$ تا $21\,s$، شتاب متحرک ثابت است، لحظه‌هایی که متحرک از مکان $\vec{x} = (136\,m)\vec{i}$ عبور می‌کند، باید نسبت به لحظهٔ تغییر جهت $(t'' = 15\,s)$ متقارن باشند؛ بنابراین عبور دوم متحرک از مکان $\vec{x} = (136\,m)\vec{i}$ مربوط به لحظهٔ $t''' = 15+3 = 18\,s$ است.

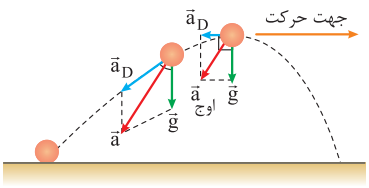


۳۸- گزینه ۱

به توپ دو نیرو وارد می‌شود، یکی نیروی رو به پایین وزن $(m\vec{g})$ و دیگری نیروی مقاومت هوا $(\vec{f}_D)$ که در خلاف جهت حرکت (سرعت) توپ است. مطابق شکل، برایند شتاب‌های ناشی از این دو نیرو برابر با شتاب جسم است؛ بنابراین هم اندازهٔ شتاب توپ در نقطهٔ اوج $(a_{\text{اوج}})$ و هم اندازهٔ شتاب توپ قبل از رسیدن به نقطهٔ اوج (a) از شتاب گرانشی (g) بزرگ‌تر است:

$$a_{\text{اوج}} < g\,,\ a < g \qquad (\text{رد ۲ و ۴})$$

همچنین هر چه توپ به نقطهٔ اوج نزدیک‌تر می‌شود، تندی آن کاهش می‌یابد؛ بنابراین اندازهٔ نیروی مقاومت هوا و در نتیجه اندازهٔ شتاب ناشی از آن (a_D) نیز کاهش می‌یابد.



از طرفی همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، زاویهٔ بین $\vec{a}_D$ و $\vec{g}$ در نقطهٔ اوج برابر 90° و قبل از نقطهٔ اوج کم‌تر از 90° است.

هر دوی این عامل‌ها باعث می‌شوند که اندازهٔ برایند $\vec{a}_D$ و $\vec{g}$ در نقطهٔ اوج ($a_{اوج}$) کم‌تر از اندازهٔ برایند آن‌ها قبل از نقطهٔ اوج (a) باشد؛ پس:

$$a > a_{اوج} > g$$

۳۹- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ اگر جسم روی سطح در آستانهٔ حرکت باشد، نیروی اصطکاک وارد بر آن، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه ($\vec{f}_{s,max}$) است. اندازهٔ این نیرو از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

ضریب اصطکاک ایستایی ↑

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \rightarrow$$ اندازهٔ نیروی عمودی سطح

۲ اگر جسم روی سطح در حال حرکت (لغزش) باشد، نیروی اصطکاک وارد بر آن، جنبشی ($\vec{f}_k$) است. اندازهٔ این نیرو از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

$$f_k = \mu_k F_N$$

↓ ضریب اصطکاک جنبشی

۳ قانون دوم نیوتون: $F_{net} = ma$

۴ رابطهٔ جابه‌جایی ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت: $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$

گام ببینیم برای به حرکت درآمدن جعبه به نیروی چند نیوتونی نیاز است. برای این کار، بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جعبه را به دست می‌آوریم:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s mg = 0/6 \times 50 \times 10 = 300\ N$$

بنابراین تا وقتی اندازهٔ نیروی F به ۳۰۰ N نرسیده، جعبه ساکن می‌ماند و پس از این‌که $F = 300\ N$ شد، جعبه شروع به حرکت می‌کند. ببینیم این اتفاق در چه لحظه‌ای رخ می‌دهد:

$$F = 100t = 300 \Rightarrow t = 3\ s$$

یعنی در بازهٔ زمانی $t = 0$ تا $t = 4\ s$، جعبه فقط در بازهٔ زمانی $t = 3\ s$ تا $t = 4\ s$ حرکت می‌کند.

گام در بازهٔ زمانی $t = 3\ s$ تا $t = 4\ s$، کم‌ترین اندازهٔ نیروی F در لحظهٔ ۳ s و برابر ۳۰۰ N و بیشترین اندازهٔ نیروی F در لحظهٔ ۴ s است؛ پس:

$$F_{max} = 100 \times 4 = 400\ N$$

در این بازهٔ زمانی که جعبه در حال حرکت است، نیروی اصطکاک جنبشی به آن وارد می‌شود که اندازهٔ آن به صورت زیر به دست می‌آید:

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = 0/4 \times 50 \times 10 = 200\ N$$

گام در بازهٔ زمانی $t = 3\ s$ تا $t = 4\ s$، بیشترین و کم‌ترین نیروی خالص وارد بر جعبه را به دست می‌آوریم:

$$F_{net(min)} = F_{min} - f_k = 300 - 200 = 100\ N$$

$$F_{net(max)} = F_{max} - f_k = 400 - 200 = 200\ N$$

بیشترین و کم‌ترین شتاب جعبه در این مدت هم به صورت زیر به دست می‌آید:

$$a_{min} = \frac{F_{net(min)}}{m} = \frac{100}{50} = 2\ m/s^2 \quad \text{و} \quad a_{max} = \frac{F_{net(max)}}{m} = \frac{200}{50} = 4\ m/s^2$$

گام جابه‌جایی جعبه به ازای a_{min} و a_{max} را حساب می‌کنیم:

$$d_{min} = \frac{1}{2}a_{min}t^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 1^2 = 1\ m$$

$$d_{max} = \frac{1}{2}a_{max}t^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 1^2 = 2\ m$$

چون شتاب جعبه در بازهٔ زمانی $t = 3\ s$ تا $t = 4\ s$ مقداری بین a_{min} و a_{max} دارد، جابه‌جایی جعبه در این مدت هم مقداری بین d_{min} و d_{max} خواهد داشت:

$$1\ m < d < 2\ m$$

۴۰- گزینه ۲

درس‌نامه اندازهٔ نیروی گرانشی بین دو ذره:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$ ($G = 6/67 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$: ثابت گرانش عمومی)

جرم ↑ — فاصلهٔ مرکز دو ذره از یکدیگر ↓

رابطهٔ اندازهٔ نیروی گرانشی بین دو ذره، ما را به جواب می‌رساند:

$$F = G\frac{M_e m}{r^2} \xrightarrow{r = R_e + h} F = G\frac{M_e m}{(R_e + h)^2}$$

$$= 6/67 \times 10^{-11} \times \frac{5/98 \times 10^{24} \times 200}{[(6400 + 2600) \times 10^3]^2}$$

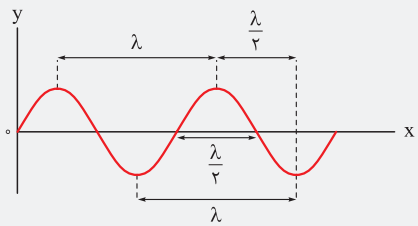
$$= \frac{6/67 \times 5/98 \times 2 \times 10^{15}}{9 \times 9 \times 10^{12}} \simeq \frac{80}{81} \times 10^3 \simeq 985\ N$$ ($6/67 \times 5/98 \simeq 40$)

۴۱- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ بین تندی انتشار موج، دورهٔ موج و طول موج آن، رابطهٔ زیر برقرار است:

$$\lambda = vT$$

۲ شکل مقابل را دربارهٔ رابطهٔ فاصلهٔ نقاط با طول موج، به خاطر بسپارید:



گام با توجه به نمودار نقش موج، دامنهٔ ذره‌های طناب (از جمله ذرهٔ M) ۲ cm است؛ بنابراین مسافت ۴ cm، ۲ برابر دامنه (۲A) است. می‌دانیم مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا ذرهٔ M این مسافت را بپیماید، برابر $\frac{T}{2}$ است؛ پس:

$$\frac{T}{2} = \frac{1}{8} \Rightarrow T = \frac{1}{4}\ s$$

گام مقدار ۱۵ cm که روی محور x نشان داده شده، برابر $\frac{\lambda}{4}$ است؛ پس:

$$\frac{\lambda}{4} = 15 \Rightarrow \lambda = 60\ cm = 0/6\ m$$

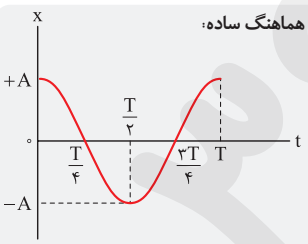
گام تندی انتشار موج برابر است با:

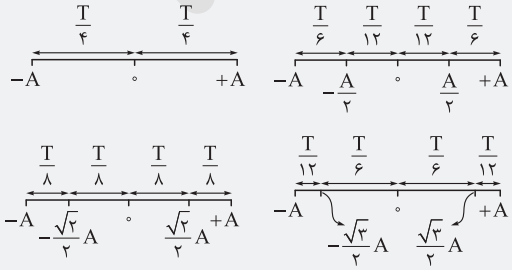
$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0/6}{\frac{1}{4}} = 2/4\ m/s$$

۴۲- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ نمودار مکان ـ زمان در حرکت هماهنگ ساده:

۲ در تست‌های حرکت هماهنگ ساده، مکان‌ها و جابه‌جایی‌های مشخص‌شده در شکل‌های زیر بسیار پرتکرارند. زمان لازم برای طی این جابه‌جایی‌ها را (برحسب دوره) به خاطر بسپارید:





۳ **رابطهٔ تندی بیشینه:** $v_{max} = A\omega$ (در نقطهٔ تعادل)

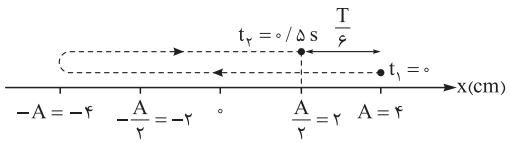
۴ **رابطهٔ بین بسامد زاویه‌ای و دوره:** $\omega = \frac{2\pi}{T}$

گام با توجه به نمودار مکان ـ زمان، مسیر حرکت نوسانگر در بازهٔ صفر تا ۰/۵ s مطابق شکل زیر است. با توجه به آن‌چه در درس‌نامه گفتیم، این بازهٔ زمانی برابر است با:

$$T-\frac{T}{6}=\frac{5T}{6}$$

$$\frac{5T}{6}=0/5 \Rightarrow T=0/6\,s$$

دورهٔ تناوب را به دست می‌آوریم:



گام حداکثر تندی نوسانگر برابر است با:

$$v_{max}=A\omega=A\frac{2\pi}{T}=0/04\times\frac{2\times3}{0/6}=0/4\,m/s$$

۴۳- گزینهٔ ۴

درس‌نامه تندی انتشار امواج عرضی در یک طناب (تار) از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

F: نیروی کششی تار، ρ: سطح مقطع تار، A: چگالی تار

تندی انتشار موج عرضی را به دست می‌آوریم:

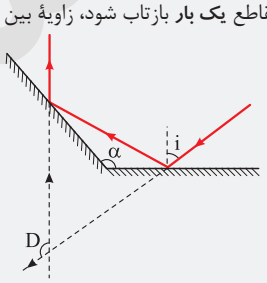
$$v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}=\sqrt{\frac{156}{7/8\times10^{3}\times0/5\times10^{-6}}}=\sqrt{\frac{156}{39\times10^{-4}}}=\sqrt{4\times10^{4}}$$

$$\Rightarrow v=200\,m/s$$

یعنی مسافتی که موج در مدت ۱ s طی می‌کند، برابر ۲۰۰ m است.

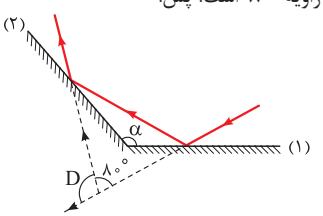
۴۴- گزینهٔ ۲

درس‌نامه اگر پرتوی نور از هر یک از دو آینهٔ متقاطع **یک بار** بازتاب شود، زاویهٔ بین پرتوی تابیده به آینهٔ اول و پرتوی بازتاب‌شده از آینهٔ دوم (که به آن زاویهٔ انحراف هم می‌گوییم) فقط به **زاویهٔ بین دو آینه** بستگی دارد. برای حالتی که زاویهٔ بین دو آینه بیشتر از ۹۰° باشد، زاویهٔ انحراف از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$$\alpha>90^\circ \Rightarrow D=360^\circ-2\alpha$$

با توجه به شکل زیر، زاویهٔ انحراف پرتوی، مکمل زاویهٔ ۸۰° است؛ پس:



$$\hat{D}=180^\circ-80^\circ=100^\circ$$

زاویهٔ بین دو آینه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\hat{D}=360^\circ-2\alpha \Rightarrow 100^\circ=360^\circ-2\alpha$$

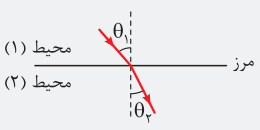
$$\Rightarrow 2\alpha=260^\circ \Rightarrow \alpha=130^\circ$$

تله اگر زاویهٔ انحراف پرتوی را به اشتباه ۸۰° که در شکل داده شده در نظر بگیرید، جوابتان به اشتباه (۱) خواهد شد.

۴۵- گزینهٔ ۱

درس‌نامه **قانون شکست عمومی:**

وقتی جبهه‌های موج، به شکل مقابل از محیط (۱)، وارد محیط (۲) می‌شوند، داریم:



$$\frac{v_2}{v_1}=\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}$$

◇ با توجه به این‌که با تغییر محیط، بسامد موج ثابت می‌ماند، برای طول موج در دو محیط می‌توان نوشت:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}$$

چون با محیط‌های (۱) و (۳) کار داریم، محیط میانی (۲) را حذف می‌کنیم. *گویی هیچ وقت نبوده!*

$$\frac{\lambda_3}{\lambda_1}=\frac{\sin\theta_3}{\sin\theta_1}=\frac{\sin37^\circ}{\sin53^\circ}=\frac{0/6}{0/8}=\frac{3}{4}$$

۴۶- گزینهٔ ۱

درس‌نامه **معادلهٔ ریدبرگ:** طول موج‌های خط‌های طیف گسیلی اتم هیدروژن در هر رشته از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right) \quad (n>n' \text{ و } R\simeq0/01\,(nm)^{-1} \text{: ثابت ریدبرگ})$$

n': شمارهٔ رشته

◇ در این رابطه، طول موج (λ) برحسب نانومتر است.

◇ شماره و نام رشته‌ها به صورت جدول زیر است:

شمارهٔ رشته (n')	۱	۲	۳	۴	۵
نام رشته	لیمان	بالمر	پاشن	براکت	پفوند

شمارهٔ تراز مربوط به سومین خط طیفی رشتهٔ n' برابر است با: $n=n'+3$

حالا معادلهٔ ریدبرگ را می‌نویسیم:

$$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right) \Rightarrow \frac{1}{12800}=\frac{1}{100}\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{(n'+3)^2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n'^2}-\frac{1}{(n'+3)^2}=\frac{1}{12}$$

حل‌کردن معادلهٔ بالا کاری طاقت‌فرسا و وقت‌گیر است. بهترین راه جای‌گذاری گزینه‌ها است. واضح است که طول موج ۱۲۰۰ nm، مربوط به رشته‌های بالمر و لیمان نیست؛ پس با رشتهٔ پاشن ($n'=3$) شروع می‌کنیم:

$$\frac{1}{3^2}-\frac{1}{(3+3)^2}=\frac{1}{9}-\frac{1}{36}=\frac{4-1}{36}=\frac{3}{36}=\frac{1}{12} \quad \checkmark$$

به جواب تست رسیدیم و رشتهٔ مورد نظر، پاشن ($n'=3$) است.

۴۷- گزینهٔ ۳

درس‌نامه اگر تعداد هسته‌های مادر اولیه در یک نمونهٔ پرتوزا N_0 باشد، پس از گذشت زمان t، تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$N=\frac{N_0}{2^n} \quad (n=\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}: \text{نیمه‌عمر}) \quad (2^n: \text{تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده})$$

گام تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده را به دست می‌آوریم:

$$n=\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}=\frac{16}{8}=2$$

گام درصد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده را حساب می‌کنیم:

$$N=\frac{N_0}{2^n}=\frac{N_0}{2^2}=\frac{N_0}{4}$$

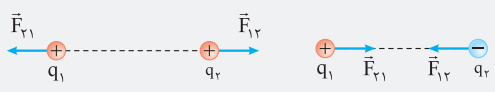
$$\text{درصد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده}=\frac{N}{N_0}\times100=\frac{1}{4}\times100=\%25$$

۴۸- گزینهٔ ۴

درس‌نامه ۱ **قانون کولن:** دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 که در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند، به هم نیروی الکتریکی وارد می‌کنند که اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad (k=9\times10^9\ N\cdot m^2/C^2 \text{: ثابت کولن})$$

۲ مطابق شکل‌های زیر، بارهای همنام یکدیگر را دفع و بارهای ناهمنام یکدیگر را جذب می‌کنند.



برای صفرشدن نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3، باید دو اتفاق بیفتد:

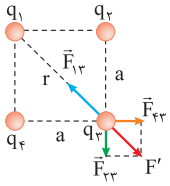
اتفاق اول: برایند نیروهای الکتریکی که بارهای q_2 و q_4 به بار q_3 وارد می‌کنند، در خلاف جهت نیروی الکتریکی باشد که بار q_1 به بار q_3 وارد می‌کند.

نتیجهٔ (۱): نیروهای $\vec{F}_{۲۳}$ و $\vec{F}_{۴۳}$ هم‌اندازه و با توجه به برابربودن فاصلهٔ این بارها تا بار $q_۳$، بارهای $q_۲$ و $q_۴$ هم‌اندازه‌اند.

نتیجهٔ (۲): بارهای $q_۲$ و $q_۴$ همنام و هر دوی این‌ها با بار $q_۱$ ناهمنام‌اند.

اتفاق دوم: برایند نیروهای $\vec{F}_{۲۳}$ و $\vec{F}_{۴۳}$ هم‌اندازه با نیروی $\vec{F}_{۱۳}$ باشد.

مطابق شکل مقابل، این نیروها را رسم می‌کنیم (فرض می‌کنیم بارهای $q_۲$ و $q_۴$ با بار $q_۳$ همنام‌اند). براساس آن‌چه در بالا گفتیم، داریم:



$$r=\sqrt{a^۲+a^۲}=\sqrt{۲a^۲}=\sqrt{۲}a$$

$$F_{۱۳}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{r^۲}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{(\sqrt{۲}a)^۲}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{۲a^۲}$$

$$F_{۲۳}=F_{۴۳}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{a^۲}$$

$$F'=\sqrt{F_{۲۳}^۲+F_{۴۳}^۲}\xrightarrow{F_{۲۳}=F_{۴۳}}F'=\sqrt{۲}F_{۲۳}=\sqrt{۲}k\frac{|q_۲||q_۳|}{a^۲}$$

$$F_{۱۳}=F'\Rightarrow k\frac{|q_۱||q_۳|}{۲a^۲}=\sqrt{۲}\,k\frac{|q_۲||q_۳|}{a^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{|q_۲|}{|q_۱|}=\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۴}\xrightarrow{\text{بارهای }q_۱\text{ و }q_۲\text{ ناهمنام‌اند.}}\frac{q_۲}{q_۱}=-\frac{\sqrt{۲}}{۴}$$

۴۹- گزینه ۲

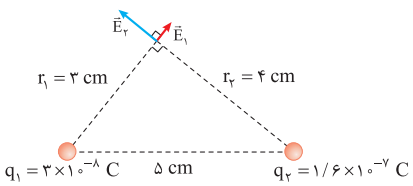
درس‌نامه ۱ اندازهٔ میدان الکتریکی در فاصلهٔ r از بار نقطه‌ای q از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$E=k\frac{|q|}{r^۲}\quad(\text{ثابت کولن}:k=۹\times۱۰^۹\ N\cdot m^۲/C^۲)$$

۲ مطابق شکل‌های زیر، خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج و به بار منفی داخل می‌شوند.



گام محل قرارگیری بارهای الکتریکی و نقطهٔ مورد نظر مطابق شکل مقابل است. در واقع ما با مثلث قائم‌الزاویهٔ (۳، ۴ و ۵) طرف هستیم. میدان الکتریکی حاصل از هر یک از بارها در رأس قائمه را به صورت زیر رسم کرده و اندازهٔ هر کدام را به دست می‌آوریم:



$$E_۱=k\frac{|q_۱|}{r_۱^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۳\times۱۰^{-۸}}{(۳\times۱۰^{-۲})^۲}=۳\times۱۰^۵\ N/C$$

$$E_۲=k\frac{|q_۲|}{r_۲^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱/۶\times۱۰^{-۷}}{(۴\times۱۰^{-۲})^۲}=۹\times۱۰^۵\ N/C$$

تیزبازی اندازهٔ میدان الکتریکی خالص در رأس قائمه که برایند $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ است، باید از $۹\times۱۰^۵\ N/C$ بزرگ‌تر باشد. با نگاهی به گزینه‌ها، می‌توان پی برد که فقط ۲ این شرایط را دارد.

گام اندازهٔ میدان الکتریکی خالص در رأس قائمه برابر است با:

$$E=\sqrt{E_۱^۲+E_۲^۲}=\sqrt{(۳\times۱۰^۵)^۲+(۹\times۱۰^۵)^۲}=۱۰^۵\sqrt{۳^۲+۹^۲}$$

$$=۱۰^۵\times۳\sqrt{۱^۲+۳^۲}=۳\sqrt{۱۰}\times۱۰^۵\ N/C$$

۵۰- گزینه ۴

درس‌نامه میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ موازی باردار (خازن تخت)، یکنواخت است و اندازهٔ آن از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید: $E=\frac{|\Delta V|}{d}$ (اختلاف پتانسیل الکتریکی میان صفحه‌ها / فاصلهٔ بین صفحه‌ها)

با یک جای‌گذاری ساده به جواب می‌رسیم:

$$E=\frac{\Delta V}{d}=\frac{۶}{۲\times۱۰^{-۳}}=۳\times۱۰^۳\ V/m$$

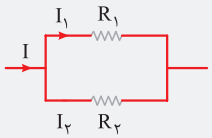
۵۱- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ مطابق شکل زیر، دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ به صورت متوالی (سری) به هم متصل‌اند:



◇ مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq}=R_۱+R_۲$

۲ مطابق شکل روبه‌رو، دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ به صورت موازی به هم متصل‌اند:



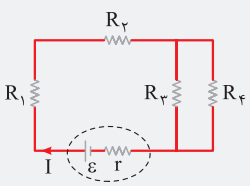
◇ مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}$

◇ اگر مقاومت بزرگ‌تر، n برابر مقاومت کوچک‌تر باشد: $R_{eq}=\frac{\text{مقاومت بزرگ‌تر}}{n+۱}$

◇ نسبت جریان عبوری از مقاومت‌ها برابر با وارون نسبت مقاومت‌ها است: $\frac{I_۱}{I_۲}=\frac{R_۲}{R_۱}$

◇ اصل پایستگی بار الکتریکی: $I=I_۱+I_۲$

۳ در مدار شکل روبه‌رو جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) از رابطهٔ زیر به دست می‌آید: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$



گام مطابق شکل‌های (الف) تا (پ) مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم:

$R_۱:۱۲\ \Omega$ و $۶\ \Omega$ موازی‌اند. $R_۱=\frac{۱۲\times۶}{۱۲+۶}=\frac{۷۲}{۱۸}=۴\ \Omega$

$(\text{یا}:۱۲=\overset{n}{(۲)}\times۶\Rightarrow R_۱=\frac{۱۲}{n+۱}=\frac{۱۲}{۲+۱}=۴\ \Omega)$

$R_۱:R_۲=R_۱+۸=۴+۸=۱۲\ \Omega$ و $۸\ \Omega$ متوالی‌اند.

$R_۲:R_{eq}=\frac{۴R_۲}{۴+R_۲}=\frac{۴\times۱۲}{۴+۱۲}=\frac{۴۸}{۱۶}=۳\ \Omega$ و $۴\ \Omega$ موازی‌اند.

$(\text{یا}:۱۲=\overset{n}{(۳)}\times۴\Rightarrow R_{eq}=\frac{۱۲}{n+۱}=\frac{۱۲}{۳+۱}=۳\ \Omega)$

جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) برابر است با:

$$I_{\text{کل}}=\frac{\varepsilon}{R_{eq}}=\frac{۱۸}{۳}=۶\ A$$

گام با توجه به شکل (پ)، $I_۱$ و $I_۲$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{I_۱}{I_۲}=\frac{۱۲}{۴}\Rightarrow I_۱=۳I_۲$$

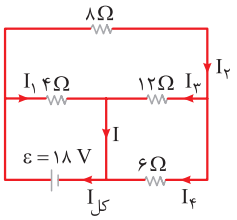
$$I_۱+I_۲=I_{\text{کل}}\Rightarrow ۳I_۲+I_۲=۶\Rightarrow I_۲=\frac{۶}{۴}=۱/۵\ A,\ I_۱=۴/۵\ A$$

جریان عبوری از مقاومت $R_۲$، همان جریان عبوری از مقاومت‌های $۸\ \Omega$ و $R_۱=۴\ \Omega$ (شکل ب) است؛ بنابراین به مجموعهٔ مقاومت‌های موازی $۱۲\ \Omega$ و $۶\ \Omega$ (شکل الف) جریان $I_۲=۱/۵\ A$ وارد می‌شود. $I_۳$ و $I_۴$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{I_۴}{I_۳}=\frac{۱۲}{۶}\Rightarrow I_۴=۲I_۳$$

$$I_۳+I_۴=I_۲\Rightarrow I_۳+۲I_۳=۱/۵\Rightarrow ۳I_۳=۱/۵\Rightarrow I_۳=۰/۵\ A, I_۴=۱\ A$$

گام با توجه به شکل (الف)، جریان I را به یکی از صورت‌های زیر می‌توانید حساب کنید:

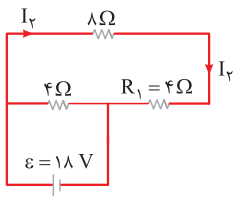


(الف)

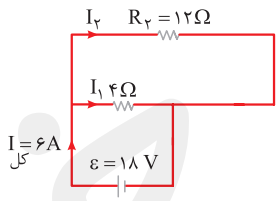
$$I = I_1 + I_2 = 4/5 + 0/5 = 5\,A$$

یا

$$I + I_4 = I_{کل} \Rightarrow I + 1 = 6 \Rightarrow I = 5\,A$$



(ب)



(پ)

۵۲- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ رابطهٔ مقاومت الکتریکی رسانا:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

L → طول رسانا

A → مساحت مقطع رسانا

ρ → مقاومت ویژهٔ رسانا

۲ چگالی:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

m → جرم

V → حجم

گام به کمک رابطهٔ چگالی، طول سیم را حساب می‌کنیم: (برای تفکیک چگالی و مقاومت ویژه، چگالی را با ρ' نشان می‌دهیم):

$$\rho' = \frac{m}{V} = \frac{m}{AL} = \frac{m}{\pi r^2 L} \Rightarrow 10 \times 10^3 = \frac{314 \times 10^{-3}}{3/14 \times (\frac{1}{2} \times 10^{-3})^2 \times L}$$

$$\Rightarrow L = \frac{314 \times 10^{-3}}{3/14 \times \frac{1}{4} \times 10^{-2}} = 40\,m$$

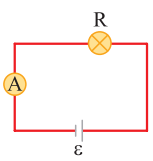
گام مقاومت الکتریکی سیم را به دست می‌آوریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{\pi r^2} = 3/14 \times 10^{-8} \times \frac{40}{3/14 \times (\frac{1}{2} \times 10^{-3})^2} = 160 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow R = 1/6\,\Omega$$

۵۳- گزینه ۱

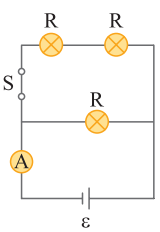
گام لامپ‌ها مشابه‌اند؛ بنابراین مقاومت آن‌ها یکسان است. فرض می‌کنیم که مقاومت هر کدام برابر R باشد. در حالت اول (کلید باز)، مدار مطابق شکل (الف) است. جریان عبوری از آمپرسنج که همان جریان کل عبوری از مدار است، برابر است با:



(الف)

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R}$$

گام در حالت دوم (کلید بسته)، مدار مطابق شکل (ب) است. در این حالت جریان عبوری از آمپرسنج به صورت زیر به دست می‌آید:



$R + R = 2R$: مقاومت‌های R شاخهٔ بالا متوالی‌اند.

$R_{eq} = \frac{R \times 2R}{R + 2R} = \frac{2R^2}{3R} = \frac{2}{3}R$: مقاومت‌های 2R و R شاخهٔ پایین موازی‌اند.

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{\varepsilon}{\frac{2}{3}R} = \frac{3}{2}\frac{\varepsilon}{R}$$

گام نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{3}{2}\frac{\varepsilon}{R}}{\frac{\varepsilon}{R}} = \frac{3}{2} = 1/5$$

۵۴- گزینه ۳

دو دیدگاه وجود دارد.

دیدگاه اول: R را طوری به دست بیاوریم که مقاومت معادل مدار در حالت اول (کلید باز) و حالت دوم (کلید بسته) در رابطهٔ زیر صدق کند:

$$R_{eq(1)} \times R_{eq(2)} = r^2 \Rightarrow R_{eq(1)} \times R_{eq(2)} = (0/5)^2 = \frac{1}{4}$$

برای این‌که این رابطه برقرار باشد، لازم است که یکی از R_{eq}ها کمتر از $r = 0/5\,\Omega$ و دیگری بیشتر از $r = 0/5\,\Omega$ باشد. با توجه به شکل به هم بستن مقاومت‌ها و مقدار آن‌ها که اعدادی بسیار بیشتر از $0/5\,\Omega$ هستند، هر دوی R_{eq}ها حتماً بیشتر از $0/5\,\Omega$ بوده و این رابطه نمی‌تواند برای این مدار برقرار باشد.

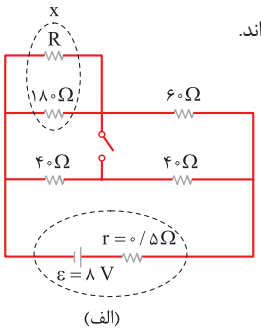
دیدگاه دوم: R را طوری به دست بیاوریم که مقاومت معادل مدار در دو حالت برابر باشد:

$$R_{eq(1)} = R_{eq(2)}$$

گام در حالتی که کلید باز است (شکل الف)، مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم. مقاومت معادل مقاومت‌های R و $180\,\Omega$ را برابر x در نظر می‌گیریم تا شلوغی محاسباتمان کم‌تر شود؛ داریم:

$R_1 = 60 + x\,(\Omega)$: مقاومت‌های x و $60\,\Omega$ متوالی‌اند.

$R_2 = 40 + 40 = 80\,\Omega$: مقاومت‌های $40\,\Omega$ و $40\,\Omega$ متوالی‌اند.

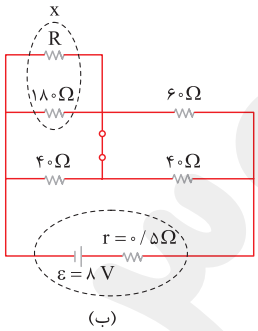


(الف)

$R_{eq(1)} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$: مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی‌اند.

$$= \frac{(60+x) \times 80}{60 + x + 80} = \frac{80(60+x)}{140+x}$$

گام در حالتی که کلید بسته است (شکل ب) هم معادل مقاومت را حساب می‌کنیم:



(ب)

$R'_1 = \frac{40x}{40+x}\,(\Omega)$: مقاومت‌های x و $40\,\Omega$ موازی‌اند.

: مقاومت‌های $60\,\Omega$ و $40\,\Omega$ موازی‌اند.

$$R'_2 = \frac{40 \times 60}{40 + 60} = 24\,\Omega$$

: مقاومت‌های R'_1 و R'_2 متوالی‌اند.

$$R_{eq(2)} = \frac{40x}{40+x} + 24\,(\Omega)$$

گام مقاومت معادل مدار در دو حالت را برابر قرار می‌دهیم تا x به دست آید:

$$R_{eq(1)} = R_{eq(2)} \Rightarrow \frac{80(60+x)}{140+x} = \frac{40x}{40+x} + 24$$

$$\xrightarrow{\times \frac{1}{8}} \frac{10(60+x)}{140+x} = \frac{5x}{40+x} + 3 \Rightarrow \frac{10(60+x)}{140+x} = \frac{8x+120}{40+x}$$

$$\xrightarrow{\times \frac{1}{2}} \frac{5(60+x)}{140+x} = \frac{4x+60}{40+x}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین‌وسطین و ساده‌سازی}} (x-60)^2 = 0 \Rightarrow x = 60\,\Omega$$

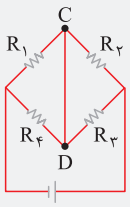
گام مقاومت R به صورت زیر به دست می‌آید:

$$x = \frac{180R}{180+R} \Rightarrow 60 = \frac{180R}{180+R} \Rightarrow 3R = 180 + R$$

$$\Rightarrow 2R = 180 \Rightarrow R = 90\,\Omega$$

ابتدا نکته و سپس تیزبازی زیر را بخوانید:

نکته مطابق شکل مقابل آرایش خاصی از مقاومت‌های الکتریکی وجود دارد که **پل وتستون** نامیده می‌شود. در این آرایش، اگر تساوی $R_1R_3 = R_2R_4$ برقرار باشد، اختلاف پتانسیل نقاط C و D یکسان بوده و هیچ جریانی از سیم CD عبور نمی‌کند؛ بنابراین بود و نبود این اتصال هیچ تأثیری در مدار ندارد، یعنی مقاومت معادل، جریان عبوری از باتری، جریان عبوری از هر یک از مقاومت‌ها و ... در هر دو حالت یکسان است.



تیزبازی با توجه به نکتهٔ بالا، چون می‌خواهیم $R_{eq(2)} = R_{eq(1)}$ باشد، باید R را طوری تعیین کنیم که معادل مقاومت‌های موازی R و 18Ω برابر 6Ω شود و مدار به شکل پل وتستون دربیاید؛ بنابراین:

$$\frac{18\times R}{18+R} = 6 \Rightarrow 18R = 6\times 18 + 6R \Rightarrow 12R = 6\times 18$$

$$\Rightarrow R = \frac{6\times 18}{12} = 9\Omega$$

البته این رو باید بگیم که اصلاً انتظار نداریم که این نکته رو بلد باشین، ولی چون طراح با ذهنیت پل وتستون این تست رو طرح کرده، دونستنش خالی از لطف نیست و کمکتون می‌کنه تست رو خیلی سریع تر حل کنید.

۵۵- گزینه ۴

درس‌نامه قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:

با تغییر شار مغناطیسی عبوری از یک مدار بسته، نیروی محرکه‌ای در آن القا می‌شود. نیروی محرکهٔ القایی متوسط در این مدار از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow[\text{فقط B تغییر کند.}]{\Phi = BA\cos\theta} \varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta$$

(N: تعداد حلقه‌ها، $\frac{\Delta B}{\Delta t}$: آهنگ تغییر اندازهٔ میدان مغناطیسی، A: مساحت حلقه، θ: زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی و نیم‌خط عمود بر سطح حلقه)

گام به آهنگ تغییر شار مغناطیسی در بازهٔ زمانی $t = 2\,s$ تا $t = 10\,s$ نیاز داریم. به کمک نمودار می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{B_{10\,s} - B_{2\,s}}{10-2} = \frac{0-0/16}{8} = -0/02\,T/s$$

گام جریان القایی متوسط در حلقه در این بازهٔ زمانی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$|I_{av}| = \frac{|\varepsilon_{av}|}{R} = \frac{|-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta|}{R} = \frac{|-1\times(-0/02)\times(0/02\times 0/02)\times\cos 0|}{0/1}$$

$$= \frac{8\times 10^{-6}}{0/1} = 8\times 10^{-5}\,A \xrightarrow{1\,A = 10^3\,mA} |I_{av}| = 0/08\,mA$$

۵۶- گزینه ۱

گام حجم مخروط را حساب می‌کنیم:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\times 3\times (0/1)^2\times(0/2) = 2\times 10^{-3}\,m^3$$

گام چگالی مخروط برابر است با:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{5/4}{2\times 10^{-3}} = 2700\,kg/m^3$$

هواستون باشه! ۳ چگالی مفروط برحسب g/cm^3 است.

۵۷- گزینه ۲

درس‌نامه کار نیروی وزن جسم برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم است:

$$W_{mg} = -\Delta U = -mg\Delta h$$

در رابطهٔ بالا، اگر جسم از سطح زمین دور شود، $\Delta h > 0$ و اگر جسم به سطح زمین نزدیک شود، $\Delta h < 0$ است.

کار نیروی وزن برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم است، پس:

$$W_{mg} = -mg\Delta h \xrightarrow[\Delta h = -10\,m]{\text{جابه‌جایی جسم رو به پایین است.}}$$

$$W_{mg} = -2\times 10\times(-10) = 200\,J$$

هواستون باشه! تست شلوغ کاری اضافی زیاد داره، مثه زاویهٔ 45° توی شکل یا بزرگی نیروی اصطکاک توی متن تست.

۵۸- گزینه ۳

درس‌نامه انرژی جنبشی جسمی به جرم m و تندی v، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

گام معادلهٔ سرعت ـ زمان را برای اتومبیل می‌نویسیم و سرعت آن را در لحظه‌های 1s و 2s به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 = 3t \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1\,s \Rightarrow v_1 = 3\,m/s \\ t_2 = 2\,s \Rightarrow v_2 = 6\,m/s \end{cases}$$

گام نسبت خواسته‌شده به صورت زیر حساب می‌شود:

$$\frac{\Delta K_{(1s,2s)}}{\Delta K_{(0,1s)}} = \frac{\frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)}{\frac{1}{2}m(v_1^2 - v_0^2)} = \frac{6^2 - 3^2}{3^2 - 0^2} = \frac{27}{9} = 3$$

۵۹- گزینه ۴

درس‌نامه گرمای لازم برای تغییر دما:

$$Q = mc(\theta_2 - \theta_1)$$

(m: جرم جسم، c: گرمای ویژهٔ جسم، θ_2: دمای ثانویه، θ_1: دمای اولیه)

گام به کمک شکل نسبتی رابطهٔ گرما، نسبت جرم دو کره را حساب می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta \xrightarrow{\text{یکسان: c}} \frac{Q_B}{Q_A} = \frac{m_B}{m_A}\times\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A} \Rightarrow \frac{20}{5} = \frac{m_B}{m_A}\times\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{m_B}{m_A} = 8$$

گام رابطهٔ چگالی را به شکل نسبتی می‌نویسیم تا نسبت شعاع کره‌ها به دست آید:

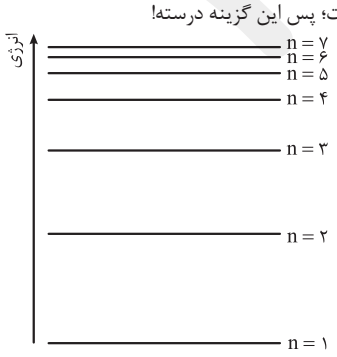
$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\text{یکسان: }\rho} \frac{V_B}{V_A} = \frac{m_B}{m_A} \xrightarrow{V\propto r^3} \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3 = 8 \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = 2$$

شیمی

۶۰- گزینه ۱

بررسی گزینه‌ها: ① در فصل ۱ کتاب درسی شیمی دهم، در قسمت مدل کوانتومی و بررسی طیف نشری خطی عنصرها می‌خوانیم که هر نوار رنگی در طیف نشری خطی عنصرها، پرتوهای نشرشده هنگام بازگشت الکترون‌های برانگیخته را از لایه‌های بالاتر به لایه‌های پایین‌تر نشان می‌دهد. با تعیین دقیق طول موج این پرتوها می‌توان به تصویر دقیقی از انرژی لایه‌های الکترونی و درواقع آرایش الکترونی اتم دست یافت؛ پس این گزینه درسته!

② هر چه به هستهٔ اتم نزدیک‌تر شویم، تفاوت انرژی بین دو لایهٔ متوالی افزایش می‌یابد. (با افزایش n، سطح انرژی لایه‌ها افزایش، اما تفاوت انرژی بین آن‌ها کاهش می‌یابد.)

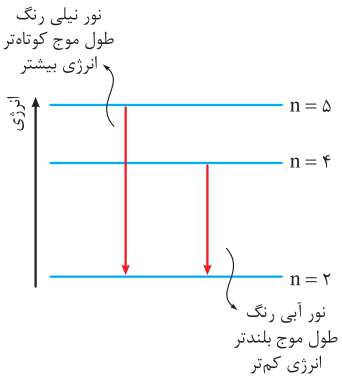


مقایسهٔ تفاوت انرژی: $(n=2 \to n=1) > (n=3 \to n=2)$

$> (n=4 \to n=3) > (n=5 \to n=4) > (n=6 \to n=5) > \cdots$

۳) دقت کنید که براساس مدل کوانتومی، دادوستد انرژی هنگام انتقال الکترون از یک لایه به لایهٔ دیگر، کوانتومی است؛ یعنی **الکترون‌ها قادر نیستند هر مقدار از انرژی را جذب (یا نشر) کنند، بلکه انرژی در پیمانه‌های معینی جذب یا نشر می‌شود.**

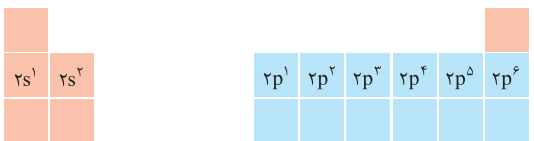
۴) در انتقال‌های الکترون از لایه‌های بالاتر به یک لایهٔ یکسان و پایین، هر چه تفاوت عدد کوانتومی اصلی دو لایه بیشتر باشد، انرژی مبادله‌شده بر اثر انتقال الکترون بین آن‌ها بیشتر و در نتیجه طول موج نور نشرشده کوتاه‌تر است. مثلاً انرژی مبادله‌شده در انتقال $n=۵ \rightarrow n=۲$ (نور نیلی‌رنگ) بیشتر از انتقال $n=۴ \rightarrow n=۲$ (نور آبی‌رنگ) در اتم هیدروژن است و در نتیجه طول موج نور نشرشده در انتقال $n=۵ \rightarrow n=۲$ کوتاه‌تر از انتقال $n=۴ \rightarrow n=۲$ در این اتم است.



مشاوره ۱) این سؤال به طور مستقیم در متن کتاب درس آورده نشده است و ممکنه خیلی‌ها با دیدنش بترسن و سؤال رو رها کنن. اما همان‌طور که می‌بینید، سؤال، شمارشی و چندموردی نیست و شما می‌توانید با بررسی بقیهٔ گزینه‌ها که اتفاقاً عبارت‌های ساده‌ای هم محسوب می‌شوند، به جواب سؤال برسید! پس بهتون پیشنهاد می‌کنیم که در چنین مواردی با حفظ آرامش، همهٔ گزینه‌ها را بررسی کنید و این موضوع را با خودتون تمرین کنید که در سر جلسه من نباید لزوماً همه چی رو بلد باشم، ولی می‌تونم با تکنیک‌های تست‌زنی و هوشی که دارم به جواب سؤال برسم!

۶۱- گزینه ۴

در جدول زیر، بیرونی‌ترین زیرلایهٔ الکترونی را در اتم عنصرهای دورهٔ دوم جدول دوره‌ای مشخص کرده‌ایم:



بنابراین با توجه به این‌که مجموع شمار الکترون‌ها در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ اتم دو عنصر مورد نظر از این دوره، برابر با ۹ است، در نتیجه این دو عنصر هر دو به دستهٔ p تعلق داشته و می‌توانند $(_۹F, _۸O)$ یا $(_{۱۰}Ne, _۷N)$ باشند. *مشخصه که* در هر دو حالت، تفاوت عدد اتمی دو عنصر، عددی فرد است.

۵+۴=۹ ۶+۳=۹

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) دو عنصر $_۸O$ و $_۹F$ را در نظر بگیرید:

$$_۸O:[_۲He]\ \underbrace{۲s^۲ ۲p^۴}_{\text{۶ الکترون ظرفیتی}}$$
$$_۹F:[_۲He]\ \underbrace{۲s^۲ ۲p^۵}_{\text{۷ الکترون ظرفیتی}}$$
$$\Rightarrow \text{تفاوت شمار الکترون‌های ظرفیتی} = ۱$$

نکته برای عنصرهای گروه‌های ۱ تا ۱۲، تعداد الکترون‌های ظرفیتی برابر شمارهٔ گروه و برای عنصرهای گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ (به‌جز هلیم)، تعداد الکترون‌های ظرفیتی برابر عدد یکان شمارهٔ گروه است؛ در نتیجه برای عنصرهای $_۸O$ و $_۹F$ که به ترتیب در گروه‌های ۱۶ و ۱۷ جدول دوره‌ای هستند، شمار الکترون‌های ظرفیتی به ترتیب برابر با ۶ و ۷ است.

۲) دو عنصر $_۷N$ و $_{۱۰}Ne$ را در نظر بگیرید. آخرین زیرلایه در اتم عنصر $_۷N$ $(۲p^۳)$، نیمه‌پر و در اتم عنصر $_{۱۰}Ne$ $(۲p^۶)$، پر است.

۳) عدد اتمی عنصر $_۷N$، ۷ / ۰ برابر عدد اتمی عنصر $_{۱۰}Ne$ است.

۶۲- گزینه ۱

درس‌نامه

نوشتن آرایش الکترونی یون‌ها از روی اتم
- کاتیون‌ها ← به تعداد بار یون از بیرونی‌ترین زیرلایه(ها) الکترون جدا می‌کنیم.
- آنیون‌ها ← به تعداد بار یون، براساس قاعدهٔ آفبا به آخرین زیرلایه، الکترون اضافه می‌کنیم.

نوشتن آرایش الکترونی اتم از روی آرایش الکترونی یون
- کاتیون‌ها ← افزودن الکترون به تعداد بار کاتیون به آرایش الکترونی منظم‌شدهٔ آن طبق قاعدهٔ آفبا
- آنیون‌ها ← جداکردن الکترون به اندازهٔ بار آنیون از آخرین زیرلایهٔ الکترونی در آرایش الکترونی آنیون

ابتدا باید تکلیف عنصرها را مشخص کنیم:

$A^{۲+}:\cdots ۳d^۵ \Rightarrow {}_{۲۵}A:[_{۱۸}Ar]۳d^۵ ۴s^۲ \Rightarrow$ (عنصر $_{۲۵}Mn$) دورهٔ ۴، گروه ۷

$E^{۳+}:\cdots ۳p^۶ \Rightarrow {}_{۲۱}E:[_{۱۸}Ar]۳d^۱ ۴s^۲ \Rightarrow$ (عنصر $_{۲۱}Sc$) دورهٔ ۴، گروه ۳

$X^{۲-}:\cdots ۳p^۶ \Rightarrow {}_{۱۶}X:[_{۱۰}Ne]۳s^۲ ۳p^۴ \Rightarrow$ (عنصر $_{۱۶}S$) دورهٔ ۳، گروه ۱۶

$D^{۳-}:\cdots ۲p^۶ \Rightarrow {}_۷D:[_۲He]۲s^۲ ۲p^۳ \Rightarrow$ (عنصر $_۷N$) دورهٔ ۲، گروه ۱۵

تفاوت عدد اتمی دو عنصر $A(_{۲۵}Mn)$ و $E(_{۲۱}Sc)$، برابر با $۲۵-۲۱=۴$ است. آرایش الکترونی عنصر $D(_۷N)$ به صورت مقابل است:

$$_۷D:\underbrace{۱s^۲ ۲s^۲ ۲p^۳}_{l=۰ \text{ با } ۴e^-}$$

همان‌طور که دیدین شمار الکترون‌های با $l=۰$ (زیرلایهٔ s) در اتم D نیز برابر با ۴ است.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۲) *ببینیم:*

$$_۷D:[_۲He]\underbrace{۲s^۲ ۲p^۳}_{\text{۵e}^- \text{ ظرفیتی}} \quad {}_{۲۱}E:[_{۱۸}Ar]\underbrace{۳d^۱ ۴s^۲}_{\text{۳e}^- \text{ ظرفیتی}} \quad {}_{۲۵}A:[_{۱۸}Ar]\underbrace{۳d^۵ ۴s^۲}_{\text{۷e}^- \text{ ظرفیتی}}$$

شمار الکترون‌های ظرفیتی در اتم A، برابر با ۷ است، در حالی که مجموع شمار الکترون‌های ظرفیتی در اتم‌های E و D، برابر با $۸=۵+۳$ می‌باشد.

۳) بیرونی‌ترین زیرلایه در اتم‌های A، E، X و D، به ترتیب به صورت $۴s^۲$، $۴s^۲$، $۳p^۴$ و $۲p^۳$ است. $n+l$ الکترون‌ها در این زیرلایه‌ها برابر است با:

زیرلایه	$۴s^۲$	$۳p^۴$	$۲p^۳$
مجموع $n+l$ الکترون‌ها	$۲(۴+۰)=۸$	$۴(۳+۱)=۱۶$	$۳(۲+۱)=۹$

بنابراین مجموع $n+l$ الکترون‌ها در این ۴ زیرلایه برابر است با: $۸+۸+۱۶+۹=۴۱$

۴) در اثر واکنش اتم $E(_{۲۱}Sc)$ با گاز اکسیژن، ترکیب یونی با فرمول شیمیایی $(Sc_۲O_۳)E_۲O_۳$ تشکیل می‌شود. *مولکول کیا بوده؟!*

۶۳- گزینه ۲

درس‌نامه محاسبهٔ جرم اتمی میانگین:

روش روش تستی:

◇ اگر $M_۱$ جرم اتمی سبک‌ترین ایزوتوپ یک عنصر باشد، برای ساده‌ترشدن محاسبات می‌توان از فرمول زیر برای محاسبهٔ جرم اتمی میانگین استفاده کرد:

$$\bar{M}=M_۱+\underbrace{\frac{F_۲}{۱۰۰}(M_۲-M_۱)}_{\text{اختلاف جرم اتمی ایزوتوپ دوم و ایزوتوپ سبک‌تر}}+\underbrace{\frac{F_۳}{۱۰۰}(M_۳-M_۱)}_{\text{اختلاف جرم اتمی ایزوتوپ سوم و ایزوتوپ سبک‌تر}}+\cdots$$

($F_۲$: درصد فراوانی ایزوتوپ دوم، $F_۳$: درصد فراوانی ایزوتوپ سوم)

روش روش کتاب درسی:

◆ جرم اتمی میانگین ($\bar{M}$) از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

$$\bar{M}=\frac{M_1F_1+M_2F_2+\cdots}{F_1+F_2+\cdots}$$

در این رابطه M_1، M_2 و ... جرم اتمی هر یک از ایزوتوپ‌ها و F_1، F_2 و ... فراوانی هر یک از آن‌ها است.

اگر درصد فراوانی ایزوتوپ‌های سبک‌تر و سنگین‌تر این عنصر را به ترتیب با F_1 و F_2 نمایش دهیم، طبق گفتهٔ سؤال $F_2=4F_1$ است؛ بنابراین داریم:

$$\begin{cases}F_2=4F_1\\F_1+F_2=100\end{cases}\Rightarrow 5F_1=100\Rightarrow F_1=\%20\ ,\ F_2=\%80$$

روش روش تستی: با توجه به رابطهٔ جرم اتمی میانگین می‌توان نوشت:

$$\bar{M}=M_1+\frac{F_2}{100}(M_2-M_1)\Rightarrow 28/2=M_1+\frac{80}{100}(2)$$

$$\Rightarrow M_1=26/6\ \text{amu}\xrightarrow{M_2=M_1+2}M_2=28/6\ \text{amu}$$

روش روش کتاب درسی: با توجه به این‌که تفاوت جرم دو ایزوتوپ، برابر ۲ واحد است، در نتیجه می‌توان گفت:

$$M_2-M_1=2\Rightarrow M_1=M_2-2$$

$$\bar{M}=\frac{M_1F_1+M_2F_2}{F_1+F_2}\Rightarrow 28/2=\frac{20(M_2-2)+80M_2}{100}$$

$$\Rightarrow 2820=20M_2-40+80M_2\Rightarrow 100M_2=2860$$

$$\Rightarrow M_2=28/6\ \text{amu}$$

تیزبازی جرم اتمی میانگین عنصری با دو ایزوتوپ، بین جرم اتمی ایزوتوپ سبک‌تر و سنگین‌تر بوده و به جرم اتمی ایزوتوپی نزدیک‌تر است که درصد فراوانی بیشتری دارد. حالا به گزینه‌ها نگاه کنید:

۱) ۲۶/۶: جرم اتمی ایزوتوپ سنگین‌تر نمی‌تواند از جرم اتمی میانگین کم‌تر باشد. ✗

۳) ۲۹/۲: اگر جرم اتمی ایزوتوپ سنگین‌تر، ۲۹/۲ باشد، با توجه به اطلاعات سؤال، جرم اتمی ایزوتوپ سبک‌تر، ۲۷/۲ خواهد بود و عدد ۲۸/۲ برای جرم اتمی میانگین وقتی به دست می‌آید که درصد فراوانی این دو ایزوتوپ برابر باشد. در صورتی که در صورت سؤال بیان شده که درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر بیشتر است. ✗

٪۵۰ ٪۵۰

۲۷/۲ ۲۸/۲ ۲۹/۲

۴) ۲۹/۸: در این حالت، جرم اتمی ایزوتوپ سبک‌تر، ۲۷/۸ خواهد بود. میانگین این دو عدد، ۲۸/۸ است. با توجه به اطلاعات سؤال و درصد فراوانی بیش‌تر ایزوتوپ سنگین‌تر، جرم اتمی میانگین باید بیشتر از ۲۸/۸ شود که این‌طوری نیست! ✗

جرم اتمی میانگین در سؤال — درصد بیشتر

۲۷/۸ ۲۸/۲ ۲۸/۸ ۲۹/۸

خلاصه این‌که با نگاه به گزینه‌ها و به تحلیل ذهنی ساده می‌شد فهمید جواب درست، ۲ است. ما چون براتون توضیح دادیم، یه کمی طولانی شد.

۶۴- گزینه ۴

درس‌نامه مقایسهٔ خواص اکسیژن (O_2) و اوزون (O_3):

آلوتروپ	O_2	O_3
ساختار لوویس	$\ddot{O}=\ddot{O}$	$\ddot{O}$ (خمیده یا V‌شکل)
نقطهٔ جوش	$-183\ ^\circ C$ (کم‌تر)	$-112\ ^\circ C$ (بیشتر)
مایع‌شدن	سخت‌تر	آسان‌تر
رنگ در حالت مایع	آبی کم‌رنگ	آبی پررنگ
واکنش‌پذیری	کم‌تر	بیشتر (گندزدا)
پایداری	بیشتر	کم‌تر
قطبیت	ناقطبی	قطبی
انحلال‌پذیری در آب	کم‌تر	بیشتر

واکنش‌پذیری و در نتیجه سطح انرژی مولکول O_2 بیشتر از مولکول O_2 است.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) گاز اوزون در استراتوسفر، طی معادلهٔ برگشت‌پذیر $2O_3\rightleftharpoons 3O_2$ و از اتصال یک اتم اکسیژن (O) به یک مولکول اکسیژن (O_2) تولید می‌شود، در حالی که در تروپوسفر از واکنش میان گازهای اکسیژن (O_2) و نیتروژن دی‌اکسید (NO_2) در حضور نور خورشید مطابق واکنش زیر تولید می‌شود:

$$NO_2(g)+O_2(g)\xrightarrow{\text{نور خورشید}}NO(g)+\underbrace{O_3(g)}_{\text{اوزون تروپوسفری}}$$

۲) دقت کنید که دگرشکل‌ها (آلوتروپ‌های) مختلف هر عنصر، علاوه بر خواص فیزیکی، خواص شیمیایی متفاوتی نیز دارند. به عنوان مثال O_3 نسبت به O_2، واکنش‌پذیری و سطح انرژی بالاتر و پایداری کم‌تری دارد.

تله حواستون به تفاوت مفاهیم **آلوتروپ (دگرشکل)** و **ایزوتوپ (هم‌مکان)** باشد و اینا رو با هم قاطی پاتی نکنین! ایزوتوپ‌های مختلف یک عنصر، در یک خانه از جدول دوره‌ای قرار می‌گیرند و بنابراین خواص شیمیایی یکسان دارند و در خواص فیزیکی وابسته به جرم، مانند چگالی با یکدیگر تفاوت دارند، در حالی که آلوتروپ‌های مختلف یک عنصر، شکل‌های مختلف عنصر در طبیعت هستند و ساختارهای متفاوت و در نتیجه خواص شیمیایی و فیزیکی متفاوتی دارند.

۳) واکنش تشکیل اوزون از اکسیژن در لایهٔ استراتوسفر (نه تروپوسفر!) را می‌توان برگشت‌پذیر و تعادلی در نظر گرفت.

۶۵- گزینه ۳

استراتژی شمار مول‌های C و PbO مصرف‌شده در واکنش‌های (I) و (II) را برابر با x و y در نظر گرفته و یک معادله براساس مجموع جرم مصرف‌شدهٔ این مواد در واکنش و یک معادلهٔ دیگر براساس نسبت بین جرم گازهای H_2 و SO_2 تولیدی در واکنش‌ها تشکیل بده و با حل این معادلات، مقدار y را محاسبه کن.

گام ۱ شمار مول‌های کربن (C) و PbO مصرف‌شده در دو واکنش را به ترتیب برابر با x و y در نظر می‌گیریم؛ بنابراین با توجه به جرم مولی و مجموع جرم مصرف‌شده از این مواد در واکنش‌ها داریم:

$$\underbrace{12x}_{\text{جرم C}}+\underbrace{223y}_{\text{جرم PbO}}=2/71$$

گام ۲ با توجه به شمار مول‌های C و PbO مصرف‌شده در دو واکنش، جرم گاز گوگرد دی‌اکسید (SO_2) تولیدی در واکنش (II) و جرم گاز هیدروژن (H_2) تولیدی در واکنش (I) را به دست می‌آوریم:

$$\text{(I) واکنش: } x\ \text{mol C}\times\frac{1\ \text{mol }H_2}{1\ \text{mol C}}\times\frac{2\ \text{g }H_2}{1\ \text{mol }H_2}=2x\ \text{g }H_2$$

$$\text{(II) واکنش: } y\ \text{mol PbO}\times\frac{1\ \text{mol }SO_2}{2\ \text{mol PbO}}\times\frac{64\ \text{g }SO_2}{1\ \text{mol }SO_2}=32y\ \text{g }SO_2$$

$$\Rightarrow \text{جرم گاز } SO_2 \text{ تولیدی در واکنش (II)} = 4(\text{جرم گاز هیدروژن تولیدی در واکنش (I)})$$

$$\Rightarrow 4(2x)=32y\Rightarrow x=4y$$

گام ۳ حالا با حل این دو معادلهٔ دومجهولی، شمار مول PbO مصرف‌شده در واکنش (II) (مقدار y) را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}12x+223y=2/71\\x=4y\end{cases}\Rightarrow 48y+223y=2/71$$

$$\Rightarrow y=\frac{2/71}{271}=0/01\ \text{mol PbO}$$

۶۶- گزینه ۱

بررسی گزینه‌ها: ۱) ۳) اگر ظرف، دربسته باشد، گاز اکسیژن تولیدشده از ظرف خارج نمی‌شود و طبق قانون پایستگی جرم، جرم محتویات درون ظرف، ثابت باقی می‌ماند.

نکته **قانون پایستگی جرم:** در یک واکنش شیمیایی، اتم‌ها نه به وجود می‌آیند و نه از بین می‌روند بلکه بر اثر انجام واکنش، شیوهٔ اتصال آن‌ها به یکدیگر تغییر می‌کند یعنی تعداد کل اتم‌ها در واکنش ثابت است. به عبارتی در یک واکنش شیمیایی مجموع جرم واکنش‌دهنده‌های مصرف‌شده با فراورده‌های تولیدشده یکسان است. در واقع جرم کل مواد موجود در مخلوط واکنش ثابت می‌باشد.

② با توجه به ضرایب استوکیومتری مواد در معادلهٔ موازنه‌شده، با انجام واکنش، ۲ مول $KClO_3$ مصرف و ۳ مول O_2 تولید و از ظرف واکنش خارج می‌شود؛ بنابراین تعداد مول گاز خارج‌شده از ظرف، ۱/۵ برابر تعداد مول $KClO_3$ مصرفی خواهد بود. با توجه به این‌که جرم مولی O_2 و $KClO_3$ با هم برابر نیست، نسبت جرمی آن با نسبت مولی آن‌ها برابر (۱/۵) نیست.

تله ضرایب استوکیومتری مواد در یک معادلهٔ موازنه‌شده نسبت مولی بین مقدار تولید و مصرف شدهٔ آن‌ها را نشان می‌دهد و نه نسبت جرمی آن‌ها را!

④ ضرایب استوکیومتری در یک معادلهٔ موازنه‌شده نسبت تغییر مول مواد را نشان می‌دهند و نه تغییر جرم آن‌ها را! در این‌جا با توجه به ضرایب استوکیومتری و جرم مولی مواد، تغییر جرم $KClO_3$ بیشتر از تغییر جرم O_2 است: $2KClO_3 \rightarrow 2KCl + 3O_2$

$$\frac{\text{تغییر جرم } KClO_3}{\text{تغییر جرم } O_2} \xrightarrow{\text{جرم‌مولی} \times \text{مول} = \text{جرم}} = \frac{\text{تغییر مول } KClO_3}{\text{تغییر مول } O_2} \times \frac{\text{جرم‌مولی } KClO_3}{\text{جرم‌مولی } O_2} > 1$$

($\frac{\text{تغییر مول } O_2}{\text{تغییر مول } KClO_3} = \frac{2}{3}$؛ $\frac{\text{جرم‌مولی } KClO_3}{\text{جرم‌مولی } O_2}$ خیلی بیشتر از ۱)

۶۷- گزینه ۳

شفاف‌سازی با افزایش دما، انحلال‌پذیری گازها در آب کاهش می‌یابد؛ بنابراین اگر دمای آب را افزایش دهیم، مقداری از گاز حل‌شده در آب، آزاد می‌شود. البته در صورت سؤال، طراح باید به سیرشده‌بودن آب از گاز اکسیژن نیز اشاره می‌کرد.

گام جرم گاز اکسیژن آزادشده را با توجه به چگالی آن محاسبه می‌کنیم:

$$60\ mL\ O_2 \times \frac{1\ L}{1000\ mL} \times \frac{0/9\ g\ O_2}{1\ L\ O_2} = 54 \times 10^{-3}\ g = 54\ mg\ O_2$$

گام حجم آب مورد نیاز برای آزادشدن ۵۴ میلی‌گرم گاز اکسیژن را به دست می‌آوریم: با توجه به این‌که انحلال‌پذیری گازها در آب ناچیز است، می‌توان جرم محلول را به تقریب برابر با جرم حلال در نظر گرفت. می‌توان گفت که اگر ۱۰۰ گرم محلول (آب آشامیدنی) سیرشده از گاز اکسیژن از دمای ۱۰ °C تا ۴۵ °C گرم شود، ۰/۶ = ۰/۶ − ۱/۲ میلی‌گرم گاز اکسیژن آزاد می‌شود؛ بنابراین داریم:

$$54\ mg\ O_2 \times \frac{100\ g\ \text{آب آشامیدنی}}{0/6\ mg\ O_2} \times \frac{1\ mL\ \text{آب آشامیدنی}}{1\ g\ \text{آب آشامیدنی}} \times \frac{1\ L}{1000\ mL} = 9\ L\ \text{آب آشامیدنی}$$

۶۸- گزینه ۲

نکته هر محلول از دو جزء **حلال** و **حل‌شونده** تشکیل شده است. **حلال** جزئی از محلول است که حل‌شونده را در خود حل می‌کند و **شمار مول‌های آن (نه جرم آن!) بیشتر است.**

در محلولی حاوی x گرم آب (H_2O) و $4x$ گرم استون (C_3H_6O)، داریم:

$$\text{مول} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} \begin{cases} \nearrow\ H_2O\ \text{مول} = \frac{x}{18}\ mol \\ \searrow\ C_3H_6O\ \text{مول} = \frac{4x}{58} = \frac{x}{14/5}\ mol \end{cases} \quad \frac{x}{14/5} > \frac{x}{18}\ mol$$

$\Rightarrow$ C_3H_6O حلال است.

بار دیگر محلولی حاوی x گرم آب (H_2O) و x گرم استون (C_3H_6O) (حاوی جرم‌های مساوی از این دو ماده) را بررسی می‌کنیم. چون جرم مولی آب کم‌تر از استون است، در این محلول شمار مول‌های آب بیشتر بوده و آب حلال می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها: ① در محلولی به جرم y گرم آب (H_2O) و y گرم اتانول (C_2H_5OH) (حاوی جرم‌های مساوی از این دو ماده)، چون جرم مولی آب کم‌تر از اتانول است، در نتیجه شمار مول‌های آب بیشتر بوده و آب حلال می‌باشد.

حالا در محلولی به جرم y گرم آب (H_2O) و $2/2y$ گرم اتانول (C_2H_5OH) داریم:

$$\text{مول} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} \begin{cases} \nearrow\ H_2O\ \text{مول} = \frac{y}{18}\ mol \xrightarrow{\times\frac{11}{11}} \frac{11y}{\underbrace{18(10+1)}_{11}} = \frac{11y}{180+18} = \frac{11y}{198} \\ \searrow\ C_2H_5OH\ \text{مول} = \frac{2/2y}{46} = \frac{11y}{230}\ mol \end{cases}$$

$\frac{11y}{198} > \frac{11y}{230}$ $\Rightarrow$ H_2O حلال است.

③ دقت کنید که استون ($CH_3-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-CH_3$)، یک حلال قطبی است و برای انحلال حل‌شونده‌های قطبی هم *آپشن مناسبیه!*

بچه‌ها مواستون باشه که استون با این‌که دارای مولکول‌های قطبی است، می‌تواند برخی چربی‌ها را نیز در خود حل کند.

④ هگزان (C_6H_{14}) (جرم مولی = $86\ g.mol^{-1}$) جرم مولی بیشتری نسبت به آب (جرم مولی = $18\ g.mol^{-1}$) دارد ولی چگالی آن از آب کم‌تر است، به همین علت روی آب قرار می‌گیرد.



چون هگزان چگالی کم‌تری دارد، روی آب قرار می‌گیرد.

قسمت دوم این عبارت درسته! هگزان (C_6H_{14}) مولکول‌های ناقطبی دارد و در حلال قطبی آب (H_2O) حل نمی‌شود، زیرا نیروهای بین مولکولی هگزان از نوع نیروهای ضعیف وان‌دروالسی‌اند، در حالی که نیروهای بین مولکولی آب از نوع پیوندهای قوی هیدروژنی هستند؛ بنابراین مخلوط آن‌ها ناهمگن است.

۶۹- گزینه ۲

استراتژی با توجه به این‌که حجم محلول برای دو نمک یکسان است، از برابربودن غلظت مولی دو نمک، ($\text{غلظت مولی} = \frac{\text{مول}}{\text{حجم محلول}}$) *می‌تونی بفهمی که* شمار مول‌های آن‌ها در محلول، برابر و یکسان است؛ پس با توجه به مجموع جرم دو نمک در محلول، شمار مول هر یک از آن‌ها و یون سولفید (S^{2-}) را حساب کن. در نهایت جرم یون سولفید موجود در محلول را محاسبه کن و با توجه به جرم محلول، غلظت این یون را برحسب ppm به دست بیار.

گام غلظت مولی برابر دو نمک سدیم سولفید (Na_2S) و سدیم فلوئورید (NaF) در یک محلول معین، به معنای برابری شمار مول‌های این دو نمک در محلول است؛ بنابراین با توجه به مجموع جرم دو نمک در محلول، اگر شمار مول‌های آن‌ها را x در نظر بگیریم، داریم:

Na_2S جرم مولی $= 2(23) + 32 = 78\ g.mol^{-1}$،

NaF جرم مولی $= 23 + 19 = 42\ g.mol^{-1}$

$$\Rightarrow 78x + 42x = 6 \Rightarrow 120x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{120} = 0/05\ mol$$

گام جرم یون سولفید (S^{2-}) موجود در محلول را محاسبه می‌کنیم:

در هر مول Na_2S، یک مول یون S^{2-} وجود دارد؛ بنابراین می‌توان گفت که در محلول سدیم سولفید، تعداد مول یون سولفید، برابر با تعداد مول Na_2S است:

$$0/05\ mol\ Na_2S \times \frac{1\ mol\ S^{2-}}{1\ mol\ Na_2S} \times \frac{32\ g\ S^{2-}}{1\ mol\ S^{2-}} = 1/6\ g\ S^{2-}$$

گام غلظت یون سولفید (S^{2-}) در محلول را برحسب ppm حساب می‌کنیم:

$$ppm(S^{2-}) = \frac{\text{جرم } S^{2-}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{1/6}{500} \times 10^6 = 3200$$

۷۰- گزینه ۴

درس‌نامه با توجه به اطلاعات کتاب درسی، فرایند انحلال هنگامی منجر به تشکیل محلول می‌شود که میزان جاذبهٔ بین حل‌شونده و حلال در محلول بیشتر از میانگین جاذبه‌ها در حلال خالص و حل‌شوندهٔ خالص باشد:

میانگین جاذبه‌ها در حلال خالص و حل‌شوندهٔ خالص < جاذبه‌های حل‌شونده با حلال در محلول $\rightarrow$ شرط تشکیل محلول

بنابراین اگر یک نمک، محلول در آب باشد، به این معناست که نیروی جاذبهٔ یون ـ دوقطبی در محلول حاصل، قوی‌تر از میانگین نیروی پیوند یونی در نمک و پیوند هیدروژنی در آب می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها: ① دقت کنید که بار یون در یون‌های چندتایی به کل مجموعه تعلق دارد، نه به اتم یا اتم‌های خاصی! به طور مثال **بار −۲ در یون سولفات (SO_4^{2-}) برای کل مجموعه بوده و به همهٔ اتم‌ها تعلق دارد**، نه فقط به اتم‌های اکسیژن!

② هنگام اضافه‌کردن نمک‌های محلول به آب، ساختار بلوری آن به **یون‌های سازندهٔ آبپوشیده** شکسته می‌شود، نه به اتم‌های سازنده!

۳) اولاً که همهٔ ترکیب‌های یونی دوتایی یا چندتایی محلول در آب، با انحلال در آب به یون‌های سازنده‌شان تفکیک می‌شوند؛ بنابراین بر اثر حل‌شدن هر واحد فرمولی از ترکیب‌های یونی انحلال‌پذیر در آب، به تعداد یون‌های سازندهٔ آن‌ها (حداقل ۲ یون)، یون در آب ایجاد می‌شود؛ یعنی حداقل شمار یون‌های حاصل از انحلال یک ترکیب یونی دو برابر شمار ذره‌های حل‌شده است. ثانیاً ترکیب‌های یونی دوتایی تنها از دو **نوع اتم** ساخته شده‌اند و تعداد یون‌های سازندهٔ یک ترکیب یونی دوتایی می‌تواند بیشتر از ۲تا باشد. مانند سدیم سولفید (Na_2S) که هر واحد فرمولی آن از ۳ یون تشکیل شده (۲تا یون Na^+ و ۱ یون S^{2-})!

مثال: هر ۱ مول سدیم سولفید با انحلال در آب به ۳ مول یون تفکیک می‌شود:

$$\underbrace{Na_2S(s)}_{\text{۱ ذره}} \xrightarrow{\text{آب}} \underbrace{2Na^+(aq) + S^{2-}(aq)}_{\text{۳ ذره}}$$

در نتیجه می‌توان گفت که **شمار یون‌های حاصل از انحلال همهٔ ترکیب‌های یونی دوتایی یا چندتایی محلول در آب، به تعداد یون‌های سازندهٔ آن‌ها و بیشتر از شمار ذره‌های حل‌شده از آن‌هاست.**

۷۱- گزینه ۱

گام ۱ موازنهٔ معادلهٔ واکنش‌ها:

$$I)\ 2KMnO_4 \rightarrow K_2MnO_4 + MnO_2 + O_2$$
$$II)\ 3FeCO_3 \rightarrow Fe_3O_4 + 2CO_2 + CO$$

برای موازنهٔ واکنش (II)، به منظور موازنهٔ عنصر آهن، ضرایب Fe_3O_4 و $FeCO_3$ را به ترتیب برابر ۱ و ۳ در نظر می‌گیریم. در ادامه برای تعیین ضرایب CO_2 و CO، از ضرایب مجهول a و b استفاده می‌کنیم:

$$3FeCO_3 \rightarrow 1Fe_3O_4 + aCO_2 + bCO$$

$$\left.\begin{array}{l} C\text{ موازنهٔ: } 3 = a + b \\ O\text{ موازنهٔ: } 3\times 3 = 4 + 2a + b \end{array}\right\} \begin{array}{l} a = 2 \\ b = 1 \end{array}$$

گام ۲ تحلیل اطلاعات داده‌شده در سؤال:

(۱) اگر درصد خلوص $FeCO_3$ را p در نظر بگیریم، درصد خلوص $KMnO_4$، $2p$ است.

(۲) اگر بازده درصدی واکنش (I) را R در نظر بگیریم، بازده درصدی واکنش (II)، $1/2R$ است.

(۳) مول O_2 تولیدشده در واکنش (I)، با مول CO_2 تولیدشده در واکنش (II) برابر است؛ بنابراین برای این‌که بتوانیم به طور مستقیم بین $KMnO_4$ و $FeCO_3$ تناسب برقرار کنیم، باید معادلهٔ (I) را در ۲ ضرب کنیم تا ضریب CO_2 و O_2 در واکنش‌ها یکسان شود. به این ترتیب خواهیم داشت: $4KMnO_4 \sim 3FeCO_3$

گام ۳ نوشتن تناسب بین $KMnO_4$ و $FeCO_3$ و محاسبهٔ جرم $FeCO_3$ ناخالص.

$$\frac{\text{جرم ناخالص} \times \frac{\text{درصد خلوص}}{100} \times \frac{\text{بازده درصدی}}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{FeCO_3} = \frac{\text{جرم ناخالص} \times \frac{\text{درصد خلوص}}{100} \times \frac{\text{بازده درصدی}}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{KMnO_4}$$

$$\Rightarrow \frac{x \times \frac{p}{100} \times \frac{1/2R}{100}}{3\times 116} = \frac{63/2 \times \frac{2p}{100} \times \frac{R}{100}}{4\times 158}$$

$$\Rightarrow x = \frac{632 \times 2 \times 3 \times 116}{4 \times 158 \times 12} = \frac{116}{2} = 58\ g\ FeCO_3 \text{ ناخالص}$$

مشاوره صورت سؤال *داره داد می‌زنه* که با سؤال بسیار وقت‌گیری روبه‌رو هستیم؛ پس سر جلسه حتماً باید دور اول، این سؤال را رها کرده و در آخر، اگر وقت اضافه آوردید، آن را بررسی کنید. هم‌چنین در سؤالاتی با دادهٔ زیاد (شامل درصد خلوص، بازده و ...) روش کسر تناسب روش منطقی‌تر و سریع‌تری برای حل سؤال است؛ پس حتماً این روش را جدی گرفته و *یادش* بگیرید.

۷۲- گزینه ۳

با توجه به واکنش زیر که در تمرین‌های دوره‌ای فصل ۱ یازدهم آمده، نتیجه می‌گیریم که واکنش‌پذیری کربن از سیلیسیم بیشتر است.

$$SiO_2(s) + 2C(s) \xrightarrow{\Delta} Si(l) + 2CO(g) \Rightarrow \text{واکنش‌پذیری: } C > Si$$

سیلیسیم، عنصر اصلی سازندهٔ سلول‌های خورشیدی است که می‌توان آن را از واکنش کربن با سیلیس (SiO_2) در دمای بالا تهیه کرد. در ضمن در جدول تناوبی، شبه‌فلز $_{14}Si$ در خانهٔ پایین نافلز $_6C$ در گروه ۱۴ قرار دارد. می‌دانیم که در هر گروه از بالا به پایین، بر خصلت فلزی عناصر افزوده می‌شود؛ بنابراین می‌توان گفت خصلت فلزی Si از C بیشتر است.

۷۳- گزینه ۲

نکته ۱ فرمول عمومی چهار خانوادهٔ مهم از هیدروکربن‌ها در جدول زیر آورده شده است:

خانواده	فرمول عمومی	نخستین عنصر
آلکان	$C_nH_{2n+2}\ (n \geq 1)$	CH_4 (متان)
آلکن	$C_nH_{2n}\ (n \geq 2)$	C_2H_4 (اتن یا اتیلن)
آلکین	$C_nH_{2n-2}\ (n \geq 2)$	C_2H_2 (اتین یا استیلن)
سیکلوآلکان	$C_nH_{2n}\ (n \geq 3)$	C_3H_6 (سیکلوپروپان)

۲ در مسائل سوختن کامل هیدروکربن‌ها، اگر فقط با مقدار هیدروکربن و مقدار CO_2 یا H_2O سروکار داشتیم، نیازی به موازنهٔ کامل معادلهٔ واکنش نیست، زیرا با قانون پایستگی جرم به راحتی می‌توان نسبت مولی بین این مواد را به دست آورد:

$$C_xH_y \sim \underbrace{x}_{\text{به اندازهٔ تعداد اتم‌های کربن هیدروکربن}} CO_2 + \underbrace{\frac{y}{2}}_{\text{نصف تعداد اتم‌های هیدروژن هیدروکربن}} H_2O$$

گام ۱ فرمول عمومی آلکان‌ها و آلکن‌ها را نوشته و با اطلاعات داده‌شده، تعداد اتم‌های کربن و در نتیجه فرمول آن‌ها را به دست می‌آوریم: آلکان: C_nH_{2n+2} و آلکن: C_mH_{2m}

$$(\text{تفاوت شمار اتم‌های کربن و هیدروژن آلکان}) = 3(\frac{\text{شمار اتم‌های هیدروژن آلکن}}{\text{شمار اتم‌های کربن آلکن}})$$

$$\Rightarrow 2n+2-n = 3(\frac{2m}{m}) \Rightarrow n = 4 \Rightarrow \text{فرمول آلکان: } C_4H_{10}$$

$$\text{جرم مولی آلکن} - \text{جرم مولی آلکان} = 30 \Rightarrow 58 - 30 = 30$$

$$C_4H_{10} \qquad C_mH_{2m}$$

$$\Rightarrow \text{جرم مولی آلکان} = 28 \Rightarrow 12m + 2m = 28 \Rightarrow m = 2$$

$$\Rightarrow \text{فرمول آلکان: } C_2H_4$$

گام ۲ جرم بخار آب تولیدشده در سوختن کامل ۰/۲ مول از هر هیدروکربن را حساب می‌کنیم:

$$C_4H_{10} \sim 5H_2O$$

$$0/2\ mol\ C_4H_{10} \times \frac{5\ mol\ H_2O}{1\ mol\ C_4H_{10}} \times \frac{18\ g\ H_2O}{1\ mol\ H_2O} = 18\ g\ H_2O$$

$$C_2H_4 \sim 2H_2O$$

$$0/2\ mol\ C_2H_4 \times \frac{2\ mol\ H_2O}{1\ mol\ C_2H_4} \times \frac{18\ g\ H_2O}{1\ mol\ H_2O} = 7/2\ g\ H_2O$$

بنابراین تفاوت جرم H_2O تولیدشده برابر با $18 - 7/2 = 10/8$ گرم خواهد بود.

۷۴- گزینه ۳

عبارت‌های «ب» و «ج» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: (الف) فرمول مولکولی متان، CH_4 است و بوتین یک آلکین ۴کربنه (C_nH_{2n-2}) با فرمول C_4H_6 است. با توجه به این‌که هر دو مولکول، ناقطبی‌اند، می‌توان گفت که نقطهٔ جوش بوتین با جرم مولی بیشتر، بالاتر است.

(ب) بوتین برخلاف هگزان، سیرنشده است (پیوند سه‌گانه دارد)؛ از این‌رو واکنش‌پذیری بیشتری دارد.

(ج) هر دو مولکول ۱ـ هگزن (C_6H_{12}) و اتان (C_2H_6) ناقطبی‌اند و گشتاور دوقطبی نزدیک به صفر دارند.

(د) پروپان (C_3H_8) مانند ید (I_2) ناقطبی است و جاذبهٔ بین مولکولی هر دو از نوع وان‌دروالسی است.

۷۵- گزینه ۴

نکته هر مول از آلکن‌ها با ۱ مول گاز هیدروژن و هر مول از آلکین‌ها با ۲ مول گاز هیدروژن به طور کامل واکنش داده و به آلکان تبدیل می‌شود:

$$\underset{\text{آلکن}}{C_nH_{2n}} + H_2 \rightarrow C_nH_{2n+2} \quad ، \quad \underset{\text{آلکین}}{C_nH_{2n-2}} + 2H_2 \rightarrow C_nH_{2n+2}$$

گام اگر تعداد مول‌های اتن (C_2H_4) و پروپین (C_3H_4) اولیه را به ترتیب x و y در نظر بگیریم، می‌توانیم یک معادله براساس جرم مخلوط دو گاز و یک معادلهٔ دیگر براساس مجموع مول گاز H_2 مصرفی برای واکنش کامل با دو هیدروکربن بنویسیم؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{جرم مخلوط} = 18g \Rightarrow \underbrace{28x}_{\text{جرم } C_2H_4} + \underbrace{40y}_{\text{جرم } C_3H_4} = 18$$

$$\underset{x\ mol}{C_2H_4} + \underset{x\ mol}{H_2} \rightarrow C_2H_6 \quad ، \quad \underset{y\ mol}{C_3H_4} + \underset{2y\ mol}{2H_2} \rightarrow C_3H_8$$

$$\text{تعداد کل مول } H_2 \text{ مصرفی}: 1/4\ g\,H_2 \times \frac{1\ mol\,H_2}{2\ g\,H_2} = 0/7\ mol\,H_2 \Rightarrow x + 2y = 0/7$$

گام با حل دو معادله ـ دو مجهول، x و y را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 28x + 40y = 18 \\ x + 2y = 0/7 \end{cases} \xrightarrow{\times(-20)} \Rightarrow \begin{cases} 28x + 40y = 18 \\ -20x - 40y = -14 \end{cases}$$

$$8x = 4 \Rightarrow x = 0/5 \xrightarrow{x+2y=0/7} y = 0/1$$

گام حالا با داشتن مول‌های اتن و پروپین و این نکته که هر مول گاز در شرایط STP، 22/4 لیتر حجم دارد، خواهیم داشت:

$$\text{حجم مخلوط گازی اتن و پروپین} = (0/5 + 0/1)\,mol \times \frac{22/4\ L}{1\ mol} = 13/44\ L$$

۷۶- گزینه ۱

استراتژی باید با توجه به دو دادهٔ سؤال (1) و (2)، به جرم مولی ترکیب آلی و شمار اتم‌های کربن (n) آن و در نتیجه فرمول ترکیب آلی برسی!

(1) گرمای حاصل از سوختن ۱ مول ترکیب آلی با جرم مولی M گرم بر مول $\Leftarrow$ 1360 kJ

(2) گرمای حاصل از سوختن 11/5 گرم از این ترکیب آلی $\Leftarrow$ 340 kJ

گام پیداکردن فرمول ترکیب

روش جرم مولی $C_nH_{2n+2}O$ برابر با $12n + 2n + 2 + 16 = 14n + 18$ گرم است؛ بنابراین از سوختن ۱ مول یا $(14n + 18)$ گرم ترکیب، 1360 kJ گرما آزاد می‌شود. از طرفی با توجه به داده‌های سؤال، از سوختن 11/5 گرم از آن، 340 kJ گرما آزاد شده است؛ پس با یک تناسب ساده می‌توانیم n را حساب کنیم:

$$\begin{bmatrix} \text{جرم (g)} & \text{گرما (kJ)} \\ 14n + 18 & \Rightarrow 1360 \\ 11/5 & \Rightarrow 340 \end{bmatrix} \Rightarrow 14n + 18 = \frac{11/5 \times 1360}{340} = 46$$

$$\Rightarrow 14n = 28 \Rightarrow n = 2 \Rightarrow \text{فرمول ترکیب} = C_2H_6O$$

روش

نکته بین آنتالپی سوختن و ارزش سوختی یک ترکیب، رابطهٔ زیر برقرار است:

$$\text{ارزش سوختی } (kJ.g^{-1}) = \frac{|\text{آنتالپی سوختن}|}{\text{جرم مولی}}$$

می‌دانیم که ارزش سوختی، مقدار انرژی حاصل از سوختن کامل ۱ گرم از ماده است.

با توجه به رابطهٔ بین ارزش سوختی و آنتالپی سوختن، جرم مولی ترکیب را حساب می‌کنیم:

$$\text{ارزش سوختی ترکیب} = \underbrace{\frac{340\ kJ}{11/5\ g}}_{(kJ.g^{-1})} = \frac{1360\ kJ}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \text{جرم مولی} = 46\ g.mol^{-1}$$

ارزش سوختی

$$14n + 18 = 46 \Rightarrow 14n = 28 \Rightarrow n = 2 \Rightarrow \text{فرمول ترکیب}: C_2H_6O$$

گام تعیین تعداد ساختارها با فرمول C_2H_6O: C_2H_6O می‌تواند فرمول مولکولی اتانول یا دی‌متیل اتر باشد:

اتانول: $CH_3CH_2 - OH$

دی‌متیل اتر: $CH_3 - O - CH_3$

نکته الکل‌ها و اترهای یک‌عاملی سیرشده و هم‌کربن، ایزومر یکدیگرند و فرمول عمومی آن‌ها به صورت $C_nH_{2n+2}O$ است.

تیزبازی فقط با نگاه به گزینه‌ها می‌شه به جواب سؤال رسید و اصلاً نیازی نیست خودمون رو درگیر اطلاعات سؤال و محاسبات کنیم.

برای فرمول C_2H_6O، دو ساختار (یک الکل و یک اتر) و برای فرمول C_3H_8O، سه ساختار (دو الکل و یک اتر) می‌توان در نظر گرفت؛ پس (2) تا (4) پُر!

C_2H_6O:
- اتانول: CH_3CH_2OH
- دی‌متیل اتر: $CH_3 - O - CH_3$

C_3H_8O:
- ۱-پروپانول: $CH_3CH_2CH_2OH$
- ۲-پروپانول: $CH_3 - \underset{OH}{CH} - CH_3$
- اتیل متیل اتر: $CH_3 - O - CH_2CH_3$

۷۷- گزینه ۴

با افزایش حجم ظرف، سرعت واکنش با یکای مول بر لیتر بر ثانیه، کاهش می‌یابد، زیرا در رابطهٔ سرعت $(\bar{R} = \frac{\Delta n}{V \times \Delta t})$، حجم در مخرج کسر قرار دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها: (1) و (2) A_2 و X_2، واکنش‌دهنده و AX_2، فراوردهٔ واکنش است؛ بنابراین معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به صورت $A_2 + 2X_2 \rightarrow 2AX_2$ است و مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در آن برابر ۵ است. از طرفی با توجه به این‌که ضریب A_2 برابر ۱ است، سرعت واکنش با سرعت مصرف A_2 برابر می‌باشد. با توجه به شکل‌های داده‌شده، در بازهٔ ۲۰ تا ۳۰ ثانیه، تعداد ذره‌های A_2 از ۱ به صفر رسیده است؛ یعنی در این بازهٔ زمانی، ۱ ذرهٔ A_2 معادل 0/05 مول مصرف‌شده است:

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \bar{R}(A_2) = \frac{0/05\ mol}{2\ L \times 10\ s} = 2/5 \times 10^{-3}\ mol.L^{-1}.s^{-1}$$

(3) در بازهٔ ۱۰ تا ۲۰ ثانیه، ۲ ذرهٔ A_2 $(2 - 1 = 2)$ و در بازهٔ ۲۰ تا ۳۰ ثانیه، ۱ ذرهٔ A_2 $(1 - 0 = 1)$ مصرف شده است. این موضوع نشان می‌دهد که سرعت مصرف A و در نتیجه سرعت واکنش، در بازهٔ ۱۰ تا ۲۰ ثانیه، دو برابر بازهٔ ۲۰ تا ۳۰ ثانیه بوده است.

۷۸- گزینه ۳

در فصل ۲ کتاب درسی یازدهم می‌خوانیم که **متان**، بخش عمدهٔ گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد و از تجزیهٔ گیاهان به وسیلهٔ باکتری‌های **بی‌هوازی** در زیر آب نیز تولید می‌شود.

متان (CH_4):
- ساده‌ترین هیدروکربن و نخستین عضو خانوادهٔ آلکان‌ها است.
- بخش عمدهٔ گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد.
- از تجزیهٔ گیاهان به وسیلهٔ باکتری‌های بی‌هوازی در زیر آب تولید می‌شود.
- نخستین بار از سطح مرداب‌ها جمع‌آوری شده و به گاز مرداب معروف است.
- نمی‌توان آن را از واکنش مستقیم گرافیت و گاز هیدروژن به دست آورد، زیرا تأمین شرایط بهینهٔ انجام واکنش آن دشوار است.

۷۹- گزینه ۱

شفاف‌سازی با توجه به این‌که واکنش‌ها به طور کامل انجام شده‌اند، هم از مقدار اکسیژن و هم از جرم کربن و گاز هیدروژن، می‌توانیم به مقدار گرمای آزاد شده برسیم!

روش **گام** با توجه به فرض سؤال، مقدار گاز اکسیژن مصرف‌شده در هر دو واکنش برابر است. آن را a مول در نظر گرفته و با توجه به ضریب اکسیژن در واکنش‌ها و مقدار گرمای آزادشده، a را به دست می‌آوریم:

I) $\underset{x\ g}{C} + \underset{a\ mol}{O_2} \rightarrow CO_2 \qquad \Delta H = -394\ kJ$

$$\text{II)}\ \underset{y\,g}{H_2} + \underset{a\,mol}{\frac{1}{2}O_2} \rightarrow H_2O \qquad \Delta H = -286\ kJ$$

$$\text{کل گرمای آزادشده} = 193/2\ kJ = \underbrace{(a\,mol\,O_2 \times \frac{394\ kJ}{1\,mol\,O_2})}_{\text{واکنش (I)}} + \underbrace{(a\,mol\,O_2 \times \frac{286\ kJ}{\frac{1}{2}\,mol\,O_2})}_{\text{واکنش (II)}}$$

$$\Rightarrow 394a + 572a = 193/2 \Rightarrow a = \frac{193/2}{966} = 0/2$$

گام ۲ حالا به کمک تعداد مول گاز اکسیژن، می‌توانیم به جرم کربن و گاز هیدروژن مصرف‌شده برسیم:

$$\text{واکنش I})\ 0/2\ mol\,O_2 \times \frac{1\,mol\,C}{1\,mol\,O_2} \times \frac{12\,g\,C}{1\,mol\,C} = 2/4\,g\,C \Rightarrow x = 2/4$$

$$\text{واکنش II})\ 0/2\ mol\,O_2 \times \frac{1\,mol\,H_2}{\frac{1}{2}\,mol\,O_2} \times \frac{2\,g\,H_2}{1\,mol\,H_2} = 0/8\,g\,H_2 \Rightarrow y = 0/8$$

$$\Rightarrow x + y = 2/4 + 0/8 = 3/2\,g$$

روش ۲ با توجه به این‌که مقدار اکسیژن مصرف‌شده در دو واکنش برابر است، معادلهٔ (II) را در ۲ ضرب می‌کنیم تا ضریب اکسیژن در دو واکنش برابر شود. سپس ΔH فرایند کلی را به دست آورده و بین مجموع جرم کربن و هیدروژن و گرما، تناسب برقرار می‌کنیم:

$$\text{I)}\ C + O_2 \rightarrow CO_2 \qquad \Delta H = -394\ kJ$$

$$\text{II)}\ 2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O \qquad \Delta H = 2(-286) = -572\ kJ$$

فرایند کلی: $C + 2H_2 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$

$$\Delta H_{\text{کل}} = -394 - 572 = -966\ kJ$$

$$\frac{\text{مجموع جرم}}{\underbrace{(\text{جرم مولی A} \times \text{ضریب A}) + (\text{جرم مولی B} \times \text{ضریب B})}_{C+H_2}} = \frac{\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{O_2}} = \frac{Q}{|\Delta H|}$$

$$\Rightarrow \frac{x+y}{(1\times12)+(2\times2)} = \frac{z}{2} = \frac{193/2}{966} \quad (\text{در صورت } 0/2,\ \text{در مخرج } 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 3/2\,g \\ z = 0/4\ mol\,O_2\ (\text{در کل فرایند}) \end{cases} \Rightarrow \text{مول } O_2 \text{ در هر واکنش} = \frac{0/4}{2} = 0/2\ mol$$

۸۰- گزینه ۲

نکته در یک واکنش، نسبت قدرمطلق تغییر غلظت مواد با نسبت ضریب استوکیومتری آن‌ها در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش برابر است. هم‌چنین اگر سرعت تولید یا مصرف هر یک از مواد را بر ضریب استوکیومتری آن‌ها تقسیم کنیم، سرعت واکنش به دست می‌آید:

$$aA + bB \rightarrow cC + dD$$

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{\bar{R}(A)}{a} = \frac{\bar{R}(B)}{b} = \frac{\bar{R}(C)}{c} = \frac{\bar{R}(D)}{d}$$

اگر سرعت مواد را برحسب تغییرات غلظت آن‌ها بیان کنیم، می‌توان نوشت:

$$\bar{R} = \frac{\overbrace{\Delta[\ ]}^{\text{تغییر غلظت}}}{\Delta t}$$

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{-\Delta[A]}{a\Delta t} = \frac{-\Delta[B]}{b\Delta t} = \frac{\Delta[C]}{c\Delta t} = \frac{\Delta[D]}{d\Delta t}$$

دقت کنید که غلظت مواد واکنش‌دهنده با گذشت زمان کاهش می‌یابد. به همین دلیل در رابطهٔ سرعت آن‌ها، در کنار تغییرات غلظت، باید علامت منفی قرار گیرد.

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به صورت مقابل است: $2NH_3 + 5F_2 \rightarrow N_2F_4 + 6HF$

بررسی گزینه‌ها: ۱) F_2 واکنش‌دهنده است و باید برای آن از علامت منفی استفاده شود:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \underbrace{\frac{-\Delta[F_2]}{5\Delta t}}_{=-0/2\frac{\Delta[F_2]}{\Delta t}} = \frac{\Delta[N_2F_4]}{\Delta t}$$

۲) رابطهٔ سرعت متوسط واکنش $(\bar{R})$ را با سرعت متوسط مصرف F_2 و NH_3 می‌نویسیم:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{-\Delta[F_2]}{5\Delta t} = \frac{-\Delta[NH_3]}{2\Delta t}$$

اگر دو طرف رابطهٔ بالا را در ۱۰ ضرب کنیم، به رابطهٔ داده‌شده در ۲) می‌رسیم که کاملاً درسته!

۳) *از اون‌جایی* که یکی از مواد NH_3 و HF، واکنش‌دهنده و دیگری فراورده است (در دو سمت مختلف معادله قرار دارند)، حتماً در رابطهٔ بین تغییرات غلظت آن‌ها، باید علامت منفی وجود داشته باشد:

$$\frac{-\Delta[NH_3]}{2\Delta t} = \frac{\Delta[HF]}{6\Delta t}$$

(۱ و ۳)

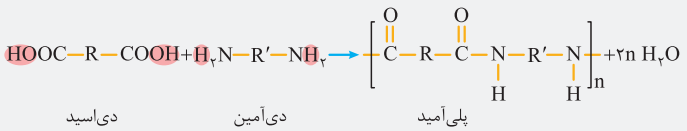
۴) N_2F_4 و HF، هر دو فراورده هستند و نباید برای آن‌ها از علامت منفی استفاده کرد. در ضمن ضرایب استوکیومتری باید در مخرج کسر قرار گیرند و نه در صورت کسر!

$$\frac{\Delta[N_2F_4]}{\Delta t} = \frac{\Delta[HF]}{6\Delta t}$$

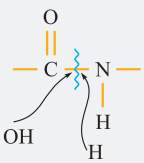
۸۱- گزینه ۲

درس‌نامه روش‌های تهیهٔ پلی‌آمیدها:

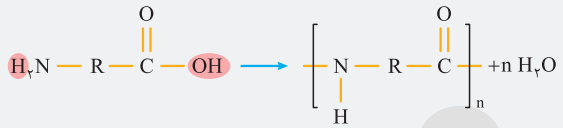
۱) پلی‌آمیدها را می‌توان از واکنش دی‌اسیدها و دی‌آمین‌ها مطابق معادلهٔ زیر تهیه کرد:



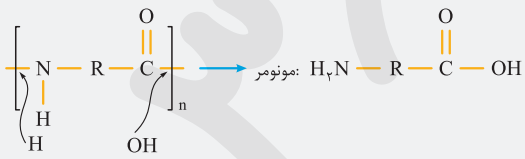
اگر ساختار یک پلی‌آمید به شکل کلی بالا داده شود و بخواهیم مونومرهای سازندهٔ آن را تعیین کنیم، کافی است پیوند بین اتم‌های کربن و نیتروژن را در گروه عاملی آمیدی بشکنیم و به گروه $-C(=O)-OH$ و به اتم نیتروژن، H اضافه کنیم.



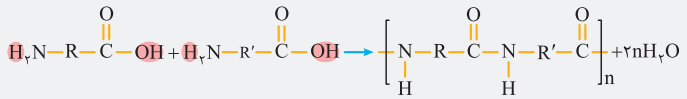
۲) پلی‌آمیدها را می‌توان از ترکیب‌هایی که هر دو نوع گروه عاملی اسیدی و آمینی دارند نیز تهیه کرد. در این حالت می‌توان از یک نوع مونومر یا چند نوع مونومر استفاده کرد:



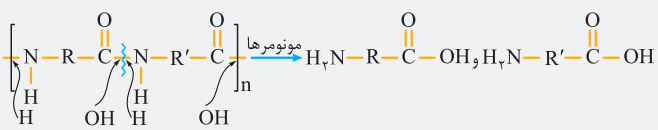
آ) استفاده از یک نوع مونومر: اگر ساختار یک پلی‌آمید به شکل بالا باشد، برای تعیین مونومر سازندهٔ آن کافی است به گروه NH، اتم H و به گروه $-C(=O)-$، گروه OH اضافه کنیم.



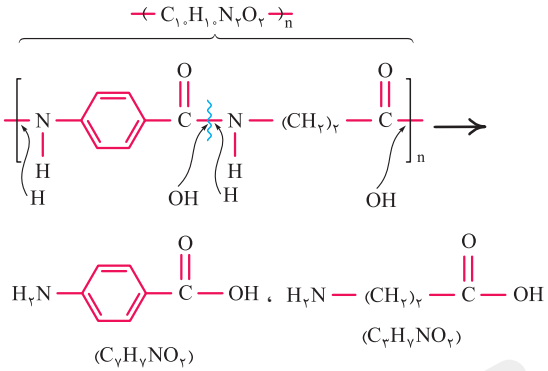
ب) استفاده از دو نوع مونومر:



در این حالت نیز برای پیداکردن مونومرهای سازندهٔ پلیمر، کافی است پیوند بین C و N در گروه عاملی آمیدی را شکسته و به $-C(=O)-OH$ و به NH، H اضافه کنیم:



ابتدا فرمول پلیمر و مونومرهای سازندهٔ آن را به دست آورده و سپس گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:



بررسی گزینه‌ها: ۱) در فرمول پلیمر، n را برابر ۱۰۰۰ قرار می‌دهیم:

$$[C_{10}H_{10}N_2O_2]_{1000}$$

$$\Rightarrow \text{جرم مولی} = 1000\times[(10\times12)+10+(2\times14)+(2\times16)]$$

$$=1000\times190=190000=1/9\times10^5\ g$$

۲) تفاوت جرم مولی مونومرها ($C_7H_7NO_2$ و $C_3H_7NO_2$)، در جرم ۴ مول کربن، یعنی $4\times12=48$ گرم است.

۳) پلیمر داده‌شده دارای گروه عاملی آمیدی () است؛ بنابراین پلی‌آمید محسوب می‌شود. از طرفی دیدیم که هر یک از مونومرهای سازندهٔ آن، هر دو گروه عاملی اسیدی و آمینی را دارند؛ بنابراین هر مونومر از سمت گروه اسیدی می‌تواند با آمین و از سمت گروه آمینی می‌تواند با اسید واکنش دهد.

۴) مولکول هر یک از مونومرها دارای ۷ اتم هیدروژن است. در ضمن هر مونومر دارای ۱ اتم نیتروژن و ۲ اتم اکسیژن بوده و دارای $2\times2+1=5$ جفت‌الکترون ناپیوندی است.

۸۲- گزینه ۱

در اواخر فصل ۳ شیمی یازدهم می‌خوانیم که مواد زیست تخریب‌پذیر در طبیعت توسط جانداران ذره‌بینی به مولکول‌های ساده و کوچک مانند متان و آب تبدیل می‌شوند.

۸۳- گزینه ۳

هر دو محلول غلظت یکسان و حجم برابری دارند و اسید و باز قوی هستند.

اگر به محلول نیتریک اسید ۸۰۰ میلی‌لیتر آب‌مقطر اضافه کنیم، حجم محلول ۵ برابر و غلظت آن ۰/۲ برابر می‌شود؛ بنابراین غلظت آن به $0/2\times0/1=0/02$ رسیده و اختلاف غلظت آن با محلول پتاسیم هیدروکسید به $0/08=0/02-0/1$ می‌رسد.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) در محلول اسید قوی HNO_3، $[H^+]$ با غلظت محلول و در محلول باز قوی KOH، $[OH^-]$ با غلظت محلول برابر است:

$$pH_{HNO_3}=-\log[H^+]\xrightarrow{[H^+]=[HNO_3]}=-\log0/1=1$$

$$pH_{KOH}=-\log[H^+]\xrightarrow[[OH^-]=[KOH]]{[H^+]=\frac{10^{-14}}{[OH^-]}}=-\log\frac{10^{-14}}{10^{-1}}=13$$

بنابراین اختلاف pH این دو محلول برابر ۱۲ است. از طرفی غلظت مولی یون‌ها در دو محلول برابر است؛ از این‌رو رسانایی الکتریکی آن‌ها برابر می‌باشد.

$$\underbrace{HNO_3}_{0/1\ mol.L^{-1}}\rightarrow\underbrace{H^+ + NO_3^-}_{0/2\ mol.L^{-1}}$$

$$\underbrace{KOH}_{0/1\ mol.L^{-1}}\rightarrow\underbrace{K^+ + OH^-}_{0/2\ mol.L^{-1}}$$

۲) واکنش $KOH+HNO_3\rightarrow KNO_3+H_2O$ به ازای مول برابر از اسید و باز به طور کامل خنثی می‌شود و KNO_3 تولیدی به علت تفکیک یونی به K^+ و NO_3^-، محلول الکترولیت به شمار می‌رود.

۴) با توجه به این‌که اسید و باز هر دو قوی بوده و معادلهٔ تفکیک آن‌ها کامل است، به ازای هر مول اسید و باز دو مول یون خواهیم داشت:

$$KOH\rightarrow K^+ + OH^-$$

$$HNO_3\rightarrow H^+ + NO_3^-$$

با توجه به مول اولیهٔ KOH و HNO_3 که برابر ۰/۰۲ مول ($0/1\ mol.L^{-1}\times0/2\ L=0/02\ mol$) است، در مجموع $0/08=[2(2\times0/02)]$ مول یون خواهیم داشت. با توجه به این‌که کل یون‌ها در آب، آبپوشیده می‌شوند، K^+ در باز و NO_3^- در اسید، جزء یون‌های آبپوشیده هستند.

۸۴- گزینه ۲

استراتژی با توجه به یکسان‌بودن میزان حل‌شونده در محلول غلیظ و رقیق، مول NaOH را محاسبه و با توجه به حجم نهایی، غلظت محلول رقیق، pH آن و موارد خواسته‌شده را به دست می‌آوریم.

گام **روش** ابتدا غلظت مولی محلول رقیق‌شدهٔ NaOH را محاسبه می‌کنیم:

$$10\ mL\times\frac{\text{محلول }1/2\ g}{\text{محلول }1\ mL}\times\frac{20\ g\ NaOH}{\text{محلول }100\ g}\times\frac{1\ mol\ NaOH}{40\ g\ NaOH}=0/06\ mol\ NaOH$$

$$\Rightarrow \text{رقیق } M_{NaOH}=\frac{0/06\ mol}{2\ L}=0/03\ mol.L^{-1}$$

روش با توجه به فرمول $\text{غلظت مولی}=\frac{10ad}{M}$، هم می‌توانیم غلظت مولی را حساب کنیم:

$$\text{غلظت مولی}=\frac{10ad}{M}$$

$M=$ جرم مولی حل‌شونده، $a=$ درصد جرمی و $d=$ چگالی محلول

$$\text{غلظت مولی محلول غلیظ NaOH}=\frac{10\times20\times1/2}{40}=6\ mol.L^{-1}$$

حالا با توجه به رابطهٔ $M_1V_1=M_2V_2$، غلظت سدیم هیدروکسید در محلول دولیتری برابر است با:

$$6\times10\times10^{-3}=M_2\times2\Rightarrow M_2(\text{محلول رقیق NaOH})=0/03\ mol.L^{-1}$$

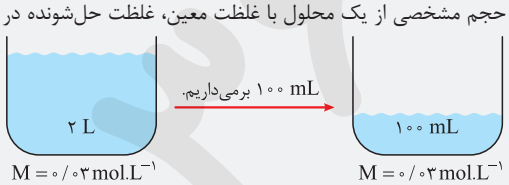
گام با داشتن غلظت محلول رقیق NaOH، pH آن را محاسبه می‌کنیم:

$$pH=-\log[H^+]\xrightarrow{[H^+]=\frac{10^{-14}}{[OH^-]}}pH=-\log(\frac{10^{-14}}{3\times10^{-2}})=-\log(10^{-12}\times\frac{1}{3})$$

$$12-\log\frac{1}{3}=12+\log3=12/5$$

گام با توجه به این‌که غلظت حل‌شونده در محلول رقیق‌شدهٔ ۲لیتری با غلظت حل‌شونده در محلول ۱۰۰ میلی‌لیتری همان محلول رقیق‌شده برابر است و غلظت یون هیدروکسید با غلظت سدیم هیدروکسید برابر می‌باشد، پاسخ قسمت دوم نیز برابر ۰/۰۳ خواهد بود.

نکته با برداشتن حجم مشخصی از یک محلول با غلظت معین، غلظت حل‌شونده در آن تغییری نمی‌کند.



تیزبازی در این‌جا با یک سؤال دوقسمتی روبه‌رو هستیم که دو قسمت آن (pH و $[OH^-]$) به هم ربط دارند؛ بنابراین می‌توانیم از چک‌کردن گزینه‌ها استفاده کنیم.

◇ اگر pH برابر ۱۳ باشد، $[H^+]$ برابر 10^{-13} و در نتیجه $[OH^-]$ برابر 10^{-1} خواهد بود که با قسمت دوم ۱) و ۳) همخوانی ندارد.

◇ اگر pH برابر ۱۲/۵ باشد، $[OH^-]$ فقط با ۲) همخوانی دارد:

$$[H^+]=10^{-pH}=10^{-12/5}=\frac{10^{-12}}{10^{0/5}}=\frac{1}{3}\times10^{-12}$$

$$\Rightarrow[OH^-]=\frac{10^{-14}}{\frac{1}{3}\times10^{-12}}=3\times10^{-2}$$

۸۵- گزینه ۴

نکته معادلهٔ یونش و تفکیک یونی اسید و باز قوی به صورت یک‌طرفه و معادلهٔ یونش و تفکیک یونی اسید و باز ضعیف به صورت دوطرفه است؛ بنابراین به ازای یونش و تفکیک یونی هر مول اسید و باز ضعیف، کم‌تر از یک مول از آن تولید می‌شود.

بررسی گزینه‌ها: ①

$$\left.\begin{array}{l} \overset{\circ/1}{HNO_3} \rightarrow \overset{\circ/1}{H^+} + \overset{\circ/1}{NO_3^-} \\ \underset{\circ/1}{NH_3} + H_2O \rightleftharpoons \underset{<\circ/1}{NH_4^+} + OH^- \end{array}\right\}$$

جرم ۰/۱ مول NH_4^+ ، جرم ۰/۱ مول NO_3^-

$$\xrightarrow{\text{جرم مولی} \times \text{مول} = \text{جرم}} \text{اختلاف جرم } NH_4^+, NO_3^- > (6/2 - 1/8) = 4/4\ g$$

② $\left.\begin{array}{l} \overset{\circ/2}{HF} \rightleftharpoons \overset{<\circ/2}{H^+} + F^- \\ \underset{\circ/2}{NH_3} + H_2O \rightleftharpoons \underset{<\circ/2}{NH_4^+} + OH^- \end{array}\right\}$ اختلاف جرم $= 3/8 - 3/6 = \circ/2\ g \neq 3/8$

③ $\left.\begin{array}{l} \overset{\circ/5}{HCOOH} \rightleftharpoons \overset{<\circ/5}{H^+} + HCOO^- \\ NaOH \rightarrow \underset{\circ/5}{Na^+} + OH^- \end{array}\right\}$ اختلاف جرم $= 11/5 < 22/5 - 11/5 = 11\ g$

جرم ۰/۵ مول Na^+ ↑ ، ↓ جرم ۰/۵ مول $HCOO^-$

④ $\left.\begin{array}{l} \overset{\circ/1}{HNO_3} \rightarrow \overset{\circ/1}{H^+} + \overset{\circ/1}{NO_3^-} \\ NaOH \rightarrow \underset{\circ/1}{Na^+} + OH^- \end{array}\right\}$ اختلاف جرم $= (\circ/1 \times 62) - (\circ/1 \times 23) = 3/9\ g$

تیزبازی ①، ② و ③ همگی حداقل یک اسید یا باز ضعیف دارند و جرم آنیون اسید ضعیف یا کاتیون باز ضعیف به درجهٔ یونش آن‌ها بستگی دارد *که ما اطلاعی ازش نداریم!* تنها گزینه‌ای که حاوی اسید و باز قوی است و جای هیچ *شک و شبهه‌ای باقی نذاشته*، ④ است که بدون محاسبه می‌شد انتخابش کرد.

۸۶- گزینه ۳

گام ۱ معادلهٔ یونش کامل اسید قوی HI به صورت زیر است:

$$HI(aq) \rightarrow H^+(aq) + I^-(aq)$$

از آن‌جایی که pH محلول نهایی برابر ۱/۳ است و حجم محلول (۱/۵L) نیز مشخص است، می‌توانیم به راحتی مول H^+ را به دست بیاوریم و با توجه به سرعت واکنش، زمان لازم را محاسبه کنیم:

محاسبهٔ مول H^+ در محلول:

$$pH = 1/3 \Rightarrow [H^+] = 10^{-1/3} = 10^{-2} \times 10^{\circ/7} \xrightarrow{\log 5 = \circ/7} = 5 \times 10^{-2}$$

$$\text{مول } H^+ = \text{حجم} \times \text{غلظت مولی} \Rightarrow 5 \times 10^{-2} \times 1/5 = 75 \times 10^{-3}\ mol$$

گام ۲ با توجه به سرعت واکنش، زمان را محاسبه می‌کنیم:

$$R_{HI} = R_{H^+} = \circ/\circ 2\ mol.min^{-1} = \frac{75 \times 10^{-3}}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{75}{2} \times 10^{-1}\ min = \frac{75 \times 60}{2} \times 10^{-1}\ s = 225\ s$$

گام ۳ با توجه به رابطهٔ $[H^+][OH^-] = 10^{-14}$ و pH و حجم محلول داریم:

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{5 \times 10^{-2}} = 2 \times 10^{-13}\ mol.L^{-1}$$

$$\text{مول } OH^- = \text{حجم} \times \text{غلظت مولی} = 2 \times 10^{-13} \times 50 \times 10^{-3} = 10^{-14}\ mol$$

مشاوره این سؤال، ترکیبی از اسید و باز و سرعت (سینتیک) است و توصیه می‌شه موقع حل این سؤال حتماً با توجه به تسلطتون در این مباحث، حل رو پیش ببرید و اگر در هر قسمت ضعف دارید برای دور اول آزمون این سؤال رو انتخاب نکنید.

۸۷- گزینه ۱

بررسی گزینه‌ها: ① افزایش جرم الکترود تأثیری بر تغییر emf سلول گالوانی ندارد.

نکته تغییر دما، تغییر غلظت الکترولیت‌ها و تغییر نوع الکترود نیم‌سلول‌ها، سبب تغییر ولتاژ سلول گالوانی می‌شود.

② با توجه به رابطهٔ: $emf = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}}$ و این‌که E°_{SHE} برابر صفر است، دو حالت وجود دارد:

حالت اول) اگر SHE، آند و X، کاتد سلول باشد، از آن‌جا که در سلول‌های گالوانی $E^\circ_{\text{کاتد}} > E^\circ_{\text{آند}}$ است، $E^\circ_X > \circ$ (مقداری مثبت) است و emf برابر با E°_X می‌باشد.

$$emf = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} = E^\circ_X - \circ = E^\circ_X$$

حالت دوم) اگر SHE، کاتد و X، آند سلول باشد، از آن‌جا که در سلول‌های گالوانی $E^\circ_{\text{کاتد}} > E^\circ_{\text{آند}}$ است، $E^\circ_X < \circ$ (مقداری منفی) است و emf برابر با $-E^\circ_X$ (در نهایت عددی مثبت) می‌باشد.

$$emf = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} = \circ - E^\circ_X = \underbrace{-E^\circ_X}_{\text{خود } E^\circ_X \text{ مقداری منفی است.}}$$

بنابراین در هر دو حالت، emf مثبت و برابر با قدرمطلق E°_X ($|E^\circ_X|$) می‌شود.

③ اگر SHE کاتد باشد، قدرت کاهندگی X از H_2 بیشتر است و الکترود X آند سلول را تشکیل می‌دهد و از دیوارهٔ متخلخل، آنیون‌ها به سمت آند (نیم‌سلول X) و کاتیون‌ها به سمت کاتد (نیم‌سلول SHE) حرکت می‌کنند.

نکته در همهٔ سلول‌های الکتروشیمیایی، الکترون‌ها در مدار بیرونی از آند به سمت کاتد می‌روند و هم‌چنین درون الکترولیت (ها) کاتیون‌ها به سمت کاتد و آنیون‌ها به سمت آند می‌روند.

④ با توجه به واکنش $H_2 + X^{2+} \rightarrow 2H^+ + X$، می‌توان نتیجه گرفت که قدرت کاهندگی H_2 از X بیشتر بوده و در جدول سری الکتروشیمیایی، X بالاتر از H_2 است؛ بنابراین E° آن از $E^\circ_{SHE} = \circ$ بزرگ‌تر بوده و مثبت است.

نکته مقایسهٔ قدرت کاهندگی و اکسندگی عنصرها با H_2 و H^+

$E^\circ(V)$	نیم‌سلول
+	$X^{m+} + me^- \rightarrow X$ (اکسندهٔ قوی‌تر)
۰	$2H^+ + 2e^- \rightarrow H_2$
-	$M^{n+} + ne^- \rightarrow M$ (کاهندهٔ قوی‌تر)

$E^\circ(M^{n+}/M) < \circ$ ← قدرت کاهندگی: $M > H_2$ ؛ قدرت اکسندگی: $M^{n+} < H^+$

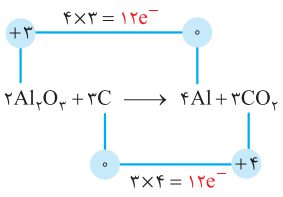
$E^\circ(X^{m+}/X) > \circ$ ← قدرت کاهندگی: $X < H_2$ ؛ قدرت اکسندگی: $X^{m+} > H^+$

۸۸- گزینه ۳

استراتژی ابتدا معادلهٔ هر دو واکنش را بنویس و موازنه کن و بعد با توجه به نسبت شمار الکترون‌های مبادله‌شده در دو واکنش که در صورت سؤال داده شده است، حجم گاز در فرایند هال را محاسبه کن.

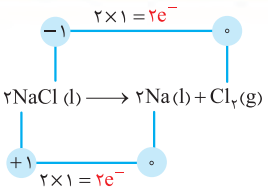
گام ۱ ابتدا معادلهٔ موازنه‌شدهٔ هر دو واکنش و شمار الکترون‌های مبادله‌شده در آن‌ها را مشخص می‌کنیم:

فرایند هال:



شمار الکترون‌های مبادله‌شده به ازای واکنش موازنه‌شده برابر ۱۲ مول الکترون است.

برقکافت سدیم کلرید مذاب:



شمار الکترون مبادله‌شده برابر ۲ مول است.

گام روش با توجه به جرم گاز کلر تولیدشده در برقکافت سدیم کلرید مذاب به شمار الکترون‌های مبادله‌شده در این فرایند می‌رسیم و بعد با توجه به نسبت الکترون‌های مبادله‌شده در دو واکنش که جزء اطلاعات داده‌شده در سؤال است، به حجم CO_2 تولیدی در فرایند هال می‌رسیم:

$$14/2\,g\,Cl_2 \times \frac{1\,mol\,Cl_2}{71\,g\,Cl_2} \times \frac{2\,mole^-}{1\,mol\,Cl_2} \times \frac{2\,mole^-_{\text{هال}}}{1\,mole^-_{\text{برقکافت}}} \times \frac{3\,mol\,CO_2}{12\,mole^-_{\text{هال}}}$$

$$\times \frac{22/4\,L\,CO_2}{1\,mol\,CO_2} = \frac{{}^{0/2}\!\!\not{14/2} \times 2 \times 2 \times 3 \times 22/4}{\not{71} \times \not{12}} = 4/48\,L\,CO_2$$

روش برای این‌که شمار الکترون‌های مبادله‌شده در فرایند هال، دو برابر شمار الکترون‌های مبادله‌شده در برقکافت سدیم کلرید مذاب شود، باید معادلهٔ واکنش برقکافت سدیم کلرید را در ۳ ضرب کرده و سپس به طور مستقیم بین Cl_2 و CO_2، تناسب برقرار کنیم:

$$\left.\begin{aligned} 2Al_2O_3 + 3C &\rightarrow 4Al + 3CO_2 \sim 12e^- \\ 6NaCl &\rightarrow 6Na + 3Cl_2 \sim 6e^- \end{aligned}\right\} 3CO_2 \sim 3Cl_2$$

$$\frac{\text{حجم}}{\underbrace{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}}_{CO_2}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{Cl_2}}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{3 \times 22/4} = \frac{{}^{0/2}\!\!\not{14/2}}{\not{3} \times \not{71}} \Rightarrow x = 4/48\,L\,CO_2$$

۸۹- گزینه ۳

درس‌نامه موازنه به روش اکسایش ـ کاهش

اصل کلی در موازنهٔ واکنش‌ها به روش عدد اکسایش این است که پس از محاسبهٔ عدد اکسایش عنصرها، باید مقدار تغییر عدد اکسایش گونهٔ کاهنده را ضریب گونهٔ اکسنده و مقدار تغییر عدد اکسایش گونهٔ اکسنده را ضریب گونهٔ کاهنده قرار دهیم و سپس با توجه به ضرایب معلوم‌شده، ضرایب بقیهٔ گونه‌ها را تعیین کنیم *و اما چند نکتهٔ حیاتی!*

۱ در حالت عادی، ما موازنه را از سمت چپ معادلهٔ واکنش شروع می‌کنیم، اما در حالتی که یک عنصر دارای چندین عدد اکسایش در سمت راست معادلهٔ واکنش باشد (مانند واکنش $Cu + HNO_3 \rightarrow Cu(NO_3)_2 + NO + H_2O$)، موازنه را باید از سمت راست معادلهٔ واکنش آغاز کنیم.

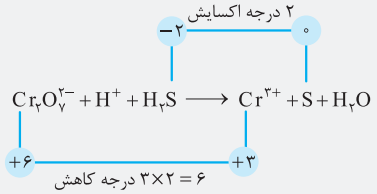
۲ اگر عنصری که با آن موازنه را می‌خواهیم آغاز کنیم دارای زیروند باشد (در همان سمتی از معادله که موازنه آغاز می‌شود)، باید تغییر عدد اکسایش هر اتم آن را در زیروندش ضرب کنیم و سپس جابه‌جایی تغییر عدد اکسایش‌ها را بین گونه‌های کاهنده و اکسنده انجام بدهیم.

۳ در صورت ساده‌شدن عددهای مربوط به تغییر عدد اکسایش گونه‌های کاهنده و اکسنده (پس از اعمال زیروندها)، آن‌ها را ساده می‌کنیم. مثلاً اگر این اعداد ۲ و ۴ بودند، به جای آن‌ها از اعداد ۱ و ۲ استفاده می‌کنیم.

مثال: موازنهٔ واکنش اکسایش ـ کاهش زیر را ببینید:

$$Cr_2O_7^{2-} + H^+ + H_2S \rightarrow Cr^{3+} + S + H_2O$$

در این واکنش عدد اکسایش اتم‌های کروم و گوگرد تغییر کرده است. *خواستون باشه!* در این‌جا ۲ اتم کروم در سمت چپ معادله داریم؛ پس تغییر عدد اکسایش هر اتم کروم را باید در ۲ ضرب کنیم.



حالا تغییر عدد اکسایش گونهٔ کاهنده (H_2S) را ضریب گونهٔ اکسنده ($Cr_2O_7^{2-}$) و تغییر عدد اکسایش گونهٔ اکسنده را ضریب گونهٔ کاهنده قرار می‌دهیم. چون ۲ و ۶ ساده می‌شن، به جای این اعداد از ۱ و ۳ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{1}{\quad}Cr_2O_7^{2-} + \_\_H^+ + \frac{3}{\quad}H_2S \rightarrow \_\_Cr^{3+} + \_\_S + \_\_H_2O$$

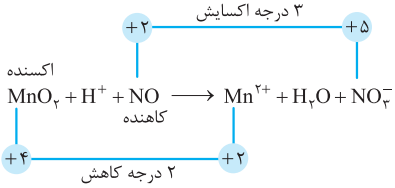
حالا خیلی راحت با توجه به معلوم‌شدن تعداد اتم‌های Cr، O و S در سمت چپ معادله، می‌توان ضرایب همهٔ گونه‌ها در سمت راست را تعیین کرد:

$$\frac{1}{\quad}Cr_2O_7^{2-} + \_\_H^+ + \frac{3}{\quad}H_2S \rightarrow \frac{2}{\quad}Cr^{3+} + \frac{3}{\quad}S + \frac{7}{\quad}H_2O$$

ضریب H^+ در سمت چپ معادله را ۸ قرار دهیم تا موازنهٔ هیدروژن هم *اکی شود!*

$$Cr_2O_7^{2-} + 8H^+ + 3H_2S \rightarrow 2Cr^{3+} + 3S + 7H_2O$$

برای موازنهٔ واکنش، ابتدا مقدار تغییرات عدد اکسایش گونه‌های کاهنده و اکسنده را تعیین می‌کنیم:



حالا تغییر عدد اکسایش گونهٔ اکسنده (MnO_2) را ضریب گونهٔ کاهنده (NO) و تغییر عدد اکسایش گونهٔ کاهنده را ضریب گونهٔ اکسنده قرار می‌دهیم:

$$\frac{3}{\quad}MnO_2 + \_\_H^+ + \frac{2}{\quad}NO \rightarrow \_\_Mn^{2+} + \_\_H_2O + \_\_NO_3^-$$

به منظور موازنهٔ عنصرهای Mn و N، ضرایب Mn^{2+} و NO_3^- به ترتیب باید برابر ۳ و ۲ باشند. در ادامه برای موازنهٔ عنصر O، ضریب H_2O، باید برابر ۲ باشد و در انتها به منظور موازنهٔ هیدروژن، ضریب H^+ را برابر ۴ قرار می‌دهیم.

$$3MnO_2 + 4H^+ + 2NO \rightarrow 3Mn^{2+} + 2H_2O + 2NO_3^-$$

بررسی گزینه‌ها:

۱ با استفاده از گونه‌های کاهنده یا اکسنده می‌توانیم شمار الکترون‌های مبادله‌شده را براساس معادلهٔ موازنه‌شده به دست آوریم:

$$\begin{pmatrix}\text{شمار الکترون‌های}\\ \text{مبادله‌شده}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{تغییر عدد}\\ \text{اکسایش کاهنده}\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}\text{شمار اتم‌های}\\ \text{اکسایش‌یافته در کاهنده}\end{pmatrix} \times \text{ضریب کاهنده}$$

$$\xrightarrow{\text{براساس NO}} e^- = 2 \times 1 \times 3 = 6$$

بنابراین می‌توان گفت به ازای مصرف ۴ مول H^+، ۶ مول الکترون مبادله می‌شود؛ به این ترتیب خواهیم داشت:

$$0/2\,mol\,H^+ \times \frac{6\,mole^-}{4\,mol\,H^+} = 0/3\,mole^- \quad ✓$$

۲ مجموع ضرایب استوکیومتری مواد برابر: $16 = 2+2+3+2+4+1$ است. ✓

۳ جمع جبری عدد اکسایش اتم‌های منگنز $(+2+4)$ برابر ۶ و جمع جبری عدد اکسایش اتم‌های نیتروژن $(+5+2)$ برابر ۷ است و با یکدیگر برابر نیستند. ✗

۴ گونهٔ اکسنده، MnO_2 با ضریب ۳ و گونهٔ کاهنده، NO با ضریب ۲ است که نسبت آن‌ها برابر ۱/۵ می‌باشد. ✓

۹۰- گزینه ۴

درس‌نامه تکنیک مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب‌های یونی:

به طور کلی برای مقایسهٔ ΔH فروپاشی شبکهٔ ترکیب‌های یونی می‌توان از روش زیر استفاده کرد:

گام هر چه مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون در یک ترکیب یونی بزرگ‌تر باشد، ΔH فروپاشی شبکهٔ آن بزرگ‌تر است.

گام اگر مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون برای دو ترکیب یونی برابر باشد، شعاع یون‌های سازندهٔ آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم. هر چه شعاع یون‌ها کوچک‌تر باشد، ΔH فروپاشی بزرگ‌تر است.

مثال: در هر مورد، آنتالپی فروپاشی ترکیب‌ها را با هم مقایسه کنید.

آ) منیزیم اکسید و کلسیم کلرید

ب) سدیم اکسید و منیزیم فلوئورید

پاسخ: آ) اول مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$MgO \Rightarrow \overset{Mg^{2+}}{\uparrow}\ \overset{O^{2-}}{\uparrow} \Rightarrow 2+2=4$$
$$CaCl_2 \Rightarrow \underset{Ca^{2+}}{\downarrow}\ \underset{Cl^-}{\downarrow} \Rightarrow 2+1=3$$
$$\Rightarrow \Delta H_{\text{فروپاشی}} : MgO > CaCl_2$$

ب) *بازم مثل قبل، اول می‌ریم سراغ* مقایسهٔ مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون:

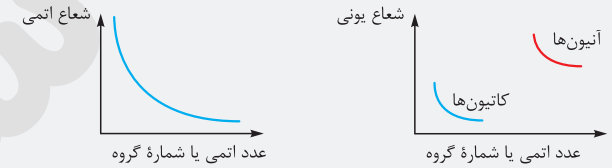
$$Na_2O \Rightarrow \overset{Na^+}{\uparrow}\ \overset{O^{2-}}{\uparrow} \Rightarrow 1+2=3$$
$$MgF_2 \Rightarrow \underset{Mg^{2+}}{\downarrow}\ \underset{F^-}{\downarrow} \Rightarrow 2+1=3$$

در این‌جا به گام دوم یعنی مقایسهٔ شعاع یون‌ها هم نیاز داریم:

$$\text{شعاع یونی} \begin{cases} O^{2-} > F^- \\ Na^+ > Mg^{2+} \end{cases} \Rightarrow \Delta H_{\text{فروپاشی}} : Na_2O < MgF_2$$

پاسخ: X عنصری فلزی با یون پایدار $(+1)$ و Y عنصری نافلزی با یون پایدار Y^{2-} از دورهٔ سوم جدول دوره‌ای هستند؛ بنابراین X، سدیم و Y، گوگرد است.

نکته در یک دورهٔ جدول از چپ به راست، شعاع اتمی عناصر کاهش می‌یابد. هم‌چنین شعاع آنیون‌های یک دوره از شعاع کاتیون‌های آن دوره بزرگ‌تر است. نمودار روند کلی تغییر شعاع اتمی و یونی برای عنصرهای دورهٔ سوم جدول تناوبی به صورت زیر است:



شعاع اتمی $(X)_{11}Na$ از $(Y)_{16}S$ بزرگ‌تر و شعاع یونی $(Y^{2-})_{16}S^{2-}$ از $(X^+)_{11}Na^+$ بزرگ‌تر است. (رد ۲ و ۳)

می‌دانیم که در مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب‌های یونی، اولویت با بار یون‌ها است. به طوری‌که هر چه مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون بیشتر باشد، آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور آن ترکیب بیشتر است:

آنتالپی فروپاشی: $\underset{1+2=3}{X_2Y\,(Na_2S\text{ همان})} > \underset{1+1=2}{NaCl} \Rightarrow$ (رد ۱)

آنتالپی فروپاشی $MgCl_2$ از $X_2Y\,(Na_2S)$ بیشتر است، زیرا با وجود یکسان‌بودن مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون در دو ترکیب، شعاع یونی $_{12}Mg^{2+}$ کم‌تر از $_{11}Na^+$ و شعاع یونی $_{17}Cl^-$ از $_{16}S^{2-}$ کم‌تر و در نتیجه آنتالپی فروپاشی Na_2S از $MgCl_2$ کم‌تر است.

۹۱- گزینه ۴

موارد «الف» و «ج» درست است.

بررسی موارد نادرست:

(ب) ذره‌های سازندهٔ مواد مولکولی، مولکول‌های مجزا هستند؛ بنابراین به کار بردن آرایش منظم اتم‌ها در سه بعد، برای جامدهای مولکولی نادرست است.

(د) همهٔ جامدات یونی سه‌بعدی هستند و چینش دوبعدی ذرات برای آن‌ها معنی ندارد.

دربارهٔ مورد (ج) دقت کنید که برخی جامدهای کووالانسی مانند گرافیت، چینش دوبعدی و برخی از آن‌ها مانند الماس، چینش سه‌بعدی دارند.

نکته مقایسهٔ جامدهای بلوری

نوع جامد / خواص	جامد مولکولی	جامد کووالانسی	جامد یونی	جامد فلزی
ذره‌های سازندهٔ بلور	مولکول‌های مجزا	اتم‌ها	کاتیون‌ها و آنیون‌ها	کاتیون‌ها و دریای الکترونی
سختی	معمولاً نرم (یخ سخت است.)	بسیار سخت (به‌جز گرافیت)	سخت و شکننده	برخی نرم، ولی اغلب سخت

نوع جامد / خواص	جامد مولکولی	جامد کووالانسی	جامد یونی	جامد فلزی
رسانایی الکتریکی در حالت جامد	نارسانا	اغلب نارسانا (مانند الماس) و بعضی رسانا (مانند گرافیت)	نارسانا	رسانا
رسانایی الکتریکی در حالت مذاب (مایع)	نارسانا	نارسانا	رسانا	رسانا
دمای ذوب نسبی	پایین	خیلی بالا	بالا	اغلب متوسط یا بالا
مثال	H_2O (یخ)، I_2، CO_2 (یخ خشک)، گوگرد و نفتالن $(C_{10}H_8)$	Si، SiO_2 (سیلیس)، SiC (سیلیسیم کربید)، گرافیت و الماس	NaCl، Al_2O_3، MgO و NH_4Cl	Au، Fe و Na (همهٔ فلزات و آلیاژ آن‌ها)

۹۲- گزینه ۲

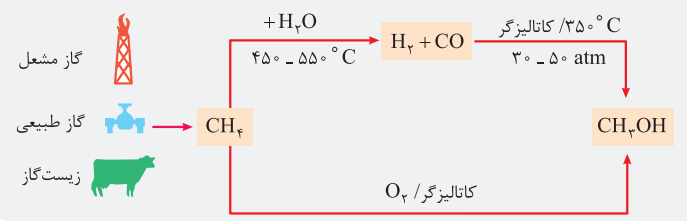
مونومرهای سازندهٔ PET، ترفتالیک اسید و اتیلن گلیکول هستند که به ترتیب از اکسایش (نه کاهش!) پارازایلن و اتن تهیه می‌شوند.



بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) گاز متان سازندهٔ اصلی گاز طبیعی است و به دلیل اشتعال‌پذیری بالا، در میدان‌های نفتی برای افزایش ایمنی، بخش قابل‌توجهی از آن را می‌سوزانند.

۳) کاملاً درسته!

نکته نمودار زیر روش مستقیم و غیرمستقیم تولید متانول از متان را نشان می‌دهد.



۴) گاز متان واکنش‌پذیری بسیار کمی دارد؛ بنابراین تبدیل آن به متانول فرایندی دشوار است و انجام آن به دانش و فناوری پیشرفته‌ای نیاز دارد.

۹۳- گزینه ۱

شفاف‌سازی در ابتدا شمار مول فراورده، برابر شمار مول هر یک از واکنش‌دهنده‌ها بوده است، اما با کاهش دما، شمار مول فراورده برابر با مجموع شمار مول واکنش‌دهنده‌ها شده است. این موضوع زمانی اتفاق می‌افتد که شمار مول واکنش‌دهنده‌ها کم و شمار مول فراورده زیاد شود؛ یعنی تعادل در جهت رفت جابه‌جا شود.

با توجه به واکنش موازنه‌شده، شمار مول مواد را در لحظهٔ تعادل اولیه برابر x در نظر می‌گیریم و با توجه به این‌که با کاهش دما شمار مول فراورده برابر با مجموع شمار مول واکنش‌دهنده‌ها شده است، باید واکنش به سمت رفت جابه‌جا شود؛ بنابراین داریم:

$$2NO + O_2 \rightleftharpoons 2NO_2$$

مول تعادلی ۱	x	x	x
مول تعادلی ۲	$x-2y$	$x-y$	$x+2y$

$$K_1 = \frac{[NO_2]^2}{[NO]^2[O_2]} = \frac{(\frac{x}{5})^2}{(\frac{x}{5})^2(\frac{x}{5})} = 0/5 \Rightarrow \frac{1}{x} = 0/1 \Rightarrow x = 10$$

در تعادل ۲، با توجه به فرض برابربودن مجموع شمار مول واکنش‌دهنده‌ها با مول فراورده داریم:

در تعادل ۲: $x-2y+x-y=x+2y \Rightarrow x=5y \xrightarrow{x=10} y=2$

حالا با مشخص‌شدن مقادیر x و y می‌توانیم ثابت تعادل جدید (تعادل ۲) را محاسبه کنیم:

$$K_2 = \frac{[NO_2]^2}{[NO]^2[O_2]} = \frac{(\frac{14}{5})^2}{(\frac{6}{5})^2(\frac{8}{5})} = \frac{\cancel{14}^{7} \times \cancel{14}^{7} \times 5}{\cancel{6}^{3} \times \cancel{6}^{3} \times 8} = \frac{245}{72} \simeq 3/4$$

۹۴- گزینه ۴

فرمول مولکولی اتیل بوتانوات (استر ۶کربنه) به صورت $C_6H_{12}O_2$ و نفتالن به صورت $C_{10}H_8$ است؛ بنابراین نسبت شمار اتم‌های هیدروژن ترکیب اول به دوم برابر $\frac{12}{8} = 1/5$ است.

فرمول مولکولی ترفتالیک اسید به صورت $C_8H_6O_4$ و اتیلن گلیکول به صورت $C_2H_6O_2$ است که اختلاف تعداد اکسیژن آن‌ها برابر ۲ است؛ بنابراین خواهیم داشت:

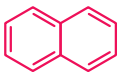
$$\frac{\text{نسبت شمار اتم‌های هیدروژن اتیل بوتانوات } (C_6H_{12}O_2) \text{ به نفتالن } (C_{10}H_8)}{\text{تفاوت شمار اتم‌های اکسیژن ترفتالیک اسید } (C_8H_6O_4) \text{ و اتیلن گلیکول } (C_2H_6O_2)}$$

$$= \frac{1/5}{2} = 0/75$$

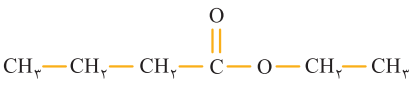


ترفتالیک اسید
$(C_8H_6O_4)$

،

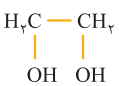


نفتالن
$(C_{10}H_8)$



اتیل بوتانوات
$(C_6H_{12}O_2)$

،



اتیلن گلیکول
$(C_2H_6O_2)$

۱۴۰۴ نوبت دوم داخل

ریاضی

۱- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ اگر a، b و c:

◇ سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ حسابی باشند، می‌توانیم بنویسیم:

$a + c = 2b$ یا اولی + آخری = ۲ × وسطی

◇ سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی باشند، می‌توانیم بنویسیم:

$ac = b^2$ یا اولی × آخری = ^{2}(وسطی)

۲ در دنبالهٔ هندسی $t_1, t_2, t_3, \ldots$، قدرنسبت می‌شود: $r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{t_3}{t_2} = \cdots = \frac{t_n}{t_{n-1}}$

۳ در دنبالهٔ حسابی $t_1, t_2, t_3, \ldots$، قدرنسبت می‌شود:

$d = t_2 - t_1 = t_3 - t_2 = \cdots = t_n - t_{n-1}$

۴ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$

گام طبق مورد (۱) درس‌نامه، برای a, b, c که سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ حسابی‌اند، می‌نویسیم: $2b = a + c \; (1)$

و برای $b, \frac{1}{2}a, \frac{1}{4}c$ که سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی‌اند، می‌نویسیم:

$$(\frac{1}{2}a)^2 = b(\frac{1}{4}c) \Rightarrow \frac{1}{4}a^2 = \frac{1}{4}bc \Rightarrow a^2 = bc \; (2)$$

گام از تساوی (۱) به جای c می‌نویسیم $2b - a$ و در تساوی (۲) قرار می‌دهیم:

$$a^2 = b(\underbrace{2b - a}_{\text{c به جای}}) = 2b^2 - ab$$

طرفین تساوی بالا را بر b^2 تقسیم می‌کنیم: $\frac{a^2}{b^2} = \frac{2b^2}{b^2} - \frac{ab}{b^2}$

پس: $(\frac{a}{b})^2 = 2 - (\frac{a}{b})$

در معادلهٔ بالا با فرض $\frac{a}{b} = x$ معادلهٔ $x^2 + x - 2 = 0$ می‌رسیم که جواب‌های $x = 1, -2$ را می‌دهد.

گام $\frac{a}{b} = 1$ یا -2 شد ولی سؤال گفته a و b متمایزند؛ پس فقط $\frac{a}{b} = -2$ قبول است.

گام طبق مورد (۲) درس‌نامه، قدرنسبت دنبالهٔ هندسی می‌شود $r = \frac{\frac{1}{2}a}{b}$ که برابر است با: $r = \frac{1}{2}(-2) = -1$

پس دو برابر قدرنسبت، ۲- است.

تیزبازی $b, \frac{1}{2}a, \frac{1}{4}c$، سه جملهٔ متوالی دنبالهٔ هندسی‌اند که طبق مورد (۲) درس‌نامه قدرنسبتش می‌شود:

$$r = \frac{\frac{1}{2}a}{b} = \frac{\frac{1}{4}c}{\frac{1}{2}a} \Rightarrow r = \frac{a}{2b} = \frac{c}{2a}$$

طبق مورد (۴) درس‌نامه، از تناسب بالا می‌توانیم نتیجه بگیریم که: $r = \frac{a-c}{\underbrace{2b-2a}_{2(b-a)}}$

a, b, c هم سه جملهٔ متوالی دنبالهٔ حسابی‌اند که قدرنسبتش را d گرفتیم (+d, +d). این‌جوری در تساوی مورد نظر $a - c = -2d$ و $b - a = d$ می‌شود: $r = \frac{-2d}{2d} = -1$ که باز هم دو برابر قدرنسبت می‌شود ۲-.

۲- گزینه ۲

شفاف‌سازی بازه‌ها نامتناهی‌اند، پس «اشتراک بازه‌های A و B متناهی است»؛ یعنی اشتراک A و B بازه نیست.

گام بازهٔ $A = [\frac{4}{m+1}, +\infty)$ به صورت (از $\frac{4}{m+1}$ به راست) و بازهٔ $B = (-\infty, \frac{5}{m+2}]$ به صورت (تا $\frac{5}{m+2}$ به چپ) است. در دو حالت زیر اشتراک A و B بازه تشکیل نمی‌دهد و متناهی می‌شود:



گام پس ابتدای بازهٔ A باید از انتهای B کم‌تر نباشد: $\frac{5}{m+2} \le \frac{4}{m+1} \; (*)$

گام چون m طبیعی است، مخرج‌ها در (*) مثبت‌اند و اجازه داریم در کم‌م مخرج‌ها، یعنی $(m+1)(m+2)$ ضرب کنیم:

$$5(m+1) \le 4(m+2) \Rightarrow 5m + 5 \le 4m + 8 \Rightarrow m \le 3$$

پس ۳ عدد طبیعی $m = 1, 2, 3$ مورد نظر هستند.

۳- گزینه ۳

گام رادیکال‌ها را با رابطهٔ $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ به صورت توان کسری می‌نویسیم:

$$M = \sqrt[4]{\sqrt[3]{2^8}} \times \sqrt[4]{162} \times \sqrt{4\sqrt[6]{2}} = (2^{\frac{8}{3}})^{\frac{1}{4}} \times (162)^{\frac{1}{4}} \times (4 \times 2^{\frac{1}{6}})^{\frac{1}{2}}$$

گام ۴ را به صورت 2^2 و ۱۶۲ را به صورت $2^1 \times 3^4$ تجزیه می‌کنیم:

$$M = (2^{\frac{8}{3}})^{\frac{1}{4}} \times (2 \times 3^4)^{\frac{1}{4}} \times (2^2 \times 2^{\frac{1}{6}})^{\frac{1}{2}}$$

گام در ضرب پایه‌های مساوی توان‌ها جمع می‌شوند:

$$M = (2^{\frac{8}{3}})^{\frac{1}{4}} \times (2 \times 3^4)^{\frac{1}{4}} \times (2^{2+\frac{1}{6}})^{\frac{1}{2}}$$

گام از ویژگی $(a^m)^n = a^{mn}$ توان‌ها در هم ضرب می‌شود:

$$M = 2^{\frac{8}{3} \times \frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{4}} \times 3^{4 \times \frac{1}{4}} \times 2^{\frac{13}{6} \times \frac{1}{2}} = 2^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{1}{4}} \times 3^1 \times 2^{\frac{13}{12}}$$

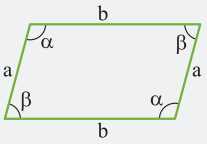
گام پایه‌های مساوی (۲) را با یک توان می‌نویسیم: $M = 2^{\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{13}{12}} \times 3^1$

$$M = 2^{\frac{24}{12}} \times 3^1 = 2^2 \times 3^1 = 2 \times 6$$

گام پس نسبت M به $\sqrt{6}$ می‌شود $\frac{2 \times 6}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{6}$.

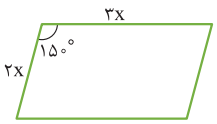
۴- گزینه ۴

درس‌نامه مطابق شکل مقابل، در متوازی‌الاضلاع، زوایا و همین‌طور اضلاع مقابل به هم برابرند. مساحت و محیط این متوازی‌الاضلاع می‌شود:



$P = 2(a+b)$ و $S = a.b.\sin\alpha$ (یا β)

گام به گفتهٔ سؤال، در متوازی‌الاضلاع مقابل، نسبت دو ضلع مجاور ۲ به ۳ است؛ پس طول آن‌ها را $2x$ و $3x$ در نظر می‌گیریم. یک زاویهٔ داخلی را هم 150° می‌گذاریم.



گام مساحت متوازی‌الاضلاع ۵۴ است؛ پس طبق درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم:

$$(2x)(3x)\underbrace{\sin 150^\circ}_{\sin 30^\circ = \frac{1}{2}} = 54 \Rightarrow 3x^2 = 54 \Rightarrow x^2 = 18 \Rightarrow x = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

گام محیط متوازی‌الاضلاع می‌شود:

$$\text{محیط} = 2(2x+3x) = 10x \xrightarrow{x=3\sqrt{2}} \text{محیط} = 30\sqrt{2}$$

۵- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ اگر x_1 و $(x_2 > x_1)x_2$ صفرهای متمایز چندجمله‌ای درجه‌دوم $P(x) = ax^2+bx+c$ باشند، در این صورت جدول تعیین علامت $P(x)$ به صورت زیر است:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
P(x)		a موافق		a مخالف		a موافق	

۲ شرط بازه‌بودن (a,b) اینست که $b > a$ باشد.

گام از این‌که $P(x) = (5-2m)x^2-(2m+n-5)x-n < 0$ در بازهٔ $(-1, m-2)$ برقرار است دوتا نتیجه می‌گیریم:

◇ جدول تعیین علامت این شکلی بوده:

x		-1		$m-2$	
P	+		−		+

◇ -1 و $m-2$ ریشه‌های $P(x)$ هستند.

گام با توجه به جدول بالا، ضریب x^2 مثبت است؛ پس:

$$5-2m > 0 \Rightarrow m < \frac{5}{2} \xrightarrow{m\in\mathbb{N}} m = 1 \text{ یا } 2$$

اما به ازای $m=1$ بازهٔ $(-1, m-2)$ به صورت $(-1,-1)$ در می‌آید که طبق مورد (۲) درس‌نامه، بی‌معنی است؛ پس فقط $m=2$ را می‌پذیریم.

گام به ازای $m=2$، معادله و مجموعه‌جوابش به صورت زیرند:

نامعادله: $\underbrace{x^2-(n-1)x-n}_{(*)} < 0$ **جواب و** $(-1,0)$

پس $x=-1, 0$ ریشه‌های (*)اند، پس (*) به ازای $x=0$ (یا $x=-1$) باید صفر باشد:

$$0-0-n=0 \Rightarrow n=0$$

بنابراین $m+n$ می‌شود $2+0=2$.

۶- گزینه ۱

درس‌نامه **روش روسی برای حل معادلهٔ درجه‌دوم:** برای به دست آوردن ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دومی مثل $ax^2+bx+c=0$ که ضریب x^2 برابر ۱ نیست (و با تجزیه به راحتی حل نمی‌شود) می‌توانیم از این تکنیک استفاده کنیم که ابتدا a را در c ضرب کنیم تا ضریب x^2 برابر ۱ شود، یعنی:

$$\overset{\text{ضرب}}{\overbrace{ax^2+bx+c=0}} \Rightarrow x^2+bx+ac=0$$

حالا باید ریشه‌های معادلهٔ $x^2+bx+ac=0$ را با تجزیه به دست آوریم و هر دو ریشهٔ به‌دست‌آمده را تقسیم بر a کنیم تا ریشه‌های معادلهٔ اصلی، یعنی $ax^2+bx+c=0$ به دست آیند.

گام ارتفاع را h و قاعده را b می‌گیریم، پس $h = 2+3b$.

گام با ۴ واحد افزایش، ارتفاع به $h+4$ و قاعده به $b+4$ می‌رسد و داریم:

$$S_{\text{جدید}} = 4/5 S_{\text{قدیم}} \Rightarrow \frac{(b+4)(h+4)}{2} = \frac{9}{2}\frac{bh}{2}$$

گام با جای‌گذاری $h = 2+3b$ و ساده‌سازی داریم:

$$(b+4)(2+3b+4) = \frac{9}{2}b(2+3b) \Rightarrow (b+4)\underbrace{(3b+6)}_{3(b+2)} = \frac{9}{2}b(3b+2)$$

$$\xrightarrow[\times 2]{\div 3} 2(b+4)(b+2) = 3b(3b+2) \Rightarrow 2(b^2+6b+8) = 9b^2+6b$$

$$\Rightarrow 0 = 7b^2-6b-16$$

گام معادلهٔ بالا را با روش روسی حل می‌کنیم:

$$b^2-6b-112=0$$

$$(b-14)(b+8)=0 \Rightarrow b = \frac{14}{7} = 2 \text{ یا } \frac{-8}{7}$$

$b > 0$ است، پس $b=2$ و داریم:

$$S_{\text{اولیه}} = \frac{b(3b+2)}{2} = \frac{2\times 8}{2} = 8$$

۷- گزینه ۲

درس‌نامه اگر f تابعی همانی و g تابعی ثابت باشد، ضابطه‌شان به صورت زیر است:

$f(x) = x$ و $g(x) = c$ ← عدد ثابت

گام طبق درس‌نامه، $f(x) = x$ و $g(x) = c$ است؛ پس:

$$g(3x) = c \text{ و } f(3+x) = 3+x$$

گام موارد بالا را در $g(3x)+2f(3+x) = 3+2x$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$c+2(3+x) = 3+2x \Rightarrow c+6+2x = 3+2x \Rightarrow c = -3$$

گام خواستهٔ سؤال می‌شود:

$$\frac{f(-1)}{g(4)} = \frac{-1}{c} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$$

۸- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ جمع و ضرب ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم $Ax^2+Bx+C=0$ با شرط $\Delta > 0$، از رابطه‌های زیر محاسبه می‌شوند:

جمع: $S = -\frac{B}{A}$ **ضرب و** $P = \frac{C}{A}$

۲ اگر α و β ریشه‌های معادله باشند، حاصل چند عبارت معروف زیر برا برحسب S و P حفظ باشید:

◇ **مجموع مربعات ریشه‌ها:** $\alpha^2+\beta^2 = S^2-2P$

◇ **مجموع مکعبات ریشه‌ها:** $\alpha^3+\beta^3 = S^3-3PS$

◇ **مجموع جذر ریشه‌ها:** $\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta} = \sqrt{S+2\sqrt{P}}$

گام جمع جذر معکوس ریشه‌ها همان $\frac{1}{\sqrt{\alpha}}+\frac{1}{\sqrt{\beta}}$ است که طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌شود:

$$M = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}+\frac{1}{\sqrt{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}} = \frac{\sqrt{S+2\sqrt{P}}}{\sqrt{P}}$$

گام به کمک مورد (۱) درس‌نامه، از معادلهٔ $\underbrace{36}_{A}x^2\underbrace{-(m+14)}_{B}x\underbrace{+1}_{C}=0$، S و P را حساب می‌کنیم:

$$P = \frac{C}{A} = \frac{1}{36} \quad , \quad S = -\frac{B}{A} = \frac{m+14}{36}$$

پس جمع جذر معکوس ریشه‌ها می‌شود:

$$\frac{\sqrt{\frac{m+14}{36}+2\left(\frac{1}{6}\right)}}{\frac{1}{6}} = 5 \xrightarrow{\times\frac{1}{6}} \sqrt{\frac{m+14+12}{36}} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{\sqrt{m+26}}{6} = \frac{5}{6} \Rightarrow m = -1$$

گام ضرب ریشه‌های معادلهٔ $\underbrace{m}_{A}x^2\underbrace{+3}_{B}x\underbrace{+2}_{C}=0$ است که به ازای $m=-1$ می‌شود $\frac{2}{-1} = -2$.

۹- گزینه ۳

شفاف‌سازی «f و gof روی محور yها متقاطع‌اند»؛ یعنی به ازای $x=0$ برابرند:

$$g(f(0))=f(0)$$

گام $f(0)$ و $g(f(0))$ را به دست می‌آوریم:

- $f(x)=\sqrt{a-x} \Rightarrow f(0)=\sqrt{a}$
- $g(x)=3-x \Rightarrow g(\underbrace{f(0)}_{\sqrt{a}})=3-\sqrt{a}$

گام طبق «شفاف‌سازی»، دو مورد بالا برابرند:

$$\sqrt{a}=3-\sqrt{a} \Rightarrow \sqrt{a}=\frac{3}{2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} a=\frac{9}{4}=2/25$$

۱۰- گزینه ۱

درس‌نامه در دنیای لگاریتم‌ها، قوانین زیر برقرارند:

- جمع و تفریق دو لگاریتم با مبناهای یکسان، به این صورت انجام می‌شود:

$$\log_a b+\log_a c=\log_a bc \quad \text{و} \quad \log_a b-\log_a c=\log_a \frac{b}{c}$$

- اگر جای عدد و مبنا را عوض کنیم، لگاریتم معکوس می‌شود؛ یعنی:

$$\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$$

- **قانون تغییر مبنا:** $\log_a b$ را می‌توانیم به صورت تقسیم دو لگاریتم با مبنای یکسان بنویسیم:

$$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$$

گام از تعویض مبنا استفاده می‌کنیم:

$$\log_{14}10=\frac{\log_2 10}{\log_2 14}$$

گام به جای ۱۰ و ۱۴ به ترتیب می‌نویسیم 2×5 و 2×7:

$$M=\frac{\log_2 2\times5}{\log_2 2\times7}=\frac{\overbrace{\log_2 2}^{1}+\log_2 5}{\log_2 2+\underbrace{\log_2 7}_{2/8}}$$

به گفتهٔ سؤال $\log_5 2=0/5=\frac{1}{2}$ است. طبق درس‌نامه اگر جای ۲ و ۵ را عوض کنیم، لگاریتم معکوس می‌شود:

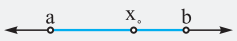
$$\log_2 5=2$$

پس M می‌شود:

$$M=\frac{1+2}{1+2/8}=\frac{3}{3/8}\times\frac{10}{10}=\frac{30}{38}=\frac{15}{19}$$

۱۱- گزینه ۱

درس‌نامه اگر مثل شکل زیر، عدد x_0 را از یک همسایگی حذف کنیم، به همسایگی محذوف x_0 می‌رسیم. این همسایگی محذوف را می‌توانیم به فرم‌های زیر نمایش بدهیم:



$$(a,b)-\{x_0\} \text{ یا } (a,x_0)\cup(x_0,b)$$

گام طبق درس‌نامه، همسایگی محذوف ۴، به صورت $\underbrace{(\bigcirc,4)\cup(4,\square)}_{(*)}$ است. از مقایسهٔ $(2,a+b)\cup(4b-a,5)$ با (*)، نتیجه می‌گیریم که:

$$\begin{cases}a+b=4\\4b-a=4\end{cases} \xrightarrow{+} 5b=8 \Rightarrow b=\frac{8}{5}$$

با جای‌گذاری $b=\frac{8}{5}$ در $a+b=4$، به a می‌رسیم:

$$a=4-\frac{8}{5}=\frac{12}{5}$$

گام پس $b-a$ می‌شود:

$$\frac{8}{5}-\frac{12}{5}=-\frac{4}{5}$$

۱۲- گزینه ۴

گام تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2+mx+n}{a-x} & x\neq a\\ 2 & x=a\end{cases}$ به شرطی در $\mathbb{R}$ پیوسته است که در $x=a$ پیوسته باشد. حد چپ و راست f در $x=a$ را باید از ضابطهٔ بالایی حساب کنیم.

چون $x=a$ ریشهٔ مخرج است، ریشهٔ صورت هم باید باشد، چون در غیر این صورت حد چپ و راست به فرم $\frac{\text{عدد}}{0^{\pm}}=\pm\infty$ درمی‌آید و تابع ناپیوسته می‌شود.

گام با توجه به شرط $f(2a)=0$ صورت f در $2a$ هم صفر است؛ بنابراین تجزیه صورت کسر به فرم $(x-a)(x-2a)$ است و $f(x)$ می‌شود:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{(x-a)(x-2a)}{a-x} & x\neq a\\ 2 & x=a\end{cases}$$

گام حد f در $x=a$ با ساده‌کردن $x-a$ از صورت و مخرج می‌شود:

$$\lim_{x\to a}\frac{x-2a}{-1}=\frac{a-2a}{-1}=a$$

که باید با مقدارش مساوی باشد؛ پس $a=2$ است.

گام به ازای $a=2$، صورت کسر به شکل $(x-2)(x-4)$ یا $x^2\underbrace{-6}_{m}x\underbrace{+8}_{n}$ است؛ پس:

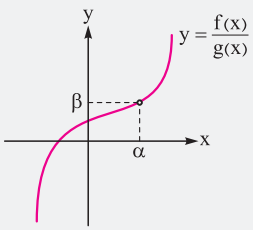
$$n-m=8-(-6)=14$$

۱۳- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ تابع f به شرطی در $x=a$ پیوسته است که حد چپ، حد راست و مقدارش در $x=a$ برابر باشند:

$$\lim_{x\to a^+}f(x)=\lim_{x\to a^-}f(x)=f(a)$$

۲ به شکل زیر دقت کنید:



تابع y در نقطه‌ای به طول $x=\alpha$ حفره دارد. **حفره** نقطه‌ای است که:

الف) تابع در آن حد دارد، ولی پیوسته نیست.

ب) به ازای $x=\alpha$، حاصل f و g برابر صفر می‌شود (به عبارت دیگر، طول حفره، ریشهٔ مشترک صورت و مخرج است؛ یعنی $f(\alpha)=g(\alpha)=0$)

گام شکل نشان می‌دهد $f(x)=\begin{cases}\frac{2x^2+ax+b}{4x-c} & x\geq1\\ 4-\frac{c}{2}x & x<1\end{cases}$ در مرز دامنه یعنی $x=1$ پیوسته است؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه، حد راست و چپ و مقدار f در $x=1$ باید برابر باشند:

$$\underbrace{f(1)=\lim_{x\to1^+}f(x)=\frac{2+a+b}{4-c}}_{\text{از ضابطهٔ بالایی}}=\underbrace{\lim_{x\to1^-}f(x)=4-\frac{c}{2}}_{\text{از ضابطهٔ پایینی}}$$

گام شکل در $2/5$ حفره دارد؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه، در این نقطه هم صورت و هم مخرج صفرند.

$$\begin{cases}2(2/5)^2+a(2/5)+b=0\\4(2/5)-c=0\end{cases} \Rightarrow c=10$$

گام با جای‌گذاری $c=10$ در شرط پیوستگی داریم:

$$\frac{2+(a+b)}{4-10}=4-\frac{10}{2} \Rightarrow 2+(a+b)=(-1)(-6)=6 \Rightarrow a+b=4$$

۱۴- گزینه ۴

شفاف‌سازی «تابع f در $x=-2$ حد دارد»؛ یعنی حد چپ و راست f در $x=-2$ برابرند.

گام حد راست در $(-2)^+$ مثلاً به ازای $x=-1/9$ برابر است با:

$$\lim_{x\to(-2)^+}2[\frac{2-x}{2}]+a[\frac{x+2}{3}]=2[2^-]+a[0^+]=2$$

گام حد چپ در ۲− مثلاً به ازای $x=-۲/۱$ برابر است با:

$$\lim_{x\to(-۲)^-} ۲[\frac{۲-x}{۲}]+a[\frac{x+۲}{۳}]=۲[۲^+]+a[۰^-]=۴-a$$

گام طبق «شفاف‌سازی» باید حد چپ و راست را برابر قرار دهیم:

$$۴-a=۲ \Rightarrow a=۲$$

پس: $[\frac{a}{۳}]=[\frac{۲}{۳}]=۰$

۱۵- گزینه ۴

درس‌نامه برای محاسبهٔ میانگین $(\bar{x})$، واریانس $(\sigma^۲)$ و ضریب تغییرات (CV)، داده‌های $x_۱$، $x_۲$، ... و x_n از فرمول‌های زیر استفاده می‌کنیم:

- $\bar{x}=\frac{x_۱+x_۲+\cdots+x_n}{n}$
- $\sigma^۲=\frac{(x_۱-\bar{x})^۲+(x_۲-\bar{x})^۲+\cdots+(x_n-\bar{x})^۲}{n}$
- $CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}$ ← انحراف معیار=جذر واریانس

گام میانگین داده‌ها برابر است با:

$$\bar{x}=\frac{۱+۱/۰۸+۱/۲+۱/۱۶+۱/۱۶}{۵}=\frac{\overbrace{۵\times۱}^{\text{صحیح}}+\overbrace{(۰/۰۸+۰/۲+۰/۱۶+۰/۱۶)}^{\text{اعشار}}}{۵}$$

$$=\frac{۵+۰/۶}{۵}=۱/۱۲$$

گام مقادیر انحراف از میانگین برابر است با:

$$x_i-\bar{x}=x_i-۱/۱۲:-۰/۱۲,-۰/۰۴,+۰/۰۸,+۰/۰۴,+۰/۰۴$$

گام واریانس برابر است با:

$$\sigma^۲=\frac{(-۰/۱۲)^۲+(-۰/۰۴)^۲+(۰/۰۸)^۲+(۰/۰۴)^۲+(۰/۰۴)^۲}{۵}$$

$$=\frac{۱۴۴+۱۶+۶۴+۱۶+۱۶}{۱۰۰۰۰}=\frac{۲۵۶}{۵\times۱۰۰۰۰}$$

گام انحراف معیار همان جذر واریانس است:

$$\sigma=\sqrt{\frac{۲۵۶}{۵\times۱۰۰۰۰}}=\frac{۱۶}{\sqrt{۵}\times۱۰۰}$$

گام پس ضریب تغییرات می‌شود:

$$CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{\frac{۱۶}{\sqrt{۵}\times۱۰۰}}{\frac{۱۱۲}{۱۰۰}}=\frac{\overset{۱}{۱۶}\times\overset{۱}{۱۰۰}}{۱۱۲\times۱۰۰\sqrt{۵}}=\frac{۱}{۷\sqrt{۵}}$$

۱۶- گزینه ۳

گام اضلاع یکی از مثلث‌ها مثلاً ۴، ۵ و x را در صورت نسبت‌ها می‌نویسیم:

$$\frac{x}{}=\frac{۵}{}=\frac{۴}{}$$

گام حالا باید ۳، ۷ و y را در مخرج‌ها بنویسیم. چون $\frac{۵}{۷}\neq\frac{۴}{۳}$ و $\frac{۴}{۳}\neq\frac{۵}{۳}$ است، پس y نمی‌تواند زیر x قرار بگیرد؛ بنابراین چهار حالت برای برقراری تناسب داریم:

$$\underbrace{\frac{x}{۷}=\frac{۵}{y}=\frac{۴}{۳}}_{y=\frac{۱۵}{۴}} \text{ یا } \underbrace{\frac{x}{۷}=\frac{۵}{۳}=\frac{۴}{y}}_{y=\frac{۱۲}{۵}} \text{ یا } \underbrace{\frac{x}{۳}=\frac{۵}{y}=\frac{۴}{۷}}_{y=\frac{۳۵}{۴}} \text{ یا } \underbrace{\frac{x}{۳}=\frac{۵}{۷}=\frac{۴}{y}}_{y=\frac{۲۸}{۵}}$$

گام اول نکتهٔ زیر را بخوانید:

نکته در هر مثلث، طول هر ضلع بین مجموع و اختلاف دو ضلع دیگر قرار دارد.

طبق نکتهٔ بالا مثلثی به اضلاع ۳، y و ۷ وقتی وجود دارد که $|۷-۳|<y<۷+۳$ پس $\frac{۱۲}{۵}$ و $\frac{۱۵}{۴}$ را نمی‌پذیریم و دو جواب برای y داریم: $\frac{۳۵}{۴}=۸/۷۵$ و $\frac{۲۸}{۵}=۵/۶$

که اختلافشان می‌شود: ۳/۱۵

۱۷- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ در شکل مقابل به خط d که بر پاره‌خط AB عمود است و آن را نصف می‌کند، **عمودمنصف پاره‌خط** AB می‌گوییم. ویژگی عمودمنصف این است که هر نقطه‌ای روی آن باشد، فاصله‌اش از دو سر پاره‌خط به یک اندازه است و برعکس؛ یعنی برای نقطهٔ M در شکل مقابل می‌توانیم بنویسیم:

$M \Leftrightarrow MA=MB$ روی عمودمنصف پاره‌خط AB است.

۲ در شکل مقابل، ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC را کشیده‌ایم. در این شکل روابط طولی زیر برقرارند:

- $AH^۲=BH\times HC$
- $AB^۲=BH\times BC$
- $AC^۲=CH\times BC$
- $AB\times AC=AH\times BC$

گام به کمک قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ BDC در شکل مقابل، طول BC را حساب می‌کنیم:

$$BC^۲=۲^۲+۴^۲=۲۰ \Rightarrow BC=\sqrt{۲۰}=۲\sqrt{۵}$$

به گفتهٔ سؤال، فاصلهٔ F از B و C به یک اندازه است؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه، AF عمودمنصف BC و در نتیجه E وسط BC است.

$$BE=EC=\frac{۲\sqrt{۵}}{۲}=\sqrt{۵}$$

گام فرض می‌کنیم $FC=x$ باشد، در این صورت $DF=DC-FC=۴-x$ می‌شود. حالا به کمک قضیهٔ فیثاغورس در مثلث BDF، x را پیدا می‌کنیم:

$$x^۲=۲^۲+(۴-x)^۲ \Rightarrow x^۲=۴+(۱۶-۸x+x^۲) \Rightarrow ۸x=۲۰ \Rightarrow x=\frac{۲۰}{۸}=\frac{۵}{۲}$$

حالا در مثلث CEF فیثاغورس می‌نویسیم تا به طول EF برسیم:

$$EF^۲=x^۲-(\sqrt{۵})^۲=(\frac{۵}{۲})^۲-۵=\frac{۵}{۴} \Rightarrow EF=\frac{\sqrt{۵}}{۲}=۰/۵\sqrt{۵}$$

گام حالا به مثلث قائم‌الزاویهٔ AFC نگاه کنید. ارتفاع وارد بر وترش رسم شده؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه، می‌توانیم بنویسیم:

$$FC^۲=EF\times AF \Rightarrow x^۲=\frac{\sqrt{۵}}{۲}\times AF \xrightarrow{x=\frac{۵}{۲}} \frac{\overset{۲}{۲۵}}{\underset{۲}{۴}}=\frac{\sqrt{۵}}{\underset{۱}{۲}}AF$$

$$\Rightarrow AF=\frac{۲۵}{۲\sqrt{۵}}\times\frac{\sqrt{۵}}{\sqrt{۵}}=\frac{۲۵\sqrt{۵}}{۱۰}=۲/۵\sqrt{۵}$$

گام الان می‌توانیم طول AE را حساب کنیم:

$$AE=AF-EF=۲/۵\sqrt{۵}-۰/۵\sqrt{۵}=۲\sqrt{۵}$$

پس مساحت مثلث ABE می‌شود: $S=\frac{۱}{۲}AE\times BE=\frac{۱}{۲}(۲\sqrt{۵})(\sqrt{۵})=۵$

تیزبازی بعد از این که فهمیدیم $BE=EC=\sqrt{۵}$ می‌شود، زاویه‌های مثلث قرمز در شکل مقابل را α و β می‌گذاریم.

با توجه به قائم‌الزاویه‌بودن مثلث‌های EFC و AFC باید $\alpha+\beta=\beta+F\hat{A}C=۹۰^\circ$ باشد؛ پس: $F\hat{A}C=\alpha$

در مثلث BDC می‌شود: $\tan\alpha=\frac{BD}{DC}=\frac{۲}{۴}=\frac{۱}{۲}$

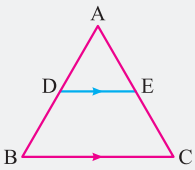
از طرفی $\tan\alpha$ در مثلث AEC می‌شود:

$$\tan\alpha=\frac{EC}{AE} \Rightarrow \frac{۱}{۲}=\frac{\sqrt{۵}}{AE} \Rightarrow AE=۲\sqrt{۵}$$

ادامهٔ حل هم مثل روش قبل است.

۱۸- گزینه ۱

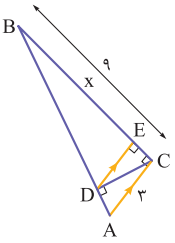
درس‌نامه ۱ در شکل مقابل اگر $DE \parallel BC$ باشد، طبق **قضیهٔ تالس** می‌توانیم تناسب‌های زیر را بنویسیم:



◇ **جزء‌به‌جزء:** $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$

◇ **جزء به کل:** $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$

گام در شکل مقابل $DE \parallel AC$ است؛ پس طبق درس‌نامه می‌توانیم در مثلث ABC تالس بنویسیم:



$$\frac{BE}{BC}=\frac{DE}{AC} \Rightarrow \frac{x}{۹}=\frac{DE}{۳}$$

گام از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه BDC داریم:

$$DE^۲=BE.EC \Rightarrow DE^۲=x(۹-x)$$

گام DE را در رابطهٔ اول قرار دهیم:

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} \frac{x^۲}{۸۱}=\frac{DE^۲}{۹} \Rightarrow \frac{x^۲}{۸۱}=\frac{x(۹-x)}{۹} \xrightarrow[\times ۹]{\div x} \frac{x}{۹}=۹-x \Rightarrow x=۸/۱$$

۱۹- گزینه ۳

گام اگر صدگان ۱ یا ۳ یا ۵ باشد خیالمان راحت است.

$$\frac{۳}{\text{۱ یا ۳ یا ۵}} \times \frac{۶}{\text{به‌جز قبلی}} \times \frac{۵}{\text{به‌جز قبلی‌ها}} = ۹۰$$

گام اگر صدگان ۷ بود، دهگان باید ۰ یا ۵ یا ۳ یا ۱ باشد:

$$\frac{۱}{\text{فقط ۷}} \times \frac{۴}{\text{۰ ۱ ۳ ۵}} \times ۵ = ۲۰$$

گام خود عدد ۷۸۰ هم قبول است: ۱

گام طبق اصل جمع ۱۱۱ = ۱ + ۲۰ + ۹۰ عدد داریم.

۲۰- گزینه ۱

گام تعداد راه‌های انتخاب ۳ عدد از ۸ عدد می‌شود:

$$n(S)=\binom{۸}{۳}=\frac{۸\times ۷\times ۶}{۱\times ۲\times ۳}=۵۶$$

گام اگر کوچک‌ترین عدد انتخابی ۱ باشد، دو رقم دیگر از ۲ تا ۸ آزادند: $\binom{۷}{۲}$ حالت

اگر کوچک‌ترین عدد انتخابی ۲ باشد، دو رقم دیگر زوج‌اند و از بین ۴، ۶ و ۸ می‌آیند: $\binom{۳}{۲}$ حالت

اگر کم‌ترین رقم ۳ یا بیشتر باشد، یکی از اعداد شمارندهٔ دوتای دیگر نیست؛ پس طبق اصل جمع تعداد حالت‌های مطلوب می‌شود:

$$n(A)=\binom{۷}{۲}+\binom{۳}{۲}=۲۱+۳=۲۴$$

گام بنابراین احتمال مورد نظر می‌شود:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۲۴}{۵۶}=\frac{۳}{۷}$$

۲۱- گزینه ۴

گام تعداد سبزها را x می‌گیریم:

x تا سبز
۵ تا سیاه

پس باید از «x + ۵» مهره، دوتا انتخاب کنیم:

$$n(S)=\binom{۵+x}{۲}$$

گام وقتی احتمال حداقل یک سیاه $\frac{۵}{۶}$ است، پس احتمال هیچ سیاه (هر دو سبز) می‌شود $۱-\frac{۵}{۶}=\frac{۱}{۶}$.

حالا احتمال این‌که هر دو مهره سبز باشند را مساوی $\frac{۱}{۶}$ می‌گذاریم:

$$\frac{n(\text{هر دو سبز})}{n(S)}=\frac{۱}{۶} \Rightarrow \frac{\binom{x}{۲}}{\binom{۵+x}{۲}}=\frac{۱}{۶} \Rightarrow \frac{\frac{x(x-۱)}{۲}}{\frac{(x+۵)(x+۴)}{۲}}=\frac{۱}{۶}$$

$$\Rightarrow \frac{x(x-۱)}{(x+۵)(x+۴)}=\frac{۱}{۶}=\frac{x^۲-x}{x^۲+۹x+۲۰}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین‌وسطین}} ۶x^۲-۶x=x^۲+۹x+۲۰ \Rightarrow \underbrace{۵}_{A}x^۲\underbrace{-۱۵}_{B}x\underbrace{-۲۰}_{C}=۰$$

$$\xrightarrow{A+C=B} x=-۱ \text{ یا } x=-\frac{C}{A}=۴$$

پس تعداد مهره‌های سبز $x=۴$ است و به اندازهٔ $۵-۴=۱$ از سیاه کم‌تر است.

۲۲- گزینه ۴

درس‌نامه اگر نقطهٔ (a,b) روی نمودار تابع f باشد، نقطهٔ (b,a) روی $f^{-۱}$ خواهد بود.

گام طبق درس‌نامه، اگر $A(\frac{-۳}{۵},\frac{-۴}{۵})$ روی f و $f^{-۱}$ باشد، $B(\frac{-۴}{۵},\frac{-۳}{۵})$ هم روی f و $f^{-۱}$ قرار می‌گیرد.

گام این نقاط باید در $y=\frac{x}{|x|}\sqrt{a+bx^۲}$ صدق کنند:

$$A:\frac{-۴}{۵}=\frac{\frac{-۳}{۵}}{|\frac{-۳}{۵}|}\sqrt{a+b(\frac{۹}{۲۵})} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} a+\frac{۹b}{۲۵}=\frac{۱۶}{۲۵} \quad (۱)$$

$$B:\frac{-۳}{۵}=\frac{\frac{-۴}{۵}}{|\frac{-۴}{۵}|}\sqrt{a+b(\frac{۱۶}{۲۵})} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} a+\frac{۱۶b}{۲۵}=\frac{۹}{۲۵} \quad (۲)$$

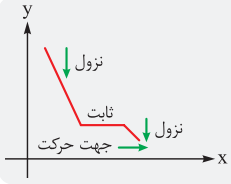
گام دستگاه حاصل از (۱) و (۲) را حل می‌کنیم:

$$(۲)-(۱): \frac{۷b}{۲۵}=\frac{-۷}{۲۵} \Rightarrow b=-۱ \xrightarrow[\text{در (۱)}]{\text{جای‌گذاری}} a-\frac{۹}{۲۵}=\frac{۱۶}{۲۵} \Rightarrow a=\frac{۲۵}{۲۵}=۱$$

پس $\frac{a}{b}$ می‌شود $\frac{۱}{-۱}=-۱$.

۲۳- گزینه ۳

درس‌نامه در تابع f اگر از $x_۱>x_۲$ بتوانیم نتیجه بگیریم که $f(x_۱)\le f(x_۲)$ است، در این صورت f تابعی **نزولی** است. در نمودار این‌جور توابع اگر از سمت چپ به راست حرکت کنیم، نمودار تابع یا ثابت می‌ماند یا به سمت پایین نزول می‌کند. ببینید:



گام ترتیب xها به صورت مقابل است: $-۵<۲<۳<۱۰$

پس طبق درس‌نامه، برای yهای نزولی داریم:

$$f(-۵)\ge f(۲)\ge f(۳)\ge f(۱۰) \Rightarrow \underbrace{۴-m\ge ۲m+۳}_{(I)}\ge \underbrace{m-۲}_{(II)}\ge \underbrace{-۱۰}_{(III)}$$

گام سه‌تا نامعادله داریم:

(I): $۴-m\ge ۲m+۳ \Rightarrow ۱\ge ۳m \Rightarrow m\le \frac{۱}{۳}$

(II): $۲m+۳\ge m-۲ \Rightarrow m\ge -۵$

(III): $m-۲\ge -۱۰ \Rightarrow m\ge -۸$

گام از جواب‌های بالا اشتراک می‌گیریم: $-۵\le m\le \frac{۱}{۳}$

محدودهٔ بالا، ۶ تا m صحیح دارد: $۰,-۱,-۲,-۳,-۴,-۵$

۲۴- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ نسبت‌های مثلثاتی «$\pi-\alpha$» به صورت زیرند:

$\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$	$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$
$\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha$	$\cot(\pi-\alpha)=-\cot\alpha$

۲ مقدار $\tan ۱۵^\circ$ و $\tan ۲۲/۵^\circ$ را حفظ باشید:

$$\underbrace{\tan ۱۵^\circ}_{\frac{\pi}{۱۲}}=۲-\sqrt{۳} \quad \underbrace{\tan ۲۲/۵^\circ}_{\frac{\pi}{۸}}=\sqrt{۲}-۱$$

گام $22/5^\circ$ همان $\frac{\pi}{8}$ است؛ پس $A=-1+\tan(7\alpha)$ می‌شود:

$$A=-1+\tan\frac{7\pi}{8}=-1+\tan(\pi-\frac{\pi}{8})$$

طبق مورد (۱) درس‌نامه $\tan(\pi-\frac{\pi}{8})$ همان $-\tan\frac{\pi}{8}$ است:

$$A=-1-\tan\frac{\pi}{8}$$

گام طبق مورد (۲) درس‌نامه، $\tan\frac{\pi}{8}=\sqrt{2}-1$ است؛ پس:

$$A=-1-(\sqrt{2}-1)=-\sqrt{2}$$

۲۵- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ اگر به جای یک کمان، متممش را قرار بدهیم، sin و cos به یکدیگر و tan و cot هم به یکدیگر تبدیل می‌شوند، مثلاً:

$$\sin(x)=\cos(\frac{\pi}{2}-x) \text{ یا } \cos(x)=\sin(\frac{\pi}{2}-x)$$

۲ فرم کلی جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی را در جدول زیر ببینید:

معادله	فرم کلی جواب
$\sin A=\sin B$	$\begin{cases}A=2k\pi+B\\A=2k\pi+(\pi-B)\end{cases}$
$\cos A=\cos B$	$A=2k\pi\pm B$

گام طبق مورد (۱) درس‌نامه، به جای $\sin 2x$ می‌نویسیم $\cos(\frac{\pi}{2}-2x)$ تا نسبت‌های همنام بسازیم:

$$\cos 3x=\sin 2x=\cos(\frac{\pi}{2}-2x)$$

گام به کمک مورد (۲) درس‌نامه، جواب‌های کلی معادلهٔ بالا را به دست می‌آوریم:

- $3x=2k\pi+(\frac{\pi}{2}-2x)\Rightarrow 5x=2k\pi+\frac{\pi}{2}\Rightarrow x=\frac{2k\pi}{5}+\frac{\pi}{10}$
- $3x=2k\pi-(\frac{\pi}{2}-2x)\Rightarrow x=2k\pi-\frac{\pi}{2}$

گام فقط بالایی در $[0,\pi]$ جواب دارد که به ازای $k=0,1,2$ در این بازه می‌افتد:

k	۰	۱	۲
x	$\frac{\pi}{10}$	$\frac{5\pi}{10}$	$\frac{9\pi}{10}$

پس ۳ جواب داریم.

۲۶- گزینه ۳

درس‌نامه در مورد حد بی‌نهایت، روابط زیر را بلد باشید:

$\frac{\text{عدد منفی}}{0^-}=+\infty$	$\frac{\text{عدد مثبت}}{0^+}=+\infty$
$\frac{\text{عدد منفی}}{0^+}=-\infty$	$\frac{\text{عدد مثبت}}{0^-}=-\infty$

گام در $(-1)^-$ داریم: $[x]=-2$ و $x^2-1\to 0^+$

پس: $\frac{1+2k}{0^+}=-\infty$ و این یعنی: $1+2k<0$.

گام در $(-1)^+$ داریم: $[x]=-1$ و $x^2-1\to 0^-$

پس: $\frac{1+k}{0^-}=-\infty$ و این یعنی: $1+k>0$.

گام پس $-1<k<\frac{-1}{2}$ (مثلاً $k=\frac{-2}{3}$) و بنابراین مثلاً نقطهٔ $(\frac{-2}{3}\pi,\cos\frac{-2}{3}\pi)$ را داریم که با طول و عرض منفی در ربع سوم است.

۲۷- گزینه ۳

درس‌نامه اگر یک خط بر تابع $y=f(x)$ در نقطهٔ $x=a$ مماس باشد، در این صورت:

- خط از نقطهٔ $A(a,f(a))$ می‌گذرد.
- شیب خط برابر $f'(a)$ است.

گام به گفتهٔ سؤال، خط $\underbrace{y+ax=2}_{y=-ax+2}$ در نقطه‌ای به طول ۴ بر نمودار تابع f مماس است؛ پس طبق درس‌نامه باید در $x=4$، مقدار تابع با y خط یکسان باشد:

- خط از نقطهٔ $(4,f(4))$ بگذرد: $f(4)=-4a+2$
- شیب خط که برابر با $-a$ است مساوی با $f'(4)$ بشود: $-a=f'(4)$ (۱)

گام موارد بالا را در شرط $f(4)+f'(4)=-1$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$2-4a+(-a)=-1$$

$$3=5a\Rightarrow a=\frac{3}{5}$$

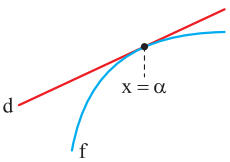
گام طبق رابطهٔ (۱)، مقدار $f'(4)$ قرینهٔ a است؛ پس: $f'(4)=-\frac{3}{5}=-0/6$

۲۸- گزینه ۲

درس‌نامه فرمول مشتق بعضی از توابع را در جدول زیر ببینید:

تابع	مشتق
u^n	$nu'u^{n-1}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

گام فرض می‌کنیم شیب خط d برابر m باشد. این خط از مبدأ می‌گذرد، پس معادله‌اش می‌شود $y=mx$. خط d و منحنی f به دو شرط در $x=\alpha$ مثل شکل مقابل بر هم مماس‌اند:



- خط $d:y=mx$ از نقطهٔ $(\alpha,f(\alpha))$ بگذرد: $f(\alpha)=m\alpha$ (۱)
- شیب خط $d:y=mx$ برابر با $f'(\alpha)$ باشد: $f'(\alpha)=m$ (۲)

گام پس داریم:

$$\begin{cases}2\sqrt{\alpha}(4\alpha^2+3)=m\alpha\Rightarrow \underbrace{8\alpha^2\sqrt{\alpha}}_{8\alpha^{\frac{5}{2}}}+6\sqrt{\alpha}=m\alpha\\ 8(\frac{5}{2})\alpha^{\frac{3}{2}}+6(\frac{1}{2\sqrt{\alpha}})=m\end{cases}$$

معادله‌ها را مرتب‌تر کنیم:

$$\xrightarrow{\div\sqrt{\alpha}}\begin{cases}8\alpha^2+6=m\sqrt{\alpha}\quad(*)\\ 20\alpha^2+3=m\sqrt{\alpha}\end{cases}\xrightarrow{\times\sqrt{\alpha}}$$

گام $m\sqrt{\alpha}$ها که مساوی‌اند؛ پس:

$$8\alpha^2+6=20\alpha^2+3$$

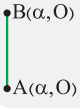
$$3=12\alpha^2\Rightarrow \alpha^2=\frac{1}{4}\xrightarrow{\alpha>0}\alpha=\frac{1}{2}$$

گام با جای‌گذاری $\alpha=\frac{1}{2}$ در $(*)$، m هم پیدا می‌شود:

$$8(\frac{1}{4})+6=m\sqrt{\frac{1}{2}}\Rightarrow\frac{m}{\sqrt{2}}=8\Rightarrow m=8\sqrt{2}$$

۲۹- گزینه ۲

شفاف‌سازی «نقاط A و B روی خطی به موازات yها هستند»، یعنی A و B مطابق شکل مقابل هم‌طول‌اند.



درس‌نامه ۱ اگر نقطه‌ای روی نمودار تابع $f(x)$ باشد، می‌توانیم مختصات پارامتری‌اش را به صورت $A(\alpha,f(\alpha))$ در نظر بگیریم.

۲ فاصلهٔ دو نقطهٔ هم‌طول A و B می‌شود: $AB=|y_A-y_B|$

گام به گفتهٔ سؤال، نقاط A و B به طول α به ترتیب روی $y_1=x^3-2x-3$ و $y_2=x^3+x^2+1$ قرار دارند؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه مختصات پارامتری‌شان می‌شود:

$$A(\alpha,\alpha^3-2\alpha-3),B(\alpha,\alpha^3+\alpha^2+1)$$

گام عرض y_2 همیشه بیشتر از y_1 است، چون نامساوی $y_2>y_1$ همواره برقرار است:

$$x^3+x^2+1>x^3-2x-3 \Rightarrow \underbrace{(x^2+2x+1)}_{(x+1)^2}+4>0 \quad ✓$$

پس فاصلهٔ A و B برابر است با:

$$AB=y_B-y_A=(\alpha^3+\alpha^2+1)-(\alpha^3-2\alpha-3)=\alpha^2+2\alpha+4=(\alpha+1)^2+3$$

$(\alpha+1)^2$ همواره نامنفی است؛ پس عبارت بالا به ازای $\alpha=-1$ حداقل است:

$$(AB)_{min}=0+3=3$$

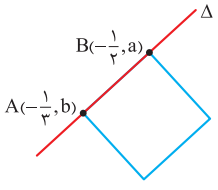
۳۰- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ دو نقطهٔ $A(x_1,y_1)$ و $B(x_2,y_2)$ را در نظر بگیرید:

- شیب خط گذرنده از این نقاط می‌شود: $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$
- فاصلهٔ این نقاط می‌شود: $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

۲ طول قطر مربع، $\sqrt{2}$ برابر ضلعش است.

گام اول شکل فرضی مقابل را می‌کشیم. به گفتهٔ سؤال شیب خط Δ برابر $\sqrt{3}$ است؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم:



$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{a-b}{-\frac{1}{2}-(-\frac{1}{3})}=\sqrt{3} \Rightarrow a-b=\sqrt{3}(-\frac{1}{6})=-\frac{\sqrt{3}}{6}$$

گام طول ضلع برابر فاصلهٔ دو رأس مجاور است:

$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+\underbrace{(y_2-y_1)^2}_{\frac{\sqrt{3}}{6}}}=\sqrt{(a-b)^2+(-\frac{1}{6})^2}=\sqrt{\frac{3}{36}+\frac{1}{36}}=\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$$

گام طبق مورد (۲) درس‌نامه، طول قطر $\sqrt{2}$ برابر طول ضلع است:

$$d=AB\times\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{3}$$

فیزیک

۳۱- گزینه ۲

اساس کار تفسنج مبتنی بر تابش گرمایی است؛ بنابراین تفسنج برخلاف سایر دماسنج‌ها بدون تماس با جسمی که می‌خواهیم دمای آن را اندازه بگیریم، دمای جسم را اندازه می‌گیرد.

۳۲- گزینه ۳

درس‌نامه

۱ **انرژی یک فوتون:** $E=hf=\frac{hc}{\lambda}$ (h: ثابت پلانک، f: بسامد فوتون → تندی انتشار امواج الکترومغناطیسی در خلأ، λ: طول موج فوتون)

۲ **رابطهٔ بین طول موج، تندی انتشار موج و بسامد فوتون:** $\lambda=\frac{c}{f}$

می‌دانیم انرژی هر فوتون از رابطهٔ $E=hf=\frac{hc}{\lambda}$ به دست می‌آید؛ بنابراین با توجه به این رابطه داریم:

$$E=\frac{hc}{\lambda} \xrightarrow[\text{ثابت: c}]{\text{ثابت: h}} \frac{E_2}{E_1}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \xrightarrow[\lambda_1=600\,nm]{\lambda_2=400\,nm} \frac{E_2}{E_1}=\frac{600}{400}=1/50$$

۳۳- گزینه ۱

شفاف‌سازی خواستهٔ تست مقایسهٔ بسامد و طول موج دریافتی شنوندهٔ در حال دورشدن از چشمه با شنوندهٔ ساکن است.

درس‌نامه اثر دوپلر:

۱
- بسامد تولیدی < بسامد دریافتی → چشمه و شنونده در حال نزدیک‌شدن به‌هم
- بسامد تولیدی > بسامد دریافتی → چشمه و شنونده در حال دورشدن از هم

۲ تغییر طول موج تنها ناشی از حرکت کردن یا نکردن چشمه است و به حرکت کردن یا نکردن شنونده ربطی ندارد. در حالتی که چشمه در حال حرکت است:

$\lambda_{\text{پشت چشمه}}<\lambda_{\text{عادی}}$ ، $\lambda_{\text{جلو چشمه}}>\lambda_{\text{عادی}}$

اولاً از آن‌جایی که شنونده در حال دورشدن از چشمهٔ صوت است، بسامد دریافتی آن در مقایسه با حالتی که ساکن است، کاهش می‌یابد.

ثانیاً از آن‌جایی که چشمه ساکن است، طول موج دریافتی توسط شنونده در مقایسه با حالتی که شنونده ساکن است، ثابت می‌ماند.

۳۴- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ ظرفیت خازن تختی که با دی‌الکتریکی با ثابت κ کاملاً پر شده است، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$ ($\varepsilon_0=8/85\times10^{-12}\,F/m$: ضریب گذردهی الکتریکی خلأ؛ A: مساحت هر یک از صفحه‌های خازن؛ d: فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن؛ κ: ثابت دی‌الکتریک)

۲ انرژی ذخیره‌شده در خازنی به ظرفیت C که بار الکتریکی آن Q است، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$U=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

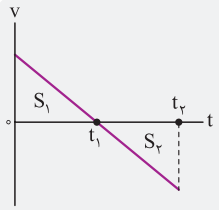
گام چون خازن به باتری متصل نیست، بار روی صفحه‌های آن ثابت می‌ماند. (درستی ۴)

گام با قراردادن دی‌الکتریک بین صفحات خازن، ظرفیت خازن از $C=\varepsilon_0\frac{A}{d}$ به $C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$ $(\kappa>1)$ می‌رسد؛ پس ظرفیت خازن افزایش می‌یابد.

C افزایش و Q ثابت می‌ماند؛ بنابراین طبق رابطهٔ $U=\frac{Q^2}{2C}$، انرژی ذخیره‌شده بین صفحه‌های خازن کاهش می‌یابد.

۳۵- گزینه ۲

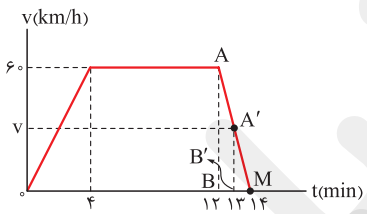
درس‌نامه مساحت محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور t در یک بازهٔ زمانی بیانگر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در آن بازهٔ زمانی است. برای مثال، نمودار v ـ t متحرکی مطابق شکل روبه‌رو است؛ بنابراین:



$$\begin{cases} t_1 \text{ :مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی صفر تا } \ell = |\Delta x_1| = S_1 \\ t_2 \text{ تا } t_1 \text{ :مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی } \ell = |\Delta x_2| = S_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow t_2 \text{ :مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی صفر تا } \ell = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = S_1 + S_2$$

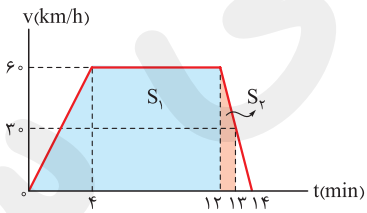
کافی است مساحت زیر نمودار را در بازهٔ زمانی صفر تا $t = 13\ min$ محاسبه کنیم. البته باید حواسمان به یکای کمیت‌ها باشد.



قبل از هر کاری، در نمودار شکل مقابل، سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 13\ min$ را به کمک قضیهٔ تالس حساب می‌کنیم:

$$\text{در مثلث ABM: } \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'M}{BM} \Rightarrow \frac{v}{60} = \frac{1}{2} \Rightarrow v = 30\ km/h$$

حالا کافی است در شکل روبه‌رو، مساحت دو ذوزنقهٔ مشخص‌شده را حساب و با هم جمع کنیم:



$$\ell = S_1 + S_2 = \left(\frac{8+12}{2} \times 60\right) + \left(\frac{60+30}{2} \times 1\right) = 600 + 45 = 645\ \frac{km}{h} \times min$$

دقت کنید که یکای مقدار به‌دست‌آمده $\frac{km}{h} \times min$ است؛ پس اگر عبارت بالا را در کسر تبدیل $\frac{1\ h}{60\ min}$ ضرب کنیم، کار تمام است:

$$\ell = (645\ \frac{km}{\cancel{h}} \times \cancel{min}) \times (\frac{1\ \cancel{h}}{60\ \cancel{min}}) = \frac{645}{60}\ km = 10/75\ km$$

۳۶- گزینه ۳

گام متحرک از حال سکون و با شتاب ثابت شروع به حرکت کرده است، پس جهت حرکت آن هیچ وقت عوض نمی‌شود؛ بنابراین خیالمان راحت است که در تمام بازه‌های زمانی تندی متوسط متحرک با اندازهٔ سرعت متوسط آن برابر است. حالا اندازهٔ سرعت متوسط متحرک را در ۱۲ ثانیهٔ اول حساب می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{216}{12} = 18\ m/s$$

نکته در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط در یک بازهٔ زمانی با سرعت لحظه‌ای آن در لحظهٔ وسط این بازهٔ زمانی برابر است.

می‌دانیم در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط متحرک در یک بازهٔ زمانی، با سرعت لحظه‌ای متحرک در لحظهٔ وسط این بازه برابر است. وسط بازهٔ زمانی صفر تا ۱۲ s می‌شود لحظه $t = 6\ s$؛ بنابراین تا این‌جای کار به این نتیجه رسیدیم که سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 6\ s$ برابر است با $18\ m/s$.

گام مدت تمام بازه‌های زمانی داده‌شده در گزینه‌ها ۲ s است؛ بنابراین در میان گزینه‌ها باید به دنبال بازه‌ای بگردیم که سرعت متوسط در آن بازه برابر $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{36}{2} = 18\ m/s$ باشد یا به عبارتی سرعت متحرک در لحظهٔ وسط آن بازه $18\ m/s$ باشد. می‌دانیم سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 6\ s$ برابر $18\ m/s$ است؛ پس بازه‌ای را باید انتخاب کنیم که لحظهٔ $t = 6\ s$ وسط آن بازه باشد، یعنی بازهٔ زمانی ۵ s تا ۷ s!

گام ابتدا با توجه به داده‌های تست، شتاب متحرک را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow{v_0 = 0} 216 = \frac{1}{2}a \times (12)^2 \Rightarrow a = 3\ m/s^2$$

گام می‌دانیم جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ nام از رابطهٔ $\Delta x_n = (n - 0/5)a + v_0$ به دست می‌آید که در این‌جا داریم $v_0 = 0$.

حالا جابه‌جایی در هر یک از بازه‌های زمانی داده‌شده در گزینه‌ها را حساب می‌کنیم. برای این کار، هر بازه را به صورت دو بازهٔ یک‌ثانیه‌ای در نظر گرفته و از رابطهٔ بالا استفاده می‌کنیم:

۱) (۷ s, ۹ s): ثانیهٔ هشتم و نهم $\Rightarrow \Delta x = \Delta x_8 + \Delta x_9 = 7/5a + 8/5a = 16a$
$= 16 \times 3 = 48\ m$ ×

۲) (۶ s, ۸ s): ثانیهٔ هفتم و هشتم $\Rightarrow \Delta x = \Delta x_7 + \Delta x_8 = 6/5a + 7/5a = 14a$
$= 14 \times 3 = 42\ m$ ×

۳) (۵ s, ۷ s): ثانیهٔ ششم و هفتم $\Rightarrow \Delta x = \Delta x_6 + \Delta x_7 = 5/5a + 6/5a = 12a$
$= 12 \times 3 = 36\ m$ ✓

۴) (۴ s, ۶ s): ثانیهٔ پنجم و ششم $\Rightarrow \Delta x = \Delta x_5 + \Delta x_6 = 4/5a + 5/5a = 10a$
$= 10 \times 3 = 30\ m$ ×

۳۷- گزینه ۳

درس‌نامه **سرعت متوسط**: نسبت جابه‌جایی متحرک به مدت‌زمان جابه‌جایی را سرعت متوسط متحرک می‌گوییم و رابطهٔ آن به صورت زیر است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

(x_2: مکان متحرک در لحظهٔ t_2؛ x_1: مکان متحرک در لحظهٔ t_1)

شفاف‌سازی در بازه‌ای که بردار مکان در جهت محور x است، $x > 0$ بوده و نمودار مکان ـ زمان بالای محور t است.

بازه‌ای که بردار مکان متحرک در جهت محور x است؛ یعنی بازه‌ای که $x > 0$ است. به عبارتی، در نمودار مکان ـ زمان، باید بازه‌ای را در نظر بگیریم که نمودار بالای محور t قرار دارد؛ یعنی بازهٔ زمانی $(0, 14\ s)$. در این بازه داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 28}{14 - 0} = -2\ m/s \Rightarrow |v_{av}| = 2\ m/s$$

۳۸- گزینه ۲

درس‌نامه معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست:

$$x = \frac{1}{2}\ a\ t^2 + v_0 t + x_0$$

(a: شتاب؛ t: زمان؛ v_0: سرعت اولیه؛ x_0: مکان اولیه)

شفاف‌سازی در این لحظه، مکان متحرک A را داریم. پس برای محاسبهٔ فاصلهٔ دو متحرک در این لحظه کافی است مکان متحرک B را در این لحظه به دست بیاوریم.

گام دربارهٔ متحرک A اطلاعاتمان کامل است؛ پس کار را با این متحرک شروع می‌کنیم.

مکان اولیهٔ آن $x_0 = -100\ m$، سرعت اولیهٔ آن $v_0 = -10\ m/s$ و شتاب آن برابر با شیب نمودار داده‌شده، یعنی $a = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}\ m/s^2$ است؛ پس معادلهٔ مکان ـ زمان A را داریم:

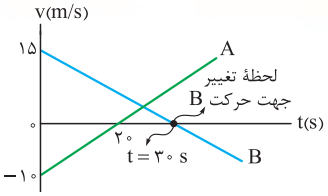
$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x_A = \frac{1}{4}t^2 - 10t - 100$$

گام در لحظه‌ای که متحرک B تغییر جهت داده، متحرک A در مکان $x = -175\ m$ قرار دارد؛ پس می‌توانیم این لحظه را به دست بیاوریم:

$$x_A = -175\ m \Rightarrow -175 = \frac{1}{4}t^2 - 10t - 100 \Rightarrow \frac{1}{4}t^2 - 10t + 75 = 0$$

$$\xrightarrow{\times 4} t^2 - 40t + 300 = 0 \Rightarrow t = 10\ s, t = 30\ s$$

با توجه به نمودار مقابل، متحرک B بعد از لحظهٔ $t=۲۰\,s$ تغییر جهت داده است؛ پس از میان دو مقدار به‌دست‌آمده، $t=۳۰\,s$ قابل قبول است.



گام حالا می‌توانیم شتاب متحرک B و سپس معادلهٔ مکان ـ زمان آن را بنویسیم:

$$a_B=\frac{\text{شیب نمودار}}{\text{سرعت ـ زمان}}=\frac{-۱۵}{۳۰}=-\frac{۱}{۲}\,m/s^۲,\ v_{۰B}=۱۵\,m/s,\ x_{۰B}=۱۰۰\,m$$

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰ \Rightarrow x_B=-\frac{۱}{۴}t^۲+۱۵t+۱۰۰$$

باید مکان متحرک B را در لحظه‌ای که جهت حرکت آن عوض شده، یعنی لحظهٔ $t=۳۰\,s$ تعیین کنیم؛ پس داریم:

$$t=۳۰\,s \Rightarrow x_B=(-\frac{۱}{۴}\times ۹۰۰)+۱۵\times ۳۰+۱۰۰=-۲۲۵+۴۵۰+۱۰۰=۳۲۵\,m$$

خواستهٔ سؤال فاصلهٔ دو متحرک در این لحظه است. پس:

$$\text{فاصلهٔ دو متحرک}=x_B-x_A=۳۲۵-(-۱۷۵)=۵۰۰\,m$$

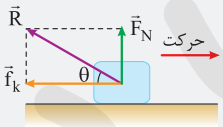
۳۹- گزینه ۴

درس‌نامه

◇ نیروی واکنش سطح (R) در حالتی که جسم روی سطح حرکت می‌کند، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$R=\sqrt{F_N^۲+f_k^۲}\xrightarrow{f_k=\mu_kF_N} R=F_N\sqrt{۱+\mu_k^۲}$$

◇ زاویهٔ نیروی سطح با سطح (θ) در حالتی که جسم روی سطح حرکت می‌کند، برابر است با:



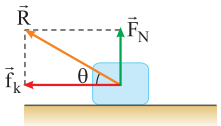
$$\tan\theta=\frac{F_N}{f_k}=\frac{F_N}{F_N\mu_k}=\frac{۱}{\mu_k}$$

گام ابتدا اندازهٔ نیروی عمودی سطح وارد بر جسم را بررسی می‌کنیم. جسم ابتدا در حال حرکت است. با افزایش نیروی رو به بالای $F_۲$، اندازهٔ نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی اصطکاک وارد بر جسم که از نوع جنبشی است (f_k) کاهش می‌یابد، پس جسم همچنان به حرکت خود ادامه می‌دهد؛ یعنی در حالت دوم هم نیروی اصطکاک وارد بر جسم از نوع جنبشی است. حالا داریم:

$$R=\sqrt{F_N^۲+f_k^۲}\xrightarrow{f_k=F_N\mu_k} R=\sqrt{F_N^۲+(F_N\mu_k)^۲}=F_N\sqrt{۱+\mu_k^۲}$$

دیدیم که با افزایش $F_۲$، F_N کاهش می‌یابد؛ پس R هم کم می‌شود (رد ① و ②).

گام در شکل روبه‌رو، دربارهٔ زاویهٔ θ داریم:



$$\tan\theta=\frac{F_N}{f_k}=\frac{F_N}{F_N\mu_k}=\frac{۱}{\mu_k}$$

یعنی با تغییر اندازهٔ $\vec{F}_N$، زاویهٔ θ و در نتیجه خواستهٔ تست تغییری نمی‌کند.

۴۰- گزینه ۱

استراتژی در تست‌های دینامیک، اغلب اوقات لازم است که وضعیت حرکتی جسم و اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر آن تعیین شود. برای این کار:

① نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. توجه داشته باشید که نیروی اصطکاک وارد بر جسم در خلاف جهت نیروی محرک وارد بر جسم است.

② اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه $(f_{s,max})$ و نیروی محرک وارد بر جسم $(F_{محرک})$ را محاسبه می‌کنیم.

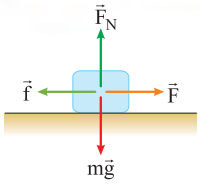
③ $f_{s,max}$ و $F_{محرک}$ را با هم مقایسه می‌کنیم.

◇ اگر $F_{محرک}<f_{s,max}$ باشد، جسم ساکن است و نیروی اصطکاک وارد بر آن ایستایی است: $f_s=F_{محرک}$

◇ اگر $F_{محرک}=f_{s,max}$ باشد، جسم ساکن و در آستانهٔ حرکت است و نیروی اصطکاک وارد بر آن ایستایی بیشینه است: $f_{s,max}=F_N\mu_s=F_{محرک}$

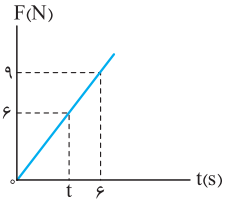
◇ اگر $F_{محرک}>f_{s,max}$ باشد، جسم در حال حرکت است و نیروی اصطکاک وارد بر آن جنبشی است: $f_k=F_N\mu_k$

ابتدا اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه $(f_{s,max})$ را حساب می‌کنیم:



$$f_{s,max}=F_N\mu_s \xrightarrow{F_N=mg} f_{s,max}=mg\mu_s=۳\times ۱۰\times ۰/۲=۶\,N$$

یعنی با افزایش نیروی افقی F از صفر تا $f_{s,max}=۶\,N$، نیروی اصطکاک از نوع ایستایی بوده و پابه‌پای F افزایش می‌یابد؛ پس ابتدا تعیین می‌کنیم که در چه لحظه‌ای F برابر ۶ N می‌شود. در نمودار روبه‌رو داریم:



$$\frac{۹}{۶}=\frac{۶}{t} \Rightarrow t=۴\,s$$

در نتیجه نیروی اصطکاک در بازهٔ زمانی صفر تا $t=۴\,s$ ایستایی و در هر لحظه هم‌اندازه با F است.

اما بعد از لحظهٔ $t=۴\,s$، نیروی اصطکاک وارد بر جسم از نوع جنبشی و ثابت است؛ بنابراین باید ① را انتخاب کنیم.

۴۱- گزینه ۲

درس‌نامه شتاب گرانش در سطح یک سیارهٔ کروی به جرم M و شعاع R از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$g=\frac{GM}{R^۲}$$

در اغلب تست‌ها از این رابطه به صورت نسبتی استفاده می‌شود؛ یعنی:

$$\frac{g_۲}{g_۱}=\frac{M_۲}{M_۱}\times(\frac{R_۱}{R_۲})^۲$$

ابتدا از رابطهٔ $g=\frac{GM}{R^۲}$ به صورت نسبتی استفاده می‌کنیم تا نسبت شتاب گرانش در سطح این سیاره به شتاب گرانش در سطح زمین را به دست بیاوریم:

$$g=\frac{GM}{R^۲}\xrightarrow[\text{(۱): زمین}]{\text{(۲): سیاره}}\frac{g_۲}{g_۱}=\frac{M_۲}{M_۱}\times(\frac{R_۱}{R_۲})^۲=۲\times(\frac{۱}{۲})^۲=\frac{۱}{۲}$$

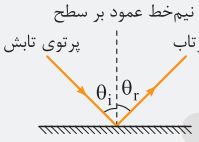
حالا داریم:

$$W=mg\xrightarrow{m:\text{ثابت}}\frac{W_۲}{W_۱}=\frac{g_۲}{g_۱}=\frac{۱}{۲}$$

۴۲- گزینه ۴

درس‌نامه

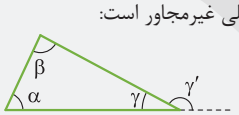
① **قانون بازتاب عمومی:** در هر تابش، زاویهٔ تابش با زاویهٔ بازتابش برابر است. $\theta_i=\theta_r$



② قضایای هندسی زیر در حل تست‌های بازتاب به شما کمک می‌کنند:

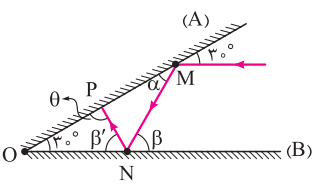
◇ مجموع زوایای داخلی هر مثلث برابر با ۱۸۰° است: $\alpha+\beta+\gamma=۱۸۰^\circ$

◇ در هر مثلث، هر زاویهٔ خارجی برابر با مجموع زوایای داخلی غیرمجاور است:



$$\gamma'=\alpha+\beta$$

روش ابتدا مسیر حرکت پرتو را تا دومین برخورد به آینهٔ A رسم می‌کنیم. در این شکل با طی مراحل زیر داریم:



(۱): طبق قانون بازتاب عمومی: اولین برخورد به آینهٔ A $\Rightarrow \alpha=۳۰^\circ$

(۲): مجموع دو زاویهٔ داخلی غیرمجاور = زاویهٔ خارجی: در مثلث MNO

$$\Rightarrow \beta=\alpha+۳۰^\circ\xrightarrow{\alpha=۳۰^\circ}\beta=۳۰^\circ+۳۰^\circ=۶۰^\circ$$

(۳) B: طبق قانون بازتاب عمومی: اولین برخورد به آینهٔ $\Rightarrow \beta' = \beta \Rightarrow \beta' = ۶۰^\circ$

(۴) NPO: در مثلث $\Rightarrow$ مجموع زوایای داخلی $= ۱۸۰^\circ$

$$\xrightarrow{\beta'=۶۰^\circ} ۱۸۰^\circ = ۳۰^\circ + ۶۰^\circ + \theta \Rightarrow \theta = ۹۰^\circ$$

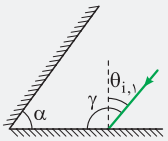
θ برابر ۹۰° است؛ پس زاویهٔ تابش (یعنی زاویهٔ پرتوی تابش با خط عمود بر سطح) برابر است با صفر.

تله آگه هواست نباشه که زاویهٔ تابش، زاویهٔ پرتو با خط عموده، به اشتباه (۱) رو انتخاب می‌کنی.

روش ابتدا نکتهٔ زیر را بخوانید:

نکته

(۱) وقتی یک پرتو مانند شکل مقابل وارد مجموعهٔ دو آینهٔ متقاطع بشود، برای این‌که بفهمیم پس از چند برخورد به آینه‌ها از مجموعه خارج می‌شود، باید نسبت به $\frac{\gamma}{\alpha}$ را حساب کنیم. در این صورت:



الف) اگر $\frac{\gamma}{\alpha}$ **یک عدد صحیح باشد**، تعداد برخورد برابر $\frac{\gamma}{\alpha}$ است:

$$\frac{\gamma}{\alpha} = \text{یک عدد صحیح} \Rightarrow n = \frac{\gamma}{\alpha}$$

ب) اگر $\frac{\gamma}{\alpha}$ **یک عدد اعشاری باشد**، آن را به سمت بالا گرد کنید تا تعداد برخورد معلوم شود. یعنی:

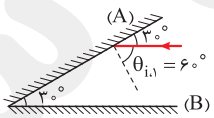
$$\frac{\gamma}{\alpha} = \text{یک عدد اعشاری} \Rightarrow n = [\frac{\gamma}{\alpha}] + ۱$$

[ ] علامت جزء صحیح است.

(۲) در دو آینهٔ متقاطع مانند شکل بالا، زاویهٔ تابش یا بازتابش در nاُمین برخورد به مجموعهٔ آینه‌ها از رابطهٔ مقابل محاسبه می‌شود:

$$\theta_{r,n} = \theta_{i,n} = |(n-۱)\alpha - \theta_{i,۱}|$$

با توجه به نکتهٔ بالا:



$$= |(۳-۱)\times ۳۰^\circ - ۶۰^\circ| = ۰$$ زاویهٔ تابش در برخورد سوم به آینه‌ها

۴۳- گزینه ۱

درس‌نامه

(۱) انرژی مکانیکی نوسانگر هماهنگ ساده:

$$E = \frac{۱}{۲}kA^۲ = \frac{۱}{۲}m\omega^۲A^۲$$

(۲) انرژی جنبشی نوسانگر هماهنگ ساده:

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲$$

(۳) انرژی پتانسیل نوسانگر هماهنگ ساده:

$$U = E - K$$

ابتدا انرژی مکانیکی و انرژی جنبشی جسم را وقتی تندی آن به $۴۰\ cm/s$ می‌رسد، حساب می‌کنیم. حواستان به یکای کمیت‌ها باشد:

$$E = \frac{۱}{۲}kA^۲ \xrightarrow[A=۸\ cm=\frac{۸}{۱۰۰}\ m]{k=۲\ N/cm=۲۰۰\ N/m} E = \frac{۱}{۲}\times ۲۰۰ \times (\frac{۸}{۱۰۰}\times\frac{۸}{۱۰۰}) = ۰/۶۴\ J$$

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \xrightarrow{v=۴۰\ cm/s=\frac{۴}{۱۰}\ m/s} E = \frac{۱}{۲}\times ۲ \times (\frac{۴}{۱۰})^۲ = ۰/۱۶\ J$$

حالا داریم:

$$E = U + K \Rightarrow U = E - K = ۰/۶۴ - ۰/۱۶ = ۰/۴۸\ J$$

۴۴- گزینه ۴

درس‌نامه

بیشینهٔ تندی نوسانگر هماهنگ ساده: $v_{max} = A\omega$ (A: دامنه، ω: بسامد زاویه‌ای)

باید دو رابطهٔ $v_{max} = A\omega$ و $\omega = \frac{۲\pi}{T}$ را با هم ترکیب کنیم:

$$v_{max} = A\omega = A\times\frac{۲\pi}{T} \Rightarrow ۴/۴ = (۷\times۱۰^{-۳})\times\frac{۲\times\frac{۲۲}{۷}}{T}$$

$$\Rightarrow ۴/۴ = \frac{۴۴\times۱۰^{-۳}}{T} \Rightarrow T = ۰/۰۱\ s$$

۴۵- گزینه ۳

درس‌نامه

(۱) رابطهٔ بین سه مشخصهٔ اصلی موج: $\lambda = \frac{v}{f}$ ← طول موج، v → تندی انتشار، f → بسامد

◇ تندی انتشار موج فقط به محیط و ویژگی‌های آن و بسامد موج فقط به چشمهٔ موج بستگی دارد.

(۲) تندی انتشار موج عرضی در تار مرتعش تحت کشش: $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ (F → نیروی کشش تار، μ → جرم واحد طول)

می‌دانیم تندی انتشار یک موج تنها به ویژگی‌های محیط انتشار آن و بسامد و دورهٔ تناوب موج تنها به چشمهٔ موج بستگی دارند؛ بنابراین با افزایش نیروی کشش ریسمان، طبق رابطهٔ $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$، تندی انتشار موج افزایش می‌یابد. از طرفی با تغییر ویژگی‌های محیط انتشار موج (در اینجا ریسمان)، دورهٔ تناوب و بسامد موج تغییر نمی‌کند. برای بررسی طول موج هم داریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow[f:\text{ثابت}]{v:\text{افزایش}} \lambda:\text{افزایش}$$

۴۶- گزینه ۲

درس‌نامه

(۱) توان متوسط: آهنگ مصرف انرژی را توان متوسط می‌گوییم. $P_{av} = \frac{E}{\Delta t}$ (E → انرژی، Δt → مدت‌زمان)

(۲) انرژی باریکهٔ نور: $E = n\frac{hc}{\lambda}$ (h: ثابت پلانک، c → تندی انتشار امواج الکترومغناطیسی در خلأ، λ → طول موج فوتون، n → تعداد فوتون‌ها)

با توجه به دو رابطهٔ $E = nhf = nh\frac{c}{\lambda}$ و $P = \frac{E}{t}$ داریم:

$$P = \frac{nh\frac{c}{\lambda}}{t} \Rightarrow Pt = nh\frac{c}{\lambda} \Rightarrow n = \frac{Pt\lambda}{hc} = \frac{(۶۶۳\times۱۰^{-۳})\times ۶۰\times(۶۰۰\times۱۰^{-۹})}{(۶/۶۳\times۱۰^{-۳۴})\times ۳\times۱۰^{۸}}$$

(تبدیل W به mW: ÷۱۰۰، تبدیل nm به m: ×۲۰)

$$= \frac{۱۲\times۱۰^{-۷}}{۱۰^{-۲۶}} = ۱۲\times۱۰^{۱۹} = ۱/۲\times۱۰^{۲۰}$$

۴۷- گزینه ۱

درس‌نامه

معادلهٔ ریدبرگ: طول موج خط‌های طیف گسیلی اتم هیدروژن در هر رشته از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲})$$ ($R \simeq ۰/۰۱\ (nm)^{-۱}$: ثابت ریدبرگ و $n > n'$)

در این رابطه:

◇ طول موج (λ) برحسب نانومتر است.

◇ شماره و نام رشته‌ها به صورت جدول زیر است:

شمارهٔ رشته (n')	۱	۲	۳	۴	۵
نام رشته	لیمان	بالمر	پاشن	براکت	پفوند

◇ بلندترین طول موج هر رشته ← $n = n' + ۱$

◇ کوتاه‌ترین طول موج هر رشته ← $n = \infty$

با توجه به رابطهٔ $\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})$ داریم:

اولاً: بلندترین طول موج به ازای $n=n'+1$ به دست می‌آید، پس داریم:

$$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}) \xrightarrow[n=6]{n'=5} \frac{1}{\lambda_1}=R(\frac{1}{25}-\frac{1}{36})=R\times\frac{11}{25\times36}$$

$$\Rightarrow \lambda_1=\frac{25\times36}{11R}$$

ثانیاً: کوتاه‌ترین طول موج به ازای $n=\infty$ به دست می‌آید؛ پس داریم:

$$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}) \xrightarrow[n=\infty]{n'=5} \frac{1}{\lambda_2}=R(\frac{1}{25}-\frac{1}{\infty^2})=R\times\frac{1}{25} \Rightarrow \lambda_2=\frac{25}{R}$$

پس داریم:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{\frac{25}{11R}\times36}{\frac{25}{R}}=\frac{36}{11}$$

۴۸- گزینه ۲

شفاف‌سازی گوی بالایی معلق مانده است: نیروی خالص وارد بر گوی بالایی برابر صفر است.

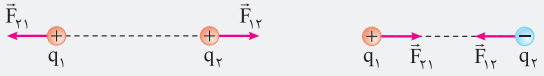
درس‌نامه ۱ قانون کولن: دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 که در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند، به هم نیروی الکتریکی وارد می‌کنند که اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \qquad (\text{ثابت کولن}: k=9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$$

◇ **تکنیک محاسباتی ۹۰:** چون در بیشتر تست‌های این مبحث، بارها را برحسب میکروکولن و فاصله‌ها را برحسب سانتی‌متر می‌دهند، می‌توانید در رابطهٔ بالا کمیت‌ها را با همین یکاها جای‌گذاری کرده و به جای k، ۹۰ را قرار دهید تا F برحسب نیوتون به دست آید.

$$F=90\times\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad \begin{matrix}\text{برحسب } \mu C \\ \text{برحسب } N \\ \text{برحسب } cm\end{matrix}$$

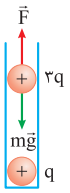
۲ مطابق شکل‌های زیر، بارهای **همنام** یکدیگر را **دفع** و بارهای **ناهمنام** یکدیگر را **جذب** می‌کنند.



۳ **اصل کوانتیده‌بودن بار الکتریکی:** بار الکتریکی هر جسم همواره مضرب درستی از بار الکتریکی پایه است:

$$q=\pm ne \qquad (e=1/6\times10^{-19}\ C: \text{بار الکتریکی پایه و } n=1,2,3,\dots)$$

گام مطابق شکل به گوی بالایی دو نیرو وارد می‌شود، یکی نیروی رو به پایین وزن و دیگری نیروی رو به بالای دافعهٔ الکتریکی که گوی پایینی به آن وارد می‌کند. چون گوی معلق است، این دو نیرو هم‌اندازه‌اند؛ بنابراین:



$$F=mg \Rightarrow k\frac{|3q||q|}{r^2}=mg$$

$$\xrightarrow[m=7/5\ \mu g=7/5\times10^{-9}\ kg]{\text{تکنیک محاسباتی ۹۰}} 90\times\frac{3|q|^2}{3^2}=7/5\times10^{-9}\times10$$

$$\Rightarrow |q|^2=\frac{7/5\times10^{-8}}{30}=\frac{10^{-8}}{4} \xrightarrow{\sqrt{}} |q|=\frac{10^{-4}}{2}=5\times10^{-5}\ \mu C$$

$$\xrightarrow{q>0} q=5\times10^{-5}\ \mu C$$

گام به کمک اصل کوانتیده‌بودن بار الکتریکی، تعداد الکترون‌های کنده‌شده از گوی بالایی را به دست می‌آوریم:

$$Q=ne \xrightarrow[Q=3q]{q=5\times10^{-5}\ \mu C=5\times10^{-11}\ C} 3\times5\times10^{-11}=n\times1/6\times10^{-19}$$

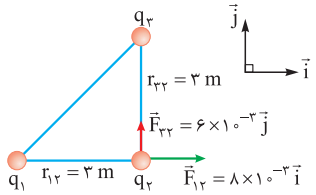
$$\Rightarrow n=\frac{3\times5\times10^{-11}}{1/6\times10^{-19}}=9/375\times10^8$$

تله ۳ تعداد الکترون‌های کنده‌شده از گوی پایینی است.

۴۹- گزینه ۲

گام در شکل زیر، مؤلفه‌های نیروی $\vec{F}_T$ را در محل بار q_2 رسم می‌کنیم. مؤلفهٔ $\vec{i}$ نیرویی است که بار q_1 به بار q_2 و مؤلفهٔ $\vec{j}$ نیرویی است که بار q_3 به بار q_2 وارد می‌کند. با توجه به جهت این دو مؤلفهٔ نیرو، بار q_1 بار q_2 را دفع می‌کند و در نتیجه این دو بار همنام‌اند و بار q_3 بار q_2 را جذب می‌کند و در نتیجه این دو بار ناهمنام‌اند؛ بنابراین بارهای q_1 و q_3 ناهمنام‌اند.

گام نسبت $\frac{F_{32}}{F_{12}}$ را می‌نویسیم تا نسبت $\frac{q_3}{q_1}$ به دست آید:



$$\frac{F_{32}}{F_{12}}=\frac{k\frac{|q_3||q_2|}{r_{32}^2}}{k\frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2}}$$

$$\xrightarrow{r_{32}=r_{12}} \frac{6\times10^{-3}}{8\times10^{-3}}=\frac{|q_3|}{|q_1|}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_3|}{|q_1|}=\frac{3}{4} \xrightarrow{q_1 \text{ و } q_3 \text{ ناهمنام‌اند.}} \frac{q_3}{q_1}=-\frac{3}{4}$$

۵۰- گزینه ۴

درس‌نامه

۱ رابطهٔ مقاومت الکتریکی رسانا: $R=\rho\frac{L}{A}$ (L: طول رسانا، A: مساحت مقطع رسانا، ρ: مقاومت ویژهٔ رسانا)

۲ چگالی: $\rho=\frac{m}{V}$ (m: جرم، V: حجم)

گام رابطهٔ مقاومت الکتریکی را به صورت نسبتی می‌نویسیم تا نسبت مساحت مقطع میله‌ها به دست آید:

$$R=\rho\frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B}=\frac{\rho_A}{\rho_B}\times\frac{L_A}{L_B}\times\frac{A_B}{A_A}$$

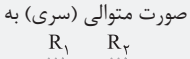
$$\xrightarrow[L_A=L_B]{R_A=R_B} 1=2\times1\times\frac{A_B}{A_A} \Rightarrow \frac{A_B}{A_A}=\frac{1}{2}$$

گام رابطهٔ چگالی را به صورت نسبتی می‌نویسیم. (ρ': چگالی)

$$\rho'=\frac{m}{V}=\frac{m}{AL} \Rightarrow \frac{\rho'_A}{\rho'_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{A_B}{A_A}\times\frac{L_B}{L_A} \Rightarrow 3=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{1}{2}\times1 \Rightarrow \frac{m_A}{m_B}=6$$

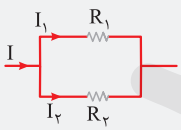
۵۱- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ مطابق شکل زیر، دو مقاومت R_1 و R_2 به صورت متوالی (سری) به هم متصل‌اند:



◇ مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq}=R_1+R_2$

۲ مطابق شکل مقابل، دو مقاومت R_1 و R_2 به صورت موازی به هم متصل‌اند:



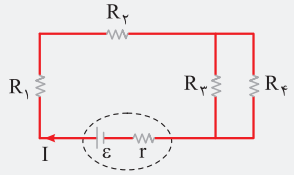
◇ مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$

◇ اگر مقاومت بزرگ‌تر، n برابر مقاومت کوچک‌تر باشد: $R_{eq}=\frac{\text{مقاومت بزرگ‌تر}}{n+1}$

◇ نسبت جریان عبوری از مقاومت‌ها برابر با وارون نسبت مقاومت‌ها است: $\frac{I_1}{I_2}=\frac{R_2}{R_1}$

◇ اصل پایستگی بار الکتریکی: $I=I_1+I_2$

۳ در مدار شکل مقابل، جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) از رابطهٔ زیر به دست می‌آید: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$



۴ اگر جریان عبوری از مقاومت R برابر I باشد، توان مصرفی در این مقاومت از رابطهٔ زیر به دست می‌آید: $P=RI^2$

گام مقاومت R_2 را حساب می‌کنیم:

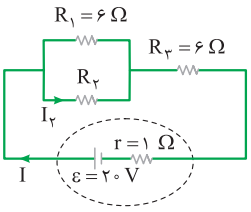
$R_1 = 6\,\Omega : R' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6R_2}{6 + R_2}$ و R_2 موازی‌اند.

$R_{eq} = R' + R_3 \Rightarrow 9 = \frac{6R_2}{6 + R_2} + 6$:مقاومت‌های R' و $R_3 = 6\,\Omega$ متوالی‌اند.

$\Rightarrow \frac{6R_2}{6 + R_2} = 3 \Rightarrow 6R_2 = 18 + 3R_2 \Rightarrow 18 = 3R_2 \Rightarrow R_2 = 6\,\Omega$

در حالت اول، یعنی شکل (الف)، جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) برابر است با:

$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{20}{9 + 1} = 2\,A$



(الف)

مقاومت‌های R_1 و R_2 یکسان‌اند؛ بنابراین جریان I به صورت مساوی بین آن‌ها تقسیم می‌شود:

$I_2 = \frac{I}{2} = \frac{2}{2} = 1\,A$

گام توان مصرفی در مقاومت R_2 برابر است با:

$P_2 = R_2 I_2^2 = 6 \times 1^2 = 6\,W$

گام حالا مطابق شکل (ب)، جای مقاومت R_2 و باتری را عوض می‌کنیم. مقاومت معادل مدار در حالت دوم را حساب می‌کنیم:

$R_2 : R'' = R_2 + R_3 = 6 + 6 = 12\,\Omega$ و R_3 متوالی‌اند.

$R'' : R'_{eq} = \frac{R_1 R''}{R_1 + R''} = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4\,\Omega$ و R_1 موازی‌اند.

$(\text{یا}: 12 = \overset{n}{2} \times 6 \Rightarrow R'_{eq} = \frac{12}{n+1} = \frac{12}{2+1} = 4\,\Omega)$

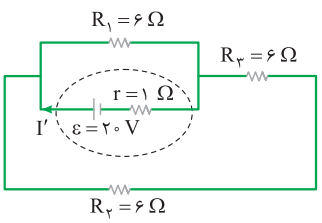
در حالت دوم، جریان عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) را به دست می‌آوریم:

$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{20}{4 + 1} = 4\,A$

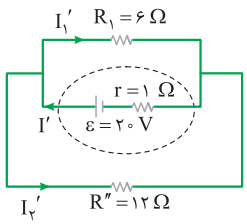
با توجه به شکل (پ)، جریان عبوری از مقاومت R'' که همان جریان عبوری از مقاومت R_2 است را محاسبه می‌کنیم:

$\frac{I'_2}{I'_1} = \frac{R_1}{R''} = \frac{6}{12} \Rightarrow I'_1 = 2I'_2$

$I' = I'_1 + I'_2 \Rightarrow 4 = 2I'_2 + I'_2 \Rightarrow I'_2 = \frac{4}{3}\,A$



(ب)



(پ)

گام در حالت دوم، توان مصرفی در مقاومت R_2 به صورت زیر به دست می‌آید:

$P'_2 = R_2 I'^2_2 = 6 \times (\frac{4}{3})^2 = \frac{6 \times 16}{9} = \frac{32}{3}\,W$

گام خواستهٔ تست برابر است با:

$P'_2 - P_2 = \frac{32}{3} - 6 = \frac{32 - 18}{3} = \frac{14}{3}\,W$

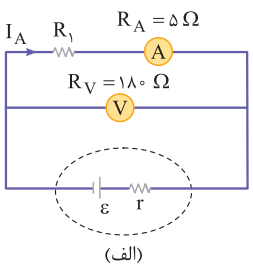
۵۲- گزینه ۳

گام شکل (الف) را بررسی می‌کنیم. در این شکل، آمپرسنج جریان عبوری از مقاومت R_1 و خودش و ولت‌سنج اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مجموعهٔ مقاومت R_1 و آمپرسنج را نشان می‌دهد؛ پس:

$V_V = V_{R_1} + V_A = (R_1 + R_A) I_A$

$\Rightarrow 72 = (R_1 + 5) \times 1/6$

$\Rightarrow R_1 + 5 = 45 \Rightarrow R_1 = 40\,\Omega$



(الف)

گام در شکل (ب)، ولت‌سنج اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خودش و مقاومت R_2 را نشان می‌دهد؛ بنابراین جریان عبوری از ولت‌سنج برابر است با:

$V_V = R_V I_V \Rightarrow 73/8 = 180\,I_V \Rightarrow I_V = 0/41\,A$

آمپرسنج هم جریان کل عبوری از مدار را نشان می‌دهد؛ بنابراین جریان عبوری از مقاومت R_2 به صورت مقابل به دست می‌آید:

$I_A = I_2 + I_V$

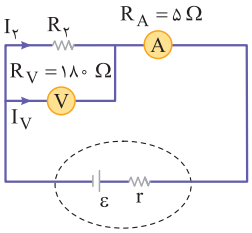
$\Rightarrow 0/82 = I_2 + 0/41 \Rightarrow I_2 = 0/41\,A$

مقاومت R_2 هم برابر است با:

$V_2 = R_2 I_2$

$\xrightarrow{V_2 = V_V} 73/8 = R_2 \times 0/41$

$\Rightarrow R_2 = 180\,\Omega$



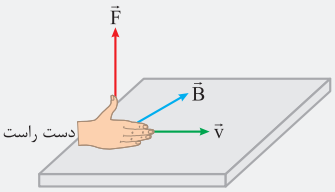
(ب)

۵۳- گزینه ۱

درس‌نامه

قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره:

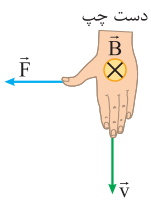
طبق این قاعده، اگر چهار انگشت باز دست راست را طوری در جهت بردار سرعت ذره ($\vec{v}$) قرار دهیم که بردار میدان مغناطیسی ($\vec{B}$) از کف دست خارج شود، شست دست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره با بار مثبت را نشان می‌دهد. (شکل مقابل را ببینید.)



نکته اگر بار ذره منفی باشد، این قاعده را با دست چپ اجرا می‌کنیم.

علامت بار ذره	جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره
مثبت	قاعدهٔ دست راست
منفی	قاعدهٔ دست راست را با دست چپ اجرا می‌کنیم.

چون بار الکترون منفی است، از دست چپ کمک می‌گیریم. مطابق شکل مقابل، چهار انگشت باز دست چپ را طوری در جهت $\vec{v}$ قرار می‌دهیم که شست دست در جهت $\vec{F}$ قرار بگیرد. در این حالت بردار $\vec{B}$ که باید از کف دستمان خارج شود در جهت درون‌سو (⊗) خواهد بود.



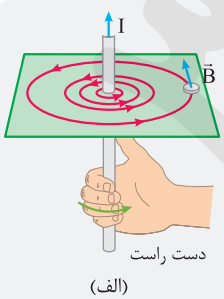
تله در تست‌هایی که با تعیین جهت $\vec{F}_B$ یا $\vec{v}$ یا $\vec{B}$ سروکار دارید، اغلب یک گزینهٔ تله وجود دارد. در این تست اگر به منفی‌بودن بار الکترون توجه نکنید و از دست راستتان برای تعیین جهت $\vec{B}$ استفاده کنید، گزینهٔ ۲ نادرست گریبانگیرتان خواهد شد.

۵۴- گزینه ۲

درس‌نامه

میدان مغناطیسی حاصل از یک سیم مستقیم حامل جریان:

الف) تعیین جهت میدان مغناطیسی: با استفاده از قاعدهٔ دست راست، می‌توان این جهت را تعیین کرد. مطابق این قاعده، اگر سیم را در دست راست خود بگیرید، به گونه‌ای که انگشت شست در جهت جریان الکتریکی باشد، جهت خم‌شدن چهار انگشت دست شما، جهت خط‌های میدان مغناطیسی را در اطراف سیم نشان می‌دهد (شکل الف).

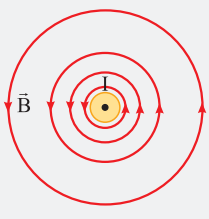


(الف)

ب) بررسی اندازهٔ میدان مغناطیسی:

◇ همان‌طور که در شکل (ب) می‌بینید، با فاصله‌گرفتن از سیم، تراکم خطوط میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد؛ بنابراین با **افزایش** فاصله از سیم مستقیم، اندازهٔ میدان مغناطیسی **کاهش** می‌یابد.

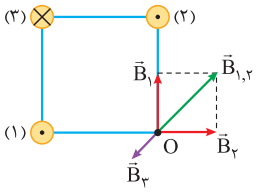
◇ با **افزایش** جریان عبوری از سیم، اندازهٔ میدان مغناطیسی در فاصلهٔ معینی از سیم **افزایش** می‌یابد.



(ب)

با استفاده از قاعدهٔ دست راست، مطابق شکل زیر، میدان مغناطیسی حاصل از هر یک از سیم‌ها در نقطهٔ O را رسم می‌کنیم. جریان عبوری از سیم‌ها یکسان و فاصلهٔ سیم‌های (۱) و (۲) تا نقطهٔ O کم‌تر از فاصلهٔ سیم (۳) تا نقطهٔ O است؛ بنابراین اندازهٔ $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_2$ بیشتر از اندازهٔ $\vec{B}_3$ بوده و در نتیجه اندازهٔ برایند بردارهای $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_2$ ($\vec{B}_{1,2}$) هم بیشتر از اندازهٔ $\vec{B}_3$ است.

با این توضیحات، میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ O هم‌جهت با $\vec{B}_{1,2}$، یعنی در جهت (↗) است.



۵۵- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:

با تغییر شار مغناطیسی عبوری از یک مدار بسته، نیروی محرکه‌ای در آن القا می‌شود. نیروی محرکهٔ القایی متوسط در این مدار از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

آهنگ تغییر اندازهٔ میدان مغناطیسی — تعداد حلقه‌ها

$$\varepsilon_{av}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow[\text{فقط B تغییر کند.}]{\Phi=BA\cos\theta}\varepsilon_{av}=-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta$$

مساحت حلقه — زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی و نیم‌خط عمود بر سطح حلقه

۲ جریان القایی متوسط:

$$I_{av}=\frac{\varepsilon_{av}}{R}$$

(R: مقاومت الکتریکی)

گام به کمک قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، نیروی محرکهٔ القایی متوسط در پیچه را حساب می‌کنیم:

$$\varepsilon_{av}=-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta$$

$$\xrightarrow[\Delta t=۲\,ms=۲\times۱۰^{-۳}\,s]{A=۵۰\,cm^۲=۵۰\times۱۰^{-۴}\,m^۲}\varepsilon_{av}=-۲۰۰\times\frac{(۰/۴۵-۰/۵)}{۲\times۱۰^{-۳}}\times۵۰\times۱۰^{-۴}\times\underbrace{\cos۰^\circ}_{۱}=۲۵\,V$$

گام جریان القایی متوسط در پیچه برابر است با:

$$I_{av}=\frac{\varepsilon_{av}}{R}=\frac{۲۵}{۲۰}=۱/۲۵\,A$$

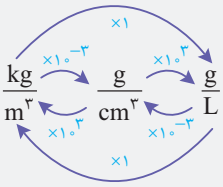
۵۶- گزینه ۴

درس‌نامه چگالی:

$$\rho=\frac{m}{V}\ \begin{matrix}\leftarrow\text{جرم جسم}\\ \leftarrow\text{حجم جسم}\end{matrix}$$

◇ $\frac{kg}{m^۳}$، $\frac{g}{cm^۳}$ و $\frac{g}{L}$ از یکاهای متداول چگالی‌اند.

تبدیل این یکاها به یکدیگر به صورت زیر انجام می‌شود:



رابطهٔ چگالی را می‌نویسیم:

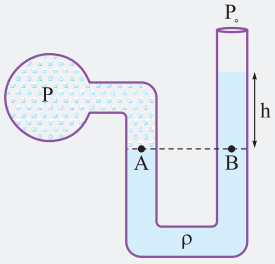
$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{m}{\frac{۴}{۳}\pi(R^۳_{\text{خارجی}}-R^۳_{\text{داخلی}})}$$

$$\xrightarrow[R_{\text{خارجی}}=b=۲a,\ R_{\text{داخلی}}=a]{m=۴\times۱۰^{-۲}\,kg=۴۰\,g}\frac{۳۰}{۷\pi}=\frac{۴۰}{\frac{۴}{۳}\pi[(۲a)^۳-a^۳]}$$

$$\Rightarrow\frac{۳۰}{۷}=\frac{۳۰}{۷a^۳}\Rightarrow a^۳=۱\xrightarrow{\sqrt[۳]{\ }}a=۱\,cm$$

۵۷- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ به اختلاف فشار مطلق گاز درون مخزن و فشار هوای محیط، فشار پیمانه‌ای گفته می‌شود.



در شکل مقابل، برای به دست آوردن فشار پیمانه‌ای گاز موجود در مانومتر، از هم‌فشاری نقاط هم‌تراز A و B کمک می‌گیریم:

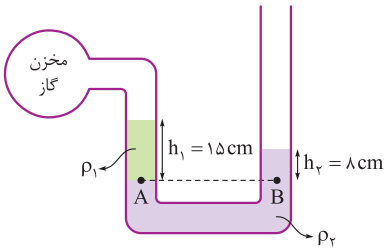
$$P_A=P_B\Rightarrow P=P_\circ+\rho gh$$

$$\Rightarrow\underbrace{P-P_\circ}_{P_g\ (\text{فشار پیمانه‌ای})}=\rho gh$$

۲ برای محاسبهٔ فشار ستونی از مایع برحسب سانتی‌متر جیوه از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$P_{\text{مایع}}(cmHg)=\frac{\rho_{\text{مایع}}h_{\text{مایع}}(cm)}{\rho_{\text{جیوه}}}$$

گام در شکل زیر، فشار در نقاط هم‌تراز A و B را برابر قرار می‌دهیم:



$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{گاز}}+P_۱(mmHg)=P_\circ+P_۲(mmHg)$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}}-P_\circ=P_۲(mmHg)-P_۱(mmHg)$$

$$\Rightarrow P_{g(\text{گاز})}=P_۲(mmHg)-P_۱(mmHg)\ \ (I)$$

گام فشار ناشی از ستون $h_۱$ از مایع $\rho_۱$ و فشار ناشی از ستون $h_۲$ از مایع $\rho_۲$ را برحسب میلی‌متر جیوه حساب می‌کنیم:

$$P_۱(cmHg)=\frac{\rho_۱h_۱}{\rho_{\text{جیوه}}}=\frac{۱/۲\times۱۵}{۱۳/۶}=\frac{۱۸}{۱۳/۶}\,cmHg$$

$$\Rightarrow P_۱(mmHg)=\frac{۱۸}{۱۳/۶}\times۱۰\,mmHg$$

$$P_۲(cmHg)=\frac{\rho_۲h_۲}{\rho_{\text{جیوه}}}=\frac{۱/۵۷\times۸}{۱۳/۶}=\frac{۱۲/۵۶}{۱۳/۶}\,cmHg$$

$$\Rightarrow P_۲(mmHg)=\frac{۱۲/۵۶}{۱۳/۶}\times۱۰\,mmHg$$

گام مقادیر به‌دست‌آمده را در رابطهٔ (I) قرار می‌دهیم:

$$P_{g(\text{گاز})}=\frac{۱۲/۵۶}{۱۳/۶}\times۱۰-\frac{۱۸}{۱۳/۶}\times۱۰=\frac{-۵۴/۴}{۱۳/۶}=-۴\,mmHg$$

۵۸- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ انرژی جنبشی جسمی به جرم m و تندی v از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲$$

۲ قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: کار کل انجام‌شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_t=K_۲-K_۱$$

◇ رابطهٔ بالا برای هر نوع مسیری برقرار است.

◇ انرژی جنبشی در آغاز و پایان مسیر مهم است و این‌که در طول مسیر انرژی جنبشی جسم چگونه تغییر کرده، اهمیتی ندارد.

نکته اگر جسمی از درون متحرکی رها شود و تندی متحرک در لحظهٔ رهاشدن جسم برابر v باشد، تندی اولیهٔ جسم هم برابر v است.

قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی را برای بسته می‌نویسیم:

$$W_t=\Delta K=\frac{۱}{۲}m(v_۲^۲-v_۱^۲)=\frac{۱}{۲}\times۲۰\times(۲۵^۲-۵^۲)=۱۰\times\underbrace{(۲۵-۵)}_{۲۰}\times\underbrace{(۲۵+۵)}_{۳۰}$$

$$=۶۰۰۰\,J\xrightarrow{۱۰۰۰\,J=۱\,kJ}W_t=۶\,kJ$$

۵۹- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ انرژی جنبشی جسمی به جرم m و تندی v، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$K=\frac{1}{2}mv^2$$

۲ انرژی پتانسیل گرانشی جسمی که به فاصلهٔ h از مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی قرار دارد، از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید: $U=mgh$

◇ در رابطهٔ بالا: **الف)** اگر جسم بالای مبدأ قرار داشته باشد، $h>0$ و اگر زیر مبدأ قرار داشته باشد، $h<0$ است. **ب)** مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در هر ارتفاع دلخواهی می‌تواند باشد، ولی تا پایان حل نباید آن را تغییر دهید.

۳ انرژی مکانیکی جسم برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل جسم است:

$$E=K+U$$

۴ اصل پایستگی انرژی مکانیکی: در غیاب نیروهای اتلافی مانند مقاومت هوا، اصطکاک و ...، انرژی مکانیکی جسم در تمام نقاط مسیر حرکت جسم مقدار یکسانی دارد:

$$E_1=E_2 \Rightarrow K_1+U_1=K_2+U_2$$

پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقاط (۱) و (۲) می‌نویسیم:

$$E_1=E_2 \Rightarrow K_1+U_1=K_2+U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}m\cancel{v_1^2}+mgh_1=\frac{1}{2}m\cancel{v_2^2}+mgh_2$$

$$\xrightarrow{h_1=0} \frac{1}{2}\times 20^2+0=\frac{1}{2}\times 12^2+10\times h_2 \Rightarrow \frac{1}{2}(20^2-12^2)=10h_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\underbrace{(20-12)}_{8}\times\underbrace{(20+12)}_{32}=10h_2 \Rightarrow 4\times 32=10h_2 \Rightarrow h_2=4\times 3/2=12/8\,m$$

۶۰- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ گرمای لازم برای تغییر حالت از مایع به بخار:

$$Q_V=mL_V$$ ← گرمای نهان تبخیر مایع

↓ جرم مایع

۲ توان گرمایی:

$$P=\frac{Q}{t}$$

گام گرمای مورد نیاز برای تبخیر آب برابر است با: $Q_V=mL_V=4\times 2256=9024\,kJ$

گام زمان انجام این فرایند برابر است با:

$$P=\frac{Q_V}{t} \Rightarrow 2=\frac{9024}{t} \Rightarrow t=4512\,s \xrightarrow{60\,s=1\,min} t=75/2\,min$$

شیمی

۶۱- گزینه ۱

درس‌نامه

نافلزها ← نافلزهای گروه‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۷، همگی با تشکیل آنیون به آرایش گاز نجیب **هم‌دورهٔ خود** می‌رسند.

◇ تنها نافلز گروه ۱۴ جدول، کربن ($_6C$) است که یون تک‌اتمی پایدار تشکیل نمی‌دهد.

فلزها:
- فلزهای دستهٔ s (فلزهای گروه‌های ۱ و ۲ به‌جز بریلیم) ← همگی با تشکیل کاتیون، به آرایش گاز نجیب **دورهٔ قبل از خود** می‌رسند.
- فلزهای دستهٔ d ← اغلب با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب **نمی‌رسند.** / برخی (تعداد کمی) از آن‌ها (مانند عناصر گروه ۳) با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب **دورهٔ قبل از خود** می‌رسند.
- فلزهای دستهٔ p ← فقط فلز $_{13}Al$ با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب **دورهٔ قبل از خود** می‌رسد. باقی فلزها (مانند $_{31}Ga$، $_{50}Sn$ و ...) با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب نمی‌رسند.

تنها نافلزهای گروه‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۷ جدول تناوبی با گرفتن الکترون و تشکیل آنیون به آرایش الکترونی **گاز نجیب هم‌دورهٔ خود** می‌رسند؛ بنابراین باید در گزینه‌ها، عنصر نافلزی متعلق به گروه‌های ۱۵ تا ۱۷ جدول رو پیدا کنیم.

بررسی گزینه‌ها: ① $_{34}Y$: عدد اتمی این عنصر ۲ واحد کم‌تر از عدد اتمی گاز نجیب $_{36}Kr$ است و بنابراین در گروه ۱۶ و دورهٔ ۴ جدول قرار داشته و نافلزی است که با گرفتن ۲ الکترون می‌تواند به آرایش گاز نجیب هم‌دورهٔ خود برسد. ✓

② $_{31}D$: عدد اتمی این عنصر ۵ واحد کم‌تر از عدد اتمی گاز نجیب $_{36}Kr$ است و فلزی از دستهٔ p در گروه ۱۳ و دورهٔ ۴ جدول (همان $_{31}Ga$) است. این فلز با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب نمی‌رسد. ×

③ $_{21}M$: عدد اتمی این عنصر ۳ واحد بیشتر از عدد اتمی گاز نجیب $_{18}Ar$ است و فلزی از دستهٔ d در گروه ۳ و دورهٔ ۴ جدول (همان $_{21}Sc$) است. این فلز با تشکیل کاتیون $3+$ به آرایش گاز نجیب دورهٔ قبل از خود می‌رسد. ×

④ $_{32}Z$: همان شبه‌فلز $_{32}Ge$ در دورهٔ ۴ جدول است. شبه‌فلزها یون تک‌اتمی پایدار تشکیل نمی‌دهند. ×

۶۲- گزینه ۳

موارد «ب» و «د» درست‌اند.

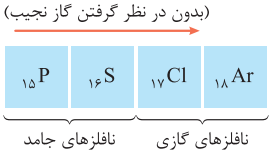
نکته

در یک دوره از چپ به راست:
- خصلت فلزی و واکنش‌پذیری فلزها، کاهش می‌یابد.
- خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری نافلزها، افزایش می‌یابد.

در یک گروه از بالا به پایین:
- خصلت فلزی و واکنش‌پذیری فلزها، افزایش می‌یابد.
- خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری نافلزها، کاهش می‌یابد.

بررسی همه موارد: (الف) در یک گروه از بالا به پایین خصلت نافلزی عناصر کاهش می‌یابد؛ پس قوی‌ترین نافلز گروه ۱۶، در بالای گروه و اولین عضو آن؛ یعنی $_8O$ است. در هر دورهٔ جدول، فلزهای قلیایی قوی‌ترین فلزهای آن دوره هستند؛ بنابراین قوی‌ترین فلز دورهٔ دوم، $_3Li$ است. تفاوت عدد اتمی $_8O$ و $_3Li$، $5=3-8$ است نه ۶! ×

(ب) چهار عنصر $_{18}Ar$ و $_{17}Cl$ و $_{16}S$ و $_{15}P$ نافلزهای دورهٔ سوم بوده که دو عنصر $_{16}S$ و $_{15}P$ در دمای اتاق جامدند. از آن‌جا که خصلت نافلزی عناصر یک دوره، از چپ به راست، با افزایش عدد اتمی، افزایش می‌یابد، $_{16}S$ قوی‌ترین نافلز جامد دورهٔ سوم است.



از طرفی نخستین عنصر واسطهٔ دورهٔ چهارم، $_{21}Sc$ بوده و تفاوت عدد اتمی $_{21}Sc$ و $_{16}S$ برابر $21-16=5$ است. ✓

(ج) نخستین شبه‌فلز گروه ۱۴، $_{14}Si$ است. با توجه به بخش ابتدایی عبارت (ب)، دومین نافلز دورهٔ سوم، $_{16}S$ است. بین این دو عنصر، یک عنصر ($_{15}P$) قرار دارد و عدد اتمی هیچ گاز نجیبی ۱ نیست (عدد اتمی $_1H$، یک است). ×

(د) تنها نافلز مایع جدول، در دورهٔ چهارم قرار داشته و $_{35}Br$ است:

$$_{35}Br:[_{18}Ar]3d^{10}\underbrace{4s^2}_{\text{الکترون‌های ظرفیت}}4p^5$$

$$\Rightarrow \text{مجموع } (n+l) \text{ الکترون‌های ظرفیت}=\underbrace{2(4+0)}_{4s}+\underbrace{5(4+1)}_{4p}=33$$

عدد اتمی ۳۳، ۳ واحد کم‌تر از گاز نجیب $_{36}Kr$ است و متعلق به عنصری در گروه $15=3-18$ جدول تناوبی است.

$$_{33}A:[_{18}Ar]3d^{10}\underbrace{4s^2}_{\text{عنصر گروه ۱۵}}4p^3$$ یا ✓

۶۳- گزینه ۴

اتم A دارای ۱۲ الکترون در زیرلایهٔ p است؛ یعنی در آرایش الکترونی آن زیرلایه‌های $2p^6$ و $3p^6$ وجود دارند. برای این‌که بیرونی‌ترین زیرلایهٔ اتم A، ns^2 باشد، اتم A باید یا فلز قلیایی خاکی دورهٔ چهارم ($4s^2$) بوده و یا یکی از ۸ عنصر واسطهٔ دورهٔ چهارم با آرایش‌های الکترونی لایهٔ ظرفیت $3d^{1-3}4s^2$، $3d^{5-8}4s^2$، $3d^{10}4s^2$ باشد. (اتم A نمی‌تواند دو فلز واسطهٔ $_{24}Cr(3d^5\,4s^1)$ و $_{29}Cu(3d^{10}\,4s^1)$ و عناصر دستهٔ p دورهٔ چهارم ($4s^2 4p^{1-6}$) باشد.)

حالا می‌ریم سراغ بررسی گزینه‌ها:

۱) اگر A فلز واسطه باشد، محلول نمک‌های آن با عددهای اکسایش مختلف، می‌تواند رنگی باشد. مثلاً اگر A، فلز وانادیم ($_{۲۳}V$) باشد، محلول نمک‌های آن با عددهای اکسایش ۵+، ۴+، ۳+ و ۲+، به ترتیب زرد، آبی، سبز و بنفش است. ✓

۲) عنصر A، ۸ الکترون با $l=۰$ ($1s^۲$، $2s^۲$، $3s^۲$، $4s^۲$) دارد و اگر شمار الکترون‌های $l=۲$ (زیرلایهٔ d) آن هم برابر ۸ باشد، A همان فلز $_{۲۸}Ni$ با آرایش الکترونی $[_{۱۸}Ar]۳d^۸۴s^۲$ است. ✓

۳) کاملاً درسته؛ مثلاً اگر A فلز $_{۲۶}Fe$ یا $_{۲۳}V$ باشد دارای یون‌های پایدار $A^{۲+}$ و $A^{۳+}$ بوده و می‌تواند با کلر ترکیب‌های یونی با فرمول کلی $ACl_۲$ و $ACl_۳$ (یا $XCl_۲$ و $XCl_۳$) تشکیل دهد. ✓ $FeCl_۲, FeCl_۳, VCl_۲, VCl_۳$

۴) اگر شمار الکترون‌های $l=۰$ (۸ الکترون در زیرلایه‌های s)، دو برابر شمار الکترون‌های $l=۲$ (زیرلایهٔ d) باشد، این اتم در زیرلایهٔ 3d خود دارای ۴ الکترون است. می‌دانیم که در عناصر واسطهٔ دورهٔ چهارم، اتمی با آرایش الکترونی لایهٔ ظرفیت $۳d^۴۴s^۲$ نداریم و آرایش الکترونی صحیح آن به صورت $۳d^۵۴s^۱$ و مربوط به اتم $_{۲۴}Cr$ است. اتم A با توجه به ویژگی‌های داده‌شده در سؤال نمی‌تواند اتم $_{۲۴}Cr$ باشد. ✗

۶۴- گزینه ۲

نکته **مقدار عددی** سه کمیت عدد جرمی، جرم اتمی و جرم مولی برای عنصرها تقریباً با هم برابر است، اما در مفهوم، تفاوت اساسی با هم دارند.

ویژگی	تعریف	یکا
عدد جرمی	مجموع تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها	یکا ندارد.
جرم اتمی	جرم یک اتم برحسب یکای جرم اتمی	amu
جرم مولی	جرم یک مول اتم ($۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}$ تعداد اتم) برحسب گرم	$g.mol^{-۱}$

اتم‌ها در تبدیل‌شدن به یون‌ها، الکترون از دست می‌دهند یا می‌گیرند. در واقع در تبدیل اتم به یون، هستهٔ اتم که شامل پروتون‌ها و نوترون‌هاست دستخوش تغییر نمی‌شود. می‌دانیم که در مقیاس جرم اتمی، جرم پروتون و نوترون به تقریب با یکدیگر یکسان و برابر ۱ amu است و جرم الکترون آن‌قدر ناچیز است که می‌شود از آن در محاسبهٔ جرم اتم صرف نظر کرد. از طرفی از نظر عددی، مقدار جرم اتمی (جرم یک اتم برحسب amu) و جرم مولی (جرم یک مول اتم برحسب گرم) با هم برابر است؛ بنابراین می‌توان گفت جرم یک مول اتم (چه فلز و چه نافلز)، با تقریب خوبی، برابر با جرم یک مول یون پایدار آن (کاتیون یا آنیون مربوطه) است.

جرم مولی یون Rb^+ ≃ جرم مولی اتم Rb

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) با این‌که شمار الکترون‌ها در یون‌های $_{۲۹}Cu^+$ و $_{۳۰}Zn^{۲+}$، با هم برابر است (۲۸ الکترون) ولی عدد اتمی و عدد جرمی (مجموع پروتون‌ها و نوترون‌ها) این دو یون با یکدیگر متفاوت بوده و بنابراین جرم مولی آن‌ها با هم متفاوت است.

۳) یک مول سدیم همانند یک مول کلسیم شامل $۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}$ اتم است. (جرم $۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}$ اتم سدیم با جرم $۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}$ اتم کلسیم متفاوت است.)

۴) ببینیم!

$$۱/۵\ mol\ Ar\times\frac{۴۰\ g}{۱\ mol\ Ar}=۶۰\ g\ Ar$$

$$۱/۸۰۶\times۱۰^{۲۴}\ atom\ Al\times\frac{۱\ mol\ Al}{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\ atom\ Al}\times\frac{۲۷\ g\ Al}{۱\ mol\ Al}=۸۱\ g\ Al$$

۶۵- گزینه ۴

گام ابتدا با توجه به اطلاعات داده‌شده در سؤال، دمای هوا در ارتفاع مورد نظر ($\theta_۱$) را به دست می‌آوریم:

$\theta_۰=۲۴\ ^\circ C$

$$\theta_۱=\theta_۰-\frac{۸^\circ}{۱۰۰}\theta_۰=\frac{۲۰}{۱۰۰}\theta_۰=\frac{۲۰}{۱۰۰}\times۲۴=۴/۸\ ^\circ C$$

گام ارتفاع موردنظر را به دست می‌آوریم. با توجه به این‌که در لایهٔ تروپوسفر ($h\le۱۱/۵\ km$)، دما به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع، حدود $۶\ ^\circ C$ کاهش می‌یابد، خواهیم داشت:

$$\theta_۱=-۶h+\theta_۰\ (\text{دما در سطح زمین})\Rightarrow ۴/۸=-۶h+۲۴\Rightarrow ۶h=۱۹/۲\Rightarrow h=\frac{۱۹/۲}{۶}=۳/۲\ km$$

۶۶- گزینه ۳

درس‌نامه **موازنهٔ سریع معادلهٔ واکنش سوختن هیدروکربن‌ها (C_xH_y) و ترکیب‌های آلی اکسیژن‌دار ($C_xH_yO_z$)**

برای موازنهٔ معادلهٔ سوختن کامل هیدروکربن‌ها و ترکیب‌های آلی اکسیژن‌دار، ابتدا به خود ترکیب ضریب ۱ می‌دهیم. به این ترتیب، به اندازهٔ تعداد اتم‌های کربن ترکیب، $CO_۲$ و به اندازهٔ نصف تعداد هیدروژن‌هایش، $H_۲O$ تولید می‌شود. در نهایت برای موازنهٔ اتم‌های اکسیژن، با معلوم‌بودن تعداد اتم‌های اکسیژن در سمت راست معادله، به $O_۲$ در سمت چپ، ضریب مناسب می‌دهیم.

در موازنهٔ سوختن کامل ترکیب‌های آلی:
- به تعداد اتم‌های کربن ترکیب آلی ← $CO_۲$
- به تعداد نصف اتم‌های هیدروژن ترکیب آلی ← $H_۲O$

گام ابتدا معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$\frac{۱}{}C_۴H_nO_۲(l)+\frac{x}{}O_۲(g)\rightarrow\underbrace{۴CO_۲(g)+\frac{n}{۲}H_۲O(g)}_{(۸+\frac{n}{۲})\ \text{اکسیژن}}$$

موازنه O: $۲+۲x=۸+\frac{n}{۲}\Rightarrow x=\frac{۶+\frac{n}{۲}}{۲}=۳+\frac{n}{۴}$

$$C_۴H_nO_۲(l)+(۳+\frac{n}{۴})O_۲(g)\rightarrow ۴CO_۲(g)+\frac{n}{۲}H_۲O(g)$$

گام حالا به کمک استوکیومتری واکنش از طریق مول مصرفی $C_۴H_nO_۲$ و جرم $O_۲$ مصرفی، مقدار n (شمار اتم‌های هیدروژن) را به دست می‌آوریم:

روش استفاده از کسر تناسب:

$$۱\ C_۴H_nO_۲\sim(۳+\frac{n}{۴})O_۲$$

$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}_{C_۴H_nO_۲}=\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{O_۲}\Rightarrow\frac{۰/۱}{۱}=\frac{۴۸}{(۳+\frac{n}{۴})\times۳۲}$$

$$\Rightarrow ۲(۳+\frac{n}{۴})=۱۰\Rightarrow ۳+\frac{n}{۴}=۵\Rightarrow\frac{n}{۴}=۲\Rightarrow n=۸$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$۰/۳\ mol\ C_۴H_nO_۲\times\frac{(۳+\frac{n}{۴})\ mol\ O_۲}{۱\ mol\ C_۴H_nO_۲}\times\frac{۳۲\ g\ O_۲}{۱\ mol\ O_۲}=۴۸\ g\ O_۲$$

$$\Rightarrow ۳+\frac{n}{۴}=\frac{۳}{۰/۳\times۲}\Rightarrow ۳+\frac{n}{۴}=۵\Rightarrow\frac{n}{۴}=۲\Rightarrow n=۸$$

۶۷- گزینه ۲

گام ابتدا معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم.

به منظور موازنهٔ عنصر Cu، ضریب $Cu_۲S$ را برابر ۱ و ضریب $Cu(NO_۳)_۲$ و $CuSO_۴$ را نیز برابر ۱ قرار می‌دهیم. با این کار عنصر S هم موازنه شد.

$$\frac{۱}{}Cu_۲S+-HNO_۳\rightarrow\frac{۱}{}Cu(NO_۳)_۲+\frac{۱}{}CuSO_۴+-NO_۲+-H_۲O$$

برای ادامه باید از ضرایب مجهول استفاده کنیم. با توجه به موازنهٔ اتم H، اگر ضریب $H_۲O$ را a در نظر بگیریم، ضریب $HNO_۳$ باید ۲a باشد.

$$\frac{۱}{}Cu_۲S+\frac{۲a}{}HNO_۳\rightarrow\frac{۱}{}Cu(NO_۳)_۲+\frac{۱}{}CuSO_۴+-NO_۲+\frac{a}{}H_۲O$$

برای موازنهٔ اتم N، در سمت چپ ۲a اتم N داریم. در سمت راست ۲ اتم N در ساختار $۱Cu(NO_۳)_۲$ داریم، پس ضریب $NO_۲$ باید برابر ۲ − ۲a باشد.

$$\frac{۱}{}Cu_۲S+\frac{۲a}{}HNO_۳\rightarrow$$

$$\frac{۱}{}Cu(NO_۳)_۲+\frac{۱}{}CuSO_۴+\frac{(۲a-۲)}{}NO_۲+\frac{a}{}H_۲O$$

حالا از طریق موازنهٔ اتم O، مقدار مجهول a را به دست می‌آوریم:

موازنهٔ O: $6a = 6 + 4 + 2(2a-2) + a \Rightarrow 6a = 5a + 6 \Rightarrow a = 6$

$$1Cu_2S(s) + 12HNO_3(aq) \rightarrow 1Cu(NO_3)_2(aq) + 1CuSO_4(aq) + 10NO_2(g) + 6H_2O(l)$$

گام حالا می‌ریم سراغ بررسی گزینه‌ها:

۱) ضریب استوکیومتری فراورده‌ٔ گازی ($NO_2(g)$) و اسید (HNO_3) به ترتیب ۱۰ و ۱۲ است و با هم برابر نمی‌باشد. ✗

۲) ببینیم:

$$0/75\ mol\ \underbrace{Cu_2S}_{\text{نمک}} \times \frac{1\ mol\ \overbrace{CuSO_4}^{\text{نمک دارای سولفات}}}{1\ mol\ Cu_2S} \times \frac{160\ CuSO_4}{1\ mol\ CuSO_4} = 120\ g$$ ✓

۳) در این واکنش، عدد اکسایش هیدروژن تغییر نکرده است! ✗

$$\overset{+1}{Cu_2}\overset{+2}{S} + 12\,\overset{+1}{H}\overset{+2}{N}O_3 \rightarrow \overset{+2}{Cu}(NO_3)_2 + \overset{+2}{Cu}\overset{+6}{S}O_4 + 10\overset{+4}{N}O_2 + 6\overset{+1}{H_2}O$$

۴) فراورده‌های غیرگازی واکنش H_2O، $CuSO_4$ و $Cu(NO_3)_2$ بوده و واکنش‌دهندهٔ جامد آن Cu_2S است:

روش استفاده از کسر تناسب: $1\ mol\ Cu_2S \sim 8\ mol$ فراوردهٔ غیرگازی

$$\frac{\text{جرم}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}_{Cu_2S}} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}_{\text{فراورده‌های غیرگازی}}} \Rightarrow \frac{x}{1\times160} = \frac{\cancel{0/04}}{\cancel{8}} \Rightarrow x = 6/4\ g$$

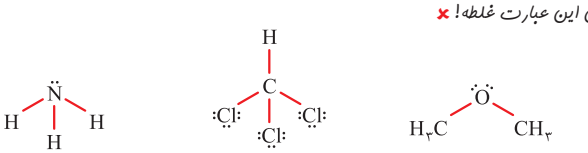
روش استفاده از کسر تبدیل:

$$\times \frac{1\ mol\ Cu_2S}{\cancel{8}\ mol\ \text{فراوردهٔ غیرگازی}} \times \frac{160\ g\ Cu_2S}{1\ mol\ Cu_2S} = 6/4\ g$$ ✗

۶۸- گزینه ۳

با توجه به کلید سازمان سنجش، موارد «ب» و «د» درست‌اند.

بررسی همه موارد: الف) مولکول‌های آمونیاک (NH_3)، کلروفرم ($CHCl_3$) و دی‌متیل اتر (CH_3OCH_3) قطبی بوده و گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر دارند. مولکول هگزان (C_6H_{14}) مولکولی ناقطبی است ولی در کتاب درسی شیمی ۱ می‌خوانیم که گشتاور دوقطبی اغلب هیدروکربن‌ها از جمله هگزان **ناچیز و در حدود صفر است نه صفر!** *پس این عبارت غلط!* ✗

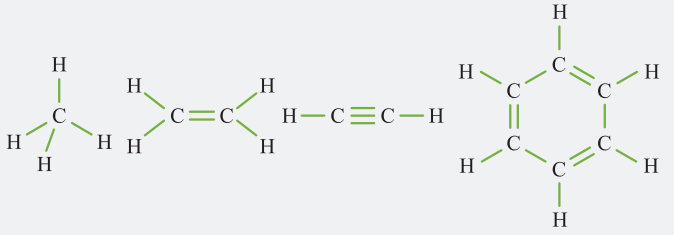


(اتم مرکزی دارای جفت‌الکترون ناپیوندی بوده و مولکول قطبی است.)

(به اتم مرکزی اتم‌های مختلفی متصل است و مولکول قطبی است.)

(اتم مرکزی دارای جفت‌الکترون ناپیوندی بوده و مولکول قطبی است.)

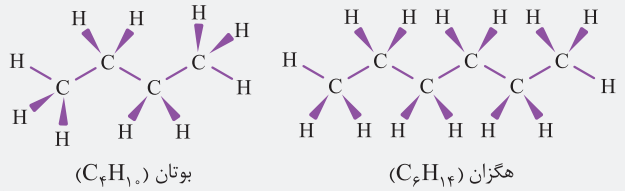
نکته هیدروکربن‌هایی که مولکول آن‌ها مرکز تقارن دارد، یعنی مراکز بارهای مثبت و منفی آن‌ها به طور کامل بر یکدیگر منطبق هستند، گشتاور دوقطبی دقیقاً برابر صفر دارند، مانند متان (CH_4)، اتن (C_2H_4)، اتین (C_2H_2) و بنزن (C_6H_6).



بنزن (C_6H_6) اتین (C_2H_2) اتن (C_2H_4) متان (CH_4)

$\mu = 0$

در مورد هیدروکربن‌هایی مانند بوتان (C_4H_{10}) و هگزان (C_6H_{14}) که مراکز بارهای مثبت و منفی آن‌ها به طور کامل بر هم منطبق نیست، به دلیل قطبیت ناچیز پیوند C — H، گشتاور دوقطبی دقیقاً برابر صفر نیست و نزدیک به صفر است.

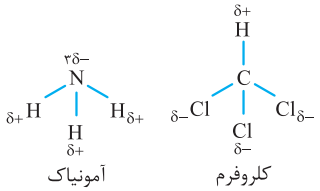


هگزان (C_6H_{14}) بوتان (C_4H_{10})

$\mu \simeq 0$

ب) در دمای اتاق، هگزان و کلروفرم مایع و آمونیاک و دی‌متیل اتر گاز هستند؛ *پس این عبارت درسته!* ✓

ج) بار جزئی اتم‌های جانبی در مولکول آمونیاک (Hها) مثبت است ولی اتم‌های جانبی در مولکول کلروفرم، H و Cl هستند که نسبت به اتم مرکزی C، به ترتیب خلصت نافلزی کم‌تر و بیشتری دارند؛ بنابراین بار جزئی اتم H در مولکول کلروفرم مثبت و بار جزئی اتم Cl در آن منفی است؛ پس این عبارت غلطه! ✗



آمونیاک کلروفرم

د)

نکته اگر در مولکولی اتم H با یکی از اتم‌های FON پیوند کووالانسی داشته باشد، بین اتم H شدیداً مثبت از یک مولکول با یکی از اتم‌های FON شدیداً منفی از مولکول مجاور، نوعی جاذبهٔ قوی به نام پیوند هیدروژنی به وجود می‌آید.

قوی‌ترین نیروی جاذبهٔ بین مولکولی، پیوند هیدروژنی است. در بین مولکول‌های داده‌شده، فقط در آمونیاک به دلیل داشتن H متصل به N، پیوند هیدروژنی بین مولکول‌ها برقرار است. *پس این عبارت درسته!* ✓

تله قطعاً عبارت الف این سؤال خیلی از بچه‌ها رو تو دام انداخته.
اگر به قیدها و متن کتاب درسی دقت کافی نداشته باشی و تمام عبارت‌های سؤال رو به دقت نخونی، در این سؤال به راحتی ۱ رو به اشتباه انتخاب می‌کنی.

۶۹- گزینه ۱

نکته برای تبدیل انحلال‌پذیری (S) یک ماده و درصد جرمی محلول سیرشدهٔ آن (a) به یکدیگر در دمای معین، می‌توانیم از رابطهٔ مقابل استفاده کنیم: $a = \frac{S}{S+100} \times 100$

گام برای قسمت اول سؤال می‌توان گفت محلول ۲۰ درصد جرمی از یک نمک در آب، یعنی در ۱۰۰ گرم از این **محلول**، ۲۰ گرم نمک و ۸۰ = ۲۰ − ۱۰۰ گرم آب وجود دارد؛ بنابراین جرم نمک قابل حل در ۲۰۰ گرم آب در این دما برابر است با:

$$200\ g\ \text{آب} \times \frac{20\ g\ \text{نمک}}{80\ g\ \text{آب}} = 50\ g\ \text{نمک}$$

گام برای قسمت دوم سؤال می‌تونیم از دو روش استفاده کنیم:

روش استفاده از فرمول تبدیل درصد جرمی به انحلال‌پذیری:

$$\underset{\text{درصد جرمی}}{a} = \frac{S}{S+100} \times 100 \Rightarrow 20 = \frac{S}{S+100} \times 100$$

$$\Rightarrow 0/2S + 20 = S \Rightarrow 0/8S = 20 \Rightarrow S = 25\ (g/100\ g\ H_2O)$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

به بیشترین مقدار از یک مادهٔ حل‌شونده برحسب گرم که در دمای معین، در ۱۰۰ گرم حلال (آب) حل می‌شود، انحلال‌پذیری آن ماده گفته می‌شود. در محلول ۲۰درصد جرمی نمک در آب، ۲۰ گرم نمک در ۸۰ گرم آب وجود دارد؛ بنابراین داریم:

$$\text{انحلال‌پذیری نمک: } 100\ g\ \text{آب} \times \frac{20\ g\ \text{نمک}}{80\ g\ \text{آب}} = 25\ (g/100\ g\ H_2O)$$

۷۰- گزینه ۲

شفاف‌سازی پس از توقف هم‌زدن مخلوط، A و D از یکدیگر جدا شده و D پایین‌تر از A قرار می‌گیرد؛ بنابراین مخلوط A و D ناهمگن بوده و چگالی D بیشتر از A است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) اگر A یک محلول بود (مثلاً محلول NaCl در آب) و D حلال خالص آن (مثلاً آب)، آن‌ها به صورت همگن در یکدیگر پخش می‌شدند و محلول تشکیل می‌دادند و لایه‌های جدا تشکیل نمی‌دادند. ×

۲) این گزینه درسته! مثلاً مخلوط آب و یخ یک مخلوط ناهمگن است که در آن حالت فیزیکی اجزای مخلوط (D و A) با یکدیگر متفاوت است. ✓

۳) اگر A و D هر دو محلول آبی باشند، از آن‌جا که حلال مشترکی (آب) دارند، باز هم مخلوط آن‌ها یک محلول همگن را می‌سازد و دو لایهٔ مجزا تشکیل نمی‌شود. ×

۴) با توجه به فرمول چگالی و این‌که چگالی مادهٔ D از A بیشتر است، در جرم یکسان از A و D، حجم D باید به یقین کم‌تر از حجم A باشد، نه برعکس! ×

$$\text{یکسان} \rightarrow \text{چگالی} \uparrow = \frac{\boxed{\text{جرم}}}{\text{حجم} \downarrow}$$

مشاوره در این تیپ سؤال‌های کنکور، شما باید با رد گزینه به پاسخ تست برسید. ۴) که تابلو غلطه! برای ۱) و ۳) هم می‌تونیم به راحتی مثال‌های نقض بزنیم که عبارت رو رد کنیم.

۷۱- گزینه ۴

گام با استفاده از استوکیومتری واکنش، از مول سدیم کلرید تشکیل‌شده در واکنش به غلظت مولی کلسیم کلرید مصرفی در واکنش می‌رسیم.

$$3CaCl_2(aq) + 2Na_3PO_4(aq) \rightarrow Ca_3(PO_4)_2(s) + 6NaCl(aq)$$

روش استفاده از کسر تناسب:

$$3CaCl_2 \sim 6NaCl$$

$$\frac{\text{حجم} \times \text{غلظت مولی}}{\text{ضریب}}_{CaCl_2} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}_{NaCl} \Rightarrow \frac{x \times 0/8}{3} = \frac{0/72}{6} \Rightarrow x = \frac{0/9}{2} = 0/45 \ mol.L^{-1}$$

(غلظت مولی $CaCl_2$)

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$0/72 \ mol\,NaCl \times \frac{3 \ mol\,CaCl_2}{6 \ mol\,NaCl} \times \frac{1}{0/8 \ L \ \text{محلول } CaCl_2} = 0/45 \ mol.L^{-1}$$

گام با توجه به این‌که در هر مول کلسیم کلرید ($CaCl_2$)، ۳ مول یون (۱ مول Ca^{2+} و ۲ مول Cl^-) وجود دارد، می‌توان گفت که مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلول آن، ۳ برابر غلظت محلول است.

(غلظت مولی محلول) ۳ = مجموع غلظت مولی یون‌ها ⇒ محلول $CaCl_2$

$$\Rightarrow \text{مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلول آغازی } CaCl_2 = 3 \times 0/45 = 1/35 \ mol.L^{-1}$$

دقت کنید که حجم داده‌شدهٔ محلول Na_3PO_4 در سؤال هم، *سرکاری بود!*

۷۲- گزینه ۱

نکته به ترکیب‌هایی که فرمول مولکولی یکسان اما ساختار متفاوت دارند، ایزومر یا هم‌پار گفته می‌شود.

شفاف‌سازی فرمول مولکولی هگزن (پنجمین عضو خانوادهٔ آلکن‌ها)، C_6H_{12} است. ترکیب آلی غیرحلقوی یا زنجیره‌ای با فرمول مولکولی مشابه هگزن، یکی از ایزومرهای زنجیره‌ای هگزن با یک پیوند دوگانه است.

با توجه به توضیحات داده‌شده در بخش شفاف‌سازی، ترکیب مورد نظر یکی از ایزومرهای زنجیره‌ای هگزن، یعنی یک آلکن است. آلکن‌ها هم، هیدروکربن‌هایی سیرنشده با یک پیوند دوگانهٔ $C=C$ هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۲) برای C_6H_{12}، ساختارهای متفاوت راست‌زنجیر (بدون شاخه) و شاخه‌دار آلکنی می‌توان رسم کرد، ببینید:

مثال‌هایی از ایزومرهای بدون شاخهٔ هگزن:

(۱) $C=C-C-C-C-C$

(۲) $C-C-C=C-C-C$

مثال‌هایی از ایزومرهای شاخه‌دار هگزن:

(۳) $C=C-\underset{\underset{C}{|}}{C}-C-C$

(۴) $C-\underset{\underset{C}{|}}{C}=\underset{\underset{C}{|}}{C}-C$

۳) و ۴) شمار پیوندهای $C-H$ در ساختار هیدروکربن‌ها برابر با تعداد اتم‌های هیدروژن آن‌ها است. با توجه به فرمول مولکولی هگزن (C_6H_{12})، این ترکیب در همهٔ ساختارهای خود، ۱۲ اتم H و ۱۲ پیوند $C-H$ دارد. از طرفی در همهٔ ساختارهای آلکنی C_6H_{12}، ۱ پیوند دوگانهٔ $C=C$ و ۴ پیوند یگانهٔ $C-C$ وجود دارد؛ بنابراین شمار پیوندهای یگانهٔ $C-C$ در این ترکیب، نصف تعداد اتم‌های هیدروژن یا نصف پیوندهای $C-H$ در آن نیست ($\frac{1}{2} \neq \frac{4}{12}$).

نکته در ساختار یک آلکن n‌کربنی (C_nH_{2n})، $(n-1)$ پیوند کربن ـ کربن وجود دارد که ۱ پیوند آن دوگانه ($C=C$) و در نتیجه $(n-2)$ پیوند آن یگانه ($C-C$) است.

۷۳- گزینه ۴

ارزش سوختی مقدار گرمای آزادشده به ازای سوختن ۱ گرم سوخت است؛ پس اگر بخواهیم مقدار گرمای آزادشده به ازای سوختن m گرم سوخت را به دست آوریم، کافی است m را در ارزش سوختی ضرب کنیم: ارزش سوختی × جرم سوخت = مقدار گرمای آزادشده

با توجه به این‌که مقدار گرمای تولیدشده در سوختن چربی ناخالص دو برابر زغال‌سنگ ناخالص است، خواهیم داشت:

$$Q_{\text{چربی}} = 2Q_{\text{زغال‌سنگ}} \Rightarrow \text{ارزش سوختی چربی} \times \underbrace{\frac{80}{100}}_{\text{درصد خلوص چربی}} \times \text{جرم ناخالص چربی} = 2(\text{ارزش سوختی زغال‌سنگ} \times \underbrace{\frac{50}{100}}_{\text{درصد خلوص زغال‌سنگ}} \times \text{جرم ناخالص زغال‌سنگ})$$

$$\Rightarrow m_{\text{چربی}} \times \frac{80}{100} \times 39 = 2\left(m_{\text{زغال‌سنگ}} \times \frac{50}{100} \times 30\right) \Rightarrow \frac{m_{\text{زغال‌سنگ}}}{m_{\text{چربی}}} = \frac{0/8 \times 39}{30} = 1/04$$

۷۴- گزینه ۳

نکته با توجه به مطالب آورده‌شده در کتاب درسی شیمی ۲، می‌توان ترتیب واکنش‌پذیری برخی از عنصرها را به صورت زیر در نظر گرفت:

واکنش‌پذیری و دشواری استخراج: فلزهای قلیایی خاکی > Al > Zn > Fe > Cu > Ag

پتاسیم (K) یکی از فلزهای قلیایی و نقره (Ag)، مس (Cu) و روی (Zn) هر سه، از فلزات واسطهٔ جدول تناوبی هستند. هر چه واکنش‌پذیری فلزی بیشتر باشد، استخراج آن دشوارتر است؛ مقایسهٔ واکنش‌پذیری چهار فلز مورد نظر به صورت زیر است:

واکنش‌پذیری و دشواری استخراج: $K > Zn > Cu > Ag$

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) تمایل برای تبدیل‌شدن به کاتیون در واقع نشانهٔ واکنش‌پذیری یک فلز است. کم‌ترین واکنش‌پذیری و در نتیجه کم‌ترین تمایل برای تبدیل‌شدن به کاتیون در بین فلزهای مورد نظر، مربوط به نقره (Ag) است.

۲) هر چه واکنش‌پذیری فلزی کم‌تر باشد، تمایل آن برای واکنش‌دادن و تبدیل‌شدن به ترکیب کم‌تر است؛ بنابراین تأمین شرایط نگه‌داری آن آسان‌تر است. نقره (Ag) کم‌ترین واکنش‌پذیری را داشته و در شرایط یکسان، نگه‌داری آن آسان‌تر است.

۴) هر چه واکنش‌پذیری فلزی بیشتر باشد، تمایل آن برای تبدیل‌شدن به ترکیب بیشتر است و به عبارتی ترکیب‌هایش پایدارتر از خودش هستند. پتاسیم (K) بیشترین واکنش‌پذیری را داشته و ترکیب‌های آن پایدارتر است.

۷۵- گزینه ۲

نکته آلکان‌ها (C_nH_{2n+2}) هیدروکربن‌هایی سیرشده‌اند و با گاز هیدروژن واکنش نمی‌دهند، در حالی که آلکن‌ها (C_nH_{2n}) و آلکین‌ها (C_nH_{2n-2})، هیدروکربن‌هایی سیرنشده‌اند (دارای پیوندهای $C=C$ و $C\equiv C$ هستند) و هر مول آن‌ها به ترتیب با ۱ و ۲ مول گاز هیدروژن واکنش داده و به هیدروکربن‌های سیرشده (آلکان‌ها) تبدیل می‌شوند.

واکنش آلکن‌ها با H_2: $C_nH_{2n} + H_2 \rightarrow C_nH_{2n+2}$

واکنش آلکین‌ها با H_2: $C_nH_{2n-2} + 2H_2 \rightarrow C_nH_{2n+2}$

گام ابتدا مقدار گاز هیدروژن مصرف‌شده را محاسبه می‌کنیم.

متان (CH_4) هیدروکربنی سیرشده است و با گاز هیدروژن (H_2) واکنش نمی‌دهد، در حالی که پروپین (آلکین سه‌کربنی)، طبق معادلهٔ زیر با گاز هیدروژن واکنش داده و سیر می‌شود:

$$C_3H_4(g) + 2H_2(g) \rightarrow C_3H_8(g)$$

میزان افزایش جرم مخلوط به دلیل مقدار گاز H_2 جذب‌شده و واکنش داده شده با گاز پروپین است:

$$\text{جرم } H_2 = \text{میزان افزایش جرم مخلوط} = \frac{7/5}{100} \times 32 = 2/4\ g\,H_2$$

گام به کمک جرم H_2 مصرفی می‌توانیم به مقدار جرم پروپین و متان در مخلوط اولیه برسیم.

$$\text{جرم } C_3H_4: 2/4\ g\,H_2 \times \frac{1\ mol\,H_2}{2\ g\,H_2} \times \frac{1\ mol\,C_3H_4}{2\ mol\,H_2} \times \frac{40\ g\,C_3H_4}{1\ mol\,C_3H_4} = 24\ g\,C_3H_4$$

$$\text{جرم } CH_4 = \text{جرم مخلوط} - \text{جرم } C_3H_4 = 32 - 24 = 8\ g\,CH_4$$

گام حالا به راحتی با داشتن جرم متان در مخلوط اولیه و حجم ظرف می‌توانیم غلظت مولی آغازی متان را در ظرف واکنش محاسبه کنیم.

$$\text{غلظت مولی آغازی متان} = \frac{\text{مول متان}}{\text{حجم ظرف}} = \frac{\frac{8\ g}{16\ g.mol^{-1}}}{2\ L} = 0/25\ mol.L^{-1}$$

۷۶- گزینه ۴

شفاف‌سازی سؤال پرسیده که در کدام دو گروه از ترکیب‌های آلی، نسبت جرم اتم‌های کربن به هیدروژن با افزایش شمار اتم‌های کربن ثابت است، این یعنی نسبت شمار اتم‌های کربن به هیدروژن در فرمول عمومی کدام دو ترکیب آلی یکسان و با هم برابر است:

$$\frac{\text{جرم C}}{\text{جرم H}} = \text{ثابت} \xrightarrow{\text{جرم مولی} \times \text{مول} = \text{جرم}} \frac{\overbrace{\text{جرم مولی C}}^{12} \times \text{مول C}}{\underbrace{\text{جرم مولی H}}_{1} \times \text{مول H}} = \text{ثابت}$$

$$\xrightarrow{\text{شمار اتم} \sim \text{مول اتم}} \frac{\text{مول C}}{\text{مول H}} \equiv \frac{\text{شمار اتم‌های C}}{\text{شمار اتم‌های H}} = \text{ثابت}$$

درس‌نامه در جدول زیر فرمول عمومی و ویژگی کلی همهٔ ترکیب‌های آلی که تا الان خوندین رو براتون آوردیم:

نام خانواده	ویژگی	فرمول عمومی	شمار اتم‌های کربن ساده‌ترین عضو
آلکان	هیدروکربنی که همهٔ پیوندها در آن یگانه است.	C_nH_{2n+2}	۱
آلکن	هیدروکربنی که دارای یک پیوند $C=C$ است.	C_nH_{2n}	۲
آلکین	هیدروکربنی که دارای یک پیوند $C\equiv C$ است.	C_nH_{2n-2}	۲
سیکلوآلکان	هیدروکربن حلقوی که همهٔ پیوندها در آن یگانه است.	C_nH_{2n}	۳
الکل	ترکیب آلی اکسیژن‌داری که دارای گروه عاملی هیدروکسیل ($-OH$) است: ROH	اگر R زنجیر آلکیل باشد: $C_nH_{2n+2}O$ یا $C_nH_{2n+1}OH$	۱
اتر	ترکیب آلی اکسیژن‌داری که دارای گروه عاملی اتری ($-O-$) است. $R-O-R'$ (R و R′ فقط گروه کربنی هستند.)	اگر R و R′، آلکیل باشند: $C_nH_{2n+2}O$	۲
آلدهید	ترکیب آلی اکسیژن‌داری که دارای گروه عاملی آلدهیدی ($-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-H$) است. $R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-H$ (R هیدروژن یا گروه کربنی)	اگر R، هیدروژن یا آلکیل باشد: $C_nH_{2n}O$	۱
کتون	ترکیب آلی اکسیژن‌داری که دارای گروه عاملی کربونیل ($-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-$) است. $R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-R'$ (R و R′ فقط گروه هیدروکربنی)	اگر R و R′، آلکیل باشند: $C_nH_{2n}O$	۳
کربوکسیلیک اسید	ترکیب آلی اکسیژن‌داری که دارای گروه عاملی کربوکسیل ($-COOH$) است. $R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH$ (R: هیدروژن یا گروه کربنی)	اگر R، هیدروژن یا آلکیل باشد: $C_nH_{2n}O_2$	۱
استر	ترکیب آلی اکسیژن‌داری که دارای گروه عاملی استری ($-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-$) است. $R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-R'$ (R هیدروژن یا گروه کربنی ولی R′ فقط گروه کربنی است.)	اگر R و R′، هیدروژن یا آلکیل باشند: $C_nH_{2n}O_2$	۲
آمین	یک ترکیب آلی نیتروژن‌دار است. $R-\underset{R''}{\overset{}{N}}-R'$ (R، R′ و R″ می‌توانند هیدروژن یا گروه کربنی باشند. ولی هر سه همزمان نباید هیدروژن باشند.)	اگر R، R′ و R″ هیدروژن یا آلکیل باشند: $C_nH_{2n+3}N$	۱
آمید	یک ترکیب آلی اکسیژن و نیتروژن دار با گروه عاملی ($-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-\underset{}{\overset{}{N}}-$) است. $R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-\underset{R''}{\overset{}{N}}-R'$ که R، R′ و R″ می‌توانند هیدروژن یا گروه کربنی باشند.	اگر R، R′ و R″ هیدروژن یا آلکیل باشند: $C_nH_{2n+1}NO$	۱

باید فرمول عمومی هر دو گروه ترکیب آلی داده‌شده در گزینه‌ها را بنویسیم تا ببینیم در کدام‌یک، نسبت شمار اتم‌های کربن به هیدروژن دو ترکیب آلی با هم برابر است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) $C_nH_{2n+3}N$ = فرمول عمومی آمین‌ها $\Rightarrow \frac{\text{شمار اتم‌های C}}{\text{شمار اتم‌های H}} = \frac{n}{2n+3}$ ×

$C_nH_{2n+1}NO$ = فرمول عمومی آمیدها $\Rightarrow \frac{\text{شمار اتم‌های C}}{\text{شمار اتم‌های H}} = \frac{n}{2n+1}$

۲) C_nH_{2n} = فرمول عمومی سیکلوآلکان‌ها $\Rightarrow \frac{\text{شمار اتم‌های C}}{\text{شمار اتم‌های H}} = \frac{n}{2n} = \frac{1}{2}$ ×

$C_nH_{2n+1}NO$ = فرمول عمومی آمیدها $\Rightarrow \frac{\text{شمار اتم‌های C}}{\text{شمار اتم‌های H}} = \frac{n}{2n+1}$

۳) C_nH_{2n} = فرمول عمومی آلکن‌ها $\Rightarrow \frac{\text{شمار اتم‌های C}}{\text{شمار اتم‌های H}} = \frac{n}{2n} = \frac{1}{2}$ ×

$C_nH_{2n+3}N$ = فرمول عمومی آمین‌ها $\Rightarrow \frac{\text{شمار اتم‌های C}}{\text{شمار اتم‌های H}} = \frac{n}{2n+3}$

۴) C_nH_{2n} = فرمول عمومی آلکن‌ها، C_nH_{2n} = فرمول عمومی سیکلوآلکان‌ها $\Rightarrow \frac{\text{شمار اتم‌های C}}{\text{شمار اتم‌های H}} = \frac{n}{2n} = \frac{1}{2}$ ✓

۷۷- گزینه ۳

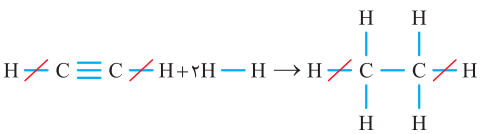
استراتژی اول با استفاده از واکنش چگالش CO_2 (واکنش تبدیل $CO_2(g)$ به $CO_2(s)$) و ΔH داده‌شدهٔ آن، گرمای حاصل از چگالش ۳ مول $CO_2(g)$ رو به دست بیار (Q_2). بعد با استفاده از آنتالپی پیوندهای داده‌شده، ΔH واکنش اتین با گاز هیدروژن (واکنش اول) رو به دست بیار (ΔH_1). در نهایت باید حساب کنی که به ازای مصرف چند گرم اتین در واکنش اول، مقدار گرمای آزادشده در آن برابر با گرمای به‌دست‌آمده در چگالش ۳ مول $CO_2(g)$ (Q_2) می‌شه.

گام ۴ محاسبهٔ مقدار گرمای حاصل از چگالش ۳ مول $CO_2(g)$: طبق معادلهٔ داده‌شده در سؤال، با چگالش ۱ مول CO_2 و تبدیل حالت فیزیکی آن از (g) به (s)، ۲۵ kJ گرما آزاد می‌شود؛ بنابراین گرمای حاصل از چگالش ۳ مول CO_2، برابر $3(-25) = -75$ kJ است.

گام ۳ محاسبهٔ ΔH واکنش اتین با گاز هیدروژن

نکته

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \left[\begin{matrix}\text{مجموع آنتالپی پیوندها}\\ \text{در مواد فراورده}\end{matrix}\right] - \left[\begin{matrix}\text{مجموع آنتالپی پیوندها}\\ \text{در مواد واکنش‌دهنده}\end{matrix}\right]$$



اگر پیوندهای تکراری را از دو طرف معادله حذف کنیم، خواهیم داشت:

$$\Delta H_{(\text{واکنش})} = [\Delta H(C\equiv C) + 2\Delta H(H-H)] - [\Delta H(C-C) + 4\Delta H(C-H)]$$
$$= [(840) + 2(435)] - [(350) + 4(415)] = 1710 - 2010 = -300\ \text{kJ}$$

گام ۲ محاسبهٔ جرم اتین: به ازای واکنش ۱ مول اتین با گاز هیدروژن ۳۰۰ kJ گرما حاصل می‌شود. حالا باید مقدار اتین مصرفی در این واکنش را به ازای آزادشدن ۷۵ kJ گرما حساب کنیم:

$$75\ \text{kJ} \times \frac{1\ \text{mol}\ C_2H_2}{300\ \text{kJ}} \times \frac{26\ \text{g}\ C_2H_2}{1\ \text{mol}\ C_2H_2} = 6/5\ \text{g}\ C_2H_2$$

۷۸- گزینه ۱

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به صورت روبه‌رو است: $A_2(g) + 3D_2(g) \rightarrow 2AD_3(g)$

می‌دانیم که نسبت تغییرات غلظت مواد شرکت‌کننده در یک واکنش، با نسبت ضریب استوکیومتری آن‌ها برابر است. حالا بیایید قسمت اول گزینه‌ها، یعنی نمودارها را بررسی کنیم:

۱) و ۳) ضریب استوکیومتری D_2، ۳ برابر A_2 است؛ پس در بازهٔ زمانی مشخص (۴ دقیقه)، تغییرات غلظت D_2 هم باید ۳ برابر تغییرات غلظت A_2 باشد که در نمودار ۱) برخلاف ۳)، این نسبت درست است.

۱) $\frac{\Delta[D_2]}{\Delta[A_2]} = \frac{(0/6-0/3)}{(0/2-0/1)} = \frac{3}{1} = \frac{3}{1}$ ✓ (طبق نمودار / طبق معادله)

۳) $\frac{\Delta[D_2]}{\Delta[A_2]} = \frac{(0/6-0/3)}{(0/2-0)} = \frac{3}{2} \neq \frac{3}{1}$ × (طبق نمودار / طبق معادله)

۲) و ۴) طبق معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش، ضریب استوکیومتری AD_3، $\frac{2}{3}$ ضریب استوکیومتری D_2 است؛ پس تغییرات غلظت AD_3 هم باید $\frac{2}{3}$ برابر تغییرات غلظت D_2 باشد که در نمودار ۴) برخلاف ۲)، این نسبت درست است.

۲) $\frac{\Delta[AD_3]}{\Delta[D_2]} = \frac{0/1}{(0/6-0/4)} = \frac{1}{2} \neq \frac{2}{3}$ × (طبق نمودار / طبق معادله)

۴) $\frac{\Delta[AD_3]}{\Delta[D_2]} = \frac{0/2}{(0/6-0/3)} = \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$ ✓ (طبق نمودار / طبق معادله)

پس تا این‌جا ۲) و ۳) پَرا!

برای قسمت دوم سؤال، در نمودار هر دو گزینهٔ ۱) و ۴)، غلظت D_2 پس از ۴ دقیقه برابر $0/3\ \text{mol.L}^{-1}$ است که به کمک آن و رسم جدول تغییرات غلظت مواد، می‌توانیم حساب کنیم که پس از ۴ دقیقه، چند مول گاز در ظرف وجود خواهد داشت:

$$A_2(g) + 3D_2(g) \rightarrow 2AD_3(g)$$

غلظت اولیه	۰	۰/۶	۰/۲
تغییر غلظت	+۲x	−۳x	−x
غلظت نهایی	۲x	۰/۶−۳x (۰/۳)	۰/۲−x

غلظت D_2 بعد از ۴ دقیقه $= 0/6 - 3x = 0/3 \Rightarrow x = 0/1$

مجموع غلظت مولی گازها پس از ۴ دقیقه از شروع واکنش $: 0/2 - x + 0/6 - 3x + 2x = 0/8 - 2x$

$\xrightarrow{x=0/1} = 0/6\ \text{mol.L}^{-1}$

$\xrightarrow{V=2\ \text{L}}$ مجموع مول گازها $= 0/6 \times 2 = 1/2\ \text{mol}$

پس جواب شد ۱) و تمام!

۷۹- گزینه ۲

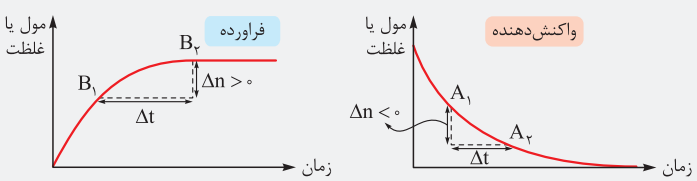
درس‌نامه سرعت مصرف واکنش‌دهنده‌ها و تولید فراورده‌ها در واکنش‌ها

۱) سرعت مصرف یا تولید یک مادهٔ شرکت‌کننده در واکنش را می‌توان برحسب تغییر تعداد مول‌های آن در واحد زمان بیان کرد.

نکته از آن‌جایی که سرعت همواره کمیتی مثبت است، ولی مواد واکنش‌دهنده در حال مصرف‌شدن هستند و Δn آن‌ها منفی می‌باشد، در رابطهٔ سرعت واکنش‌دهنده‌ها یک علامت منفی قرار می‌دهیم، اما در مورد فراورده‌ها، تغییر تعداد مول‌ها عددی مثبت است $(\Delta n > 0)$؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$A \rightarrow B \Rightarrow \bar{R}(A) = \frac{-\Delta n(A)}{\Delta t},\ \bar{R}(B) = +\frac{\Delta n(B)}{\Delta t}$$

۲) در یک واکنش، نمودار «مول یا غلظت ـ زمان» مربوط به فراورده‌ها صعودی و نمودار «مول یا غلظت ـ زمان» مربوط به واکنش‌دهنده‌ها نزولی است.



در مورد فراورده‌ها، شیب نمودار، سرعت متوسط تولید فراورده را نشان می‌دهد، اما در مورد واکنش‌دهنده‌ها از آن‌جا که شیب نمودار، عددی منفی است، قدرمطلق شیب، سرعت متوسط مصرف واکنش‌دهنده‌ها را نشان می‌دهد.

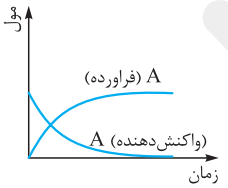
۳
- با گذشت زمان در یک واکنش
  - مقدار واکنش‌دهنده‌ها کاهش می‌یابد.
  - مقدار فراورده‌ها افزایش می‌یابد.
  - سرعت مصرف واکنش‌دهنده‌ها کاهش می‌یابد. ← مقدار قدرمطلق شیب نمودار «مول یا غلظت ـ زمان» کاهش می‌یابد.
  - سرعت تولید فراورده‌ها کاهش می‌یابد. ← مقدار شیب نمودار «مول یا غلظت ـ زمان» کاهش می‌یابد.

۴ سرعت متوسط واکنش از تقسیم سرعت متوسط تولید یا مصرف یک مادهٔ شرکت‌کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن در معادلهٔ موازنه‌شده، به دست می‌آید.

$$aA + bB \rightarrow cC + dD$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}(A)}{a} = \frac{\bar{R}(B)}{b} = \frac{\bar{R}(C)}{c} = \frac{\bar{R}(D)}{d}$$

بررسی گزینه‌ها: ۱ ممکن است واکنش یک‌طرفه و برگشت‌ناپذیر باشد و A یکی از واکنش‌دهنده‌های آن باشد که تمام شده است و یا A، فراورده باشد که با پایان‌یافتن واکنش، مقدار آن ثابت باقی مانده است.

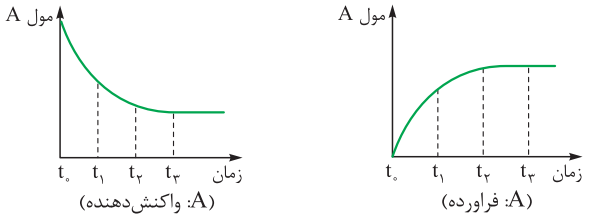


۲ سرعت متوسط واکنش از تقسیم سرعت متوسط تولید یا مصرف یک مادهٔ شرکت‌کننده در واکنش به ضریب استوکیومتری آن در معادلهٔ موازنه‌شده، به دست می‌آید؛ بنابراین اگر سرعت واکنش برابر با $\frac{\Delta n_A}{\Delta t}$ باشد، به علت مثبت‌بودن رابطهٔ سرعت، A فراوردهٔ واکنش با ضریب استوکیومتری ۱ در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش است.

$$bB \rightarrow aA$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{+\Delta n_A}{a\Delta t} \xrightarrow{a=1} = \frac{\Delta n_A}{\Delta t}$$

۳ با توجه به این‌که با گذشت زمان، سرعت واکنش و در نتیجه شیب نمودار مول ـ زمان چه برای مواد واکنش‌دهنده و چه فراورده کاهش می‌یابد، A می‌تواند واکنش‌دهنده یا فراورده باشد. (البته طراح محترم این‌جا باید می‌گفت قدر مطلق شیب نمودار. چی بگیم! تقصیر ما نیست!)



۴ *چه ربطی داره؟!* اگر شیب نمودار برای مادهٔ A، ۲ برابر شیب نمودار برای مادهٔ D باشد، A و D می‌توانند دو واکنش‌دهنده یا دو فراورده یا یک واکنش‌دهنده و یک فراورده باشند ولی سرعت متوسط تولید یا مصرف مادهٔ A، ۲ برابر D بوده و در نتیجه در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش نسبت ضریب استوکیومتری A به D برابر ۲ است.

مشاوره از نظر علمی هر دو گزینهٔ ۲ و ۳ می‌توانند درست باشند. با توجه به کلید سنجش، منظور طراح در ۳، قدرمطلق شیب نمودارها بوده که متأسفانه در متن آورده نشده. در برخورد با این موارد سر جلسهٔ آزمون باید فرض رو بر خطای طراح بگذارید و صحیح‌ترین گزینهٔ بی قید و شرط رو انتخاب کنید. چی بگیم دیگه!

۸۰- گزینهٔ ۴

با توجه به این‌که در اتم عنصر X، زیرلایهٔ 3d و در اتم عنصر Y، زیرلایهٔ 4p در حال پرشدن است، عنصرهای X و Y به ترتیب متعلق به دسته‌های d و p هستند.

$$X:[{}_{18}Ar]3d^a 4s^x \quad , \quad Y:[{}_{18}Ar]3d^{10}4s^2 4p^b$$

چند حالت وجود دارد که تفاوت a و b برابر ۷ می‌شود:

$$a=8, b=1 \xrightarrow{(1)} X:[{}_{18}Ar]\underline{3d^8}4s^2, Y:[{}_{18}Ar]3d^{10}4s^2\underline{4p^1}$$

$$\Rightarrow \text{تفاوت عدد اتمی} = 31-28 = 3$$

$$a=10, b=3 \begin{cases} \xrightarrow{(2)} X:[{}_{18}Ar]\underline{3d^{10}}4s^1, Y:[{}_{18}Ar]3d^{10}4s^2\underline{4p^3} \\ \Rightarrow \text{تفاوت عدد اتمی} = 33-29 = 4 \\ \xrightarrow{(3)} X:[{}_{18}Ar]\underline{3d^{10}}4s^2, Y:[{}_{18}Ar]3d^{10}4s^2\underline{4p^3} \\ \Rightarrow \text{تفاوت عدد اتمی} = 33-30 = 3 \end{cases}$$

کم‌ترین تفاوت عدد اتمی دو عنصر X و Y، مربوط به حالت‌های ۱ و ۳ بوده که برابر ۳ است.

مشاوره این سؤال، جزء سؤال‌های تحلیلی، معمایی است که در عین سادگی ممکنه زمان زیادی رو سر جلسه ازتون بگیره، شما باید با حل این تیپ سؤال‌ها در کتاب‌های کمک آموزشی و آزمون‌های آزمایشی، مهارتتون رو در حل این سؤال‌ها بالا ببرید.

۸۱- گزینهٔ ۱

نکته نسبت سرعت متوسط تولید یا مصرف مواد در یک واکنش، با نسبت ضرایب استوکیومتری آن‌ها در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش برابر است: $aA + bB \rightarrow cC + dD$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}(A)}{a} = \frac{\bar{R}(B)}{b} = \frac{\bar{R}(C)}{c} = \frac{\bar{R}(D)}{d}$$

بررسی گزینه‌ها: ۱ طبق معادلهٔ واکنش، سرعت مصرف گاز N_2O_5، در گسترهٔ زمانی ۱۰ تا ۳۰ ثانیه، باید $\frac{1}{2}$ سرعت تولید گاز NO_2 در این بازه باشد؛ بنابراین داریم:

$$2N_2O_5(g) \rightarrow 4NO_2(g) + O_2(g)$$

$$\frac{\bar{R}_{N_2O_5}}{2} = \frac{\bar{R}_{NO_2}}{4} \Rightarrow \bar{R}_{N_2O_5} = \frac{1}{2}\bar{R}_{NO_2} = \frac{1}{2}\times 5/4 = 2/7\ \text{mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$$

$$\bar{R}_{N_2O_5} = 2/7\ \frac{\text{mol}}{\text{L.min}} \times 2\ \text{L} \times \frac{1\ \text{min}}{60\ \text{s}} = 0/09\ \text{mol.s}^{-1}$$

حالا باید ببینیم که آیا با مقادیر n_1 و n_3 داده‌شده در این گزینه هم، به عدد ۰/۰۹ برای سرعت مصرف N_2O_5 می‌رسیم یا نه!

$$\bar{R}_{N_2O_5} = \left|\frac{\Delta n(N_2O_5)}{\Delta t}\right| = \frac{(2/2-0/4)\ \text{mol}}{(30-10)\ \text{s}} = \frac{1/8}{20} = 0/09\ \text{mol.s}^{-1}$$ ✓

۲ اگر سرعت متوسط مصرف N_2O_5 را بر ضریب استوکیومتری آن تقسیم کنیم، سرعت متوسط واکنش به دست می‌آید:

$$\bar{R}_{N_2O_5} = \frac{|\Delta n(N_2O_5)|}{\Delta t} = \frac{(1/2)\ \text{mol}}{(20-10)\ \text{s}} \times \frac{1}{2\ \text{L}} = 0/06\ \text{mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{N_2O_5}}{2} = \frac{0/06}{2} = 0/03\ \text{mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$$ ×

۳ با توجه به نمودار، اگر n_2 برابر ۱ باشد، طی ۲۰ ثانیه، ۳ − ۱ = ۴ مول N_2O_5 مصرف شده است. طبق معادله و استوکیومتری واکنش، مجموع مول و غلظت فراورده‌ها در ثانیهٔ ۲۰ برابر است با:

$$2N_2O_5 \sim \underbrace{4\ \text{mol}\ NO_2 + 1\ \text{mol}\ O_2}_{\text{۵ مول فراورده}}$$

$$3\ \text{mol}\ N_2O_5 \times \frac{\text{۵ mol فراورده}}{2\ \text{mol}\ N_2O_5} = 7/5\ \text{mol فراورده}$$

(مجموع مول فراورده‌ها در ثانیهٔ ۲۰)

$$\text{مجموع غلظت مولی فراورده‌ها در ثانیهٔ ۲۰} : \frac{7/5\ \text{mol فراورده}}{2\ \text{L (حجم ظرف)}} = 3/75\ \text{mol.L}^{-1}$$ ×

۴ طبق معادلهٔ موازنه‌شده و استوکیومتری واکنش، با انجام کامل واکنش، تعداد مول‌های گازی درون ظرف از ۲ مول به ۵ مول می‌رسد؛ بنابراین به ازای هر مقدار مول اولیهٔ N_2O_5، پس از کامل‌شدن واکنش، نسبت شمار مول‌های گازی در پایان واکنش به شمار مول‌های گازی در آغاز واکنش، برابر $\frac{5}{2} = 2/5$ است.

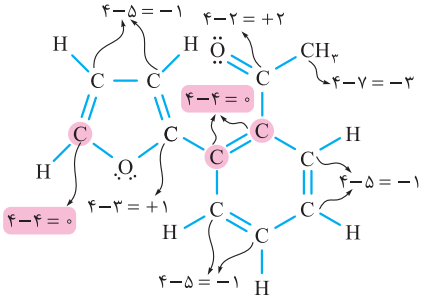
$$\underbrace{2N_2O_5(g)}_{\text{۲ مول گاز}} \rightarrow \underbrace{4NO_2(g) + O_2(g)}_{\text{۵ مول گاز}}$$

شمار مول گازی در پایان		شمار مول گازی در آغاز
۵	~	۲
۱۰	~	۴

$$\Rightarrow \frac{\text{شمار مول‌های گازی در پایان واکنش}}{\text{شمار مول‌های گازی در آغاز واکنش}} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2/5$$ ×

۸۲- گزینه ۴

ساختار گستردهٔ ترکیب و عدد اکسایش اتم‌های کربن در آن به صورت مقابل است:



ترکیب داده‌شده دارای ۲ اتم اکسیژن است. هر اتم اکسیژن در ساختار ترکیب‌های آلی دارای ۲ جفت الکترون ناپیوندی است؛ بنابراین شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی روی اتم‌ها در این ترکیب ۴ جفت است. از طرفی ۳ اتم کربن هایلایت‌شده در شکل، دارای عدد اکسایش صفر هستند و نسبت $\frac{۴}{۳} \neq ۲$!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) گروه $-COCH_۳$ () متصل به حلقهٔ بنزنی در ترکیب، شامل گروه عاملی کربونیل ($-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-$) و گروه متیل ($-CH_۳$) است.

۲) ترکیب مورد نظر، ۱۰ اتم هیدروژن دارد که همهٔ آن‌ها به اتم کربن متصل‌اند؛ بنابراین ترکیب دارای ۱۰ پیوند $C-H$ است. از طرفی در ساختار ترکیب، ۷ پیوند $C-C$ وجود دارد:

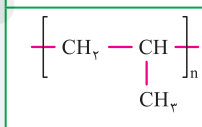
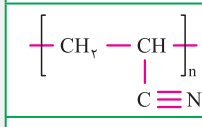
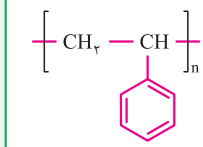
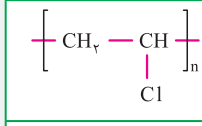
$$\text{(شمار پیوندهای } C-H\text{)} - \text{(شمار پیوندهای } C-C\text{)} = ۱۰ - ۷ = ۳$$

۳) فرمول مولکولی ترکیب، $C_{۱۲}H_{۱۰}O_۲$ است و ۱۰ اتم H و ۲ اتم O دارد:

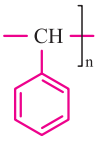
$$\frac{\text{مجموع جرم اتم‌های O}}{\text{مجموع جرم اتم‌های H}} = \frac{۲(۱۶)}{۱۰(۱)} = ۳/۲$$

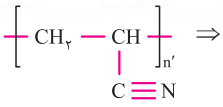
۸۳- گزینه ۳

درس‌نامه پلی‌اتن و مشتقات آن

پلیمر	فرمول	ساختار
پلی‌اتن	$(C_۲H_۴)_n$	$(CH_۲-CH_۲)_n$
پلی‌پروپن	$(C_۳H_۶)_n$	
پلی‌سیانواتن	$(C_۳H_۳N)_n$	
پلی‌استیرن	$(C_۸H_۸)_n$	
پلی‌وینیل‌کلرید	$(C_۲H_۳Cl)_n$	
تفلون	$(CF_۲-CF_۲)_n$	$(C_۲F_۴)_n$

در واحد تکرارشوندهٔ پلی‌استیرن، ۳ پیوند دوگانه و در واحد تکرارشوندهٔ پلی‌سیانو اتن، ۱ پیوند سه‌گانه وجود دارد. اگر شمار واحدهای تکرارشونده در این پلیمرها را به ترتیب n و n' در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

پلی‌استیرن:  ⇒ شمار پیوندهای دوگانه $= ۳n$

پلی‌سیانو اتن:  ⇒ شمار پیوندهای سه‌گانه $= ۱ \times n'$

فرض سؤال: $\left(\begin{array}{c}\text{شمار پیوندهای سه‌گانه}\\ \text{در هر زنجیر پلی‌سیانو اتن}\end{array}\right) = ۲ \left(\begin{array}{c}\text{شمار پیوندهای دوگانه}\\ \text{در هر زنجیر پلی‌استیرن}\end{array}\right)$

$$\Rightarrow n' = ۲(۳n) \Rightarrow n' = ۶n$$

$$\xrightarrow{\text{طبق فرض سؤال، اگر } n'=۱۸۰۰۰ \text{ باشد}} ۱۸۰۰۰ = ۶n \Rightarrow n = ۳۰۰۰$$

جرم مولی $(C_۸H_۸)_n$ = $n \times$ جرم مولی $C_۸H_۸$

$$= ۳۰۰۰ \times ۱۰۴ = ۳۱۲۰۰۰ \text{ g} = ۳/۱۲ \times ۱۰^۵ \text{ g}$$

۸۴- گزینه ۱

استراتژی به کمک pH، $[H^+]$ و بعد $[OH^-]$ در محلول رو محاسبه کن. از آن‌جا که DOH یک باز ضعیف یک‌ظرفیتی است، از طریق فرمول $[OH^-] = M\alpha$، با داشتن $[OH^-]$ و α، غلظت اولیهٔ محلول باز (M) رو به دست بیار. حالا با داشتن غلظت اولیهٔ باز (M)، حجم محلول و جرم مولی حل‌شونده، جرم حل‌شونده یعنی همان جرم DOH حل‌شده در محلول را حساب کن و در نهایت با داشتن جرم اولیهٔ باز و جرم حل‌شدهٔ اون در آب، قسمت اول خواستهٔ سؤال رو به دست بیار. برای قسمت دوم، با توجه به فرمول غلظت مولی، با داشتن $[H^+]$ می‌تونی حساب کنی که در ۵۰۰ میلی‌لیتر از حجم این محلول، چند مول یون $H^+ (H_۳O^+)$ وجود دارد.

گام به کمک pH محلول، غلظت اولیهٔ باز (M) را حساب می‌کنیم:

$$[H^+] = ۱۰^{-pH} = ۱۰^{-۱۰/۳} = ۱۰^{-۱۱} \times ۱۰^{۰/۷} \xrightarrow{\log ۵ = ۰/۷} = ۵ \times ۱۰^{-۱۱} \text{ mol.L}^{-۱}$$

در دمای اتاق $\Rightarrow [H^+][OH^-] = ۱۰^{-۱۴} \Rightarrow [OH^-] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{۵ \times ۱۰^{-۱۱}} = ۲ \times ۱۰^{-۴} \text{ mol.L}^{-۱}$

DOH باز ضعیف یک‌ظرفیتی $\Rightarrow [OH^-] = M\alpha$

$$\xrightarrow[\Rightarrow \alpha = \frac{۱}{۱۰۰} = ۱۰^{-۲}]{\text{درصد یونش باز} = ۱} M = \frac{۲ \times ۱۰^{-۴}}{۱۰^{-۲}} = ۲ \times ۱۰^{-۲} \text{ mol.L}^{-۱}$$

گام با توجه به حجم محلول و غلظت اولیهٔ باز (M)، مول و سپس جرم باز DOH حل‌شده در آب را حساب می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{تعداد مول حل‌شونده}}{\text{حجم محلول (L)}}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد مول DOH حل‌شده در آب} = ۲ \text{ L} \times ۲ \times ۱۰^{-۲} \text{ mol.L}^{-۱} = ۴ \times ۱۰^{-۲} \text{ mol}$$

$$\text{جرم DOH حل‌شده در آب} = ۴ \times ۱۰^{-۲} \text{ mol DOH} \times \frac{۲۰۰ \text{ g DOH}}{۱ \text{ mol DOH}} = ۸ \text{ g}$$

گام از ۴۰ گرم باز DOH، ۸ گرم آن در آب حل شده است؛ بنابراین درصد باز حل‌شده در آب برابر است با:

$$\text{درصد DOH حل‌شده در آب} = \frac{\text{جرم DOH حل‌شده}}{\text{جرم اولیهٔ DOH}} \times ۱۰۰ = \frac{۸}{۴۰} \times ۱۰۰ = ٪۲۰$$

گام برای قسمت دوم سؤال، حساب می‌کنیم که در ۵۰۰ میلی‌لیتر از این محلول که $[H_۳O^+]$ در آن برابر ۵×۱۰^{-۱۱} مول بر لیتر است، چند مول یون $H_۳O^+$ وجود دارد:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{مول حل‌شونده}}{\text{حجم محلول (L)}}$$

$$\Rightarrow \text{مول } H_۳O^+ \text{ در محلول} = ۵ \times ۱۰^{-۱۱} \text{ mol.L}^{-۱} \times ۰/۵ \text{ L} = ۲/۵ \times ۱۰^{-۱۱} \text{ mol}$$

۸۵- گزینه ۲

با حل‌شدن هر مول لیتیم اکسید $(Li_۲O)$ در آب، ۴ مول یون و با حل‌شدن هر مول هیدروژن کلرید (HCl) در آب، ۲ مول یون پدید می‌آید؛ پس برای برابربودن شمار یون‌ها در دو محلول، شمار مول‌های لیتیم اکسید حل‌شده، باید نصف شمار مول‌های حل‌شده هیدروژن کلرید باشد:

$$\underbrace{Li_۲O(s)}_{x \text{ mol}} + H_۲O(l) \rightarrow \underbrace{۲Li^+(aq) + ۲OH^-(aq)}_{۴x \text{ mol}}$$

$$\underbrace{HCl(g)}_{۲x \text{ mol}} \xrightarrow{\text{در آب}} \underbrace{H^+(aq) + Cl^-(aq)}_{۴x \text{ mol}}$$

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) هرچند این گزینه هم به صورایی درسته ولی با توجه به این‌که ۲) خیلی درسته، طراح می‌خواسته این عبارت رو غلط بگیره!

احتمالاً یکی از حالت‌های زیر تو ذهن طراح بوده:

◆ اگر هر دو اسید قوی بوده و در نتیجه درجهٔ یونش آن‌ها برابر ۱ باشد، نمی‌توان قدرت اسیدی آن‌ها را با هم مقایسه کرد. می‌دانیم که اسیدهای قوی به طور کامل در آب یونش می‌یابند و غلظت نهایی آن‌ها در محلول برابر صفر است. به کار بردن غلظت تعادلی برای اسیدهای قوی رایج نیست.

◆ اگر هر دو اسید ضعیف باشند، با توجه به برابربودن درجهٔ یونش آن‌ها، برای مقایسهٔ قدرت اسیدی آن‌ها می‌توان از مقایسهٔ $[H^+]$ در محلول آن‌ها یا رابطهٔ ثابت یونش ($K_a = \frac{[H^+]^2}{M-[H^+]}$ یا $K = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha}$) استفاده کرد.

طراح می‌خواسته بگه طبق رابطه‌های $[H^+] = M\alpha$ یا $K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha}$، برای این مقایسه، به غلظت اولیهٔ محلول نیاز است و داشتن غلظت تعادلی کفایت نمی‌کند اما واقعیت اینه که وقتی درجهٔ یونش برابره و غلظت تعادلی اسیدها رو داریم، فوربه‌فور انگار غلظت اولیهٔ محلول‌ها رو هم داریم:

$$[HA]_{\text{تعادلی}} = [HA]_{\text{اولیه}} - \underbrace{[HA]_{\text{یونیدشده}}}_{=[H^+]} = M - M\alpha = M(1-\alpha)$$

$$\underbrace{\frac{[HX]_{\text{تعادلی}}}{[HA]_{\text{تعادلی}}}}_{\text{اینو داریم}} = \frac{M_1(1-\alpha)}{M_2(1-\alpha)} = \underbrace{\frac{M_1}{M_2}}_{\text{پس اینم داریم}} \Rightarrow \underbrace{\frac{[H^+]_1}{[H^+]_2} \text{ یا } \frac{Ka_1}{Ka_2}}_{\text{را داریم}}$$

هر چه غلظت تعادلی اسید بیشتر باشد، غلظت اولیه (M) بیشتر است و در نتیجه K_a اسید بیشتر بوده و اسید قوی‌تر است.

۳) اولاً با اطلاعات داده‌شده، غلظت اولیهٔ محلول باز ضعیف کم‌تر از باز قوی است و $\frac{x}{2} < \frac{x}{1}$، دوماً باز ضعیف XOH به میزان کم‌تری نسبت به باز قوی YOH در آب تفکیک یا یونیده می‌شود؛ پس $[OH^-]$ در این دو محلول، هیچ‌وجه برابر نبوده، از این‌رو pH یکسانی ندارند.

۴) هر دو اسید HCl و HI جزء اسیدهای قوی هستند اما HI جرم مولی بزرگ‌تری دارد؛ بنابراین در جرم یکسان دو اسید و حجم برابر محلول‌ها، غلظت مولی محلول HI کم‌تر بوده، از این‌رو $[H^+]$ در محلول آن کم‌تر می‌باشد و pH آن بیشتر است.

$$\left.\begin{array}{l}\text{مول} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} \\ \text{غلظت مولی} = \frac{\text{مول}}{\text{حجم محلول}}\end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l}[HCl] = \frac{\frac{x}{36/5}\text{ mol}}{0/1\text{ L}} = \frac{10x}{36/5} \\ [HI] = \frac{\frac{x}{128}\text{ mol}}{0/1\text{ L}} = \frac{10x}{128} \Rightarrow \text{pH بیش‌تر}\end{array}$$

حواستون باشه که طبق رابطهٔ $pH = -\log[H^+]$، هر چه $[H^+]$ در محلولی کم‌تر باشد، pH آن محلول بیشتر است.

۸۶- گزینه ۲

شفاف‌سازی منظور از یون‌های باقی‌مانده به حالت محلول، همان Na^+ و Cl^- تولیدشده است.

گام معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به صورت زیر است:

$$2RCOONa(aq) + MgCl_2(aq) \rightarrow (RCOO)_2Mg(s) + 2NaCl(aq)$$

گام از طریق استوکیومتری واکنش جرم مولی رسوب و بعد شمار اتم‌های کربن در مولکول صابون را به دست می‌آوریم:

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\underbrace{2RCOONa}_{\text{صابون}} \sim \underbrace{(RCOO)_2Mg}_{\text{رسوب صابونی}}$$

$$\frac{\text{مول ضریب RCOONa}}{} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب } (RCOO)_2Mg} \Rightarrow \frac{0/06}{2} = \frac{17/7}{1 \times x}$$

$$\Rightarrow x = 590\ g.mol^{-1} \text{ (جرم مولی رسوب صابونی)}$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$0/06\ mol\,RCOONa \times \frac{1\ mol\,(RCOO)_2Mg}{2\ mol\,RCOONa} \times \frac{x}{1\ mol\,(RCOO)_2Mg} = 17/7$$

$$\Rightarrow x = 590\ g.mol^{-1} \text{ (جرم مولی رسوب صابونی)}$$

جرم مولی رسوب صابونی $((RCOO)_2Mg)$

$$= 2(\text{جرم مولی } R) + (\text{جرم مولی } (COO)_2Mg) = 590$$

$$2R = 590 - 112 = 478 \Rightarrow R = 239\ g.mol^{-1}$$

$R = C_nH_{2n+1}$ (زنجیر هیدروکربنی سیرشده (آلکیل))

$$\Rightarrow \text{جرم مولی } R = 12n + 2n + 1 = 239 \Rightarrow 14n = 238 \Rightarrow n = 17$$

$$\Rightarrow RCOONa = C_{17}H_{35}COONa \text{ (فرمول مولکولی صابون)}$$

بنابراین شمار اتم‌های کربن در مولکول صابون ۱۸ اتم کربن (۱۷ کربن در گروه R و ۱ اتم کربن در گروه COONa) است.

گام به کمک تعداد مول صابون، تعداد مول یون‌های Na^+ و Cl^- را حساب می‌کنیم:

$$2RCOONa \sim 2NaCl \sim 4\ mol \text{ یون}$$

$$\text{تعداد مول یون‌ها} = 0/06\ mol\,RCOONa \times \frac{4\ mol \text{ یون}}{2\ mol\,RCOONa} = 0/12\ mol \text{ یون}$$

۸۷- گزینه ۳

هم در همهٔ پاک‌کننده‌های صابونی ($RCOOK$، $RCOONa$ و $RCOONH_4$) و هم در پاک‌کننده‌های غیرصابونی ($RC_6H_4SO_3Na$)، نسبت شمار آنیون به کاتیون برابر ۱ است.

پاک‌کننده‌های صابونی:

- $\underbrace{RCOONH_4, RCOOK}_{\text{صابون‌های مایع}} \Rightarrow \frac{\text{شمار آنیون}}{\text{شمار کاتیون}} = \frac{RCOO^-}{NH_4^+ \text{ یا } K^+} = 1$
- $RCOONa$ (صابون جامد) $\Rightarrow \frac{\text{شمار آنیون}}{\text{شمار کاتیون}} = \frac{RCOO^-}{Na^+} = 1$

پاک‌کنندهٔ غیرصابونی: $RC_6H_4SO_3Na \Rightarrow \frac{\text{شمار آنیون}}{\text{شمار کاتیون}} = \frac{RC_6H_4SO_3^-}{Na^+} = 1$

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) عسل حاوی قندهایی است که در ساختار آن‌ها، شمار قابل توجهی گروه هیدروکسیل ($-OH$) وجود دارد ولی گریس یک هیدروکربن (آلکان ۱۸کربنه، $C_{18}H_{38}$) است و در ساختارش گروه هیدروکسیل نداره!

۲)

نکته مقایسهٔ محلول‌ها، کلوئیدها و سوسپانسیون‌ها به طور خلاصه در جدول زیر آمده است:

نوع مخلوط / ویژگی	سوسپانسیون	کلوئید	محلول
رفتار در برابر نور	نور را پخش می‌کند.	نور را پخش می‌کند.	نور را عبور می‌دهد.
همگن‌بودن	ناهمگن	ناهمگن	همگن
پایداری	ناپایدار است/ ته‌نشین می‌شود.	پایدار است/ ته‌نشین نمی‌شود.	پایدار است/ ته‌نشین نمی‌شود.
ذره‌های سازنده	ذره‌های ریزماده	توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت	یون‌ها یا مولکول‌های مجزا
نمونه‌های مهم	آب گل‌آلود، شربت معده، شربت خاکشیر	هوای آلوده، مه، چسب، شیر، ژله، سس مایونز، رنگ، مخلوط آب، روغن و صابون، خون	مخلوط مس (II) سولفات و آب، آب‌قند، آب‌نمک

مخلوط آب و روغن و صابون کلویید بوده و یک مخلوط ناهمگن است نه همگن! ولی اوره $(CO(NH_2)_2)$ مولکول‌هایی قطبی دارد و در آب محلول (مخلوط همگن) است. در ضمن محلول‌ها پخش نور ندارند و بنابراین فقط مخلوط آب و روغن و صابون نور را پخش می‌کند.

۴) پاک‌کننده‌های غیرصابونی در آب سخت (یعنی آب دارای یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+}) خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ کرده و با این یون‌ها رسوب نمی‌دهند. بنابراین در شست‌وشوی لباس با آن‌ها در آب سخت، رسوب‌های کلسیم و منیزیم یا همان لکه‌های سفیدرنگ روی لباس تشکیل نمی‌شود. (پاک‌کننده‌های صابونی با یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} رسوب تشکیل می‌دهند. $(RCOO)_2Ca(s)$ و $(RCOO)_2Mg(s)$)

۸۸- گزینه ۱

نکته سلول‌های گالوانی در یک نگاه!

نیم‌سلول آند	نیم‌سلول کاتد
قطب منفی	قطب مثبت
در آن نیم‌واکنش اکسایش صورت می‌گیرد.	در آن نیم‌واکنش کاهش صورت می‌گیرد.
E° آن نسبت به E° کاتد، کوچک‌تر است.	E° آن نسبت به E° آند، بزرگ‌تر است.
با گذشت زمان، غلظت کاتیون مربوط به آند در آن زیاد می‌شود.	با گذشت زمان، غلظت کاتیون مربوط به کاتد در آن کم می‌شود.
به طور معمول جرم تیغه کاهش می‌یابد (لاغر می‌شود).	به طور معمول جرم تیغه افزایش می‌یابد (چاق می‌شود).
آنیون‌ها با عبور از دیوارهٔ متخلخل وارد آن می‌شوند.	کاتیون‌ها با عبور از دیوارهٔ متخلخل وارد آن می‌شوند.

گام ۱ ابتدا نیم‌واکنش‌های آندی و کاتدی و معادلهٔ واکنش کلی دو سلول را می‌نویسیم:

«سلول منیزیم ـ نقره»:

آند: $Mg \rightarrow Mg^{2+} + 2e^-$

کاتد: $2(Ag^+ + e^- \rightarrow Ag)$

واکنش کلی: $Mg + 2Ag^+ \rightarrow Mg^{2+} + 2Ag \sim 2e^-$

«سلول منگنز ـ کروم»:

آند: $3(Mn \rightarrow Mn^{2+} + 2e)$

کاتد: $2(Cr^{3+} + 3e^- \rightarrow Cr)$

$3Mn + 2Cr^{3+} \rightarrow 3Mn^{2+} + 2Cr \sim 6e^-$

گام ۲ طبق فرض (۲) سؤال، ۳/۲۴ گرم به جرم کاتد (Ag) در سلول منیزیم ـ نقره اضافه می‌شود؛ یعنی تغییر جرم کاتد در این سلول (+۳/۲۴) گرم است؛ بنابراین می‌توانیم از روی مقدار عددی تغییر جرم کاتد به مقدار عددی تغییر جرم آند (Mg) در این سلول برسیم:

$$\overset{\circ/03}{3/24}\ g\,Ag \times \frac{1\ mol\,Ag}{\cancel{108}\ g\,Ag} \times \frac{1\ mol\,Mg}{2\ mol\,Ag} \times \frac{\overset{12}{24}\ g}{1\ mol\,Mg} = -0/36\ g$$

از جرم آند (Mg) در سلول گالوانی کاسته می‌شود به همین دلیل برای آن علامت منفی گذاشتیم.

گام ۳ حالا طبق فرض (۱) سؤال داریم:

$$\text{طبق فرض (۱) سؤال}: |\Delta m_{Mg}| = \frac{1}{2}\Delta m_{Cr} \Rightarrow \Delta m_{Cr} = 2\times|-0/36| = +0/72\ g$$

حالا که تغییر جرم (افزایش جرم) کاتد (Cr) را در سلول منگنز ـ کروم داریم، به راحتی می‌توانیم تعداد الکترون‌های مبادله‌شده در این سلول را به دست بیاوریم:

$$3\underbrace{Mn}_{\text{آند}} + 2\underbrace{Cr}_{\text{کاتد}}^{3+} \rightarrow 3Mn^{2+} + 2Cr \sim 6\ mole$$

$$\overset{\circ/18}{\cancel{0/72}}\ g\,Cr \times \frac{1\ mol\,Cr}{52\ g\,Cr} \times \frac{\overset{3}{\cancel{6}}\ mole}{\underset{1}{\cancel{2}}\ mol\,Cr} \times \frac{6/02\times10^{23}\ e}{1\ mole} \simeq 2/5\times10^{22}\ e$$

۸۹- گزینه ۴

درس‌نامه مقایسهٔ قدرت کاهندگی و اکسندگی

۱) تمایل فلزها برای از دست دادن الکترون در محلول‌های آبی یکسان نیست. به عبارت دیگر، فلزها قدرت کاهندگی متفاوتی دارند.

۲) اگر قدرت کاهندگی فلز A بیشتر از فلز B باشد، فلز A می‌تواند با محلول حاوی کاتیون‌های فلز B واکنش داده و آن‌ها را به اتم‌های فلزی B کاهش دهد.

$$A > B \Rightarrow \text{قدرت کاهندگی}: \begin{cases} A + B^{m+} \rightarrow \text{انجام می‌شود.} \\ \Rightarrow \text{دمای مخلوط واکنش افزایش می‌یابد.} \\ B + A^{n+} \rightarrow \text{انجام نمی‌شود.} \\ \Rightarrow \text{دمای مخلوط واکنش تغییری نمی‌کند.} \end{cases}$$

۳) **مقایسهٔ قدرت اکسندگی کاتیون‌های دو فلز، برعکس مقایسهٔ قدرت کاهندگی خود فلزها است.** به عبارت دیگر، هر چه فلزی قدرت کاهندگی بیشتری داشته باشد، کاتیون آن، تمایل کم‌تری برای گرفتن الکترون دارد: $A > B \Rightarrow$ قدرت کاهندگی: $A^{n+} < B^{m+}$:قدرت اکسندگی

ابتدا ببینیم از هر ویژگی، چه نتیجه‌ای می‌گیریم:

◆ از بیشتربودن قدرت اکسندگی X^{2+} نسبت به Z^{2+}، نتیجه می‌گیریم که قدرت کاهندگی X از Z کم‌تر است: $Z > X$:قدرت کاهندگی

◆ سه فلز Z، D و X با محلول دارای کاتیون مس واکنش می‌دهند، در حالی که فلز A واکنش نمی‌دهد: $X > Cu > A$ و $Z > D$:قدرت کاهندگی

◆ فلز D با محلول دارای A^{2+} و X^{2+} واکنش می‌دهد اما با محلول دارای کاتیون Z^{2+} واکنش نمی‌دهد: $D < Z \Rightarrow$ قدرت کاهندگی: $Z > D > A$ و X و $D > A$:قدرت کاهندگی

طبق نتیجهٔ اول، ۱ و ۳ پَرا و طبق نتیجهٔ سوم، ۲ پَرا و جواب درست، ۴ است.

۹۰- گزینه ۱

درس‌نامه برای محاسبهٔ عدد اکسایش به کمک ساختار لوویس از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{عدد اکسایش اتم} = \begin{pmatrix}\text{تعداد الکترون‌های}\\ \text{نسبت داده‌شده به اتم}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{تعداد الکترون‌های}\\ \text{ظرفیتی اتم}\end{pmatrix}$$

برای تعیین تعداد الکترون‌های نسبت داده شده به هر اتم، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

آ) همهٔ الکترون‌های ناپیوندی روی هر اتم را به همان اتم نسبت می‌دهیم.

ب) اگر دو اتم متصل به هم یکسان باشند، الکترون‌های پیوندی را به طور مساوی و *عادلانه* بین آن‌ها تقسیم می‌کنیم (از هر جفت‌الکترون پیوندی، یک الکترون به هر اتم نسبت داده می‌شود).

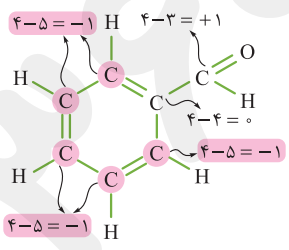
پ) هر جفت‌الکترون پیوندی بین دو اتم متفاوت، به اتمی نسبت داده می‌شود که خصلت نافلزی بیشتری دارد.

نکته مقایسهٔ خصلت نافلزی چند عنصر زیر را بلد باشین:

خصلت نافلزی: $F > O > N > Cl > Br > I > S > C > H$

در بنزآلدهید، عدد اکسایش ۵ اتم کربن، یکسان (برابر ۱-) بوده و مجموع عدد اکسایش دو اتم کربن دیگر، برابر $(+1) + (0) = +1$ است.

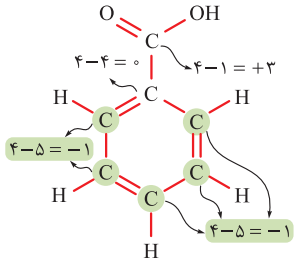
بنزآلدهید (C_7H_6O):



بررسی سایر گزینه‌ها:

۲)

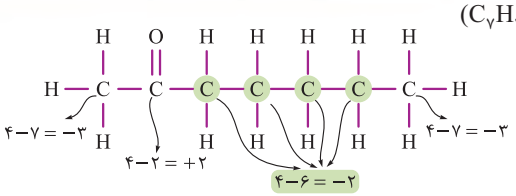
بنزوئیک اسید $(C_7H_6O_2)$:



۵ کربن با عدد اکسایش یکسان $(-1) \Rightarrow$

مجموع عدد اکسایش دو کربن دیگر: $0 + 3 = +3$

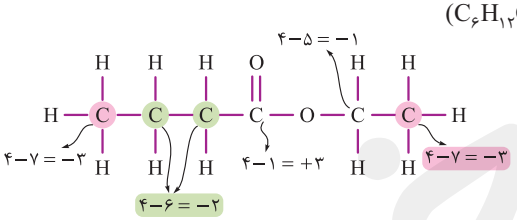
③ ۲ـ هپتانون $(C_7H_{14}O)$



۴ کربن با عدد اکسایش یکسان (-2) $\Rightarrow$

مجموع عدد اکسایش کربن‌های دیگر: $2(-3)+2=-4$

④ اتیل بوتانوات $(C_6H_{12}O_2)$



- ۲ کربن با عدد اکسایش یکسان و -3
- ۲ کربن با عدد اکسایش یکسان و -2
- مجموع عدد اکسایش کربن‌های دیگر: $+3+(-1)=+2$

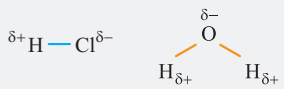
۹۱- گزینه ۳

واژهٔ شبکهٔ بلوری، برای توصیف آرایش **سه‌بعدی** و منظم **اتم‌ها** (مانند فلزها و جامدهای کووالانسی)، **مولکول‌ها** (مانند CO_2) و **یون‌ها** (مانند ترکیب‌های یونی) در حالت جامد به کار می‌رود.

۹۲- گزینه ۲

درس‌نامه علامت بار جزئی اتم‌ها در گونه‌های چندتایی

پیوندهای اشتراکی از طریق به اشتراک گذاشتن الکترون بین اتم‌ها تشکیل می‌شوند و در آن‌ها خبری از انتقال کامل الکترون نیست، اما ممکن است در یک پیوند اشتراکی، *زوج الکترون یک اتم نسبت به اتم دیگه بیشتر باشه و الکترون‌های پیوندی رو بیشتر به سمت خودش بکشه!* در این حالت ما با بارهای **جزئی** منفی و مثبت *سروکار داریم!* در این موارد به اتمی که الکترون‌های پیوندی را بیشتر به سمت خود جذب می‌کند (تراکم بار الکتریکی منفی روی آن بیشتر است)، بار جزئی منفی نسبت داده و آن را با نماد «$-\delta$» (دلتا منفی) نشان می‌دهیم. از طرف دیگر به اتمی که *زورش* کم‌تر و تراکم بار الکتریکی منفی روی آن کم‌تره، بار جزئی مثبت نسبت داده و آن را با نماد «$+\delta$» (دلتا مثبت) نشان می‌دهیم.



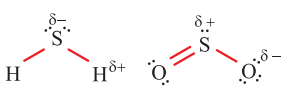
در یک پیوند اشتراکی، هر اتمی که خاصیت نافلزی بیشتری دارد، الکترون‌های پیوندی را بیشتر به سمت خودش می‌کشد و دارای بار جزئی منفی $(-\delta)$ است و اتم دیگر دارای بار جزئی مثبت $(+\delta)$!

در یک دورهٔ جدول تناوبی، از چپ به راست خاصیت نافلزی عنصرها افزایش می‌یابد. مثلاً خاصیت نافلزی کلر $(_{17}Cl)$ از فسفر $(_{15}P)$ بیشتر است. در یک گروه از بالا به پایین خاصیت نافلزی کاهش می‌یابد. مثلاً خاصیت نافلزی گوگرد $(_{16}S)$ از اکسیژن $(_8O)$ کم‌تر است. بهتر است برای این مبحث، مقایسهٔ خاصیت نافلزی چند عنصر را به صورتی که نوشتیم، *بلد باشین*؛

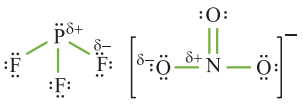
خاصیت نافلزی: $\overset{\delta-}{\underbrace{F>O>N}}>\underbrace{Cl>Br>I}>S\simeq C>P\simeq\overset{\delta+}{H}$

(عناصر FON) (هالوژن‌ها بجز F)

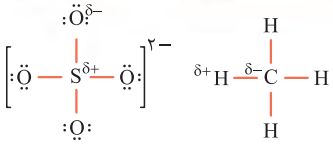
بررسی گزینه‌ها: ① علامت بار جزئی اتم مرکزی در H_2S و SO_2 متفاوت است، زیرا خصلت نافلزی گوگرد از هیدروژن بیشتر و از اکسیژن، کم‌تر است.



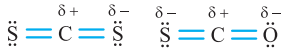
② ساختار لوویس PF_3 و NO_3^- متفاوت است، زیرا اتم مرکزی PF_3 برخلاف NO_3^-، جفت‌الکترون ناپیوندی دارد. با توجه به این‌که خصلت نافلزی P از F و خصلت نافلزی N از O کم‌تر است، بار جزئی اتم مرکزی در هر دو گونه، $+\delta$ می‌باشد.



③ بار جزئی اتم مرکزی در SO_4^{2-}، $+\delta$ و در CH_4، $-\delta$ است.



④ CS_2 و SCO، ساختار لوویس مشابهی دارند.



۹۳- گزینه ۳

شفاف‌سازی مجموع شمار مول‌های گازی در دو طرف معادلهٔ واکنش برابر است و حجم ظرف‌ها، تأثیری در محاسبات ثابت تعادل ندارد.

با بازشدن شیر (I)، تعادل برقرار می‌شود: $K=2/5\times10^{-1}$

$$CF_4 + CO_2 \rightleftharpoons 2COF_2$$

مول اولیه	۱	۱	۰
تغییر مول	$-x$	$-x$	$+2x$
مول تعادلی	$1-x$	$1-x$	$2x$

$$K=\frac{[COF_2]^2}{[CF_4][CO_2]} \Rightarrow \underbrace{2/5\times10^{-1}}_{25\times10^{-2}}=\frac{(2x)^2}{(1-x)^2}$$

از دو طرف جذر می‌گیریم $\rightarrow$ $\underbrace{5\times10^{-1}}_{\frac{1}{2}}=\frac{2x}{1-x}$

$$\Rightarrow 4x=1-x \Rightarrow 5x=1 \Rightarrow x=0/2$$

بنابراین پس از بازشدن شیر (I) و برقراری تعادل، ۰/۸ مول CF_4 و ۰/۸ مول CO_2 $(1-x=1-0/2=0/8)$ و ۰/۴ مول COF_2 $(2x=0/4)$ در ظرف وجود خواهد داشت.

با بازشدن شیر (II)، تعداد مول COF_2 افزایش می‌یابد و طبق اصل لوشاتلیه، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود اما به دلیل ثابت‌بودن دما، مقدار ثابت تعادل واکنش تغییری نمی‌کند.

$K=25\times10^{-2}$

$$CF_4 + CO_2 \rightleftharpoons 2COF_2$$

تعادل اولیه	۰/۸	۰/۸	۰/۴
لحظهٔ اعمال تغییر	۰/۸	۰/۸	$0/4+0/2=0/6$
تغییر نهایی	$0/8+y$	$0/8+y$	$0/6-2y$

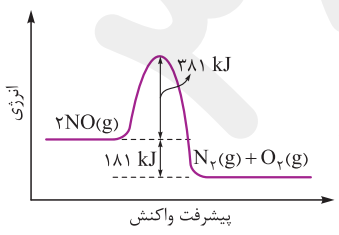
$$K=\frac{(0/6-2y)^2}{(0/8+y)^2}=25\times10^{-2} \xrightarrow{\text{از دو طرف جذر می‌گیریم}} \frac{0/6-2y}{0/8+y}=\underbrace{5\times10^{-1}}_{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow 1/2-4y=0/8+y \Rightarrow 5y=0/4 \Rightarrow y=0/08$$

$$\frac{\text{مجموع شمار مول‌های } CF_4 \text{ و } CO_2}{\text{شمار مول‌های } COF_2}=\frac{2(0/8+y)}{0/6-2y}=\frac{2\times0/88}{0/44}=4$$

۹۴- گزینه ۴

واکنش حذف آلایندهٔ NO در مبدل کاتالیستی $(2NO \rightarrow N_2+O_2)$، گرماده است؛ یعنی سطح انرژی فراورده در آن، پایین‌تر از واکنش‌دهنده‌ها است. از طرفی این واکنش به دلیل انرژی فعال‌سازی بالا، در دماهای بالا بهتر انجام می‌شود.



نکته واکنش‌های انجام‌شده در مبدل‌های کاتالیستی:

۱ واکنش حذف CO و C_xH_y در هر دو نوع مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی و دیزلی:

$2CO(g)+O_2(g) \rightarrow 2CO_2(g), \Delta H<0$:واکنش حذف کربن مونوکسید (سوختن CO در این واکنش، اکسایش می‌یابد.)

:واکنش حذف هیدروکربن‌های نسوخته (سوختن)

$$C_xH_y+(x+\frac{y}{4})O_2(g) \rightarrow xCO_2(g)+\frac{y}{2}H_2O(g), \Delta H<0$$

(C_xH_y در این واکنش، اکسایش می‌یابد.)

۲ واکنش حذف NO در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی:

واکنش حذف گاز نیتروژن مونوکسید (تجزیه):

$$2NO(g) \rightarrow N_2(g) + O_2(g), \Delta H < 0$$

(NO در این واکنش، کاهش می‌یابد.)

۳ واکنش حذف اکسیدهای نیتروژن در مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی

$$NO(g) + NO_2(g) + 2NH_3(g) \rightarrow 2N_2(g) + 3H_2O(g)$$

(اکسیدهای نیتروژن در این واکنش، کاهش می‌یابند.)

۹۵- گزینه ۱

درس‌نامه عوامل مؤثر بر تعادل

عامل			عکس‌العمل تعادل به تغییر	چگونگی تغییر ثابت تعادل (K) با جابه‌جاشدن تعادل
تغییر غلظت		افزایش غلظت یک ماده	جابه‌جایی در جهت مصرف آن ماده	تغییر نمی‌کند.
		کاهش غلظت یک ماده	جابه‌جایی در جهت تولید آن ماده	تغییر نمی‌کند.
تغییر حجم (فشار)		افزایش حجم (کاهش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی بیشتر	تغییر نمی‌کند.
		کاهش حجم (افزایش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی کم‌تر	تغییر نمی‌کند.
تغییر دما	واکنش‌های گرماده	کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت رفت)	افزایش می‌یابد.
		افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت برگشت)	کاهش می‌یابد.
تغییر دما	واکنش‌های گرماگیر	کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت برگشت)	کاهش می‌یابد.
		افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت رفت)	افزایش می‌یابد.

بررسی گزینه‌ها:

۱ مجموع شمار مول‌های گازی مواد در دو طرف معادلهٔ واکنش با هم برابر است؛ بنابراین با تغییر حجم ظرف، تعادل جابه‌جا نمی‌شود و شمار مول‌های مواد تغییری نمی‌کند اما با توجه به رابطهٔ «غلظت مولی = تعداد مول / حجم»، غلظت مولی گازها با حجم رابطهٔ وارونه دارد و با $\frac{5}{2}$ برابر شدن حجم ظرف، غلظت هر یک از مواد شرکت‌کننده، یعنی $\frac{2}{5}$ یعنی ۰/۴ برابر می‌شوند.

۲ اضافه‌شدن مول‌های فراورده‌ها به معنی جابه‌جایی تعادل در جهت رفت است. با جابه‌جایی تعادل در جهت رفت، ثابت تعادل افزایش یافته و نسبت به مقدار اولیهٔ آن بزرگ‌تر می‌شود و معلومه عدد ۰/۸ درست نیست!

می‌تونیم حساب کتاب هم بکنیم؛

	H_2	+	Br_2	⇌	$2HBr$
تعادل اولیه:	۱ mol		۱ mol		۱ mol

$$K = \frac{1^2}{1 \times 1} = 1$$

با کاهش دما، ۲۰ درصد به مول فراورده افزوده شده و تعداد مول آن به ۱/۲ رسیده است، یعنی ۰/۲ واحد تغییر کرده است؛ پس تعداد مول H_2 و Br_2 که ضریب استوکیومتری آن‌ها نصف HBr است، ۰/۱ واحد تغییر کرده است و به ۰/۹ مول رسیده:

$$K_{\text{نهایی}} = \frac{(1/2)^2}{0/9 \times 0/9} \simeq 1/8 \Rightarrow \frac{K_{\text{نهایی}}}{K_{\text{اولیه}}} = \frac{1/8}{1} = 1/8$$

۳ با توجه به برابربودن مجموع شمار مول‌های گازی در دو طرف معادلهٔ واکنش، تغییر حجم ظرف سبب جابه‌جایی تعادل نخواهد شد.

۴ تعادل گرماده است و با افزایش دما، در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود اما سطح انرژی مواد شرکت‌کننده در واکنش تغییری نمی‌کند.

۱۴۰۴ نوبت دوم خارج

ریاضی

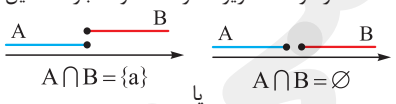
۱- گزینه ۲

شفاف‌سازی بازه‌ها نامتناهی‌اند، پس «اشتراک بازه‌های A و B متناهی است»؛ یعنی اشتراک A و B بازه نیست.

گام بازه‌های $A=(-\infty,\frac{۴}{m}]$ و $B=[۴-m,+\infty)$ روی محور به ترتیب



هستند. در دو حالت زیر اشتراک A و B بازه تشکیل نمی‌دهد و متناهی می‌شود:



$A\cap B=\{a\}$ یا $A\cap B=\varnothing$

گام پس ابتدای بازهٔ B باید بزرگ‌تر یا مساوی انتهای A باشد:

$$۴-m\geq\frac{۴}{m}\quad(*)$$

گام چون m عددی طبیعی است (مثبت است)، حق داریم طرفین (*) را در m ضرب کنیم:

$$m(۴-m)\geq ۴\Rightarrow m^۲-۴m+۴\leq ۰\Rightarrow (m-۲)^۲\leq ۰$$

نابرابری بالا فقط به ازای $m=۲$ در اعداد طبیعی برقرار است (یک مقدار m).

تیزبازی برای $m\geq ۴$ مقدار $۴-m$ صفر یا منفی است و قطعاً از $\frac{۴}{m}$ بیشتر نیست؛ پس (*) به ازای $m\leq ۳$ جواب دارد. $m=۳$ و $m=۱$ هم صدق نمی‌کنند؛ پس جواب فقط $m=۲$ است.

۲- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ اگر a، b و c سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ حسابی باشند، رابطهٔ زیر بینشان برقرار است: $a+c=۲b$ یا وسطی × ۲ = آخری + اولی

۲ اگر t_m و t_n دو جمله از یک دنبالهٔ هندسی با قدر نسبت r باشند، می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{t_m}{t_n}=r^{m-n}$$

گام به گفتهٔ سؤال a، b و c به ترتیب جملات اول تا سوم یک دنبالهٔ هندسی‌اند؛ پس اگر قدرنسبت این دنباله r باشد، طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{c}{a}=r^{۳-۱}=r^۲,\frac{b}{a}=r^{۲-۱}=r$$

گام از طرفی c، ۲a و ۳b سه جملهٔ اول یک دنبالهٔ حسابی‌اند؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم: $۳b+c=۲(۲a)$

طرفین رابطهٔ بالا را بر a تقسیم می‌کنیم تا بتوانیم جای $\frac{b}{a}$ و $\frac{c}{a}$ به ترتیب بنویسیم r و $r^۲$:

$$۳\frac{b}{a}+\frac{c}{a}=۴\Rightarrow ۳r+r^۲=۴\Rightarrow \underbrace{۱}_{a}r^۲+\underbrace{۳}_{b}r\underbrace{-۴}_{c}=۰\xrightarrow{a+b+c=۰} r=۱\text{ یا }-۴$$

ولی سؤال گفته a، b و c متمایزند؛ پس $r=-۴$ را می‌پذیریم.

گام به دنبال نسبت $t_۹$ به $t_۶$ در دنبالهٔ هندسی هستیم که طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌شود:

$$\frac{t_۹}{t_۶}=r^{۹-۶}=r^۳=(-۴)^۳=-۶۴$$

۳- گزینه ۱

گام با کمک رابطهٔ «$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$» رادیکال را به توان کسری تبدیل می‌کنیم. حواسمان هم هست که $۷^۲=۴۹$ و $۷^۳=۳۴۳$ است:

$$M=\frac{\sqrt[۸]{۴۹\sqrt[۳]{۷}}}{۷\sqrt[۴]{۳۴۳\sqrt{۷^{-۱}}}}=\frac{(۷^۲\times ۷^{\frac{۱}{۳}})^{\frac{۱}{۸}}}{۷^۱(۷^۳\times ۷^{-\frac{۱}{۲}})^{\frac{۱}{۴}}}$$

گام پایه‌ها مساوی‌اند و توان‌ها جمع می‌شوند:

$$M=\frac{۷^{(۲+\frac{۱}{۳})\frac{۱}{۸}}}{۷^{۱+(۳-\frac{۱}{۲})\frac{۱}{۴}}}=\frac{۷^{\frac{۷}{۳}\times\frac{۱}{۸}}}{۷^{۱+\frac{۵}{۲}\times\frac{۱}{۴}}}=\frac{۷^{\frac{۷}{۲۴}}}{۷^{\frac{۱۳}{۸}}}$$

گام در تقسیم با پایه‌های مساوی، توان‌ها کم می‌شوند:

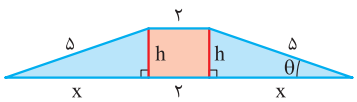
$$M=۷^{\frac{۷}{۲۴}-\frac{۱۳}{۸}}=۷^{\frac{۷-۳۹}{۲۴}}=۷^{-\frac{۳۲}{۲۴}}=۷^{-\frac{۴}{۳}}$$

گام نسبت M به $\sqrt[۳]{۴۹}=۷^{\frac{۲}{۳}}$ برابر است با:

$$\frac{۷^{-\frac{۴}{۳}}}{۷^{\frac{۲}{۳}}}=۷^{-\frac{۴}{۳}-\frac{۲}{۳}}=۷^{-۲}=\frac{۱}{۴۹}$$

۴- گزینه ۲

گام ذوزنقه را به همراه دو ارتفاعش می‌کشیم. چهارضلعی قرمز مستطیل است؛ پس طول ضلع‌های مقابلش برابر ۲ است. مثلث‌های آبی هم با دو ضلع برابر به طول ۵ و h هم‌نهشت‌اند، به همین خاطر طول ضلع سومشان را x را در نظر گرفتیم.



گام به گفتهٔ سؤال $\cos\theta=۰/۶$ است. به کمک اتحاد $\sin^۲\theta+\cos^۲\theta=۱$، $\sin\theta$ را به دست می‌آوریم:

$$\sin^۲\theta+(۰/۶)^۲=۱\Rightarrow \sin^۲\theta=۰/۶۴\Rightarrow \sin\theta=۰/۸$$

گام در مثلث آبی سمت راست داریم:

- $\sin\theta=\frac{h}{۵}\Rightarrow ۰/۸=\frac{h}{۵}\Rightarrow h=۰/۸\times ۵=۴$
- $\cos\theta=\frac{x}{۵}\Rightarrow ۰/۶=\frac{x}{۵}\Rightarrow x=۰/۶\times ۵=۳$

گام پس طول قاعدهٔ بزرگ برابر $۲x+۲=۶+۲=۸$ است و مساحتش می‌شود:

$$S=\frac{\text{ارتفاع}\times(\text{جمع قاعده‌ها})}{۲}=\frac{(۲+۸)\times ۴}{۲}=۲۰$$

۵- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ اگر $x_۱$ و $x_۲$ $(x_۲>x_۱)$ صفرهای متمایز چندجمله‌ای درجه‌دوم $P(x)=ax^۲+bx+c$ باشند، در این صورت جدول تعیین علامت P(x) به صورت مقابل است:

x	$-\infty$		$x_۱$		$x_۲$		$+\infty$
P(x)	موافق a		مخالف a		موافق a		

۲ شرط بازه‌بودن (a,b) این است که $b>a$ باشد.

۳) در معادلهٔ درجه‌دوم $ax^۲+bx+c=۰$، اگر:

◇ اگر $a+b+c=۰$ باشد، یکی از ریشه‌های معادله ۱ و دیگری $\frac{c}{a}$ است.

◇ اگر $a+c=b$ باشد، یکی از ریشه‌هایش -۱ و دیگری $-\frac{c}{a}$ است.

گام از این‌که جواب نامعادلهٔ $(m+۴)x^۲+(m-n+۴)x-n<۰$، به صورت $(m+۱,-۱)$ است، دوتا نتیجه می‌گیریم:

جدول تعیین علامت این‌شکلی بوده:

x		$m+۱$		-۱	
	+		−		+
	موافق a		مخالف a		موافق a

-۱ و $(m+۱)$ ریشه‌های عبارت درجه‌دوم‌اند.

گام با توجه به جدول بالا ضریب $x^۲$، یعنی $m+۴$ مثبت است:

$$m+۴>۰ \Rightarrow m>-۴$$

از طرفی طبق مورد (۲) درس‌نامه، $(m+۱,-۱)$ وقتی بازه است که:

$$m+۱<-۱ \Rightarrow m<-۲$$

پس $-۴<m<-۲$ و چون m صحیح است، $m=-۳$ می‌شود.

به ازای $m=-۳$ نامعادله و مجموعه جوابش به صورت زیر است.

$$\text{نامعادله: } \underbrace{۱}_{a}x^۲+\underbrace{(۱-n)}_{b}x\underbrace{-n}_{c}<۰, (-۲,-۱)$$

گام در عبارت درجه‌دوم بالا، $a+c=b$ است؛ پس ریشه‌هایش -۱ و $-\frac{c}{a}$ـاند، بنابراین $-\frac{c}{a}$ باید ۲ باشد:

$$-\frac{-n}{۱}=-۲ \Rightarrow n=-۲$$

بنابراین mn می‌شود $۶=(-۲)(-۳)$.

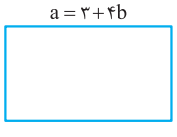
۶- گزینه ۴

درس‌نامه روش روسی برای حل معادلهٔ درجه‌دوم: برای به دست آوردن ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دومی مثل $ax^۲+bx+c=۰$ که ضریب $x^۲$ برابر ۱ نیست (و با تجزیه به راحتی حل نمی‌شود)، می‌توانیم از این تکنیک استفاده کنیم که ابتدا a را در c ضرب کنیم تا ضریب $x^۲$ برابر ۱ شود؛ یعنی:

$$\xrightarrow{\text{ضرب}} ax^۲+bx+c=۰ \Rightarrow x^۲+bx+ac=۰$$

حالا باید ریشه‌های معادلهٔ را با تجزیه به دست آوریم و هر دو ریشهٔ به‌دست‌آمده را تقسیم بر a کنیم تا ریشه‌های معادلهٔ اصلی؛ یعنی $ax^۲+bx+c=۰$ به دست آیند.

گام طبق شکل مقابل مساحت مستطیل اولیه $b(۳+۴b)$ است.



گام با ۹ واحد افزایش، طول و عرض جدید $۴b+۱۲$ و $b+۹$ هستند و مساحت جدید می‌شود $(۱۲+۴b)(۹+b)$.

گام باید مساحت جدید ۱۰ برابر مساحت اولیه باشد:

$$(۱۲+۴b)(۹+b)=۱۰\times b(۳+۴b)$$

$$\Rightarrow ۱۰۸+۳۶b+۱۲b+۴b^۲=۳۰b+۴۰b^۲$$

$$\Rightarrow ۰=۳۶b^۲-۱۸b-۱۰۸ \xrightarrow{\div ۱۸} ۲b^۲-b-۶=۰ \xrightarrow{\text{روسی}}$$

$$b^۲-b-۱۲=۰ \Rightarrow (b-۴)(b+۳)=۰ \Rightarrow b=\frac{۴}{۲},-\frac{۳}{۲}$$

عرض نمی‌تواند منفی باشد؛ پس $b=۲$ را می‌پذیریم.

گام ابعاد مستطیل اولیه $b=۲$ و $۳+۴b=۱۱$ بود؛ پس محیط می‌شود: $۲(۱۱+۲)=۲\times ۱۳=۲۶$.

۷- گزینه ۳

درس‌نامه اگر f تابعی همانی و g تابعی ثابت باشد، ضابطه‌شان به صورت زیر است:

$$f(x)=x, g(x)=\underbrace{c}_{\text{عدد ثابت}} \rightarrow$$

گام طبق درس‌نامه $f(x)=c$ و $g(x)=x$ است؛ پس:

$$f(۲x)=c, g(۱-x)=۱-x$$

گام موارد بالا را در تساوی $f(۲x)-g(۱-x)=۴+x$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$c-(۱-x)=۴+x \Rightarrow c-۱+\cancel{x}=۴+\cancel{x} \Rightarrow c=۵$$

گام خواستهٔ سؤال می‌شود:

$$g(-۱)f(۳)=-۱\times c=-۱\times ۵=-۵$$

۸- گزینه ۲

درس‌نامه جمع و ضرب ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم $Ax^۲+Bx+C=۰$ با شرط $\Delta>۰$ از رابطه‌های زیر محاسبه می‌شوند:

جمع: $S=-\frac{B}{A}$ و **ضرب:** $P=\frac{C}{A}$

گام اگر ریشه‌ها β و α باشند، سؤال گفته: $\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}=۱$.

طرفین تساوی بالا را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\alpha+\beta-۲\sqrt{\alpha\beta}=۱ \quad (*)$$

گام به کمک درس‌نامه، جمع و ضرب ریشه‌های معادلهٔ $\underbrace{۱}_{A}x^۲\underbrace{-۳m}_{B}x+\underbrace{m}_{C}=۰$ را به دست می‌آوریم:

$$S=\alpha+\beta=-\frac{B}{A}=۳m$$

$$P=\alpha\beta=\frac{C}{A}=m$$

گام موارد بالا را در $(*)$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$۳m-۲\sqrt{m}=۱$$

با کمی دقت بدون حل معادلهٔ بالا هم می‌توانیم بفهمیم $m=۱$ جواب است، ولی اگر حلش را می‌خواهید خدمت شما:

$$\underbrace{۳m-۱=۲\sqrt{m}}_{(**)} \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۹m^۲-۶m+۱=۴m \Rightarrow \underbrace{۹}_{A}m^۲\underbrace{-۱۰}_{B}m+\underbrace{۱}_{C}=۰$$

$$\xrightarrow{A+B+C=۰} m=۱ \text{ و } m=\frac{C}{A}=\frac{۱}{۹}$$

ولی $m=\frac{۱}{۹}$ در $(**)$ صدق نمی‌کند؛ پس $m=۱$ را می‌پذیریم.

گام پس ضرب ریشه‌های معادلهٔ $\underbrace{۲}_{A}x^۲+\underbrace{m}_{B}x\underbrace{-m}_{C}=۰$ برابر $P=\frac{C}{A}=\frac{-m}{۲}=\frac{-۱}{۲}$ است.

۹- گزینه ۲

گام از صدگان‌های ۸ و ۷ و ۵ و ۳ مطمئن هستیم:

$$\frac{۵}{\text{به‌جز ارقام قبلی}}\times\frac{۶}{\text{غیرتکراری}}\times\frac{۴}{۳ \text{ یا } ۵ \text{ یا } ۷ \text{ یا } ۸}=۱۲۰$$

گام برای صدگان ۲ اگر دهگان ۷ یا ۸ باشد خوب است:

$$\frac{۵}{\text{غیرتکراری}}\times\frac{۲}{۷ \text{ یا } ۸}\times\frac{۱}{\text{فقط } ۲}=۱۰$$

گام خود عدد ۲۵۸ هم خوب است؛ پس طبق اصل جمع کلاً «$۱۲۰+۱۰+۱=۱۳۱$» عدد داریم.

۱۰- گزینه ۳

درس‌نامه دو نقطهٔ $A(x_۱,y_۱)$ و $B(x_۲,y_۲)$ را در نظر بگیرید:

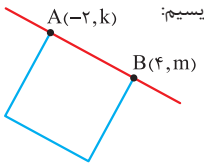
◇ شیب خط گذرنده از این نقاط می‌شود:

$$m=\frac{y_۲-y_۱}{x_۲-x_۱}$$

◇ فاصلهٔ این نقاط می‌شود:

$$AB=\sqrt{(x_۲-x_۱)^۲+(y_۲-y_۱)^۲}$$

گام اول شکل فرضی زیر را می‌کشیم. به گفتهٔ سؤال خط قرمز که از دو نقطهٔ A و B می‌گذرد و شیبش برابر $-\frac{1}{2}$ است؛ پس طبق درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم:



$$\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=-\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{m-k}{\underbrace{4-(-2)}_{6}}=-\frac{1}{2}\Rightarrow m-k=-3$$

گام طول ضلع مربع، فاصلهٔ A تا B است:

$$AB=\sqrt{(4-(-2))^2+\underbrace{(m-k)^2}_{\text{شد }-3}}=\sqrt{45}$$

پس مساحت مربع می‌شود:

$$S=AB^2=45$$

۱۱- گزینه ۴

شفاف‌سازی «بازهٔ $(7x-9,3x+1)$ یک همسایگی ۵ است»؛ یعنی ۵ در این بازه حضور دارد.

گام برای این‌که ۵ در بازهٔ $(7x-9,3x+1)$ حضور داشته باشد، باید $\underbrace{7x-9<5}_{(I)}<\underbrace{3x+1}_{(II)}$ باشد.

گام نامعادله‌ها را حل می‌کنیم:

$$I)\ 7x-9<5\Rightarrow 7x<14\Rightarrow x<2$$
$$II)\ 5<3x+1\Rightarrow 4<3x\Rightarrow x>\frac{4}{3}$$

پس $x\in(\overset{a}{\frac{4}{3}},\overset{b}{2})$ و ab می‌شود $\frac{8}{3}\times 2=\frac{4}{3}$.

۱۲- گزینه ۳

درس‌نامه در دنیای لگاریتم‌ها، قوانین زیر برقرارند:

◇ جمع و تفریق دو لگاریتم با مبناهای یکسان، به این صورت انجام می‌شود:

$$\log_a b+\log_a c=\log_a bc\quad\text{و}\quad \log_a b-\log_a c=\log_a\frac{b}{c}$$

◇ اگر جای عدد و مبنا را عوض کنیم، لگاریتم معکوس می‌شود؛ یعنی:

$$\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$$

◇ **قانون تغییر مبنا:** $\log_a^b$ را می‌توانیم به صورت تقسیم دو لگاریتم با مبنای یکسان بنویسیم:

$$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$$

گام با توجه به داشتن $\log_3 5=1/5$ و $\log_2 3=1/6$ خواستهٔ سؤال را به کمک قانون تغییر مبنا، به مبنای ۳ می‌بریم.

$$M=\log_{15}6=\frac{\log_3 6}{\log_3 15}$$

گام جای ۶ و ۱۵ به ترتیب می‌نویسیم 3×2 و 3×5:

$$M=\frac{\log_3 2\times 3}{\log_3 5\times 3}=\frac{\log_3 2+\overbrace{\log_3 3}^{1}}{\underbrace{\log_3 5}_{1/5}+\underbrace{\log_3 3}_{1}}$$

گام طبق درس‌نامه با عوض‌کردن جای ۲ و ۳ در $\log_2 3=1/6$، لگاریتم معکوس می‌شود:

$$\log_3 2=\frac{1}{\log_2 3}=\frac{1}{1/6}=\frac{10}{16}=\frac{5}{8}$$

پس M می‌شود:

$$M=\frac{\frac{5}{8}+1}{1/5+1}=\frac{\frac{13}{\cancel{8}^{4}}}{\frac{5}{\cancel{2}^{1}}}=\frac{13}{20}\times\frac{5}{5}=0/65$$

۱۳- گزینه ۳

شفاف‌سازی «تابع f در $x=-4$ حد دارد»؛ یعنی حد چپ و راست f در $x=-4$ برابرند.

گام در $(-4)^+$ مثلاً $-3/9$ داریم:

$$\text{حد راست}=[\frac{2-(-4)^+}{2}]-a[\frac{(-4)^++4}{5}]=[3^-]-a[\frac{0^+}{5}]=2-a(0)=2$$

گام در $(-4)^-$ مثلاً $-4/1$ داریم:

$$\text{حد چپ}=[\frac{2-(-4)^-}{2}]-a[\frac{(-4)^-+4}{5}]=[3^+]-a[\frac{0^-}{5}]=3-a(-1)=3+a$$

گام حالا طبق «شفاف‌سازی» حد چپ و راست را برابر قرار می‌دهیم: $3+a=2\Rightarrow a=-1$

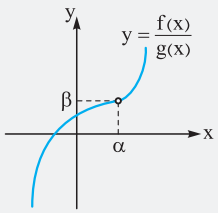
بنابراین $[a]$ می‌شود $[-1]=-1$.

۱۴- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ تابع f به شرطی در $x=a$ پیوسته است که حد چپ، حد راست و مقدارش در $x=a$ برابر باشند:

$$\lim_{x\to a^+}f(x)=\lim_{x\to a^-}f(x)=f(a)$$

۲ به شکل زیر دقت کنید:



تابع y در نقطه‌ای به طول $x=\alpha$ حفره دارد.

حفره نقطه‌ای است که:

الف) تابع در آن حد دارد، ولی پیوسته نیست.

ب) به ازای $x=\alpha$، حاصل f و g برابر صفر می‌شود (به عبارت دیگر طول حفره ریشهٔ مشترک صورت و مخرج است؛ یعنی $f(\alpha)=g(\alpha)=0$)

گام شکل می‌گوید تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{3x^2+ax+b}{6x+c} & x\le 2\\ 4-\frac{c}{2}x & x>2\end{cases}$ در مرز دامنه‌ها، یعنی $x=2$ پیوسته است؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه حد راست، حد چپ و مقدار f در $x=2$ باید برابر باشند:

$$\underbrace{\lim_{x\to 2^+}f(x)}_{\text{از ضابطهٔ پایینی}}=\underbrace{\lim_{x\to 2^-}f(x)}_{\text{از ضابطهٔ بالایی}}=f(2)$$

$$4-\frac{c}{2}(2)=\frac{3(2)^2+a(2)+b}{6(2)+c}\Rightarrow\frac{12+2a+b}{c+12}=4-c$$

گام در $x=\frac{-1}{3}$ حفره داریم؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه در این نقطه صورت و مخرج هر دو صفرند:

$$3(-\tfrac{1}{3})^2+a(-\tfrac{1}{3})+b=0\Rightarrow\frac{1}{3}-\frac{1}{3}a+b=0\xrightarrow{\times 3}3b-a=-1\ (1)$$

$$6(-\tfrac{1}{3})+c=0\Rightarrow c=2$$

گام $c=2$ را در معادلهٔ گام اول قرار دهیم:

$$\frac{12+2a+b}{14}=2\Rightarrow 12+2a+b=28\Rightarrow 2a+b=16\ (2)$$

گام دستگاه حاصل از (۱) و (۲) را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases}3b-a=-1\xrightarrow{\times 2}6b-2a=-2\\ 2a+b=16\xrightarrow{\text{خودش}}2a+b=16\end{cases}\xrightarrow{+}7b=14$$

$$\Rightarrow b=2\xrightarrow[\text{در بالایی}]{\text{جای‌گذاری}}3(2)-a=-1\Rightarrow a=7$$

پس ab می‌شود $7\times 2=14$.

۱۵- گزینه ۱

گام تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{mx^۲+n}{a-x} & x\neq a\\ ۱ & x=a\end{cases}$ به شرطی در $\mathbb{R}$ پیوسته است که در $x=a$ پیوسته باشد. پس حد چپ، حد راست و مقدار تابع در $x=a$ را برابر قرار می‌دهیم:

$$\lim_{x\to a^+} f(x)=\lim_{x\to a^-} f(x)=\underbrace{f(a)}_{\text{از پایینی}} \Rightarrow \lim_{x\to a}\frac{mx^۲+n}{a-x}=۱ \quad (*)$$

(از بالایی)

گام در تساوی بالا حد مخرج صفر است؛ پس حد صورت هم باید صفر باشد:

$$ma^۲+n=۰ \Rightarrow n=-ma^۲$$

گام با هوپیتال یا جای‌گذاری $n=-ma^۲$، حد را حساب می‌کنیم:

◇ هوپیتال:

$$\lim_{x\to a}\frac{mx^۲+n}{a-x}=\frac{۰}{۰}\xrightarrow{HOP}\lim_{x\to a}\frac{۲mx}{-۱}=-۲ma$$

◇ جای‌گذاری $n=-ma^۲$:

$$\lim_{x\to a}\frac{mx^۲-ma^۲}{a-x}=\lim_{x\to a}\frac{m\overbrace{(x^۲-a^۲)}^{(x-a)(x+a)}}{-(x-a)}=-\lim_{x\to a}m(x+a)=-۲ma$$

گام مقدار حد را در (*) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$-۲ma=۱ \Rightarrow m=-\frac{۱}{۲a}$$

حالا تساوی بالا را در $n=-ma^۲$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$n=-(-\frac{۱}{۲a})a^۲=\frac{a}{۲}\Rightarrow\frac{a}{n}=۲$$

۱۶- گزینه ۴

شفاف‌سازی «g و gof روی محور xها متقاطع‌اند»؛ یعنی در یک نقطه مثلاً با طول $x=\alpha$ مقدار هر دوی آن‌ها صفر است: $g(\alpha)=g(f(\alpha))=۰$

درس‌نامه ۱ تابع f را در نظر بگیرید. اگر بتوانیم از تساوی $f(x_۱)=f(x_۲)$ نتیجه بگیریم که $x_۱=x_۲$ است، در این صورت f تابعی یک‌به‌یک است.

۲ توابع اکیداً صعودی و اکیداً نزولی همواره یک‌به‌یک‌اند.

۳ توابع به فرم $f(x)=\sqrt{ax+b}+c$ با شرط $a\neq ۰$ یا اکیداً صعودی‌اند یا اکیداً نزولی؛ پس طبق مورد قبلی این توابع همواره یک‌به‌یک‌اند.

روش گام $g(\alpha)$ و $g(f(\alpha))$ را به دست می‌آوریم:

$$g(x)=\sqrt{۳+ax}\Rightarrow g(\alpha)=\sqrt{۳+a\alpha}$$

$$f(x)=۲-x\Rightarrow f(\alpha)=۲-\alpha\Rightarrow g(\underbrace{f(\alpha)}_{(۲-\alpha)})=\sqrt{۳+a(۲-\alpha)}$$

گام $g(\alpha)$ و $g(f(\alpha))$ را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$g(\alpha)=۰\Rightarrow\sqrt{۳+a\alpha}=۰\xrightarrow{\text{توان ۲}}۳+a\alpha=۰\Rightarrow\alpha=-\frac{۳}{a}$$

$$g(f(\alpha))=۰\Rightarrow\sqrt{۳+a(۲-\alpha)}=۰\xrightarrow{\alpha=-\frac{۳}{a}}\sqrt{۳+a(۲-(-\frac{۳}{a}))}=۰$$

$$\xrightarrow{a\neq۰}\sqrt{۳+۲a+۳}=۰\Rightarrow ۲a+۶=۰\Rightarrow a=-۳$$

روش گام $g(\alpha)$ و $g(f(\alpha))$ هر دو صفرند؛ پس برابرند: $g(\underbrace{f(\alpha)}_{x_۱})=g(\underbrace{\alpha}_{x_۲})$

گام $g(\alpha)=\sqrt{۳+a\alpha}$ و $a\neq۰$ است؛ پس g طبق مورد (۳) درس‌نامه یک‌به‌یک است، بنابراین طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم از تساوی بالا نتیجه بگیریم که $x_۱=x_۲$ است:

$$f(\alpha)=\alpha\xrightarrow{f(x)=۲-x}۲-\alpha=\alpha\Rightarrow ۲\alpha=۲\Rightarrow\alpha=۱$$

گام پس $g(۱)=۰$ است:

$$g(x)=\sqrt{۳+ax}\Rightarrow\sqrt{۳+a(۱)}=۰\Rightarrow a+۳=۰\Rightarrow a=-۳$$

۱۷- گزینه ۳

درس‌نامه اگر نقطهٔ (a,b) روی نمودار تابع f باشد، نقطهٔ (b,a) روی $f^{-۱}$ خواهد بود.

گام طبق درس‌نامه وقتی f و $f^{-۱}$ هر دو از $(۰/۶,۰/۸)$ می‌گذرند، f و $f^{-۱}$ از $(۰/۸,۰/۶)$ هم می‌گذرند؛ یعنی: $f(۰/۶)=۰/۸, f(۰/۸)=۰/۶$

گام با جای‌گذاری در $y=\frac{|x|}{x}\sqrt{a+bx^۲}$ داریم:

$$\begin{cases}۰/۸=\sqrt{a+b(۰/۶)^۲}\xrightarrow{\text{توان ۲}}۰/۶۴=a+۰/۳۶b\ (۱)\\ ۰/۶=\sqrt{a+b(۰/۸)^۲}\xrightarrow{\text{توان ۲}}۰/۳۶=a+۰/۶۴b\ (۲)\end{cases}$$

گام دستگاه حاصل از (۱) و (۲) را حل می‌کنیم:

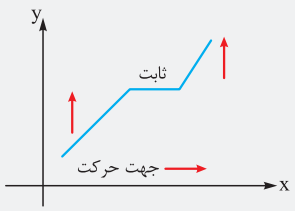
$$(۲)-(۱):۰/۲۸b=-۰/۲۸\Rightarrow b=-۱\xrightarrow[\text{در (۱)}]{\text{جای‌گذاری}}۰/۶۴=a-۰/۳۶$$

$$\Rightarrow a=۰/۶۴+۰/۳۶=۱$$

پس ab می‌شود $۱\times(-۱)=-۱$.

۱۸- گزینه ۲

درس‌نامه در تابع f اگر از $x_۱>x_۲$ بتوانیم نتیجه بگیریم که $f(x_۱)\geq f(x_۲)$ است، در این صورت f تابعی صعودی است. در نمودار این‌جور توابع اگر از سمت چپ به راست حرکت کنیم، نمودار تابع یا ثابت می‌ماند یا به سمت بالا رشد می‌کند، ببینید:



گام ترتیب xها به صورت مقابل است: $۲>۱>۰>-۱$

پس طبق درس‌نامه برای yهای صعودی داریم:

$$f(۲)\geq f(۱)\geq f(۰)\geq f(-۱)\Rightarrow \underbrace{۲۵\geq \overbrace{۴m+۱۳}^{(II)}\geq ۱۰-m}_{(I)}\geq \underbrace{۳m-۲}_{(III)}$$

گام سه‌تا معادله داریم:

I) $۲۵\geq ۴m+۱۳\Rightarrow ۴m\leq ۱۲\Rightarrow m\leq ۳$

II) $۴m+۱۳\geq ۱۰-m\Rightarrow ۵m\geq -۳\Rightarrow m\geq -\frac{۳}{۵}$

III) $۱۰-m\geq ۳m-۲\Rightarrow ۴m\leq ۱۲\Rightarrow m\leq ۳$

گام از جواب‌های بالا اشتراک می‌گیریم: $-\frac{۳}{۵}\leq m\leq ۳$

محدودهٔ بالا ۳ تا m طبیعی دارد: ۱,۲,۳

۱۹- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ نسبت‌های مثلثاتی $(\frac{\pi}{۲}-\alpha)$ به صورت زیرند:

$\sin(\frac{\pi}{۲}-\alpha)=\cos\alpha$	$\cos(\frac{\pi}{۲}-\alpha)=\sin\alpha$
$\tan(\frac{\pi}{۲}-\alpha)=\cot\alpha$	$\cot(\frac{\pi}{۲}-\alpha)=\tan\alpha$

۲ مقدار $\tan ۱۵^\circ$ و $\tan ۲۲/۵^\circ$ را حفظ باشید:

$$\tan\underbrace{۱۵^\circ}_{\frac{\pi}{۱۲}}=۲-\sqrt{۳}\quad\text{و}\quad\tan\underbrace{۲۲/۵^\circ}_{\frac{\pi}{۸}}=\sqrt{۲}-۱$$

گام $۲۲/۵$ درجه همان $\frac{\pi}{۸}$ است؛ پس $A=۱-\tan\frac{۳\pi}{۸}$ را می‌خواهیم.

گام $\tan\frac{۳\pi}{۸}$ طبق مورد (۱) درس‌نامه برابر است با:

$$\tan(\frac{۴\pi-\pi}{۸})=\tan(\frac{\pi}{۲}-\frac{\pi}{۸})=\cot\frac{\pi}{۸}$$

$\tan\frac{\pi}{8}$ طبق مورد (۲) درس‌نامه برابر $\sqrt{2}-1$ است؛ پس $\cot\frac{\pi}{8}$ می‌شود:

$$\cot\frac{\pi}{8}=\frac{1}{\tan\frac{\pi}{8}}=\frac{1}{\sqrt{2}-1}\times\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}=\sqrt{2}+1$$

گام پس A می‌شود:

$$A=1-(\sqrt{2}+1)=-\sqrt{2}$$

۲۰- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ برای برداشتن منفی پشت کسینوس از یکی از تساوی‌های زیر استفاده کنید:

$-\cos x=\cos(\pi+x)$ یا $-\cos x=\cos(\pi-x)$

۲ فرم کلی جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی را در جدول زیر ببینید:

معادله	فرم کلی جواب
$\sin A=\sin B$	$\begin{cases}A=2k\pi+B\\A=2k\pi+(\pi-B)\end{cases}$
$\cos A=\cos B$	$A=2k\pi\pm B$

گام باید معادلهٔ $\cos 3x=-\cos 2x$ را حل کنیم. طبق مورد (۱) درس‌نامه به جای $-\cos 2x$ می‌توانیم بنویسیم $\cos(\pi+2x)$:

$$\cos 3x=\cos(\pi+2x)$$

گام حالا به کمک مورد (۲) درس‌نامه جواب‌های کلی معادلهٔ بالا را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}3x=2k\pi+\pi+2x\\3x=2k\pi-(\pi+2x)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=2k\pi+\pi\\x=\frac{2k\pi-\pi}{5}\end{cases}$$

گام بالایی در $[0,\pi]$ فقط $x=\pi$ را دارد که در پایینی هم هست. پایینی به ازای $k=1,2,3$ به $x=\frac{\pi}{5},\frac{3\pi}{5},\pi$ می‌رسد؛ پس ۳ جواب داریم.

۲۱- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ در مورد حد بی‌نهایت روابط زیر را بلد باشید:

$\frac{\text{عدد منفی}}{0^-}=+\infty$	$\frac{\text{عدد مثبت}}{0^+}=+\infty$
$\frac{\text{عدد منفی}}{0^+}=-\infty$	$\frac{\text{عدد مثبت}}{0^-}=-\infty$

گام حد چپ و راست $\frac{k[x]-2}{x^2-4}$ در $x=2$ را جداگانه بررسی می‌کنیم:

$$2^+:\frac{k[2^+]-2}{(2^+)^2-4}=\frac{2k-2}{0^+}\xrightarrow{\text{باید بشه }+\infty}2k-2>0\Rightarrow k>1$$

$$2^-:\frac{k[2^-]-2}{(2^-)^2-4}=\frac{k-2}{0^-}\xrightarrow{\text{باید بشه }+\infty}k-2<0\Rightarrow k<2$$

گام از اشتراک دو محدودهٔ بالا به $1<k<2$ می‌رسیم؛ پس k می‌تواند مثلاً $\frac{4}{3}$ باشد.

در این صورت $k\pi$ مثبت و سینوس آن منفی است و نقاط $(k\pi,\sin k\pi)$ با طول مثبت و عرض منفی در ناحیهٔ چهارم هستند.

۲۲- گزینه ۲

درس‌نامه اگر یک خط بر تابع $y=f(x)$ در نقطهٔ $x=a$ مماس باشد، در این صورت:

- خط از نقطهٔ $A(a,f(a))$ می‌گذرد.
- شیب خط برابر $f'(a)$ است.

گام به گفتهٔ سؤال خط $y=-ax-5$ در نقطه‌ای به طول ۳ بر نمودار f مماس است؛ پس طبق درس‌نامه باید:

- خط از نقطهٔ $(3,f(3))$ می‌گذرد. $f(3)=-3a-5$
- شیب خط مماس که برابر $-a$ است، مساوی با $f'(3)$ بشود. $f'(3)=-a$

گام حالا موارد به‌دست‌آمده را در شرط $f'(3)-f(3)=2$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$-a-(-3a-5)=2\Rightarrow 2a+5=2\Rightarrow a=-\frac{3}{2}$$

گام پس با توجه به تساوی‌های گام (۱)، $f'(3)=\frac{3}{2}$ و $f(3)=-\frac{1}{2}$ و در نتیجه نسبت مقدار به مشتق می‌شود.

$$\frac{f(3)}{f'(3)}=\frac{-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}=-\frac{1}{3}$$

۲۳- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ منحنی‌های $f(x)$ و $g(x)$ به شرطی به هم مماس‌اند که هم $f(x)=g(x)$ (معادلهٔ تقاطع دو منحنی) برقرار باشد، هم $f'(x)=g'(x)$.

۲ فرمول مشتق بعضی از توابع را در جدول زیر ببینید.

مشتق	تابع
$nu'u^{n-1}$	u^n
$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt{x}$

گام فرض می‌کنیم شیب خط d که از مبدأ مختصات هم می‌گذرد برابر m باشد، در این صورت معادلهٔ خط d می‌شود:

$$d: y=mx$$

گام حالا منحنی‌ها را قطع می‌دهیم:

$$f(x)=mx\Rightarrow\frac{\sqrt{x}}{-2x^2+x+1}=mx\xrightarrow{\div x}\frac{\frac{\sqrt{x}}{x}\to\frac{1}{\sqrt{x}}}{-2x^2+x+1}=m$$

$$\Rightarrow\frac{1}{\sqrt{x}(-2x^2+x+1)}=m\Rightarrow x^{\frac{1}{2}}(-2x^2+x+1)=\frac{1}{m}$$

$$\Rightarrow\underbrace{-2x^{\frac{5}{2}}+x^{\frac{3}{2}}+x^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{m}}_{*}$$

گام طبق مورد (۱) درس‌نامه مشتق معادلهٔ * هم باید برقرار باشد:

$$-2(\tfrac{5}{2})x^{\frac{3}{2}}+\tfrac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}+\tfrac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}=0$$

$$\xrightarrow{\times 2x^{\frac{1}{2}}}-10x^2+3x+1=0\xrightarrow{\text{روش روسی}}x^2+3x-10=0$$

$$\Rightarrow x=\frac{-5}{-10}\text{ یا }\frac{2}{-10}$$

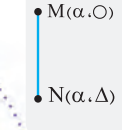
که به خاطر وجود $\sqrt{x}$ فقط $x=\frac{1}{2}$ را می‌پذیریم.

گام با محاسبهٔ $f(\frac{1}{2})$ به عرض نقطهٔ تماس می‌رسیم:

$$y_A=f(\tfrac{1}{2})=\frac{\sqrt{\frac{1}{2}}}{-2(\frac{1}{4})+\frac{1}{2}+1}=\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{1}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

۲۴- گزینه ۳

شفاف‌سازی «نقاط M و N روی خطی به موازات yها هستند»؛ یعنی M و N مطابق شکل مقابل هم طول‌اند.



درس‌نامه ۱ اگر نقطه‌ای روی نمودار تابع $f(x)$ باشد، می‌توانیم مختصات پارامتری‌اش را به صورت $A(\alpha, f(\alpha))$ در نظر بگیریم.

۲ فاصلهٔ دو نقطهٔ هم‌طول A و B می‌شود: $AB = |y_A - y_B|$

۳ برای پیداکردن طول نقاط برخورد منحنی‌های f و g باید معادلهٔ $f = g$ را حل کنیم.

۴ طول رأس سهمی $y = Ax^2 + Bx + C$ برابر $x_S = -\frac{B}{2A}$ است. اگر $A > 0$ باشد، سهمی در رأسش حداقل و اگر $A < 0$ باشد، سهمی در رأسش حداکثر می‌شود.

گام به گفتهٔ سؤال نقاط M و N با طول α به ترتیب روی $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$ و $g(x) = x^3 + 2x - 3$ قرار دارند؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه مختصات پارامتری‌شان می‌شود:

$M(\alpha, \alpha^3 - 2\alpha^2 + 1)$ و $N = (\alpha, \alpha^3 + 2\alpha - 3)$

گام نقاط تلاقی $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$ و $g(x) = x^3 + 2x - 3$ را به کمک مورد (۳) درس‌نامه به دست می‌آوریم:

$$x^3 + 2x - 3 = x^3 - 2x^2 + 1 \Rightarrow \underbrace{2}_{A}x^2 + \underbrace{2}_{B}x \underbrace{-4}_{C} = 0$$

$$\xrightarrow{A+B+C=0} x_1 = 1, x_2 = \frac{C}{A} = -2$$

۲۵- گزینه ۱

گام طول اضلاع یکی از مثلث‌ها مثلاً ABC را در صورت نسبت‌ها می‌نویسیم: $\underline{a} = \underline{6} = \underline{5}$

گام حالا باید طول اضلاع مثلث دیگر، یعنی ۹، ۴ و b را بنویسیم. چون $\frac{6}{9} \neq \frac{5}{4}$ و $\frac{6}{9} \neq \frac{5}{4}$ است، b نمی‌تواند زیر a قرار بگیرد؛ بنابراین ۴ حالت برای برقراری تناسب داریم:

$\frac{a}{9} = \frac{6}{b} = \frac{5}{4}$ $b = \frac{24}{5} = 4/8$ — $\frac{a}{4} = \frac{6}{b} = \frac{5}{9}$ $b = \frac{54}{5} = 10/8$ — $\frac{a}{9} = \frac{6}{4} = \frac{5}{b}$ $b = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$ — $\frac{a}{4} = \frac{6}{9} = \frac{5}{b}$ $b = \frac{45}{6} = \frac{15}{2} = 7/5$

گام اول نکتهٔ زیر را بخوانید:

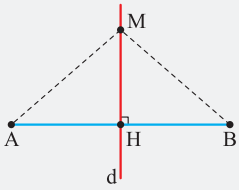
نکته در هر مثلث طول هر ضلع بین مجموع و اختلاف دو ضلع دیگر قرار دارد.

طبق نکتهٔ بالا برای اضلاع به طول ۹، ۴ و b باید نامساوی $\underbrace{|4-9|}_{5} < b < \underbrace{|4+9|}_{13}$ برقرار باشد؛ پس از بین مقادیر b در گام ۲، $b = \frac{54}{5}$ و $b = \frac{45}{6}$ قبول‌اند، بنابراین ضرب کم‌ترین و بیشترین مقدار b می‌شود:

$$\frac{\cancel{45}^{9}}{\cancel{6}_{1}} \times \frac{\cancel{54}^{9}}{\cancel{5}_{1}} = 81$$

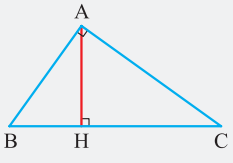
۲۶- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ در شکل مقابل به خط d که بر پاره خط AB عمود است و آن را نصف می‌کند، **عمودمنصف پاره خط** AB می‌گوییم. ویژگی عمودمنصف این است که هر نقطه‌ای روی آن باشد، فاصله‌اش از دو سر پاره‌خط به یک اندازه است و برعکس؛ یعنی برای نقطهٔ M در شکل مقابل می‌توانیم بنویسیم:



M روی عمودمنصف پاره خط AB است. $\Leftrightarrow MA = MB$

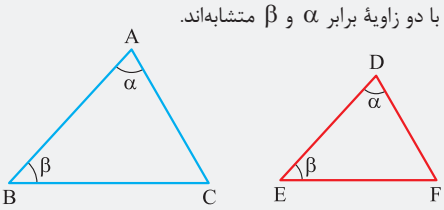
۲ در شکل مقابل، ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC را کشیده‌ایم. در این شکل روابط طولی زیر برقرارند:



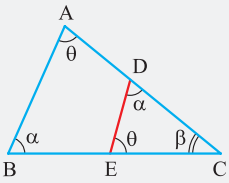
$AB^2 = BH \times BC$, $AH^2 = BH \times HC$

$AB \times AC = AH \times BC$, $AC^2 = CH \times BC$

۳ هر وقت دو مثلث دو زاویهٔ برابر داشته باشند، متشابه‌اند. مثلاً در شکل‌های زیر مثلث‌های ABC و DEF با دو زاویهٔ برابر α و β متشابه‌اند.



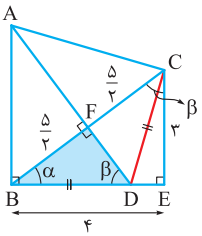
۴ برای نوشتن نسبت تشابه دو مثلث ضلع‌های رو به زاویه‌های برابر را در یک نسبت زیر هم می‌نویسیم، به طوری که در صورت نسبت‌ها اضلاع یک مثلث و در مخرج آن‌ها اضلاع مثلث دیگر قرار داشته باشند. مثلاً نسبت تشابه مثلث‌های ABC و DEC در شکل مقابل برابر می‌شود با:



$$\frac{AC}{EC} = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{DC}$$

رو به α — رو به β — رو به θ

گام در شکل مقابل مثلث BCE قائم‌الزاویه است، به کمک فیثاغورس در آن طول BC را حساب می‌کنیم:



$BC^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow BC = 5$

به گفتهٔ سؤال فاصلهٔ D از B و C به یک اندازه است؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه AD عمودمنصف BC و در نتیجه F وسط BC است. $BF = FC = \frac{5}{2}$

گام مثلث‌های BFD و BCE دو زاویهٔ برابر دارند، پس طبق مورد (۳) درس‌نامه متشابه‌اند. زاویهٔ سوم این مثلث‌ها را β در نظر می‌گیریم و نسبت تشابهشان را می‌نویسیم:

$$\frac{DF}{CE} = \frac{BF}{BE} \Rightarrow \frac{DF}{3} = \frac{\frac{5}{2}}{4} \Rightarrow DF = \frac{15}{8}$$

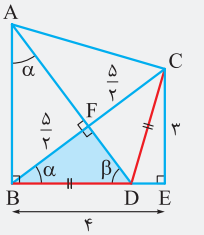
گام به مثلث قائم‌الزاویهٔ ABD نگاه کنید. ارتفاع وارد بر وتر رسم شده؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم:

$$BF^2 = AF \times FD \Rightarrow (\frac{5}{2})^2 = AF \times \frac{15}{8} \Rightarrow AF = \frac{\cancel{25}^{5}/\cancel{4}_{1}}{\cancel{15}^{5}/\cancel{8}_{2}} = \frac{10}{3}$$

گام به دنبال مساحت مثلث قائم‌الزاویهٔ ACF هستیم که می‌شود:

$$S = \frac{1}{2}AF \times FC = \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{10}^{5}}{3} \times \frac{5}{\cancel{2}_{1}} = \frac{25}{6}$$

تیزبازی بعد از این‌که فهمیدیم $BF = FC = \frac{5}{2}$ می‌شود، زاویه‌های مثلث آبی در شکل مقابل را α و β می‌گذاریم. با توجه به قائم‌الزاویه‌بودن مثلث‌های BFD و ABD باید $\alpha + \beta = \beta + B\hat{A}D = 90^\circ$ باشد، پس:



$B\hat{A}D = \alpha$

$\tan\alpha$ در مثلث BCE می‌شود. $\tan\alpha = \frac{CE}{BE} = \frac{3}{4}$

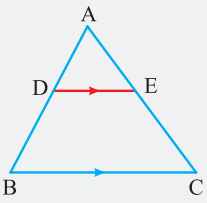
از طرفی $\tan\alpha$ در مثلث ABF می‌شود:

$$\tan\alpha = \frac{BF}{AF} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{\frac{5}{2}}{AF} \Rightarrow AF = \frac{10}{3}$$

ادامهٔ حل هم مثل روش قبلی است.

۲۷- گزینه ۱

درس‌نامه در شکل مقابل اگر $DE \parallel BC$ باشد،



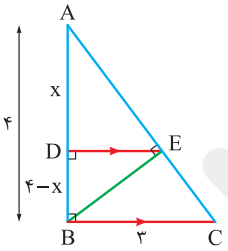
طبق **قضیهٔ تالس** می‌توانیم تناسب‌های زیر را بنویسیم:

◇ **جزءبه‌جزء:** $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$

◇ **جزءبه‌کل:** $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$

گام در مثلث قائم‌الزاویهٔ AEB طبق روابط طولی داریم:

$$DE^2 = x(4-x)$$



گام در مثلث ABC, DE, BC موازی‌اند؛ پس طبق درس‌نامه می‌توانیم از جزءبه‌کل بنویسیم:

$$\frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AB} \Rightarrow \frac{DE}{3}=\frac{x}{4} \Rightarrow DE=\frac{3x}{4} \Rightarrow DE^2=(\frac{3x}{4})^2$$

گام تساوی بالا را در اولی قرار می‌دهیم:

$$(\frac{3x}{4})^2 = x(4-x) \Rightarrow \frac{9x^2}{16} = x(4-x)$$

$$\xrightarrow{\div x} \frac{9}{16}x = 4-x \xrightarrow{\text{مرتب}} \frac{25}{16}x = 4 \Rightarrow x=\frac{64}{25} \xrightarrow[\times 4]{\times 4} x = 2/56$$

۲۸- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ برای محاسبهٔ میانگین $(\bar{x})$، واریانس (σ^2) و ضریب تغییرات (CV) داده‌های $x_1, x_2, \ldots, x_n$ از فرمول‌های زیر استفاده می‌کنیم:

$$\bar{x}=\frac{x_1+x_2+\ldots+x_n}{n}$$

$$\sigma^2=\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\ldots+(x_n-\bar{x})^2}{n}$$

$$CV=\frac{\sigma}{\bar{x}} \quad \sigma \to \text{انحراف معیار} = \text{جذر واریانس}$$

۲ اگر تمام داده‌ها را بر یک عدد ثابت و مثبت تقسیم کنیم، ضریب تغییراتشان، تغییر نمی‌کند.

گام داده‌های $73, 292, 146, 146, 584, 73$ خیلی بزرگ‌اند، همه را بر ۷۳ تقسیم می‌کنیم. طبق مورد (۲) درس‌نامه با این کار CV تغییری نمی‌کند.

$$\xrightarrow{\div 73} 1, 8, 2, 2, 4, 1$$

گام میانگین را حساب می‌کنیم:

$$\bar{x}=\frac{1+8+2+2+4+1}{6}=\frac{18}{6}=3$$

گام مقادیر انحراف از میانگین را حساب می‌کنیم: $x_i-\bar{x}=x_i-3: -2, 5, -1, -1, 1, -2$

گام واریانس برابر است با:

$$\sigma^2=\frac{(-2)^2+5^2+(-1)^2+(-1)^2+1^2+(-2)^2}{6}=\frac{36}{6}=6$$

گام پس ضریب تغییرات می‌شود:

$$CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{\sqrt{6}}{3}=\sqrt{\frac{6}{9}}=\sqrt{\frac{2}{3}}$$

گام در فاصلهٔ $(-2,1)$، بین نقاط تلاقیِ f و g، مقادیر $f(x)$ بیشتر است، مثلاً $f(0) > g(0)$ است؛ بنابراین در این فاصله y_M که روی f است، بیشتر از y_N است که روی g قرار دارد، به همین خاطر $MN = |y_M - y_N| = y_M - y_N$ می‌شود:

$$MN=(\alpha^3-2\alpha^2+1)-(\alpha^3+2\alpha-3)=-2\alpha^2-2\alpha+4$$

گام در عبارت درجه‌دوم بالا ضریب α^2 منفی است؛ پس طبق مورد (۴) درس‌نامه این عبارت به ازای $\alpha_S=\frac{-b}{2a}=\frac{-1}{2}$ حداکثر می‌شود.

$$(MN)_{max}=-2(-\frac{1}{2})^2-2(-\frac{1}{2})+4=-\frac{1}{2}+1+4=4/5$$

۲۹- گزینه ۲

گام باید از اعداد ۱ تا ۸ انتخاب کنیم، پس:

$$n(S)=\binom{8}{2}=\frac{8(7)}{2}=28 \text{ :تعداد کل حالت‌ها}$$

گام حالت‌های مطلوب عبارت‌اند از:

۷تا :هر عدد و ۱

۳تا :اعداد زوج و ۲

یه دونه :۶ و ۳

یه دونه :۸ و ۴

پس $n(A)=12$ می‌شود.

گام بنابراین احتمال مورد نظر می‌شود:

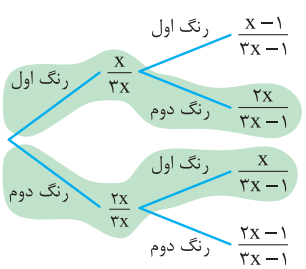
$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{12}{28}=\frac{3}{7}$$

۳۰- گزینه ۳

گام به گفتهٔ سؤال تعداد مهره‌ها از یک رنگ دو برابر دیگری است؛ پس فرض می‌کنیم از یک رنگ xتا و از دیگری ۲x تا داریم، بنابراین در کیسه طبق شکل مقابل ۳x مهره داریم:

رنگ اول: x مهره
رنگ دوم: ۲x مهره

گام احتمال هم‌رنگ‌نبودن آن‌ها در دو انتخاب متوالی طبق نمودار درختی مقابل می‌شود:



$$P(\text{هم‌رنگ‌نبودن})=(\frac{\cancel{x}^{1}}{\cancel{3x}^{3}}\times\frac{2x}{3x-1})+(\frac{\cancel{2x}^{2}}{\cancel{3x}^{3}}\times\frac{x}{3x-1})$$

گام عبارت بالا باید برابر $\frac{1}{2}$ باشد:

$$\frac{2x}{3(3x-1)}+\frac{2x}{3(3x-1)}=\frac{4x}{3(3x-1)}=\frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین‌وسطین}} 9x-3=8x \Rightarrow x=3$$

گام از ابتدا در کیسه $3x=3(3)=9$ مهره داشته‌ایم.

فیزیک

۳۱- گزینه ۲

درس‌نامه مواد دیامغناطیسی: اتم‌های مواد دیامغناطیسی، نظیر مس، نقره، سرب و بیسموت، به طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی‌اند. به عبارت دیگر، هیچ‌یک از اتم‌های این مواد، دارای دو قطبی مغناطیسی خالصی نیستند. با وجود این، حضور میدان مغناطیسی خارجی، می‌تواند سبب القای دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی، در مواد دیامغناطیسی شود.

براساس درس‌نامه، توصیف صورت سؤال مربوط به مواد دیامغناطیسی است.

۳۲- گزینه ۱

فرایند ذوب، فرایندی **گرماگیر** است.

۳۳- گزینه ۴

$^{12}_{6}C^{+}$، دارای ۶ پروتون است، پس بار الکتریکی هستهٔ این اتم برابر است با: $q_{\text{هسته}} = +6e$

هم‌چنین $^{12}_{6}C^{+}$، دارای $6-1=5$ الکترون است، پس بار الکتریکی این اتم برابر است با:

$$q_{\text{اتم}} = q_{\text{هسته}} + q_e = +6e + (-5e) = +e$$

نسبت خواسته‌شده: $\frac{q_{\text{هسته}}}{q_{\text{اتم}}} = \frac{+6e}{+e} = 6$

۳۴- گزینه ۴

۴ به موضوع درستی اشاره می‌کند. بد نیست بدانید که اختلاف بین ترازهای انرژی الکترون‌ها در اتم از مرتبهٔ eV است.

اما دربارهٔ علت نادرستی سایر گزینه‌ها:

۱ انرژی مبادله‌شده در واکنش‌های شیمیایی، برای تغییر تراز انرژی نوکلئون‌های درون هسته کافی نیست! پس هسته‌ها در واکنش‌های شیمیایی برانگیخته نمی‌شوند.

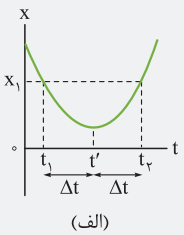
۲ جرم هسته از مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهندهٔ آن کم‌تر است. حتماً می‌دانید که به اختلاف جرم هسته با مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهندهٔ آن، کاستی جرم هسته می‌گوییم.

۳ انرژی نوکلئون‌های درون هسته، کمیتی کوانتیده است و هر مقدار دلخواهی نمی‌تواند باشد.

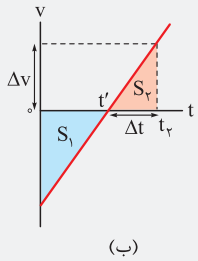
مشاوره تمام عبارت‌های ذکرشده در گزینه‌ها از متن کتاب درسی استخراج شده‌اند؛ پس مطالعهٔ دقیق متن کتاب درسی را جدی بگیرید.

۳۵- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ اگر نمودار مکان ـ زمان یک متحرک مانند شکل (الف) به صورت سهمی باشد که رأس آن لحظهٔ t' است، نمودار سرعت ـ زمان آن مانند شکل (ب) یک خط راست خواهد بود. همین‌طور که می‌بینید، این نمودار در لحظهٔ t' محور t را قطع می‌کند.



(الف)



(ب)

در نمودار (الف) گودی (تقعر) نمودار رو به بالا است؛ یعنی علامت شتاب مثبت است، پس شیب نمودار سرعت ـ زمان هم باید مثبت و نمودار سرعت ـ زمان باید صعودی باشد.

۲ محاسبهٔ جابه‌جایی و مسافت طی‌شده توسط متحرک به کمک نمودار سرعت ـ زمان (v − t)

الف) مساحت محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور t در هر بازهٔ زمانی، بیانگر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در آن بازهٔ زمانی است. اگر نمودار بالای محور t باشد، جابه‌جایی متحرک مثبت و اگر نمودار زیر محور t باشد، جابه‌جایی متحرک منفی است، مثلاً برای شکل (ب) داریم:

نمودار پایین محور t ↑

جابه‌جایی در بازهٔ زمانی ۰ تا t': $\Delta x_1 = -S_1$

جابه‌جایی در بازهٔ زمانی t' تا t_2: $\Delta x_2 = +S_2$

↓ نمودار بالای محور t

$\Rightarrow$ جابه‌جایی در بازهٔ زمانی صفر تا t_2: $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = -S_1 + S_2$

ب) مسافت طی‌شده توسط متحرک در هر بازهٔ زمانی برابر با مساحت محصور بین نمودار و محور t در آن بازهٔ زمانی است.

مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی ۰ تا t': $\ell_1 = +S_1$

مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی t' تا t_2: $\ell_2 = +S_2$

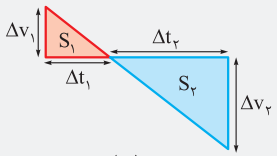
$\Rightarrow$ مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی صفر تا t_2: $\ell = \ell_1 + \ell_2 = S_1 + S_2$

۳ پس از محاسبهٔ جابه‌جایی و مسافت طی‌شده، سرعت متوسط و تندی متوسط از رابطه‌های زیر محاسبه می‌شوند:

سرعت متوسط: $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ← جابه‌جایی

تندی متوسط: $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$ ← مسافت طی‌شده

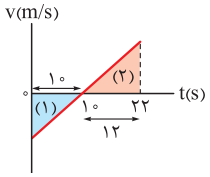
۴ در مثلث‌های متشابه مانند شکل (پ)، نسبت مساحت مثلث‌ها برابر با مجذور نسبت اضلاع متناظر است، مثلاً برای شکل روبه‌رو داریم:



(پ)

$$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}\right)^2 = \left(\frac{\Delta v_2}{\Delta v_1}\right)^2$$

در این حرکت، شتاب متحرک ثابت و مثبت است و جهت حرکت متحرک در لحظهٔ $t = 10\,s$ تغییر کرده است، پس نمودار سرعت ـ زمان آن به شکل مقابل است. در این نمودار، مساحت مثلث (۱) باید برابر ۵۰ باشد؛ بنابراین مساحت مثلث (۲) برابر است با:



$$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{12}{10}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_2}{50} = \left(\frac{6}{5}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_2}{50} = \frac{36}{25} \Rightarrow S_2 = 72$$

بنابراین جابه‌جایی متحرک در این ۲۲ ثانیه برابر است با:

$$\Delta x = (-S_1) + S_2 = -50 + 72 = 22\,m$$

یعنی: $(0, 22\,s): \Delta x = x_{22} - x_0 \Rightarrow 22 = 0 - x_0 \Rightarrow x_0 = -22\,m$

با توجه به تقارن سهمی حول لحظهٔ $t = 10\,s$، متحرک در دو لحظهٔ $t = 0$ و $t = 20\,s$ در یک مکان قرار دارد؛ پس: $x_{20} = x_0 = -22\,m \Rightarrow$ فاصله از مبدأ $= |x_{20}| = 22\,m$

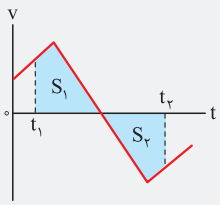
۳۶- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ شتاب متوسط در یک بازهٔ زمانی برابر است با:

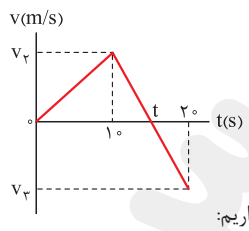
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

۲ در نمودار سرعت ـ زمان، مسافت طی‌شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 برابر است با:

$$\ell = S_1 + S_2$$



با توجه به داده‌های تست، نمودار سرعت ـ زمان متحرک در این ۲۰ s به شکل مقابل است. در ۱۰ ثانیهٔ اول، شتاب متحرک برابر $a_1 = a$ است؛ بنابراین:



$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{v_2 - 0}{10} \Rightarrow v_2 = 10a$$

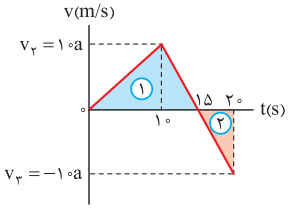
در ۱۰ ثانیهٔ دوم شتاب برابر $a_2 = -2a$ است. در نتیجه داریم:

$$a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -2a = \frac{v_3 - v_2}{10} \Rightarrow -20a = v_3 - 10a \Rightarrow v_3 = -10a$$

حالا می‌خواهیم لحظهٔ t را تعیین کنیم. در بازهٔ زمانی ۱۰ s تا t، شتاب برابر $a_2 = -2a$ و در لحظهٔ t سرعت برابر صفر است. در نتیجه داریم:

$$a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -2a = \frac{0 - 10a}{t - 10} \Rightarrow t - 10 = 5 \Rightarrow t = 15\,s$$

مسافت طی‌شده توسط متحرک در ۲۰ ثانیهٔ اول برابر ۲۰۰ m است؛ پس مجموع مساحت‌های ناحیهٔ رنگی در شکل روبه‌رو برابر ۲۰۰ واحد است:



$$S_1 + S_2 = 200$$

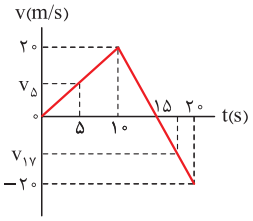
$$\Rightarrow \left(\frac{15 \times 10a}{2}\right) + \left(\frac{5 \times 10a}{2}\right) = 200$$

$$\Rightarrow 75a + 25a = 200 \Rightarrow a = 2\,m/s^2$$

بنابراین:

$$v_۳=-۱۰a=-۲۰\,m/s,\ v_۲=۱۰a=۲۰\,m/s,\ a_۲=-۴\,m/s^۲,\ a_۱=۲\,m/s^۲$$

حالا سرعت متحرک را در لحظه‌های $t_۱=۵\,s$ و $t_۲=۱۷\,s$ به دست می‌آوریم:



$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\begin{cases}\xrightarrow{(۰,۵\,s)} ۲=\dfrac{v_۵-۰}{۵} \Rightarrow v_۵=۱۰\,m/s\\ \xrightarrow[(۱۰\,s,۱۷\,s)]{} -۴=\dfrac{v_{۱۷}-۲۰}{۷} \Rightarrow v_{۱۷}=-۸\,m/s\end{cases}$$

در پایان داریم:

$$(۵\,s,۱۷\,s):\ a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{(-۸)-۱۰}{۱۷-۵}=\frac{-۱۸}{۱۲}=-۱/۵\,m/s^۲$$

$$\Rightarrow \vec{a}_{av}=(-۱/۵\,\frac{m}{s^۲})\vec{i}$$

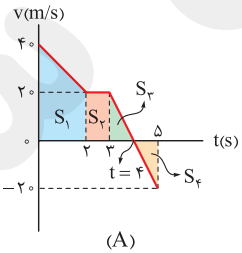
مشاوره برای حل تست‌های پیچیدهٔ حرکت‌شناسی، روی رسم نمودار $v-t$ به عنوان روشی عالی حساب کنید.

۳۷- گزینه ۱

لحظه‌ای که نمودار (A) محور زمان را قطع می‌کند برابر با:

$$\frac{۲۰}{t-۳}=\frac{|-۲۰|}{۵-t} \Rightarrow ۵-t=t-۳ \Rightarrow ۲t=۸ \Rightarrow t=۴\,s$$

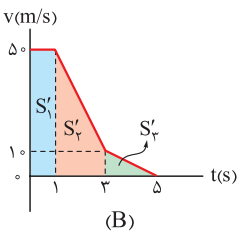
حالا کافی است در هر نمودار مساحت ناحیهٔ رنگی را به دست بیاوریم:



(A)

$$\left.\begin{aligned}S_۱&=\frac{۲۰+۴۰}{۲}\times۲=۶۰\\ S_۲&=۲۰\times۱=۲۰\\ S_۳&=S_۴=\frac{۲۰\times۱}{۲}=۱۰\end{aligned}\right\}\Rightarrow \ell_A=S_۱+S_۲+S_۳+S_۴$$

$$=۶۰+۲۰+۱۰+۱۰=۱۰۰\,m$$



(B)

$$\left.\begin{aligned}S_۱&=۵۰\times۱=۵۰\\ S_۲&=\frac{۵۰+۱۰}{۲}\times۲=۶۰\\ S_۳&=\frac{۱۰\times۲}{۲}=۱۰\end{aligned}\right\}\Rightarrow \ell_B=S'_۱+S'_۲+S'_۳$$

$$=۵۰+۶۰+۱۰=۱۲۰\,m$$

در نتیجه داریم:

$$\frac{\ell_B}{\ell_A}=\frac{۱۲۰}{۱۰۰}=۱/۲$$

۳۸- گزینه ۳

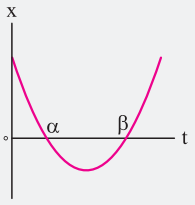
درس‌نامه ۱ اگر معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک به صورت $x=At^۲+Bt+C$ باشد، معادلهٔ سرعت ـ زمان آن به صورت $v=۲At+B$ است.

۲ در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط در یک بازهٔ زمانی با سرعت لحظه‌ای آن در لحظهٔ وسط بازه برابر است.

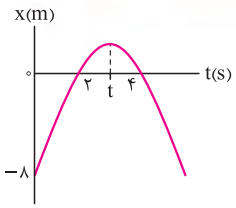
گام

نکته اگر نمودار مکان ـ زمان به صورت یک سهمی باشد که محور t را در لحظه‌های $t_۱=\alpha$ و $t_۲=\beta$ قطع کرده است، معادلهٔ مکان ـ زمان آن به صورت زیر است:

$$x=k(t-\alpha)(t-\beta)$$



با توجه به داده‌های تست، نمودار مکان ـ زمان متحرک به شکل مقابل است. اولاً با توجه به تقارن سهمی داریم:



$t_۱=۲\,s$. ثانیاً ریشه‌های این سهمی $t=\frac{۲+۴}{۲}=۳\,s$ و $t_۲=۴\,s$ است؛ پس معادلهٔ مکان ـ زمان آن باید به صورت زیر باشد:

$$x=\underbrace{k}_{\text{یک عدد ثابت}}(t-۲)(t-۴)$$

در رابطهٔ بالا، برای محاسبهٔ k داریم:

$$t=۰ \Rightarrow -۸=k(۰-۲)(۰-۴) \Rightarrow k=-۱$$ در لحظهٔ $x_۰=-۸\,m$ است.

بنابراین معادلهٔ مکان ـ زمان به صورت $x=-(t-۲)(t-۴)=-t^۲+۶t-۸$ است.

گام در ۳ ثانیهٔ دوم یعنی بازهٔ زمانی $t_۱=۳\,s$ تا $t_۲=۶\,s$، جهت حرکت متحرک تغییر نکرده است؛ پس به جای تندی متوسط، سرعت متوسط متحرک در این بازه را حساب می‌کنیم. البته می‌دانیم سرعت متوسط در این بازه با سرعت در لحظهٔ وسط این بازه، یعنی $t=\frac{۶+۳}{۲}=۴/۵\,s$ برابر است؛ یعنی داریم:

$$x=-t^۲+۶t-۸ \xrightarrow[v_۰=۶\,m/s]{a=-۲\,m/s^۲} v=-۲t+۶$$

$$\xrightarrow{t=۴/۵\,s} v=-۲(۴/۵)+۶=-۳\,m/s \Rightarrow |v|=۳\,m/s$$

۳۹- گزینه ۱

استراتژی در تست‌های دینامیک، اغلب اوقات لازم است که وضعیت حرکتی جسم و اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر آن تعیین شود. برای این کار:

۱ نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. توجه داشته باشید که نیروی اصطکاک وارد بر جسم، در خلاف جهت نیروی محرک وارد بر جسم است.

۲ اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه $(f_{s,max})$ و نیروی محرک وارد بر جسم $(F_{محرک})$ را محاسبه می‌کنیم.

۳ $f_{s,max}$ و $F_{محرک}$ را با هم مقایسه می‌کنیم.

- اگر $F_{محرک}<f_{s,max}$ باشد، جسم ساکن است و نیروی اصطکاک وارد بر آن ایستایی است: $f_s=F_{محرک}$
- اگر $F_{محرک}=f_{s,max}$ باشد، جسم ساکن و در آستانهٔ حرکت است و نیروی اصطکاک وارد بر آن ایستایی بیشینه است: $f_{s,max}=F_N\mu_s=F_{محرک}$
- اگر $F_{محرک}>f_{s,max}$ باشد، جسم در حال حرکت است و نیروی اصطکاک وارد بر آن جنبشی است: $f_k=F_N\mu_k$

درس‌نامه ۱ بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی:

$$f_{s,max}=\underbrace{\mu_s}_{\text{ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح}}F_N \leftarrow \text{بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی} \quad \rightarrow \text{نیروی عمودی سطح}$$

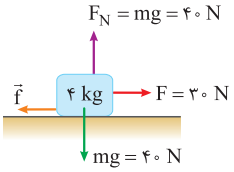
در رابطهٔ بالا، اگر $F_{محرک}\le f_{s,max}$ باشد، جسم ساکن می‌ماند و نیروی اصطکاک برابر با $F_{محرک}$ است.

۲ اندازهٔ نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، برابر با برایند دو نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی اصطکاک (f) است.

$$R=\sqrt{F_N^۲+f^۲}$$

در رابطهٔ بالا، f می‌تواند f_s، $f_{s,max}$ یا f_k باشد.

ابتدا با توجه به شکل مقابل، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینهٔ وارد بر جسم را حساب می‌کنیم:



$$f_{s,max}=F_N\mu_s=۴۰\times۰/۸=۳۲\,N$$

چون نیروی $F=۳۰\,N$ از $f_{s,max}$ کوچک‌تر است، جسم شروع به حرکت نمی‌کند و نیروی اصطکاک وارد بر آن از نوع ایستایی و برابر با همان نیروی F یعنی $۳۰\,N$ است. در نتیجه داریم:

$$R=\sqrt{F_N^۲+f_s^۲} \xrightarrow[f_N=۴۰\,N]{f_s=۳۰\,N} R=\sqrt{\underbrace{۴۰^۲}_{۴\times۱۰}+\underbrace{۳۰^۲}_{۳\times۱۰}}=\underbrace{۵۰}_{۵\times۱۰}\,N$$

۴۰- گزینه ۲

درس‌نامه شتاب گرانش در سطح یک سیارهٔ کروی به جرم M و شعاع R از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$g=\frac{GM}{R^2}$$

در اغلب تست‌ها از این رابطه به صورت نسبی استفاده می‌شود؛ یعنی:

$$\frac{g_2}{g_1}=\frac{M_2}{M_1}\times\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2$$

از رابطهٔ $g=G\frac{M}{R^2}$ به صورت نسبی استفاده می‌کنیم:

$$g=\frac{GM}{R^2}\xrightarrow[\text{ماه: (۲)}]{\text{زمین: (۱)}}\frac{g_2}{g_1}=\frac{M_2}{M_1}\times\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2=\left(\frac{1}{80}\right)\times(4)^2=\frac{16}{80}=\frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow\frac{g_2}{980}=\frac{1}{5}\Rightarrow g_2=\frac{980}{5}=196\ \text{cm}/\text{s}^2$$

۴۱- گزینه ۳

درس‌نامه رابطهٔ مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست:

$$v_2^2-v_1^2=2a\Delta x$$

(سرعت نهایی: v_2، سرعت ابتدایی: v_1، شتاب: a، جابه‌جایی: Δx)

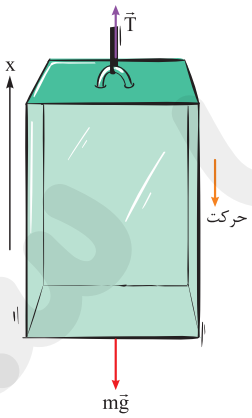
روش ۱ در شکل مقابل، جهت مثبت محور x را به سمت بالا در نظر می‌گیریم؛ پس سرعت اولیهٔ آسانسور که به سمت پایین است، برابر $v_1=-6\ \text{m}/\text{s}$ و جابه‌جایی آن تا توقف برابر $\Delta x=-18\ \text{m}$ است. حالا با توجه به رابطهٔ مستقل از زمان داریم:

$$v_2^2-v_1^2=2a\Delta x\Rightarrow 0-(-6)^2=2a\times(-18)\Rightarrow a=1\ \text{m}/\text{s}^2$$

شتاب آسانسور مثبت یعنی رو به بالاست. حالا با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net}=ma\Rightarrow T-mg=ma\Rightarrow T-1000\times10=1000\times1$$

$$\Rightarrow T=11000\ \text{N}=1/1\times10^4\ \text{N}$$



روش ۲

نکته در تست‌های آسانسوری که به جسم علاوه بر وزن، یک نیروی رو به بالا $(\vec{F})$ وارد می‌شود (این نیرو می‌تواند نیروی عمودی سطح، نیروی کشسانی فنر یا نیروی کشش نخ باشد)، می‌توانیم از رابطهٔ زیر استفاده کنیم:

$$F=m(g\pm a)$$

(+a: حرکت رو به بالا تندشونده یا حرکت رو به پایین کندشونده؛ اگر شتاب رو به بالا باشد.)

(−a: حرکت رو به بالا کندشونده یا حرکت رو به پایین تندشونده؛ اگر شتاب رو به پایین باشد.)

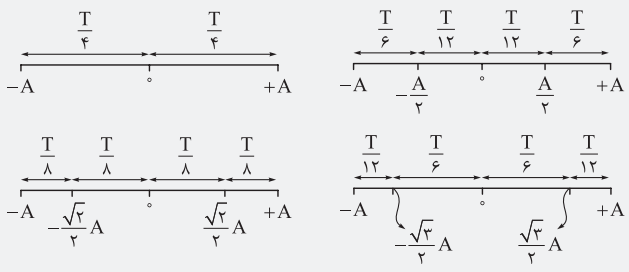
به کمک نکتهٔ بالا داریم:

$$F=m(g\pm a)\xrightarrow[\text{حرکت رو به پایین کندشونده}]{F=T}T=m(g+a)$$

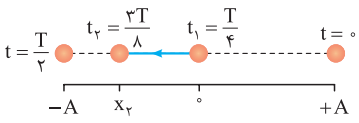
$$\Rightarrow T=1000\times(10+1)=11000\ \text{N}=1/1\times10^4\ \text{N}$$

۴۲- گزینه ۴

درس‌نامه در تست‌های حرکت هماهنگ ساده، مکان‌ها و جابه‌جایی‌های مشخص‌شده در شکل‌های زیر بسیار پرتکرارند. زمان لازم برای طی این جابه‌جایی‌ها را (برحسب دوره) به خاطر بسپارید.



با توجه به داده‌های تست، مسیر حرکت جسم در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 به شکل زیر است. با توجه به الگوهای زمانی، می‌دانیم نوسانگر هماهنگ ساده، در مدت $\Delta t=t_2-t_1=\frac{3T}{8}-\frac{T}{4}=\frac{T}{8}$ از مبدأ به مکان $x_2=-\frac{\sqrt{2}}{2}A$ می‌رسد؛ پس مسافت طی‌شده در این بازهٔ زمانی برابر $\frac{\sqrt{2}}{2}A=\frac{\sqrt{2}}{2}\times2=\sqrt{2}\ \text{cm}$ است.



۴۳- گزینه ۱

درس‌نامه **۱** رابطهٔ بین سه مشخصهٔ اصلی موج:

$$\lambda=\frac{v}{f}$$

(طول موج: λ، تندی انتشار: v، بسامد: f)

تندی انتشار موج، فقط به محیط و ویژگی‌های آن و بسامد موج فقط به چشمهٔ موج بستگی دارد.

۲ تندی انتشار موج عرضی در تار مرتعش تحت کشش:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

(F: نیروی کشش تار، A: سطح مقطع تار، ρ: چگالی تار)

می‌دانیم بسامد و دورهٔ تناوب موج تنها به چشمهٔ موج وابسته است و به ویژگی‌های محیط انتشار موج (در این‌جا طناب) بستگی ندارد؛ پس با تغییر ضخامت طناب، دورهٔ تناوب آن تغییر نمی‌کند (رد گزینهٔ «۲»).

تندی انتشار موج به ویژگی‌های محیط بستگی دارد. در این‌جا، طبق رابطهٔ $v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}$، با کاهش سطح مقطع طناب، تندی انتشار موج در آن افزایش می‌یابد (رد گزینهٔ «۳»).

با ورود موج از قسمت ضخیم طناب به قسمت نازک آن، تندی انتشار موج (v) افزایش می‌یابد، اما بسامد موج (f) تغییری نمی‌کند؛ پس طبق رابطهٔ $\lambda=\frac{v}{f}$، طول موج هم افزایش پیدا می‌کند (رد گزینهٔ «۴»).

از آن‌جایی که بخشی از انرژی موج وارد قسمت نازک شده (نه همهٔ آن)، در نتیجه دامنهٔ موج عبوری کم‌تر از دامنهٔ موج فرودی است (درستی گزینهٔ «۱»).

۴۴- گزینه ۲

درس‌نامه **۱** در حرکت هماهنگ ساده به معادلهٔ مکان ـ زمان $x=A\cos(\omega t)$، تندی بیشینهٔ نوسانگر از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$v_{max}=A\omega$$

۲ در حرکت هماهنگ ساده در لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر با انرژی پتانسیل آن برابر است، داریم:

$$v=\frac{\sqrt{2}}{2}v_{max}$$

در لحظه‌ای که انرژی مکانیکی نوسانگر، دو برابر انرژی جنبشی آن است، داریم:

$$E=2K\xrightarrow{E=K+U}K+U=2K\Rightarrow U=K$$

می‌دانیم در لحظه‌ای که انرژی جنبشی (K) نوسانگر با انرژی پتانسیل (U) آن برابر است، تندی نوسانگر برابر است با:

$$v=\frac{\sqrt{2}}{2}v_{max}=\frac{\sqrt{2}}{2}A\omega=\frac{\sqrt{2}}{2}\times0/04\times20\pi=\frac{2\sqrt{2}\pi}{5}\ \text{m}/\text{s}$$

۴۵- گزینه ۳

درس‌نامه **اختلاف تراز شدت دو صوت:**

$$\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_1}$$

(تراز شدت صوت ۲ (dB)، تراز شدت صوت ۱ (dB)، شدت صوت ۲: I_2، شدت صوت ۱: I_1)

کافی است داده‌های تست را در رابطهٔ زیر جای‌گذاری کنیم:

$$\beta_2-\beta_1=10\log\left(\frac{I_2}{I_1}\right)\Rightarrow 45-40=10\log\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}=\log\left(\frac{I_2}{I_1}\right)\Rightarrow\frac{I_2}{I_1}=(10)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{10}$$

۴۶- گزینه ۴

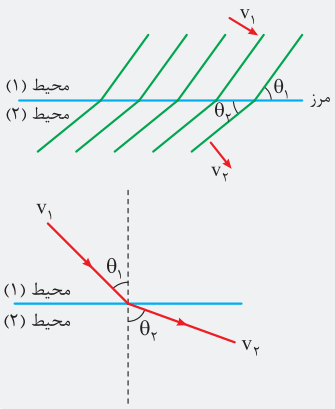
درس‌نامه قانون شکست عمومی:

وقتی جبهه‌های موج به شکل مقابل از محیط (۱) وارد محیط (۲) می‌شوند، داریم:

$$\frac{v_2}{v_1}=\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}$$

در رابطهٔ بالا، θ در هر محیط، زاویهٔ بین جبهه‌های موج با مرز است.

اگر به جای جبههٔ موج، با پرتوی موج سروکار داشته باشیم، θ در هر محیط زاویهٔ بین پرتوی موج با خط عمود است.



رابطهٔ قانون شکست عمومی $(\frac{v_2}{v_1}=\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1})$ را یک بار بین محیط (۲) و (۱) و بار دیگر بین محیط (۳) و (۱) می‌نویسیم:

$$\text{محیط (۲) و (۱)}: \frac{v_2}{v_1}=\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}\Rightarrow\frac{v_2}{3\times10^8}=\frac{\sin37^\circ}{\sin53^\circ}\Rightarrow\frac{v_2}{3\times10^8}=\frac{0/6}{0/8}\Rightarrow v_2=\frac{9}{4}\times10^8\ m/s$$

$$\text{محیط (۳) و (۱)}: \frac{v_3}{v_1}=\frac{\sin\theta_3}{\sin\theta_1}\Rightarrow\frac{v_3}{3\times10^8}=\frac{\sin30^\circ}{\sin53^\circ}\Rightarrow\frac{v_3}{3\times10^8}=\frac{0/5}{0/8}\Rightarrow v_3=\frac{15}{8}\times10^8\ m/s$$

بنابراین خواستهٔ تست برابر است با:

$$v_2-v_3=\frac{9}{4}\times10^8-\frac{15}{8}\times10^8=\frac{3}{8}\times10^8=\frac{30}{8}\times10^7=3/75\times10^7\ m/s$$

۴۷- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ توان متوسط: آهنگ مصرف انرژی را توان متوسط می‌گوییم.

$$P_{av}=\frac{E}{\Delta t}\quad E:\text{انرژی},\ \Delta t:\text{مدت‌زمان}$$

۲ انرژی باریکهٔ نور:

$$E=n\frac{hc}{\lambda}$$

h: ثابت پلانک، c: تندی انتشار امواج الکترومغناطیسی در خلأ، λ: طول موج فوتون، n: تعداد فوتون‌ها

نکته تبدیل یکای eV به J (و برعکس):

$$eV\xrightarrow{\times1/6\times10^{-19}}J\qquad J\xrightarrow{\div1/6\times10^{-19}}eV$$

ابتدا انرژی فوتون‌ها را حساب می‌کنیم، البته برحسب ژول!

$$E=nhf=nh\frac{c}{\lambda}=n\frac{hc}{\lambda}=(3\times10^{21})\times\frac{1240\ eV.nm}{248\ nm}$$

$$=15\times10^{21}\ eV=(15\times10^{21})\times(1/6\times10^{-19})J=24\times10^2\ J$$

حالا داریم:

$$P=\frac{E}{\Delta t}=\frac{24\times10^2}{60}=40\ W$$

۴۸- گزینه ۲

شفاف‌سازی در حالتی که تنها گذارهای $\Delta n=1$ مجاز است، یعنی اختلاف شمارهٔ مدار مبدأ و مقصد در گذار برابر یک است. خواستان باشد که الکترون در نهایت تمایل دارد به حالت پایه یعنی $n=1$ برسد؛ یعنی در این‌جا از مدار $n=5$ یک پله یک پله پایین می‌آید تا در نهایت به مدار $n=1$ برسد.

از آن‌جایی که فقط گذارهای $\Delta n=1$ مجاز است، فقط با گذارهای زیر سروکار داریم که دربارهٔ فوتون گسیل‌شده در هر گذار داریم:

توضیح	نوع موج گسیلی	گذار
تمام گذارها به مقصد $n'=3,4,5,\ldots$ فوتون در ناحیهٔ فروسرخ گسیل می‌کنند.	فروسرخ	$n=5\Rightarrow n'=4$
	فروسرخ	$n=4\Rightarrow n'=3$
گذارهای ۳ به ۲، ۴ به ۲، ۵ به ۲ و ۶ به ۲ فوتون در ناحیهٔ مرئی گسیل می‌کنند.	نور مرئی	$n=3\Rightarrow n'=2$
تمام گذارها به مقصد $n'=1$ فوتون در ناحیهٔ فرابنفش گسیل می‌کنند.	فرابنفش	$n=2\Rightarrow n'=1$

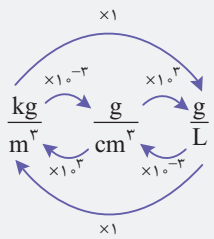
۴۹- گزینه ۴

درس‌نامه چگالی:

$$\rho=\frac{m}{V}\quad m:\text{جرم جسم},\ V:\text{حجم جسم}$$

◇ $\frac{kg}{m^3}$، $\frac{g}{cm^3}$ و $\frac{g}{L}$ از یکاهای متداول چگالی‌اند.

تبدیل این یکاها به یکدیگر به صورت زیر انجام می‌شود:



$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{m}{\pi(R^2_{\text{خارجی}}-R^2_{\text{داخلی}})L}$$

$$\xrightarrow[R_{\text{خارجی}}=b=1/1a\ ,\ R_{\text{داخلی}}=a,\ L=10a]{m=2/1\ kg=2/1\times10^3\ g}\frac{8}{\pi}=\frac{2/1\times10^3}{\pi[(1/1a)^2-a^2]\times10a}$$

$$\Rightarrow 8=\frac{2/1\times10^3}{(1/21a^2-a^2)10a}\Rightarrow 8\times\not{2/1}a^3=\not{2/1}\times10^3$$

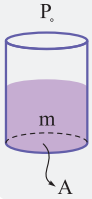
$$\Rightarrow a^3=\frac{10^3}{8}\xrightarrow{\sqrt[3]{\ }}a=\frac{10}{2}=5\ cm$$

۵۰- گزینه ۱

درس‌نامه اگر مطابق شکل مقابل، درون ظرفی استوانه‌ای‌شکل که سطح مقطع آن برابر A است، جرم m از مایعی بریزیم، فشار ناشی از مایع و فشار کل در کف ظرف از روابط مقابل به دست می‌آید:

$$P_{\text{مایع}}=\frac{mg}{A}$$

$$P_{\text{کل}}=P_0+\frac{mg}{A}$$



گام ۱ در حالت اول (ظرف استوانه‌ای‌شکل)، فشار ناشی از مایع را حساب می‌کنیم:

$$P_1=P_0+P_{\text{مایع}(1)}\xrightarrow{P_0=10^5\ Pa=100\ kPa}106=100+P_{\text{مایع}(1)}\Rightarrow P_{\text{مایع}(1)}=6\ kPa$$

گام ۲ مقدار (جرم) مایع در دو حالت یکسان است، پس رابطهٔ $P_{\text{مایع}}=\frac{mg}{A}$ را به صورت نسبتی می‌نویسیم تا فشار مایع در حالت دوم (ظرف مکعبی‌شکل) به دست آید:

$$P=\frac{mg}{A}\xrightarrow{g,m:\text{یکسان}}\frac{P_{\text{مایع}(2)}}{P_{\text{مایع}(1)}}=\frac{A_1}{A_2}\xrightarrow{A_1=\pi r^2,\ A_2=a^2}\frac{P_{\text{مایع}(2)}}{6}=\frac{3\times(1)^2}{3^2}$$

$$\Rightarrow P_{\text{مایع}(2)}=\frac{6\times3}{9}=2\ kPa$$

گام ۳ در حالت دوم، فشار در کف ظرف برابر است با:

$$P_2=P_0+P_{\text{مایع}(2)}=100+2=102\ kPa$$

حواستون باشه به g و چگالی مایع اصلاً نیاز نداشتیم.

۵۱- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ انرژی جنبشی جسمی به جرم m و تندی v از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$K=\frac{1}{2}mv^2$$

۲ قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: کار کل انجام‌شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است:

$$W_t=\Delta K \Rightarrow W_t=K_2-K_1$$

- رابطهٔ بالا برای هر نوع مسیری برقرار است.
- انرژی جنبشی در آغاز و پایان مسیر مهم است و این‌که در طول مسیر، انرژی جنبشی جسم چگونه تغییر کرده، اهمیتی ندارد.

قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی را برای توپ می‌نویسیم:

$$W_t=\Delta K=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

$$\xrightarrow{m=450\,g=450\times10^{-3}\,kg} W_t=\frac{1}{2}\times450\times10^{-3}\times(16^2-20^2)$$

$$=\frac{1}{2}\times450\times10^{-3}\underbrace{(16-20)}_{-4}\times\underbrace{(16+20)}_{36}=-32/4\,J$$

۵۲- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ کار نیروی ثابت:

$$W=F\,d\cos\theta \rightarrow \text{زاویهٔ بین } \vec{F} \text{ و } \vec{d}$$

(اندازهٔ نیرو ↑، اندازهٔ جابه‌جایی ↓)

۲ اگر مطابق شکل مقابل به جسمی چند نیرو وارد می‌شود، کار کل انجام‌شده روی جسم برابر با جمع جبری کار تک‌تک نیروها است:



$$W_t=W_{F_1}+W_{F_2}$$

نیروهای $\vec{F}_1$، $\vec{F}_2$ و $\vec{f}_k$ روی جعبه کار انجام می‌دهند *(چون نیروهای وزن و عمودی سطح بر جابه‌جایی عمودند، کارشون برابر صفره)*؛ بنابراین:

$$W_t=W_{F_1}+W_{F_2}+W_{f_k}=F_1d\cos\theta_1+F_2d+f_kd\cos\theta'$$

$$=150\times10\times\underbrace{\cos30^\circ}_{\frac{\sqrt{3}}{2}}+60\times10+30\times10\times\underbrace{\cos180^\circ}_{-1}$$

$$=150\times10\times\frac{1/7}{2}+600-300=1275+300=1575\,J$$

۵۳- گزینه ۳

درس‌نامه رابطهٔ انبساط سطحی:

$$\Delta A=A_1(2\alpha)\Delta T$$

(مساحت اولیه ↑، افزایش مساحت ↑، α: ضریب انبساط طولی برحسب $\frac{1}{K}$ یا $\frac{1}{^\circ C}$، ΔT: افزایش دما برحسب K یا $^\circ C$)

رفتار انبساطی حفره مانند ورقه است، پس:

$$A_1=\pi r_1^2 \xrightarrow{r_1=\frac{d}{2}=\frac{2}{2}=1\,cm} A_1=3\times(1)^2=3\,cm^2$$

$$\Delta A=A_1(2\alpha)\Delta\theta=3\times(2\times2\times10^{-5})\times150=1/8\times10^{-2}\,cm^2$$

$$\xrightarrow{1\,cm^2=10^2\,mm^2} \Delta A=1/8\,mm^2$$

۵۴- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ قانون کولن: دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 که در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند، به هم نیروی الکتریکی وارد می‌کنند که اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad (k=9\times10^9\,\frac{N.m^2}{C^2}: \text{ثابت کولن})$$

۲ اصل پایستگی بار الکتریکی: اگر دو جسم رسانا را با هم تماس دهیم (به شرط آن‌که تبادل بار فقط بین دو جسم انجام شود)، جمع جبری بارهای دو جسم قبل از تماس برابر با جمع جبری بارهای دو جسم بعد از تماس است.

۳ اصل کوانتیده‌بودن بار الکتریکی: بار الکتریکی هر جسم، همواره مضرب درستی از بار الکتریکی پایه است:

$$Q=\pm ne \qquad (n=1,2,3,\dots \text{ و } e=1/6\times10^{-19}\,C: \text{بار الکتریکی پایه})$$

گام رابطهٔ قانون کولن را برای حالت اول می‌نویسیم:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow 0/027=9\times10^9\times\frac{|q_1||q_2|}{3^2}$$

$$\Rightarrow |q_1||q_2|=\frac{4\times\cancel{27}\times10^{-3}}{\cancel{9}\times10^9}=12\times10^{-12}\,(C)^2 \quad (I)$$

گام چون کره‌ها مشابه‌اند، در حالت دوم با اتصال کره‌ها به یکدیگر، بار الکتریکیشان یکسان می‌شود. رابطهٔ قانون کولن را برای حالت دوم هم می‌نویسیم:

$$F'=k\frac{|q'||q'|}{r^2} \Rightarrow 0/009=9\times10^9\times\frac{|q'|^2}{3^2}$$

$$\Rightarrow |q'|^2=\frac{4\times\cancel{9}\times10^{-3}}{\cancel{9}\times10^9}=4\times10^{-12} \xrightarrow{\sqrt{\ }} |q'|=2\times10^{-6}\,C$$

می‌رسیم به کلید حل تست! پس از اتصال کره‌ها، اندازهٔ نیروی الکتریکی کم شده است؛ بنابراین بار الکتریکی کره‌ها در ابتدا ناهم‌نام بوده است.

گام طبق اصل پایستگی بار الکتریکی می‌توان نوشت (فرض می‌کنیم $q'>0$ است):

$$q_1+q_2=q'+q' \Rightarrow q_1+q_2=2q'=2\times2\times10^{-6}$$

$$\Rightarrow q_1+q_2=4\times10^{-6}\,C \quad (II)$$

باتوجه به ناهم‌نام بودن بار الکتریکی اولیهٔ کره‌ها و به کمک روابط (I) و (II) اندازهٔ بار اولیهٔ هر یک از کره‌ها را حساب می‌کنیم:

$$q_1=-\frac{12\times10^{-12}}{q_2}$$

$$-\frac{12\times10^{-12}}{q_2}+q_2=4\times10^{-6} \xrightarrow{\times q_2} -12\times10^{-12}+q_2^2=4\times10^{-6}q_2$$

$$\Rightarrow q_2^2-4\times10^{-6}q_2-12\times10^{-12}=0$$

$$\xrightarrow{\text{تشکیل }\Delta\text{ و حل معادله}} \begin{cases} q_2=6\times10^{-6}\,C \\ q_2=-2\times10^{-6}\,C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1=-2\times10^{-6}\,C \\ q_1=6\times10^{-6}\,C \end{cases}$$

اگر فرض می‌کردیم که $q'<0$ است، به مجموعه‌جواب‌های $\{q_1=2\times10^{-6}\,C, q_2=-6\times10^{-6}\,C\}$ و $\{q_1=-6\times10^{-6}\,C, q_2=2\times10^{-6}\,C\}$ می‌رسیدیم.

در همهٔ حالت‌های بالا $-4\times10^{-6}\,C$ بار الکتریکی بین دو کره مبادله می‌شود.

گام تعداد الکترون‌های مبادله‌شده بین دو کره برابر است با:

$$Q=-ne \Rightarrow -4\times10^{-6}=-n\times1/6\times10^{-19}$$

$$\Rightarrow n=\frac{4\times10^{-6}}{1/6\times10^{-19}}=2/5\times10^{13}$$

۵۵- گزینه ۲

شفاف‌سازی خازن از باتری جدا است: بار الکتریکی خازن ثابت می‌ماند.

درس‌نامه ۱ ظرفیت خازن تختی که با دی‌الکتریکی با ثابت κ کاملاً پر شده است، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$$

(A: مساحت هر یک از صفحه‌های خازن، d: فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن، κ: ثابت دی‌الکتریک)

($\varepsilon_0=8/85\times10^{-12}\,F/m$: ضریب گذردهی الکتریکی خلأ)

۲ انرژی ذخیره‌شده در خازنی به ظرفیت C که بار الکتریکی آن Q است، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$U=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

گام رابطهٔ ظرفیت خازن را به صورت نسبتی می‌نویسیم تا ظرفیت خازن در حالت دوم به دست آید:

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\xrightarrow{A,\varepsilon_0,\kappa\text{ثابت}}\frac{C_2}{C_1}=\frac{d_1}{d_2}\xrightarrow{d_2=2d_1}\frac{C_2}{5}=\frac{d_1}{2d_1}\Rightarrow C_2=2/5\,nF$$

گام چون خازن به باتری متصل است، بار الکتریکی آن ثابت می‌ماند، پس:

$$\Delta U=\frac{Q^2}{2C_2}-\frac{Q^2}{2C_1}=\frac{Q^2}{2}\left(\frac{1}{C_2}-\frac{1}{C_1}\right)=\frac{(45)^2}{2}\left(\frac{1}{2/5}-\frac{1}{5}\right)=\frac{45\times45}{2}\times\frac{1}{5}$$

$$=202/5\,nJ=2/025\times10^2\,nJ$$

۵۶- گزینه ۳

گام با توجه به شکل‌های (الف) تا (پ) مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:

R_1: مقاومت‌های $20\,\Omega$ و $5\,\Omega$ موازی‌اند. $R_1=\frac{5\times20}{5+20}=\frac{100}{25}=4\,\Omega$

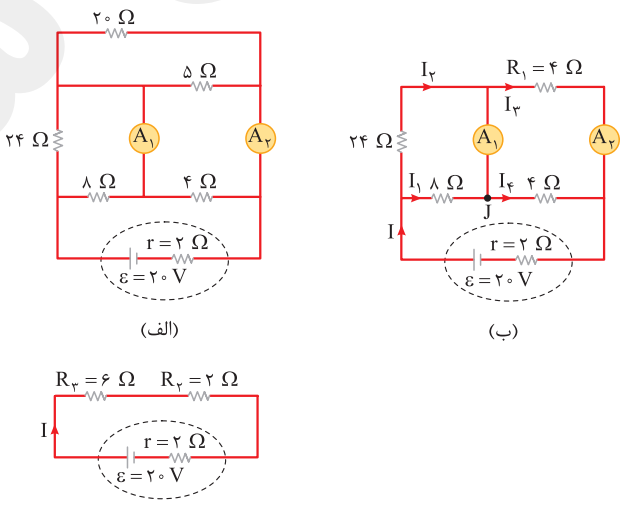
$$(\text{یا}:\ 20=\overset{n}{4}\times5\Rightarrow R_1=\frac{20}{n+1}=\frac{20}{4+1}=4\,\Omega)$$

R_2: مقاومت‌های $4\,\Omega$ و $4\,\Omega$ موازی‌اند. $R_2=\frac{4\times4}{4+4}=2\,\Omega$ $(\text{یا}:\ R_2=\frac{4}{2}=2\,\Omega)$

R_3: مقاومت‌های $24\,\Omega$ و $8\,\Omega$ موازی‌اند. $R_3=\frac{24\times8}{24+8}=\frac{24\times\cancel{8}^{1}}{\cancel{32}^{4}}=6\,\Omega$

$$(\text{یا}:\ 24=\overset{n}{3}\times8\Rightarrow R_3=\frac{24}{n+1}=\frac{24}{3+1}=6\,\Omega)$$

$R_{eq}=R_2+R_3=2+6=8\,\Omega$: مقاومت‌های $R_2=2\,\Omega$ و $R_3=6\,\Omega$ متوالی‌اند.



تیزبازی شکل (ب) را ببینید. مقاومت‌های $R_1=4\,\Omega$ و $4\,\Omega$ یکسان و مقاومت‌های $24\,\Omega$ و $8\,\Omega$ یکسان نیستند؛ بنابراین از شاخهٔ وسط یعنی از آمپرسنج A_1 حتماً جریان عبور می‌کند. *(برای این‌که از این شاخه جریانی عبور نکند، باید مقاومت‌های سمت چپ هم یکسان باشن).* آمپرسنج A_2 هم جریان عبوری از مقاومت R_1 را نشان می‌دهد. واضح است که از این آمپرسنج هم جریان عبور می‌کند؛ پس هر دو آمپرسنج، جریان غیرصفر را نشان می‌دهند و ۳ جواب تست است.

گام جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{20}{8+2}=2\,A$$

گام در شکل (ب) هر یک از جریان‌های I_1 تا I_4 را به دست می‌آوریم:

$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{24}{8}=3\Rightarrow I_1=3I_2$$

$$I=I_1+I_2\Rightarrow 2=3I_2+I_2\Rightarrow I_2=\frac{2}{4}=0/5\,A\ \text{و}\ I_1=1/5\,A$$

چون مقاومت‌های ۳ اُهمی یکسان‌اند، جریان I به صورت مساوی بین آن‌ها تقسیم می‌شود:

$$I_3=I_4=\frac{I}{2}=\frac{2}{2}=1\,A$$

آمپرسنج A_2، $I_3=1\,A$ را نشان می‌دهد.

گام نقطهٔ J در شکل (ب) را ببینید. $I_1=1/5\,A$ و $I_4=1\,A$ است؛ بنابراین طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، از شاخهٔ آمپرسنج A_1، جریان $0/5\,A$ به سمت بالا عبور می‌کند.

۵۷- گزینه ۳

گام جریان عبوری از باتری در شکل (الف) برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{R_1}=\frac{20}{10}=2\,A$

گام مقاومت معادل مدار در شکل (ب) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$R_{eq}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{10\times10000}{10+10000}=\frac{100000}{10010}\simeq9/99001\,\Omega$$

جریان عبوری از باتری در شکل (ب) را حساب می‌کنیم: $I'=\frac{\varepsilon}{R_{eq}}=\frac{20}{9/99001}=2/002\,A$

گام خواستهٔ تست برابر است با:

$$I'-I=2/002-2=0/002\,A\xrightarrow{1\,A=10^3\,mA}I'-I=2\,mA$$

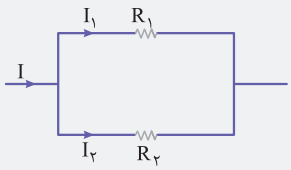
۵۸- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ مطابق شکل زیر، دو مقاومت R_1 و R_2 به صورت متوالی (سری) به هم متصل‌اند:



◇ مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq}=R_1+R_2$

۲ مطابق شکل روبه‌رو، دو مقاومت R_1 و R_2 به صورت موازی به هم متصل‌اند:



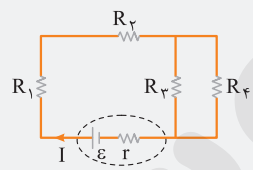
◇ مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$

◇ اگر مقاومت بزرگ‌تر، n برابر مقاومت کوچک‌تر باشد: $R_{eq}=\frac{\text{مقاومت بزرگ‌تر}}{n+1}$

◇ نسبت جریان عبوری از مقاومت‌ها برابر با وارون نسبت مقاومت‌ها است: $\frac{I_1}{I_2}=\frac{R_2}{R_1}$

◇ اصل پایستگی بار الکتریکی: $I=I_1+I_2$

۳ جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) در شکل روبه‌رو از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$$

۴ توان مصرفی در مقاومت R که جریان عبوری از آن I است: $P=RI^2$

گام در حالت اول (کلید باز)، مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم:

R_1: مقاومت‌های $24\,\Omega$ و $8\,\Omega$ موازی‌اند. $R_1=\frac{24\times8}{24+8}=\frac{24\times\cancel{8}^{1}}{\cancel{32}^{4}}=6\,\Omega$

$$(\text{یا}:\ 24=\overset{n}{3}\times8\Rightarrow R_1=\frac{24}{n+1}=\frac{24}{3+1}=6\,\Omega)$$

R_2: مقاومت‌های $R_1=6\,\Omega$ و $6\,\Omega$ متوالی‌اند. $R_2=R_1+6=6+6=12\,\Omega$

R_{eq}: مقاومت‌های $R_2=12\,\Omega$ و $12\,\Omega$ موازی‌اند. $R_{eq}=\frac{12\times12}{12+12}=6\,\Omega$

$$(\text{یا}:\ R_{eq}=\frac{12}{2}=6\,\Omega)$$

در حالت اول جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) برابر است با:

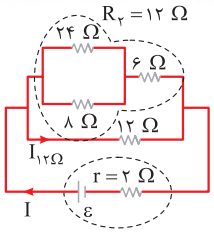
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{\varepsilon}{6+2}=\frac{\varepsilon}{8}$$

گام ۲ شکل (الف) را ببینید. مقاومت‌های موازی $R_۲ = ۱۲\,\Omega$ و $۱۲\,\Omega$ یکسان‌اند؛ بنابراین جریان I به صورت مساوی بین آن‌ها تقسیم می‌شود:

$$I_{۱۲\,\Omega} = \frac{I}{۲} = \frac{\frac{\varepsilon}{۸}}{۲} = \frac{\varepsilon}{۱۶}$$

توان مصرفی در مقاومت $۱۲\,\Omega$ برابر است با:

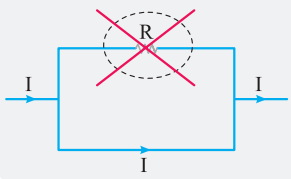
$$P_{۱۲\,\Omega} = RI^{۲}_{۱۲\,\Omega} = ۱۲ \times (\frac{\varepsilon}{۱۶})^{۲}$$



(الف)

گام ۳

نکته مطابق شکل مقابل اگر دو سر یک مقاومت با سیم (بدون مقاومت) به یکدیگر متصل شوند، از این مقاومت جریانی عبور نمی‌کند و این مقاومت اصطلاحاً اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. در این حالت، همهٔ جریان ورودی به گره، از سیم عبور خواهد کرد.



در حالت دوم (کلید بسته)، مقاومت‌های ۲۴ Ω و ۸ Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شوند و مدار به شکل (ب) درمی‌آید. مقاومت معادل مدار در این حالت به صورت زیر به دست می‌آید:

$$R'_{eq} = \frac{۱۲\times۶}{۱۲+۶} = \frac{۱۲\times\overset{۱}{\cancel{۶}}}{\underset{۳}{\cancel{۱۸}}} = ۴\,\Omega \quad (\text{یا: } ۱۲ = \overset{n}{(۲)} \times ۶ \Rightarrow R'_{eq} = \frac{۱۲}{n+۱} = \frac{۱۲}{۲+۱} = ۴\,\Omega)$$

جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) برابر است با:

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r} = \frac{\varepsilon}{۴+۲} = \frac{\varepsilon}{۶}$$

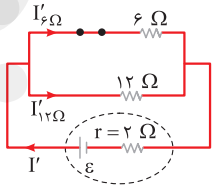
گام ۴ در حالت دوم، جریان عبوری از مقاومت $۱۲\,\Omega$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{I'_{۶\,\Omega}}{I'_{۱۲\,\Omega}} = \frac{۱۲}{۶} = ۲ \Rightarrow I'_{۶\,\Omega} = ۲I'_{۱۲\,\Omega}$$

$$I' = I'_{۱۲\,\Omega} + I'_{۶\,\Omega} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{۶} = I'_{۱۲\,\Omega} + ۲I'_{۱۲\,\Omega} \Rightarrow I'_{۱۲\,\Omega} = \frac{\frac{\varepsilon}{۶}}{۳} = \frac{\varepsilon}{۱۸}$$

توان مصرفی در مقاومت $۱۲\,\Omega$ برابر است با:

$$P'_{۱۲\,\Omega} = RI'^{۲}_{۱۲\,\Omega} = ۱۲ \times (\frac{\varepsilon}{۱۸})^{۲}$$



(ب)

گام ۵ ε به صورت زیر به دست می‌آید:

$$P_{۱۲\,\Omega} - P'_{۱۲\,\Omega} = \frac{۱۷}{۳}\,W \Rightarrow ۱۲\times(\frac{\varepsilon}{۱۶})^{۲} - ۱۲\times(\frac{\varepsilon}{۱۸})^{۲} = \frac{۱۷}{۳}$$

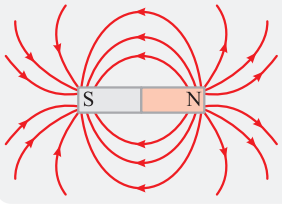
$$\Rightarrow (\frac{\varepsilon}{۱۶})^{۲} - (\frac{\varepsilon}{۱۸})^{۲} = \frac{۱۷}{۳۶} \Rightarrow (\frac{\varepsilon}{۱۶} - \frac{\varepsilon}{۱۸})(\frac{\varepsilon}{۱۶} + \frac{\varepsilon}{۱۸}) = \frac{۱۷}{۳۶}$$

$$\Rightarrow (\frac{۱۸\varepsilon - ۱۶\varepsilon}{۱۶\times۱۸})(\frac{۱۸\varepsilon + ۱۶\varepsilon}{۱۶\times۱۸}) = \frac{۱۷}{۳۶} \Rightarrow \frac{۲\varepsilon\times۳۴\varepsilon}{(۱۶\times۱۸)^{۲}} = \frac{۱۷}{۳۶}$$

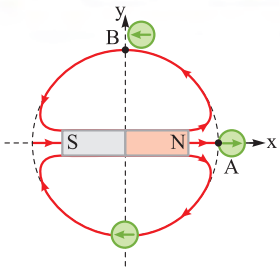
$$\Rightarrow \varepsilon^{۲} = \frac{\overset{۱}{\cancel{۱۷}}\times(۱۶\times۱۸)^{۲}}{۳۶\times۲\times\underset{۲}{\cancel{۳۴}}} \xrightarrow{\sqrt{\ }} \varepsilon = \frac{\overset{۸}{\cancel{۱۶}}\times\overset{۳}{\cancel{۱۸}}}{\underset{۱}{\cancel{۶}}\times\underset{۱}{\cancel{۲}}} = ۲۴\,V$$

۵۹- گزینه ۴

درس‌نامه خطوط میدان مغناطیسی در اطراف آهنربای میله‌ای به شکل مقابل است. این خطوط از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شوند.



با توجه به جهت عقربهٔ مغناطیسی پایینی که به سمت چپ است، قطب‌های آهنربا و خطوط میدان مغناطیسی در اطراف آن به صورت شکل مقابل است. همان‌طور که می‌بینید، جهت عقربهٔ مغناطیسی A به سمت راست و جهت عقربهٔ مغناطیسی B به سمت چپ است.

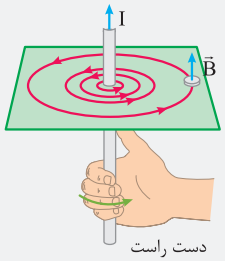


۶۰- گزینه ۱

درس‌نامه **۱ میدان مغناطیسی حاصل از یک سیم مستقیم حامل جریان:**

الف) تعیین جهت میدان مغناطیسی:

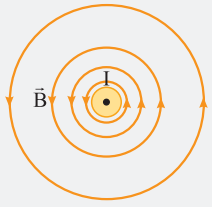
با استفاده از قاعدهٔ دست راست، می‌توان این جهت را تعیین کرد. مطابق این قاعده، اگر سیم را در دست راست خود بگیرید به گونه‌ای که انگشت شست در جهت جریان الکتریکی باشد، جهت خم‌شدن چهار انگشت دست شما جهت خط‌های میدان مغناطیسی را در اطراف سیم نشان می‌دهد (شکل الف).



(الف)

ب) بررسی اندازهٔ میدان مغناطیسی:

- همان‌طور که در شکل (ب) می‌بینید، با فاصله‌گرفتن از سیم، تراکم خطوط میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد؛ بنابراین با **افزایش** فاصله از سیم مستقیم، اندازهٔ میدان مغناطیسی **کاهش** می‌یابد.
- با **افزایش** جریان عبوری از سیم، اندازهٔ میدان مغناطیسی در فاصلهٔ معینی از سیم، **افزایش** می‌یابد.



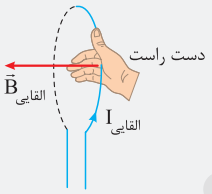
(ب)

۲ قانون لنز: با تغییر شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه (یا پیچه یا سیم‌لوله)، میدان مغناطیسی القایی در داخل به وجود می‌آید که جهت آن طبق جدول زیر تعیین می‌شود:

چگونگی تغییر شار مغناطیسی	جهت میدان مغناطیسی القایی
افزایش	در خلاف جهت میدان مغناطیسی اصلی
کاهش	هم‌جهت با میدان مغناطیسی اصلی

۳ قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت جریان القایی:

اگر چهار انگشت دست راست را در جهت میدان مغناطیسی در داخل حلقه قرار دهیم، شست دست جهت جریان القایی در حلقه را نشان می‌دهد (شکل پ).

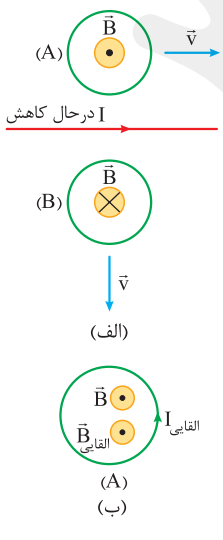


(پ)

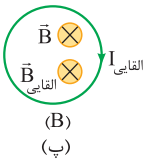
گام ۱ مطابق شکل (الف)، به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت میدان حاصل از سیم حامل جریان را داخل هر یک از حلقه‌ها تعیین می‌کنیم.

گام ۲ **حلقهٔ (A):** چون جریان عبوری از سیم در حال کاهش است، میدان حاصل از آن نیز کاهش می‌یابد. از طرفی با توجه به جهت حرکت حلقهٔ (A)، فاصلهٔ آن با سیم تغییر نمی‌کند؛ بنابراین شار گذرنده از حلقهٔ (A) کاهش می‌یابد و طبق قانون لنز، جریان القایی باید در جهتی باشد که این کاهش شار را جبران کند.

از آن‌جا که میدان اصلی $(\vec{B})$ برون‌سو بوده است، میدان حاصل از جریان القایی هم باید برون‌سو باشد؛ پس به کمک قاعدهٔ دست راست و مطابق شکل (ب)، جریان القایی در حلقهٔ (A) باید **پادساعتگرد** باشد.

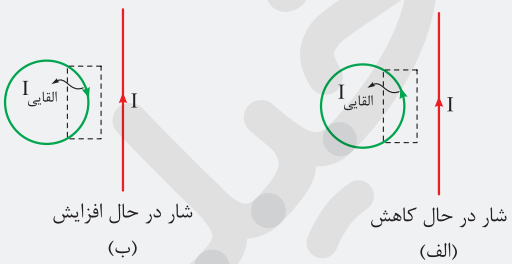


گام **حلقهٔ (B)**: جریان عبوری از سیم در حال کاهش است و حلقهٔ (B) در حال دورشدن از سیم است. هر دو تغییر باعث کاهش شار مغناطیسی گذرنده از حلقهٔ (B) می‌شود؛ پس طبق قانون لنز، جریان القایی باید در جهتی باشد که این کاهش شار را جبران کند. با توجه به این توضیحات، جهت میدان مغناطیسی حاصل از جریان القایی در داخل حلقهٔ (B) باید درون‌سو یعنی هم‌جهت با میدان اصلی ($\vec{B}$) باشد. در نتیجه مطابق شکل (پ)، جریان القایی در حلقهٔ (B) باید **ساعتگرد** باشد.

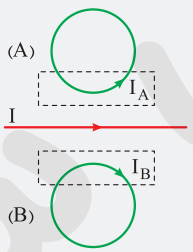


پیش‌نیاز فهمیدن تیزبازی، نکتهٔ زیر است:

نکته هرگاه شار مغناطیسی عبوری از حلقه در حال **کاهش** باشد، مطابق شکل (الف)، جریان القایی در قسمتی از حلقه که به سیم نزدیک‌تر است (داخل ناحیهٔ خط‌چین)، هم‌جهت با I است. هم‌چنین اگر شار مغناطیسی عبوری از حلقه در حال **افزایش** باشد، مطابق شکل (ب)، جریان القایی در قسمتی از حلقه که به سیم نزدیک‌تر است (داخل ناحیهٔ خط‌چین)، در **خلاف جهت** I است.



تیزبازی چون شار عبوری از هر دو حلقه در حال کاهش است (به همان دلایلی که در گام‌های دوم و سوم گفتیم)، جریان القایی عبوری از قسمتی از حلقه‌ها که به سیم نزدیک‌تر است (داخل نواحی خط‌چین)، هم‌جهت با جریان عبوری از سیم است؛ یعنی مطابق شکل مقابل، جریان عبوری از حلقه‌های (A) و (B) به ترتیب پادساعتگرد و ساعتگرد است.



شیمی

۶۱- گزینه ۳

نکته نافلزها با گرفتن الکترون و تشکیل آنیون، به آرایش گاز نجیب هم‌دورهٔ خود می‌رسند، در حالی که فلزها با از دست دادن الکترون و تشکیل کاتیون، به آرایش گاز نجیب قبل از خود می‌رسند. (البته همهٔ فلزها با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب نمی‌رسند!)

عنصر ${}_{16}A$ (همان نافلز گوگرد) متعلق به گروه ۱۶ است و با گرفتن دو الکترون، به آرایش گاز نجیب آرگون (${}_{18}Ar$) می‌رسد، در حالی که ${}_{3}G$ (همان فلز لیتیم)، متعلق به گروه ۱ است و با از دست دادن یک الکترون، به آرایش گاز نجیب هلیم (${}_{2}He$) می‌رسد:

$${}_{16}A:[{}_{10}Ne]3s^2 3p^4 \Rightarrow {}_{16}A^{2-}:[{}_{10}Ne]3s^2 3p^6:{}_{18}Ar$$

$${}_{3}G:[{}_{2}He]2s^1 \Rightarrow {}_{3}G^{+}:[{}_{2}He]$$

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) ${}_{21}Z$ و ${}_{11}M$ هر دو فلزند، در حالی که ما به یک نافلز هم نیاز داریم! ۲) با توجه به تفاوت عدد اتمی عنصرها با گاز نجیب ${}_{36}Kr$، می‌شه فهمید که ${}_{34}X$ متعلق به گروه ۱۶ و ${}_{37}Y$، متعلق به گروه ۱ است. هر دوی این عنصرها با تشکیل یون‌های X^{2-} و Y^{+} به آرایش گاز نجیب کریپتون (${}_{36}Kr$) می‌رسند. ۴) عنصر ${}_{8}E$ همان اکسیژن است که با گرفتن دو الکترون به آرایش گاز نجیب نئون (${}_{10}Ne$) می‌رسد، در حالی که ${}_{1}D$ (همان هیدروژن)، یون D^{+} تشکیل نمی‌دهد، زیرا این یون پایدار نیست. *تازه!* ${}_{1}D^{+}$، آرایشی مشابه گاز نجیب ندارد.

۶۲- گزینه ۴

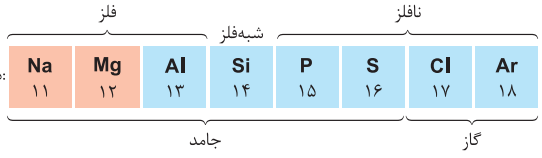
عبارت‌های (ج) و (د) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: الف) شبه‌فلز دورهٔ سوم، سیلیسیم (${}_{14}Si$) و آخرین فلز دورهٔ چهارم، روی (${}_{30}Zn$) است. میان این دو عنصر، ۱۵ عنصر با عددهای اتمی ۱۵ تا ۲۹ وجود دارد.

نکته به کمک عدد اتمی دو عنصر، می‌توان تعداد عنصرهای بین آن‌ها در جدول دوره‌ای را تعیین کرد: ۱ − تفاوت عدد اتمی A و B = تعداد عنصرها بین A و B

${}_{30}Zn$ و ${}_{14}Si$ تعداد عنصرها بین $= (30-14)-1=16-1=15$

ب) در یک دوره از چپ به راست، خصلت نافلزی عنصرها افزایش می‌یابد؛ پس بین دو نافلز جامد دورهٔ سوم (${}_{15}P$ و ${}_{16}S$)، گوگرد، قوی‌تر است.



از طرفی در یک دوره از چپ به راست، خصلت فلزی عنصرها کاهش می‌یابد، پس قوی‌ترین فلز دورهٔ چهارم، نخستین عنصر این دوره یعنی پتاسیم (${}_{19}K$) است:

${}_{19}K$ و ${}_{16}S$ تفاوت عدد اتمی $= 19-16=3$

ج) قوی‌ترین فلز دورهٔ سوم، سدیم (${}_{11}Na$) و قوی‌ترین نافلز جامد دورهٔ دوم، کربن (${}_{6}C$) است: $11-6=5$

نکته در دورهٔ دوم، عنصرهای ${}_{3}Li$، ${}_{4}Be$، ${}_{5}B$ و ${}_{6}C$، جامد هستند. لیتیم و بریلیم، فلز، بور، شبه‌فلز و کربن، نافلز است. به شبه‌فلزبودن بور در کتاب درسی اشاره‌ای نشده است اما همان‌طور که می‌بینید، طراح کنکور از شما توقع داره که همهٔ شبه‌فلزهای جدول رو بشناسید:

۸ شبه‌فلز جدول برای کنکور ← ${}_{33}As, {}_{32}Ge, {}_{14}Si, {}_{5}B$ ${}_{85}At, {}_{84}Po, {}_{52}Te, {}_{51}Sb$

د) تنها نافلز گروه ۱۴، کربن است.

$${}_{6}C:[{}_{2}He]\underbrace{2s^2 2p^2}_{\text{لایهٔ ظرفیت}}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع } (n+l) \text{ الکترون‌های ظرفیتی} = \underbrace{2(2+0)}_{2s} + \underbrace{2(2+1)}_{2p} = 10$$

۶۳- گزینه ۱

عدد کوانتومی فرعی $l=1$ مربوط به زیرلایه‌های p است. با توجه به این‌که در اتم مورد نظر، ۱۲ الکترون با $l=1$ وجود دارد، در آرایش الکترونی آن باید زیرلایه‌های $2p^6 3p^6$ وجود داشته باشد و دیگه خبری از 4p ،5p و ... نیست! بنابراین با توجه به اطلاعات سؤال، بیرونی‌ترین زیرلایهٔ این اتم، $4s^2$ است؛ پس برای عنصر X، ۹ حالت می‌توان در نظر گرفت:

${}_{20}Ca$	${}_{21}Sc$	${}_{22}Ti$	${}_{23}V$	${}_{25}Mn$	${}_{26}Fe$	${}_{27}Co$	${}_{28}Ni$	${}_{30}Zn$
$4s^2$	$3d^1 4s^2$	$3d^2 4s^2$	$3d^3 4s^2$	$3d^5 4s^2$	$3d^6 4s^2$	$3d^7 4s^2$	$3d^8 4s^2$	$3d^{10} 4s^2$

بررسی گزینه‌ها: ۱) در همهٔ حالت‌ها، اتم مورد نظر ۸ الکترون با $l=0$ دارد؛ پس برای این‌که شمار الکترون‌های $l=2$ (3d)، ۲ واحد بیشتر از شمار الکترون‌های $l=0$ باشد، در زیرلایهٔ 3d این عنصر باید ۱۰ الکترون وجود داشته باشد؛ بنابراین این عنصر فلز روی (${}_{30}Zn$) است که فقط کاتیون پایدار Zn^{2+} را تشکیل می‌دهد و فرمول اکسید آن به صورت ZnO است. ✓

۲) اولین نافلز جامد جدول تناوبی، کربن (${}_{6}C$) است. حداقل و حداکثر تفاوت عدد اتمی X، با کربن برابر $14-6=8$ و $24-6=30$ است. ×

۳) حداکثر نسبت شمار الکترون‌های $l=2$ به $l=0$ مربوط به فلز روی است:

$$\frac{\text{شمار الکترون‌های } l=2}{\text{شمار الکترون‌های } l=0} \times 100 = \frac{10}{8} \times 100 = \%125$$ ×

۴) بزرگ‌ترین شعاع اتمی در دورهٔ چهارم، مربوط به فلز پتاسیم (${}_{19}K$) است؛ پس X با عدد اتمی بزرگ‌تر از ۱۹، حتماً شعاع اتمی کوچک‌تری نسبت به پتاسیم دارد. ×

۶۴- گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها: ۱) جرم اتمی ایزوتوپ کربن ـ ۱۲ (${}_{6}^{12}C$)، برابر ۱۲ amu است و نه هر اتم کربنی! مثلاً کربن، دارای ایزوتوپ ${}_{6}^{13}C$ نیز می‌باشد که جرم اتمی آن، ۱۲ amu نیست! ×

۲) جرم اتمی میانگین هر عنصر با توجه به جرم اتمی و فراوانی ایزوتوپ‌های آن به دست می‌آید. جرم اتمی میانگین یک عنصر با عدد جرمی یک ایزوتوپ که برابر نیست! ×

۳) ۳ گرم گاز هیدروژن، معادل ۱/۵ مول $(\frac{۳\,g}{۲\,g.mol^{-۱}}=۱/۵)$ و ۶۰ گرم گاز آرگون نیز معادل ۱/۵ مول $(\frac{۶۰\,g}{۴۰\,g.mol^{-۱}}=۱/۵)$ است، اما دقت کنید که گاز هیدروژن $(H_۲)$ برخلاف گاز آرگون (Ar)، دواتمی است، یعنی در هر مول گاز هیدروژن، ۲ مول اتم وجود دارد؛ پس شمار اتم‌ها در ۳ گرم گاز هیدروژن، ۲ برابر شمار اتم‌ها در ۶۰ گرم گاز آرگون است: ×

شمار اتم‌ها در ۳ گرم $H_۲$: $۳\,g\,H_۲ \times \frac{۱\,mol\,H_۲}{۲\,g\,H_۲} \times \frac{۲\,mol\,اتم}{۱\,mol\,H_۲} \times \frac{N_A\,اتم}{۱\,mol\,اتم} = ۳\,N_A\,اتم$

شمار اتم‌ها در ۶۰ گرم Ar: $۶۰\,g\,Ar \times \frac{۱\,mol\,Ar}{۴۰\,g\,Ar} \times \frac{۱\,mol\,اتم}{۱\,mol\,Ar} \times \frac{N_A\,اتم}{۱\,mol\,اتم}$

$= ۱/۵\,N_A\,اتم$

۴) فرمول گاز کلر، $Cl_۲$ است. ✓

مول $Cl_۲$: $۳۵/۵\,g\,Cl_۲ \times \frac{۱\,mol\,Cl_۲}{۷۱\,g\,Cl_۲} = ۰/۵\,mol\,Cl_۲$

شمار اتم‌ها در $Cl_۲$: $۰/۵\,mol\,Cl_۲ \times \frac{۲\,mol\,اتم}{۱\,mol\,Cl_۲} \times \frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\,اتم}{۱\,mol\,اتم}$

$= ۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\,اتم$

حجم $Cl_۲$: $۰/۵\,mol\,Cl_۲ \times \frac{۲۲/۴\,L\,Cl_۲}{۱\,mol\,Cl_۲} = ۱۱/۲\,L\,Cl_۲$

۶۵- گزینه ۲

گام روش محاسبهٔ دما در سطح زمین: با افزایش ارتفاع به ازای ۱۰ کیلومتر، دما در حدود $۱۰\times۶=۶۰\,^\circ C$ کاهش می‌یابد.

$\Delta\theta=\theta_۲-\theta_۱ \Rightarrow -۶۰=-۴۸-\theta_۱ \Rightarrow \theta_۱=۱۲\,^\circ C$

روش دما در ارتفاع hکیلومتری از سطح زمین در لایهٔ تروپوسفر را می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد:

$\theta=-۶h+\theta_۰ \Rightarrow -۴۸=-۶(۱۰)+\theta_۰ \Rightarrow \theta_۰=۱۲\,^\circ C$ (دما در سطح زمین)

گام محاسبهٔ نسبت تغییر دما به دمای سطح زمین

$$\frac{\text{مقدار تغییر دما تا ارتفاع ۱۰کیلومتری}}{\text{دمای سطح زمین}}=\frac{۶۰}{۱۲}=۵$$

۶۶- گزینه ۳

درس‌نامه موازنهٔ سریع معادلهٔ واکنش سوختن هیدروکربن‌ها (C_xH_y) و ترکیب‌های آلی اکسیژن‌دار $(C_xH_yO_z)$

برای موازنهٔ معادلهٔ سوختن کامل هیدروکربن‌ها و ترکیب‌های آلی اکسیژن‌دار، ابتدا به خود ترکیب ضریب ۱ می‌دهیم، به این ترتیب، به اندازهٔ تعداد اتم‌های کربن ترکیب، $CO_۲$ و به اندازهٔ نصف تعداد هیدروژن‌هایش، $H_۲O$ تولید می‌شود. در نهایت برای موازنهٔ اتم‌های اکسیژن، با معلوم‌بودن تعداد اتم‌های اکسیژن در سمت راست معادله، به $O_۲$ در سمت چپ، ضریب مناسب می‌دهیم.

در موازنهٔ سوختن کامل ترکیب‌های آلی:
- به تعداد اتم‌های کربن ترکیب آلی ← $CO_۲$
- به تعداد نصف اتم‌های هیدروژن ترکیب آلی ← $H_۲O$

گام نوشتن معادلهٔ موازنه‌شده واکنش:

$$۱C_۵H_nO_۲ + xO_۲ \rightarrow \underbrace{۵CO_۲ + \frac{n}{۲}H_۲O}_{(۱۰+\frac{n}{۲})\text{ اکسیژن}}$$

موازنهٔ O: $۲+۲x=۱۰+\frac{n}{۲} \Rightarrow x=\frac{۸+\frac{n}{۲}}{۲}=۴+\frac{n}{۴}$

$$C_۵H_nO_۲ + (۴+\frac{n}{۴})O_۲ \rightarrow ۵CO_۲ + \frac{n}{۲}H_۲O$$

گام نوشتن رابطهٔ استوکیومتری بین مول ترکیب و جرم گاز اکسیژن:

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}_{C_۵H_nO_۲} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{O_۲} \Rightarrow \frac{۰/۳}{۱} = \frac{۶۲/۴}{(۴+\frac{n}{۴})\times۳۲}$$

$$\Rightarrow (۴+\frac{n}{۴})\times۳۲=۲۰۸ \Rightarrow ۴+\frac{n}{۴}=۶/۵ \Rightarrow \frac{n}{۴}=۲/۵ \Rightarrow n=۱۰$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$۰/۳\,mol\,C_۵H_nO_۲ \times \frac{(۴+\frac{n}{۴})\,mol\,O_۲}{۱\,mol\,C_۵H_nO_۲} \times \frac{۳۲\,g\,O_۲}{۱\,mol\,O_۲} = ۶۲/۴\,g\,O_۲$$

$$\Rightarrow ۴+\frac{n}{۴}=\frac{۶۲/۴}{۳۲\times۰/۳} \Rightarrow ۴+\frac{n}{۴}=۶/۵ \Rightarrow \frac{n}{۴}=۲/۵ \Rightarrow n=۱۰$$

مشاوره برخی از سؤالات شیمی مثل این سؤال، به صورت نمادی و پارامتری مطرح می‌شوند. اصلاً از این سؤالات نترسید! روش کلی حل این سؤالات، هیچ فرقی با سایر سؤالات معمولی ندارد. شما روش کلی حل رو بنویسید و هر جا دیدین، یه چیزی رو ندارید، اون رو برحسب پارامتر داده‌شده در سؤال جای‌گذاری کنید!

۶۷- گزینه ۲

گام ابتدا باید معادلهٔ واکنش را موازنه کنیم:

موازنهٔ Mo:

$$۲MoO_۳ + -Zn + -H_۲SO_۴ \rightarrow ۱Mo_۲O_۳ + -ZnSO_۴ + -H_۲O$$

موازنه را با هیچ‌یک از عنصرها نمی‌توان ادامه داد، زیرا ضریب دو مادهٔ دارای آن‌ها نامعلوم است. اگر از ضرایب مجهول استفاده می‌کنیم، با توجه به موازنهٔ Zn و S، ضریب ۳ مادهٔ Zn، $H_۲SO_۴$ و $ZnSO_۴$ باید یکسان باشد. از طرفی، طبق موازنهٔ H، ضریب $H_۲O$ هم باید با ضریب $H_۲SO_۴$ برابر باشد؛ پس کافیه ضریب هر ۴ ماده را a در نظر بگیریم:

$$۲MoO_۳ + aZn + aH_۲SO_۴ \rightarrow ۱Mo_۲O_۳ + aZnSO_۴ + aH_۲O$$

با موازنهٔ عنصر اکسیژن، a به دست می‌آید:

شمار اتم‌های O در سمت راست معادله = شمار اتم‌های O در سمت چپ معادله

$$(۲\times۳)+۴a=۳+۴a+a \Rightarrow a=۳$$

خلاصه که معادلهٔ موازنه‌شده به صورت زیر است:

$$۲MoO_۳ + ۳Zn + ۳H_۲SO_۴ \rightarrow Mo_۲O_۳ + ۳ZnSO_۴ + ۳H_۲O$$

گام حالا می‌ریم سراغ بررسی گزینه‌ها:

بررسی گزینه‌ها: ۱) ترکیب یونی در واکنش‌دهنده‌ها، $MoD_۳$ است:

$$۲/۱\,mol\,MoO_۳ \times \frac{۳\,mol\,H_۲O}{۲\,mol\,MoO_۳} \times \frac{۹\,g\,H_۲O}{۱\,mol\,H_۲O} = ۵۶/۷\,g\,H_۲O$$ ×

۲) ترکیب جامد در واکنش‌دهنده‌ها، $MoO_۳$ و نمک محلول در فراورده‌ها، $ZnSO_۴$ است:

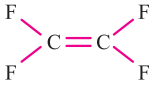
$$۰/۲\,mol\,MoO_۳ \times \frac{۳\,mol\,ZnSO_۴}{۲\,mol\,MoO_۳} \times \frac{۱۶۱\,g\,ZnSO_۴}{۱\,mol\,ZnSO_۴} = ۴۸/۳\,g\,ZnSO_۴$$ ✓

۳) ضریب استوکیومتری نمک نامحلول در فراورده‌ها $(Mo_۲O_۳)$ و اسید $(H_۲SO_۴)$ به ترتیب برابر ۱ و ۳ است. ×

۴) مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها به ترتیب برابر ۸ و ۷ است. ×

۶۸- گزینه ۱

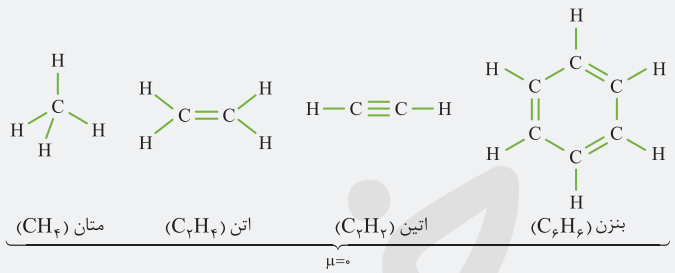
عبارت‌های (ب) و (ج) درست‌اند.



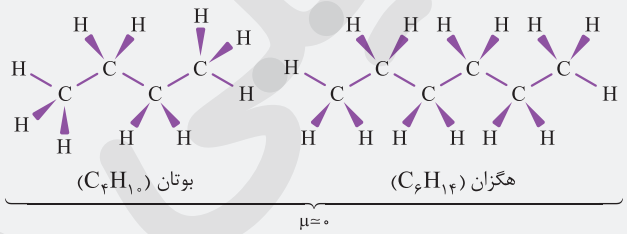
تترافلوئورواتن (مونومر تفلون) ← $C_۲F_۴$، بوتان ← $C_۴H_{۱۰}$، کربن‌تتراکلرید ← $CCl_۴$، ید ← $I_۲$

بررسی عبارت‌ها: الف) هر چهار مولکول در مجموع ناقطبی‌اند اما دقت کنید که گشتاور دوقطبی بوتان برخلاف سه مادهٔ دیگر، دقیقاً برابر صفر نیست و نزدیک به صفر است، مانند هگزان (C_6H_{14}) که در کتاب درسی بررسی شده است. ×

نکته هیدروکربن‌هایی که مولکول آن‌ها مرکز تقارن دارد؛ یعنی مراکز بارهای مثبت و منفی آن‌ها به طور کامل بر یکدیگر منطبق هستند، گشتاور دوقطبی دقیقاً برابر صفر دارند، مانند متان (CH_4)، اتن (C_2H_4)، اتین (C_2H_2) و بنزن (C_6H_6).



در مورد هیدروکربن‌هایی مانند بوتان (C_4H_{10}) و هگزان (C_6H_{14}) که مراکز بارهای مثبت و منفی آن‌ها به طور کامل بر هم منطبق نیست، به دلیل قطبیت ناچیز پیوند C — H، گشتاور دوقطبی دقیقاً برابر صفر نیست و نزدیک به صفر است.



ب) در دمای اتاق، C_2F_4 و C_4H_{10} به حالت گاز، CCl_4 به حالت مایع و I_2 به حالت جامد است. ✓

نکته مواد موجود در کتاب درسی با **حالت فیزیکی مهم در دمای اتاق**

(۱) **مایع‌های قطبی و بی‌رنگ:** آب (H_2O) / استون (CH_3COCH_3) / اتانول (C_2H_5OH) / کلروفرم $(CHCl_3)$ / متانول (CH_3OH) / ۱، ۲ـ دی‌برمو اتان $(C_2H_4Br_2)$

(۲) **مایع‌های ناقطبی و بی‌رنگ:** هگزان (C_6H_{14}) / ۱ـ هگزن (C_6H_{12}) / کربن تتراکلرید (CCl_4)

(۳) **گازهای مهم کتاب درسی:** آمونیاک (NH_3) / دی‌متیل اتر (CH_3OCH_3) / پروپان (C_3H_8) / هیدروژن فلوئورید (HF)/ هیدروژن سولفید (H_2S)

ج) با توجه به این‌که در دمای اتاق، ید جامد و بوتان به حالت گاز است، نتیجه می‌گیریم که نیروی جاذبهٔ بین مولکولی در ید، قوی‌تر است:

✓ گاز < مایع < جامد :قدرت نیروهای بین مولکولی

د) قوی‌ترین نیروی جاذبهٔ بین مولکولی به دلیل وجود هیدروژن، پیوند هیدروژنی است. (پیوند هیدروژنی در بین مولکول‌هایی وجود دارد که H متصل به FON با پیوند کووالانسی دارند.) همهٔ مولکول‌های داده‌شده، ناقطبی‌اند و توانایی برقراری پیوند هیدروژنی را ندارند. ×

۶۹- گزینه ۱

نکته برای تبدیل انحلال‌پذیری (S) یک ماده و درصد جرمی محلول سیرشدهٔ آن (a) به یکدیگر در دمای معین، می‌توانیم از رابطهٔ زیر استفاده کنیم:

$$a=\frac{S}{S+100}\times 100$$

گام تبدیل درصد جرمی محلول سیرشده به انحلال‌پذیری نمک:

$$a=\frac{S}{S+100}\times 100 \Rightarrow 44/4=\frac{100S}{S+100} \Rightarrow 44/4S+4440=100S$$

$$\Rightarrow 55/6S=4440 \Rightarrow S=80$$

گام مشخص‌کردن نمک از روی نمودار: در گزینه‌ها، به نمک‌های $NaNO_3$ و KNO_3 اشاره شده است. بین این دو نمک، انحلال‌پذیری $NaNO_3$ در دمای $10\ ^\circ C$ برابر ۸۰ است.

گام محاسبهٔ جرم $NaNO_3$ در ۴۵۰ گرم از محلول آن:

در ۱۰۰ گرم آب، ۸۰ گرم نمک حل‌شده و ۱۸۰ گرم محلول سیرشده تشکیل می‌شود؛ یعنی در ۱۸۰ گرم محلول، ۸۰ گرم نمک وجود دارد؛ پس به ازای ۴۵۰ گرم محلول، داریم:

$$450\ g\ \text{محلول}\times\frac{80\ g\ NaNO_3}{180\ g\ \text{محلول}}=\frac{450\times 8}{18}=200\ g\ NaNO_3$$

۷۰- گزینه ۴

حلال محلول‌های A و D می‌توانند اتانول و بنزین باشند که یکی قطبی و دیگری ناقطبی است و در هم حل نمی‌شوند. از طرفی با توجه به این‌که D، چگالی کم‌تری دارد، در لولهٔ بالاتر از A قرار می‌گیرد.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) اگر هر دو محلول آبی باشند، با اضافه‌کردن آن‌ها به یکدیگر، در نهایت یک مخلوط همگن تشکیل می‌شود و لایه‌های مجزایی از A و D نخواهیم داشت.

۲) و ۳) اگر دو محلول A و D دو لایهٔ مجزا تشکیل دهند، محلولی بالاتر قرار می‌گیرد که چگالی کم‌تری دارد، در این‌جا یعنی D!

۷۱- گزینه ۳

برای محاسبات استوکیومتری، نیاز به غلظت اولیهٔ محلول سدیم سولفات داریم، پس ابتدا باید از روی مجموع غلظت مولی یون‌ها به غلظت مولی محلول سدیم سولفات برسیم. با توجه به این‌که در هر مول سدیم سولفات (Na_2SO_4)، ۳ مول یون (۲ مول Na^+ و ۱ مول SO_4^{2-}) وجود دارد، می‌توان گفت که مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلول آن، ۳ برابر غلظت محلول است:

(غلظت مولی محلول) ۳ = مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلول Na_2SO_4

$$\Rightarrow \text{غلظت مولی محلول}=\frac{0/12}{3}=0/04\ mol.L^{-1}$$

حالا بریم سراغ استوکیومتری؛

$$Na_2SO_4(aq)+BaCl_2(aq)\rightarrow BaSO_4(s)+2NaCl(aq)$$

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{حجم}\times\text{غلظت مولی}}{\text{ضریب}}_{Na_2SO_4}=\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{BaSO_4} \Rightarrow \frac{0/04\times x}{1}=\frac{13/98}{1\times 233}$$

$$\Rightarrow x=1/5\ L=1500\ mL$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$13/98\ g\ BaSO_4\times\frac{1\ mol\ BaSO_4}{233\ g\ BaSO_4}\times\frac{1\ mol\ Na_2SO_4}{1\ mol\ BaSO_4}$$

$$\times\frac{1\ L\ Na_2SO_4(aq)}{0/04\ mol\ Na_2SO_4}\times\frac{1000\ mL}{1\ L}=1500\ mL\ Na_2SO_4(aq)$$

۷۲- گزینه ۲

نکته به ترکیب‌هایی که فرمول مولکولی یکسان اما ساختار متفاوتی دارند، ایزومر یا همپار گفته می‌شود.

۳- متیل (۱ کربن) پنتان (۵ کربن)، یک آلکان ۶کربنی است ⇐ C_6H_{14}

برای ترکیبی با فرمول C_6H_{14}، ۵ ساختار متفاوت می‌توان در نظر گرفت:

(۱) $CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3$

هگزان (راست‌زنجیر)

(۲) $CH_3-CH(CH_3)-CH_2-CH_2-CH_3$

۲ـ متیل پنتان

(۳) $CH_3-CH_2-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}}-CH_2-CH_3$

۳ـ متیل پنتان

(۴) $CH_3-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}}-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}}-CH_3$

۲، ۳ـ دی‌متیل بوتان

(۵) $CH_3-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{\overset{\displaystyle CH_3}{\overset{|}{C}}}}-CH_2-CH_3$

۲، ۲ـ دی‌متیل بوتان

بررسی گزینه‌ها: ① ترکیب مورد نظر می‌تواند شاخهٔ فرعی نداشته باشد (مانند ترکیب ۱) یا دو شاخهٔ فرعی داشته باشد (مانند ترکیب‌های ۴ و ۵)! ② چون ترکیب مورد نظر، قطعاً آلکان است، در ساختار آن، پیوند دوگانه وجود ندارد. ③ شمار پیوندهای $C-H$ در ساختار هیدروکربن‌ها برابر با تعداد اتم‌های هیدروژن آن‌ها است. در همهٔ حالت‌ها، ترکیب مورد نظر ۱۴ پیوند $C-H$ و ۶ اتم کربن دارد: $\frac{14}{6}\neq 2$

④ در همهٔ حالت‌ها، ۵ پیوند $C-C$ در ساختار ترکیب وجود دارد: $\frac{5}{14}\neq\frac{1}{2}$

نکته در ساختار یک آلکان nکربنی (C_nH_{2n+2})، $(n-1)$ پیوند $C-C$ و $(2n+2)$ پیوند $C-H$ وجود دارد.

۷۳- گزینه ۳

ارزش سوختی مقدار گرمای آزادشده به ازای سوختن ۱ گرم سوخت است؛ پس اگر بخواهیم مقدار گرمای آزادشده به ازای m گرم سوخت را به دست آوریم، کافی است m را در ارزش سوختی ضرب کنیم: ارزش سوختی × جرم سوخت = مقدار گرمای آزادشده

با توجه به این‌که مقدار گرمای آزادشده در سوختن چربی و زغال‌سنگ برابر است، خواهیم داشت:

ارزش سوختی زغال‌سنگ (۳۰) × جرم خالص زغال‌سنگ = ارزش سوختی چربی (۳۹) × جرم خالص چربی

$$\Rightarrow \frac{\text{جرم خالص زغال‌سنگ}}{\text{جرم خالص چربی}}=\frac{39}{30}=1/3$$

حالا با توجه به رابطهٔ درصد خلوص خواهیم داشت:

$$\text{درصد خلوص}=\frac{\text{جرم خالص}}{\text{جرم ناخالص}}\times 100$$

$$\frac{\text{درصد خلوص زغال‌سنگ}}{\text{درصد خلوص چربی}}\xrightarrow{\text{جرم ناخالص زغال‌سنگ=جرم ناخالص چربی}}=\frac{\text{جرم خالص زغال‌سنگ}}{\text{جرم خالص چربی}}=1/3$$

۷۴- گزینه ۴

موارد (ج) و (د) درست‌اند.

بررسی همه موارد: الف) هر چه واکنش‌پذیری فلزی کم‌تر باشد، استخراج آن آسان‌تر است. واکنش‌پذیری فلز واسطهٔ روی (Zn) از فلز قلیایی سدیم (Na) کم‌تر است.

ب) هر چه واکنش‌پذیری فلزی بیشتر باشد، تأمین شرایط نگه‌داری آن دشوارتر است. واکنش‌پذیری مس (Cu) از نقره (Ag) بیشتر است.

ج) تمایل تبدیل‌شدن به ترکیب، در واقع نشانهٔ واکنش‌پذیری است. واکنش‌پذیری فلز قلیایی پتاسیم (K) از فلز واسطهٔ اسکاندیم (Sc) بیشتر است.

د) درسته، زیرا کربن (C) برخلاف آهن (Fe) تمایلی به تبدیل‌شدن به کاتیون ندارد.

نکته مقایسهٔ واکنش‌پذیری برخی عنصرهای مهم به صورت زیر است:

واکنش‌پذیری و دشواری استخراج: $Na > Mg > Al > Zn > Fe > Cu > Ag$

۷۵- گزینه ۲

نکته آلکان‌ها (C_nH_{2n+2}) سیرشده‌اند و با برم مایع واکنش نمی‌دهند، در حالی که آلکن‌ها (C_nH_{2n}) و آلکین‌ها (C_nH_{2n-2})، به دلیل سیرنشده‌بودن، با برم مایع واکنش داده و آن را بی‌رنگ می‌کنند. واکنش آلکن‌ها با برم مایع: $C_nH_{2n}+Br_2\rightarrow C_nH_{2n}Br_2$

واکنش آلکین‌ها با برم مایع: $C_nH_{2n-2}+2Br_2\rightarrow C_nH_{2n-2}Br_4$

اتان (C_2H_6) سیرشده است و با برم واکنش نمی‌دهد، در حالی که پروپین (آلکین سه‌کربنی)، طبق معادلهٔ زیر با برم واکنش داده و سیر می‌شود:

$$C_3H_4(g)+2Br_2(l)\rightarrow C_3H_4Br_4(l)$$

میزان افزایش جرم مخلوط به دلیل مقدار برم جذب‌شده است:

$$\text{جرم } Br_2=\text{میزان افزایش جرم مخلوط}=\frac{50}{100}\times 9/6=4/8\ g$$

به کمک جرم Br_2 می‌توانیم به مقدار پروپین و اتان اولیه برسیم:

$$\text{جرم } C_3H_4: 4/8\ g\,Br_2\times\frac{1\ mol\,Br_2}{160\ g\,Br_2}\times\frac{1\ mol\,C_3H_4}{2\ mol\,Br_2}\times\frac{40\ g\,C_3H_4}{1\ mol\,C_3H_4}=0/6\ g\,C_3H_4$$

$$\text{جرم } C_2H_6=\text{جرم مخلوط}-\text{جرم } C_3H_4=9/6-0/6=9\ g$$

حالا جرم اتان و پروپین را به حجم آن‌ها در شرایط STP تبدیل می‌کنیم:

$$\text{مول } C_3H_4=0/6\ g\,C_3H_4\times\frac{1\ mol\,C_3H_4}{40\ g\,C_3H_4}=0/015\ mol$$

$$\text{مول } C_2H_6=9\ g\,C_2H_6\times\frac{1\ mol\,C_2H_6}{30\ g\,C_2H_6}=0/3\ mol$$

توجه! در ابتدا اتان و پروپین به حالت گاز بوده‌اند که پروپین در واکنش با برم به $C_3H_4Br_4$ تبدیل شده که مایع است (در کتاب درسی گفته شده که ۱، ۲ـ دی‌برموتان $(C_2H_4Br_2)$ مایع است؛ پس این ترکیب $(C_3H_4Br_4)$ با جرم مولی بیشتر نیز مایع می‌باشد) اتان هم به صورت واکنش‌نداده در ظرف باقی مانده است:

ابتدا: $0/015\ mol\ C_3H_4(g)$، $0/3\ mol\ C_2H_6(g)$ $\xrightarrow{+Br_2(l)}$ انتها: $0/015\ mol\ C_3H_4Br_4(l)$، $0/3\ mol\ C_2H_6(g)$

$$\text{حجم اولیهٔ گازها}=(0/015+0/3)\ mol\times\frac{22/4\ L}{1\ mol}=(0/315\times 22/4)\ L$$

$$\text{حجم نهایی گازها}=0/3\ mol\times\frac{22/4\ L}{1\ mol}=(0/3\times 22/4)\ L$$

$$\text{تفاوت حجم گازها در ابتدا و انتها}=(0/315\times 22/4)-(0/3\times 22/4)$$
$$=0/015\times 22/4=0/336\ L$$

تیزبازی تفاوت حجم گازها در ابتدا و انتهای واکنش، مربوط به حجم گاز پروپین مصرف‌شده است. با توجه به جرم Br_2، خیلی سریع‌تر می‌توانیم به حجم C_3H_4 برسیم:

$$4/8\ g\,Br_2\times\frac{1\ mol\,Br_2}{160\ g\,Br_2}\times\frac{1\ mol\,C_3H_4}{2\ mol\,Br_2}\times\frac{22/4\ L\,C_3H_4}{1\ mol\,C_3H_4}=0/336\ L\,C_3H_4$$

۷۶- گزینه ۱

درصد جرمی کربن در همهٔ آلکن‌ها برابر است و ربطی به شمار اتم‌های کربن آن‌ها ندارد:

$$\text{درصد جرمی یک عنصر در ترکیب}=\frac{\text{جرم عنصر در ۱ مول ترکیب}}{\text{جرم مولی ترکیب}}\times 100$$

$$\text{درصد جرمی C در } C_nH_{2n}=\frac{12n}{14n}\times 100\simeq 85/7\%$$

n از محاسبات حذف می‌شود.

در سایر موارد، با تغییر شمار اتم‌های کربن، درصد جرمی آن در ترکیب تغییر می‌کند، (در فرمول درصد جرمی کربن، n (شمار اتم‌های کربن) حذف نمی‌شود.) مثلاً درصد جرمی کربن در دو عضو نخست آلکان‌ها به ترتیب برابر ۷۵ و ۸۰ است:

$$\text{درصد جرمی C در } CH_4=\frac{12}{16}\times 100=75\%$$

$$\text{درصد جرمی C در } C_2H_6=\frac{2\times 12}{30}\times 100=80\%$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

② آلکان‌ها: C_nH_{2n+2} ⇒ درصد جرمی کربن $=\frac{12n}{12n+2n+2}\times100=\frac{12n}{14n+2}\times100$

③ الکل‌های یک‌عاملی (سیرشدهٔ غیرحلقوی): $C_nH_{2n+2}O$

⇒ درصد جرمی کربن $=\frac{12n}{12n+2n+2+16}\times100=\frac{12n}{14n+18}\times100$

④ اسیدهای یک‌عاملی (سیرشدهٔ غیرحلقوی): $C_nH_{2n}O_2$

⇒ درصد جرمی کربن $=\frac{12n}{12n+2n+2(16)}\times100=\frac{12n}{14n+32}\times100$

۷۷- گزینه ۴

گام محاسبهٔ ΔH واکنش بوتن با گاز هیدروژن

نکته ΔH (واکنش) = [مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده] − [مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده]

$\underbrace{C_4H_8}_{\text{۱ پیوند C=C، ۲ پیوند C−C و ۸ پیوند C−H}} + H_2 \rightarrow \underbrace{C_4H_{10}}_{\text{۳ پیوند C−C و ۱۰ پیوند C−H}}$

$(C=C-C-C)$ $\qquad$ $(C-C-C-C)$

اگر پیوندهای تکراری از دو طرف معادله را حذف کنیم، خواهیم داشت:

ΔH (واکنش) $=[\Delta H(C=C)+\Delta H(H-H)]-[\Delta H(C-C)+2\Delta H(C-H)]$

$=[615+435]-[350+2(416)]=-132\ kJ$

گام محاسبهٔ گرمای آزادشده به ازای مصرف ۰/۲ مول بوتن:

$0/2\ mol\,C_4H_8\times\frac{132\ kJ}{1\ mol\,C_4H_8}=26/4\ kJ$

گام محاسبهٔ جرم آب: طبق معادلهٔ تبخیر آب، برای تبخیر ۱ مول آب، ۴۴ kJ گرما نیاز است؛ حالا مقدار آب تبخیرشده را به ازای مصرف ۲۶/۴ kJ گرما حساب می‌کنیم:

$26/4\ kJ\times\frac{1\ mol\,H_2O}{44\ kJ}\times\frac{18\ g\,H_2O}{1\ mol\,H_2O}=\frac{264\times18}{10\times44}=10/8\ g\,H_2O$

۷۸- گزینه ۳

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به صورت روبه‌رو است: $2AX_3(g)\rightarrow A_2(g)+3X_2(g)$

می‌دانیم که نسبت تغییرات غلظت مواد شرکت‌کننده در یک واکنش، با نسبت ضریب استوکیومتری آن‌ها برابر است. حالا بیایید قسمت اول گزینه‌ها رو بررسی کنیم:

① طی ۴ دقیقه، غلظت AX_3، ۰/۰۳ واحد (۰/۰۳ = ۰/۰۹ − ۰/۱۲) و غلظت X_2، ۰/۰۶ واحد (۰/۰۶ = ۰ − ۰/۰۶) تغییر کرده است که با نسبت ضریب استوکیومتری آن‌ها در معادلهٔ موازنه‌شده همخوانی ندارد:

$$\left|\frac{\Delta[X_2]}{\Delta[AX_3]}\right|=\frac{3}{2}\ (\text{طبق معادله})\neq\frac{0/06}{0/03}\ (\text{طبق نمودار})$$ ×

②و④ ضریب استوکیومتری X_2، ۳ برابر A_2 است؛ پس در بازهٔ زمانی مشخص، تغییرات غلظت X_2 هم باید ۳ برابر A_2 باشد که فقط در نمودار ② این نسبت درست است:

$$\frac{\Delta[X_2]}{\Delta[A_2]}=\frac{0/09}{0/03}=3$$

③ ببینیم:

$$\left|\frac{\Delta[AX_3]}{\Delta[A_2]}\right|=\frac{2}{1}\ (\text{طبق معادله})\neq\frac{0/06}{0/03}\ (\text{طبق نمودار})$$ ✓

فعلاً ① و ④ حذف شدند! در هر یک از حالت‌های (۲) و (۳)، تعداد مول A_2 پس از ۴ دقیقه برابر ۰/۰۳ است که به کمک آن، می‌توانیم حساب کنیم که پس از ۴ دقیقه، چند مول گاز در ظرف وجود خواهد داشت:

$$2AX_3 \longrightarrow A_2 + 3X_2$$

غلظت اولیه	۰/۱۲	۰	۰
تغییر غلظت	−۲x	+x	+۳x
غلظت نهایی	۰/۱۲ − ۲x	x	۳x

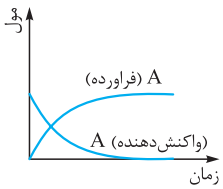
مجموع غلظت نهایی گازها $=(0/12-2x)+x+3x=0/12+2x$

$\xrightarrow{x=0/03\text{ طبق نمودار}}=0/18\ mol.L^{-1}$

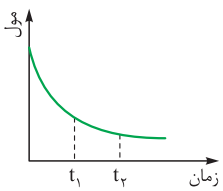
$\xrightarrow{V=5\ L}$ مجموع مول گازها $=0/18\ \frac{mol}{L}\times5\ L=0/9\ mol$

۷۹- گزینه ۲

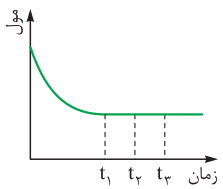
بررسی گزینه‌ها: ① ممکن است واکنش یک‌طرفه و برگشت‌ناپذیر باشد و A یکی از واکنش‌دهنده‌های آن باشد که تمام شده است و یا A، فراورده باشد که با پایان‌یافتن واکنش، مقدار آن ثابت باقی مانده است.



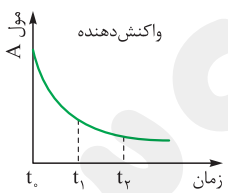
② با گذشت زمان، مقدار مول A، کاهش یافته است که نشان‌دهندهٔ واکنش‌دهنده‌بودن آن است.

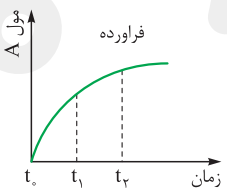


③ اگر واکنش در زمان t_1 به تعادل برسد، شیب نمودار در دو بازه با هم برابر خواهد بود. یه جور دیگه می‌تونیم بگیم این گزینه غلطه. اگر A، واکنش‌دهنده باشد، شیب نمودار «مول ـ زمان» که نشان‌دهندهٔ سرعت مصرف آن است، منفی است. باید می‌گفت قدرمطلق شیب نمودار «مول ـ زمان» برای A در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 بزرگ‌تر از قدرمطلق شیب در بازهٔ زمانی t_2 تا t_3 است.



④ با توجه به این‌که با گذشت زمان، سرعت واکنش و در نتیجه شیب نمودار مول ـ زمان کاهش می‌یابد، عبارت گفته‌شده هم می‌تواند برای واکنش‌دهنده و هم برای فراورده، درست باشد.





۸۰- گزینه ۴

با توجه به این‌که در اتم عنصر M، زیرلایهٔ 4s و در اتم عنصر X، زیرلایهٔ 3d در حال پرشدن است، عنصرهای M و X به ترتیب متعلق به دسته‌های s و d هستند.

$M:[_{18}Ar]4s^a \quad , \quad X:[_{18}Ar]3d^b4s^x$

چند حالت وجود دارد که نسبت b به a برابر ۵ می‌شود:

$$b=5\ و\ a=1\begin{cases}\xrightarrow{(1)} M:[_{18}Ar]4s^1\ ,\ X:[_{18}Ar]3d^5\,4s^1\\ \xrightarrow{(2)} M:[_{18}Ar]4s^1\ ,\ X:[_{18}Ar]3d^5\,4s^2\end{cases}$$

$$b=10\ و\ a=2\begin{cases}\xrightarrow{(3)} M:[_{18}Ar]4s^2\ ,\ X:[_{18}Ar]3d^{10}\,4s^1\\ \xrightarrow{(4)} M:[_{18}Ar]4s^2\ ,\ X:[_{18}Ar]3d^{10}\,4s^2\end{cases}$$

بیشترین تفاوت عدد اتمی دو عنصر M و X، مربوط به حالت ۴ بوده که برابر ۱۰ = ۲۰ − ۳۰ است.

۸۱- گزینه ۱

نکته نسبت سرعت متوسط تولید یا مصرف مواد در یک واکنش، با نسبت ضریب استوکیومتری آن‌ها در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش برابر است: $aA + bB \rightarrow cC + dD$

$$\bar{R}_{(\text{واکنش})} = \frac{\bar{R}(A)}{a} = \frac{\bar{R}(B)}{b} = \frac{\bar{R}(C)}{c} = \frac{\bar{R}(D)}{d}$$

بررسی گزینه‌ها: ① طبق معادلهٔ واکنش، سرعت مصرف CO_2 در بازهٔ ۱۰ تا ۲۰ ثانیه، باید دو برابر سرعت تولید گاز اکسیژن در این بازه باشد: $2CO_2 \rightarrow 2CO + O_2$

$$\bar{R}(CO_2) = 2\bar{R}(O_2) = 2 \times 0/9 = 1/8 \text{ mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$$

$$\Rightarrow \bar{R}(CO_2) = 1/8 \frac{\text{mol}}{\text{L.min}} \times 2\text{ L} \times \frac{1\text{ min}}{60\text{ s}} = 0/06 \text{ mol.s}^{-1}$$

حالا باید ببینیم که آیا با مقادیر n_1 و n_2 داده‌شده هم به عدد ۰/۰۶ برای سرعت مصرف CO_2 می‌رسیم یا نه!

$$\bar{R}(CO_2) = \left|\frac{\Delta n(CO_2)}{\Delta t}\right| = \frac{(1/2 - 0/6)\text{ mol}}{10\text{ s}} = 0/06 \text{ mol.s}^{-1}$$ ✓

② اگر n_3 برابر ۰/۳ باشد، طی ۳۰ ثانیه، $2 - 0/3 = 1/7$ مول CO_2 مصرف شده است؛ پس طبق معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش، $\frac{1/7}{2}$ مول O_2 تولید خواهد شد:

$$[O_2] = \frac{\frac{1/7}{2}\text{ mol}}{2\text{ L}} = \frac{0/85}{2} \text{ mol.L}^{-1}$$ ×

③ طبق معادلهٔ موازنه‌شده، با انجام کامل واکنش، تعداد مول‌های گازی درون ظرف، از ۲ به ۳ مول می‌رسد، یعنی ۵۰ درصد افزایش می‌یابد: $\underbrace{2CO_2(g)}_{\text{۲ مول گاز}} \rightarrow \underbrace{2CO(g) + O_2(g)}_{\text{۳ مول گاز}}$

$$\text{درصد افزایش شمار مول‌های گازی} = \frac{3-2}{2} \times 100 = \%50$$ ×

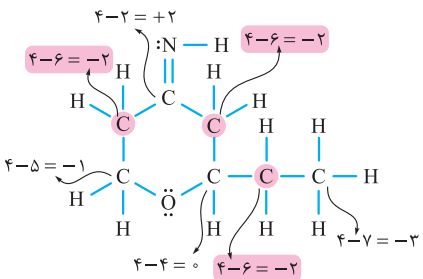
④ اگر سرعت متوسط مصرف CO_2 را بر ضریب استوکیومتری آن، تقسیم کنیم، سرعت متوسط واکنش به دست می‌آید:

$$\bar{R}(CO_2) = \frac{0/9\text{ mol}}{20\text{ s} \times 2\text{ L}} = \frac{9}{4} \times 10^{-2} = 2/25 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$$

$$\bar{R}_{(\text{واکنش})} = \frac{\bar{R}(CO_2)}{2} = \frac{2/25}{2} \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$$ ×

۸۲- گزینه ۴

ساختار گستردهٔ ترکیب و عدد اکسایش اتم‌های کربن در آن به صورت مقابل است:



هم شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی و هم شمار اتم‌های کربن با عدد اکسایش ۲−، برابر ۳ است.

بررسی سایر گزینه‌ها: ① ترکیب مورد نظر، ۴ گروه CH_2 و ۱ اتم اکسیژن دارد.

② ترکیب مورد نظر، ۱۳ اتم هیدروژن دارد که ۱۲تای آن‌ها به کربن متصل‌اند؛ یعنی ترکیب دارای ۱۲ پیوند C — H است. از طرفی، در ساختار آن، ۶ پیوند C — C وجود دارد:

$$\frac{\text{شمار پیوندهای C — H}}{\text{شمار پیوندهای C — C}} = \frac{12}{6} = 2$$

③ فرمول مولکولی ترکیب، به صورت $C_7H_{13}NO$ است.

$$\text{جرم مولی ترکیب} = (7 \times 12) + 13 + 14 + 16 = 127 \text{ g.mol}^{-1}$$

در ۱ مول یا ۱۲۷ گرم ترکیب، ۱۳ مول یا ۱۳ گرم هیدروژن وجود دارد؛ پس درصد جرمی هیدروژن برابر است با: $\frac{13}{127} \times 100 \simeq \%10$

۸۳- گزینه ۳

درس‌نامه پلی‌اتن و مشتقات آن

پلیمر	فرمول	ساختار
پلی‌اتن	$(C_2H_4)_n$	$(CH_2 - CH_2)_n$
پلی‌پروپن	$(C_3H_6)_n$	$\left(CH_2 - \underset{CH_3}{CH}\right)_n$
پلی‌سیانواتن	$(C_3H_3N)_n$	$\left(CH_2 - \underset{C\equiv N}{CH}\right)_n$
پلی‌استیرن	$(C_8H_8)_n$	$\left(CH_2 - \underset{C_6H_5}{CH}\right)_n$
پلی‌وینیل کلرید	$(C_2H_3Cl)_n$	$\left(CH_2 - \underset{Cl}{CH}\right)_n$
تفلون	$(C_2F_4)_n$	$(CF_2 - CF_2)_n$

در واحد تکرارشوندهٔ پلی‌استیرن، ۳ پیوند دوگانه و در واحد تکرارشوندهٔ پلی‌سیانواتن، ۱ پیوند سه‌گانه وجود دارد. اگر شمار واحد تکرارشونده در این پلیمرها را به ترتیب n و n′ در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

پلی‌استیرن: $\left(CH_2 - \underset{C_6H_5}{CH}\right)_n \Rightarrow$ شمار پیوندهای دوگانه $= 3n$

پلی‌سیانواتن: $\left(CH_2 - \underset{C\equiv N}{CH}\right)_{n'} \Rightarrow$ شمار پیوندهای سه‌گانه $= 1 \times n'$

فرض سؤال: $3n = 7/5n' \xrightarrow{n=3000} n' = \frac{9000}{7/5} = 1200$

جرم مولی پلی‌سیانواتن $(C_3H_3N)_{n'}$ = جرم مولی $C_3H_3N \times n' = 53 \times 1200$

$$= 63600 = 6/36 \times 10^4 \text{ g.mol}^{-1}$$

۸۴- گزینه ۲

استراتژی به کمک pH، $[H^+]$ و غلظت مولی محلول اسید قوی HA $(\alpha = 1)$ رو محاسبه کن، سپس به کمک حجم محلول، حجم گاز HA حل‌شده در آب رو به دست بیار و ببین چند درصد عدد ۱/۱۲ است. برای قسمت دوم سؤال هم، حواست باشه که هر مول اسید با ۱ مول NaOH خنثی می‌شود.

گام ۱ به کمک pH محلول، غلظت اولیهٔ اسید را حساب می‌کنیم:

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-1/7} = 10^{-2} \times 10^{0/3} = 0/02 \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به این‌که درجهٔ یونش اسید برابر یک است، HA اسیدی قوی می‌باشد و غلظت یون هیدرونیوم در محلول آن، با غلظت اولیهٔ محلول برابر است:

$$\text{غلظت اولیهٔ محلول (M)} = 0/02 \text{ mol.L}^{-1}$$

گام ۲ با توجه به حجم و غلظت محلول، مول و سپس حجم اسید HA حل‌شده در آب را حساب می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{تعداد مول حل‌شونده}}{\text{حجم محلول (L)}}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد مول HA} = 2\text{ L} \times 0/02 \text{ mol.L}^{-1} = 0/04 \text{ mol}$$

$$\text{حجم HA} = 0/04 \text{ mol} \times \frac{22/4\text{ L}}{1\text{ mol}} = 0/896 \text{ L}$$

گام درصد اسید حل‌شده در آب را حساب می‌کنیم:

$$\text{درصد HA حل‌شده} = \frac{\text{حجم HA حل‌شده}}{\text{حجم HA کل}} \times ۱۰۰ = \frac{۰/۸۹۶}{۱/۱۲} = ٪۸۰$$

گام حساب می‌کنیم ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۰۲ مولار HA با چند گرم NaOH به طور کامل واکنش می‌دهد:

روش استفاده از معادلهٔ واکنش:

$$HA + NaOH \rightarrow NaA + H_۲O$$

$$۲۰۰\,mL\,HA(aq) \times \frac{۰/۰۲\,mol\,HA}{۱۰۰۰\,mL\,HA(aq)} \times \frac{۱\,mol\,NaOH}{۱\,mol\,HA} \times \frac{۴۰\,g\,NaOH}{۱\,mol\,NaOH}$$

$$= ۰/۱۶\,g\,NaOH$$

روش استفاده از فرمول خنثی‌شدن:

$$n_a M_a V_a = n_b M_b V_b \xrightarrow{\text{جرم} = \text{مول} \times \text{جرم مولی}} ۱ \times ۰/۰۲ \times ۰/۲ = ۱ \times \frac{\text{جرم NaOH}}{۴۰}$$

(مول اسید، مول باز، ظرفیت باز، مول باز)

$$\Rightarrow \text{جرم NaOH} = ۰/۱۶\,g$$

۸۵- گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها: ① با مدل آرنیوس، نمی‌توان قدرت دو اسید و یا دو باز را با هم مقایسه کرد.

نکته براساس مدل آرنیوس، می‌توان اسید و باز را تشخیص داد اما نمی‌توان دربارهٔ میزان اسیدی یا بازی‌بودن یک محلول اظهار نظر کرد. مثلاً با توجه به مدل آرنیوس *می‌توانیم* بگیم که غلظت مولی H^+ در محلول HCN بیشتر از محلول $K_۲O$ است، زیرا HCN اسید و $K_۲O$ باز است اما به‌هیچ‌وجه *نمی‌توانیم* غلظت مولی H^+ در محلول‌های دو اسید HF و HCN را با هم مقایسه کنیم.

مدل آرنیوس
- آیا می‌تواند غلظت یون هیدرونیوم را در محلول دو اسید با هم مقایسه کند؟ ← خیر
- آیا می‌تواند غلظت یون هیدروکسید را در محلول دو باز با هم مقایسه کند؟ ← خیر
- آیا می‌تواند غلظت یون هیدرونیوم و یا هیدروکسید را در محلول یک اسید و یک باز با هم مقایسه کند؟ ← بله

② غلظت آنیون A^- در محلول اسید قوی HA با غلظت اولیهٔ محلول برابر است اما غلظت آنیون X^- در محلول اسید ضعیف HX با غلظت اولیهٔ محلول برابر نیست، زیرا اسیدهای ضعیف به طور جزئی در آب یونیده می‌شوند.

در این‌جا می‌توان گفت که غلظت اولیهٔ محلول اسید ضعیف HX بیشتر بوده است که توانسته به اندازهٔ اسید قوی HA، یون تولید کند.

③ pH محلول‌ها با $[OH^-]$ رابطهٔ مستقیم و با $[H^+]$ رابطهٔ وارونه دارد؛ پس قسمت اول عبارت، نادرسته!

④ با توجه به این‌که حجم محلول‌ها یکسان است، نسبت غلظت مولی آن‌ها با نسبت تعداد مول اسیدها برابر است:

$$\frac{\text{غلظت مولی محلول فرمیک اسید (HCOOH)}}{\text{غلظت مولی محلول استیک اسید (CH}_۳\text{COOH)}} = \frac{\text{تعداد مول HCOOH}}{\text{تعداد مول CH}_۳\text{COOH}}$$

$$\xrightarrow{\text{جرم} = \text{مول} \times \text{جرم مولی}} = \frac{\text{HCOOH جرم}}{\text{CH}_۳\text{COOH جرم}} \times \frac{\text{CH}_۳\text{COOH جرم مولی}}{\text{HCOOH جرم مولی}}$$

$$= ۰/۰۲ \times \frac{۶۰}{۴۶} = ۱/۲$$

پس غلظت مولی محلول فرمیک اسید بیشتر است. از طرفی فرمیک اسید نسبت به استیک اسید، اسید قوی‌تری است، پس هر دو عامل غلظت اولیه و قدرت اسیدی به نفع فرمیک اسید است؛ پس قطعاً شمار یون‌ها در محلول آن، بیشتر می‌باشد.

۸۶- گزینه ۲

شفاف‌سازی منظور از یون‌های باقی‌مانده به حالت محلول، همان Na^+ و Cl^- تولید شده است.

گام معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به صورت زیر است:

$$۲RCOONa(aq) + CaCl_۲(aq) \rightarrow (RCOO)_۲Ca(s) + ۲NaCl(aq)$$

گام جرم مولی صابون را حساب می‌کنیم:

$$\text{جرم مولی RCOONa} = \underbrace{\text{جرم مولی R}}_{۲۵۳} + \underbrace{\text{جرم مولی COONa}}_{۱۲+۲(۱۶)+۲۳=۶۷} = ۳۲۰\,g.mol^{-۱}$$

گام بازده درصدی واکنش را حساب می‌کنیم:

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم} \times \frac{\text{بازده درصدی}}{۱۰۰}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{\text{صابون}}} = \frac{\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{\text{رسوب}}} \Rightarrow \frac{۱۰ \times \frac{x}{۱۰۰}}{۲ \times ۳۲۰} = \frac{۰/۰۱۵}{۱} \Rightarrow x = \frac{۲ \times ۳۲ \times ۱۵}{۱۰۰} = ٪۹۶$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$۱۰\,g\,\text{صابون} \times \frac{۱\,mol\,\text{صابون}}{۳۲۰\,g\,\text{صابون}} \times \frac{۱\,mol\,\text{رسوب}}{۲\,mol\,\text{صابون}} \times \frac{x}{۱۰۰} = ۰/۰۱۵\,mol\,\text{رسوب} \Rightarrow x = ٪۹۶$$

(x: بازده)

گام به کمک تعداد مول رسوب، تعداد مول یون‌های Na^+ و Cl^- را حساب می‌کنیم:

$$(RCOO)_۲Ca \sim ۲NaCl \sim ۴\,mol\,\text{یون}$$

$$\text{تعداد مول یون‌ها} = ۰/۰۱۵ \times ۴ = ۰/۰۶$$

۸۷- گزینه ۱

شیر منیزی شامل منیزیم هیدروکسید $(Mg(OH)_۲)$ است و به شکل سوسپانسیون مصرف می‌شود. *تو آب حل نمی‌شه!*

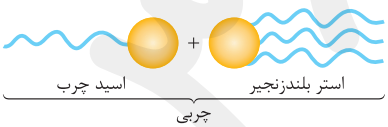
بررسی سایر گزینه‌ها: ② شیشه‌پاک‌کن، دارای باز ضعیف آمونیاک $(NH_۳)$ و لوله‌بازکن، دارای باز قوی سدیم هیدروکسید (NaOH) است. در شرایط یکسان، غلظت یون هیدروکسید در محلول باز ضعیف کم‌تر بوده و از این‌رو، pH آن کوچک‌تر است.

③ درسته زیرا برای تولید پاک‌کننده‌های صابونی در مقیاس انبوه، به مقدار زیادی چربی نیاز است. مثلاً صابون جامد (صابون سدیم) را از گرم‌کردن مخلوط روغن‌های گوناگون یا چربی با سدیم هیدروکسید تکیه می‌کنند.

۱ مول آب + ۱ مول صابون ← ۱ مول سدیم هیدروکسید + ۱ مول اسید چرب (نوعی چربی)

۱ مول الکل ۳عاملی + ۳ مول صابون ← ۳ مول سدیم هیدروکسید + ۱ مول استر سه‌عاملی (نوعی چربی)

④ چربی‌ها، مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلندزنجیر هستند.



اسیدهای چرب و استرهای بلندزنجیر (یعنی مولکول‌های سازندهٔ چربی‌ها)، در مجموع ناقطبی‌اند و در آب حل نمی‌شوند و نیروی بین مولکولی غالب در آن‌ها، از نوع وان‌دروالسی است.

۸۸- گزینه ۱

نکته در سلول‌های گالوانی شامل دو الکترود فلزی، الکترود با E° کوچک‌تر، نقش آند را دارد و در آن اکسایش رخ می‌دهد و الکترود با E° بزرگ‌تر، نقش کاتد را داشته و در آن، کاهش رخ می‌دهد. در این‌گونه موارد، معادلهٔ کلی واکنش سلول را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$m\,A + n\,B^{m+} \rightarrow m\,A^{n+} + n\,B \qquad e^- = m \times n$$

(A: فلز آند، B: فلز کاتد)

گام ۱ معادلهٔ واکنش‌های انجام‌شده در سلول‌ها را نوشته و براساس معادلهٔ موازنه‌شده، شمار الکترون‌های مبادله‌شده در آن‌ها را تعیین می‌کنیم:

سلول روی ـ نقره: $Zn(s)+2Ag^{+}(aq)\rightarrow Zn^{2+}(aq)+2Ag(s)$

$e^{-}=2\times1=2$

سلول آلومینیم ـ مس: $2Al(s)+3Cu^{2+}(aq)\rightarrow 2Al^{3+}(aq)+3Cu(s)$

$e^{-}=2\times3=6$

گام ۲ شمار الکترون‌های مبادله‌شده به ازای مصرف ۱/۹۵ گرم Zn در سلول روی ـ نقره را حساب می‌کنیم:

$$1/95\,g\,Zn\times\frac{1\,mol\,Zn}{65\,g\,Zn}\times\frac{2\,mole^{-}}{1\,mol\,Zn}=0/06\,mole^{-}$$

گام ۳ روش ۱ با توجه به اطلاعات سؤال، شمار الکترون‌های مبادله‌شده در سلول آلومینیم ـ مس را به دست آورده و به کمک آن، جرم Cu تولیدشده در آن را حساب می‌کنیم:

$$e^{-}(Zn-Ag)=0/3e^{-}(Al-Cu)\Rightarrow e^{-}(Al-Cu)=\frac{0/06}{0/3}=0/2\,mol$$

$$0/2\,mole^{-}\times\frac{3\,mol\,Cu}{6\,mole^{-}}\times\frac{64\,g\,Cu}{1\,mol\,Cu}=6/4\,g\,Cu$$

روش ۲ معادلهٔ واکنش سلول روی ـ نقره را در ۰/۹ ضرب می‌کنیم تا شمار الکترون‌های مبادله‌شده در آن، ۰/۳ برابر سلول آلومینیم ـ مس شود:

(Zn − Ag) سلول e (Al − Cu) سلول e

$$0/3\times6=1/8\Rightarrow x\times2=1/8\Rightarrow x=0/9$$

$$\begin{cases}0/9Zn+1/8Ag^{+}\rightarrow 0/9Zn^{2+}+1/8Ag & e^{-}=1/8\\ 2Al+3Cu^{2+}\rightarrow 2Al^{3+}+3Cu & e^{-}=6\end{cases}$$

حالا بین آند سلول اولیه یعنی Zn و کاتد سلول دوم یعنی Cu، تناسب برقرار می‌کنیم:

$0/9\,Zn\sim 3\,Cu$

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{Zn}}=\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{Cu}}$$

$$\Rightarrow\frac{1/95}{0/9\times65}=\frac{x}{3\times64}\Rightarrow x=6/4\,g\,Cu$$

۸۹- گزینه ۳

درس‌نامه مقایسهٔ قدرت کاهندگی و اکسندگی

۱ تمایل فلزها برای از دست دادن الکترون در محلول‌های آبی یکسان نیست؛ به عبارت دیگر، فلزها قدرت کاهندگی متفاوتی دارند.

۲ اگر قدرت کاهندگی فلز A بیشتر از فلز B باشد، فلز A می‌تواند با محلول حاوی کاتیون‌های فلز B واکنش داده و آن‌ها را به اتم‌های فلزی B کاهش دهد.

قدرت کاهندگی: $A>B\Rightarrow$
- $A+B^{m+}\rightarrow$ انجام می‌شود.
- $\Rightarrow$ دمای مخلوط واکنش افزایش می‌یابد.
- $B+A^{n+}\rightarrow$ انجام نمی‌شود.
- $\Rightarrow$ دمای مخلوط واکنش تغییری نمی‌کند.

۳ **مقایسهٔ قدرت اکسندگی کاتیون‌های دو فلز، برعکس مقایسهٔ قدرت کاهندگی خود فلزها است.** به عبارت دیگر، هر چه فلزی قدرت کاهندگی بیشتری داشته باشد، کاتیون آن، تمایل کم‌تری برای گرفتن الکترون دارد:

قدرت کاهندگی: $A>B\Rightarrow$ قدرت اکسندگی: $A^{n+}<B^{m+}$

ابتدا ببینیم از هر ویژگی، چه نتیجه‌ای می‌گیریم:

◆ از بیشتربودن قدرت اکسندگی X^{2+} نسبت به Z^{2+}، نتیجه می‌گیریم که قدرت کاهندگی X از Z کم‌تر است: قدرت کاهندگی: $Z>X$

◆ سه فلز Z، D و X با محلول دارای کاتیون کبالت واکنش می‌دهند، در حالی که فلز A واکنش نمی‌دهد: قدرت کاهندگی: $Z,D,X>Co>A$

◆ فلز D با محلول دارای A^{2+} و X^{2+} واکنش می‌دهد اما با محلول دارای کاتیون Z^{2+} واکنش نمی‌دهد:

قدرت کاهندگی: $D>A,X\quad,\quad D<Z\Rightarrow$ قدرت کاهندگی: $Z>D>A,X$

طبق نتیجهٔ اول، ۲ و طبق نتیجهٔ دوم، ۱ و ۴ پُرا و جواب درست، ۳ است.

۹۰- گزینه ۲

می‌تونیم خیلی سریع فرمول مولکولی ترکیب‌ها را بنویسیم و ابتدا مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در آن‌ها را چک کنیم.

۱ بوتانول $\rightarrow$ الکل ۴کربنی $\xrightarrow{C_nH_{2n+2}O}C_4H_{10}O$

$\Rightarrow 4C+10(+1)+(-2)=0\Rightarrow 4C=-8$

۲ بوتانون ـ ۲ $\rightarrow$ کتون ۴کربنی $\xrightarrow{C_nH_{2n}O}C_4H_8O$

$\Rightarrow 4C+8(+1)+(-2)=0\Rightarrow 4C=-6$

۳ بنزوئیک اسید $\rightarrow C_7H_6O_2$

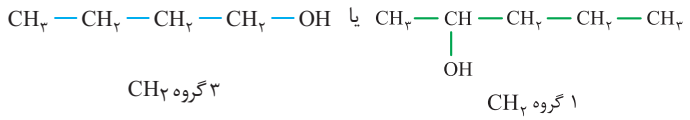
$\Rightarrow 7C+6(+1)+2(-2)=0\Rightarrow 7C=-2$

۴ اتیل اتانوات $\rightarrow$ استر ۴کربنی $\xrightarrow{C_nH_{2n}O_2}C_4H_8O_2$

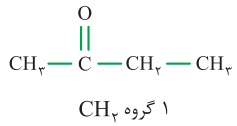
$\Rightarrow 4C+8(+1)+2(-2)=0\Rightarrow 4C=-4$

ریدین پی شد؟ فقط با محاسبهٔ مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن، فهمیدیم که جواب، ۲ است اما بیایید برای تمرین، ساختار مولکول‌ها رو هم بکشیم:

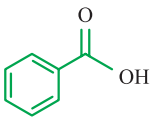
۱ بوتانول می‌تواند ۱ـ بوتانول یا ۲ـ بوتانول باشد:



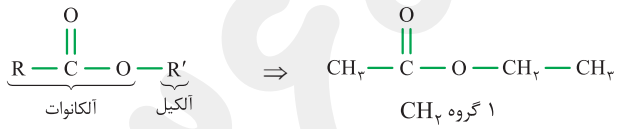
۲ در کتاب درسی، به کتون ۷کربنی ۲ـ هپتانون اشاره شده است؛ پس باید بدونیم که ۲ـ بوتانون، یک کتون ۴کربنی است که شمارهٔ کربن گروه عاملی کربونیل در آن، ۲ است:



۳ بنزوئیک اسید، یک اسید آلی ۷کربنی آروماتیک است و گروه CH_2 ندارد:



۴ نام اتیل اتانوات بر وزن آلکیل آلکانوات است که نشان‌دهندهٔ استربودن آن می‌باشد.



۹۱- گزینه ۲

بیایید گزینه‌ها را به ترتیب بررسی کنیم:

۱ در فرمول مولکولی، شمار اتم‌های هر عنصر به طور دقیق بیان می‌شود و نه ساده‌ترین نسبت بین اتم‌ها! مثلاً نمی‌تونیم در N_2O_4 زیروندها را ساده کرده و به فرمول NO_2 برسیم. N_2O_4 و NO_2 دو مولکول متفاوت هستند.

۲ *کاملاً درسته!* در فرمول شیمیایی ترکیب‌های یونی، ساده‌ترین نسبت بین کاتیون‌ها و آنیون‌ها نشان داده می‌شود:

$$Ca^{2+}\,SiO_4^{4-}\Rightarrow Ca_{\frac{4}{2}}(SiO_4)_{\frac{2}{2}}\Rightarrow Ca_2SiO_4\ (\text{کلسیم سیلیکات})$$

۳ از همین مثال NF_3 هم می‌شه فهمید که این عبارت کلاً غلطه!

نیتروژن ($_7N$) و فلوئور ($_9F$) به ترتیب دارای ۵ و ۷ الکترون ظرفیتی هستند. اگر جمله درست بود، باید فرمول به صورت N_2F_5 می‌شد و نه NF_3!

۴ توضیح *درسته* ولی می‌دونیم که SiO_2 (سیلیس) یک جامد کووالانسی است و نه یونی!

۹۲- گزینه ۴

درس‌نامه علامت بار جزئی اتم‌ها در گونه‌های چنداتمی

پیوندهای اشتراکی از طریق به اشتراک گذاشتن الکترون بین اتم‌ها تشکیل می‌شوند و در آن‌ها خبری از انتقال کامل الکترون نیست، اما ممکن است در یک پیوند اشتراکی، *زوج یک اتم نسبت به اتم دیگه بیشتر باشه و الکترون‌های پیوندی رو بیشتر به سمت خودش بکشه!* در این حالت ما با بارهای **جزئی** منفی و مثبت *سروکار داریم!* در این موارد به اتمی که الکترون‌های پیوندی را بیشتر به سمت خود جذب می‌کند (تراکم بار الکتریکی منفی روی آن بیشتر است)، بار جزئی منفی نسبت داده و آن را با نماد «$-\delta$» (دلتا منفی) نشان می‌دهیم. از طرف دیگر به اتمی که *زورش* کم‌تر و تراکم بار الکتریکی منفی روی آن کم‌تره، بار جزئی مثبت نسبت داده و آن را با نماد «$+\delta$» (دلتا مثبت) نشان می‌دهیم.

$$\overset{\delta+}{H}-\overset{\delta-}{Cl} \qquad \overset{\delta-}{O}\ (H_{\delta+},\ H_{\delta+})$$

در یک پیوند اشتراکی، هر اتمی که خاصیت نافلزی بیشتری دارد، الکترون‌های پیوندی را بیشتر به سمت خودش می‌کشد و دارای بار جزئی منفی ($-\delta$) است و اتم دیگر دارای بار جزئی مثبت ($+\delta$)!

در یک دورهٔ جدول تناوبی، از چپ به راست خاصیت نافلزی عنصرها افزایش می‌یابد. مثلاً خاصیت نافلزی کلر ($_{17}Cl$) از فسفر ($_{15}P$) بیشتر است. در یک گروه از بالا به پایین خاصیت نافلزی کاهش می‌یابد. مثلاً خاصیت نافلزی گوگرد ($_{16}S$) از اکسیژن ($_{8}O$) کم‌تر است. بهتر است برای این مبحث، مقایسهٔ خاصیت نافلزی چند عنصر را به صورتی که نوشتیم، *بلد باشین:*

$$\text{خاصیت نافلزی}: \underbrace{F>O>N}_{\text{عناصر FON}} > \underbrace{Cl>Br>I}_{\text{هالوژن‌ها به‌جز F}} > S \simeq C > P \simeq H \quad (\delta- \rightarrow \delta+)$$

بررسی گزینه‌ها: ۱) نوع نیروی بین‌مولکولی H_2O، پیوند هیدروژنی و نوع نیروی بین مولکولی NF_3، وان‌دروالسی است اما با توجه به این‌که خصلت نافلزی O از H و F از N بیشتر است، بار جزئی اتم مرکزی در این دو مولکول به ترتیب منفی و مثبت است.

$$\overset{\delta-}{O}\ (\overset{\delta+}{H},\ H) \qquad \overset{\delta-}{F}-\overset{\delta+}{N}(-F)-F$$

نکته موادی می‌توانند با مولکول‌های خود پیوند هیدروژنی برقرار کنند که H متصل به FON داشته باشند. به عبارت دیگر در ساختار آن‌ها پیوند اشتراکی $O-H$، $F-H$ یا $N-H$ وجود داشته باشد.

از بین ترکیب‌های مولکولی معروفی که می‌توانند بین مولکول‌های *خودشون!* پیوند هیدروژنی تشکیل دهند، می‌توان به آب (H_2O)، هیدروژن فلوئورید (HF)، آمونیاک (NH_3) و اتانول (C_2H_5OH) اشاره کرد.

به‌جز پیوند هیدروژنی، به سایر نیروهای بین مولکولی، نیروی وان‌دروالسی می‌گویند. نوع نیروی بین مولکولی موادی مانند HCl، CO_2 و ...، از نوع وان‌دروالسی است.

۲) نوع نیروی بین مولکولی هر دو مولکول OF_2 و SCl_2، وان‌دروالسی است:

$$\overset{\delta+}{O}\ (F,\ \overset{\delta-}{F}) \qquad \overset{\delta+}{S}\ (Cl,\ \overset{\delta-}{Cl})$$

۳) نوع نیروی بین مولکولی هر دو مولکول CO_2 و SO_3، وان‌دروالسی است. هر دو عنصر C و S خصلت نافلزی کم‌تری نسبت به اکسیژن دارند و بار جزئی آن‌ها در مولکول‌ها، $+\delta$ است.

۴) نوع نیروی بین مولکولی NH_3 و H_2S به ترتیب پیوند هیدروژنی و وان‌دروالسی است. بار جزئی اتم مرکزی هر دو مولکول، $-\delta$ است.

$$H-\overset{\delta-}{N}(-H)-\overset{\delta+}{H} \qquad \overset{\delta-}{S}\ (H,\ \overset{\delta+}{H})$$

۹۳- گزینه ۳

شفاف‌سازی مجموع شمار مول‌های گازی در دو طرف معادله واکنش برابر است و حجم ظرف‌ها، تأثیری در محاسبات ثابت تعادل ندارد.

با بازشدن شیر (I)، تعادل برقرار می‌شود:

$$Br_2 + Cl_2 \rightleftharpoons 2BrCl$$

مول اولیه	۰/۴	۰/۴	۰
تغییر مول	$-x$	$-x$	$+2x$
مول تعادلی	$0/4-x$	$0/4-x$	$2x$

$$K=\frac{[BrCl]^2}{[Br_2][Cl_2]} \Rightarrow \frac{(2x)^2}{(0/4-x)^2}=2/5\times10^{-1}=25\times10^{-2}$$

$$\xrightarrow{\text{از دو طرف جذر می‌گیریم.}} \frac{2x}{0/4-x}=\underbrace{5\times10^{-1}}_{\frac{1}{2}} \Rightarrow 4x=0/4-x$$

$$\Rightarrow 5x=0/4 \Rightarrow x=0/08$$

بنابراین پس از بازشدن شیر (I) و برقراری تعادل، ۰/۳۲ مول Br_2، ۰/۳۲ مول Cl_2 ($0/4-x=0/32$) و ۰/۱۶ مول BrCl ($2x=0/16$) در ظرف وجود دارد.

با بازشدن شیر (II)، تعداد مول BrCl افزایش می‌یابد و طبق اصل لوشاتلیه، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود اما به دلیل ثابت‌بودن دما، مقدار ثابت تعادل واکنش تغییری نمی‌کند.

$$Br_2 + Cl_2 \rightleftharpoons 2BrCl$$

تعادل اولیه	۰/۳۲	۰/۳۲	۰/۱۶
لحظهٔ اعمال تغییر	۰/۳۲	۰/۳۲	۰/۱۶+۰/۲۵=۰/۴۱
تعادل نهایی	$0/32+y$	$0/32+y$	$0/41-2y$

$$K=\frac{(0/41-2y)^2}{(0/32+y)^2}=25\times10^{-2} \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{0/41-2y}{0/32+y}=\underbrace{5\times10^{-1}}_{\frac{1}{2}}$$

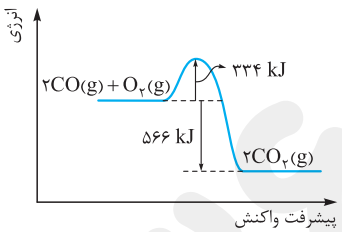
$$\Rightarrow 0/82-4y=0/32+y \Rightarrow 0/5=5y \Rightarrow y=0/1$$

مول‌های BrCl در تعادل نهایی برابر است با:

$$0/41-2y=0/41-0/2=0/21$$

۹۴- گزینه ۱

واکنش حذف آلایندهٔ CO در مبدل کاتالیستی ($2CO+O_2 \rightarrow 2CO_2$)، گرماده است، یعنی سطح انرژی فراورده در آن، پایین‌تر از واکنش‌دهنده‌ها است. از طرفی این واکنش به دلیل انرژی فعال‌سازی بالا، در دماهای بالا بهتر انجام می‌شود.



نکته واکنش‌های انجام‌شده در مبدل‌های کاتالیستی

۱) واکنش حذف CO و C_xH_y در هر دو نوع مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی و دیزلی

واکنش حذف کربن مونوکسید (سوختن): $2CO(g)+O_2(g) \rightarrow 2CO_2(g), \Delta H<0$

(CO در این واکنش، اکسایش می‌یابد.)

واکنش حذف هیدروکربن‌های نسوخته (سوختن):

$$C_xH_y+(x+\frac{y}{4})O_2(g) \rightarrow xCO_2(g)+\frac{y}{2}H_2O(g), \Delta H<0$$

(C_xH_y در این واکنش، اکسایش می‌یابد.)

۲) واکنش حذف NO در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی

واکنش حذف گاز نیتروژن مونوکسید (تجزیه):

$2NO(g) \rightarrow N_2(g)+O_2(g), \Delta H<0$ (NO در این واکنش، کاهش می‌یابد.)

۳) واکنش حذف اکسیدهای نیتروژن در مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی

$$NO(g)+NO_2(g)+2NH_3(g) \rightarrow 2N_2(g)+3H_2O(g)$$

(اکسیدهای نیتروژن در این واکنش، کاهش می‌یابند.)

۹۵- گزینه ۱

درس‌نامه عوامل مؤثر بر تعادل

عامل			عکس‌العمل تعادل به تغییر	چگونگی تغییر ثابت تعادل (K) با جابه‌جاشدن تعادل
تغییر غلظت		افزایش غلظت یک ماده	جابه‌جایی در جهت مصرف آن ماده	تغییر نمی‌کند.
		کاهش غلظت یک ماده	جابه‌جایی در جهت تولید آن ماده	تغییر نمی‌کند.
تغییر حجم (فشار)		افزایش حجم (کاهش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی بیشتر	تغییر نمی‌کند.
		کاهش حجم (افزایش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی کم‌تر	تغییر نمی‌کند.
تغییر دما	واکنش‌های گرماده	کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت رفت)	افزایش می‌یابد.
		افزایش دما	جابه‌جایی در مصرف گرما (جهت برگشت)	کاهش می‌یابد.
	واکنش‌های گرماگیر	کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت برگشت)	کاهش می‌یابد.
		افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت رفت)	افزایش می‌یابد.

با افزایش دما، ثابت تعادل از ۱ به ۹ رسیده است:

$$A_2 + D_2 \rightleftharpoons 2AD \quad K=1$$

تعادل اولیه: $1-x \quad 1-x \quad 2x$

$$K=\frac{[AD]^2}{[A_2][D_2]}=\frac{(2x)^2}{(1-x)^2}=1 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{2x}{1-x}=1$$

$$\Rightarrow 1-x=2x \Rightarrow 3x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \text{مول تعادلی } A_2 \text{ و } D_2 = 1-x=\frac{2}{3} \text{ و } \text{مول تعادلی } AD = \frac{2}{3}$$

$$A_2 + D_2 \rightleftharpoons 2AD \quad K=9$$

تعادل نهایی: $\frac{2}{3}-y \quad \frac{2}{3}-y \quad \frac{2}{3}+2y$

$$K=\frac{(\frac{2}{3}+2y)^2}{(\frac{2}{3}-y)^2}=9 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{\frac{2}{3}+2y}{\frac{2}{3}-y}=3$$

$$\Rightarrow 2-3y=\frac{2}{3}+2y \Rightarrow \frac{4}{3}=5y \Rightarrow y=\frac{4}{15}$$

$$\Rightarrow \text{مول تعادلی } A_2 \text{ و } D_2 = \frac{2}{3}-y=\frac{10}{15}-\frac{4}{15}=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}=0/4$$

$$\text{مول تعادلی } AD = \frac{2}{3}+2y=\frac{10}{15}+\frac{8}{15}=\frac{18}{15}=\frac{6}{5}=1/2$$

$$\frac{\text{غلظت مولی } AD}{\text{مجموع غلظت مولی } A_2 \text{ و } D_2}=\frac{\text{تعداد مول } AD}{\text{مجموع تعداد مول } A_2 \text{ و } D_2}=\frac{1/2}{0/4+0/4}=1/5$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) دیدیم که در تعادل اولیه، مول AD برابر $\frac{2}{3}$ است. از طرفی حجم ظرف، ۱۰ لیتر می‌باشد:

$$[AD]=\frac{\frac{2}{3}\,mol}{10\,L}=\frac{1}{15}\,mol.L^{-1}$$

۳) تغییر حجم ظرف، تأثیری بر مقدار ثابت تعادل ندارد (ثابت تعادل، فقط با تغییر دما، تغییر می‌کند). علاوه بر این با کاهش حجم ظرف، غلظت مولی مواد شرکت‌کننده زیاد می‌شود.

۴) با $\frac{1}{10}$ شدن حجم ظرف، غلظت مولی همهٔ مواد ۱۰ برابر می‌شود.

تله شمار مول‌های گازی در دو طرف معادلهٔ واکنش برابر است؛ بنابراین تغییر حجم باعث جابه‌جایی تعادل و تغییر تعداد مول‌های گازها نمی‌شود، اما با توجه به رابطهٔ «غلظت مولی = $\frac{\text{مول}}{\text{حجم}}$» با تغییر حجم، غلظت مولی گازها به یک نسبت تغییر می‌کند.

پاسخ‌نامهٔ تشریحی بوستر فرهنگیان

فهرست مطالب

آزمون ۱: کنکور فرهنگیان ۱۴۰۳ تجربی ۲

آزمون ۲: کنکور فرهنگیان ۱۴۰۳ ریاضی ۹

آزمون ۳: کنکور فرهنگیان ۱۴۰۳ انسانی ۱۷

آزمون ۴: کنکور فرهنگیان ۱۴۰۴ تجربی ۲۵

آزمون ۵: کنکور فرهنگیان ۱۴۰۴ ریاضی ۳۲

آزمون ۶: کنکور فرهنگیان ۱۴۰۴ انسانی ۳۹

آزمون ۷: کنکور فرهنگیان ۱۴۰۴ هنر ۴۵

آزمون ۸: کنکور فرهنگیان ۱۴۰۴ زبان ۵۱

پاسخ به سؤالات «تعلیم و تربیت اسلامی»: محمدرضا فرهنگیان

پاسخ به سؤالات «هوش و استعداد معلمی»: لیلا سمیعی عارف

تعلیم و تربیت اسلامی

۱- گزینه ۳

درس‌نامه آیه: ﴿وَ اصبِر عَلی ما اَصابَکَ اِنَّ ذلِکَ مِن عَزمِ الاُمورِ﴾ (لقمان، ۱۷)

ترجمه: بر آن‌چه (در این مسیر) به تو می‌رسد، صبر کن که این از عزم و ارادهٔ در کارهاست.

پیام‌ها:

- این آیه به «**تصمیم و عزم برای حرکت**» از اقدامات لازم برای ثبات قدم در راه قرب الهی اشاره دارد.
- شکیبایی و تحمل سختی‌ها برای رسیدن به هدف، از نشانه‌های داشتن عزم قوی است.
- این آیه با حدیث امام کاظم علیه‌السلام : «خدایا! می‌دانم که بهترین توشهٔ مسافر کوی تو، عزم و اراده‌ای است که با آن خواستار تو شده باشد.» مرتبط است.

بعد از سفارش‌هایی که لقمان حکیم به فرزندش می‌کند و راه و رسم زندگی را به او نشان می‌دهد، به وی می‌گوید: ﴿و اصبر علی ما اصابک انّ ذلک من عزم الامور﴾: (بر آن‌چه (در این مسیر) به تو می‌رسد، صبر کن که این از عزم و ارادهٔ در کارهاست.)

مشاوره در این تیپ از سؤالات دینی حتماً باید عین عبارت قرآنی رو تو ذهنمون داشته باشیم تا بتونیم در گزینه‌ها اونو تشخیص بدیم. در حقیقت فقط حفظ آیه می‌تونه تو این مدل سؤال‌ها بهمون کمک کنه.

۲- گزینه ۴

درس‌نامه مراقبت:

- باقی‌ماندن بر پیمان خود با خدا و وفای بر عهد = رضایت خدا
- شکستن پیمان = شرمندگی در مقابل خدا
- انسان باید مراقب باشد کارهای دیگر او را به خود مشغول نکند، تصمیم خود را فراموش نکند و عواملی را که سبب سستی در اجرای این تصمیم می‌شود، از سر راه بردارد.

حدیث امام علی علیه‌السلام : «گذشت ایام، آفاتی در پی دارد و موجب ازهم‌گسیختگی تصمیم‌ها و کارها می‌شود.»

پیام‌ها:

- این حدیث به مراقبت، از اقدامات لازم برای ثبات قدم در راه قرب الهی اشاره دارد.
- انسان باید با غنیمت‌شمردن فرصت، وفای به عهد و مراقبت از پیمان خود با خدا، از آفات گذر روزگار (دهر) جلوگیری به عمل آورد.
- آسیبی که عهدشکنی در اثر گذر زمان به پیمان الهی می‌زند، از هم گسستن عهدها و پیمان‌هاست. یعنی عدم مراقبت، موجب ضعیف‌شدن عزم می‌گردد.

طبق فرمایش امام علی علیه‌السلام «گذشت ایام، آفاتی در پی دارد و موجب ازهم‌گسیختگی تصمیم‌ها و کارها می‌شود.» که این حدیث به «**مراقبت**»، از اقدامات لازم برای ثبات قدم در راه قرب الهی اشاره دارد.

۳- گزینه ۱

درس‌نامه آیه: ﴿وَ مِنَ النّاسِ مَن یَتَّخِذُ مِن دونِ اللهِ اَنداداً یُحِبّونَهُم کَحُبِّ اللهِ وَ الَّذینَ آمَنوا اَشَدُّ حُبّاً لِلهِ﴾ (بقره، ۱۶۵)

ترجمه: و بعضی از مردم همتایانی را به جای خدا می‌گیرند، آنان را دوست می‌دارند مانند دوستی خدا، اما کسانی که ایمان آورده‌اند، به خدا محبت بیشتری دارند.

پیام‌ها:

- اشتباه برخی از مردم، شریک قراردادن غیر خدا در محبت به خداست.
- از ویژگی‌های مؤمنان، شدت محبّت آنان به خداوند است.
- محبت به خدا (تولّی)، آغاز دینداری است.
- با حدیث امام صادق علیه‌السلام که می‌فرماید: «قلب انسان حرم خداست ...»، ارتباط دارد.

یکی از ویژگی‌های مؤمنان این است که آن‌ها نسبت به خداوند دوستی و محبت شدیدی دارند. عشق و محبت الهی مانند اکسیری است که مُرده را حیات می‌بخشد و زندگی حقیقی را به وی عطا می‌کند. (توجه کنید که ۳ حدیثی از امام صادق علیه‌السلام است و آیهٔ قرآنی نیست.)

مشاوره در این تست باید دقت کنید که هر چهار گزینه به محبت اشاره دارد و با دقت در مطالعهٔ سؤال می‌تونیم دقیقاً اون چیزی که از ما خواسته شده است رو تو گزینه‌ها پیدا کنیم.

۴- گزینه ۴

درس‌نامه تأثیرات نماز:

- انجام به موقع نماز: دوری از بی‌نظمی در زندگی
- انجام نماز با لباس و بدن پاکیزه: کاهش آلودگی‌های ظاهری
- غصبی‌نبودن لباس و مکان نماز: کم‌شدن میل به کسب درآمد از راه حرام
- توجّه به بزرگی خدا در تکبیر: توجه‌نکردن به آن‌چه در مقابل خداست.
- در نظر داشتن عظمت خدا در رکوع و سجود: خضوع و خشوع نکردن در برابر مستکبران
- صادقانه‌خواستن عبارت ﴿اِهدِنَا الصِّراطَ المُستَقیم﴾: دل‌نبستن به راه‌های انحرافی
- با توجه به گفتن عبارت ﴿غَیرِ المَغضوبِ عَلَیهِم وَ لَا الضّالّینَ﴾: قرارنگرفتن در زمرهٔ افراد مورد خشم خداوند یا گمراهان
- تکرار درست آن‌چه می‌گوییم و انجام می‌دهیم: تسلط بر خود در برابر انجام منکرات
- کوچک‌نشمردن نماز و درک صحیح از آن‌چه می‌گوییم: دورشدن تدریجی از گناهان و حتی برخی مکروهات

ثمرهٔ صادقانه‌خواستن عبارت ﴿اِهدِنَا الصِّراطَ المُستَقیم﴾ در نماز از خدای متعال، دل‌نبستن به راه‌های انحرافی است.

مشاوره همهٔ گزاره‌های این قسمت رو به دقت مطالعه کنید تا همراه با جزئیات نماز، فلسفهٔ اجرایی اون‌ها رو هم بدونید.

۵- گزینه ۲

درس‌نامه ◇ شخصی که به علت داشتن عذر شرعی (مانند بیماری) روزه نگیرد: باید قضای روزه را تا سال بعد انجام دهد و برای هر روز یک مُد طعام (۷۵۰ گرم گندم یا جو و ...)، به فقیر طعام دهد.

- شخصی که بدون عذر روزه نگیرد: باید هم قضای آن را انجام دهد، هم کفّاره بدهد.
- اگر شخصی با چیز حرامی روزه‌اش را باطل کند: باید کفّارهٔ جمع بپردازد. (کفّارهٔ جمع: هم ۶۰ روز روزه بگیرد (که یک ماه آن باید پشت سر هم باشد) و هم ۶۰ مُد طعام به ۶۰ فقیر بدهد؛ یعنی هر فقیر یک مُد طعام)

شخصی که بدون داشتن عذر روزه نگیرد (عمداً روزه را ترک کند)، باید هم قضای آن را به جا آورد، هم کفّاره بدهد.

نکته تنها گزینهٔ صحیح در این سؤال ۲ است. البته در متن کتاب به این نکته اشاره نشده است که تا سال بعد باید کفاره را بدهد.

۶- گزینه ۳

درس‌نامه عفاف:

- حالتی است که انسان به وسیلهٔ آن، خود را در برابر تندروی‌ها و کندروی‌ها کنترل می‌کند تا در مسیر اعتدال و میانه‌روی پیش می‌رود.
- عفاف در تقابل با تبرّج است.
- تبرّج یعنی زیاده‌روی و افراط در آراسته‌کردن خود، تا حدّ رسیدن به خودنمایی و جلب توجه که از دیدگاه قرآن، کاری جاهلانه است.
- تبرّج باعث غفلت انسان از هدف زندگی و مشغول‌شدن او به کارهایی می‌شود که عاقبتی جز دورشدن از خدا ندارد.

یکی از جلوه‌های عفاف، مربوط به آراستگی و مقبولیت است. برخی انسان‌ها در آراستگی ظاهری و ابراز وجود مقبولیت دچار تندروی می‌شوند، به گونه‌ای که در آراسته‌کردن خود، زیاده‌روی می‌کنند و به خودنمایی می‌رسند. قرآن کریم این حالت را تبرج می‌نامند و آن را کاری جاهلانه معرفی می‌کند.

۷- گزینه ۴

درس‌نامه ◇ عفاف در بانوان ارزش بیشتری دارد، زیرا خداوند زنان را بیش از مردان به نعمت زیبایی آراسته است.
◇ زن مظهر جمال و زیبایی است.
◇ نتیجهٔ زیبایی درونی و ظاهری زنان: علت وجود احکام ویژه برای زنان
◇ خداوند برای حفظ نعمت زیبایی زن، احکام ویژه‌ای قرار داده است تا گوهر زیبای وجودش از نگاه نااهلان دور بماند و روح بلندش تحقیر نشود.
◇ عرضهٔ نابجای نعمت زیبایی، به جای گرمی‌بخشیدن به کانون خانواده، عفت و حیا را از بین می‌برد و این گوهر مقدس را از او می‌گیرد.

به همان میزان که رشته‌های عفاف در روح انسان قوی و مستحکم می‌شود، نوع آراستگی و پوشش او باوقارتر می‌شود.

پوشش مناسب از نشانه‌های عفاف است. گرچه عفاف، خصلت هر انسان با فضیلتی، اعم از زن و مرد است، اما وجود آن در زنان و دختران ارزش بیشتری دارد. زیرا خداوند زنان را بیش از مردان به نعمت زیبایی آراسته است. زن، مظهر جمال و زیبایی است و این زیبایی، هم درونی و هم ظاهری است.

۸- گزینه ۱

درس‌نامه حدیث امام علی ﷺ: «اِنَّهُ لَیسَ لِاَنفُسِکُم ثَمَنٌ اِلّا الجَنَّةَ فَلا تَبیعوها اِلّا بِها.»
ترجمه: همانا بهایی برای جان شما جز بهشت نیست؛ پس [خود را] به کم‌تر از آن نفروشید.
پیام‌ها: ۱ ارزشمندترین بهایی که وجود دارد و برای انسان قرار داده شده، بهشت است.
۲ اگر ارزش خود را نشناسیم، خود را به کم‌تر از بهشت می‌فروشیم.
۳ از راه‌های تقویت عزت نفس، خودشناسی است.
۴ این حدیث با آیهٔ «ما فرزندان آدم را کرامت بخشیدیم ...» و حدیث «ای فرزند آدم، این مخلوقات را برای تو آفریدم ...» مرتبط است.

این سخن امام علی ﷺ: «اِنَّهُ لَیسَ لِاَنفُسِکُم ثَمَنٌ اِلّا الجَنَّةَ فَلا تَبیعوها اِلّا بِها»
ترجمه: (همانا بهایی برای جان شما جز بهشت نیست؛ پس [خود را] به کم‌تر از آن نفروشید.)، با آیهٔ شریفهٔ «ما فرزندان آدم را کرامت بخشیدیم ... و بر بسیاری از مخلوقات برتری دادیم.» ارتباط معنایی دارد. و هر دو به «شناخت ارزش خود (خودشناسی) و نفروختن خویش به بهای اندک»، از راه‌های تقویت عزت نفس اشاره دارند.

۹- گزینه ۲

درس‌نامه آیه: ﴿وَ الَّذینَ کَسَبُوا السَّیِّئاتِ جَزاءُ سَیِّئَةٍ بِمِثلِها وَ تَرهَقُهُم ذِلَّةٌ﴾
ترجمه: آنان که بدی پیشه کردند، جزای بد به اندازهٔ عمل خود می‌بینند و بر چهرهٔ آنان غبار ذلت می‌نشیند.
پیام‌ها:
۱ ارتکاب گناهان و پاسخ مثبت دادن به تمایلات پست و دانی، علت ذلیل‌شدن انسان است.
۲ یکی از راه‌های رسیدن به عزّت، ترک معاصی (گناهان) است.
۳ عدل الهی که دلیل بر ضرورت معاد است، از دادن جزای بد به همان اندازه برداشت می‌شود.
براساس آیهٔ شریفهٔ ﴿وَ الَّذینَ کَسَبُوا السَّیِّئاتِ جَزاءُ سَیِّئَةٍ بِمِثلِها وَ تَرهَقُهُم ذِلَّةٌ﴾ غبار خواری و ذلت، زمانی بر چهرهٔ انسان می‌نشیند که مرتکب گناه و زشتی شود.

۱۰- گزینه ۱

درس‌نامه آیه: ﴿وَ مِن آیاتِهِ اَن خَلَقَ لَکُم مِن اَنفُسِکُم اَزواجاً لِتَسکُنوا اِلَیها وَ جَعَلَ بَینَکُم مَوَدَّةً وَ رَحمَةً اِنَّ فی ذلِکَ لَآیاتٍ لِقَومٍ یَتَفَکَّرونَ﴾
ترجمه: و از نشانه‌های خدا آن است که همسرانی از [نوع] خودتان برای شما آفرید تا با آن‌ها آرامش یابید و میان شما (دوستی و رحمت) قرار داد؛ همانا که در این مورد، نشانه‌هایی است برای کسانی که تفکر می‌کنند.
پیام‌ها: ۱ نیاز به انس و آرامش با همسر و رشد اخلاقی و معنوی، اهداف ازدواج است.
۲ فلسفهٔ آفرینش همسر هم نوع، آرامش‌یابی با آن است.
۳ یکسانی منزلت و مفهوم زوجیت زن و مرد برداشت می‌گردد.
۴ هدف خداوند حکیم از بیان نشانه‌هایش، تفکر در آن‌هاست.
۵ جهت ایجاد آرامش، مودّت و رحمت میان زوجین لازم است.

در آیهٔ شریفهٔ ﴿وَ مِن آیاتِهِ اَن خَلَقَ لَکُم مِن اَنفُسِکُم اَزواجاً لِتَسکُنوا اِلَیها وَ جَعَلَ بَینَکُم مَوَدَّةً وَ رَحمَةً اِنَّ فی ذلِکَ لَآیاتٍ لِقَومٍ یَتَفَکَّرونَ﴾ از عبارت شریفهٔ «مِن اَنفُسِکُم اَزواجاً» به برابری زن و مرد و از عبارت شریفهٔ «مَوَدَّةً وَ رَحمَةً» به وحدت بین زن و مرد که مودت و رحمت است، پی می‌بریم.

۱۱- گزینه ۴

درس‌نامه ◇ تقویت عفاف و پاکدامنی:
◇ دورهٔ بلوغ تا ازدواج یکی از حساس‌ترین و ارزشمندترین دوره‌های عمر انسان است.
◇ دورهٔ گذر از کودکی به بزرگسالی و پذیرش مسئولیت‌های زندگی است.
◇ در صورت گذران این دوره با پاکی و عدم آلودگی به فحشا (علت): هموارشدن راه رسیدن به بهشت برای خود و فرزندان (معلول)
◇ قرآن کریم از دختران و پسران می‌خواهد:
۱ قبل از ازدواج حتماً عفاف پیشه کنند (علت) تا خداوند به بهترین صورت زندگی آنان را سامان دهد. (معلول)
۲ به‌هیچ‌وجه در پی رابطهٔ غیرشرعی با جنس مخالف نباشند. (چه پنهان و چه آشکار) در غیر این صورت، زیان آن تا قیامت دامن‌گیر آنان خواهد شد و در نسل‌های آنان تأثیر بدی خواهد گذاشت.

قرآن کریم از دختران و پسران می‌خواهد که قبل از ازدواج، حتماً عفاف پیشه کنند تا خداوند به بهترین صورت زندگی آنان را سامان دهد.

۱۲- گزینه ۳

درس‌نامه ◇ حدیث امام علی ﷺ: «حُبُّ الشَّیءِ یُعمی وَ یُصِمُّ.»
ترجمه: علاقهٔ شدید به چیزی، آدم را کور و کر می‌کند.
پیام‌ها:
۱ علاقه و محبّت به یک شخص، چشم و گوش را می‌بندد و عقل را به حاشیه می‌راند.
۲ جهت موفّق‌شدن در انتخاب همسر، تسلّط کامل بر شور و احساس جوانی لازم است.
۳ شایسته است با مشورت با والدین انتخاب مناسب‌تری را رقم بزنیم.
◇ باید دربارهٔ ازدواج با والدین مشورت کرد، زیرا:
◇ علاقه و محبت به فرزندانشان (علت) باعث می‌شود معمولاً مصلحت و خوشبختی او را در نظر بگیرند. (معلول)
◇ تجربه و پختگی والدین (علت) باعث می‌شود خصوصیات افراد را بهتر دریابند و عاقبت ازدواج را پیش‌بینی کنند. (معلول)
◇ والدین نباید نظرشان را تحمیل کنند و فرزندانشان را به ازدواج ناخواسته بکشانند.

همواره دیده‌ایم که علاقه و محبت به یک شخص، چشم و گوش را می‌بندد و عقل را به حاشیه می‌راند. این سخن زیبای امام علی ﷺ مربوط به مواردی از همین قبیل است: «حُبُّ الشَّیءِ یُعمی وَ یُصِمُّ.»
علاقهٔ شدید به چیزی، آدم را کور و کر می‌کند.
از این‌رو، پیشوایان دین از ما خواسته‌اند که در مورد همسر آینده با پدر و مادر خود مشورت کنیم تا به انتخابی درست برسیم.

۱۳- گزینه ۲

پیامبر ﷺ می‌فرماید: «برای دختران و پسران خود امکان ازدواج فراهم کنید تا خداوند اخلاقشان را نیکو کند و در رزق و روزی آن‌ها توسعه دهد و عفاف و غیرت آن‌ها را زیاد گرداند.»

۱۴- گزینه ۱

مبارک‌ترین کاری است که خداوند آن را بر دوش انبیا و اوصیای الهی گذاشته، تعلیم و تربیت است. آیهٔ شریفهٔ ﴿یعلمهم الکتاب و الحکمة و یزکیهم﴾، به همین موضوع اشاره می‌کند.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۱ ـ صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

نکته آیهٔ شریفهٔ ﴿لقد ارسلنا رسلنا بالبینات و انزلنا معهم الکتاب و المیزان﴾ به یکی از مسئولیت‌های پیامبر ﷺ که تبیین و توضیح دین است (مرجعیت دینی) اشاره دارد.

۱۵- گزینه ۳

درس‌نامه اسلام برای آموزش هیچ محدودیتی قائل نیست:

- محدودیت زمانی: اطلبوا العلم من المهد إلی اللحد؛ از گهواره تا گور علم بیاموزید.
- محدودیت مکانی: لو کان الْعِلْمُ مَنُوطاً بِالثُّریا لَتَنَاوَلَهُ رِجَال مِن فَارِسَ؛ اگر علم در ثریا باشد، مردانی از فارس به آن می‌رسند.
- محدودیت جغرافیایی: اطلبوا العلم ولو بالصین؛ دانش را بجویید، اگرچه در چین باشد.
- محدودیت مقداری: ﴿وَ مَا کَانَ ٱلْمُؤْمِنُونَ لِیَنفِرُواْ کَآفَّةً فَلَوْلَا نَفَرَ مِن کُلِّ فِرْقَةٍ مِّنْهُم طَآئِفَةٌ لِّیَتَفَقَّهُواْ فِی ٱلدِّینِ﴾ هر گروهی از مردم، دسته‌ای کوچ نمی‌کنند تا در دین فقیه شوند.
- محدودیت جانی: لَوْ یعْلَمُ النَّاسُ مَا فِي طَلَبِ الْعِلْمِ لَاطلَبُوهُ وَ لَوْ بِسَفْكِ الْمُهج و خوض اللجج؛ اگر مردم ارزش علم را می‌دانستند به سراغ آن می‌رفتند، گرچه به قیمت جان خود و فرورفتن در امواج دریا باشد.
- محدودیت انسانی: فَبَعَثَ ٱللَّهُ غُرَابا یَبحَثُ فِي ٱلأَرضِ لِیُرِیَهُ کَیفَ یُوارِي سَوءَةَ أَخِیهِ؛ پس خداوند زاغی را فرستاد که زمین را می‌کاوید، تا به او نشان دهد که چگونه کشتهٔ برادرش را بپوشاند.
- محدودیت مکتبی: پیامبر اسلام ﷺ بهای آزادی کسانی را که در جنگ اسیر می‌شدند، آموزش خواندن و نوشتن به ده نفر از مسلمان قرار داد.

اسلام برای آموزش هیچ محدودیتی قائل نیست؛ از جمله محدودیت مقداری: «چرا از هر گروهی از مردم، دسته‌ای کوچ نمی‌کنند تا در دین فقیه شوند؟»

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۱ ـ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۱۶- گزینه ۳

در احادیث آمده است افرادی که دست به کارهای غیرطبیعی می‌زنند، گرفتار نوعی بیماری هستند و چون درون خود احساس کمبود و ذلت می‌کنند، با دست‌زدن به یک سری کارها می‌خواهند آن کمبود را جبران کنند. در فقه نیز آمده است که لباس شهرت حرام است، زیرا در آن نوعی امتیازطلبی به چشم می‌خورد. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۴۵)

۱۷- گزینه ۲

امام صادق ﷺ: أحبُّ إخوانی إلَیَ مَن أهدی إلَیَ عُیوبی؛ بهترین دوست من کسی است که عیب مرا به من بگوید. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

نکته یکی از راه‌های ایجاد صمیمیت، محبت‌کردن است. محبت، قوی‌ترین یا یکی از قوی‌ترین ابزارهای تربیتی است.

پیامبر ﷺ: لِینُوا لِمَن تُعلِّمونَ، و لِمَن تَتَعَلَّمونَ مِنهُ؛ با کسی که به او علم می‌آموزید و با کسی که از او علم فرامی‌گیرید، نرم و ملایم باشید.

۱۸- گزینه ۴

قرآن در آیهٔ ۸۱ سورهٔ آل عمران می‌فرماید که خداوند از همهٔ انبیا میثاق گرفت، مبنی بر این‌که علی‌رغم داشتن کتاب آسمانی و حکمت، آمادگی جابه‌جایی داشته باشند و اگر بعد از آن‌ها پیامبری آمد، به راحتی مسئولیت را به او واگذار کنند و بدون اخم و قهر به او ایمان بیاورند و او را یاری کنند. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۵۷)

نکته در تعلیم و تربیت، نباید به مسئولیت‌ها نگاه مادی داشت. افرادی که کنار می‌روند باید به افرادی که تازه روی کار می‌آیند، کمک کنند؛ کمکی براساس ایمان، نه براساس رودربایستی و نفاق و تظاهر.

۱۹- گزینه ۱

درس‌نامه سه بهانه برای فرار از هجرت:

- مراکز علمی قداست دارد.
- من به این‌جا عادت کرده‌ام.
- نسل من در این‌جا مستقر شده‌اند.

همچنین استدلال «اگر مرا دعوت کنند می‌روم» و «گاهی رفته‌ام» کافی نیست.

قرآن بارها به سفرهای علمی و تجربی با دستور «سیروا في الارض» سفارش کرده است و کسانی را که هجرت نمی‌کنند، با جملهٔ «افلم یسیروا» توبیخ کرده است.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۸۶)

۲۰- گزینه ۲

فرمان مشورت در مورد کارهای اجتماعی است، نه فرمان‌های صریح خدا و پیامبر ﷺ، لذا در قرآن کلمهٔ مشورت با کلمهٔ «امر» آمده است:

﴿و شاورهم في الامر﴾ و یا ﴿و امرهم شوری بینهم﴾ دقت کنید که در مورد «عهد الله» نمی‌توان مشورت کرد. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۹۷)

نکته هرگز برای تعداد رکعات نماز، روزهٔ ماه رمضان، سفر حج، مقدار خمس یا زکات مشورت نمی‌شود، چون برای هر یک دستور صریحی در قرآن و احادیث آمده است. بنابراین همان‌گونه که نماز «عهد الله» است و ما حق مشورت در مورد نماز را نداریم، امامت نیز «عهد الله» است و دربارهٔ آن نمی‌توان مشورت کرد.

هوش و استعداد معلمی

۲۱- گزینه ۲

استراتژی ۳ سؤال از این متن مطرح شده است، بهتر است ابتدا یک بار سؤالات و گزینه‌ها را سریع بخوانید، سپس متن داده‌شده را بخوانید. به این ترتیب هنگام خواندن متن می‌دانید که به چه مواردی باید بیشتر توجه کنید و برای هر سؤال به کدام بخش از متن مراجعه کنید.

طبق پاراگراف اول داریم: «مطابق «سند برنامهٔ درسی ملی» ارزشیابی باید به گونه‌ای باشد که با ارائهٔ شواهد کافی، امکان قضاوت در خصوص سطح دستیابی دانش‌آموزان به اهداف برنامهٔ درسی را فراهم کند، توانایی مهارت‌آموزی دانش‌آموزان را ارتقا دهد و (۳) درستی

مانع از ایجاد اضطراب و پریشانی خاطر در آنان شود. ارزشیابی باید وسیله‌ای برای ایجاد (۱) درستی (۴) درستی

رغبت و کسب عادات صحیح در دانش‌آموزان و عامل ارتقای آنان باشد.»

طبق توضیحات، (۱)، (۳) و (۴) دقیقاً در متن آمده‌اند، اما (۲) در خصوص ارزشیابی در «سند برنامهٔ ملی» ذکر نشده است.

مشاوره یکی از مهم‌ترین تیپ‌های سؤالات هوش کلامی پرسش از متن است. در این تیپ، متنی به شما داده می‌شود که پس از خواندن آن باید به یک یا چند پرسش در مورد متن با توجه به اطلاعات داده‌شده در متن (نه اطلاعات قبلی خودتان) پاسخ دهید.

۲۲- گزینه ۳

بررسی گزینه‌ها: (۱) نادرست؛ **طبق سطر چهارم و پنجم** از پاراگراف دوم، **ارزشیابی تکوینی و تراکمی در گذشته استفاده می‌شدند** و جزء شیوه‌های نوین ارزشیابی نیستند.

(۲) نادرست؛ در متن بیان شده که «امروزه علاوه بر ارزشیابی تکوینی و تراکمی که در گذشته بیشتر استفاده می‌شد، از روش‌های نوین ارزشیابی ... هم استفاده می‌شود.»، کلمهٔ «علاوه بر» نشان می‌دهد که هنوز هم از روش‌های سنتی برای ارزشیابی استفاده می‌شود؛ پس هنوز کارکرد خود را از دست نداده‌اند و این گزینه نادرست است.

(۳) درست؛ در متن آمده که: «در همهٔ نظام‌های آموزشی جهان، آموزش و یادگیری علوم تجربی از جایگاه ویژه‌ای برخوردار بوده و تلاش می‌شود تا دانش‌آموزان ضمن آشنایی با اصول و مفاهیم علوم تجربی، آگاهی‌های لازم برای یک شهروند مطلوب را کسب نمایند.». منظور از عبارتی که زیر آن خط کشیده شده است، همان «افزایش آگاهی‌های مدنی دانش‌آموزان است.»

(۴) نادرست؛ در سطر اول متن آمده که «در همهٔ نظام‌های آموزشی جهان، آموزش و یادگیری علوم تجربی از جایگاه ویژه‌ای برخوردار بوده و ...»؛ پس آموزش و یادگیری علوم تجربی، صرفاً در کشورهای دارای «سند برنامهٔ درسی ملی» جزء عناوین مهم درسی نیست.

۲۳- گزینه ۴

استراتژی هر کدام از پرسش‌ها را بخوانید و سعی کنید فقط با توجه به اطلاعات متن به آن‌ها پاسخ دقیقی بدهید. مواردی که نمی‌توان به آن‌ها پاسخ دقیق داد، حذف می‌شوند.

گام ۱ بررسی پرسش‌ها:

الف) طبق پاراگراف دوم متن، «ارزشیابی از آموزش معلم و میزان یادگیری دانش‌آموزان ضرورت دارد تا بازده برنامه‌های آموزشی روشن شود.»

ب) در پاراگراف دوم، فقط روش‌های سنتی و نوین ارزشیابی که استفاده می‌شوند نام برده شده‌اند و در مورد این‌که کدام‌یک بیشترین کاربرد را دارد مطلبی بیان نشده است؛ پس به این پرسش نمی‌توانیم طبق این متن پاسخ دهیم.

ج) در مورد عملکرد کشورها در خصوص ارزیابی آموزشی مطلبی در متن نیامده است؛ پس طبق متن نمی‌توانیم به این پرسش پاسخ دهیم.

گام ۲ پس با توجه به متن فقط توانستیم به پرسش (الف) به طور دقیق پاسخ دهیم و بنابراین ۴ درست است.

۲۴- گزینه ۲

استراتژی متن را با دقت بخوانید و در ادامه همهٔ گزینه‌ها را بررسی کنید، گزینه‌ای را انتخاب کنید که هم از نظر معنایی ادامه‌دهندهٔ متن باشد و هم با توجه به عبارت «با این توصیف» که در انتهای متن آمده است، متن را به درستی تکمیل کند.

درس‌نامه سؤالات ادامهٔ متن در دو حالت کلی مطرح می‌شوند:

الف) متن با یک جملهٔ کامل و معنی‌دار تمام می‌شود، در این حالت جملهٔ بعدی که باید از بین گزینه‌ها انتخاب شود، در راستای معنا و موضوع متن، اطلاعاتی را به آن اضافه کند.

ب) متن با یک جملهٔ ناتمام و ناقص به پایان می‌رسد، در این حالت باید جمله‌ای را از بین گزینه‌ها انتخاب کنید که ضمن این‌که در راستای معنا و موضوع متن باشد، جملهٔ ناقص پایانی را هم از نظر نگارشی به درستی تکمیل کند و یک متن منسجم معنی‌دار بسازد.

این متن از فصل اول کتاب شیمی پایهٔ یازدهم انتخاب شده است. در این متن، در مورد منابع زمینی که در زندگی روزمرهٔ خود استفاده می‌کنیم، مطالبی بیان شده و چند مورد از این ذخایر ارزشمند نام برده شده است؛ پس می‌توان گفت جملهٔ ۲ که زمین را انباری از ذخایر ارزشمند دانسته برای کامل‌کردن متن مناسب است و از نظر معنایی با متن همخوانی دارد، همین‌طور این گزینه با عبارت انتهای متن، یعنی «با این توصیف» نیز همخوانی دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱ در مورد سیارهٔ زمین و فضا در متن، مطلبی بیان نشده است و در واقع این جمله با موضوع متن همخوانی ندارد.

۳ در متن به طور کلی در مورد ارزشمندی منابع زمین صحبت شده است. در قسمت انتهای متن این‌طور آمده است که «با افزایش تقاضای جهانی برای استفاده از هدایای زمینی حجم انبوهی از منابع زمین بهره‌برداری می‌شود.» این‌جا یک مشکل زیست‌محیطی، یعنی افزایش بهره‌برداری از منابع زمین بیان شده است، اما جملهٔ ۳ برای ادامهٔ متن مناسب نیست، چون این گزینه اتفاقاً به کم‌ترشدن مشکلات زیست‌محیطی اشاره می‌کند در حالی که از متن «افزایش مشکلات زیست‌محیطی» قابل برداشت است. (کلمهٔ «کم‌تر» در این‌جا موجب نادرست‌بودن ۳ است.)

۴ در مورد تبدیل سنگ معدن به فولاد که اصلاً صحبتی نشده است! جملهٔ ۴ در راستای معنا و موضوع متن نیست؛ پس نمی‌تواند صحیح باشد.

نکته اگر در پایان متن با عبارت‌هایی مانند «و»، «علاوه بر این»، «هم‌چنین»، «با این توصیف»، «در این صورت»، «به همین دلیل» و ... آمده باشد، جملهٔ بعدی باید تأییدکنندهٔ جمله یا جملات قبل باشد و اگر در پایان متن عبارت‌هایی مانند «ولی»، «اما»، «علی‌رغم»، «با این وجود» و ... آمده باشد، جملهٔ بعدی باید از نظر معنایی مخالف جمله یا جملات قبلی باشد.

مشاوره یکی از انواع سؤالات هوش کلامی، سؤال تکمیل متن است. در این تیپ سؤال یک متن به شما داده می‌شود که بعد از چند جمله یا حتی گاهی در وسط جمله متن قطع می‌شود و شما باید جملهٔ مناسب را از بین گزینه‌ها برای ادامهٔ متن انتخاب کنید.

۲۵- گزینه ۳

استراتژی متن را به دقت بخوانید و ببینید کدام گزینه را با توجه به متن می‌توانید استنباط کنید. در این سؤال دانسته‌های قبلی خود را مد نظر قرار ندهید و فقط به استنباط از متن اکتفا کنید.

بررسی گزینه‌ها: ۱ نادرست؛ این مطلب را نمی‌توان از متن داده‌شده استنباط کرد، چون در این متن فقط در مورد نجوم، سؤالات و چالش‌های انسان در این حوزه مطالبی بیان شده است و راجع به مجهولات و دانش بشر در حوزه‌های دیگر چیزی گفته نشده است.

۲ نادرست؛ چون متن فقط به بیان پرسش‌ها و چالش‌های انسان در حوزهٔ نجوم پرداخته است، اما در مورد نحوهٔ پاسخگویی به این پرسش‌ها و این‌که آیا می‌توانیم به پاسخ آن‌ها دست پیدا کنیم یا نه، مطلبی در متن نیامده است.

۳ درست؛ در قسمتی از متن بیان شده که «برخی دیگر (اجرام و پدیده‌های آسمانی) به دلایلی از جمله فاصلهٔ بسیار، تاکنون حتی رصد هم نشده‌اند و اطلاعاتی از آن‌ها در دست نیست.» و در قسمتی دیگر هم بیان شده که «کیهان در حال گسترش است و کهکشان‌ها در حال دورشدن از یکدیگر هستند.» پس می‌توان گفت که «ممکن است رصد کهکشان‌های دوردست، با گذشت زمان دشوارتر شود.» و ۳ از متن استنباط می‌شود و درست است.

۴ نادرست؛ با توجه به توضیحات متن شاید بتوان این‌طور استنباط کرد که رصد اجرام آسمانی برای پژوهشگران و کاوشگران نجوم جذاب و شگفت‌انگیز اما دربارهٔ جذابیت این موضوع برای مردم عادی در متن چیزی بیان نشده است.

۲۶- گزینه ۱

استراتژی با توجه به سؤال باید بررسی کنید که با فرض درست‌بودن گزینه، مطلب بیان‌شده در آن می‌تواند دلیلی برای رایج‌نشدن غذاهای پرتودهی شده باشد یا نه.

بررسی گزینه‌ها: ۱ فرض کنیم برای مردم سایر کشورها، اساساً میزان و کمیت مواد غذایی اهمیت چندانی نداشته باشد. با توجه به این‌که پرتودهی غذاها روی میزان و کمیت آن‌ها تأثیری ندارد؛ پس این گزینه با فرض درست‌بودن، نمی‌تواند دلیلی برای رایج‌نشدن غذاهای پرتودهی شده باشد.

۲ فرض کنیم پرتودهی مواد غذایی باعث افزایش چشمگیر قیمت تمام‌شدهٔ آن‌ها می‌شود. با توجه به این‌که افزایش قیمت می‌تواند برای عدم تمایل مردم به خریدکردن باشد؛ پس این گزینه می‌تواند دلیل درستی برای رایج نشدن این غذاها باشد.

۳ فرض کنیم پرتودهی ماندگاری مواد غذایی را افزایش دهد، اما ارزش غذایی آن‌ها را کم کند. در این صورت چون کیفیت مواد غذایی و خاصیت آن‌ها (همان ارزش غذایی) کم می‌شود، تمایل به استفاده از آن‌ها هم کاهش می‌یابد و می‌تواند دلیلی بر رایج‌نشدن غذاهای پرتودهی شده باشد.

۴ فرض کنیم در سایر کشورها پژوهشگران حوزهٔ سلامت تبلیغات گسترده‌ای دربارهٔ تبعات منفی مصرف غذاهای پرتودهی شده انجام دهند؛ پس واضح است که رغبت و تمایل افراد به خرید این مواد غذایی کم‌تر می‌شود که می‌تواند دلیلی برای رایج‌نشدن آن‌ها در این کشورها باشد.

۲۷- گزینه ۳

استراتژی دو جمله‌ای را که زیر آن‌ها خط کشیده شده به دقت بخوانید و با توجه به گزینه‌ها بهترین پاسخی که رابطهٔ آن‌ها را نشان می‌دهد، پیدا کنید.

بررسی گزینه‌ها: ۱ نادرست؛ اولین جمله‌ای که زیر آن خط کشیده شده، ادعایی علمی نیست؛ پس این گزینه نادرست است.

۲ نادرست؛ اولین جمله‌ای که زیر آن خط کشیده شده یک فرایند علمی نیست؛ پس این گزینه هم نادرست است.

۳ درست؛ اولی می‌تواند یک نکتهٔ پزشکی باشد و دومی مثال یا یک قسمت از مواردی است که رعایت می‌شود و در مورد آن توضیح داده شده است؛ پس می‌توان گفت این گزینه درست است.

۴ نادرست؛ اولی پیشنهاد نیست! و دومی هم شرطی برای درستی آن نیست؛ پس این گزینه هم نادرست است.

۲۸- گزینه ۴

استراتژی ابتدا به دو شرط اولیهٔ سؤال توجه کنید. در هیچ دو اتاق مجاوری، رشته و پایهٔ دانش‌آموزان یکی نیست.

درس‌نامه در سؤالات آرایش یا ترتیب نشستن افراد یا اشیا، اطلاعاتی در مورد نحوهٔ چینش آن‌ها داده می‌شود. با توجه به اطلاعاتی که سؤال داده است، جای افراد یا اشیا را مشخص می‌کنیم. به این ترتیب که ابتدا از اطلاعاتی که به طور دقیق‌تر می‌توانیم با استفاده از آن جای فرد یا افرادی (شیء یا اشیا) را مشخص کنیم، شروع کرده و کم‌کم با اطلاعات دیگر جای بقیه را تعیین می‌کنیم. در هر مرحله هم اطلاعات و شرط‌ها را بررسی می‌کنیم که حتماً برقرار باشند و شرطی نقض نشود.

گام در این سؤال دو شرط اولیهٔ «کلاس‌های هر سه پایهٔ یک رشته در این طبقه برگزار می‌شود» و در هیچ دو اتاق مجاوری، رشته و پایهٔ دانش‌آموزان یکی نیست» را داریم. می‌خواهیم هر سه پایهٔ دهم، یازدهم و دوازدهم ریاضی در این طبقه باشند؛ پس شرط اول برقرار است و از طرفی طبق شرط دوم، این دانش‌آموزان نباید در هیچ دو اتاق مجاوری قرار بگیرند؛ پس فقط می‌توانیم اتاق‌های ۱، ۳ و ۵ را برای آن‌ها انتخاب کنیم.

گام طبق گام قبل، اتاق‌های ۲ و ۴ خالی هستند که کلاس درس یکی از پایه‌های تجربی می‌تواند در یکی از این دو کلاس برگزار شود که چون طبق گزینه‌ها فقط اتاق ۲ در ④ است، همین گزینه جواب درست می‌باشد.

مشاوره یکی از سؤالات هوش منطقی، موضوع آرایش یا ترتیب نشستن و جای‌گرفتن افراد یا اشیا است. باید با توجه به اطلاعات داده‌شده در متن و استدلال به این تیپ سؤالات پاسخ دهید.

۲۹- گزینه ۲

استراتژی کافی است که شرط اول و دوم در صورت سؤال را مد نظر داشته باشید و با استدلال، محل برگزاری کلاس‌ها را مشخص کنید.

گام اتاق ۱، کلاس درس دوازدهم ریاضی است و چون طبق شرط اول، کلاس‌های هر سه پایهٔ یکی از رشته‌ها در این طبقه برگزار می‌شود، پس کلاس‌های هر سه پایهٔ ریاضی در این طبقه است و طبق شرط دوم، تنها حالت ممکن این است که در اتاق‌های ۱، ۳ و ۵ باشند.

گام طبق گام قبل، اتاق‌های ۲ و ۴ برای رشتهٔ تجربی باقی می‌مانند که چون در دو اتاق مجاور نباید پایهٔ دانش‌آموزان یکسان باشد، در اتاق ۲ دانش‌آموزان دوازدهم تجربی نمی‌توانند باشند؛ بنابراین باید در اتاق ۴ کلاس آن‌ها برگزار شود.

دقت کنید که هر سه کلاس تجربی نمی‌توانند در این طبقه باشند، چون در اتاق ۱ کلاس ریاضی است و سه کلاس تجربی باید در اتاق‌های ۲، ۳، ۴ و ۵ باشند که در هیچ حالتی بدون این‌که مجاور هم باشند، امکان برگزاری ندارند.

۳۰- گزینه ۱

استراتژی بررسی کنید که در صورت برگزاری کلاس‌های رشتهٔ تجربی در اتاق‌های ۱ و ۵، در اتاق ۳ چه رشته و پایه‌ای می‌تواند کلاس برگزار کند.

گام اگر کلاس‌های رشتهٔ تجربی در اتاق‌های ۱ و ۵ برگزار شود؛ پس کلاس پایهٔ دیگر رشتهٔ تجربی فقط می‌تواند در اتاق ۳ برگزار شود و در اتاق‌های ۲ و ۴ هم می‌توانیم دانش‌آموزان رشتهٔ ریاضی را داشته باشیم.

بنابراین، قطعاً می‌توانیم بگوییم هر سه پایهٔ رشتهٔ تجربی در این طبقه برگزار می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

② نادرست؛ اگر هر سه پایهٔ رشتهٔ ریاضی بخواهند در این طبقه باشند، در کلاس‌های ۲، ۳ و ۴ باید قرار بگیرند که کنار هم می‌شوند و طبق فرض نباید این اتفاق بیفتد.

③ نادرست؛ این حالت، هم می‌تواند اتفاق بیفتد و هم می‌تواند اتفاق نیفتد. مثلاً اگر اتاق ۳ برای دانش‌آموزان یازدهم رشتهٔ تجربی باشد، دانش‌آموزان یازدهم ریاضی در هیچ‌کدام از اتاق‌های ۲ و ۴ نمی‌توانند باشند. ولی اگر اتاق ۳ برای دانش‌آموزان دهم تجربی باشد، پایه‌های یازدهم و دوازدهم ریاضی در اتاق‌های ۲ و ۴ می‌توانند باشند.

④ نادرست؛ در اتاق‌های ۱ و ۵ کلاس‌های رشتهٔ تجربی برگزار می‌شود، اما لزومی ندارد حتماً دانش‌آموزان پایهٔ یازدهم یا دوازدهم باشند.

تله در صورت سؤال گفته شده به طور قطع صحیح است. ③ و ④ ممکن است درست باشند ولی قطعاً درست نیستند.

تیزبازی از استدلال تست ۲۸ سریع می‌شد مطمئن شد که ① درست است و نیازی به بررسی سایر گزینه‌ها نبود.

۳۱- گزینه ۱

استراتژی به عدد قسمت مشترک هر دوتا بیضی توجه کرده و رابطهٔ آن‌ها را با چهار عدد دیگر پیدا کنید.

درس‌نامه در سؤالاتی که در آن‌ها چند شکل مشابه داریم که در آن‌ها اعداد مختلف در جایگاه‌های مختلف قرار گرفته‌اند باید در هر شکل به طور مجزا رابطهٔ بین عددها را پیدا کنید. اگر شکل‌ها به صورت زنجیره‌ای یا به صورت‌های مختلف دیگر به هم وصل شده باشند، معمولاً عدد داخل قسمت‌های مشترک از مجموع، حاصل‌ضرب یا انجام عملیات‌های ریاضی دیگر روی اعداد غیرمشترک دو شکل به دست می‌آید. باید عملیات‌های مختلف را روی اعداد امتحان کنید تا عدد قسمت مشترک را به دست آورید. اگر با انجام چهار عمل اصلی به رابطهٔ مورد نظر نرسیدید، ارتباط بین ارقام، مقلوب اعداد، روابطی مانند میانگین، ب.م.م، بخش‌پذیری و ... را هم بررسی نمایید. بعد از پیداکردن رابطهٔ مد نظر سؤال، کافی است همان رابطه را در مورد اعداد شکل دارای مجهول بررسی کنید تا عدد یا اعداد مجهول را بیابید.

گام اگر به چهار عدد هر دو بیضی دقت کنیم، می‌بینیم که چهار عدد به عدد مشترک (وسطی) بخش‌پذیر هستند و به طور دقیق‌تر بگوییم، عدد مشترک برابر ب.م.م چهار عدد دیگر است.

گام بین چهار عدد ۱۴۳، ۹۱، ۷۶ و ۱۳۳ تنها عامل ۱ مشترک است؛ پس ب.م.م آن‌ها ۱ می‌باشد که باید به جای ؟ قرار بگیرد.

مشاوره یکی از انواع سؤالات هوش ریاضی، سؤالاتی هستند که در آن‌ها تعدادی عدد در شکل‌های یکسان قرار می‌گیرند و یک یا چند عدد از یکی از شکل‌ها مجهول است که با توجه به رابطهٔ اعداد در هر شکل باید عدد یا اعداد مجهول را بیابید.

۳۲- گزینه ۳

استراتژی با توجه به صورت سؤال، حداقل یک خط با ۱۰ ایستگاه و حداقل یک خط با ۱۲ ایستگاه داریم. حالا کافی است بقیهٔ حالت‌های ممکن را بنویسید.

گام چون هر یک از خطوط پنج‌گانهٔ مترو دارای ۱۲، k یا ۱۰ ایستگاه هستند؛ پس حداقل یک خط مترو با ۱۰ ایستگاه و یک خط مترو با ۱۲ ایستگاه داریم.

گام چون این شهر مجموعاً ۶۴ ایستگاه مترو دارد؛ پس $۴۲ = (۱۰+۱۲) - ۶۴$ ایستگاه باقی می‌ماند؛ یعنی ۳ خط متروی دیگر، در مجموع ۴۲ ایستگاه دارند.

گام حالت‌های مختلف را برای ۳ خط متروی باقی‌مانده در نظر می‌گیریم:

$\Rightarrow ۱۴+۱۴+۱۴=۴۲ \Rightarrow k=۱۴$ هر سه خط، k ایستگاه داشته باشند: حالت اول

یک خط، ۱۰ ایستگاه و دو خط k ایستگاه داشته باشند: حالت دوم

$\Rightarrow ۱۰+۱۶+۱۶=۴۲ \Rightarrow k=۱۶$

یک خط، ۱۲ ایستگاه و دو خط k ایستگاه داشته باشند: حالت سوم

$\Rightarrow ۱۲+۱۵+۱۵=۴۲ \Rightarrow k=۱۵$

دو خط، ۱۰ ایستگاه و یک خط k ایستگاه داشته باشند: حالت چهارم

$\Rightarrow ۱۰+۱۰+۲۲=۴۲ \Rightarrow k=۲۲$

دو خط، ۱۲ ایستگاه و یک خط k ایستگاه داشته باشند: حالت پنجم

$\Rightarrow ۱۲+۱۲+۱۸=۴۲ \Rightarrow k=۱۸$

یک خط ۱۰، یک خط ۱۲ و یک خط k ایستگاه داشته باشد: حالت ششم

$\Rightarrow ۱۰+۱۲+۲۰=۴۲ \Rightarrow k=۲۰$

پس برای k، ۶ مقدار مختلف وجود دارد.

تله فکر نکنید خطوط یا ۱۲ یا k یا ۱۰ ایستگاه دارند. منظور سؤال این است که در بین خطوط از هر سه تا ایستگاه وجود دارد.

مشاوره بعضی سؤالات، با بررسی حالت‌های ممکن حل می‌شوند، کافی است از فرضیات استفاده کنید و حالت‌های ممکن را بنویسید.

۳۳- گزینه ۱

استراتژی باید ببینید هر نفر در یک روز چه کسری از کار را می‌تواند انجام دهد.

درس‌نامه سؤالات معادلات گویا، معمولاً مربوط به تعداد روزهای انجام یک کار، زمان پرشدن استخر با شیر آب، میزان یک ماده در یک محلول و سرعت حرکت یک جسم هستند. برای حل همهٔ آن‌ها ابتدا مثلاً میزان کار یک نفر در یک روز، میزان پرشدن استخر در یک ساعت، میزان ماده در یک مقدار مشخص از محلول و سرعت مثلاً قطار در یک ساعت را به صورت کسری بنویسید. بعد با توجه به بقیهٔ داده‌های مسئله معادلهٔ مطلوب را نوشته و سپس با مخرج‌مشترک‌گیری آن را حل کنید و مقدار مجهول مسئله را به دست آورید.

گام وقتی علی کاری را به تنهایی در ۸ روز انجام می‌دهد؛ یعنی هر روز $\frac{1}{8}$ کل کار را می‌تواند انجام دهد. به همین ترتیب محمد هم هر روز $\frac{1}{12}$ کار را می‌تواند انجام دهد.

گام مجموع کاری که علی و محمد با هم در یک روز انجام می‌دهند برابر $\frac{1}{8}+\frac{1}{12}$ است.

گام اگر حسن به آن‌ها اضافه شود و فرض کنیم به تنهایی در x روز کار را تمام می‌کند؛ پس در یک روز $\frac{1}{x}$ کار را می‌تواند انجام دهد؛ بنابراین مجموع کار سه نفر در یک روز برابر $\frac{1}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{x}$ می‌شود.

گام گفته اگر سه نفر با هم کار کنند، کار در ۴ روز به اتمام می‌رسد؛ یعنی سه نفر با هم $\frac{1}{4}$ کار را در یک روز انجام می‌دهند.

گام باید معادلهٔ زیر را حل کنیم:

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{x}=\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{3+2}{24}+\frac{1}{x}=\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{5}{24}+\frac{1}{x}=\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x}=\frac{1}{4}-\frac{5}{24} \Rightarrow \frac{1}{x}=\frac{6-5}{24}=\frac{1}{24} \Rightarrow x=24$$

گام پس حسن به تنهایی در ۲۴ روز کار را تمام می‌کند؛ بنابراین در یک روز $\frac{1}{24}$ کار را انجام می‌دهد و در نتیجه در ۴ روز $\frac{1}{24}\times 4=\frac{1}{6}$ کل کار را انجام خواهد داد.

تله جواب $\frac{1}{24}$ را به دست آورید و چون در بین گزینه‌ها نیست، فکر کنید اشتباه حل کرده‌اید، حواستان به ۴ روز کل کار باید باشد که در ۴ روز چه کسری از کار را انجام داده است.

مشاوره در بین سؤالات هوش ریاضی، معمولاً مسئله‌هایی مطرح می‌شود که لازم است مفهوم آن‌ها را درک کنید و با تبدیل آن‌ها به زبان ریاضی به صورت معادله یا استفاده از تناسب و ... به جواب برسید. یکی از مسئله‌هایی که ممکن است مطرح شود، مسائل مربوط به معادلات گویا هستند که روش حل مشخصی دارند.

۳۴- گزینه ۴

استراتژی از جدول تناسب سه‌تایی و سپس حل معادله استفاده کنید.

درس‌نامه در سؤالاتی که نسبت دو چیز یا بیشتر داده می‌شود و مقدار یا نسبتی خواسته می‌شود، با یک جدول تناسب دوتایی یا سه‌تایی به راحتی می‌توانید مسئله را حل کنید. اگر مجموع مقادیر در سؤال داده شده بود، مجموع نسبت‌ها را به دست آورید. اگر اختلاف آن‌ها داده شده بود، اختلاف نسبت‌ها را در جدول تناسب قرار بدهید.

گام ابتدا میزان آب و شیر را در محلول به دست می‌آوریم:

	نسبت	لیتر
آب	۱ ×۸	۸
شیر	۴ ×۸	۳۲
مجموع	۵	۴۰

×۸

پس ۸ لیتر آب و ۳۲ لیتر شیر در محلول وجود دارد.

گام فرض کنیم x لیتر آب به محلول اضافه کرده‌ایم؛ پس نسبت آب به شیر برابر می‌شود با: $\frac{8+x}{32}=\frac{3}{2}$

گام معادلهٔ حاصل در گام قبل را حل می‌کنیم:

$$\frac{8+x}{32}=\frac{3}{2} \Rightarrow 16+2x=96 \Rightarrow 2x=80 \Rightarrow x=40$$ لیتر

گام پس ۴۰ لیتر آب به محلول اضافه کرده‌ایم، در نتیجه در محلول جدید ۴۸ = ۸ + ۴۰ لیتر آب وجود دارد.

تله وقتی جواب $x=40$ را به دست آوردید، ③ را انتخاب نکنید. حواستان باشد، سؤال میزان آب در محلول جدید را خواسته نه میزان آب اضافه شده را.

۳۵- گزینه ۴

استراتژی حجم ظرف را برابر با x در نظر بگیرید و معادلهٔ مربوط به هر قسمت را بنویسید و با هم مقایسه کنید.

گام فرض کنیم حجم ظرف x باشد.

گام موارد (الف) و (ب) را با توجه به حجم ظرف (x) می‌نویسیم:

(الف) حجم ظرف $\frac{1}{3}=\frac{1}{3}x$

(ب) $\frac{3}{4}x$ — ۱۵ لیتر مادهٔ شیمیایی — آب ← حجم آب $=\frac{3}{4}x-15$

$\Rightarrow$ حجم آب داخل ظرف $\frac{1}{2}=\frac{1}{2}(\frac{3}{4}x-15)$

گام با توجه به مقدار x، هر سه حالت زیر را می‌توانیم داشته باشیم:

$$\text{حجم ظرف}=x=90 \text{ لیتر} \Rightarrow \begin{cases} \text{(الف)}\ \frac{1}{3}\times 90=30 \text{ لیتر} \\ \text{(ب)}\ \frac{1}{2}(\frac{3}{4}\times 90-15)=26/25 \text{ لیتر} \end{cases} \Rightarrow \text{(الف)} > \text{(ب)}$$

$$\text{حجم ظرف}=x=180 \text{ لیتر} \Rightarrow \begin{cases} \text{(الف)}\ \frac{1}{3}\times 180=60 \text{ لیتر} \\ \text{(ب)}\ \frac{1}{2}(\frac{3}{4}\times 180-15)=60 \text{ لیتر} \end{cases} \Rightarrow \text{(الف)} = \text{(ب)}$$

$$\text{حجم ظرف}=x=240 \text{ لیتر} \Rightarrow \begin{cases} \text{(الف)}\ \frac{1}{3}\times 240=80 \text{ لیتر} \\ \text{(ب)}\ \frac{1}{2}(\frac{3}{4}\times 240-15)=82/5 \text{ لیتر} \end{cases} \Rightarrow \text{(الف)} < \text{(ب)}$$

گام پس نمی‌توان رابطه‌ای بین مقادیر دو ستون (الف) و (ب) تعیین کرد و بنابراین ④ باید انتخاب شود.

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش ریاضی مسئله‌ای با دو حالت داده می‌شود که با حل سؤال در دو حالت و با توجه به خواستهٔ سؤال باید یکی از موارد داده‌شده در صورت سؤال را انتخاب کرده و گزینهٔ مربوط به آن را در پاسخبرگ علامت بزنید. معمولاً سؤالات سختی نیستند و فقط باید در انتخاب موارد دقت کنید.

۳۶- گزینه ۱

استراتژی کل شکل یا یک قسمت مشخص شکل را در جهات مختلف بچرخانید.

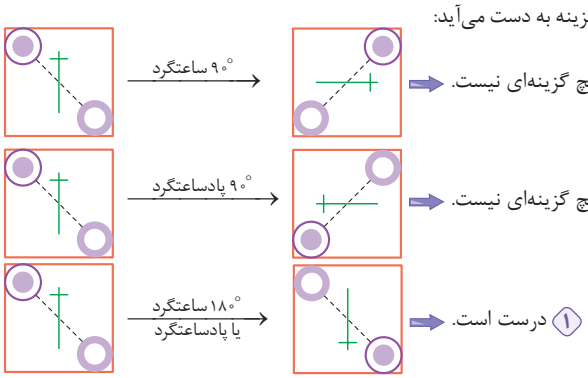
درس‌نامه برای پیداکردن دوران‌یافتهٔ یک شکل، باید به جهت و زاویهٔ دوران توجه کنیم. جهت دوران ممکن است ساعتگرد یا پادساعتگرد باشد. زاویهٔ دوران معمولاً یکی از زوایای زیر است.

زاویه	۴۵°	۹۰°	۱۸۰°	۲۷۰°	۳۶۰°
ساعتگرد					
پادساعتگرد					

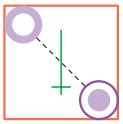
دقت کنید که دوران ۹۰° ساعتگرد با ۲۷۰° پادساعتگرد یکسان است و دوران ۹۰° پادساعتگرد با دوران ۲۷۰° ساعتگرد یکسان می‌باشد. دوران ۱۸۰° در هر دو جهت یکسان است.

نکتهٔ مهم در دوران این است که در دوران یک شکل، همهٔ اجزای شکل با هم و به یک اندازه و در یک جهت و نسبت به یک نقطه دوران پیدا می‌کنند.

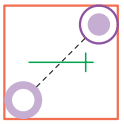
روش چون در گزینه‌ها مربع کج نداریم، پس فقط دوران ۹۰° و ۱۸۰° را بررسی می‌کنیم تا ببینیم کدام گزینه به دست می‌آید:



روش از نکتهٔ درس‌نامه برای رد گزینه‌ها استفاده می‌کنیم. در ۲ علامت ┼ هیچ دورانی نداشته؛ پس جای دایره‌ها هم نباید تغییری کند که این‌طور نیست. در ۳ علامت ┼ ، ۱۸۰ درجه دوران داشته است؛ پس دایره‌ها هم باید به اندازهٔ ۱۸۰ درجه دوران داشته باشند و به صورت مقابل دربیایند.



در ۴ علامت ┼ ، ۹۰ درجه ساعتگرد دوران داشته است که اگر بقیهٔ اجزای شکل هم ۹۰ درجه ساعتگرد دوران می‌کردند، باید به شکل مقابل می‌رسیدیم.



پس دوران همهٔ اجزای شکل در ۲، ۳ و ۴ یکسان نیست و نادرست هستند، اما در ۱ طبق توضیح پاسخ تشریحی همهٔ اجزای شکل ۱۸۰ درجه دوران داشته‌اند.

مشاوره یک تیپ از سؤالات هوش تصویری، پیداکردن دوران‌یافتهٔ یک شکل است. معمولاً سؤالات ساده‌ای هستند و به راحتی می‌توانید به آن‌ها پاسخ دهید.

۳۷- گزینه ۴

درس‌نامه در الگوهای تصویری برای پیداکردن رابطهٔ الگو باید به تغییر در اندازه، رنگ، شکل، تعداد اجزاء و همچنین دوران یا انتقال اجزا و ... توجه کنید. این تغییرات روند ثابتی دارند که بین تعداد ثابتی از آن‌ها تکرار خواهند شد و الگوی ما را مشخص می‌کنند.

استراتژی شکل‌ها را ۳تا ۳تا دسته‌بندی کرده و به رنگ داخل لوله‌های آزمایش و میزان پرشدن آن‌ها توجه کنید.

گام چون در گزینه‌ها ۳تا لولهٔ آزمایش آمده، پس الگو به احتمال زیاد سه‌تایی است.

گام اگر شکل‌ها را مانند زیر از سمت چپ سه‌تا سه‌تا دسته‌بندی کنیم، با بررسی ستونی به صورت زیر داریم:

لولهٔ شمارهٔ (۱۲)	لولهٔ شمارهٔ (۱۱)	لولهٔ شمارهٔ (۱۰)
با توجه به روند این ستون، لولهٔ شمارهٔ (۱۲) باید با هاشور ▨ پر شده باشد.	با توجه به روند این ستون، لولهٔ شمارهٔ (۱۱) باید تا نیمه رنگی باشد.	یکی‌درمیان لوله‌ها با هاشور ▨ پُر و خالی است؛ پس لولهٔ شمارهٔ (۱۰) باید خالی باشد.

با توجه به توضیحات داده‌شده در شکل بالا، ۴ درست است.

تله لوله‌های ۴ و ۸ خالی هستند. ممکن است تصور کنید که لولهٔ ۱۲ هم باید خالی باشد و به اشتباه یکی از ۱ یا ۳ را انتخاب کنید. دقت کنید که با در نظر گرفتن ۴تا ۴تای شکل‌ها الگویی برای سایر لوله‌ها به دست نمی‌آید.

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش تصویری، با الگویی از شکل‌ها مواجه هستیم. کافی است الگو را کشف و ادامهٔ شکل‌ها را پیدا کنید.

۳۸- گزینه ۲

استراتژی سعی کنید دور قسمت‌های یکسان تکرارشونده روی شکل خط بکشید.

از سه دایره‌ای که در بالا سمت چپ شکل قرار دارد می‌توان حدس زد که الگو سه دایره در



بالا سمت چپ دارد. از طرفی با دقت در شکل داده‌شده می‌بینیم که الگوی سه بار در بالا و سه بار در پایین شکل تکرار شده است و این الگو در ۲ وجود دارد.

مشاوره یک تیپ از سؤالات، تشخیص این است که شکل داده‌شده با تکرار چه الگویی ساخته شده است. اصطلاحاً به این سؤالات کاشی‌کاری می‌گویند. باید کاشی تکرارشونده را پیدا کنید و کار تمام است.

۳۹- گزینه ۳

استراتژی بین دو شکل سمت چپ رابطه‌ای وجود دارد. همان رابطه را بین شکل سوم و ؟ پیدا کنید.

درس‌نامه در سؤالات هوش تصویری وقتی دقیقاً سه شکل پشت سر هم می‌آیند، معمولاً با سؤال رابطهٔ بین اشکال مواجه هستیم. این رابطه می‌تواند بین شکل اول و دوم و یا بین شکل اول و سوم برقرار باشد:

حالت اول: شکل (۱) ← شکل (۲) ← شکل (۳) ← ؟

حالت دوم: شکل (۱) ← شکل (۲) ← شکل (۳) ← ؟

در هر صورت با پیداکردن این رابطهٔ دوبه‌دو می‌توانیم شکل مجهول را مشخص کنیم.
برای پیداکردن رابطهٔ بین اشکال هم، مواردی مانند تعداد اجزا دوران یا انتقال اجزا، رنگ یا هاشورخوردن اجزا، اندازه و شکل اجزا و ... را بررسی کنید.

گام اگر به شکل اول و دوم از سمت چپ دقت کنیم، می‌بینیم که در شکل دوم نسبت به شکل اول، جای قسمت‌های سیاه و سفید برعکس شده است.

گام پس در شکل سوم و چهارم هم باید همین قانون برقرار باشد. اگر جای قسمت‌های سفید و سیاه را در شکل سوم برعکس کنیم، شکل ۳ به دست می‌آید.

مشاوره رابطهٔ بین شکل‌ها از سؤالات مهم و پرتکرار هوش تصویری است. وقتی در یک سؤال سه شکل پشت سر هم به شما داده می‌شود، معمولاً بین دوتا از شکل‌ها رابطه‌ای منطقی برقرار است. با پیداکردن این رابطه می‌توانید سؤال را به راحتی حل کنید.

۴۰- گزینه ۲

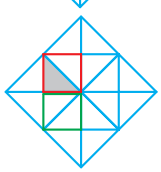
استراتژی همهٔ مربع‌های روی شکل را پیدا کنید و آن‌هایی که با مثلث، ضلع مشترک دارند، بشمارید.

درس‌نامه برای شمارش تعداد مربع‌ها باید مربع‌های ۱×۱، ۲×۲، ۳×۳ و ... را برای شمارش در نظر بگیرید. دقت کنید که در این سؤال یک شرط اضافی (داشتن ضلع مشترک با مثلث) را هم برای شمارش در نظر داشته باشید.

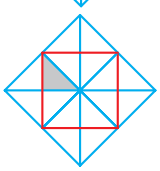
گام مربع‌هایی که با ضلع مثلث مشکی، ضلع مشترک داشته باشند را می‌شماریم. ابتدا مربع‌های ۱×۱ که در این شکل ۴تا است و فقط دوتای آن‌ها با وتر مثلث، ضلع مشترک دارند:



گام ۴ مربع با اضلاع کوچک‌تر از ۱ داریم که باز هم ۲تای آن‌ها با ضلع پایینی مثلث، ضلع مشترک دارند.



گام مربع‌هایی که دارای اضلاع مشترک با ضلع کناری مثلث هستند، فقط یکی است:
البته نصف ضلع این مربع با مثلث مشترک است.



گام مربع ۲×۲ بزرگ هم هیچ ضلع مشترکی با مثلث مورد نظر ندارد؛ پس شمارش نمی‌شود.

گام با توجه به گام‌های قبل، ۵ مربع در این شکل داریم که با مثلث، ضلع مشترک دارند و ۲ درست است.

مشاوره شمارش تعداد مربع‌ها یا مثلث‌ها یا ... جزء سؤالاتی است که ممکن است در آزمون مطرح شود. روش حل این تیپ سؤالات را خوب یاد بگیرید.

تعلیم و تربیت اسلامی

۱- گزینه ۴

درس‌نامه حدیث پیامبر ﷺ:

۱ «حاسِبوا اَنفُسَکُم قَبلَ اَن تُحاسَبوا.»

ترجمه: به حساب خود رسیدگی کنید، قبل از این‌که به حساب شما برسند.

پیام:

◇ چهارمین اقدام لازم جهت ثبات قدم و عدم تزلزل گام‌ها در مسیر قرب الهی، محاسبه و ارزیابی نفس (مُحاسبةالنّفس) است.

اگر در دنیا به حساب خود نرسیم، در قیامت به طور جدّی اعمال ما را محاسبه خواهند کرد. پس محاسبهٔ انسان باید مقدّم بر محاسبهٔ خداوند در دادگاه عدل الهی در مرحلهٔ دوم قیامت باشد.

۲ برزخ: مقدمات رسیدگی به اعمال است و رسیدگی کامل اعمال در قیامت است.

۳ «ثَمَرَةُ المُحاسَبَةِ صَلاحُ النَّفسِ»

ترجمه: نتیجهٔ محاسبه، اصلاح‌کردن خود است.

پیام:

◇ یکی از آثاری که برای محاسبه و ارزیابی عمل انسان در روایات ذکر شده است، اصلاح نفس است.

◇ این حدیث در رابطه با نتیجهٔ محاسبه و ارزیابی است.

در قیامت به صورت کامل و جدی اعمال ما محاسبه می‌شود و این فرمایش پیامبر ﷺ در این رابطه است: «حاسبوا انفسکم قبل ان تحاسبوا»

مشاوره در تست‌های دو یا چند قسمتی حتماً با بخشی که مسلط‌تر هستید شروع کنید.

۲- گزینه ۱

درس‌نامه

◇ چهارمین اقدام جهت ثبات قدم در مسیر قرب الهی، محاسبه و ارزیابی است.

◇ محاسبهٔ گناهان دو اثر مثبت می‌گذارد: الف) محیط و مسلّط شدن بر گناه ب) جبران‌کردن گناه.

◇ محاسبهٔ عیوب انسان دو اثر مثبت می‌گذارد: الف) آگاه‌شدن به عیب‌ها ب) اصلاح‌کردن عیوب.

◇ خوشبختی و سعادت انسان، در گرو محاسبه و ارزیابی اعمال خویش است تا بتواند خود را در مسیر قرب الهی حفظ کند.

امام علی ؑ در رابطه با آثار محاسبهٔ نفس در احادیث زیر به این موارد اشاره دارند:

◇ وَقَفَ عَلی عُیوبِهِ: آگاهی از عیب‌ها

◇ اَحاطَ بِذُنوبِهِ: تسلط بر گناهان

◇ استَقالَ الذُّنوبَ: جبران گناه

◇ اَصلَحَ العُیوبَ: اصلاح عیب‌ها

◇ صَلاحُ النَّفسِ: اصلاح‌کردن خود

◇ سَعِدَ: سعادتمندی

۳- گزینه ۳

درس‌نامه «ما اَحَبَّ اللهَ مَن عَصاهُ» کسی که از فرمان خدا سرپیچی کند، او (خدا) را دوست ندارد.

پیام حدیث:

◇ سرپیچی از خدا نشانهٔ عدم صداقت در دوستی با اوست.

◇ پیروی از دستورات خدا لازمهٔ محبت الهی است و این حدیث با آیهٔ ﴿قل ان کنتم تحبّون الله فاتّبعونی ...﴾ و احادیث «خداوند، بندهٔ گناهکار توبه‌کننده را دوست دارد.»، «خداوند، انسان باحیای بردبار باعفّتی را که پاکدامنی می‌ورزد، دوست دارد.»، «خداوند، رسیدگی به دلسوختگان و درماندگان را دوست دارد.»، «خداوند، کسی که جوانی‌اش در اطاعت او بگذارند، دوست دارد.» و «خداوند، زیبایی و آراستگی را دوست دارد.» مرتبط است.

براساس حدیث: «ما اَحَبَّ اللهَ مَن عَصاهُ» کسی که از فرمان خدا سرپیچی کند، او (خدا) را دوست ندارد؛ یعنی محبت به خدا تبعیت از او را در پی دارد (از دستورات الهی پیروی می‌کند.)

مشاوره در تست‌هایی که یک حدیث یا آیه در صورت سؤال آورده شده است و مفهوم آن را می‌خواهند، ابتدا و قبل از دیدن گزینه‌ها، مفهوم اصلی حدیث و آیه را بفهمید؛ سپس به گزینه‌ها رجوع کنید.

۴- گزینه ۲

درس‌نامه کسی که سفر می‌رود، اگر شرط‌های زیر (۳ شرط) را داشته باشد، باید نمازش را شکسته بخواند و نباید روزه بگیرد:

۱ رفتن بیشتر از ۴ فرسخ شرعی (۲۲/۵ کیلومتر) و مجموع رفت و برگشت بیشتر از ۸ فرسخ

۲ کم‌تر از ده روز در جایی که سفر کرده بماند.

۳ سفر برای انجام کار حرام نباشد. (اگر شخص برای کاری حرام و یا با نهی پدر و مادر یا ستم به مظلوم به سفر برود، باید نمازش را تمام بخواند و روزه‌اش را بگیرد.)

شخص بیان‌شده چون مسافر است، باید نمازش را شکسته (قصر) بخواند و نباید روزه بگیرد.

۵- گزینه ۱

درس‌نامه پیام‌های این حدیث:

◇ افراط و تندروی در آراستگی ظاهری برای جلب توجه دیگران (تبرّج) حرام است.

◇ دین اسلام همان‌طور که ما را به آراستگی دعوت کرده است، در صورت زیاده‌روی و افراط در آراستگی تا رسیدن آن به انجام گناه، این کار را حکم جنگ و محاربه با خدا معرفی می‌نماید.

حدیث مرتبط:

حدیث امام صادق ؑ: «لباس نازک و بدن‌نما نپوشید؛ زیرا چنین لباسی نشانهٔ سستی و ضعف دینداری فرد است.»

پیام‌ها:

◇ پوشش و آراستگی ظاهری انسان نباید بدن‌نما، تحریک‌کننده یا چسبان باشد. پوشیدن چنین لباس‌های نازک و بدن‌نما حرام است.

◇ منشأ و علت پوشش نامناسب، ضعف در دینداری (دیانت) افراد است.

امام علی ؑ می‌فرماید: «مبادا خود را برای جلب توجه دیگران بیارایی که در این صورت ناچار می‌شوی با انجام گناه به جنگ خدا بروی.»

۶- گزینه ۴

درس‌نامه

◇ ویژگی انسان عفیف (اعمّ از مرد و زن):

۱ کنترل خود، حفظ آراستگی در حدّ تعادل و دچارنشدن به تبرّج

۲ با زیبایی ظاهری، خودنمایی و جلب توجه نکردن و اجازه‌ندادن به اهانت به شخصیت او

۳ حیاکردن از تحسین و تمجید شدن به خاطر امور سطحی و کوچک

۴ یافتن استعدادها و ارزش‌های برتر درون خود برای تحسین‌شدن

۵ گریزان‌نبودن از مقبولیت؛ اما دوری از جلب توجه ظاهری و پایین‌آوردن خود در حدّ ابزار هوسرانی

پوشش مناسب از نشانه‌های عفاف است و چگونگی و نوع پوشش تا حدود زیادی، تابع آداب و رسوم اقوام و ملت‌ها است.

به میزانی که رشته‌های عفاف انسان در روح انسان قوی‌تر و مستحکم‌تر شود، آراستگی و پوشش او باوقارتر می‌شود.

به همان میزان که رشته‌های عفاف انسان ضعیف و گسسته می‌شود، آراستگی و پوشش او سبک‌تر و جنبهٔ خودنمایی به خود می‌گیرد.

۷- گزینه ۱

درس‌نامه آیه: ﴿مَن کانَ یُریدُ العِزَّةَ فَلِلّهِ العِزَّةُ جَمیعاً﴾

پیام آیه: ۱ خداوند سرچشمه و منبع همهٔ قدرت‌ها و عزت‌هاست.

۲ هر کس مستمراً به دنبال عزت است، باید خود را به سرچشمهٔ آن (خدا) وصل کند.

با توجه به آیهٔ شریفهٔ: ﴿مَن کانَ یُریدُ العِزَّةَ فَلِلّهِ العِزَّةُ جَمیعاً﴾، رسیدن به عزت و کرامت از طریق بندگی میسر می‌شود.

یکی از راه‌های تقویت عزت نفس، توجه به عظمت خداوند و تلاش برای بندگی او (توحید عملی) است.

۸- گزینه ۳

درس‌نامه آیه: «ما فرزندان آدم را کرامت بخشیدیم ... و بر بسیاری از مخلوقات برتری دادیم.»

پیام آیه:

۱ خداوند با دادن نعمت‌های مادی و معنوی به انسان، او را گرامی داشته و به او عزت نفس و کرامت ذاتی بخشیده است.

۲ علت برتری انسان بر بیشتر مخلوقات (نه همه)، اختیاری‌بودن حفظ کرامت و منزلت است.

۳ خودشناسی و شناخت ارزش خود، سودمندترین دانش‌هاست.

یکی از راه‌های تقویت عزت نفس، شناخت ارزش خود (خودشناسی) و نفروختن خویش به بهای اندک است و خداوند در آیهٔ شریفه می‌فرماید: «ما فرزندان آدم را کرامت بخشیدیم ... و بر بسیاری از مخلوقات برتری دادیم.» که بیانگر جایگاه ویژهٔ انسان در نظام خلقت است.

۹- گزینه ۴

درس‌نامه ◇ پیشوایان ما با تکیه بر بندگی خدا و پیوند با او توانستند در سخت‌ترین شرایط، عزت‌مندانه زندگی کنند و هیچ‌گاه تن به ذلت و خواری ندهند.

نمونه‌های دیگر این عزتمندی:

۲ **امام حسین** علیه‌السلام در محاصرهٔ یزیدیان که خواستند زیر بار بیعت با یزید برود، فرمود: «مرگ با عزّت از زندگی با ذلّت، برتر است.»

پیام: شجاعت امام حسین علیه‌السلام و عزت در برابر تهدید

۳ **حضرت زینب** علیهاالسلام با تحمل انبوه مصائب و سختی‌ها، در پاسخ به جملهٔ تحقیرآمیز عبیدالله بن زیاد، حاکم کوفه که گفت: دیدی خدا چه بر سر خاندان شما آورد؟ با قدرت فرمود: «[در این واقعه] (عاشورا) جز زیبایی ندیدم.»

پیام: عزّت در برابر تحقیر

پیامبر اکرم صلی‌الله‌علیه‌وآله در محاصرهٔ طاقت‌فرسای مشرکان مکّه، با ابوطالب و خدیجه و یارانی اندک و فقیر، در برابر وعدهٔ ثروت و قدرت و ریاست بر مکّه فرمود: «اگر اینان خورشید را در دست راستم و ماه را در دست چپم بگذارند، از راه حق دست برنمی‌دارم و تسلیم نمی‌شوم.» (عزت در برابر تطمیع و وعده‌ها)

۱۰- گزینه ۲

درس‌نامه ﴿وَ مِن آیاتِهِ اَن خَلَقَ لَکُم مِن اَنفُسِکُم اَزواجاً لِتَسکُنوا اِلَیها وَ جَعَلَ بَینَکُم مَوَدَّةً وَ رَحمَةً اِنَّ فی ذلِکَ لَآیاتٍ لِقَومٍ یَتَفَکَّرونَ﴾

۱ بیانگر «نیاز به انس و آرامش با همسر» و «رشد اخلاقی و معنوی» اهداف ازدواج است.

۲ فلسفهٔ آفرینش همسر همنوع، آرامش‌یابی با آن است.

۳ یکسانی منزلت و مفهوم زوجیت زن و مرد برداشت می‌گردد.

۴ هدف خداوند حکیم از بیان نشانه‌هایش، تفکر در آن‌هاست.

۵ جهت ایجاد آرامش، مودّت و رحمت میان زوجین لازم است.

۶ تحکیم بنیان خانواده، از مسئولیت‌های مسلمانان برای احیای تمدن اسلامی است.

پیام آیه:

﴿وَ اللهُ جَعَلَ لَکُم مِن اَنفُسِکُم اَزواجاً وَ جَعَلَ لَکُم مِن اَزواجِکُم بَنینَ وَ حَفَدَةً وَ رَزَقَکُم مِنَ الطَّیِّباتِ اَفَبِالباطِلِ یُؤمِنونَ وَ بِنِعمَةِ اللهِ هُم یَکفُرونَ﴾ (نحل، ۷۲)

۱ «رشد و پرورش فرزندان» از اهداف ازدواج و بالاترین افتخارهاست.

۲ منّت‌گذاری خداوند با دادن نعمت‌های پاکیزه به همسران و فرزندان قابل برداشت است.

۳ روی‌آوردن به گناه با وجود همسر و ایمان به باطل، کفرپیشگی و ناسپاسی است.

۴ یکسانی منزلت و زوجیّت زن و مرد برداشت می‌شود.

۵ بقای نسل از طریق همسران

براساس آیهٔ ﴿وَ مِن آیاتِهِ اَن خَلَقَ لَکُم مِن اَنفُسِکُم اَزواجاً لِتَسکُنوا اِلَیها وَ جَعَلَ بَینَکُم مَوَدَّةً وَ رَحمَةً اِنَّ فی ذلِکَ لَآیاتٍ لِقَومٍ یَتَفَکَّرونَ﴾، آرامش و انس با همسر ناشی از مودت و رحمت است.

۱۱- گزینه ۳

زن و مرد اگرچه در ویژگی‌های انسانی با هم مشترک هستند و خداوند برای هر دو هدف واحدی معین کرده است، اما از جهت مردبودن و زن‌بودن، یعنی از نظر خصوصیات جسمی با هم متفاوت‌اند. این تفاوت‌ها به گونه‌ای است که هر دو را به هم نیازمند کرده است؛ بدون این‌که یکی بر دیگری برتری داشته باشد. زیرا برتری هر کس نزد خداوند به تقواست و هر انسانی می‌تواند آن را در وجود خود پرورش دهد.

مشاوره در صورت سؤال برخی کلمات تعیین‌کننده وجود دارد؛ پس با دقت همهٔ سؤال رو بخونید. در این سؤال توجه به کلمهٔ «**نتیجه**» بسیار مهم است.

۱۲- گزینه ۱

درس‌نامه اهداف ازدواج:

۱ پاسخ به نیاز جنسی ۲ انس با همسر ۳ رشد و پرورش فرزندان ۴ رشد اخلاقی و معنوی

رشد و پرورش فرزندان:

◇ خانواده، بستر رشد و بالندگی فرزندان است و این نهاد هیچ جایگزینی ندارد.

◇ فرزند، ثمرهٔ پیوند زن و مرد و تحکیم‌بخش وحدت روحی آنان است.

◇ بالاترین افتخار برای زن و مرد، تربیت چند تن از بندگان خداست. به همین جهت، احترام و اطاعت از والدین، هم‌ردیف اطاعت و عبودیت خداست. (توحید عملی)

عبارت بیان‌شده در رابطه با «رشد و پرورش فرزندان»، از اهداف ازدواج است.

۱۳- گزینه ۲

درس‌نامه پیام حدیث:

۱ علاقه و محبّت به یک شخص، چشم و گوش را می‌بندد و عقل را به حاشیه می‌راند.

۲ جهت موفّق‌شدن در انتخاب همسر، تسلّط کامل بر شور و احساس جوانی لازم است.

۳ شایسته است با مشورت با والدین انتخاب مناسب‌تری را رقم بزنیم.

◇ باید دربارهٔ ازدواج با والدین **مشورت** کرد، **زیرا:**

◇ علاقه و محبت به فرزندانشان (علت) باعث می‌شود مصلحت و خوشبختی او را در نظر بگیرند. (معلول)

◇ تجربه و پختگی والدین (علت) باعث می‌شود خصوصیات افراد را بهتر دریابند و عاقبت ازدواج را پیش‌بینی کنند.

◇ والدین نباید نظرشان را تحمیل کنند و فرزندانشان را به ازدواج ناخواسته بکشانند.

علاقهٔ شدید به چیزی آدم را کور و کر می‌کند؛ از این‌رو پیشوایان دین از ما خواسته‌اند که در مورد همسر آینده با پدر و مادر خود مشورت کنیم تا به انتخابی درست برسیم. این حدیث امام علی علیه‌السلام: «حُبُّ الشَّیءِ یُعمی وَ یُصِمُّ.» به این موارد اشاره دارد.

۱۴- گزینه ۴

قرآن کریم یکی از وظایف انبیا را رهاسازی افکار جامعه از غل و زنجیرهایی برشمرده است که به آن گرفتار شده بودند: ﴿وَ یَضَعُ عَنْهُمْ إِصْرَهُمْ وَ الْأَغْلَالَ الَّتِي كَانَتْ عَلَيْهِمْ﴾:«و از آنان بار گران (تکالیف سخت) و بندهایی را که بر آنان بوده است، برمی‌دارد و آزادشان می‌کند.»

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۱ ـ صفحهٔ ۲۴)

نکته در رابطه با ۳

آیهٔ شریفهٔ ﴿أَن أَرسِل مَعَنَا بَنِي إِسرَءِيلَ﴾ بیانگر نجات بشر از طاغوت‌هاست.

معلم ربّانی، هادی و ناجی بشر است. آموزش و تحصیلات، هم می‌تواند دامی برای تحصیل‌کردگان و ایجاد وابستگی آن‌ها به ابرقدرت‌ها شود، هم وسیلهٔ نجات بشر از شرّ طاغوت‌ها. براساس آیات قرآن کریم، یکی از شاخص‌ها و اهداف بزرگ حضرت موسی نجات بنی‌اسرائیل از فرعون بود.

۱۵- گزینه ۲

درس‌نامه همین که خداوند متعال به موسی فرمود که تو از طرف من مأمور ارشاد و هدایت مردم هستی، اولین دعای او این بود: ﴿قالَ رَبِّ اشرَح لي صَدري وَيَسِّر لي أَمري وَاحلُل عُقدَة مِّن لِّساني يفقَهُوا قَولي﴾ سینه‌ام را برایم گشاده گردان (و بر صبر و حوصله‌ام بیفزا) و کار مرا برایم آسان فرما و گره از زبانم باز نما تا [آن‌ها] سخنان مرا [خوب] بفهمند. اولین دعای حضرت موسی ﷺ این بود که خدایا سینه‌ام را برایم گشاده گردان.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۳۳)

۱۶- گزینه ۱

درس‌نامه امیرالمؤمنین، علی ﷺ ثمره و نتیجهٔ علم را عمل، حلم، تواضع، حیات، حسن خلق، آگاهی، بیداری، استقامت، عبادت، طلب نجات و اخلاص در عمل دانسته است. هم‌چنین در کلامی دیگر فرمودند: میوه و ثمرهٔ علم، با زیبایی عمل چیده می‌شود، نه با زیبایی گفتار و سخن. عمل‌نکردن به گفتار، گاهی به خاطر ناتوانی است و گاهی از روی بی‌اعتنایی؛ که در صورت اخیر، توبیخ دارد.

رسول اکرم ﷺ در این‌باره فرمود: علمی که به آن عمل نشود، مانند گنجی است که از آن انفاق و استفاده نشود. صاحبش در جمع‌آوری‌اش خود را به زحمت انداخته است، بدون آن‌که بهره و نفعی از آن ببرد.

تشبیه عالم بی‌عمل:

درخت بی‌ثمر، ابر بی‌باران، نهر بی‌آب، زنبور بدون عسل، سوزن بدون نخ و الاغی که کتاب حمل می‌کند.

امام باقر ﷺ می‌فرماید: «کسی که از عدالت سخن بگوید ولی عادل نباشد، سخت‌ترین حسرت را در قیامت خواهد داشت.»

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۱۷- گزینه ۳

داشتن صبر و پایداری، رمز موفقیت هر کاری است، به‌ویژه در تعلیم و تربیت. خداوند به پیامبرش دستور صبر می‌دهد: ﴿و لربّک فاصبر﴾. هم‌چنین برای مسائل فرهنگی و تربیتی مثل نماز، به صورت ویژه به صبر سفارش می‌کند:

﴿وَ أْمُرْ أَهلك بالصلاة و اصطبر عليها﴾ «اهل خود را به نماز فرمان ده و بر آن پایداری کن.»

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۶۱)

۱۸- گزینه ۴

امام علی ﷺ می‌فرماید: «اوصيكما و جميع ولدي و اهلي و من بلغه كتابي بتقوى الله و نظم امركم.» شما دو فرزندم و همهٔ فرزندان و خانواده‌ام و تمام کسانی که در طول تاریخ، نامهٔ من به آن‌ها می‌رسد را به تقوا و نظم در کارها سفارش می‌نمایم.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۶۵)

۱۹- گزینه ۴

در مورد سنت‌ها و آداب باید براساس عمل به خیر و کنارگذاشتن کارهای غلط عمل کرد.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۸۱)

نکته علم زمانی کامل است که هم وصل به تاریخ کهن باشد و هم پویا و به روز؛ بنابراین معلم باید هم از آداب به خوبی پیروی کند و هم تجددپذیر باشد. نه سنت‌گرایی اصل است، نه سنت‌شکنی؛ بلکه باید هر کار خیری را از نیاکان دنبال کرد و هر کار غلطی را اگرچه سنت نیاکان باشد کنار گذاشت. باید علاوه بر به‌کارگیری تجارب علمی گذشتگان، نوگرایی داشت. گاهی پس از تأمل و تحقیق و مشورت با صاحبان تجربه، برداشت‌های نو و تازه‌ای در عرصهٔ علم پدید آورد و گاهی علوم گذشته را که با زحمات فراوان گذشتگان به دست آمده است به پیش هدایت کرد.

۲۰- گزینه ۲

درس‌نامه هجرت اختصاص به پیامبر ﷺ ندارد، بلکه هجرت از محیط شرک، کفر و گناه، برای حفظ دین و ایمان یا برای دوری از نافرمانی خداوند، بر هر مسلمانی لازم است. چنان‌که خداوند در پاسخ کسانی که زندگی در محیط ناسالم را عذر آلودگی خود و ارتکاب به گناه می‌خواندند و می‌گفتند: ﴿كنا مستضعفين في الارض﴾ فرمود: ﴿أَ لَمْ تَكُنْ أَرض اللهِ واسِعَة فَتهاجِروا فيها﴾

امام صادق ﷺ نیز می‌فرماید: «اگر در محل و سرزمینی که در آن زندگی می‌کنی، نافرمانی و معصیت خدا می‌کنند، از آن‌جا به جایی دیگر هجرت کن.»

قرآن کریم در پاسخ می‌فرماید: «مگر زمین خدا وسیع نبود که در آن مهاجرت کنید.»

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۸۶)

هوش و استعداد معلمی

۲۱- گزینه ۴

استراتژی ابتدا متن را بخوانید تا فضای کلی متن را دریابید و سپس با توجه به جملات قبل و بعد از کلمه و فضای جمله‌ای که کلمه در آن قرار گرفته، معنی آن را حدس بزنید.

کافی است کلمهٔ گزینه‌ها را به جای کلمهٔ «مألوف» در جملهٔ «ارجحیت تربیت معلمی آموزگاران بر ترتیب موضوعی/ محتوایی ایشان، در همه جای جهان، تبدیل به یک رسم مألوف شده است.» قرار دهید و معنادار بودن جمله را بررسی نمایید. کاملاً مشخص است که واژهٔ «مألوف» در این‌جا به معنای «مرسوم» می‌باشد و سایر واژه‌ها در این جمله معنا ندارند.

مشاوره پرسش از متن بلند می‌تواند به صورت تشخیص معنی یک کلمه در متن باشد که معمولاً به سادگی با توجه به جمله‌ای که کلمه در آن قرار گرفته است، می‌شود معنی آن را حدس زد.

۲۲- گزینه ۲

استراتژی یک بار دیگر پاراگراف اول متن را بخوانید و سپس قابل استنباط بودن گزینه‌ها را بررسی نمایید.

بررسی گزینه‌ها: ۱ نادرست؛ در جملهٔ اول آمده که «یکی از ارکان اصلی نظام آموزش ریاضی، معلم ریاضی است.» در مورد این‌که در کشور خاصی یا در بعضی کشورها یا ... این موضوع برقرار است، مطلبی بیان نشده است؛ پس این گزینه را نمی‌توان از این پاراگراف استنباط کرد.

۲ درست؛ در متن بیان شده که «هر قدر هم که برنامه‌ریزی آموزشی دقیق و علمی انجام شود و ...، در صورت عدم استقبال معلمان ریاضی از آن‌ها ... آن برنامه‌ریزی آموزشی محکوم به شکست خواهد بود.»؛ پس می‌توان استنباط کرد که «در موفقیت برنامه‌ریزی‌های آموزشی در نظام آموزش ریاضی، نقش معلم ریاضی را نمی‌توان نادیده انگاشت.» و این گزینه صحیح است.

۳ نادرست؛ در پاراگراف اول در مورد نقش و اهمیت معلمان ریاضی در نظام آموزش ریاضی صحبت به میان آمده است و هیچ مقایسه یا صحبتی در مورد نقش معلمان ریاضی نسبت به سایر معلمان نشده است؛ پس این جمله را هم نمی‌توان پاراگراف اول استنباط کرد.

۴ نادرست؛ در جملهٔ آخر پاراگراف اول بیان شده که «شناسایی ظرفیت‌های موجود در جامعهٔ معلمان ریاضی و برنامه‌ریزی برای آموزش‌های قبل و ضمن خدمت آن‌ها، جزء اولین قدم‌ها برای ایجاد تحول در آموزش ریاضی مدرسه‌ای است.»؛ پس می‌توان گفت اولاً شناسایی ظرفیت‌های موجود در جامعهٔ معلمان ریاضی قدمی برای ایجاد تحول است اما نیاز به تحول جدی از این جمله استنباط نمی‌شود، پس بخش اول این گزینه نادرست است. ثانیاً شناسایی ظرفیت‌ها جزء اولین گام‌ها است نه صرفاً اولین گام؛ بنابراین بخش دوم این گزینه هم نادرست است و این گزینه هم استنباط درستی از پاراگراف اول نمی‌تواند باشد.

تله شاید به نظر شما ۴ درست به نظر برسد ولی حتی یک کلمهٔ کلیدی که نتوان آن را در متن پیدا کرد، می‌تواند نشانهٔ نادرستی آن جمله باشد. مثلاً در این گزینه «نیازمندی به تحولی جدی» در جایی از متن بیان نشده و بنابراین نمی‌توان چنین چیزی را استنباط کرد. هم‌چنین در مورد واژهٔ «اولین گام» در ۴ باید دقت کنید که این امر، اولین گام نیست و جزء اولین گام‌ها است.

مشاوره یکی از مهم‌ترین تیپ‌های سؤالات هوش کلامی پرسش از متن است. در این تیپ، متنی به شما داده می‌شود که پس از خواندن آن باید به یک یا چند پرسش در مورد متن با توجه به اطلاعات داده‌شده در متن (نه اطلاعات قبلی خودتان) پاسخ دهید.

۲۳- گزینه ۳

استراتژی هر کدام از پرسش‌ها را بخوانید و سعی کنید فقط با توجه به اطلاعات متن به آن‌ها پاسخ دقیقی بدهید. مواردی که نمی‌توان به آن‌ها پاسخ دقیق داد، حذف می‌شوند.

بررسی موارد: **الف)** در متن داده‌شده در مورد علت شکست برنامه‌ریزی آموزشی در ریاضی مطالبی بیان شده است. در مورد متداول‌ترین دلیل ناکارآمدی در نظام‌های آموزشی (به طور کلی) مطلبی بیان نشده است و با توجه به این متن نمی‌توان به این پرسش پاسخ داد.

ب) در پاراگراف دوم در جملهٔ اول آمده که «آموزش آموزگاران (معلمان دورهٔ ابتدایی) از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است، زیرا ...» و در ادامه دلیل این اهمیت را بیان کرده است؛ پس می‌توان به این پرسش پاسخ دقیقی داد.

ج) در انتهای متن آمده که «برنامه‌های تدوین‌شده جهت آموزش و ارتقای یادگیری معلمان عمومی با معلمان موضوعی تفاوت بسیار دارد و این در حالی است که آموزش هر دو دسته از معلمان در مجموعهٔ «تربیت معلم» قرار می‌گیرد.»؛ یعنی علی‌رغم تدوین برنامه‌های متفاوت برای معلمان عمومی و موضوعی، آموزش آن‌ها در یک مجموعه قرار می‌گیرد اما در متن به علت و چرایی این موضوع نپرداخته است؛ پس با توجه به متن، نمی‌توانیم علت این موضوع را بیان کنیم و به این پرسش پاسخ دهیم.

بنابراین با توجه به متن فقط به پرسش «ب» می‌توان پاسخ داد و ③ درست است.

۲۴- گزینه ۱

جملهٔ ① می‌تواند عبارت خوبی برای کامل‌کردن متن باشد، چون در آخر متن آمده «البته ریاضیات به تجربه و مشاهده نیز مربوط می‌شود، اما ...» پس در ادامهٔ متن برای تکمیل آن باید جمله‌ای بیاید که ارتباط معنایی با خود متن، یعنی اهمیت فکرکردن، استدلال و نتیجه‌گرفتن در ریاضی را داشته باشد و با توجه به وجود «اما» قبل از جای خالی، باید عبارتی در جای خالی قرار گیرد که به نوعی مخالف جملهٔ قبلی باشد؛ پس ① ادامهٔ متن را به درستی تکمیل می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها: ② تجربه و مشاهده در ریاضی کاربرد دارد ولی به اندازهٔ استدلال و نتیجه‌گیری اهمیت ندارد، از طرفی با توجه به وجود «اما» قبل از جای خالی، در جای خالی باید عبارتی مخالف با جملهٔ قبلی بیاید و بر اندیشیدن، استدلال و نتیجه‌گیری تأکید کند، اما عبارت ② عبارت قبلی، یعنی تجربه و مشاهده را دقیقاً تأیید می‌کند.

③ عبارت این گزینه هم جملهٔ قبل از «اما» در متن را تأیید می‌کند؛ پس آمدن آن پس از کلمهٔ «اما» نادرست است. همین‌طور می‌دانیم در ریاضی برخلاف علوم انسانی، تفکر، استدلال و نتیجه‌گیری، نقش پررنگ‌تری دارند، نه تجربه و مشاهده.

④ در متن در مورد نقش تفکر، استدلال و نتیجه‌گیری در ریاضی و اهمیت آن مطالبی بیان شده است اما عبارت این گزینه در راستای معنا و موضوع اصلی متن نیست و نقش تفکر، استدلال و نتیجه‌گیری در ریاضی را نقض می‌کند؛ پس نمی‌تواند ادامهٔ متن را به درستی تکمیل کند.

مشاوره یکی از انواع سؤالات هوش کلامی، سؤال ادامهٔ متن است. در این تیپ سؤال یک متن به شما داده می‌شود که بعد از چند جمله یا حتی گاهی در وسط جمله متن قطع می‌شود و شما باید جملهٔ مناسب را از بین گزینه‌ها برای ادامهٔ متن انتخاب کنید.

۲۵- گزینه ۴

استراتژی هر گزینه را درست فرض کنید و براساس درستی آن بررسی کنید که کدام گزینه «قدمت پاپیروس رایند» را زیر سؤال می‌برد.

درس‌نامه در سؤالات تقویت و تضعیف متن، باید گزینه‌ها را درست فرض کنید و سپس بررسی کنید که هر گزینه مطلبی همسو با متن را بیان می‌کند (اصطلاحاً آن را تقویت می‌کند) یا مطلب عنوان‌شده در گزینه ناهمسو با متن است (اصطلاحاً آن را تضعیف می‌کند). برای پیداکردن گزینه‌های همسو با متن یا تقویت‌کنندهٔ آن، در بین عبارت گزینه‌ها به دنبال کلمات کلیدی مثبت که به نفع متن هستند بگردید و برای پیداکردن گزینه‌های ناهمسو یا تضعیف‌کنندهٔ متن کلمات کلیدی منفی که به ضرر متن هستند را پیدا کنید.

بررسی گزینه‌ها: ① فرض کنیم تاریخ تقریبی نسخه‌ای که مورد استفادهٔ احمس کاتب قرار گرفته، حدود ۱۷۵۰ سال قبل از میلاد باشد و البته در متن چنین بیان شده است که تاریخ تقریبی پاپیروس رایند سال ۱۶۵۰ قبل از میلاد است و احمس کاتب، آن را از روی یک اثر قدیمی‌تر نسخه‌برداری کرده است؛ پس جملهٔ این گزینه قدمت پاپیروس رایند را زیر سؤال نمی‌برد و حتی آن را تأیید می‌کند.

② فرض کنیم مصرشناسان می‌گویند کشف یک پاپیروس که صرفاً ماهیت یک کتاب راهنما را دارد، نمی‌تواند دلیلی برای رونق ریاضیات در مصر باستان باشد، اما این جمله ربطی به قدمت پاپیروس ندارد و فقط **رونق ریاضیات را در مصر باستان زیر سؤال برده است و نه قدمت پاپیروس را!**

③ فرض کنیم در دهه‌های اخیر، دلالان کپی جعلی، اثری باستانی را تولید کرده و تلاش کرده‌اند تا آن را به موزه‌های مشهور بفروشند. این جمله هم دلیلی بر زیر سؤال بردن قدمت و تاریخ پاپیروس نیست و نمی‌تواند پاسخ سؤال باشد.

④ فرض کنید که پاپیروس‌ها ماندگاری‌ای در حدود هزار سال دارند و تا همین دهه‌های اخیر، روشی برای افزایش ماندگاری آن‌ها وجود نداشت. اگر این‌طور باشد، پس پاپیروسی که طبق متن مربوط به سال ۱۶۵۰ قبل از میلاد است باید تا سال ۱۷۵۰ تقریباً از بین رفته باشد و این مطلب ادعای متن در مورد قدمت پاپیروس و قدمت نسخه‌ای که هم‌اکنون در موزهٔ بریتانیا نگه‌داری می‌شود را زیر سؤال می‌برد؛ چرا که حتماً پاپیروس مدت‌ها پیش از بین رفته و پاپیروس موجود در موزهٔ بریتانیا واقعی نیست. پس این گزینه پاسخ درست سؤال است.

مشاوره سؤالات تضعیف و تقویت متن از مهم‌ترین تیپ‌های سؤالات هوش کلامی است. در این تیپ از سؤالات یک متن کوتاه داده می‌شود و از شما می‌خواهند گزینه‌ای را انتخاب کنید که متن را تضعیف یا تقویت می‌کند. گاهی اوقات پرسش مطرح‌شده کمی غیرمستقیم بیان می‌شود، مثلاً این‌که «با فرض درست‌بودن کدام گزینه، ... یک ویژگی منفی (یا مثبت) محسوب می‌شود؟» که به ترتیب سبب تضعیف و تقویت متن می‌شود.

۲۶- گزینه ۳

استراتژی دو عبارتی که زیر آن‌ها خط کشیده شده را به دقت بخوانید و بررسی کنید که کدام گزینه در مورد ارتباط آن‌ها مطلب درستی را بیان کرده است.

بررسی گزینه‌ها: ① نادرست؛ اولی یک حقیقت پذیرفته‌شدهٔ علمی نیست! صرفاً تصور دالامبر است؛ پس این گزینه نمی‌تواند درست باشد.

② نادرست؛ اولی یک خطا در حوزهٔ احتمالات است ولی دومی روشی برای تصحیح آن خطا نیست، بلکه استدلال دالامبر برای پذیرفتن این جمله از نظر خود اوست؛ پس این گزینه هم درست نیست.

③ درست؛ اولی ادعایی منسوب به دالامبر (یک فیلسوف فرانسوی) است و دومی دلیل او برای عقیده به آن ادعاست که این گزینه در مورد هر دو بخشی که زیر آن‌ها خط کشیده شده است، مطلبی صحیح را بیان کرده است و این جواب سؤال همین گزینه است.

④ نادرست؛ اولی نتیجه‌گیری یک ریاضی‌دان فرانسوی است (البته نمی‌توان گفت نتیجه‌گیری، در واقع همان «تصور» یا «ادعای ریاضی‌دان فرانسوی» برای بیان آن درست‌تر است.) جملهٔ دوم هم دلیل این ریاضی‌دان برای اثبات نادرستی ادعایش نبود، بلکه آن را دلیلی برای درستی ادعای خود می‌دانست؛ پس این گزینه هم نادرست است.

۲۷- گزینه ۱

استراتژی متن را به دقت بخوانید و ببینید کدام گزینه را با توجه به متن می‌توانید استنباط کنید. در این سؤال دانسته‌های قبلی خود را مد نظر قرار ندهید و فقط به استنباط از متن اکتفا کنید.

بررسی گزینه‌ها: ① درست؛ می‌توان این جمله را از متن داده‌شده استنباط کرد، چون در متن بیان شده که «بعضی مفاهیم ریاضی در مدل‌سازی مسائل زندگی واقعی بسیار پرکاربرد هستند.» و یکی از نمونه‌های کاربرد آن را نیز بیان کرده است؛ پس می‌توان گفت اگر فکر می‌کنید که همهٔ مفاهیم ریاضی صرفاً نظری هستند و کاربرد واقعی ندارند، اشتباه می‌کنید.

② نادرست؛ در متن آمده که: احاطه‌گری یکی از این مفاهیم پرکاربرد است نه پرکاربردترین مفهوم ریاضی، پس این جمله را نمی‌توان از متن داده‌شده استنباط کرد.

③ نادرست؛ طبق متن «بعضی مفاهیم ریاضی در مدل‌سازی مسائل زندگی کاربرد فراوان دارند نه همهٔ آن‌ها.» پس این‌که «همهٔ مفاهیم ریاضی در مدل‌سازی مسائل زندگی واقعی کاربرد دارند.» از متن استنباط نمی‌شود.

④ نادرست؛ این عبارت هم از متن استنباط نمی‌شود، چون تنها بعضی از مفاهیم زندگی واقعی قابلیت مدل‌سازی ریاضی و حل از طریق مفاهیم ریاضی را دارند؛ پس نمی‌توان در مورد تمام مشکلات قبل از هر کاری به کتاب‌های دبیرستانی مراجعه و با روش‌های ریاضی مشکلات را حل کرد.

تله اگر به کلمات در جمله دقت نکنید، ندیدن یک کلمه ممکن است شما را به خطا ببرد و فکر کنید که آن جمله درست است. مثلاً در (۲) «پرکاربردترین» با «یکی از مفاهیم پرکاربرد» فرق دارد یا در (۳) از واژهٔ «همه» استفاده شده، در صورتی که متن در مورد «بعضی» مفاهیم صحبت کرده است.

۲۸- گزینه ۲

استراتژی با توجه به شرط اول مسئله، فقط اعداد ۱۲ و ۲۸ می‌توانند دو رقم سمت راست عدد باشند و ضمناً کوچک‌ترین عدد را باید در بزرگ‌ترین مرتبه قرار دهید تا کوچک‌ترین عدد دهرقمی را داشته باشید.

گام طبق شرط اول، عدد دهرقمی زوج است؛ پس دو رقم آخر عدد باید «۱۲» یا «۲۸» باشد.

گام طبق شرط دوم، هیچ دو جفت عدد دورقمی کنار هم دارای شمارندهٔ مشترک غیر یک نیستند؛ یعنی باید نسبت به هم اول باشند. پس اعداد «۱۲» و «۲۸»، «۱۲» و «۳۳»، «۲۸» و «۴۹»، «۱۱» و «۳۳» نباید کنار هم قرار بگیرند.

گام برای این‌که حمید کوچک‌ترین عدد دهرقمی را بنویسید باید دو رقم اول از سمت چپ، کوچک‌ترین باشد؛ بنابراین عدد «۱۱» را در بزرگ‌ترین مرتبهٔ عدد قرار می‌دهیم.

۱۱ ـــــ ـــــ ـــــ ـــــ

گام عدد بعدی که دارای کوچک‌ترین رقم‌ها است «۱۲» می‌باشد؛ پس دو رقم بعدی ۱۲ می‌شود و ضمناً «۱۲» هم برای کنار «۱۱»بودن مشکلی ندارد (چون ۱۱ و ۱۲ نسبت به هم اول هستند.):

۱۱۱۲ ـــــ ـــــ ـــــ

گام عدد کوچک‌تر بعدی «۲۸» است، اما چون در گام (۱) گفتیم که دو رقم آخر «۱۲» یا «۲۸» باید باشد و «۱۲» را در گام قبل به کار بردیم، «۲۸» را برای دو رقم آخر نگه می‌داریم.

۱۱۱۲ ـــــ ۲۸

گام اعداد کوچک بعدی به ترتیب «۳۳» و «۴۹» هستند، اما چون «۳۳» نمی‌تواند کنار «۱۲» باشد (دارای شمارندهٔ مشترک ۳ هستند.) دو رقم بعدی «۴۹» می‌شود.

۱۱۱۲۴۹ ـــــ ۲۸

گام در نهایت به جای دو رقم باقی‌مانده باید عدد «۳۳» قرار بگیرد که نسبت به عدد قبل و بعد خودش (یعنی ۴۹ و ۲۸) اول است پس مشکلی ندارد؛ بنابراین تنها عدد دهرقمی مورد نظر با شرایط گفته‌شده به صورت زیر می‌باشد که رقم صدگان آن «۳» است:

۱۱۱۲۴۹۳۳۲۸

مشاوره یکی از مباحث استدلال و منطق، موضوع آرایش نشستن یا چینش اشیا است. برای حل این تیپ سؤالات باید از اطلاعات متن استفاده کرده و به کمک استدلال و منطق آرایش دقیق اشیا یا افراد را به دست آورید.

۲۹- گزینه ۴

استراتژی دو رقم ۴۹ را در سمت چپ قرار دهید و با توجه به دو شرط داده‌شده بزرگ‌ترین عدد را بنویسید.

گام برای نوشتن بزرگ‌ترین عدد دهرقمی، رقم اول از سمت چپ باید از همه بزرگ‌تر باشد که در بین اعداد داده‌شده، عدد ۴۹ از همه بزرگ‌تر است؛ پس دو رقم سمت چپ ۴۹ را می‌نویسیم:

۴۹ ـــــ ـــــ ـــــ

گام دو رقم بزرگ بعدی «۳۳» است، چون ۳۳ و ۴۹ نسبت به هم اول هستند برای قرارگرفتن در کنار هم مشکلی ندارند؛ پس:

۴۹۳۳ ـــــ ـــــ

گام دو رقم بزرگ بعدی «۲۸» است که باز هم نسبت به ۳۲ عددی اول است و برای کنار «۳۳»بودن مشکلی ندارد؛ پس:

۴۹۳۳۲۸ ـــــ ـــــ

گام اعداد «۱۱» و «۱۲» باقی‌مانده‌اند که چون عدد دهرقمی باید زوج باشد، دو رقم آخر «۱۲» است و عدد «۱۱» نسبت به هر دو عدد «۲۸» و «۱۲» است و برای قرارگرفتن بین آن‌ها مشکلی ندارد. در نتیجه عدد مطلوب به صورت مقابل می‌شود: ۴۹۳۳۲۸۱۱۱۲

گام پس عدد دورقمی که برای ارقام سوم و چهارم از سمت راست به کار می‌رود «۱۱» است و (۴) درست می‌باشد.

۳۰- گزینه ۲

استراتژی اولین عدد از سمت چپ را «۲۸» قرار دهید و بقیه را طبق شرط‌ها بچینید.

روش **گام** می‌خواهیم رقم اول از سمت چپ رقم ۲ باشد؛ پس مجبور هستیم عدد ۲۸ را به عنوان اولین عدد از سمت چپ در نظر بگیریم: ۲۸ ـــــ ـــــ ـــــ ـــــ

گام طبق جملهٔ دوم، اعداد «۱۲» و «۴۹» نمی‌توانند کنار «۲۸» باشند، چون نسبت به هم اول نیستند؛ پس حالت‌های زیر را داریم:

۲۸۱۱: حالت اول ـــــ ـــــ ـــــ ـــــ

۲۸۳۳: حالت دوم ـــــ ـــــ ـــــ ـــــ

گام چون عدد دهرقمی زوج است؛ پس دو رقم آخر در هر حالت عدد «۱۲» است.

۲۸۱۱: حالت اول ۱۲ ـــــ ـــــ ـــــ

۲۸۳۳: حالت دوم ۱۲ ـــــ ـــــ ـــــ

گام با توجه به گام قبل، در حالت اول بعد از عدد ۱۱، عدد ۴۹ می‌تواند بیاید اما عدد بعدی ناچاراً ۳۳ خواهد بود که نسبت به عدد ۱۲ اول نیست؛ پس در این حالت به عدد مورد نظر سؤال نمی‌رسیم.

در حالت دوم گام قبل فقط عدد ۴۹ می‌تواند بعد از ۳۳ قرار بگیرد و عدد ۱۱ هم ناچاراً بین دو عدد ۴۹ و ۱۲ قرار می‌گیرد و با توجه به اول‌بودن نسبت به آن‌ها، قابل قبول است؛ پس عدد تنها مطلوب به صورت مقابل می‌باشد: ۲۸۳۳۴۹۱۱۱۲

گام بنابراین ۹ از سمت راست، رقم پنجم عدد مورد نظر است.

روش **گام** مانند گام اول روش قبل، عدد ۲۸ در جایگاه اولین عدد سمت چپ قرار می‌گیرد: ۲۸ ـــــ ـــــ ـــــ ـــــ

گام چون طبق شرط مسئله عدد مورد نظر زوج است، اولین عدد از سمت راست، فقط عدد ۱۲ می‌تواند باشد: ۲۸ ـــــ ـــــ ـــــ ۱۲

گام حالا سه عدد «۱۱»، «۳۳» و «۴۹» باقی مانده‌اند که چون اعداد «۱۱» و «۳۳» نسبت به هم اول نیستند؛ پس نمی‌توانند کنار هم باشند و عدد «۴۹» باید در وسط قرار بگیرد:

۲۸ ـــــ ۴۹ ـــــ ۱۲

گام چون «۳۳» و «۱۲» نمی‌توانند کنار هم باشند؛ پس عدد مطلوب به صورت زیر می‌شود: ۲۸۳۳۴۹۱۱۱۲

گام بنابراین ۹ از سمت راست، رقم پنجم است.

۳۱- گزینه ۱

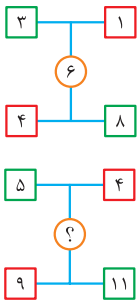
استراتژی اعداد روی قطرها را با هم جمع کرده و از هم کم کنید.

درس‌نامه در سؤالاتی که در آن‌ها چند شکل مشابه داریم که در آن‌ها اعداد مختلف در جایگاه‌های مختلف قرار گرفته‌اند باید در هر شکل به طور مجزا رابطهٔ بین عددها را پیدا کنید. اگر شکل‌ها به صورت زنجیره‌ای یا به صورت‌های مختلف دیگر به هم وصل شده باشند، معمولاً عدد داخل قسمت‌های مشترک از مجموع، حاصل‌ضرب یا انجام عملیات‌های ریاضی دیگر روی اعداد غیرمشترک دو شکل به دست می‌آید. باید عملیات‌های مختلف را روی اعداد امتحان کنید تا عدد قسمت مشترک را به دست آورید. اگر با انجام چهار عمل اصلی به رابطهٔ مورد نظر نرسیدید، ارتباط بین ارقام، مقلوب اعداد، روابطی مانند میانگین، ب.م.م، بخش‌پذیری و ... را هم بررسی نمایید. بعد از پیداکردن رابطهٔ مد نظر سؤال کافی است همان رابطه را در مورد اعداد شکل دارای مجهول بررسی کنید تا عدد یا اعداد مجهول را بیابید.

گام با کمی دقت در شکل‌ها معلوم می‌شود که اگر اعداد را به صورت قطری با هم جمع کرده و از هم کم کنیم، عدد وسطی به دست می‌آید. به طور مثال برای شکل اول از سمت چپ داریم: $(۸+۳)-(۴+۱)=۱۱-۵=۶$

گام حال برای به دست آوردن ؟ داریم:

$؟=(۵+۱۱)-(۹+۴)=۱۶-۱۳=۳$



مشاوره یکی از انواع سؤالات هوش ریاضی، سؤالاتی هستند که در آن‌ها تعدادی عدد در شکل‌های یکسان قرار می‌گیرند و یک یا چند عدد از یکی از شکل‌ها مجهول است که با توجه به رابطهٔ اعداد در هر شکل باید عدد یا اعداد مجهول را بیابید.

۳۲- گزینه ۳

استراتژی چون می‌خواهیم حداقل تعداد واحدهای n‌نفره را پیدا کنیم، حداکثر افراد را در واحدهای ۴نفره و ۲نفره در نظر می‌گیریم.

گام واحدها ۲، n یا ۴ نفره هستند، چون گفته حداکثر ۴ نفر در هر واحد اقامت دارند، پس n کوچک‌تر از ۴ است؛ یعنی n می‌تواند یکی از اعداد ۱ یا ۳ باشد.

گام می‌خواهیم حداقل تعداد واحدهایی که n نفر ساکن هستند را پیدا کنیم؛ پس بیشتر واحدها را باید با ۴ و ۲ نفر پُر کنیم. اگر در ۶ واحد ۴ نفر را اسکان دهیم (بیشتر از آن امکان ندارد، چون مثلاً اگر در ۷ واحد ۴ نفر را قرار دهیم، می‌شود ۲۸ نفر و تنها ۱ نفر باقی می‌ماند که در این صورت واحد ۲ نفره نمی‌توانیم داشته باشیم.) در این صورت ۲۴ نفر ساکن شده‌اند و ۵ نفر باقی می‌مانند.

گام حالا در ۲ واحد، ۲ نفر را قرار می‌دهیم؛ پس ۴ نفر دیگر هم اسکان یافتند و در مجموع ۲۸ نفر ساکن شده‌اند.

گام طبق گام قبل، یک نفر باقی می‌ماند؛ پس $n=1$ نفر باقی مانده هم در یک واحد ساکن می‌شود.

گام در گام‌های قبلی یکی از حالت‌هایی را که مد نظر سؤال بود، پیدا کردیم (۶ واحد ۴نفره ۲واحد ۲نفره و ۱واحد ۱ نفره)، اما این تنها حالت ممکن نیست. همهٔ حالت‌های موجود را در جدول زیر آورده‌ایم:

دقت کنید که برای حداقل‌شدن مقدار n، تعداد خانه‌های ۲ یا ۴ نفره را حداکثر مقدار ممکن در نظر می‌گیریم:

	تعداد واحد ۴نفره	تعداد واحد ۲نفره	تعداد واحد $n=1$ یا $n=3$ نفره
حالت اول	۶	۲	✓ ۱ واحد $n=1$ نفره
حالت دوم	۵	۳	(غ‌ق‌ق) ۳ واحد $n=1$ نفره
حالت سوم	۵	۳	✓ ۱ واحد $n=3$ نفره
حالت چهارم	۴	۶	(غ‌ق‌ق) ۱ واحد $n=1$ نفره
حالت پنجم	۳	۸	(غ‌ق‌ق) ۱ واحد $n=1$ نفره
حالت ششم	۲	۱۰	(غ‌ق‌ق) ۱ واحد $n=1$ نفره
حالت هفتم	۱	۱۲	(غ‌ق‌ق) ۱ واحد $n=1$ نفره
حالت هشتم	۰	۱۴	(غ‌ق‌ق) ۱ واحد $n=1$ نفره

طبق جدول بالا، فقط حالت‌های اول و سوم قابل قبول هستند که در آن‌ها آپارتمان ۹واحدی بوده و تعداد واحدهای $n=1$ یا $n=3$ حداقل تعداد ممکن است.

توجه کنید که به وضوح از حالت چهارم به بعد تعداد واحدهای آپارتمان بیشتر از ۹تا می‌شود و نیازی به نوشتن و بررسی آن‌ها در جلسهٔ امتحان نداریم.

مشاوره در سؤالاتی که به صورت مسئله مطرح می‌شوند، خواندن و فهم سؤال، این‌که چه داده‌هایی داریم و چه می‌خواهیم در اولویت قرار دارد. بعد از فهمیدن سؤال، می‌توانید روش حل آن را تشخیص دهید و البته از ظاهر طولانی سؤالات نترسید.

۳۳- گزینه ۲

استراتژی ببینید که هر کدام در یک روز چه کسری از کار را می‌تواند انجام دهد.

درس‌نامه سؤالات معادلات گویا معمولاً مربوط به تعداد انجام روزهای یک کار، زمان پرشدن استخر با آب، میزان یک ماده در یک محلول و سرعت حرکت یک جسم هستند. برای حل همهٔ آن‌ها ابتدا مثلاً میزان کار یک نفر در یک روز، میزان پرشدن استخر در یک ساعت، میزان ماده در یک مقدار مشخص از محلول و سرعت مثلاً قطار را در یک ساعت به صورت کسری بنویسید. بعد با توجه به بقیهٔ داده‌های مسئله، معادلهٔ گویای مطلوب را نوشته و سپس با مخرج‌مشترک‌گیری آن را حل کنید و مقدار مجهول را به دست آورید.

گام فرض کنیم جواد کاری را در x ساعت انجام می‌دهد؛ پس اسماعیل همان کار را در $3x$ ساعت انجام خواهد داد.

گام چون جواد کاری را به تنهایی ۴ ساعت زودتر از اسماعیل انجام می‌دهد؛ پس داریم:

$$3x-x=4 \Rightarrow 2x=4 \Rightarrow x=2$$

یعنی جواد کار را در ۲ ساعت و اسماعیل در ۶ ساعت انجام می‌دهد.

گام می‌خواهیم ببینیم اگر با هم کار کنند، در چند دقیقه کار تمام می‌شود. در یک ساعت، جواد $\frac{1}{2}$ کار و اسماعیل $\frac{1}{6}$ کار را انجام می‌دهد؛ پس اگر با هم کار کنند در یک ساعت، $\frac{2}{3}$ کار انجام می‌شود:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{3+1}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

گام پس دو نفر با هم کار را در $\frac{3}{2}$ ساعت انجام می‌دهند که چون جواب را به دقیقه می‌خواهیم داریم:

$$\frac{3}{2}\times 60=90 \text{ دقیقه}$$

تله چون گفته جواد در یک ساعت می‌تواند ۳ برابر اسماعیل کار کند، کار اسماعیل را x نگیرید و کار جواد را $3x$، در این سؤالات ساعت کارکردن مهم است و ساعت مجهول است؛ پس باید میزان ساعتی که جواد می‌تواند کار را انجام دهد، مجهول یعنی x بگیریم و چون سرعت کار جواد سه برابر اسماعیل است، پس اسماعیل کندتر کار می‌کند و همان کار را در مدت‌زمان سه برابر جواد یعنی $3x$ ساعت انجام می‌دهد.

مشاوره در بین سؤالات هوش ریاضی، معمولاً مسئله‌هایی مطرح می‌شود که لازم است مفهوم آن‌ها را درک کنید و با تبدیل آن‌ها به زبان ریاضی به صورت معادله یا استفاده از تناسب و ... به جواب برسید. یکی از مسئله‌هایی که ممکن است مطرح شود، مسائل مربوط به معادلات گویا هستند که روش حل مشخصی دارند.

۳۴- گزینه ۲

استراتژی دو عدد را a و b در نظر بگیرید و نسبت‌های مناسب را برای آن‌ها بنویسید.

درس‌نامه در سؤالاتی که نسبت دو یا چند چیز داده می‌شود، می‌توانید از جدول تناسب یا خواص نسبت‌ها استفاده کنید. با توجه به سؤال روش مناسب را انتخاب کرده و مقدار مجهول سؤال را به دست آورید.

گام فرض کنید دو عدد مثبت مورد نظر a و b هستند. طبق فرض، نسبت دو عدد ۳ به ۵ است؛ پس $\frac{a}{b}=\frac{3}{5}$.

گام گفته شده اگر x واحد به عدد کوچک‌تر یعنی a اضافه کنیم، این دو عدد برابر می‌شوند، یعنی در این حالت، نسبت دو عدد برابر ۱ می‌شود؛ بنابراین داریم: $\frac{a+x}{b}=1$

گام سؤال از ما خواسته که مشخص کنیم عدد بزرگ‌تر چند برابر x است؛ پس b را باید برحسب x بیابیم. از گام (۱) داریم $a=\frac{3}{5}b$، حال با قراردادن این a در رابطهٔ گام (۲) داریم:

$$\frac{\frac{3}{5}b+x}{b}=1 \Rightarrow \frac{3}{5}b+x=b \Rightarrow x=b-\frac{3}{5}b \Rightarrow x=\frac{2}{5}b$$

$$\Rightarrow b=\frac{5}{2}x \Rightarrow b=2/5x$$

۳۵- گزینه ۴

استراتژی مضرب‌مشترک ۶ و ۸ را پیدا کنید.

گام عدد a دورقمی و مضرب اعداد ۶ و ۸ است؛ پس ابتدا مضرب‌مشترک ۶ و ۸ را پیدا می‌کنیم، چون $[6\text{ و }8]=24$ است، پس $a=24k$ که چون a دورقمی است، k می‌تواند مقادیر ۱ تا ۴ را داشته باشد، یعنی a می‌تواند ۲۴، ۴۸، ۷۲ یا ۹۶ باشد.

گام حاصل عبارت‌های (الف) و (ب) را به ازای مقادیر مختلف a به دست می‌آوریم:

الف) $a=24 \Rightarrow \frac{24}{5}=4/8$ $\quad a=48 \Rightarrow \frac{48}{5}=9/6$

$a=72 \Rightarrow \frac{72}{5}=14/4$ $\quad a=96 \Rightarrow \frac{96}{5}=19/2$

$a=48 \Rightarrow 4+\frac{48}{7} \simeq 10/9$ ب) $a=24 \Rightarrow 4+\frac{24}{7} \simeq 7/4$

$a=96 \Rightarrow 4+\frac{96}{7} \simeq 17/7$ $a=72 \Rightarrow 4+\frac{72}{7} \simeq 14/3$

گام می‌بینیم که به ازای $a=24$ و $a=48$، عبارت (الف) از (ب) کوچک‌تر است و به ازای $a=72$ و $a=96$ عبارت (الف) از (ب) بزرگ‌تر است.

گام چون نمی‌توان رابطه‌ای بین مقادیر دو ستون (الف) و (ب) تعیین نمود و به ازای مقادیر مختلف، جواب‌های متفاوتی داریم؛ پس برای پاسخ، ۴ را انتخاب می‌کنیم.

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش ریاضی، مسئله‌ای با دو حالت داده می‌شود که با حل سؤال در دو حالت و با توجه به خواستهٔ سؤال باید یکی از موارد داده‌شده در صورت سؤال را انتخاب کرده و گزینهٔ مربوط به آن را در پاسخبرگ علامت بزنید. معمولاً سؤالات سختی نیستند و فقط باید در انتخاب موارد دقت کنید.

۳۶- گزینه ۱

استراتژی کل شکل یا یک قسمت مشخص از شکل را در جهات مختلف بچرخانید.

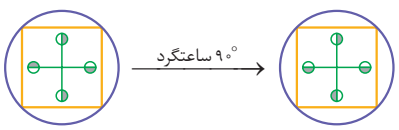
درس‌نامه برای پیداکردن دوران‌یافتهٔ یک شکل، باید به جهت و زاویهٔ دوران توجه کنیم. جهت دوران ممکن است ساعتگرد یا پادساعتگرد باشد. زاویهٔ دوران معمولاً یکی از زوایای زیر است:

زاویه	۴۵°	۹۰°	۱۸۰°	۲۷۰°	۳۶۰°
ساعتگرد					
پادساعتگرد					

دقت کنید که دوران ۹۰° ساعتگرد با ۲۷۰° پادساعتگرد یکسان است و دوران ۹۰° پادساعتگرد با دوران ۲۷۰° ساعتگرد یکسان می‌باشد. دوران ۱۸۰° در هر دو جهت یکسان است.

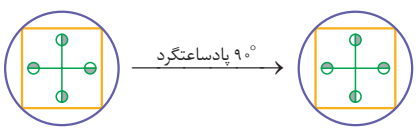
نکتهٔ مهم در دوران این است که در دوران یک شکل، همهٔ اجزای شکل با هم و به یک اندازه و در یک جهت و نسبت به یک نقطه دوران پیدا کند.

روش چون در گزینه‌ها مربع کج نداریم، پس فقط دوران ۹۰° و ۱۸۰° را بررسی می‌کنیم تا ببینیم کدام گزینه به دست می‌آید:

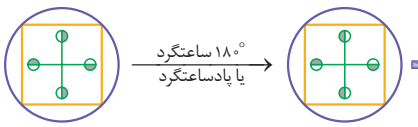


۱ درست است.

احتیاجی به رسم بقیهٔ دوران‌ها نداریم، چون با همین دوران جواب به دست آمد ولی برای تمرین بیشتر دو حالت دیگر را هم رسم می‌کنیم:

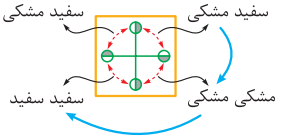


در هیچ گزینه‌ای نیست.

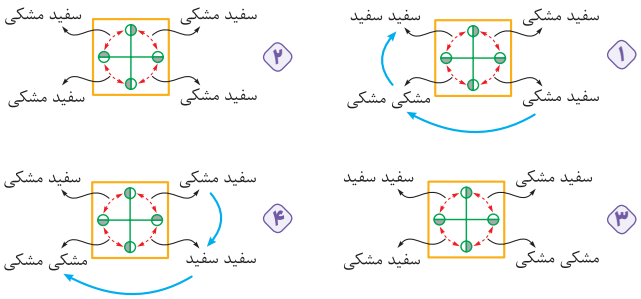


در هیچ گزینه‌ای نیست.

روش از نکته‌ای که در درس‌نامه به آن اشاره شد استفاده می‌کنیم، وقتی یک شکل دوران می‌کند همهٔ اجزای آن با هم، به یک‌اندازه و در یک جهت دوران می‌کنند؛ پس اجزایی که در شکل اصلی در کنار هم یا در مقابل هم قرار می‌گیرند، در شکل دوران‌یافته هم دقیقاً موقعیت خود را نسبت به هم حفظ می‌کنند. در این سؤال در شکل اصلی داریم:



همان‌طور که در تصویر مشخص است، در مقابل هر ترکیب «سفید ـ مشکی»، یک ترکیب تک‌رنگ «سفید سفید» یا «مشکی مشکی» قرار گرفته است. ضمناً با حرکت ساعتگرد از «سفیدمشکی» به ترکیب «مشکی‌مشکی» و سپس به «سفیدسفید» می‌رسیم. و این دو رابطه فقط در ۱ برقرار است.



مشاوره یک تیپ از سؤالات هوش تصویری، پیداکردن دوران‌یافتهٔ یک شکل است. معمولاً سؤالات ساده‌ای هستند و به راحتی می‌توانید به آن‌ها پاسخ دهید.

۳۷- گزینه ۳

استراتژی شکل‌ها را سه‌تا سه‌تا دسته‌بندی کرده و به روند تغییر رنگ اجزای شکل‌ها دقت کنید.

درس‌نامه در الگوهای تصویری برای پیداکردن رابطهٔ بین تصاویر، باید مواردی مانند دوران و انتقال اجزا، تغییر تعداد اجزاء، تغییر در اندازه و یا رنگ اجزا و سایر ویژگی‌های تصاویر دقت کنید تا رابطه‌ای منطقی بین تصاویر پیدا کرده و با تکرار رابطهٔ منطقی کشف‌شده، شکل یا شکل‌های بعدی الگو را بیابید.

روش **گام** مثلث بالایی به ترتیب خاکستری، سیاه و سفید است؛ پس بعدی باید خاکستری باشد؛ بنابراین ۲ و ۴ حذف می‌شوند.

گام دایرهٔ بالای تقسیم به ترتیب سفید، سیاه و خاکستری است؛ پس بعدی باید سفید باشد. در نتیجه ۱ حذف شده و ۳ جواب درست است.

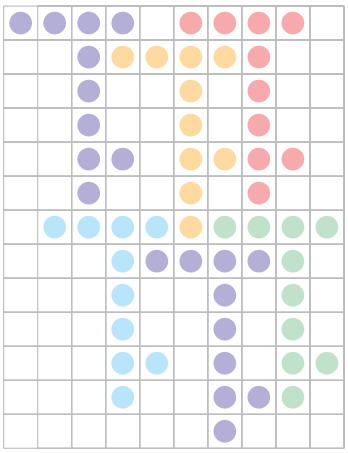
روش برای این‌که روند دقیق تغییر اجزا را در این الگو ببینید، شکل‌ها را سه‌تا سه‌تا به صورت ستونی در نظر بگیرید:

		
		
		
○ مستطیل وسط یکی‌درمیان طوسی و مشکی ○ دایره‌ها به ترتیب سفید، مشکی و طوسی 	هاشورها یکی‌درمیان چپ و راست 	○ مثلث بالا و پایین به ترتیب طوسی، مشکی و سفید ○ شکل در وسط یکی‌درمیان طوسی و سفید 

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش تصویری، تعدادی تصویر پشت سر هم قرار می‌گیرند که بین تصاویر متوالی الگو و رابطهٔ خاصی برقرار است و شما باید از بین شکل‌های داده‌شده در گزینه‌ها، شکل بعدی الگو را انتخاب کنید.

۳۸- گزینه ۳

استراتژی دور قسمت‌های یکسان تکرارشونده روی شکل خط بکشید.



گام ۱ از سطر اول شکل می‌فهمیم که در سطر اول الگو چهار دایره وجود دارد؛ پس ۱ و ۲ حذف می‌شوند.

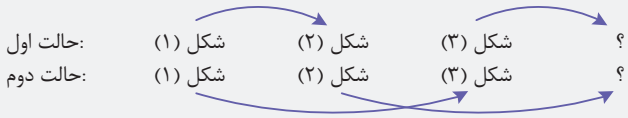
گام ۲ می‌بینیم بین الگوی ۳ و ۴ کدام را می‌توانیم به شکل تکرارشونده در شکل پیدا کنیم که ۳ می‌شود. هر الگو در شکل با یک رنگ مشخص شده است:

مشاوره یک تیپ از سؤالات، تشخیص این است که شکل داده‌شده با تکرار چه الگویی ساخته شده است. اصطلاحاً به این سؤالات کاشی‌کاری می‌گویند. باید کاشی تکرارشونده را پیدا کنید و کار تمام است.

۳۹- گزینه ۴

استراتژی بین دو سمت چپ رابطه‌ای وجود دارد، همان رابطه را بین شکل سوم و ؟ پیدا کنید.

درس‌نامه در سؤالات هوش تصویری وقتی دقیقاً سه شکل پشت سر هم می‌آیند، معمولاً با سؤال رابطهٔ بین اشکال مواجه هستیم، این رابطه می‌تواند بین شکل اول و دوم و یا بین شکل اول و سوم برقرار باشد:



در هر صورت با پیداکردن این رابطهٔ دوبه‌دو می‌توانیم شکل مجهول را مشخص کنیم.

برای پیداکردن رابطهٔ بین اشکال هم، مواردی مانند تعداد اجزا دوران یا انتقال اجزا، رنگ یا هاشورخوردن اجزا، اندازه و شکل اجزا و ... را بررسی کنید.

گام ۳ اگر به شکل اول و دوم از سمت چپ نگاه کنیم، می‌بینیم که در شکل دوم نسبت به شکل اول، جاهای سیاه و سفید عوض شده است.

گام ۴ پس در شکل سوم و چهارم هم باید همین قانون برقرار باشد. اگر جای سیاه و سفید شکل سوم را برعکس کنیم به شکل ۴ می‌رسیم.

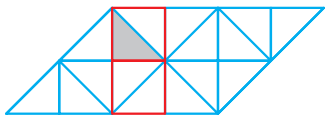
مشاوره رابطهٔ بین شکل‌ها از سؤالات مهم و پرتکرار هوش تصویری است. وقتی در یک سؤال، سه شکل پشت سر هم به شما داده می‌شود، معمولاً بین دوتا از شکل‌ها رابطه‌ای منطقی برقرار است. با پیداکردن این رابطه می‌توانید سؤال را به راحتی حل کنید.

۴۰- گزینه ۱

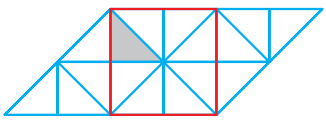
استراتژی همهٔ مربع‌ها را پیدا کنید و آن‌هایی را که با مثلث مشکی حداقل یک ضلع مشترک بشمارید.

درس‌نامه برای شمارش تعداد مربع‌ها باید مربع‌های ۱×۱، ۲×۲، ۳×۳ و ... را برای شمارش در نظر بگیرید. دقت کنید که در این سؤال یک شرط اضافی (داشتن ضلع مشترک با مثلث) را هم برای شمارش در نظر داشته باشید.

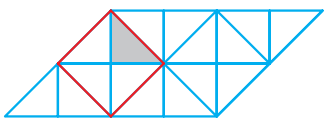
گام ۱ مربع‌های ۱×۱ در این شکل ۶تا است که ۲تای آن‌ها با مثلث مشکی ضلع مشترک دارند:



گام ۲ فقط یک مربع ۲×۲ داریم که آن هم با مثلث مشکی ضلع مشترک دارد: (البته در این حالت، مربع در نصف ضلع با مثلث مشکی مشترک است که ظاهراً منظور سؤال، شمردن چنین حالتی هم بوده است!)



گام ۳ دو مربع (که طول ضلع آن‌ها قطر مربع‌های ۱×۱ است) هم داریم که فقط یکی از آن‌ها با مثلث مورد نظر یک ضلع مشترک دارد.



گام ۴ پس در مجموع ۴ = ۱+۱+۲ مربع با شرط خواسته‌شده وجود دارد.

مشاوره شمارش تعداد مربع‌ها یا مثلث‌ها یا ... جزء سؤالاتی است که ممکن است در آزمون مطرح شود. روش حل این تیپ از سؤالات را خوب یاد بگیرید.

تعلیم و تربیت اسلامی

۱- گزینه ۲

درس‌نامه تصمیم و عزم برای حرکت:

- معنای عزم: تصمیم و اراده بر انجام کاری است
- هر قدر عزم قوی‌تر باشد، رسیدن به هدف آسان‌تر است.

انواع عزم:

الف) عزم ضعیف:

- تاب‌نیاوردن
- عقب‌نشینی در برابر مشکلات و حوادث

ب) عزم قوی:

- استواری
- شکیبایی
- تحمل سختی‌ها
- نسپردن سرنوشت به دست حوادث
- حرکت با قدرت به سوی هدف

آیه: ﴿وَ اصبِر عَلی ما اَصابَکَ اِنَّ ذلِکَ مِن عَزمِ الاُمورِ﴾ (لقمان، ۱۷)

ترجمه: بر آن‌چه (در این مسیر) به تو می‌رسد، صبر کن که این از عزم و ارادهٔ در کارهاست.

پیام‌ها:

- شکیبایی و تحمل سختی‌ها برای رسیدن به هدف، از نشانه‌های داشتن عزم قوی است.
- یکی از اقدامات لازم برای ثبات قدم در مسیر قرب الهی، تصمیم و عزم برای حرکت است.
- این آیه با حدیث امام کاظم ﷺ : «خدایا! می‌دانم که بهترین توشهٔ مسافر کوی تو، عزم و اراده‌ای است که با آن خواستار تو شده باشد.» مرتبط است.

بعد از سفارش‌هایی که لقمان حکیم به فرزندش می‌کند و راه و رسم زندگی را به او نشان می‌دهد، به وی می‌گوید: ﴿و اصبر علی ما اصابک ...﴾.

۲- گزینه ۴

انسان متوکل می‌داند که در صورت انجام وظیفه، هر نتیجه‌ای که به دست آید، به مصلحت اوست، گرچه خود به آن مصلحت آگاه نباشد؛ زیرا خداوند آینده‌ای را می‌بیند که ما نمی‌بینیم و به مصلحت‌هایی توجه دارد که ما درک نمی‌کنیم. گاهی چیزهایی را به نفع خود می‌پنداریم، در حالی که به ضرر ماست یا اموری را به ضرر خود می‌دانیم، در حالی که به نفع ماست.

۳- گزینه ۱

درس‌نامه آیه: ﴿وَ مِنَ النّاسِ مَن یَتَّخِذُ مِن دونِ اللهِ اَنداداً یُحِبّونَهُم کَحُبِّ اللهِ وَ الَّذینَ آمَنوا اَشَدُّ حُبّاً لِلّهِ﴾ (بقره ۱۶۵)

ترجمه: [و بعضی از مردم، همتایانی را به جای خدا می‌گیرند، آنان را دوست می‌دارند مانند دوستی خدا، اما کسانی که ایمان آورده‌اند، به خدا محبت بیشتری دارند.]

پیام‌ها:

- اشتباه برخی از مردم، شریک قراردادن غیر خدا در محبت به خداست.
- از ویژگی‌های مؤمنان، شدت محبّت آنان به خداوند است.
- محبت به خدا (تولّی)، آغاز دینداری است.
- با حدیث امام صادق ﷺ که می‌فرماید: «قلب انسان حرم خداست ...»، ارتباط دارد.

اگر انسان دل به سرچشمهٔ کمالات و زیبایی‌ها سپارد و قلب خود را جایگاه او کند، زندگی‌اش رنگ و بوی دیگری می‌یابد و هر میزان که ایمان انسان به خدا بیشتر شود، محبت وی نیز به خدا بیشتر می‌شود. عشق و محبت الهی افسردگی، ترس و یأس را از بین می‌برد و به انسان نشاط، شجاعت و قدرت می‌بخشد. محبت الهی، تنبل را چالاک و زرنگ، بخیل را بخشنده و کم‌طاقت را صبور می‌کند و سرانجام، آدمی را از خودخواهی به ایثار و ازخودگذشتگی می‌رساند. عشق به خدا چون اکسیری است که مرده را حیات می‌بخشد و زندگی حقیقی به وی عطا می‌کند. این همه تحول به این دلیل است که قلب انسان، جایگاه خداست و جز با خدا آرام و قرار نمی‌یابد.

از همین رو قرآن کریم یکی از ویژگی‌های مؤمنان را دوستی و محبت شدید آنان نسبت به خدا می‌داند: ﴿وَ مِنَ النّاسِ مَن یَتَّخِذُ مِن دونِ اللهِ اَنداداً یُحِبّونَهُم کَحُبِّ اللهِ وَ الَّذینَ آمَنوا اَشَدُّ حُبّاً لِلّهِ﴾.

۴- گزینه ۲

مهم‌ترین فایدهٔ روزه عبارت است از تقوا و تقوا به معنای «حفاظت» و «نگه‌داری» است.

۵- گزینه ۱

درس‌نامه روزه و سفر

کسی که به سفر می‌رود، اگر شرط‌های زیر (۳ شرط) را داشته باشد، مسافر محسوب می‌شود و باید نمازش را شکسته بخواند و نباید روزه بگیرد:

۱ رفتن بیشتر از ۴ فرسخ شرعی (۲۲/۵ کیلومتر) و مجموع رفت و برگشت بیشتر از ۸ فرسخ

۲ کم‌تر از ده روز در جایی که سفر کرده بماند.

۳ سفر برای انجام کار حرام نباشد. (اگر برای کاری حرام و یا با نهی پدر و مادر یا ستم به مظلوم به سفر برود، باید نمازش را کامل بخواند و روزه‌اش را بگیرد.)

- اگر شخص روزه‌دار، قبل از ظهر از وطن خود به سفر برود، باید با رسیدن به حدّ ترخّص روزه‌اش را افطار کند.
- اگر شخص روزه‌دار، بعد از ظهر از وطن خود به سفر برود، باید روزهٔ خود را ادامه دهد و تمام کند.
- اگر شخص مسافر، قبل از ظهر از سفر به وطن برگردد:

الف) اگر در سفر روزه را باطل کرده: نمی‌تواند روزه بگیرد.

ب) اگر در سفر روزه را باطل نکرده: باید روزه را ادامه دهد.

- اگر شخص مسافر، بعد از ظهر از سفر به وطن برگردد، نمی‌تواند روزه بگیرد.

کسی که بعد از ظهر مسافرت می‌کند، یعنی بعد از شنیدن صدای اذان ظهر از حد ترخص خارج می‌شود، باید روزهٔ خود را ادامه دهد و روزه‌اش صحیح است.

۶- گزینه ۳

می‌دانیم که امت اسلامی از اقوام و ملل گوناگون و با آداب و رسوم مختلفی تشکیل شده است که هر کدام پوشش و لباس مخصوص خود را دارند. حتی ممکن است در کشوری مثل کشور عزیزمان ایران، اقوام مختلفی زندگی کنند که هر کدام از آن‌ها پوشش خاصی برای خود برگزیده باشند؛ بنابراین چگونگی و نوع پوشش، تا حدود زیادی تابع آداب و رسوم ملت‌ها و اقوام است.

۷- گزینه ۳

درس‌نامه آیه: ﴿یا اَیُّهَا النَّبیُّ قُل لِاَزواجِکَ وَ بَناتِکَ وَ نِساءِ المُؤمِنینَ یُدنینَ عَلَیهِنَّ مِن جَلابیبِهِنَّ ذلِکَ اَدنی اَن یُعرَفنَ فَلا یُؤذَینَ وَ کانَ اللهُ غَفوراً رَحیماً﴾ (احزاب ۵۹)

ترجمه: ای پیامبر، به زنان و دخترانت و به زنان مؤمنان بگو پوشش‌های خود را به خود نزدیک‌تر کنند. این برای آن‌که به [عفاف] شناخته شوند و مورد آزار قرار نگیرند، بهتر است و خداوند همواره آمرزنده و مهربان است.

پیام‌ها:

- دستور قرآن در مورد حجاب همهٔ زنان در جامعهٔ ایمانی، یکسان است و تفاوتی میان دختران و همسران پیامبر ﷺ با سایر زنان نیست و پیامبر ﷺ باید امر به معروف (امر به حجاب) را از نزدیکان شروع کند.
- زنان مسلمان از ابتدا حجاب داشتند، اما با حدود آن آشنا نبودند. لذا قرآن دستور می‌دهد حجاب را به خود نزدیک‌تر کنند.

دو فایده، علت و فلسفهٔ حجاب برای زنان عبارت‌اند از: ۱ به پاکی و عفاف شناخته‌شدن و ۲ مورد آزار قرارنگرفتن.

عبارت شریفهٔ ﴿ذلک ادنی ان یعرفن فلا یؤذین﴾ بیانگر این نکته است که حجاب باعث می‌شود زنان به عفاف شناخته شوند و مورد آزار قرار نگیرند؛ بنابراین قانون حجاب، قانونی برای سلب آرامش زنان در جامعه نیست.

مطابق با آیین یهود، زنان هنگام حضور در اجتماعات، موی سر خود را می‌پوشاندند و به حجاب پایبند بودند. در آیین مسیحیت نیز پوشش، اهمیت زیادی داشته است و زنان معتقد به حضرت مسیح علیه‌السلام می‌کوشیدند مانند حضرت مریم علیهاالسلام موی خود را بپوشانند و با حجاب وارد جامعه شوند. نقاشان مسیحی، به‌خصوص نقاشان قدیمی‌تر، تصویر حضرت مریم علیهاالسلام را با پوشش و حجاب کامل می‌کشیدند. هم‌چنین از گذشته تا زمان حاضر، زنان راهبه و قدیس یکی از کامل‌ترین حجاب‌ها را انتخاب کرده‌اند. این امر نشان می‌دهد که از نظر آنان، داشتن حجاب، به دین‌داری نزدیک‌تر و در پیشگاه خدا پسندیده‌تر است

۸- گزینه ۱

درس‌نامه
- تقویت عزت نفس، یکی از مهم‌ترین قدم‌ها در مسیر کمال است.
- در قرآن بیش از ۹۵ بار خداوند، به عزت توصیف شده است.
- عزت در احادیث از ارکان فضایل اخلاقی است:

اگر عزت در وجود ما شکل بگیرد (علت): مانع بسیاری از زشتی‌ها خواهد شد (معلول).

- معنای عزت نفس: نفوذناپذیری و تسلیم‌نبودن

معنای عزت در خداوند: کسی نمی‌تواند او را مغلوب کند و در ارادهٔ او نفوذ نماید و او را تسلیم خود کند.

- اقسام عزت:

۱ عزت درونی: این‌که انسان در مقابل هوی و هوس خویش می‌ایستد، مقاومت می‌کند و تسلیم نمی‌شود و زیر بار عملی نمی‌رود که روحش را آزرده کند و او را تحقیر و کوچک سازد.

۲ عزت بیرونی: در برابر مستکبران و ظالمان ایستادگی می‌کند.

انسان عزیز کسی است که در برابر مستکبران و ظالمان و هم‌چنین در مقابل هوی و هوس خویش می‌ایستد، مقاومت می‌کند و تسلیم نمی‌شود. او زیر بار عملی که روحش را آزرده کند و او را حقیر و کوچک سازد، نمی‌رود.

البته کلید سنجش ۴ رو درست گرفته که اون معنا برای وقتیه که بگیم «خداوند عزیز است».

۹- گزینه ۲

درس‌نامه شناخت ارزش خود (**خودشناسی**) و نفروختن خویش به بهای اندک:

آیه «ما فرزندان آدم را کرامت بخشیدیم ... و بر بسیاری از مخلوقات برتری دادیم.» (اسراء، ۷۰)

پیام‌ها: ۱ خداوند با دادن نعمت‌های مادی و معنوی به انسان، او را گرامی داشته و به او عزت نفس و کرامت ذاتی بخشیده است.

۲ علتِ برتری انسان بر بیشتر مخلوقات (نه همه)، اختیاری‌بودن حفظ کرامت و منزلت است.

۳ خودشناسی و شناخت ارزش خود، سودمندترین دانش‌هاست.

خداوند جایگاه ما انسان‌ها را در خلقت بیان می‌کند و می‌فرماید: «ما فرزندان آدم را کرامت بخشیدیم ... و بر بسیاری از مخلوقات برتری دادیم».

۱۰- گزینه ۱

درس‌نامه خودِ عالی و خودِ دانی:
- پاسخ به سؤالِ «ریشهٔ تمایلات در وجود انسان چیست؟» راهگشای انسان در رسیدن به عزت و دوری از ذلت است.

۱ تمایلات عالی و برتر: مربوط به روح الهی و معنوی انسان

مثال: تمایل به دانایی، عدالت، شجاعت، حیا، ایثار و حُسن خلق که انسان با رسیدن به آن‌ها احساس موفقیت، کمال و لذت می‌کند.

۲ تمایلات دانی و فروتر: مربوط به بُعد حیوانی و دنیایی انسان

مثال: تمایل به ثروت، شهرت، غذاهای لذیذ، زیورآلات و رفاه مادی که انسان با دستیابی به آن‌ها احساس لذت و خوشحالی می‌کند.

انسان به طور طبیعی (فطری) به تمایلات دانی میل دارد؛ زیرا این‌ها لازمهٔ زندگی در دنیا هستند و بدون آن‌ها یا نمی‌توان زندگی کرد یا زندگی سخت و دشوار می‌شود.

- رابطهٔ تمایلات دانی و عالی:

۱ تمایلات دانی ذاتاً بد نیستند، اما در برابر تمایلات عالی بسیار ناچیز و پایین‌ترند و قابل مقایسه نیستند.

۲ تمایلات دانی زمانی بد می‌شوند که:
- انسان آن‌ها را اصل و اساس زندگی قرار دهد.
- فقط در فکر رسیدن به آن‌ها باشد.
- از تمایلات الهی خود غافل بماند.
- حدّ و مرز توجه به تمایلات دانی را خدا می‌داند که در احکام خود مشخص کرده تا در عین بهره‌مندی از آن‌ها، به رشد و کمال برسیم.
- هر انسانی در درون خود با دو دعوت روبه‌روست:

۱ دعوت عقل و وجدان (نفس لوّامه) که از ما می‌خواهد:
- در حدّ نیاز به تمایلات فروتر پاسخ دهیم.
- فرصتی فراهم کنیم تا تمایلات معنوی و الهی در وجود ما پرورش پیدا کند و آن زیبایی‌ها وجود ما را فرابگیرند.

۲ دعوت هوی و هوس (نفس اماره) از ما می‌خواهد:
- فقط به تمایلات بعد حیوانی سرگرم و مشغول باشیم.
- از تمایلات عالی و برتر غافل بمانیم.

دعوت عقل و وجدان یا همان نفس لوامه که از ما می‌خواهد در حدّ نیاز به تمایلات فروتر پاسخ دهیم و فرصتی فراهم کنیم که تمایلات معنوی و الهی در ما پرورش پیدا کند و آن زیبایی‌ها وجودمان را فرابگیرند.

۱۱- گزینه ۳

درس‌نامه آیه: ﴿وَ مِن آیاتِهِ اَن خَلَقَ لَکُم مِن اَنفُسِکُم اَزواجاً لِتَسکُنوا اِلَیها وَ جَعَلَ بَینَکُم مَوَدَّةً وَ رَحمَةً اِنَّ فی ذلِکَ لَآیاتٍ لِقَومٍ یَتَفَکَّرونَ﴾ (روم، ۲۱)

ترجمه: و از نشانه‌های خدا آن است که همسرانی از [نوع] خودتان برای شما آفرید تا با آن‌ها آرامش یابید و میان شما دوستی و رحمت قرار داد؛ همانا که در این مورد نشانه‌هایی است برای کسانی که تفکر می‌کنند.

پیام‌ها: ۱ نیاز به انس و آرامش با همسر و رشد اخلاقی و معنوی، از اهداف ازدواج است.

۲ فلسفهٔ آفرینش همسر هم‌نوع، آرامش‌یابی با آن است.

۳ یکسانی منزلت و مفهوم زوجیت زن و مرد برداشت می‌گردد.

۴ هدف خداوند حکیم از بیان نشانه‌هایش، تفکر در آن‌هاست.

۵ جهت ایجاد آرامش، مودّت و رحمت میان زوجین لازم است.

هر یک از زن و مرد، علاوه بر نیاز جنسی، نیازمند به زندگی با دیگری هستند و این نیاز نیز پس از بلوغ آشکار می‌شود. این نیاز به گونه‌ای است که اگر فردی از راه‌های نامشروع نیاز جنسی خود را برطرف کند، اما بدون همسر زندگی کند، باز هم یک بی‌قراری و ناآرامی او را آزار می‌دهد که فقط با بودن در کنار همسر برطرف می‌شود. برخی از ازدواج‌های ناموفق هم، ریشه در همین موضوع دارند که زن یا مرد به این نیاز همسر خود توجهی ندارد و رفتاری آرامش‌بخش از خود نشان نمی‌دهد. تجربه‌های روان‌شناختی گویای آن است که توانایی زن نسبت به مرد در ایجاد آرامش بیشتر است و مبدأ آرامش در خانواده، اوست.

۱۲- گزینه ۴

مهم‌ترین عامل پایداری خانواده، درک درست از زوجیت و مکمل هم بودن زن و مرد و عمل به این درک است. اگر همسران از این موضوع غافل باشند، به سرعت در محیط خانه از هم بیگانه می‌شوند و با پیش‌آمدن کوچک‌ترین تنش از هم جدا می‌شوند. اما اگر درک متقابل از نیازهای متفاوت یکدیگر داشته باشند، با آرامش در کنار یکدیگر زندگی می‌کنند و به تعبیر قرآن کریم، لباس یکدیگر می‌شوند و کاستی‌ها و نقص‌های یکدیگر را می‌پوشانند.

۱۳- گزینه ۲

درس‌نامه
- مهم‌ترین معیار برای ازدواج: **باایمان‌بودن** است.
- هر قدر ایمان قوی‌تر باشد، شایستگی او برای همسری بیشتر خواهد بود (رابطهٔ مستقیم).
- سایر معیارها برای انتخاب عبارت‌اند از: اصالت خانوادگی، عاقل‌بودن و فهیم‌بودن، اخلاق خوب و خوش‌رویی، کسب و کار حلال و ... .

◇ باید دربارهٔ ازدواج با والدین **مشورت** کرد؛ **زیرا:**
◇ علاقه و محبت به فرزندانشان (علت) باعث می‌شود مصلحت و خوش‌بختی او را در نظر بگیرند (معلول).
◇ تجربه و پختگی والدین (علت) باعث می‌شود خصوصیات افراد را بهتر دریابند (معلول ۱) و عاقبت ازدواج را پیش‌بینی کنند (معلول ۲).
◇ والدین نباید نظرشان را تحمیل کنند و فرزندانشان را به ازدواج ناخواسته بکشانند.
◇ محیط خانواده باید محیط همدلی، اعتماد به بزرگ‌ترها، شنیدن نظرات یکدیگر و محبت و خیرخواهی باشد.
◇ در چنین شرایطی: بهترین تصمیم‌ها گرفته می‌شود و کم‌تر به حسرت و پشیمانی منجر می‌شود.

از نظر قرآن کریم، مهم‌ترین معیار همسر شایسته، باایمان‌بودن اوست. هر قدر ایمان یک فرد قوی‌تر باشد، شایستگی او برای همسری بیشتر است.

۱۴- گزینه ۱

آن‌چه مشکل بزرگ جامعهٔ ماست: جداشدن «اقرا» از «بسم ربک» / جدایی «یعلمهم» از «یزکیهم» و جداشدن مادیات از معنویات، جداشدن دنیا از آخرت و در یک کلام، جدایی دین از علم است. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۱ ـ صفحهٔ ۲۵)

نکته هنر معلمی فقط به آموزش خواندن و نوشتن یا آموزش مسائل پیچیده و فرمول‌های سخت نیست، بلکه هنر معلم در آموزش مسائل علمی با نگاه توحیدی و تربیتی است. ثمرهٔ چنین آموزش و تعلیمی، شکوفایی علم، حلم، حیات قلب، استقامت، معرفت و انسانیت در متعلّمین خواهد بود.
آری! معلم ربانی، هادی و ناجی است و ارزش کار او به حیات دل‌ها و نجات انسان‌هاست.

۱۵- گزینه ۴

تکلّف این است که انسان کاری را با مشقت و تصنع انجام دهد؛ در زندگی، کار، پوشش، گفتار و رفتار به خود سخت بگیرد، مقید به پوشش خاص، مدرسهٔ خاص، شاگردان ویژه و ... باشد و در یک کلام برای خود شأنیتی ویژه قائل شود.
تکلف یعنی سختگیری بی‌مورد مناسباتی که مخالف خاکی‌بودن است.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۳۴)

۱۶- گزینه ۲

یکی از ویژگی‌های معلم این است که سابقهٔ نیک داشته باشد. اگر معلم به نیکی شناخته شده باشد کم‌تر او را انکار می‌کنند و آیهٔ ﴿أَمْ لَمْ یعرفوا رسولهم فهم لَهُ مُنْكِرُونَ﴾ یا این‌که پیامبرشان را نشناختند [و از سوابق او آگاه نیستند]، پس برای همین او را انکار می‌کنند.» بیانگر این مهم است که می‌فرماید رسول را می‌شناختند به همین دلیل او را انکار نمی‌کنند.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۵۶)

۱۷- گزینه ۳

درس‌نامه موارد دیگر قرآنی
◇ خطاب به حضرت لوط ﷺ : ﴿إِلَّا امْرَأَتَهُ كَانَتْ مِنَ الْغَابِرِينَ ...﴾ جز همسرش را که از بازماندگان [در عذاب] بود.
◇ خطاب به عموی پیامبر ﷺ : ﴿تَبَّتْ يَدَا أَبِي لَهَبٍ وَ تَبَّ﴾ بریده باد دو دست ابولهب و نابود باد.

در آیهٔ شریفهٔ ﴿إِنَّهُ لَيْسَ مِنْ اهلک﴾ «پسر تو به خاطر اعمال غیرصالحش از تو نیست» خداوند خطاب به رسول خود (منظور نوح ﷺ) می‌گوید که نوادهٔ او از اهل رسول نیست و این‌که رابطهٔ فرزندی دخل و تصرفی در ضوابط/ یا تقدم روابط بر ضوابط صورت نگرفته است.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۶۸)

۱۸- گزینه ۱

نکته موارد دیگری که به این امر اشاره دارد:
◇ آیهٔ شریفهٔ: ﴿لَا عِلْمَ لَنَا إِلَّا مَا عَلَّمْتَنَا﴾ «ما چیزی جز آن‌چه تو به ما آموخته‌ای نمی‌دانیم.»
◇ پیامبر (ص): در این‌باره به من وحی نشده است، صبر کنید تا حکم خدا ابلاغ شود.
◇ درخواست حضرت موسی ﷺ : آیهٔ شریفهٔ: ﴿وَ اجْعَلْ لِّي وَزِيرًا مِّنْ أَهْلِي هرون أَخِي اشْدُدْ بِهِ أَزْرِي وَ أَشْرِكْهُ فِي أَمْرِي﴾ و از خاندانم [یاور و] وزیری برایم قرار بده. برادرم هارون را و این‌گونه پشت مرا با او استوار ساز.

این‌که پیامبر ﷺ موظف بود اگر چیزی نمی‌داند به آن اذعان کند (بگو من نمی‌دانم آیا آن‌چه وعده داده می‌شوید نزدیک است، یا پروردگارم برای تحقق آن مدتی طولانی قرار دهد.) ... یعنی این‌که انسان می‌بایست قدرت گفتن نمی‌دانم را در خود داشته باشد.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۸۰)

۱۹- گزینه ۴

با توجه به آیهٔ شریفهٔ: ﴿قُلْ إِنَّمَا أَعِظُكُم بِوَاحِدَةٍ أَن تَقُومُوا لِلَّهِ مَثْنَى وَ فُرَادَى﴾ بگو: من شما را فقط به یک حقیقت پند می‌دهم و آن این‌که دو نفر دو نفر و یک نفر یک نفر برای خدا به پا خیزید،» خداوند به قیام به صورت فردی و گروهی امر می‌کند. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۹۴)

۲۰- گزینه ۴

در آیهٔ شریفهٔ ﴿ادْفَعْ بِالَّتِي هِيَ أَحْسَنُ﴾ می‌خوانیم که به جای انتقام، بدی‌های مردم را با عمل خوبی از خود دفع کنید که این کار برکاتی دارد: از جمله این که کینه‌ها از بین رفته و بین آن‌ها دوستی گرمی پدید خواهد آمد. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۹۹)

هوش و استعداد معلمی

۲۱- گزینه ۲

استراتژی در این سؤالات که در آن یک متن داده می‌شود و ۲ یا چند سؤال از آن مطرح می‌شود، ابتدا سؤال‌هایی که از متن مطرح شده را مطالعه کنید، سپس متن را دقیق بخوانید و قسمت‌های مهم که مربوط به پاسخ هر سؤال است را در متن پیدا کرده و زیر آن خط بکشید و حتماً پس از خواندن کامل متن به سؤالات مطرح‌شده پاسخ بدهید.

در پاراگراف اول متن در مورد «سند تحول بنیادین» توضیحاتی آمده است، درستی یا نادرستی گزینه‌ها را براساس این پاراگراف بررسی می‌کنیم:

بررسی گزینه‌ها: ① نادرست؛ در هیچ جایی از این پاراگراف اشاره نشده که «سند تحول بنیادین» اولین سند ملی است؛ پس در مورد درست یا نادرستی آن نمی‌توان نظر داد.
② درست؛ با توجه به جملهٔ «... در سند تحول بنیادین (بند ۱۵، راهکار ۲) به تقویت علوم انسانی و پرهیز از غلبهٔ رویکرد فنی و تجربی در آموزش رسمی توجه شده است.» در متن، این گزینه صحیح است.
③ نادرست؛ در مورد محقق‌شدن اهداف سند تحول بنیادین در این پاراگراف هیچ توضیحی ارائه نشده است و در مورد درستی این گزینه نمی‌توان نظر داد.
④ نادرست؛ طبق متن بند ۱۵ سند تحول بنیادین به تقویت علوم انسانی و پرهیز از غلبهٔ رویکرد فنی و تجربی توجه داشته است؛ پس نمی‌توانیم بگوییم که بیشتر بندهای این سند معطوف به کاهش رویکردهای فنی و تجربی در آموزش دورهٔ متوسطه است و اطلاعات متن برای پاسخ و تعیین درستی این گزینه کافی نیست، چون دربارهٔ سایر بندهای این سند اطلاعی نداریم.

مشاوره سؤالات از متن بلند، از سؤالات متداول آزمون‌های هوش است. در این تیپ سؤال یک متن داده می‌شود و سپس دو یا سه سؤال از متن مطرح می‌شود که به سؤالات مطرح‌شده باید براساس اطلاعات متن جواب بدهید نه دانسته‌های قبلی خودتان.

۲۲- گزینه ۴

درس‌نامه در سؤالات استنباط از متن، خیلی وقت‌ها نتیجهٔ بخشی از متن در گزینه‌ها آمده است که به طور مستقیم از خود متن قابل برداشت نیست، بلکه باید اطلاعات مختلف متن را در کنار هم قرار بدهیم و از آن‌ها نتیجه‌ای منطقی را استنباط کنیم. دقت کنید که برداشت شخصی یا اطلاعات قدیمی خود را در پاسخ به این سؤالات در نظر نگیرید.

با توجه به پاراگراف دوم متن، گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:
① نادرست؛ در پاراگراف دوم متن در مورد «برنامهٔ درسی پنهان» برای هدایت دانش‌آموزان به انتخاب رشتهٔ علوم انسانی توضیح داده است، اما این‌که اگر دانش‌آموزان را به حال خود واگذاریم، همه تصمیم خواهند گرفت دکتر یا مهندس شوند، مطلبی نیامده است؛ پس این گزینه از متن برداشت نمی‌شود.

۲) نادرست؛ در پاراگراف دوم متن، بیان شده است که «برنامهٔ درسی پنهان، بر ارزش‌ها، ادراکات و رفتارهای دانش‌آموزان تأثیر می‌گذارد» و از این طریق دانش‌آموزان را به سمت انتخاب رشتهٔ مشخصی سوق می‌دهد، اما در متن گفته نشده است که تأثیر «برنامهٔ درسی پنهان» بر انتخاب رشته، بیشتر از علایق و خواسته‌های درونی دانش‌آموزان است؛ پس این گزینه از متن استنباط نمی‌شود.

۳) نادرست؛ در مورد نقش دانش‌آموزان در تعیین سرفصل‌ها و محتوای آموزشی «برنامهٔ درسی پنهان» مطلبی در متن نیامده است و نمی‌توان آن را از متن استنباط کرد.

۴) درست؛ طبق متن «مدرسه یکی از عوامل محیطی مؤثر بر انتخاب رشتهٔ دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه است ...» پس می‌توان گفت انتخاب رشته لزوماً یک تصمیم از پیش تعیین‌شده نیست و ممکن است تحت تأثیر عوامل محیطی (که یکی از آن‌ها مدرسه است) تغییر کند؛ بنابراین این گزینه از متن برداشت می‌شود و درست است.

مشاوره استنباط از متن «یکی از تیپ‌های مهم هوش کلامی است. در این سؤالات یک متن کوتاه یا بلند به شما داده می‌شود و باید از بین گزینه‌ها عبارتی را که می‌توان از متن استنباط کرد، انتخاب کنید. در حل این سؤالات دقت کنید که باید عبارتی را انتخاب کنید که با توجه به متن درست و منطقی باشد و واقعاً از اطلاعات متن بتوان آن را نتیجه گرفت و یک برداشت شخصی و سلیقه‌ای از متن نباشد.

۲۳- گزینه ۱

سعی می‌کنیم با توجه به متن در هر مورد به پرسش پاسخ بدهیم.

الف) نمی‌توان با توجه به متن پاسخ دقیقی به این پرسش داد. در متن در مورد مهم‌ترین دغدغهٔ ملی در زمینهٔ آموزش متوسطه صحبت نشده است، بلکه در مورد یکی از مهم‌ترین دغدغه‌ها در این زمینه صحبت شده که شناسایی، ترغیب و هدایت نخبگان به سمت رشتهٔ علوم انسانی است.

ب) به این پرسش این‌طور می‌توان پاسخ داد: «برنامهٔ درسی پنهان» به تدریس ضمنی و غیررسمی نظام ارزش‌ها و هنجارها و جنبه‌های غیرآکادمیک مدارس اطلاق می‌شود که متأثر از کل نظام تربیت است. این برنامه از این جهت حائز اهمیت است که فراتر از برنامهٔ درسی و با تأثیرگذاری روی ارزش‌ها، ادراکات و رفتارهای دانش‌آموزان، آن‌ها را سمت انتخاب رشتهٔ انسانی هدایت می‌کند.

ج) این پرسش در متن این طور پاسخ داده شده است: «این برنامه شامل جنبه‌هایی از آموزش است که فراتر از برنامهٔ درسی قصد شده است و ...» پس با توجه به متن، می‌توان به این پرسش، پاسخ حتمی «خیر» داد.

بنابراین با توجه به متن می‌توان به پرسش‌های (ب) و (ج) پاسخ داد.

۲۴- گزینه ۳

استراتژی هر کدام از گزینه‌ها را در جای خالی قرار دهید و متن را بخوانید. گزینه‌ای که هم جملهٔ ناقص و هم مفهوم کلی متن را کامل می‌کند، جواب سؤال است.

درس‌نامه به طور کلی در سؤالات تکمیل متن، دو تیپ سؤال داریم:

حالت اول: متن داده شده کامل و معنادار است و ادامهٔ متن یا پُرکردن جای خالی فقط اطلاعاتی را به آن اضافه می‌کند.

حالت دوم: متن داده شده ناقص و ناتمام است و پُرکردن جای خالی علاوه بر اطلاعات بیشتر جملهٔ ناقص متن را هم تکمیل می‌کند.

برای حل این تیپ سؤالات ضمن توجه‌داشتن به مفهوم کلی متن با بررسی گزینه‌ها می‌توان به راحتی به جواب رسید.

در آخر متن آمده که «کارآفرینان ... از کسب و کار مراقبت می‌کنند. البته این کار چندان آسان نیست چراکه بسیاری از کسب و کارهای نوپا عمر کوتاهی دارند، به طوری که ... .»

پس متن باید با جمله‌ای کامل شود که در مورد کوتاهی عمر کسب و کارهای نوپا باشد یا مصداق‌هایی از این کوتاهی عمر باشند.

بررسی گزینه‌ها: ۱) نادرست؛ در صورتی که متن به جای «به طوری که» با «ولی» یا «اما» به پایان می‌رسید، می‌توانستیم این گزینه را انتخاب کنیم! در مورد این موضوع در متن صحبتی نشده و از آن چنین نتیجه‌ای را هم نمی‌توان گرفت.

۲) نادرست؛ در صورتی که متن به جای «به‌طوری که» با «و» به پایان می‌رسید، می‌توانستیم این گزینه را انتخاب کنیم! در مورد این موضوع در متن صحبتی نشده و از آن چنین نتیجه‌ای را هم نمی‌توان گرفت.

۳) درست؛ این جمله هم از لحاظ مفهوم و هم از لحاظ تکمیل جملهٔ پایانی می‌تواند برای کامل‌کردن متن منطقی و درست باشد.

۴) نادرست؛ در صورتی که متن به جای «به طوری که» با «و» به پایان می‌رسید، می‌توانستیم از لحاظ تکمیل جمله این گزینه را انتخاب کنیم، اما از لحاظ مفهومی این گزینه متن را به درستی تکمیل نمی‌کند.

چون به طور کلی در متن در این مورد مطلبی بیان نشده و البته این موضوع دلیلی بر کوتاهی عمر این کسب و کارها نمی‌تواند باشد.

مشاوره یکی از انواع سؤالات هوش، سؤالی است که در آن متن کوتاه یا عبارتی داده می‌شود و بعد از یکی دو جمله یا حتی گاهی در وسط جمله، متن قطع می‌شود و شما باید گزینهٔ مناسب را برای تکمیل متن انتخاب کنید.

۲۵- گزینه ۲

درس‌نامه در سؤالات نتیجهٔ متن باید دقت کنیم که نتیجهٔ متن باید یک عبارت درست و منطقی باشد که واقعاً از اطلاعات متن نتیجه گرفته می‌شود و نباید برداشت سلیقه‌ای از متن داشته باشیم. نتیجهٔ متن ممکن است مستقیم یا غیرمستقیم باشد. در سؤالات نتیجه‌گیری مستقیم، در متن به طور مشخص به عبارت یا موضوعی اشاره می‌شود و سؤال هم مستقیماً همان را می‌پرسد. اما گاهی نتیجهٔ متن به طور غیرمستقیم به دست می‌آید؛ یعنی نتیجه‌ای که در گزینه‌ها آمده به طور مستقیم از متن قابل برداشت نیست، بلکه باید اطلاعات مختلف متن را کنار هم قرار بدهیم و از آن‌ها نتیجهٔ منطقی بگیریم.

در متن مستقیماً اشاره شده است که هلمز به همراه دستیارش بیرون از شهر چادر زده و خوابیده بودند و از این‌که در میانهٔ شب، هلمز و دستیارش هنگام بیدارشدن آسمان شب را می‌بینند، می‌توان نتیجه گرفت که دیگر چادر بالای سر آن‌ها نیست و تنها دلیلی که هلمز به آن اشاره می‌کند این است که چادر دزدیده شده است؛ بنابراین از بین گزینه‌ها تنها گزینه‌ای که دقیقاً از متن نتیجه گرفته می‌شود، ۲) است.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) و ۴) می‌دانیم چادر دزدیده شده است، اما در مورد دزد و نحوهٔ دزدیدن چادر در متن توضیحی داده نشده است.

۳) در متن دستیار هلمز در مورد الهیات و نجوم مطالبی گفته است، اما نمی‌توان گفت که او از علم منطق یا نجوم مطلع یا بی‌اطلاع است.

مشاوره در سؤالات نتیجهٔ متن، یک متن داده می‌شود و باید با توجه به مطالب مختلفی که در متن آمده است، نتیجه‌گیری درست را مشخص کنید.

۲۶- گزینه ۴

استراتژی متن را به دقت بخوانید و با کنار هم قراردادن اطلاعات داده‌شده در متن بهترین پاسخ را برای سؤال مطرح‌شده پیدا کنید.

در دو سطر آخر متن، گفته شده که «به دلیل بهاندادن به شعر ستایشی در ایران، شاعران مدیحه‌سرا برای امرار معاش یا ثروت‌اندوزی راهی دیار هند شدند.» این یعنی در هند مانند رسم دربارهای قدیم ایران به این اشعار اهمیت داده می‌شده (و پول خوبی برای آن پرداخت می‌کردند.) و بازار شعر ستایشی و مدح در هند رواج داشت. پس ۴) درست است.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) این گزینه در مورد دلیل رواج شعر ستایشی قبل از دوران صفوی است و ربطی به کوچ شاعران مدیحه‌سرا ندارد.

۲) طبق متن به دلیل بی‌توجهی حکومت صفوی به اشعار مدحی و ستایشی شاعران ایرانی (و نه شاعران هندی!) به اشعار با مضامین پند و اندرز و ... روی آوردند و شاعران مدیحه‌سرا راهی هند شدند.

۳) دربارهٔ زبان اشعار مدحی سروده‌شده صحبتی در متن نشده است. طبق متن فقط می‌دانیم که شاعران مدیحه‌سرای ایران راهی هند شده‌اند. حالا سروده‌ها به زبان هندی بوده یا پارسی در متن به آن اشاره نشده است.

مشاوره یکی از انواع سؤالات متن، سؤال از متن کوتاه است. گاهی به طور مستقیم از اطلاعات متن سؤال می‌پرسند و گاهی باید از اطلاعات متن، مطلبی را نتیجه بگیرید.

۲۷- گزینه ۲

استراتژی چون در مورد دو بخشی که زیر آن‌ها خط کشیده شده، سؤال شده است، آن‌ها را به دقت بخوانید و سپس درستی گزینه‌ها و ارتباط بین دو جمله را با توجه به آن‌ها بررسی کنید.

گزینه‌ها را یکی‌یکی بررسی و تحلیل می‌کنیم:

بررسی گزینه‌ها: ۱) نادرست؛ اولاً اولی به مکان توریستی اشاره نمی‌کند، بلکه طبق متن سه مکان نام برده شده از جمله مکان‌های باستانی هستند و ثانیاً در دومی از اهمیت نقاشی و اشیای کشف‌شده از غارها در مطالعه و شناخت زندگی مردم گذشته صحبت شده که موجب علاقهٔ باستان‌شناسان است و نه عموم مردم!

۲) درست؛ توضیح داده‌شده در مورد جملهٔ اولی درست است و در جملهٔ دومی چون در مورد اهمیت اطلاعات به‌دست‌آمده از غارها صحبت شده، یعنی با ذکر مصداق، اهمیت اطلاعات به‌دست‌آمده از این آثار را بیان کرده است، پس توضیح این گزینه درست و منطقی است.

۳) نادرست؛ اولی نادرست است، چون به ۳ مکان باستانی اشاره شده است و نه ۳ اثر باستانی معروف. ضمناً در مورد دوم هم بر اهمیت اطلاعات به دست آمده از این آثار تأکید می‌کند که نادرست است. (چون در واقع مکان هستند نه اثر.)

۴) نادرست؛ اولی فقط سه مکان مورد علاقهٔ باستان‌شناسان را بیان کرده است، اما در مورد دلایل اهمیت باستان‌شناسی مطلبی بیان نشده است؛ پس توضیح این گزینه در مورد اول نادرست است. در جملهٔ دوم هم به دو اثر باستانی (نقاشی و اشیای کشف‌شده از غارها) اشاره شده است نه صرفاً یک اثر خاص، پس این جمله نادرست است.

تله ممکن است در ۳) حواستان به کلمهٔ آثار نباشد و این گزینه را درست در نظر بگیرید. اما در مورد سؤالات هوش کلامی باید حواستان به کلمات به کار برده شده در متن باشد.

۲۸- گزینه ۳

استراتژی پنج جایگاه در نظر بگیرید و با توجه به اطلاعات سؤال و شرط‌های گفته‌شده ترتیب اشعار شاعران را مشخص کنید.

گام شاعر قرن دهم، وحشی بافقی است؛ پس طبق صورت سؤال در مرحلهٔ پنجم شعری از او خوانده شده است.

گام طبق شرط اول، شعرایی که در قرن‌های متوالی زندگی می‌کنند، پشت سر هم انتخاب نمی‌شوند. پس نفر چهارم نمی‌تواند جامی (قرن ۹) باشد. از طرفی طبق شرط دوم، بیت‌های جامی و نظامی باید پشت سر هم باشند و چون حافظ و سعدی هم در قرن‌های متوالی هستند و نباید پشت سر هم باشند، پس جامی و نظامی در جایگاه‌های دوم و سوم و حافظ و سعدی قبل و بعد این دو شاعر قرار می‌گیرند.

حالت اول: ___ | جامی | نظامی | ___ | وحشی بافقی
۱ ۲ ۳ ۴ ۵

حالت دوم: ___ | نظامی | جامی | ___ | وحشی بافقی
۱ ۲ ۳ ۴ ۵

گام طبق شرط سوم، اولین و آخرین بیت از حافظ خوانده نمی‌شود؛ پس در دو حالت گام قبل، حافظ فقط می‌تواند در جایگاه چهارم قرار گیرد و چون جامی با او در قرن‌های متوالی هستند، جامی نمی‌تواند در جایگاه سوم باشد و فقط حالت اول گام ۲ می‌تواند رخ دهد. در این حالت سعدی هم در جایگاه ۱ قرار خواهد گرفت و ترتیب خواندن ابیات آن‌ها به صورت زیر می‌شود:

سعدی | جامی | نظامی | حافظ | وحشی‌بافقی
۱ ۲ ۳ ۴ ۵

بنابراین سومین بیت از نظامی خوانده می‌شود.

تله ممکن است حواستان به این نباشد که حافظ و سعدی چون در قرن‌های متوالی هستند، نباید پشت سر هم باشند و بنابراین برای جامی و نظامی جایگاه‌های زیادتری را در نظر بگیرید و با حالت‌های بیشتری روبه‌رو شوید. در این صورت پاسخ‌دادن به سؤال خیلی طولانی شود و یا حتی در نهایت به جواب نادرست برسید؛ پس در هر مرحله حتماً حواستان به تمام شرط‌های گفته‌شده باشد تا سریع‌تر و راحت‌تر به جواب برسید.

مشاوره یکی از انواع سؤالات هوش منطقی، موضوع چینش یا آرایش اشیا یا افراد است. در این تیپ از سؤالات در مورد چینش عناصر اطلاعاتی داده می‌شود که با استفاده از آن‌ها می‌توان ترتیب اشیا یا افراد را پیدا کرد.

۲۹- گزینه ۱

گام طبق فرض سؤال جایگاه اول مربوط به جامی است. از طرفی طبق شرط دوم، بیت جامی و نظامی باید پشت سر هم باشد؛ پس داریم:

جامی | نظامی | ___ | ___ | ___
۱ ۲ ۳ ۴ ۵

گام طبق شرط سوم، حافظ نمی‌تواند آخرین نفر باشد؛ بنابراین یکی از جایگاه‌های ۳ و ۴ متعلق به او است:

حالت اول: جامی | نظامی | حافظ | ___ | ___
۱ ۲ ۳ ۴ ۵

حالت دوم: جامی | نظامی | ___ | حافظ | ___
۱ ۲ ۳ ۴ ۵

گام چون سعدی و حافظ در قرن‌های متوالی هستند و نمی‌توانند کنار هم باشند؛ پس حالت دوم در گام قبل کلاً حذف می‌شود (چون در حالت دوم گام قبلی، سعدی (قرن ۷) در هر کدام از جایگاه‌های ۳ یا ۵ قرار بگیرد، کنار حافظ (قرن ۸) قرار می‌گیرد). در حالت اول هم چون سعدی نباید کنار حافظ باشد، پس در جایگاه ۵ است و وحشی بافقی در جای ۴ قرار خواهد گرفت:

جامی | نظامی | حافظ | وحشی بافقی | سعدی
۱ ۲ ۳ ۴ ۵

بنابراین بیت سوم از حافظ است.

۳۰- گزینه ۴

گام طبق شرط سوم، بیت حافظ اولین و آخرین بیت نیست. از طرفی حافظ و سعدی شاعران دو قرن متوالی هستند و پشت سر هم نیز نمی‌توانند باشند و طبق فرض سؤال، بیت حافظ بعد از بیت سعدی خوانده شده است؛ پس یکی از ۳ حالت زیر رخ می‌دهد:

حالت اول: سعدی | ___ | حافظ | ___ | ___
۱ ۲ ۳ ۴ ۵

حالت دوم: سعدی | ___ | ___ | حافظ | ___
۱ ۲ ۳ ۴ ۵

حالت سوم: ___ | سعدی | ___ | حافظ | ___
۱ ۲ ۳ ۴ ۵

گام طبق شرط دوم، جامی و نظامی باید پشت سر هم باشند؛ پس حالت سوم حذف می‌شود (چون دو جای خالی پشت سر هم نداریم) از طرفی نظامی کنار سعدی و جامی کنار حافظ نمی‌تواند باشد. پس حالت‌های زیر رخ می‌دهد:

حالت اول: سعدی | وحشی بافقی | حافظ | نظامی | جامی
۱ ۲ ۳ ۴ ۵

حالت دوم: سعدی | جامی | نظامی | حافظ | وحشی‌بافقی
۱ ۲ ۳ ۴ ۵

پس در هر حالت، سعدی نفر اول است.

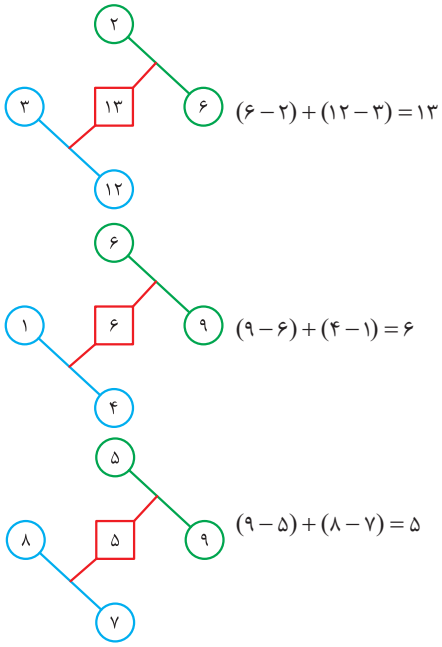
تیزبازی در گام ۲ با حذف حالت سوم، می‌دیدیم که در هر دو حالت اول و دوم، سعدی نفر اول است و نیازی به به دست آوردن جایگاه بقیه نبود و همان‌جا جواب را ۴) انتخاب می‌کردیم.

۳۱- گزینه ۲

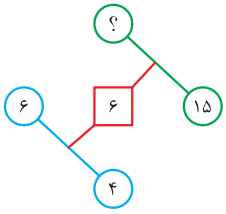
استراتژی روی اعدادی که دور عدد وسط و روی یک خط هستند عملیات‌های ریاضی را امتحان کنید تا به عدد وسطی برسید.

درس‌نامه در یکی از تیپ سؤالات ارتباط بین اعداد و اشکال، دو یا چند شکل یکسان داریم که اعداد داخل آن‌ها متفاوت هستند، اما رابطهٔ بین اعداد آن‌ها معمولاً یکسان است. رابطهٔ بین اعداد در این سؤالات می‌تواند خیلی متنوع باشد. اما بهتر است ابتدا چهار عمل اصلی (مجموع، تفریق، ضرب و تقسیم) و یا ترکیب چهار عمل اصلی ریاضی را روی اعداد بررسی کنید و سپس به سراغ روابطی مانند رابطهٔ بین ارقام بروید.

گام ۱ به شکل‌های زیر و روابطی که برای هر کدام نوشته شده است دقت کنید:



گام ۲ پس رابطهٔ بین اعداد این است که مجموع اختلاف اعداد دوشاخه برابر است با عدد وسط. بنابراین برای شکل آخر داریم:



$$(۱۵-؟)+\underbrace{(۶-۴)}_{۲}=۶ \Rightarrow ۱۵-؟=۴ \Rightarrow ؟=۱$$

مشاوره یکی از مهم‌ترین تیپ‌های سؤالات هوش ریاضی ارتباط بین اعداد و اشکال است که انواع مختلفی دارد و گاهی اوقات سؤالات این تیپ دشوار و خلاقیتی است. برای تسلط به این تیپ از سؤالات باید سؤالات زیادی را تمرین کنید.

۳۲- گزینه ۱

استراتژی چون حداکثر تعداد دانش‌آموزان را خواسته، سعی کنید بیشترین کلاس‌های ممکن را ۲۸نفره در نظر بگیرید.

طبق داده‌های سؤال در یک مدرسه، تعداد دانش‌آموزان هر کلاس ۲۵، ۲۸ و ۲۴ نفر است و ۹ کلاس دارد. از ما حداکثر تعداد دانش‌آموزان خواسته شده است؛ پس حالتی را در نظر می‌گیریم که بیشترین کلاس‌ها ۲۸ نفر باشند و آن حالتی است که تنها یک کلاس ۲۵ نفر و یک کلاس ۲۴ نفر و ۷ کلاس ۲۸ نفره باشند؛ بنابراین حداکثر دانش‌آموزان این مدرسه برابر می‌شود با: $۲۴+۲۵+۷\times ۲۸=۲۴۵$

مشاوره بعضی سؤالات را با کمی دقت و خواندن دقیق سؤال به راحتی می‌توان پاسخ داد.

۳۳- گزینه ۳

استراتژی کسری از کار را که هر نفر در یک روز انجام می‌دهد، نوشته و با توجه به توضیحات سؤال، معادلهٔ مربوط به آن را بنویسید و حل کنید.

درس‌نامه یکی از کاربردهای معادلات گویا در حل مسائل است. مسائلی که با معادلات گویا حل می‌شوند شامل چند دستهٔ معروف هستند: مسائل کار، شیر آب، محلول نمک و آب، سرعت دو جسم. برای نوشتن معادلهٔ این مسائل باید ابتدا نسبت کار در یک روز، میزان پرشدن استخر در یک ساعت، میزان غلظت محلول در یک لیتر، سرعت در یک ساعت را نوشته و سپس با توجه به تعداد افراد یا شیر آب یا ... معادلهٔ مورد نظر را بنویسیم و بعد با توجه به قواعد حل معادله‌های گویا با مخرج مشترک‌گیری آن را حل نماییم.

گام ۱ فرض کنیم لیلا آن کار را به تنهایی در x روز انجام می‌دهد؛ پس در یک روز $\frac{۱}{x}$ کار را تمام خواهد کرد. چون فاطمه در یک روز دو برابر لیلا کار می‌کند، پس در یک روز $\frac{۲}{x}$ از کار را انجام خواهد داد. چون با هم کار را در ۷ روز تمام می‌کنند، پس با هم در یک روز $\frac{۱}{۷}$ کار را می‌توانند انجام دهند.

گام ۲ معادلهٔ مرتبط با مسئله را با توجه به اطلاعات گام ۱ می‌نویسیم:

$$\frac{۱}{x}+\frac{۲}{x}=\frac{۱}{۷} \Rightarrow \frac{۳}{x}=\frac{۱}{۷} \Rightarrow x=۲۱$$

بنابراین لیلا به تنهایی در ۲۱ روز کار را می‌تواند تمام کند.

تله فرض کنیم لیلا کار را به تنهایی در x روز انجام می‌دهد و چون فاطمه در یک روز دو برابر لیلا کار می‌کند، بگوییم فاطمه این کار را به تنهایی در $۲x$ روز انجام می‌دهد. اما این اشتباه است. وقتی سرعت کار فاطمه ۲ برابر لیلا است، پس کار را سریع‌تر انجام می‌دهد و تعداد روزهای کاری او نصف می‌شود، نه دو برابر؛ یعنی کار را در $\frac{۱}{۲}x$ روز تمام می‌کند که در هر یک روز می‌شود $\frac{۲}{x}$ از کار.

مشاوره بعضی از سؤالات آزمون هوش علاوه بر خلاقیت نیاز به دانش ریاضی هم دارند. مهارت‌هایی مثل نوشتن معادله، حل معادله، کار با کسرها و ... را باید به خوبی بدانید.

۳۴- گزینه ۴

استراتژی سن امین را x و سن محمد را y فرض کنید سپس با توجه به نسبت‌های گفته‌شده در سؤال، تساوی‌های لازم را بنویسید و مقدارهای x و y را به دست آورید.

درس‌نامه در سؤالات مربوط به سن افراد، نکات زیر به درک بهتر سؤال، نوشتن معادله و حل سؤال کمک می‌کند:

۱) نسبت سن افراد در طول زمان تغییر می‌کند، اما اختلاف سن آن‌ها تغییر نمی‌کند. به عنوان مثال اگر پدری امسال ۲۰ ساله و دختر او ۱ ساله باشد، نسبت سن آن‌ها امسال $\frac{۲۰}{۱}=۲۰$ است اما ۱۰ سال دیگر پدر ۳۰ ساله و دختر او ۱۱ ساله می‌شود؛ پس نسبت سن آن‌ها $\frac{۳۰}{۱۱}\simeq ۲/۷$ خواهد بود! اما اختلاف سن آن‌ها همواره همان ۱۰ سال است.

۲) اگر سن شخصی الان x باشد، سن او n سال دیگر برابر است با $x+n$.

۳) اگر نسبت سن دو نفر x به y باشد، سن یکی xn و سن دیگری yn است یا این‌که می‌توان سن یکی از آن‌ها را به صورت $\frac{x}{y}$ سن دیگری نوشت.

گام ۱ فرض کنیم سن امین x و سن محمد y می‌باشد. طبق فرض سؤال داریم:

$$\frac{x}{y}=\frac{۳}{۴} \Rightarrow x=\frac{۳}{۴}y \quad (*)$$

چهار سال بعد این نسبت ۷ به ۹ می‌شود؛ پس می‌توان نوشت:

$$\frac{x+۴}{y+۴}=\frac{۷}{۹} \Rightarrow ۹x+۳۶=۷y+۲۸ \Rightarrow ۷y-۹x=۸$$

$$\xrightarrow{(*)} ۷y-۹(\frac{۳}{۴}y)=۸ \Rightarrow ۷y-\frac{۲۷}{۴}y=۸$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۴}y=۸ \Rightarrow y=۳۲ \Rightarrow x=\frac{۳}{۴}\times ۳۲=۲۴$$

بنابراین سن امین ۲۴ و سن محمد ۳۲ سال است.

گام ۲ میانگین سن آن‌ها را در ۴ سال قبل به دست می‌آوریم. ۴ سال قبل امین ۲۰ و محمد ۲۸ سال داشته است؛ پس میانگین سن آن‌ها برابر می‌شود با: $\frac{۲۰+۲۸}{۲}=\frac{۴۸}{۲}=۲۴$

مشاوره در سؤالات مربوط به سن معمولاً اطلاعاتی از سن دو یا چند نفر و رابطهٔ بین سن آن‌ها در گذشته، حال یا آینده داده می‌شود و باید با توجه به اطلاعات داده‌شده، سن افراد مورد نظر را پیدا کنیم. در این تیپ سؤالات قواعد نسبت و نوشتن معادله به حل سؤال کمک می‌کند.

۳۵- گزینه ۳

استراتژی ثروت این فرد را x در نظر بگیرید. به کمک توضیح (الف) و (ب) سهم امیر و رضا را پیدا کنید. دقت کنید که اگر ربع ثروت خود را سرمایه‌گذاری کند، $\frac{۳}{۴}$ از ثروتش باقی می‌ماند که می‌خواهد آن را به امیر و رضا بدهد. البته رسم شکل هم می‌تواند شما را سریع‌تر به جواب برساند.

روش مورد (الف) می‌گوید سهم امیر ثلث مابقی ثروت است. اگر ثروت فرد x باشد، مابقی ثروت او $\frac{۳}{۴}x$ است که ثلث آن می‌شود:

$$\frac{۳}{۴}x \times \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۴}x$$

بنابراین سهم امیر $\frac{۱}{۴}$ ثروت فرد می‌شود.

مورد (ب) می‌گوید سهم رضا نصف مابقی ثروت است. ابتدا مابقی ثروت فرد را به دست می‌آوریم:

$$\frac{۳}{۴}x - \frac{۱}{۴}x = \frac{۲}{۴}x = \frac{۱}{۲}x \quad \text{یا} \quad \frac{۱}{۴}x + \frac{۱}{۴}x = \frac{۲}{۴}x = \frac{۱}{۲}x$$

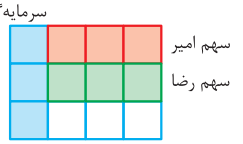
یعنی $\frac{۱}{۲}$ ثروت او باقی‌مانده است؛ پس نصف مابقی می‌شود:

$$\frac{۱}{۲}x \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۴}x$$

بنابراین سهم رضا هم $\frac{۱}{۴}$ ثروت فرد می‌شود.

در نتیجه مقادیر ستون (الف) و (ب) با هم برابرند و باید ③ را انتخاب کنیم.

روش با رسم شکل به راحتی می‌توان جواب را پیدا کرد. ابتدا ربع ثروت فرد را برای سرمایه‌گذاری رنگ‌کرده و کنار می‌گذاریم؛ سپس ثلث بقیه را برای امیر و نصف مابقی را برای رضا در نظر می‌گیریم که می‌بینیم هر دو برابر $\frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۱۲}$ از کل ثروت فرد می‌شود.



تله سهم رضا از مابقی مجموع سهم فرد و سهم امیر به او داده می‌شود. فقط نصف مابقی سهم (یعنی $\frac{۳}{۴}$) را برای او حساب نکنید. چون در صورت سؤال گفته ابتدا بخشی از مابقی را به امیر می‌دهد و سپس قدری را به رضا می‌دهد.

۳۶- گزینه ۴

استراتژی محل قرارگیری قطعه‌های رنگی در شکل صورت سؤال و شکل گزینه‌ها را بررسی کنید. در واقع کافی است از رد گزینه کمک بگیرید.

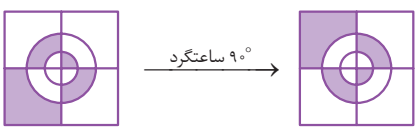
درس‌نامه برای پیداکردن دوران‌یافتهٔ یک شکل، باید به جهت و زاویهٔ دوران توجه کنیم. جهت دوران ممکن است ساعتگرد یا پادساعتگرد باشد. زاویهٔ دوران معمولاً یکی از زوایای زیر است.

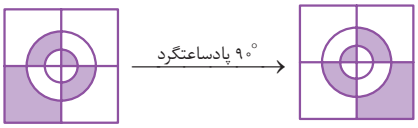
زاویه	۴۵°	۹۰°	۱۸۰°	۲۷۰°	۳۶۰°
ساعتگرد					
پادساعتگرد					

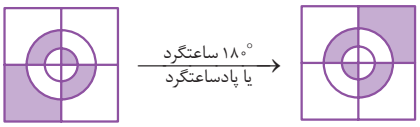
دقت کنید که دوران ۹۰° ساعتگرد با ۲۷۰° پادساعتگرد یکسان است و دوران ۹۰° پادساعتگرد با دوران ۲۷۰° ساعتگرد یکسان می‌باشد. دوران ۱۸۰° در هر دو جهت یکسان است.

نکتهٔ مهم در دوران این است که در دوران یک شکل، همهٔ اجزای شکل با هم و به یک‌اندازه و در یک جهت و نسبت به یک نقطه دوران پیدا می‌کنند.

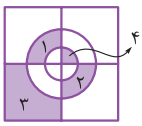
روش چون در گزینه‌ها مربع کج نداریم، فقط شکل را ۹۰° ساعتگرد، ۹۰° پادساعتگرد و ۱۸۰° دوران می‌دهیم (نیازی به دوران ۴۵° نداریم.) تا ببینیم کدام‌یک در گزینه‌ها وجود دارد:

در هیچ گزینه‌ای نیست. ⇒ 

در هیچ گزینه‌ای نیست. ⇒ 

④ درست است. ⇒ 

روش برای این‌که دوران‌یافتهٔ شکل را پیدا کنیم، کافی است که به نکتهٔ آخر درس‌نامه دقت کنیم و به کمک بررسی گزینه‌ها به جواب برسیم.



بررسی گزینه‌ها: ① این شکل نمی‌تواند دوران‌یافتهٔ شکل سؤال باشد. چون در شکل سؤال قطعه‌های رنگی (۱) و (۲) مقابل هم قرار گرفته‌اند. اما در این شکل، جای این دو قطعه نسبت به هم تغییر کرده است!

② این شکل هم نادرست است. چون قطعه‌های رنگی (۳) و (۴) در صورت سؤال در دو مربع مجزای مقابل هم قرار گرفته‌اند. اما در شکل این گزینه این دو قطعه در یک مربع قرار گرفته‌اند.

③ این شکل هم مانند شکل ① نمی‌تواند جواب سؤال باشد، چون محل قرارگیری قطعه‌های رنگی (۱) و (۲) در این گزینه، نسبت به هم تغییر کرده است.

④ این گزینه درست است و اگر دقت کنید با دوران ۱۸۰° (ساعتگرد و پادساعتگرد) شکل صورت سؤال به این گزینه می‌رسیم:



مشاوره بحث دوران در سؤالات هوش تصویری کاربرد زیادی دارد. گاهی به صورت مستقیم از آن سؤال مطرح می‌شود، گاهی در قالب الگوهای تصویری و ...

۳۷- گزینه ۲

استراتژی بین قسمتی از شکل که تکرار شده، یک قانون و الگو پیدا کنید. می‌توانید شکل بعدی الگو را دقیقاً بکشید یا از رد گزینه استفاده کنید.

درس‌نامه در سؤالاتی که تصویری به شما داده می‌شود و ادامهٔ آن از شما خواسته می‌شود، باید یک الگو یا قاعده در آن پیدا کنید و براساس آن به جواب برسید. این الگو را با توجه به ابعاد شکل‌ها، رنگ آن‌ها، جابه‌جایی قطعات و مواردی از این قبیل نتیجه بگیرید.



گام در شکل داده‌شده قسمت سه بار تکرار شده است و تغییری در ابعاد مستطیل‌ها وجود ندارد؛ پس باید در رنگ آن‌ها به دنبال الگو باشیم.

گام مستطیل بلندتر (اولی از سمت چپ)، یکی‌درمیان سیاه و سفید است؛ بنابراین در چهارمی باید سفید باشد، همین‌جا ④ حذف می‌شود.

گام مستطیل دوم از سمت چپ، در اولی نیمهٔ بالایی آن هاشور دارد. در دومی نیمهٔ بالایی خاکستری است. در سومی نیمهٔ پایینی هاشور خورده؛ پس در چهارمی باید نیمهٔ پایینی خاکستری باشد که در هر سه ①، ② و ③ همین‌طور است.

گام مستطیل سوم از چپ، یکی در میان سفید و خاکستری است؛ پس در چهارمی سفید است که باز در هر سه ①، ② و ③ همین‌طور است.

گام مستطیل چهارم از سمت چپ، در اولی نیمهٔ راست پایین خاکستری شده، در دومی نیمهٔ سمت راست بالا سیاه شده، در سومی نیمهٔ سمت چپ بالا خاکستری شده؛ پس در چهارمی باید نیمهٔ سمت چپ پایین سیاه شود که در ② این‌طور است و جواب درست همین گزینه می‌باشد.

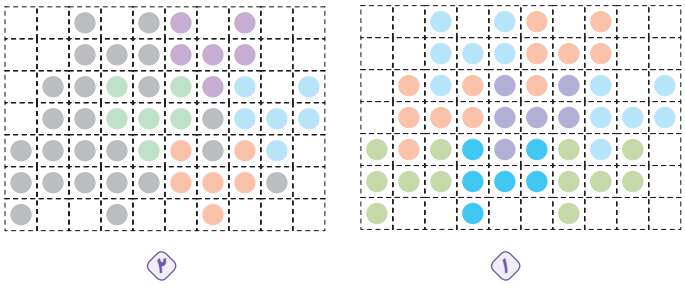
تیزبازی در هر چهار گزینه دو مستطیل وسط، یکسان هستند، پس نیازی به بررسی آن‌ها و پیداکردن الگوهای آن‌ها نیست. فقط مستطیل‌های اول و آخر را بررسی می‌کنیم و با توجه به الگوی آن‌ها خیلی سریع به جواب ② می‌رسیم.

مشاوره سؤالات الگوی تصویری معمولاً ساده هستند و با دقت در شکل به راحتی می‌توانید به آن‌ها پاسخ دهید.

۳۸- گزینه ۱

استراتژی از گوشه‌های شکل داده شده شروع می‌کنیم و سعی می‌کنیم الگوهای داده‌شده در گزینه‌ها را در شکل اصلی پیدا کنیم.

گام طبق روندی که در استراتژی توضیح داده شد، الگوی هر یک از گزینه‌ها را در نظر گرفته و سعی می‌کنیم در شکل داده‌شده از گوشه‌های شکل شروع کرده و الگوی مورد نظر را در آن پیدا کنیم. در مورد ۳ و ۴ خیلی سریع و واضح مشخص می‌شود که قسمت‌هایی از شکل اصلاً توسط الگوی داده شده پر نمی‌شود. اما الگوهای ۱ و ۲ نیاز به بررسی دقیق‌تری دارد و داریم:



۱

۲

همان‌طور که ملاحظه می‌شود فقط الگوی ۱ می‌تواند شکل داده‌شده را کامل بپوشاند. دقت کنید که برای الگوی ۲، مدل‌های دیگری غیر از آن‌چه که در بالا آمده است هم می‌توان در نظر گرفت. اما در هر صورت این الگو شکل داده‌شده را ایجاد نمی‌کند.

تله منظور از روی هم قرارگرفتن الگو، روی هم قرارگرفتن دایره‌ها است، وگرنه جاهای خالی هر مربع ۳×۳ می‌توانند با دایره‌های مربع ۳×۳ دیگری پر شوند.

مشاوره یک تیپ از سؤالات، تشخیص این است که شکل داده‌شده با تکرار چه الگویی ساخته شده است. اصطلاحاً به این سؤالات کاشی‌کاری می‌گویند. باید کاشی تکرارشونده را پیدا کنید و کار تمام است.

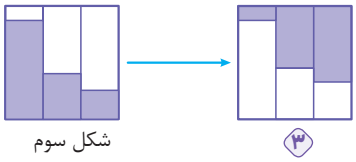
۳۹- گزینه ۳

استراتژی ابتدا ارتباط بین دو شکل اول را پیدا کنید. همان ارتباط بین شکل سوم و چهارم باید وجود داشته باشد.

درس‌نامه در سؤالات الگوهای شکلی باید ارتباطی منطقی بین شکل‌های پشت سر هم در الگو پیدا کنیم. گاهی اوقات (مخصوصاً وقتی الگو فقط ۴ شکل دارد) این ارتباط منطقی می‌تواند بین دو جفت شکل پشت سر هم برقرار باشد. برای پیداکردن این ارتباط منطقی، مواردی مانند دوران، قرینه‌شدن و انتقال اجزا، رنگ‌خوردن، هاشورخوردن، کاهش یا افزایش اجزا ... را بین شکل‌های پشت سر هم الگو بررسی نمایید.

گام با کمی دقت در دو شکل اول و دوم از سمت چپ می‌بینیم که در شکل دوم قسمت‌های سفید مستطیل‌های شکل اول رنگی شده است و قسمت‌های رنگی، سفید است. در واقع اگر این دو شکل را روی هم بیندازیم، کل مربع رنگی می‌شود.

گام اگر قسمت‌های سفید مستطیل‌های شکل سوم را رنگی کنیم و قسمت‌های رنگی را سفید بگذاریم، به شکل ۳ می‌رسیم.



شکل سوم

۳

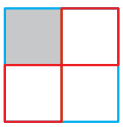
مشاوره یکی از تیپ سؤالات مهم هوش تصویری، الگوهای شکلی است که در آن‌ها یا بین همهٔ شکل‌هایی که پشت سر هم قرار گرفته‌اند ارتباط منطقی وجود دارد، یا این‌که شکل‌ها به صورت جفت جفت با هم ارتباط منطقی دارند و شما باید از بین گزینه‌ها، شکلی را انتخاب کنید که به درستی به جای شکل خواسته‌شده قرار می‌گیرند.

۴۰- گزینه ۱

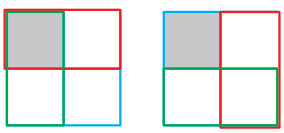
استراتژی مربع هم نوعی مستطیل است؛ پس تمام مربع‌ها و مستطیل‌هایی که یک ضلع آن‌ها شامل قسمت رنگی می‌شود را می‌شماریم.

درس‌نامه در سؤالاتی که تعداد مربع‌ها یا مستطیل‌ها خواسته می‌شود، باید از کوچک‌ترین قطعات شکل داده شده شروع کرده و شکل مورد نظر را روی آن پیدا کنیم و بشماریم. مثلاً مربع‌های ۱×۱، ۲×۲ و ... را پیدا کرده و بشماریم و بعد تعدادهای به دست آمده را با هم جمع کنیم.

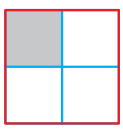
گام ابتدا مربع‌های یک‌قسمتی را می‌شماریم که حداقل یک ضلع آن‌ها به مربع مشکی چسبیده که تعداد آن‌ها ۲تا است:



گام مستطیل‌هایی که از دو قسمت (دوتا مربع) تشکیل شده‌اند و یک ضلع آن‌ها به ضلعی از مربع مشکی چسبیده است را می‌شماریم که تعداد آن‌ها ۴تا است:



گام خود مربع بزرگ هم باید شمارش شود.



گام با توجه به گام‌های ۱ تا ۳، در مجموع ۷ مستطیل (مربع یا مستطیل) داریم که حداقل از یک ضلع به مربع رنگی چسبیده‌اند.

تله اگر حواستان به این‌که مربع هم نوعی مستطیل است، نباشد، به جواب نادرست می‌رسید.

مشاوره شمارش تعداد مربع‌ها، مثلث‌ها یا ... جزء سؤالاتی است که امکان مطرح‌شدن آن‌ها وجود دارد و با یادگرفتن روش حل این مدل سؤالات می‌توانید به راحتی به آن‌ها پاسخ دهید.

تعلیم و تربیت اسلامی

۱- گزینه ۱

درس‌نامه «و هر که به عهدی که با خدا بسته وفادار بماند، به زودی پاداش عظیمی به او خواهد داد.» (فتح، ۱۰)

پیام‌ها:

- دومین اقدام لازم برای ثبات قدم در مسیر قرب الهی، عهدبستن با خدا و وفای به آن است.
- رضایت خداوند، پاداش عظیم الهی و رستگاری ابدی، معلول وفاداری ما به عهدمان با خداست؛ یعنی واجبات را انجام دهیم و حرام‌های الهی را ترک کنیم؛ زیرا خداوند راه رستگاری ما را با رضایت خود، قرین و همراه ساخته است.

آیات دیگر عهد در این درس:

- «کسانی که پیمان الهی و سوگندهای خود را به بهای ناچیزی می‌فروشند، آن‌ها بهره‌ای در آخرت نخواهند داشت و خداوند با آن‌ها سخن نمی‌گوید و به آنان در قیامت می‌نگرد و آن‌ها را (از گناه) پاک نمی‌سازد و عذاب دردناکی برای آن‌هاست.» (آل عمران، ۷۷)
- «به پیمانی که با من بسته‌اید، وفا کنید تا من نیز به پیمان شما وفا کنم.» (بقره، ۴۰)

مشاوره در این تیپ از سؤالات دینی حتماً باید عین عبارت قرآنی یا ترجمه رو تو ذهن بسپریم تا بتونیم در گزینه‌ها اونو تشخیص بدیم؛ در حقیقت فقط حفظ آیه می‌تونه توی این سؤال بهمون کمک کنه.

طبق آیهٔ شریفهٔ ۱۰ سورهٔ فتح، هر که به عهدی که با خدا بسته وفادار بماند، به زودی پاداش عظیمی به او داده خواهد شد.

۲- گزینه ۴

درس‌نامه پیام‌های حدیث:

- وظیفهٔ انسان‌ها در برابر اسوهٔ امام معصوم، تبعیت از او و کسب نور از علم اوست که موجب نزدیک‌ترشدن به راه و روش او می‌شود.
- اگرچه نمی‌توانیم عین ولیّ معصوم باشیم و در حد ایشان قناعت و کفایت بورزیم؛ اما باید در حد توان از وی پیروی کنیم.

مقصود از تبعیت و یاری امام، انجام این اعمال است: الف) پرهیزکاری (تقوا) ب) کوشش در راه خدا (جهاد) پ) عفاف (اعتدال) ت) درستکاری

- با توجه به کلام امام علی ﷺ که می‌فرماید: «آگاه باش که برای هر پیروی‌کننده‌ای، امام و پیشوایی است که باید از او تبعیت کند و از علم او کسب نور کند. هشیار باش، امام شما از دنیایش به دو لباس کهنه و از خوراکش به دو قرص نان کفایت کرده است، اما شما قطعاً توانایی این قناعت را ندارید؛ ولی با پرهیزکاری و کوشش [در راه خدا] و عفت و درستکاری مرا یاری کنید.»
- ما با پرهیزکاری و کوشش در راه خدا و عفت و درستکاری می‌توانیم ایشان را یاری کنیم.

۳- گزینه ۲

درس‌نامه

- دینداری با دوستی خدا آغاز می‌شود و برائت و بیزاری از دشمنان خدا را به دنبال می‌آورد.
- دینداری بر دو پایه استوار است: تولّی و تبرّی.
- اگر کسی بخواهد **قلبش را خانهٔ خدا** کند، باید شیطان و امور شیطانی را از آن بیرون کند.
- عبارت «لا اله الا اللّٰه»، پایه و اساس بنای اسلام است. تبرّی و تولّی.
- امام خمینی ﷺ براساس تبرّی و تولّی به مسلمانان جهان این‌گونه سفارش می‌کند: «باید مسلمانان، فضای سراسر عالم را از محبت و عشق نسبت به ذات حق (تولّی) و نفرت و بغض عملی نسبت به دشمنان خدا (تبرّی) لبریز کنند.»

پایه و اساس بنای اسلام جملهٔ «لا اله الا اللّٰه» است؛ این جمله مرکب از یک «نه» و یک «آری» است. «نه» به هر چه غیرخدایی است (تبرّی) و «آری» به خدای یگانه (تولّی).

پس دینداری بر دو پایه استوار است: تولّی (دوستی با خدا و دوستان او) و تبرّی (بیزاری از باطل و پیروان او).

۴- گزینه ۳

درس‌نامه پیام‌های حدیث:

- سرپیچی از خدا نشانهٔ عدم صداقت در دوستی با اوست.
- پیروی از دستورات خدا لازمهٔ محبت الهی است و این حدیث با آیهٔ ﴿قل ان کنتم تحبّون اللّٰه فاتّبعونی...﴾ و احادیث «خداوند، بندهٔ گناهکار توبه‌کننده را دوست دارد.»، «خداوند، انسان باحیایِ بردبار باعفّتی را که پاکدامنی می‌ورزد، دوست دارد.»، «خداوند، رسیدگی به دل‌سوختگان و درماندگان را دوست دارد.»، «خداوند، کسی که جوانی‌اش را در اطاعت او بگذراند، دوست دارد.» و «خداوند، زیبایی و آراستگی را دوست دارد.» مرتبط است.
- خداوند در خواسته‌هایش به **مصلحت** و نفع ما، توجه **خیرخواهانه** دارد.
- اگر احساس کنیم برخی خواسته‌های خدا سخت است، باید مطمئن باشیم که برای رستگاری ما ضروری است.

حدیث شریف امام صادق ﷺ که فرمودند: «ما أحب اللّٰه من عصاه»: «کسی که از فرمان خدا سرپیچی کند، او را دوست ندارد.» با **پیروی از خداوند** از آثار محبت به خدا در ارتباط است. نمی‌شود که انسان از صمیم دل، کسی را دوست داشته باشد اما از فرمانش سرپیچی کند. این سرپیچی نشانهٔ عدم صداقت در دوستی است.

۵- گزینه ۳

درس‌نامه احکام روزهٔ مسافر:

- اگر شخص روزه‌دار، **قبل از ظهر از وطن خود به سفر** برود، با رسیدن به حدّ ترخّص روزه‌اش را **افطار** می‌کند.
- اگر شخص روزه‌دار، **بعدازظهر از وطن خود به سفر برود**، باید روزهٔ خود را **ادامه** دهد و تمام کند.
- اگر شخص مسافر، **قبل از ظهر از سفر به وطن برگردد**:

الف) اگر در سفر روزه را **باطل کرده**: نمی‌تواند روزه بگیرد.

ب) اگر در سفر روزه را **باطل نکرده**: باید روزه را ادامه دهد.

- اگر شخص مسافر، **بعدازظهر از سفر به وطن برگردد، نمی‌تواند روزه بگیرد.**

اگر مسافری که صبح حرکت کرده، بعدازظهر به وطن یا به جایی که می‌خواهد ده روز بماند، برسد باید تا حد ترخص روزه‌اش را نگه دارد و بعد از آن می‌تواند افطار کند.

۶- گزینه ۴

درس‌نامه

- آراستگی ظاهری: نگاه به آینه، شانه‌زدن موها، مرتب‌کردن لباس، معطرنمودن خود
- آراستگی باطنی: آراستگی به زیبایی‌های اخلاقی مانند: ادب، سخاوت و...
- ثمرهٔ آراستگی: انسانِ آراسته را دیگران تحسین می‌کنند و از همنشینی و بودن با او لذّت می‌برند.
- پیشوایان به آراستگی ظاهری و باطنی توجه داشتند، آراستگی را از اخلاق مؤمنان می‌دانستند.

احادیث آراستگی:

حدیث پیامبر ﷺ: «خدای متعال دوست دارد وقتی بنده‌اش به سوی دوستان خود می‌رود، آماده و آراسته باشد.»

حدیث امام صادق ﷺ در جواب مدّعی زُهد که به لباس امام انتقاد کرد: «در آن زمان مردم در سختی بودند، اما امروز ما در وضعیت بهتری هستیم و عموم مردم توانایی پوشیدن چنین لباسی را دارند.»

معنای آراستگی همان «بهترکردن وضع ظاهری و باطنی و زیبانمودن این دو» است.

۷- گزینه ۱

درس‌نامه

پیام‌ها: ◇ دستور قرآن در مورد حجاب همهٔ زنان در جامعهٔ ایمانی، یکسان است و تفاوتی میان دختران و همسران پیامبر ﷺ با سایر زنان نیست و پیامبر هم باید امر به معروف (امر به حجاب) را از نزدیکان شروع کند.

◇ زنان مسلمان از ابتدا حجاب داشتند، اما با حدود آن آشنا نبودند؛ لذا قرآن دستور می‌دهد حجاب را به خود نزدیک‌تر کنند.

◇ دو فایده، علت و فلسفهٔ حجاب برای زنان عبارت‌اند از:

۱ به پاکی و عفاف شناخته‌شدن ۲ مورد آزار قرارنگرفتن

مصونیت از تعرض به زنان از جانب افراد بی‌بندوبار، نشأت‌گرفته از پیام آیهٔ شریفهٔ ﴿یا أَیُّهَا النَّبِیُّ قُل لِأَزواجِکَ وَ بَناتِکَ وَ نِساءِ المُؤمِنینَ یُدنینَ عَلَیهِنَّ مِن جَلابیبِهِنَّ **ذلِکَ أَدنی أَن یُعرَفنَ** فَلا یُؤذَینَ وَ کانَ اللّهُ غَفوراً رَحیماً﴾ (احزاب، ۵۹)

(ای پیامبر، به زنان و دخترانت و به زنان مؤمنان بگو پوشش‌های خود را به خود نزدیک‌تر کنند. این برای آن‌که به [عفاف] شناخته شوند و مورد آزار قرار نگیرند، بهتر است و خداوند همواره آمرزنده و مهربان است.)

در حقیقت این قسمت از آیه، فلسفه و چرایی حجاب را بیان می‌دارد که به پیروی از خداوند و دستورات او از آثار محبت به خدا نیز اشاره دارد.

۸- گزینه ۲

درس‌نامه ◇ **آیات و احادیث مرتبط:**

آیه: ﴿مَن کانَ یُریدُ العِزَّةَ فَلِلّهِ العِزَّه جَمیعاً﴾ (فاطر، ۱۰)

(هر کس عزت می‌خواهد بداند که هر چه عزت است، از آنِ خداست.)

◇ حدیث امام علی ﷺ در وصف انسان‌هایی که **عزت** خود را در **بندگی** خدا یافته‌اند:

«خالق جهان در نظر آنان عظیم است (علت)، در نتیجه، غیر خدا در چشم آنان کوچک است.» (معلول)

یکی از راه‌های تقویت عزت نفس، توجه به عظمت خداوند و تلاش برای بندگی خداست؛ خدایی که خالق تمام هستی است، سرچشمه و منبع همهٔ قدرت‌ها و عزّت‌هاست. او وجود شکست‌ناپذیری است که هیچ کس توانایی ایستادن در برابر قدرت او را ندارد؛ بنابراین هر کس به دنبال عزت است، باید خود را به این سرچشمه وصل کند.

۹- گزینه ۱

درس‌نامه ◇ **رابطهٔ تمایلات دانی و عالی:**

۱ تمایلات دانی ذاتاً بد نیستند؛ اما در برابر تمایلات عالی بسیار ناچیز و پایین‌ترند و قابل مقایسه نیستند.

۲ تمایلات دانی زمانی بد می‌شوند که:

◇ انسان آن‌ها را اصل و اساس زندگی قرار دهد،

◇ فقط در فکر رسیدن به آن‌ها باشد،

◇ از تمایلات الهی خود غافل بماند.

◇ حد و مرز توجه به تمایلات دانی را خدا می‌داند که در احکام خود مشخص کرده تا در عین بهره‌مندی از آن‌ها، به رشد و کمال برسیم.

◇ هر انسانی در درون خود، با دو دعوت روبه‌روست:

۱ دعوت عقل و وجدان (نفس لوّامه) که می‌خواهد:

◇ در حد نیاز به تمایلات فروتر پاسخ دهیم،

◇ فرصتی فراهم کنیم تا تمایلات الهی در وجود ما پرورش یابد و زیبایی‌ها، وجود ما را فرابگیرند.

۲ دعوت هوی و هوس یا همان نفس اماره

تمایلات عالی و برتر: مربوط به روح الهی و معنوی انسان است. مثال: تمایل به دانایی، عدالت، شجاعت، حیا، ایثار، حُسن خلق که انسان با رسیدن به آن‌ها احساس موفقیت، کمال و لذت می‌کند.

تمایلات دانی و فروتر: مربوط به بُعد حیوانی و دنیایی اوست. مثال: تمایل به ثروت، شهرت، غذاهای لذیذ، زیورآلات و رفاه مادی که انسان با دستیابی به آن‌ها، احساس لذت و خوشحالی می‌کند.

انسان به طور طبیعی (فطری) به تمایلات دانی میل دارد و علاقه نشان می‌دهد؛ زیرا این‌ها لازمهٔ زندگی در دنیا هستند و بدون آن‌ها یا نمی‌توان زندگی کرد یا زندگی سخت و مشکل می‌شود.

۱۰- گزینه ۳

درس‌نامه

◇ حدیث امام علی ﷺ «حُبُّ الشَّیءِ یُعمی وَ یُصِمُّ»: «علاقهٔ شدید به چیزی آدم را کور و کر می‌کند.»

پیام‌ها:

۱ علاقه و محبّت به یک شخص، چشم و گوش را می‌بندد و عقل را به حاشیه می‌راند.

۲ جهت موفّق‌شدن در انتخاب همسر، تسلّط کامل بر شور و احساس جوانی لازم است.

۳ شایسته است که با مشورت با والدین، انتخاب مناسب‌تری را رقم بزنیم.

برای یک انتخاب موفق لازم است ابتدا تسلّط کامل بر شور و احساس جوانی داشته باشیم؛ زیرا علاقه و محبت به یک شخص، چشم و گوش را می‌بندد و عقل را به حاشیه می‌راند.

هم‌چنین شایسته است با مشورت با پدر و مادر انتخاب مناسب‌تری را رقم بزنیم.

۱۱- گزینه ۲

درس‌نامه «اطلبوا العلم من المهد إلی اللحد»: «از گهواره تا گور علم بیاموزید»:

محدودیت زمانی

«لَو کانَ الْعِلْمُ مَنُوطاً بِالثُّرَیّا لَتَنَاوَلَهُ رِجَال مِن فَارِسَ»: «اگر علم در ثریا باشد، مردانی از فارس به آن می‌رسند»: **محدودیت مکانی**

«اطلبوا العلم ولو بالصین»: «دانش را بجویید، اگرچه در چین باشد»: **محدودیت جغرافیایی**

﴿فلو لا نفر من کل فرقه منهم طائفهٌ لیتفقهوا في الدین﴾: «چرا از هر گروهی از مردم، دسته‌ای کوچ نمی‌کنند تا در دین فقیه شوند»: **محدودیت مقداری**

«لَوْ یعْلَمُ النَّاسُ مَا فِي طَلَبِ الْعِلْمِ لَطَلَبُوهُ وَ لَوْ بِسَفْكِ الْمُهَجِ وَ خَوضِ اللُّجَجِ»: «اگر مردم ارزش علم را می‌دانستند به سراغ آن می‌رفتند، گرچه به قیمت جان خود و فرورفتن در امواج دریا باشد»: **محدودیت جانی**

﴿فَبَعَثَ اللّهُ غُرَابًا یَبْحَثُ فِي الْأَرْضِ لِیُرِیَهُ کَیْفَ یُوَارِی سَوْأَةَ أَخِیهِ﴾: «پس خداوند زاغی را فرستاد که زمین را می‌کاوید، تا به او نشان دهد که چگونه کشتهٔ برادرش را بپوشاند»:

محدودیت انسانی

پیامبر اسلام ﷺ بهای آزادی کسانی را که در جنگ اسیر می‌شدند، آموزش خواندن و نوشتن به ده نفر از مسلمانان قرار داد: **محدودیت مکتبی**

اسلام برای آموزش هیچ محدودیتی قائل نیست.

آیهٔ شریفه: ﴿فَبَعَثَ اللّهُ غُرَابًا یَبْحَثُ فِی الْأَرْضِ لِیُرِیَهُ کَیْفَ یُوَارِی سَوْأَةَ أَخِیهِ﴾: «پس خداوند زاغی را فرستاد که زمین را می‌کاوید، تا به او نشان دهد که چگونه کشتهٔ برادرش را بپوشاند (و دفن کند)» به **نبودن محدودیت انسانی** دلالت می‌کند. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۱ ـ صفحهٔ ۲۶)

۱۲- گزینه ۴

با توجه به آیهٔ شریفهٔ ﴿مَنْ عَمِلَ صالِحاً مِنْ ذَکَرٍ أَوْ أُنْثی وَ هوَ مُومن فَلَنُحْیِیَنَّهُ حَیاةً طیبةً﴾: «هر کس کار شایسته‌ای کند، چه مرد یا زن، در حالی که مؤمن باشد، به زندگی پاک و پسندیده زنده‌اش می‌داریم»؛ زنده‌شدن به حیات طیّبه شامل مومنان عامل به عمل صالح می‌شود. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۱ ـ صفحهٔ ۲۸)

۱۳- گزینه ۱

از اموری که عقل، دین و وجدان به آن سفارش کرده‌اند و رابطهٔ استاد و شاگرد را نیز عمیق می‌کند، رعایت «انصاف» است. انصاف در تدریس، انتقاد، تشویق، توبیخ و برخورد با شاگرد از رموز موفقیت است. رعایت انصاف موجب می‌شود که اثرپذیری در طرف مقابل بیشتر شود. اگر انسان بداند که استاد و مربی‌اش هیچ‌گونه تعصب نابه‌جا نسبت به خود یا طرف مقابل ندارد و فقط به دنبال حقیقت است، به جای آن‌که به فرد بنگرد، به استدلال او می‌نگرد تا احسن را انتخاب کند. این باور در انسان، ایجاد آرامش می‌کند.

قرآن می‌فرماید: ﴿إِنّا او إِیّاکم لعلی هدیً أو في ضلال مبین﴾: «ما و شما یا در مسیر هدایت هستیم یا انحراف» «پس بیایید با گفت‌وگو و منطق راه را پیدا کنیم.»

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۱۴- گزینه ۳

درس‌نامه در سیرهٔ پیامبر ﷺ می‌خوانیم که جلسات ایشان دایره‌وار بود؛ یعنی به گونه‌ای که در آن، بالا و پایین مجلس معنا نداشت. گاهی که یک نفر وارد می‌شد و پیامبر را نمی‌شناخت، به افراد نگاه می‌کرد و سپس می‌پرسید کدامیک از شما، پیامبر ﷺ هستید؟ این سؤال نشانگر آن است که پیامبر ﷺ، نه در محل نشستن، نه در لباسی که می‌پوشید و نه در چهره، هیچ نمادی که نشانهٔ امتیاز باشد نداشت و متواضعانه در جمع اصحاب می‌نشست.

آیهٔ شریفهٔ ﴿وَاخْفِضْ جَنَاحَكَ لِمَنِ اتَّبَعَكَ مِنَ الْمُؤْمِنِينَ﴾: «برای مؤمنانی که از تو پیروی کرده‌اند، بال خود را بگستر [و متواضع باش.]» به صفت تواضع پیامبر ﷺ اشاره می‌کند.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۵۵)

۱۵- گزینه ۴

در موفقیت هر کاری، از جمله تبلیغ و تدریس و تربیت، داشتن سابقهٔ نیک و محبوبیت نقش مهمی دارد. چه بسا کلامی از زبان یک فرد خوشنام مؤثر باشد، اما همان کلام از زبان فردی ناشناس، نتواند اثر بگذارد.

آیهٔ شریفهٔ ﴿قَدْ لَبِثْتُ فِيكُمْ عُمُرًا مِنْ قَبْلِهِ﴾: «زیرا من عمری پیش از این میان شما زیستم» (که دعوی رسالت نداشتم) به این خوشنامی اشاره دارد. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۵۶)

۱۶- گزینه ۲

درس‌نامه برخلاف این ویژگی، عده‌ای که تن به کار نمی‌دهند و زیر بار مسئولیت نمی‌روند و پیشرفت‌های کشور خود را نمی‌بینند، اما فقط زبان به مدح کشورهای غربی می‌گشایند و کشور پیشرفته‌ای را بدون کار و وجدان کاری انتظار می‌کشند، خیال‌گرا هستند.

معلمی که غیرت دینی و ملی دارد، حقایق را تبیین می‌کند؛ هم مشکلات را می‌گوید و هم امتیازات را برمی‌شمرد؛ نقدش نه برای تخریب، بلکه برای سازندگی است؛ فریب تبلیغات دروغین غرب را نمی‌خورد و به آن اوهام و خیالات دل نمی‌سپارد.

از وظایف هر مربی و استاد آن است که واقع‌گرا باشد و نسل نو را نیز واقع‌گرا تربیت کند؛ نه خیال‌گرا، نه غرب‌گرا، نه شرق‌گرا، نه درون‌گرا، نه برون‌گرا، نه فردگرا و نه جمع‌گرا.

در آیهٔ شریفهٔ ۱۲۳ سورهٔ نساء: ﴿لیس بامانیّکم و لا امانیّ اهل الکتاب من یعمل سوءا یجز به ...﴾: «[پاداش و عقاب] به آرزوهای شما و آرزوهای اهل کتاب نیست! هر که بدی کند، بدان کیفر داده می‌شود و جز خدا، برای خویش سرپرست و یاوری نیابد» به این ویژگی معلمی اشاره دارد. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۶۰)

۱۷- گزینه ۲

قرآن کریم از سویی خودش را حدیث یعنی (سخن جدید) و از سوی دیگر، خود را وصل به تاریخ کهن می‌خواند، بنابراین نه سنت‌گرایی اصل است، نه سنت‌شکنی؛ بلکه باید هر کار خیری را از نیاکان دنبال کرد و هر کار غلطی را اگرچه سنت نیاکان باشد، کنار گذاشت. باید علاوه بر بهره‌گیری از تجارب علمی گذشتگان، نوگرایی داشت که این موضوع بیانگر سنت‌پذیربودن و نوپذیربودن است. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۸- گزینه ۱

با توجه به آیهٔ شریفهٔ ﴿فَلَوْ لَا نَفَرَ مِنْ كُلِّ فِرْقَةٍ مِنْهُمْ طَائِفَةٌ لِيَتَفَقَّهُوا فِي الدِّينِ وَ لِيُنْذِرُوا قَوْمَهُمْ إِذَا رَجَعُوا إِلَيْهِمْ لَعَلَّهُمْ يَحْذَرُونَ﴾: «چرا از هر گروهی از ایشان دسته‌ای کوچ نمی‌کنند تا در دین فقیه شوند و هنگامی که به سوی قوم خویش بازگشتند، آنان را بیم دهند تا شاید آنان [از گناه و طغیان] حذر کنند.»

هجرت علاوه بر آموختن علم و دانش، برای بیان آموخته‌های خود به دیگران نیز لازم است.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۸۶)

۱۹- گزینه ۴

- یکی از بایدهای معلمی، دادن فرصت تحقیق به مخالف است.

با توجه به آیهٔ شریفهٔ ﴿وَ إِنْ أَحَدٌ مِنَ الْمُشْرِكِينَ اسْتَجَارَكَ ...﴾: «و اگر یکی از مشرکان [برای تحقیق] از تو امان و پناه خواست، پس به او پناه بده تا کلام خدا را بشنود، سپس او را به مکان امنش برسان؛ چراکه آنان گروهی ناآگاه‌اند و شاید با شنیدن آیات الهی، هدایت شوند» به افرادی که درصدد تحقیق‌اند، فرصت تحقیق و مطالعه بدهیم و آنان را طرد نکنیم.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۹۸)

۲۰- گزینه ۳

درس‌نامه

حکمت

- خیر کثیر
- معرفت و شناخت اسرار و آگاهی از حقایق و رسیدن به حق
- خداوند به بعضی از افراد پاک، باتقوا و پرتلاش عطا می‌کند.
- شناسایی وسوسه‌های شیطانی از الهامات الهی
- خداوند به هر کس بخواهد، می‌دهد.
- براساس روایات، حکمت همچون نوری است که در جان قرار می‌گیرد.
- آثار آن در گفتار و رفتار انسان پیدا می‌شود.
- بینش و بصیرتی است که اگر در فقیر باشد، او را در جامعه از ثروتمند محبوب‌تر می‌کند و اگر در صغیر باشد، او را بر بزرگسالان برتری می‌بخشد.
- معرفت و تفقّه در دین است. اطاعت از خدا، شناخت امام و پرهیز از گناهان کبیره است.
- حکمت هدیه‌ای کلیدی و مادر همهٔ خیرات است که هر که آن را داشته باشد، چیزهای زیادی خواهد داشت؛ داشتن دید و قدرت تشخیص است.

فرد حکیم:

- فرد حکیم در مسائل سطحی و زودگذر توقف ندارد.
- توجه او به عاقبت و نتیجهٔ امور است.
- نه نزاع بیهوده‌ای با بالادست خود دارد و نه زیردستان را تحقیر می‌کند.
- سخنی بدون علم و آگاهی نمی‌گوید و در گفتار و رفتارش تناقضی یافت نمی‌شود.
- نعمت‌های الهی را ضایع نمی‌کند و به سراغ بیهوده‌ها نمی‌رود.
- مردم را مثل خود دوست دارد؛ هر چه را برای خود بخواهد برای آنان می‌خواهد و هرگز با آنان حیله نمی‌کند.
- و سود و زیان را براساس مادیات نمی‌سنجد و از بُعد دیگری محاسبه می‌کند.

یکی از وظایف انبیا، آموزش کتاب و حکمت است. حکمت، همتای کتاب آسمانی است و به هر کس عطا شود، خیر کثیر را برای او به ارمغان خواهد آورد. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۱۰۴)

هوش و استعداد معلمی

۲۱- گزینه ۲

مشاوره سؤالات متن بلند از جمله سؤالاتی است که به احتمال زیاد در آزمون مطرح می‌شود. سؤال از متن بلند می‌تواند شامل سؤال از نتیجهٔ متن، عنوان متن، منظور از یک واژه، عبارت و ... باشد. برای پاسخگویی به این سؤالات، خواندن متن و درک سؤال و فهمیدن گزینه‌ها بسیار اهمیت دارند.

استراتژی ابتدا سؤال و سپس پاراگراف اول را بخوانید.

بررسی گزینه‌ها:

۱) در خط اول آمده که «گالیله به منظور تأیید قانون‌های فیزیکی، استفاده از آزمایش را پیشنهاد کرد.»؛ پس این گزینه در پاراگراف اول ذکر شده است.

۲) مطالب مطرح‌شده در پاراگراف اول مربوط به قرن هفدهم به بعد است و دربارهٔ پیش از آن صحبتی نشده؛ پس این گزینه جواب است.

۳) در خط دوم آمده که «از این زمان به بعد، انجام فعالیت‌های آزمایشگاهی یکی از ویژگی‌های متمایز علوم تجربی شد.»؛ پس این گزینه در پاراگراف اول ذکر شده است.

۴) در خط آخر پاراگراف آمده که «دانش‌آموزان از آزمایشگاه‌های ما با توانایی مشاهده و عمل‌کردن بیرون خواهند رفت.»؛ پس این گزینه هم در پاراگراف اول ذکر شده است.

۲۲- گزینه ۱

استراتژی ابتدا گزینه‌ها را با دقت بخوانید و بعد متن را بررسی کنید که کدام مورد در متن نیامده است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) طبق پاراگراف دوم «پس از سال ۱۹۶۰ و مطرح‌شدن نظریهٔ **پیاژه** در باب رشد مرحله‌ای، راهبردهای آموزشی ... برنامهٔ درسی معاصر مستلزم حضور فعال دانش‌آموزان شد.» پس اولاً در اثر فعالیت‌های پیاژه بوده و ثانیاً در اواخر قرن بیستم، پس این گزاره نادرست است.

۲) در پاراگراف دوم آمده که «پس از سال ۱۹۱۰ نهضت آموزشی به رهبری جان دیویی ... انجام فعالیت‌های آزمایشگاهی در آموزش علوم را پررنگ‌تر کرد.»؛ در نتیجه به‌کارگیری این مدل، برنامهٔ درسی معاصر مستلزم حضور فعال دانش‌آموزان شد.»؛ پس می‌توان گفت که این گزاره طبق متن، درست است.

۳) انتهای پاراگراف دوم آمده که «کار عملی در آزمایشگاه به دانش‌آموزان در درک بهتر مفاهیم علوم تجربی کمک می‌کند.»؛ پس این گزینه هم درست است.

۴) طبق توضیحات ۲)، این گزینه هم درست است.

۲۳- گزینه ۴

استراتژی سه پرسش داده‌شده را با دقت بخوانید و سپس ببینید در مورد کدام‌یک از آن‌ها در متن، مطالبی بیان شده که بتوانید به آن پرسش پاسخ دهید.

بررسی پرسش‌ها: **الف)** در متن داده‌شده از آزمایش خاصی نام برده نشده است و صرفاً بیان کلی در مورد آزمایش و مزایای آن است؛ پس با توجه به متن، به این پرسش نمی‌توان پاسخ داد.

ب) در مورد آشنایی پیاژه با آثار گریفین مطلبی در متن بیان نشده. فقط در پاراگراف اول نقل قولی از گریفین از زبان رزن آمده است؛ پس به این پرسش هم با توجه به این متن نمی‌توان پاسخ داد.

ج) در پاراگراف دوم آمده «زمانی که دانش‌آموزان در گردآوری واقعی داده‌ها و تجزیه و تحلیل پدیده‌های واقعی مشارکت می‌کنند، در آن‌ها حس علاقه و احترام به علم و فرایند علمی شکل می‌گیرد.»؛ پس به این پرسش می‌توان پاسخ داد.

در نتیجه فقط به پرسش «ج» با توجه به متن می‌توان پاسخ داد.

۲۴- گزینه ۳

مشاوره سؤالات متن کوتاه یکی از انواع سؤالاتی هستند که در آزمون‌ها ممکن است مطرح شوند. در این سؤالات، گاهی به طور مستقیم از اطلاعات متن سؤال می‌پرسند، گاهی باید از متن، یک نتیجه‌گیری شود و گاهی وسط یا انتهای متن، جای خالی قرار می‌دهند که باید متناسب با متن، گزینهٔ مناسب برای جای خالی را انتخاب کنید. گاهی هم فقط قسمت‌هایی از متن اهمیت دارند و در مورد آن‌ها سؤال مطرح می‌شود.

استراتژی متن را به دقت بخوانید و سپس هر گزینه را در جای خالی قرار دهید و ببینید با کدام‌یک از گزینه‌ها جمله کامل می‌شود و در ادامهٔ مطالب گفته‌شده است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) اگر ظرف‌های چرب را به خاکستر آغشته کنند، دیگر به راحتی کثیف و آلوده نخواهند شد، جملهٔ درستی نیست، چون طبق جملهٔ قبلی، از خاکستر به نوعی به عنوان صابون برای تمیزکردن ظرف‌ها استفاده می‌کردند نه ماده‌ای که باعث آلودگی نشود!

۲) آغشته‌کردن ظرف به خاکستر و قراردادن آن در آفتاب، باعث از بین رفتن آلودگی ظروف نمی‌شود، چون بالأخره باید آن خاکستر از ظرف پاک شود؛ پس این جمله کامل‌کنندهٔ خوبی نیست.

۳) چون از خاکستر به عنوان نوعی صابون استفاده می‌کردند، پس باعث می‌شده که ظرف‌ها آسان‌تر تمیز شوند؛ بنابراین این گزینه می‌تواند کامل‌کنندهٔ خوبی برای انتهای متن باشد.

۴) با استفاده از خاکستر به تنهایی نمی‌توان گفت که ظروف تمیز شده‌اند و ضرورتی به شست‌وشوی روزانه ندارند، چون صرفاً از آن به عنوان ماده‌ای برای تمیزشدن بهتر یاد شده است؛ پس کامل‌کنندهٔ مناسبی نیست.

۲۵- گزینه ۱

استراتژی با دقت متن را بخوانید و بعد ببینید کدام گزینه طبق آن مطالب، قابل نتیجه‌گیری است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) برای «سلامت» و «بهداشت» دو تعریف متفاوت در متن بیان شده؛ پس واضح است که این دو کلمه مترادف نیستند و در نتیجه می‌توان این گزینه را از متن استنباط کرد.

۲) طبق متن «تأمین سلامت مستلزم رعایت بهداشت است»؛ پس نمی‌توان گفت که تحقق سلامت پیش‌نیاز تحقق بهداشت است، بلکه به نوعی عکس این مطلب بیان شده است.

۳) در مورد برتری مفهوم بهداشت به سلامت مطلبی در متن نیامده و نمی‌توان اصلاً چنین چیزی را بیان کرد. به نوعی این دو مکمل یکدیگر هستند.

۴) در مورد این‌که تعریف سلامت و بهداشت در جوامع مختلف فرق دارد، اصلاً مطلبی در متن نیامده؛ بنابراین این گزینه هم قابل استنباط از متن داده‌شده نیست.

۲۶- گزینه ۳

استراتژی با فرض درست‌بودن هر گزینه ببینید که کدام‌یک ما را به نتیجهٔ نهایی انتهای متن نمی‌رساند.

بررسی گزینه‌ها: ۱) اگر این جمله درست فرض شود، چون ارزش بالای اقتصادی یک کانه را بیان می‌کند، پس می‌تواند دلیل خوبی برای بهره‌برداری آن باشد و فرایند استخراج را تقویت می‌کند.

۲) این گزینه هم شروع فرایند استخراج را تضعیف نمی‌کند، چون می‌گوید اگر برای بخش دولتی صرفه نداشته باشد، کار را به بخش خصوصی واگذار می‌کنند؛ یعنی آن را انجام می‌دهند، فقط نهادی که وارد عمل می‌شود، تغییر می‌کند.

۳) انگیزهٔ اقتصادی نمی‌تواند دلیل شروع بهره‌برداری از یک معدن باشد، چون این فرایند پرهزینه است و طبق متن اگر عنصر با حجم و غلظت کافی در مادهٔ معدنی وجود داشته باشد، بهره‌برداری را آغاز می‌کنند؛ پس انگیزهٔ اقتصادی نمی‌تواند موجب تقویت فرایند استخراج شود.

۴) این گزینه هم می‌تواند موجب تضعیف شروع فرایند استخراج شود، اما نسبت به ۳) دلیل ضعیف‌تری است.

۲۷- گزینه ۴

استراتژی دو عبارتی را که زیر آن‌ها خط کشیده شده، به دقت بخوانید و بعد ببینید کدام گزینه ارتباط آن‌ها را به بهترین نحو بیان کرده است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) می‌توان گفت بیانی که برای مورد اول آورده، درست است، ولی دومی از نتایج گسترش سلول‌های سرطانی در بدن بیماران نیست، بلکه از نتایج شیمی‌درمانی قوی است.

۲) اولی یک ادعا نیست، بلکه در علم پزشکی وجود دارد. دومی هم یکی از عوارض حتمی ابتلا به سرطان نیست، بلکه در بعضی افراد با شیمی‌درمانی قوی اتفاق می‌افتد.

۳) می‌توان گفت بیان اولی درست است، ولی دومی از عوارض روش‌های متداول فعلی برای تشخیص سرطان نیست، بلکه از عوارض روش‌های درمان سرطان است.

۴) می‌توان گفت اولی درست است و گزاره‌ای است که نویسنده به دلیل باور آن، بیانش کرده است. هم‌چنین دومی هم درست است، چون گفته مشکلی است که افراد مبتلا به سرطان ممکن است دچارش شوند و طبق بخش دوم هم در بعضی افراد تحت تأثیر شیمی‌درمانی قوی رخ می‌دهد.

۲۸- گزینه ۳

مشاوره یکی از مباحث مهم استدلال و منطق، موضوع آرایش نشستن یا چینش اشیا یا مرتب‌کردن داده‌ها است. با تمرین زیاد روش حل این سؤالات را یاد بگیرید.

استراتژی نمونهٔ ۴ را در جایگاه ۲ قرار دهید؛ پس نمونه‌های ۳ و ۵ در جایگاه‌های ۱ و ۳ نیستند.

درس‌نامه برای حل سؤالات چینش، مطابق صورت سؤال و تعداد افراد یا اشیا جایگاه‌های لازم را در نظر می‌گیریم. سپس از شرطی که جایگاه شیئی را مشخص کرده، شروع می‌کنیم و بعد با استفاده از بقیهٔ شرط‌ها به ترتیب جایگاه بقیهٔ اشیا را تعیین می‌کنیم.

گام ۱ ۵ جایگاه داریم. نمونهٔ ۴ را در جایگاه ۲ قرار می‌دهیم:

۱	۲	۳	۴	۵
	۴			

گام ۲ چون گفته شمارهٔ درج‌شده روی دو نمونهٔ مجاور، اعداد متوالی نیستند، پس نمونه‌های ۳ و ۵ نمی‌توانند در جایگاه‌های ۱ و ۳ قرار بگیرند؛ بنابراین در جایگاه‌های ۴ و ۵ باید باشند. از طرفی گفته شده شمارهٔ درج‌شده روی هیچ نمونه‌ای با شمارهٔ جایگاه آن برابر نیست؛ پس نمونه‌های ۳ و ۵ به ترتیب در جایگاه‌های ۵ و ۴ باید قرار بگیرند:

۱	۲	۳	۴	۵
	۴		۵	۳

گام ۳ نمونه‌های ۱ و ۲ می‌مانند که چون نمونهٔ ۱ نمی‌تواند در جایگاه ۱ باشد، در جایگاه ۳ قرار می‌گیرد و نمونهٔ ۲ در جایگاه ۱؛ در نتیجه ترتیب نمونه‌ها به این صورت می‌شود:

۱	۲	۳	۴	۵
۲	۴	۱	۵	۳

بنابراین در جایگاه آخر نمونهٔ ۳ قرار دارد. (نیازی به انجام گام ۳ نبود و در همان گام ۲ می‌توانستیم جواب را انتخاب کنیم.)

۲۹- گزینه ۲

استراتژی نمونهٔ ۵ را در جایگاه ۳ قرار دهید؛ پس نمونهٔ ۴ در جایگاه ۲ نیست.

گام نمونهٔ ۵ را در جایگاه وسط، یعنی ۳ قرار می‌دهیم: $\frac{\quad}{۱}\ \frac{\quad}{۲}\ \frac{۵}{۳}\ \frac{\quad}{۴}\ \frac{\quad}{۵}$

پس نمونهٔ ۴ در جایگاه‌های ۲ و ۴ قطعاً نیست، به دلیل نقض هر دو شرط گفته‌شده در صورت سؤال.

گام دو حالت در نظر می‌گیریم که نمونهٔ ۴ در جایگاه ۱ یا در جایگاه ۵ باشد:

حالت اول: $\frac{۴}{۱}\ \frac{\quad}{۲}\ \frac{۵}{۳}\ \frac{\quad}{۴}\ \frac{\quad}{۵}$ **حالت دوم:** $\frac{\quad}{۱}\ \frac{\quad}{۲}\ \frac{۵}{۳}\ \frac{\quad}{۴}\ \frac{۴}{۵}$

گام با توجه به این‌که نمونهٔ ۳ نمی‌تواند کنار ۴ باشد، پس حالت‌های زیر را داریم و با توجه به یکسان‌نبودن شمارهٔ نمونه‌ها با جایگاه‌ها، نمونه‌های ۱ و ۲ را هم در جایگاه‌های مورد قبول قرار می‌دهیم:

حالت اول: $\frac{۴}{۱}\ \frac{۱}{۲}\ \frac{۵}{۳}\ \frac{۳}{۴}\ \frac{۲}{۵}$ ✗

(چون دو نمونهٔ ۲ و ۳ با اعداد متوالی کنار هم قرار می‌گیرند.)

حالت دوم: $\frac{۴}{۱}\ \frac{۱}{۲}\ \frac{۵}{۳}\ \frac{۲}{۴}\ \frac{۳}{۵}$ ✗ (چون دو نمونهٔ ۲ و ۳ کنار هم قرار می‌گیرند.)

حالت سوم: $\frac{۳}{۱}\ \frac{۱}{۲}\ \frac{۵}{۳}\ \frac{۲}{۴}\ \frac{۴}{۵}$ ✓ (همهٔ شرایط برقرار است.)

حالت چهارم: $\frac{۲}{۱}\ \frac{۳}{۲}\ \frac{۵}{۳}\ \frac{۱}{۴}\ \frac{۴}{۵}$ ✗ (چون دو نمونهٔ ۲ و ۳ کنار هم قرار می‌گیرند.)

بنابراین فقط حالت سوم قابل قبول می‌شود و نمونهٔ ۳ در جایگاه نخست قرار می‌گیرد.

۳۰- گزینه ۴

استراتژی نمونه‌های زوج ۲ و ۴ را در دو جایگاه مجاور هم با شرط یکسان‌نبودن شمارهٔ نمونه با جایگاه قرار دهید.

گام نمونه‌های زوج ۲ و ۴ هستند که می‌خواهیم کنار هم باشند. از طرفی نمونهٔ ۲ در جایگاه ۲ و نمونهٔ ۴ در جایگاه ۴ نمی‌تواند باشد که همین مورد، حالت‌های زیادی را حذف می‌کند.

حالت اول: $\frac{۲}{۱}\ \frac{۴}{۲}\ \frac{\quad}{۳}\ \frac{\quad}{۴}\ \frac{\quad}{۵}$

حالت دوم: $\frac{\quad}{۱}\ \frac{۴}{۲}\ \frac{۲}{۳}\ \frac{\quad}{۴}\ \frac{\quad}{۵}$

حالت سوم: $\frac{\quad}{۱}\ \frac{\quad}{۲}\ \frac{۴}{۳}\ \frac{۲}{۴}\ \frac{\quad}{۵}$

حالت چهارم: $\frac{\quad}{۱}\ \frac{\quad}{۲}\ \frac{\quad}{۳}\ \frac{۲}{۴}\ \frac{۴}{۵}$

گام حالا با توجه به این‌که شمارهٔ نمونه‌ها نباید با جایگاه‌ها یکسان باشد، ۳ نمونهٔ دیگر را در هر حالت قرار می‌دهیم و حالت‌های غیر قابل قبول را حذف می‌کنیم:

حالت اول (۱): $\frac{۲}{۱}\ \frac{۴}{۲}\ \frac{۱}{۳}\ \frac{۵}{۴}\ \frac{۳}{۵}$ ✓ $\Rightarrow ۱۵۳$

حالت اول (۲): $\frac{۲}{۱}\ \frac{۴}{۲}\ \frac{۵}{۳}\ \frac{۱}{۴}\ \frac{۳}{۵}$ ✗ (چون دو نمونهٔ ۴ و ۵ کنار هم قرار می‌گیرند.)

همین‌جا می‌توانیم کار را متوقف کنیم و بگوییم که نمی‌توان تعیین کرد، چون دو حالت قابل قبول به دست آمد. ولی برای تمرین بیشتر حالت‌های دیگر را هم بررسی می‌کنیم: (حالت‌هایی را که قابل قبول نمی‌شوند، نمی‌نویسیم، چون خیلی‌زیاد است.)

حالت دوم: هیچ حالت قابل قبولی برای آن پیدا نمی‌شود.

حالت سوم: هیچ حالت قابل قبولی برای آن پیدا نمی‌شود.

حالت چهارم: $\frac{۳}{۱}\ \frac{۱}{۲}\ \frac{۵}{۳}\ \frac{۲}{۴}\ \frac{۴}{۵}$ ✓ $\Rightarrow ۳۱۵$

بنابراین ① و ② می‌توانند درست باشند و نمی‌توان به طور قطع مشخص کرد.

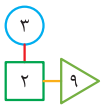
۳۱- گزینه ۱

مشاوره در این تیپ از سؤالات باید با بررسی اعداد و پیداکردن قانون بینشان به جواب برسید که احتیاج به تمرین زیاد دارد.

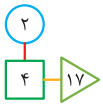
استراتژی عدد پایینی را به توان بالایی برسانید.

درس‌نامه برای حل سؤالاتی که در آن‌ها چند شکل یکسان با اعداد متفاوت داریم، باید رابطهٔ بین اعداد را پیدا کنیم. معمولاً با انجام عملیاتی بین دو یا چند عددی که کنار هم هستند، عدد سومی (که تنهاست) به دست می‌آید. ابتدا به سراغ جمع، تفریق، ضرب و تقسیم یا ترکیبی از آن‌ها می‌رویم، اگر نتوانستیم رابطه‌ای پیدا کنیم، سراغ سایر اعمال ریاضی مثل بخش‌پذیری، ب.م.م و ... می‌رویم یا سعی می‌کنیم رابطه‌ای بین ارقام اعداد پیدا کنیم.

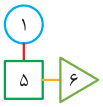
گام با بررسی حالت‌ها و اعمال مختلف روی اعداد به این نتیجه می‌رسیم که عدد داخل مربع به توان عدد داخل دایره رسیده و بعد با ۱ جمع شده و عدد داخل مثلث به دست آمده است:



$\Rightarrow ۲^{۳}+۱=۹$

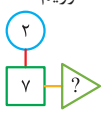


$\Rightarrow ۴^{۲}+۱=۱۷$



$\Rightarrow ۵^{۱}+۱=۶$

گام همان عملیات گام ۱ را روی شکل آخر انجام می‌دهیم تا ? را به دست آوریم:



$\Rightarrow ?=۷^{۲}+۱=۵۰$

۳۲- گزینه ۳

درس‌نامه برای به دست آوردن بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک یا ب.م.م ابتدا اعداد را تجزیه می‌کنیم. سپس عوامل مشترک با کم‌ترین توان آن‌ها را در هم ضرب می‌کنیم.

گام طول مستطیل‌هایی که می‌سازیم، باید برابر ۶ باشد؛ پس ابتدا مساحت سه مستطیل داده‌شده را به صورت ضرب ۶ در یک عدد دیگر می‌نویسیم:

$۶۰=۶\times۱۰$

$۸۴=۶\times۱۴$

$۱۰۸=۶\times۱۸$

گام چون می‌خواهیم مستطیل‌های یکسان بسازیم، پس باید عددی را که می‌تواند بین آن‌ها مشترک باشد، به عنوان عرض مستطیل پیدا کنیم. برای این کار ب.م.م سه عدد را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}۱۰=۲\times۵\\۱۴=۲\times۷\\۱۸=۲\times۳^{۲}\end{cases}\Rightarrow (۱۰,۱۴,۱۸)=۲$$

پس عرض هر قطعه ۲ متر است.

۳۳- گزینه ۲

استراتژی وزن هر کدام را برابر x، y و z در نظر بگیرید.

درس‌نامه در سؤالاتی که به صورت مسئله مطرح می‌شوند، مهم‌ترین کار خواندن دقیق صورت مسئله و نوشتن داده‌ها و خواستهٔ سؤال است. در این صورت راحت می‌توانید مرحله‌به‌مرحله پیش بروید و به جواب برسید.

گام فرض کنیم وزن نیلوفر، مهسا و افسانه به ترتیب برابر x، y و z باشد.

گام طبق اطلاعات سؤال، معادله‌های لازم بین وزن این سه نفر را می‌نویسیم:

نیلوفر به همان اندازه که از مهسا چاق‌تر است، از افسانه لاغرتر است؛ پس داریم:

$x-y=z-x$

مجموع وزن مهسا و افسانه ۶۸ کیلوگرم است:

$y+z=۶۸$

گام با استفاده از دو معادلهٔ به‌دست‌آمده، وزن نیلوفر را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{cases}x-y=z-x\\y+z=۶۸\end{cases}\Rightarrow ۲x=y+z\Rightarrow ۲x=۶۸\Rightarrow x=۳۴$$

پس وزن نیلوفر ۳۴ کیلوگرم است.

۳۴- گزینه ۲

درس‌نامه در سؤالات کار با هم ابتدا مشخص می‌کنیم که هر کدام از افراد یا شیرهای آب یا ... به تنهایی چه کسری از کار مورد نظر را در یک ساعت، یک روز یا ... انجام می‌دهند. سپس با توجه به عملکرد آن‌ها عملیات یا معادلات لازم را می‌نویسیم تا به جواب برسیم.

◇ یکی از راه‌حل‌های این مسائل نوشتن معادلهٔ گویاست که با توجه به قواعد حل معادله‌های گویا با مخرج مشترک‌گیری آن را حل می‌کنیم.

استراتژی ببینید هر کدام در یک روز چه کسری از کار را انجام می‌دهند، در صورتی که با هم کار را در x روز تمام کنند.

گام فرض کنیم رضا و حسن با هم کار را در x روز تمام کنند. طبق اطلاعات سؤال، رضا به تنهایی در $x+2$ روز و حسن به تنهایی در $x+18$ روز می‌تواند کار را تمام کند؛ پس در یک روز، رضا $\frac{1}{x+2}$ از کار و حسن $\frac{1}{x+18}$ از کار را انجام می‌دهد.

گام حالا اگر با هم کار کنند، در یک روز $\frac{1}{x}$ از کار انجام می‌شود؛ پس داریم:

$$\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+18}=\frac{1}{x}$$

$$\xrightarrow{\times x(x+2)(x+18)} x(x+18)+x(x+2)=(x+2)(x+18)$$

$$\Rightarrow x^2+18x+x^2+2x=x^2+20x+36 \Rightarrow x^2=36 \Rightarrow x=6$$

بنابراین اگر با هم کار را انجام دهند، در ۶ روز کار به پایان می‌رسد.

۳۵- گزینه ۱

مشاوره در این تیپ از سؤالات، مسئله‌ای با دو حالت داده می‌شود که با حل سؤال در دو حالت و با توجه به خواستهٔ سؤال باید یکی از موارد داده‌شده در صورت سؤال را انتخاب کنید و گزینهٔ مربوط به آن را در پاسخ‌برگ علامت بزنید. معمولاً سؤالات سختی نیستند و با کمی دقت حل می‌شوند.

استراتژی فرض کنید سن علی x و سن احمد y باشد و دو معادله بنویسید.

گام فرض کنیم سن علی x و سن احمد y باشد. طبق اطلاعات سؤال داریم:

$$x=3y$$

$$x+15=2(y+15)$$

گام مقدار x را در معادلهٔ دوم $3y$ قرار می‌دهیم و معادلهٔ حاصل را حل می‌کنیم:

$$3y+15=2y+30 \Rightarrow y=15$$

پس احمد ۱۵ سال دارد؛ در نتیجه سن علی برابر $3\times15=45$ سال است.

گام مقادیر «الف» و «ب» را مشخص می‌کنیم:

«الف»: نسبت سن علی به احمد، ۵ سال قبل: $\frac{45-5}{15-5}=\frac{40}{10}=4$

«ب»: نسبت سن علی به احمد، ۵ سال بعد: $\frac{45+5}{15+5}=\frac{50}{20}=\frac{5}{2}=2/5$

بنابراین مقدار «الف» بزرگ‌تر است و باید ① را انتخاب کنیم.

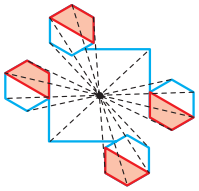
۳۶- گزینه ۴

مشاوره یکی از انواع هوش تصویری، سؤالات تقارن است که خیلی ساده هستند و فقط به کمی دقت نیاز دارند.

استراتژی قرینهٔ هر قسمت از شکل را نسبت به نقطهٔ داده‌شده پیدا کنید.

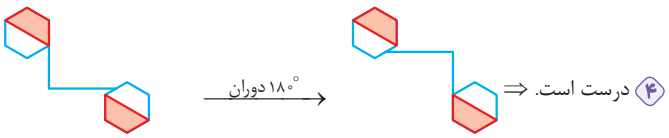
درس‌نامه برای پیداکردن تقارن یک شکل نسبت به نقطه، کافی است از رأس‌های شکل، به آن نقطه وصل کنیم و سپس به همان اندازه آن را ادامه دهیم تا رأس مورد نظر در تقارن‌یافتهٔ آن مشخص شود. قرینهٔ یک شکل، نسبت به یک نقطه با دوران 180° آن یکسان است.

روش رأس‌های شکل را به نقطه وصل می‌کنیم و ادامه می‌دهیم تا تقارن‌یافتهٔ آن پیدا شود.



④ درست است. ⇒

روش می‌توانیم شکل را 180° دوران دهیم:



④ درست است. ⇒

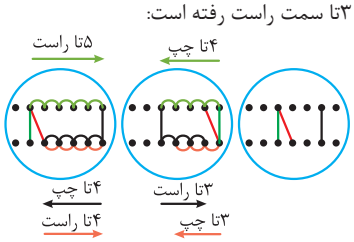
۳۷- گزینه ۳

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش تصویری تعدادی تصویر پشت سر هم قرار می‌گیرند که بین تصویرها رابطه‌ای برقرار است. با پیداکردن این رابطه به راحتی به جواب می‌رسید که البته تمرین زیاد برای حل این سؤالات لازم است.

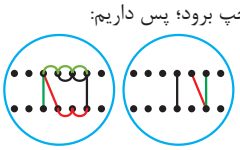
استراتژی به جابه‌جایی هر کدام از خط‌ها دقت کنید.

درس‌نامه در سؤالات الگوی تصویری برای پیداکردن شکل یا شکل‌های بعدی الگو باید رابطه‌ای منطقی و تکرارشونده بین شکل‌های الگو پیدا کنیم. برای پیداکردن این رابطه به مواردی مانند دوران، جابه‌جایی اجزا، تغییر تعداد اجزا، حذف یا اضافه شدن اجزا، تغییر اندازه یا تغییر رنگ و ... توجه می‌کنیم.

روش **گام** در شکل‌های داده‌شده، پاره‌خط‌ها تغییر مکان داده‌اند؛ پس برای جابه‌جایی آن‌ها الگویی پیدا می‌کنیم. همان‌طور که می‌بینید، پاره‌خط قرمز ابتدا ۴تا سمت راست و بعد ۳تا سمت چپ می‌رود. پاره‌خط سبز ابتدا ۵تا سمت راست و سپس ۴تا سمت چپ رفته است. پاره‌خط مشکی ابتدا ۴تا سمت چپ و سپس ۳تا سمت راست رفته است:



گام طبق الگویی که در گام قبل به دست آوردیم، باید پاره‌خط قرمز ۲تا سمت راست، پاره‌خط سبز ۳تا سمت راست و پاره‌خط مشکی ۲تا سمت چپ برود؛ پس داریم:



③ درست است. ⇒

روش به‌طور ساده‌تر می‌توان گفت که شکل ⋀ یکی‌درمیان به سمت پایین و بالا است؛ پس در شکل ? باید به سمت بالا ⋁ باشد که تنها ③ این‌طور است.

روش می‌توان گفت فاصلهٔ | و رأس ⋀ در ابتدا ۵تا، بعد ۴تا و بعد ۳تاست؛ پس در شکل ? باید ۲تا باشد که در ② و ③ این‌طور است. از طرفی پاره‌خط تنها ابتدا سمت راست، بعد سمت چپ و دوباره سمت راست ⋀ است؛ پس در شکل ? باید سمت چپ آن باشد؛ در نتیجه ③ درست است.

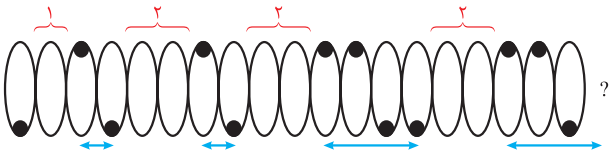
۳۸- گزینه ۱

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش تصویری تعدادی تصویر پشت سر هم قرار می‌گیرند که بین تصویرها رابطه‌ای برقرار است. با پیداکردن این رابطه به راحتی به جواب می‌رسید که البته تمرین زیاد برای حل این سؤالات لازم است.

استراتژی فاصلهٔ بین قسمت‌های رنگی را به دست آورید.

درس‌نامه در سؤالات الگوی تصویری برای پیداکردن شکل یا شکل‌های بعدی الگو باید رابطه‌ای منطقی و تکرارشونده بین شکل‌های الگو پیدا کنیم. برای پیداکردن این رابطه به مواردی مانند دوران، جابه‌جایی اجزا، تغییر تعداد اجزا، حذف یا اضافه شدن اجزا، تغییر اندازه یا تغییر رنگ و ... توجه می‌کنیم.

فاصلهٔ بین قسمت‌های رنگی و جابه‌جایی رنگ‌ها را مشخص می‌کنیم:



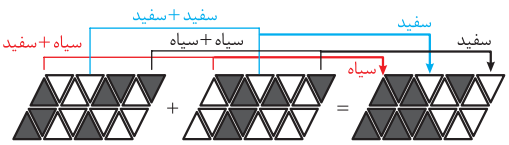
پس بعد از شکل آخر باید یک بیضی با قسمت رنگی پایین باشد و بیضی سفید داشته باشیم که طبق ① و ② تعداد آن‌ها ۳تاست. مجدد جهت رنگ عوض شده و باید رو به بالا باشد؛ پس ① درست می‌شود.

۳۹- گزینه ۲

استراتژی به ترکیب رنگ‌ها توجه کنید که نتیجه چه رنگی شده است.

درس‌نامه در سؤالات معادلات اشکال، معمولاً با ترکیب اشکال، جمع‌شدن خطوط یا حذف‌شدن آن‌ها و ... سروکار داریم. با دقت در معادلهٔ داده‌شده، عملی را که روی دو شکل انجام شده و از آن شکل سوم به دست آمده است، پیدا می‌کنیم و سپس همان عمل را روی معادلهٔ خواسته‌شده انجام می‌دهیم.

گام ترکیب رنگ‌ها در دو شکل اول و نتیجهٔ آن در شکل سوم را بررسی می‌کنیم! دو شکل سمت چپ را ۹۰° ساعتگرد دوران می‌دهیم:



می‌بینیم که قانون زیر در ترکیب رنگ‌ها برقرار است:

سفید = سفید + سفید　　سیاه = سیاه + سفید

سفید = سیاه + سیاه

یعنی ترکیب دو سفید یا دو سیاه، سفید می‌شود و ترکیب یک سفید و یک سیاه، سیاه می‌شود.

گام قانون گام اول را روی شکل‌های معادلهٔ دوم اعمال می‌کنیم:

سطر اول:  ⇒ ③ و ④ حذف می‌شوند.

سطر دوم:  ⇒ ① حذف می‌شود.

بنابراین ② جواب درست است.

۴۰- گزینه ۴

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش تصویری تعدادی تصویر پشت سر هم قرار می‌گیرند که بین تصویرها رابطه‌ای برقرار است. با پیداکردن این رابطه به راحتی به جواب می‌رسید که البته تمرین زیاد برای حل این سؤالات لازم است.

استراتژی به جابه‌جایی قطعات تصویرها دقت کنید.

درس‌نامه در سؤالات الگوی تصویری برای پیداکردن شکل یا شکل‌های بعدی الگو باید رابطه‌ای منطقی و تکرارشونده بین شکل‌های الگو پیدا کنیم. برای پیداکردن این رابطه به مواردی مانند دوران، جابه‌جایی اجزا، تغییر تعداد اجزا، حذف یا اضافه شدن اجزا، تغییر اندازه یا تغییر رنگ و ... توجه می‌کنیم.

گام دایره‌های سیاه دور شکل از شکل اول به دوم (از سمت چپ) تغییر نکرده‌اند؛ ولی از شکل دوم به سوم ۹۰° ساعتگرد دوران کرده‌اند. از شکل سوم به چهارم تغییری نکرده‌اند؛ پس در شکل پنجم یا ؟ باید ۹۰° ساعتگرد جابه‌جا شوند؛ یعنی ② یا ④ درست است.

گام مربع مشکی و هم‌چنین دایرهٔ سفید داخل شکل در هر مرحله ۹۰° ساعتگرد دوران کرده‌اند که چون در شکل همهٔ گزینه‌ها یکسان هستند، نیازی به بررسی آن‌ها نیست.

فلش در هر مرحله از چپ به راست، ۹۰° ساعتگرد دوران کرده و جهت آن هم عوض شده است؛ پس در شکل ؟ باید به صورت ↙ باشد؛ در نتیجه ④ درست است.

تعلیم و تربیت اسلامی

۱- گزینه ۴

درس‌نامه محاسبه و ارزیابی:
- نتیجهٔ آن، میزان موفقیت و عوامل آن شناخته می‌شود.
- در صورت موفقیت، شکر خداوند را به جا می‌آوریم.
- سستی‌ورزیدن باعث سرزنش، عتاب و طلب بخشش می‌شود.
- در پیش داشتن یک حسابرسی بزرگ در قیامت

عهدبستن با خدا:
- کسی که راه سعادت را شناخته و آن را می‌خواهد، با خدا پیمان می‌بندد که آن‌چه خداوند برای رسیدن به این هدف مشخص کرده، انجام دهد و خدا را خشنود سازد.
- راه سعادت ما، قرین رضایت خداست؛ یعنی زمانی خدا از ما راضی است (معلول) که در مسیر سعادت و خوشبختی خود گام برداریم (علت).
- وقتی از ما ناخشنود است (معلول) که به خود ظلم کنیم و در مسیر هلاکت خود قدم گذاریم (علت).

محاسبه و ارزیابی: اگر بعد از محاسبه معلوم شود که در انجام عهد خود موفق بوده‌ایم، خوب است خدا را سپاس بگوییم و شکرگزار او باشیم؛ زیرا می‌دانیم که او بهترین پشتیبان ما در انجام پیمان‌هاست. اما اگر معلوم شود که سستی ورزیده‌ایم، خود را سرزنش کنیم و مورد عتاب قرار دهیم و از خداوند طلب بخشش کنیم و با تصمیم قوی‌تر، دوباره با خداوند عهد ببندیم و وارد عمل شویم.
عهدبستن با خدا: کسی که راه رستگاری را که همان قرب و نزدیک‌شدن به خداست، شناخته و می‌خواهد در این مسیر قدم بگذارد با خدای خود پیمان می‌بندد که آن‌چه خداوند برای رسیدن به این هدف مشخص کرده است؛ یعنی واجبات الهی را انجام دهد و خداوند را خشنود سازد؛ هم‌چنین از انجام آن‌چه که ما را از این هدف دور می‌سازد؛ یعنی کارهای حرام، اجتناب کند.

۲- گزینه ۳

درس‌نامه اسوه قراردادن از معصوم و اسوهٔ کامل:
۱. در حد توان از ایشان پیروی کنیم.
۲. خود را به راه و روش آنان نزدیک‌تر کنیم.
۳. نه این‌که عین آن‌ها و در حد آن‌ها عمل کنیم.

پاسخ این است که ما او را اسوهٔ کامل خود قرار می‌دهیم؛ چون می‌دانیم که هر کاری که انجام داده، درست بوده و مطابق دستور خداوند بوده است. اما اسوه قراردادن ایشان به این معنا نیست که ما عین او باشیم و در همان حد عمل کنیم، بلکه بدین معناست که در حد توان از ایشان پیروی کنیم و خود را به راه و روش ایشان نزدیک‌تر کنیم.

۳- گزینه ۱

درس‌نامه ◇ حدیث امام صادق علیه‌السلام
«قلب انسان حرم خداست؛ در حرم خدا غیر خدا را جا ندهید.»
- یکی از ویژگی‌های مؤمنان این است که آن‌ها نسبت به خداوند، دوستی و محبت شدیدی دارند.

آیه: ﴿وَ مِنَ النّاسِ مَن یَتَّخِذُ مِن دونِ اللّهِ اَنداداً یُحِبّونَهُم کَحُبِّ اللّهِ وَ الَّذینَ آمَنوا اَشَدُّ حُبّاً لِلّه﴾ (بقره، ۱۶۵)

ترجمه: (و بعضی از مردم همتایانی را به جای خدا می‌گیرند، آنان را دوست می‌دارند مانند دوستی خدا، اما کسانی که ایمان آورده‌اند، به خدا محبت بیشتری دارند.)

پیام‌ها:
- اشتباه برخی از مردم، شریک قراردادن غیر خدا در محبت به خداست.
- از ویژگی‌های مؤمنان، شدت محبت آنان به خداوند است.

محبت به خدا (تولّی)، آغاز دینداری است.

با حدیث امام صادق علیه‌السلام که می‌فرماید: «قلب انسان حرم خداست...»، ارتباط دارد.

امام صادق علیه‌السلام می‌فرماید: «قلب انسان حرم خداست؛ در حرم خدا غیر خدا را جا ندهی.»
«والذین آمنوا اشد حباً لله: اما کسانی که ایمان آورده‌اند، به خدا محبت بیشتری دارند.»

۴- گزینه ۲

درس‌نامه پیام‌ها: ◇ تبعیت از دستورات خدا و پیامبر صلی‌الله‌علیه‌وآله، شرط اصلی دوستی با خداست.
- اطاعت از خدا و رسولش، محبت دوطرفهٔ بنده و معبود را به دنبال دارد و آمرزش الهی را شامل حال انسان می‌کند.

نشانهٔ محبت مستمر به خدا، پیروی از دستورات اوست.

﴿قُل اِن کُنتُم تُحِبّونَ اللّهَ فَاتَّبِعونی یُحبِبکُمُ اللّهُ وَ یَغفِر لَکُم ذُنوبَکُم وَ اللّهُ غَفورٌ رَحیمٌ﴾ (آل عمران، ۳۱)

ترجمه: «بگو اگر خدا را دوست دارید، از من پیروی کنید تا خدا دوستتان بدارد و گناهانتان را ببخشد و خداوند بسیار آمرزنده و مهربان است.»

۵- گزینه ۱

درس‌نامه روزه و سفر (مهم)
کسی که سفر می‌رود، اگر شرط‌های زیر (۳ شرط) را داشته باشد، باید نمازش را شکسته بخواند و نباید روزه بگیرد:
۱. رفتن بیشتر از ۴ فرسخ شرعی (۲۲/۵ کیلومتر) و مجموع رفت و برگشت بیشتر از ۸ فرسخ.
۲. کم‌تر از ده روز بماند.
۳. سفر برای انجام کار حرام نباشد. (اگر برای کاری حرام و یا با نهی پدر و مادر یا ستم به مظلوم به سفر برود، باید نمازش را کامل بخواند و روزه‌اش را بگیرد.)
- اگر شخص روزه‌دار، قبل از ظهر از وطن خود به سفر برود، با رسیدن به حد ترخّص روزه‌اش را افطار می‌کند.
- اگر شخص روزه‌دار، بعدازظهر از وطن خود به سفر برود، باید روزهٔ خود را ادامه دهد و تمام کند.
- اگر شخص مسافر، قبل از ظهر از سفر به وطن برگردد:

الف) اگر در سفر روزه را باطل کرده: نمی‌تواند روزه بگیرد.
ب) اگر در سفر روزه را باطل نکرده: باید روزه را ادامه دهد.
- اگر شخص مسافر، بعدازظهر از سفر به وطن برگردد، نمی‌تواند روزه بگیرد.

اگر روزه‌دار بعدازظهر مسافرت نماید، باید روزهٔ خود را تمام کند و حکم روزه‌اش درست است.

۶- گزینه ۲

درس‌نامه به همان میزان که رشته‌های عفاف ضعیف و گسسته می‌شود، آراستگی و پوشش او سبک‌تر و جنبهٔ خودنمایی به خود می‌گیرد.

به همان میزان که رشته‌های عفاف در روح انسان قوی و مستحکم می‌شود، نوع آراستگی و پوشش او باوقارتر می‌شود.

۷- گزینه ۱

درس‌نامه پیام‌ها:
- دستور قرآن در مورد حجاب همهٔ زنان در جامعهٔ ایمانی، یکسان است و تفاوتی میان دختران و همسران پیامبر با سایر زنان نیست و پیامبر باید امر به معروف (امر به حجاب) را از نزدیکان شروع کرد.
- زنان مسلمان از ابتدا حجاب داشتند، اما با حدود آن آشنا نبودند، لذا قرآن دستور می‌دهد حجاب را به خود نزدیک‌تر کنند.
- دو فایده، علت و فلسفهٔ حجاب برای زنان عبارت‌اند از:

۱. به پاکی و عفاف شناخته‌شدن ۲. مورد آزار قرارنگرفتن

﴿یا اَیُّهَا النَّبیُّ قُل لِاَزواجِکَ وَ بَناتِکَ وَ نِساءِ المُؤمِنینَ یُدنینَ عَلَیهِنَّ مِن جَلابیبِهِنَّ ذلِکَ اَدنی اَن یُعرَفنَ فَلا یُؤذَینَ وَ کانَ اللّهُ غَفوراً رَحیماً﴾ (احزاب، ۵۹)

ترجمه: ای پیامبر، به زنان و دخترانت و به زنان مؤمنان بگو پوشش‌های خود را به خود نزدیک‌تر کنند. این برای آن‌که به [عفاف] شناخته شوند و مورد آزار قرار نگیرند، بهتر است و خداوند همواره آمرزنده و مهربان است.

۸- گزینه ۱

عبارت «خداوند «عزیز» است»، معنایش این است که کسی نمی‌تواند در ارادهٔ او نفوذ نماید و او را تسلیم خود کند.

۹- گزینه ۳

درس‌نامه پیام‌ها:

۱ رشد و پرورش فرزندان از اهداف ازدواج و بالاترین افتخارهاست.
۲ منّت‌گذاری خداوند با دادن نعمت‌های پاکیزه به همسران و فرزندان قابل برداشت است.
۳ روی‌آوردن به گناه با وجود همسر، ایمان به باطل و کفرپیشگی و ناسپاسی است.
۴ یکسانی منزلت و زوجیّت زن و مرد برداشت می‌شود.

ترجمه: و خداوند برای شما همسرانی از نوع خودتان قرار داد و از همسرانتان برای شما فرزندان و نوادگانی نهاد.

این آیهٔ شریفه به رشد و پرورش فرزندان که یکی از اهداف ازدواج است، اشاره دارد.

۱۰- گزینه ۱

درس‌نامه پیام‌های آیه:

۱ نیاز به انس و آرامش با همسر و رشد اخلاقی و معنوی، از اهداف ازدواج است.
۲ فلسفهٔ آفرینش همسر هم‌نوع، آرامش‌یابی با آن است.
۳ یکسانی منزلت و مفهوم زوجیت زن و مرد برداشت می‌شود.
۴ هدف خداوند حکیم از بیان نشانه‌هایش، تفکر در آن‌هاست.
۵ جهت ایجاد آرامش، مودّت و رحمت میان زوجین لازم است.
۶ تحکیم بنیان خانواده از مسئولیت‌های مسلمانان برای احیای تمدن اسلامی است.

پیام‌های حدیث: اهمیت ازدواج به اندازهٔ حفظ نیمی از دینداری است.

حدیث پیامبر ﷺ «برای دختران و پسران خود امکان ازدواج فراهم کنید (علت) تا خداوند اخلاقشان را نیکو کند و رزق و روزی آن‌ها را توسعه دهد و عفاف و غیرت آن‌ها را زیاد گرداند. (معلول)»

و از نشانه‌های خدا آن است که همسرانی از نوع خودتان برای شما آفرید تا با آن‌ها آرامش یابید و میان شما دوستی و رحمت قرار داد؛ همانا که در این مورد نشانه‌هایی است برای کسانی که تفکر می‌کنند. (روم، ۲۱)

پیامبر ﷺ : «کسی که ازدواج کند، نصف دین خود را حفظ کرده است؛ پس باید برای نصف دیگر از خدا پروا داشته باشد.»

۱۱- گزینه ۴

درس‌نامه معلمی در نگاه معصومین، جایگاه رفیع دارد.

اهل بیت از مقام معلمی و ارزش آن، تجلیل فراوانی کرده‌اند. در فرهنگ اسلامی از رهبر آسمانی با تعبیراتی چون معلم، مربی یا پدر یاد شده است. در خصوص جایگاه ممتاز معلمان و ارزش آنان نزد معصومین، روایات فراوانی موجود است. از جمله رسول خدا ﷺ فرموده‌اند: «بالاترین صدقات آن است که انسان چیزی را یاد بگیرد و به دیگران بیاموزد.» و فرمودند: «راهنمایی‌کننده به راه خیر، مانند انجام‌دهندهٔ آن است».

رسول خدا ﷺ فرموده‌اند: «بالاترین صدقات آن است که انسان چیزی را یاد بگیرد و به دیگران بیاموزد.» (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۱ ـ صفحهٔ ۱۸)

۱۲- گزینه ۲

درس‌نامه مشکل بزرگ امروز جامعهٔ بشری، جداشدن «اقرأ» از «باسم ربّک»، جداشدن «یعلّمهم» از «یزکّیهم»، جداشدن مادیات از معنویات، جداشدن دنیا از آخرت و در یک کلام، جداشدن علم از دین است.

مشکل بزرگ امروز جامعهٔ بشری، جداشدن «یعلّمهم» از «یزکّیهم» است.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۱ ـ صفحهٔ ۱۸)

۱۳- گزینه ۱

درس‌نامه معنای اخلاص آن است که از اول، نیت اجر و پاداش نکنیم.

البته گرفتن هدیه یا مزد و پاداش مانع اخلاص نیست؛ به ویژه آن‌گاه که بودجه یا امکاناتی برای معلم و مبلّغ از طرف مسئولین صلاحیت‌دار تعیین شده باشد.

﴿و ما أسئلکم علیه من أجرٍ إن اجری الّا علی ربّ العالَمین﴾ : «من برای این رسالت هیچ مزدی از شما درخواست نمی‌کنم، پاداش من جز بر پروردگار جهانیان نیست.»

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۳۶)

۱۴- گزینه ۴

درس‌نامه معلم و مربی، باید در جامعه حضور داشته باشند. پیامبر اکرم ﷺ همواره در میان مردم بود؛ رهبر نباید از جامعه جدا باشد و زندگی عادی و حضور در میان مردم، برای او کمال است. کسی که اهل رفت‌وآمد با مردم است، بهتر می‌تواند آن‌ها را ارشاد کند. قرآن دربارهٔ انبیا می‌فرماید: «و یمشون في الاسواق» «و در بازارها راه می‌رفتند.» یعنی آنان پیوسته در میان مردم رفت‌وآمد داشتند تا مسائل آنان را از نزدیک درک کنند.

﴿یأکل الطعام و یمشی في الأسواق﴾: «کفار گفتند: این چه پیامبری است که غذا می‌خورد و در بازارها راه می‌رود؟» (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۴۴)

۱۵- گزینه ۲

درس‌نامه خداوند، این دو نام از نام‌های خویش (رئوف و رحیم) را بر هیچ‌یک از پیامبران جز پیامبر اسلام ﷺ اطلاق نکرده است.

پیامبر ﷺ را با جملهٔ ﴿عزیز علیه ما عنتّم﴾ غمخوار امت معرفی کرده است؛ به گونه‌ای که هر چه مردم را برنجاند، پیامبر را می‌رنجاند و این، بیانگر اوج محبت آن حضرت است که سبب جذب مردم می‌شد. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۵۰)

۱۶- گزینه ۳

درس‌نامه خداوند در قرآن به پیامبرش می‌فرماید: «افراد بی‌خرد در آینده، سؤالاتی دربارهٔ قبله از تو خواهند کرد و خواهند پرسید که چرا شما سال‌ها رو به بیت‌المقدس نماز خواندید و حال، قبله را از بیت‌المقدس به کعبه تغییر دادید؟ اگر قبلهٔ قبلی درست بود، چرا از کار درست دست برداشتید و اگر سال‌ها رو به قبلهٔ باطل نماز می‌خواندید، پس اسلام دین کاملی نیست؛ زیرا سال‌ها مردم را در باطل رها کرده بود! قبل از آن‌که آن‌ها سؤال کنند، تو جوابش را آماده داشته باش و به آن‌ها بگو: «مشرق و مغرب برای خداست و او مکان خاصی ندارد»؛ لذا پیامبر اکرم ﷺ آمادگی پاسخگویی داشت.

خداوند در قرآن به پیامبرش می‌فرماید: «افراد بی‌خرد در آینده، سؤالاتی دربارهٔ قبله از تو خواهند کرد و خواهند پرسید که چرا شما سال‌ها، رو به بیت‌المقدس نماز خواندید و حال قبله را از بیت‌المقدس به کعبه تغییر دادید؟» (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۵۸)

۱۷- گزینه ۱

درس‌نامه دقت در آیات قرآن کریم، این نکته را برای ما روشن می‌کند. مثلاً خدای تعالی به نوح ﷺ فرمود: ﴿انّه لیس من اهلک﴾ «پسر تو به خاطر اعمال غیرصالحش از تو نیست.» و به حضرت لوط ﷺ فرمود: ﴿الا امراتک کانت من الغابرین﴾ «ما همسر تو را از قهر خود نجات نمی‌دهیم».

استادی موفق است که مخاطبین، او را عادل بدانند و ضوابط را فدای روابط و دوستی‌ها نکند. همان‌طور که خدای تعالی در قرآن با تندترین کلمات از عموی پیامبر ﷺ یاد کرده است: ﴿تبّت یدا أبی لهبٍ و تبّ﴾ : «بریده باد دو دست ابولهب و نابود باد».

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

۱۸- گزینه ۳

درس‌نامه یکی از کارهای خوب معلم و مربی، بلکه هر انسانی، آن است که اگر چیزی را نمی‌داند، با کمال صراحت و صداقت بگوید: «نمی‌دانم»؛ همان‌گونه که فرشتگان به خدا گفتند: ﴿لا علم لنا إلّا ما علّمتنا﴾ «ما چیزی جز آن‌چه تو به ما آموخته‌ای، نمی‌دانیم».

﴿لا علم لنا إلاّ ما علّمتنا﴾: «ما چیزی جز آن‌چه تو به ما آموخته‌ای، نمی‌دانیم».

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

۱۹- گزینه ۴

درس‌نامه جالب آن است که این دستور، بعد از شکست در جنگ احد صادر شده است و آن شکست هم به خاطر نظر صحابه بود که گفتند به جای سنگرگیری در مدینه، به استقبال دشمن برویم و به خاطر همین، به منطقهٔ احد رفتند و در اثر نافرمانی، نزاع و سستی شکست خوردند. ولی قرآن با دستور به مشورت، این پیام را می‌دهد که نباید جامعه از برکات مشورت برای همیشه محروم بماند.

﴿و شاورهم في الأمر فإذا عزمت فتوكّل على اللّه﴾: «و در امور با آنان مشورت کن، پس هنگامی که تصمیم گرفتی، قاطع باش و بر خداوند توکل کن. به راستی که خداوند توکل‌کنندگان را دوست می‌دارد.»

جالب آن است که این دستور، بعد از شکست در جنگ احد صادر شده است.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

۲۰- گزینه ۲

یکی از لایه‌های معلمی، قاطعیت در راه حق و نترسیدن از سرزنش‌ها است. قرآن کریم در توصیف انبیای الهی که معلمان بشر هستند، می‌فرماید: ﴿و لا یخشون احداً الّا اللّه﴾: «و از هیچ کس جز خدا بیم ندارند.» (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۱۰۳)

هوش و استعداد معلمی

۲۱- گزینه ۱

مشاوره سؤالات متن بلند از جمله سؤالاتی است که به احتمال زیاد در آزمون مطرح می‌شود. سؤال از متن بلند می‌تواند شامل سؤال از نتیجهٔ متن، عنوان متن، منظور از یک واژه و عبارت و ... باشد. برای پاسخگویی به این سؤالات، خواندن متن و درک سؤال و فهمیدن گزینه‌ها بسیار اهمیت دارند.

استراتژی ابتدا سؤال و سپس پاراگراف اول را بخوانید.

بررسی گزینه‌ها: ۱) در مطالبی که در پاراگراف اول آمده، چیزی در مورد نگرانی کودکان دربارهٔ ارزیابی درسی نیامده و در مورد داستان‌گویی و تأثیرات آن است و ربطی به درس و ارزیابی آن ندارد. پس همین گزینه جواب است.

۲) در آخر پاراگراف آمده که «در آنان رغبت به یادگیری ایجاد می‌کند.»؛ پس این گزینه در پاراگراف اول مطرح شده است.

۳) در خط آخر پاراگراف آمده که «با تحریک عواطف طبیعی‌شان، ...»؛ پس می‌توان گفت که احساسات طبیعی کودکان را تحت تأثیر قرار می‌دهد.

۴) در خط یکی مانده به آخر این پاراگراف آمده که «به تثبیت و افزایش معلومات کودکان یاری می‌رساند.»؛ پس «به افزایش دانش کودکان کمک می‌کند.» از آن نتیجه می‌شود.

۲۲- گزینه ۴

استراتژی ابتدا گزینه‌ها را خوانده و بعد با دقت متن را بخوانید و ببینید کدام گزینه در متن دیده می‌شود.

بررسی گزینه‌ها: ۱) در پاراگراف دوم در مورد جذابیت همراهی ریاضی با داستان و تأثیر آن مطالبی بیان شده و اصلاً منظور آن این نبوده که آموزشگران ریاضی باید دوره‌های داستان‌گویی را بگذرانند.

۲) طبق ابتدای پاراگراف اول، داستان‌گویی از ابزارهای انتقال دانش و تجربه بین انسان‌ها بوده است؛ پس جملهٔ بیان‌شده در این گزینه اشتباه است، چون در جوامع باستانی آن را آرمان هنری نمی‌دانستند و اتفاقاً وسیله‌ای برای ترویج و انتقال دانش بوده است.

۳) طبق متن، فهرست داستان‌گویی را یک نوع ابزار یادگیری می‌داند که توانایی برقراری رابطه بین افکار و احساسات را به شیوه‌ای قابل فهم، افزایش می‌دهد؛ پس به رابطهٔ بین عواطف و حواس پنج‌گانه اشاره‌ای نکرده است.

۴) در ابتدای پاراگراف دوم آمده که «استفاده از روش‌های مؤثر در تدریس ریاضی از دیرباز مورد توجه پژوهشگران و متخصصان ... بوده است.»؛ پس می‌توان گفت «تلاش برای یافتن روش‌هایی در جهت بهبود آموزش مفاهیم ریاضی سابقه‌ای طولانی دارد.» و این گزینه جواب است.

۲۳- گزینه ۲

استراتژی سه پرسش داده‌شده را با دقت بخوانید و سپس ببینید در مورد کدام‌یک از آن‌ها در متن، مطالبی بیان شده که بتوانید به آن پرسش پاسخ دهید.

بررسی پرسش‌ها: الف) در متن در مورد این‌که داستان‌گویی از ابتدایی‌ترین ابزارهای انتقال دانش و تجربه بین انسان‌ها بوده، صحبت شده، ولی در مورد روش‌های دیگر انتقال دانش چیزی در این متن بیان نشده است؛ پس به این پرسش طبق این متن نمی‌توان پاسخ داد.

ب) «جذابیت همراهی با داستان‌ها» باعث شده که آموزشگران ریاضی به این هنر در تدریس ریاضی توجه کنند؛ پس جواب این پرسش می‌شود: فاکتور جذابیت

ج) در پاراگراف دوم گفته شده از دیرباز استفاده از داستان برای تدریس ریاضی مورد توجه آموزشگران بوده است، ولی در مورد این‌که به طور رسمی مورد تأیید قرار گرفته باشد و زمان این تأیید، چیزی بیان نشده است.

پس فقط به پرسش «ب» می‌توان طبق متن، پاسخ داد.

۲۴- گزینه ۴

مشاوره سؤالات متن کوتاه یکی از انواع سؤالاتی هستند که در آزمون‌ها ممکن است مطرح شوند. در این سؤالات، گاهی به طور مستقیم از اطلاعات متن سؤال می‌پرسند، گاهی باید از متن، یک نتیجه‌گیری شود و گاهی وسط یا انتهای متن، جای خالی قرار می‌دهند که باید متناسب با متن، گزینهٔ مناسب برای جای خالی را انتخاب کنید. گاهی هم فقط قسمت‌هایی از متن اهمیت دارند و در مورد آن‌ها سؤال مطرح می‌شود.

استراتژی متن را به دقت بخوانید و سپس هر گزینه را در جای خالی قرار دهید و ببینید با کدام‌یک از گزینه‌ها جمله کامل می‌شود و در ادامهٔ مطالب گفته‌شده است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) قبل از جای خالی آمده که «مانند مفاهیمی چون نقطه و خط در هندسه که». اگر در ادامهٔ آن جملهٔ این گزینه را بیاوریم، کاملاً مفهوم اشتباهی را بیان کرده‌ایم، چون کاربرد نقطه و خط در دنیای واقعی مشخص است، تعریف آن‌ها مشخص نیست.

۲) نقطه و خط را مثالی از تعریف‌نشده‌ها آورده است؛ پس اصلاً پدید نیامده‌اند که داستانی برای چگونگی پدیدآمدنشان داشته باشند.

۳) نقطه و خط را جزء مفاهیم تعریف‌نشده آورده؛ پس بیان جملهٔ این گزینه کاملاً اشتباه است.

۴) این گزینه می‌تواند کامل‌کنندهٔ خوبی برای ادامهٔ متن باشد، چون بیان می‌کند که برای نقطه و خط، تعریف دقیقی نداریم که کاملاً منطبق با مفهوم تعریف‌نشده است، ولی چون دور و برمان هستند، آن‌ها را با اثرشان می‌شناسیم.

پس ۴) برای تکمیل متن، بهترین گزینه است.

۲۵- گزینه ۳

استراتژی با دقت متن را بخوانید و بعد ببینید کدام گزینه طبق آن مطالب، قابل نتیجه‌گیری است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) پرتاب سکه را به عنوان مثالی برای درک پیشامدهایی بیان کرده که ممکن است رخ بدهند یا رخ ندهند و چون در پرتاب سکه هم ما اطلاعی از این‌که سکه «رو» می‌آید یا «پشت» نداریم، پس کاملاً مثال مناسبی است و گمراه‌کننده نیست.

۲) در متن A را به عنوان زیرمجموعه‌ای از S بیان کرده؛ پس جملهٔ این گزینه اساساً اشتباه است، چون S را زیرمجموعهٔ A گفته است.

۳) این گزینه از متن قابل استنباط است، چون ما با معلوماتی که داریم، نمی‌توانیم چیزی را که واقعاً رخ می‌دهد، پیش‌بینی کنیم.

۴) پدیده یا آزمایش تصادفی یک مفهوم دارند و ربطی به وقوع طبیعی یا وقوع آن توسط انسان ندارند؛ پس این گزینه هم اشتباه است.

۲۶- گزینه ۴

استراتژی هر گزینه را درست فرض کنید و براساس درستی آن ببینید به مطالبی که در متن گفته شده، می‌رسید یا خیر.

بررسی گزینه‌ها: ۱) فرض کنیم این جمله که «برخی معماران از نسبت طلایی به عنوان یک مؤلفهٔ مهم در طراحی ساختمان‌های مدرن شهری یاد می‌کنند.» درست باشد. این جمله ربطی به ادعای پایانی متن ندارد و این مطلب را که «زیباترین مستطیل به چشم انسان مستطیلی است که نسبت طول به عرض آن برابر با عدد طلایی باشد.» تقویت نمی‌کند و صرفاً جمله‌ای در مورد استفادهٔ معماران است.

۲) با فرض درست‌بودن این جمله، ادعای پایانی متن تقویت نمی‌شود. حتی می‌توان گفت به نوعی آن را تضعیف هم می‌کند. چون بیان کرده که به غیر از نسبت طلایی، مؤلفه‌های دیگری نیز هستند که در زیبایی سازه‌ها تأثیر دارند.

۳) این جمله می‌گوید که «رعایت نسبت طلایی، استحکام سازه را افزایش می‌دهد.»؛ پس ادعای پایان متن مبنی بر زیبایی این مستطیل‌ها را تقویت نمی‌کند.

۴) در این جمله آمده که «چون نسبت طلایی در چشم انسان رعایت شده، هر مستطیلی که این نسبت را داشته باشد، زیباتر به نظر می‌آید.» و دقیقاً ادعای پایانی متن که نظر روان‌شناسان در مورد زیباترین مستطیل‌ها به چشم انسان، مستطیل‌هایی است که نسبت طلایی را دارند، تقویت می‌کند.

۲۷- گزینه ۲

استراتژی دو عبارتی را که زیر آن‌ها خط کشیده شده، به دقت بخوانید و بعد ببینید کدام گزینه ارتباط آن‌ها را به بهترین نحو بیان کرده است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) اولی به سامانه‌ای در صنعت خودرو اشاره کرده؛ پس بیان قسمت اول درست است، اما گفته دومی عاملی است که در عملکرد سامانه اختلال ایجاد می‌کند که نادرست است، چون ترمزگرفتن در آن اختلال ایجاد نمی‌کند، بلکه عملکرد آن را متوقف می‌کند.

۲) اولی که به یک فناوری در صنعت خودرو اشاره می‌کند، درست است و دومی که تأثیر یکی از عوامل کنترل خودرو (ترمز) را بر آن فناوری بیان می‌کند نیز درست است، چون در عبارت دوم تأثیر ترمز بر این سامانه (قطع عملکرد آن) را بیان کرده است.

۳) در این گزینه گفته اولی یک فناوری است که در حرکت خودرو نقش حیاتی دارد که اصلاً این‌طور نیست، در واقع فقط یک سیستم کاربردی برای تنظیم سرعت است و نبودن آن مشکلی در حرکت خودرو ایجاد نمی‌کند. دومی هم اشتباه است، چون ترمز فعالیت آن را متوقف می‌کند نه فعال!

۴) اولی به درستی بیان شده، ولی دومی اشتباه است، چون ترمز ربطی به همان سامانه ندارد و یکی از قطعات حیاتی در خودرو است که حتماً باید وجود داشته باشد.

۲۸- گزینه ۱

مشاوره یکی از مباحث مهم استدلال و منطق، موضوع آرایش نشستن یا چینش اشیا یا مرتب‌کردن داده‌ها است. با تمرین زیاد روش حل این سؤالات را یاد بگیرید.

استراتژی مثلثات سؤال اول است و حد و پیوستگی سؤالات دوم و پنجم (نه لزوماً به همین ترتیب) هستند.

درس‌نامه برای حل سؤالات چینش، مطابق صورت سؤال و تعداد افراد یا اشیا جایگاه‌های لازم را در نظر می‌گیریم. سپس از شرطی که جایگاه یکی از آن‌ها را مشخص کرده، شروع می‌کنیم و بعد با استفاده از بقیهٔ شرط‌ها به ترتیب جایگاه بقیهٔ اشیا را تعیین می‌کنیم.

گام چون ۵ سؤال داریم، ۵ جایگاه در نظر می‌گیریم و ترتیب پاسخگویی به سؤالات را از چپ به راست فرض می‌کنیم:

سؤال پنجم | سؤال چهارم | سؤال سوم | سؤال دوم | سؤال اول

گام گفته در ابتدا به سؤال مبحث مثلثات پاسخ دهد؛ پس در جایگاه اول، مثلثات قرار می‌گیرد:

مثلثات _____ _____ _____ _____

گام در سؤال گفته حداقل به ۲ سؤال دیگر بین سؤالات مباحث حد و پیوستگی پاسخ دهد، پس باید بین سؤالات حد و پیوستگی دو جای خالی باشد (بیشتر از دو جای خالی نمی‌توانیم داشته باشیم)؛ بنابراین یکی از دو حالت زیر را داریم:

حالت اول: پیوستگی _____ _____ حد مثلثات

حالت دوم: حد _____ _____ پیوستگی مثلثات

گام گفته به سؤال مشتق نه بعد از هندسه پاسخ می‌دهد و نه قبل از پیوستگی؛ یعنی به سؤال مشتق قبل از هندسه و بعد از پیوستگی پاسخ می‌دهد؛ پس حالت اول حذف می‌شود، چون پیوستگی سؤال آخر شده و نمی‌توان سؤال مشتق را بعد از آن پاسخ داد، در نتیجه ترتیب پاسخگویی به این صورت می‌شود: حد هندسه مشتق پیوستگی مثلثات :**حالت اول**

گام بنابراین آخرین سؤالی که پاسخ می‌دهد، حد است.

۲۹- گزینه ۳

استراتژی در سؤال سوم، هندسه را قرار دهید؛ پس مشتق سؤال دوم می‌شود.

گام سؤال سوم را هندسه قرار می‌دهیم:

سؤال پنجم | سؤال چهارم | سؤال سوم (هندسه) | سؤال دوم | سؤال اول

گام گفتیم که سؤال مشتق قبل از هندسه و بعد از پیوستگی جواب داده می‌شود؛ پس می‌توانیم بنویسیم:

_____ _____ هندسه مشتق پیوستگی

گام بین مباحث حد و پیوستگی حداقل دو سؤال دیگر باید پاسخ دهد؛ در نتیجه داریم:

حالت اول: مثلثات حد هندسه مشتق پیوستگی

(دو سؤال فاصله)

حالت دوم: حد مثلثات هندسه مشتق پیوستگی

(سه سؤال فاصله)

گام **بررسی گزینه‌ها:** ۱) نادرست است، چون پاسخ به سؤالات هندسه و مثلثات در حالت اول، پشت سر هم نیست.

۲) همیشه درست نیست، در حالت اول به مثلثات، بعد از حد پاسخ می‌دهد، ولی در حالت دوم قبل از حد.

۳) در هر دو حالت درست است و دومین سؤال مربوط به مشتق است.

۴) در حالت اول، آخرین سؤال، مثلثات است؛ پس همیشه درست نیست.

دقت کنید که در همان گام دوم می‌توانستیم جواب را انتخاب کنیم، چون جای سؤال مشتق مشخص شده بود و حالت دیگری هم برای آن امکان نداشت، پس قطعاً در همان گام دوم می‌توانستیم بگوییم ۳) درست است.

۳۰- گزینه ۲

استراتژی حالت‌های مختلف ممکن برای متوالی‌بودن سؤالات پیوستگی و مثلثات را در نظر بگیرید.

گام حالت‌های ممکن برای این‌که به سؤالات پیوستگی و مثلثات به طور متوالی پاسخ دهد را در نظر می‌گیریم. چون بین سؤالات حد و پیوستگی باید حداقل ۲تا فاصله باشد، حالت‌هایی را که این شرط نمی‌تواند در آن‌ها اِعمال شود، در همین مرحله حذف می‌کنیم و آن زمانی است که پیوستگی سؤال سوم باشد. از طرفی چون سؤال مشتق باید بعد از پیوستگی باشد، پس ترتیب برای این سه سؤال به این صورت است: مثلثات، پیوستگی و مشتق یا پیوستگی، مثلثات و مشتق. حالا با این ملاحظات حالت‌های ممکن را می‌نویسیم:

حالت اول: _____ _____ مشتق پیوستگی مثلثات

(سؤال آخر / سؤال اول)

یا _____ _____ مشتق مثلثات پیوستگی

حالت دوم: ✗ _____ مشتق پیوستگی مثلثات _____

یا _____ مشتق مثلثات پیوستگی _____

حالت سوم: _____ _____ مشتق پیوستگی مثلثات

یا _____ _____ مشتق مثلثات پیوستگی

گام چون باید به سؤال مشتق قبل از هندسه پاسخ دهد، پس ترتیب دوم از حالت دوم به دلیل این‌که نمی‌تواند در آن، هم‌زمان مشتق قبل از هندسه باشد و بین حد و پیوستگی حداقل ۲تا فاصله باشد و هم‌چنین حالت سوم هم حذف شده (ترتیب اول از حالت دوم در همان گام ۱ حذف شد.) و فقط حالت اول باقی می‌ماند:

حد هندسه مشتق مثلثات پیوستگی یا حد هندسه مشتق پیوستگی مثلثات

بنابراین سومین سؤال مربوط به مشتق است.

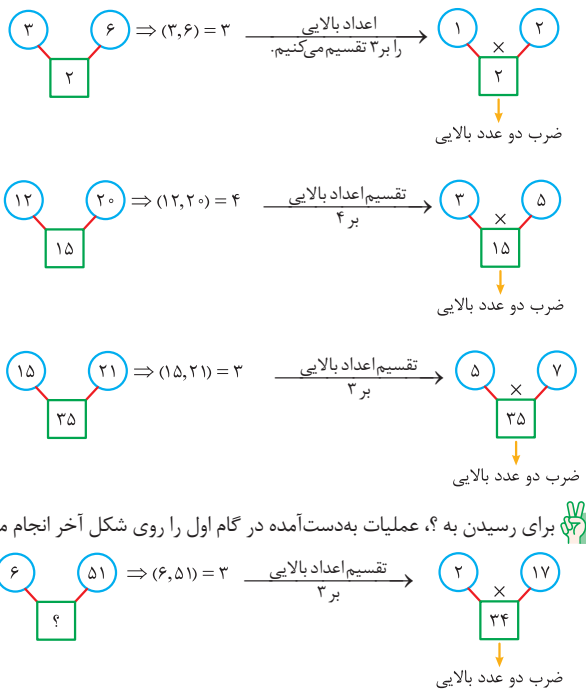
۳۱- گزینه ۴

مشاوره در این تیپ از سؤالات باید با بررسی اعداد و پیداکردن قانون بینشان به جواب برسید که احتیاج به تمرین زیاد دارد.

استراتژی ب.م.م دو عدد بالایی را به دست آورید و بعد از تقسیم هر دو عدد به ب.م.م، اعداد حاصل را در هم ضرب کنید.

درس‌نامه برای حل سؤالاتی که در آن‌ها چند شکل یکسان با اعداد متفاوت داریم، باید رابطهٔ بین اعداد را پیدا کنیم. معمولاً با انجام عملیاتی بین دو یا چند عددی که کنار هم هستند، عدد سومی (که تنهاست) به دست می‌آید. ابتدا به سراغ جمع، تفریق، ضرب و تقسیم یا ترکیبی از آن‌ها می‌رویم، اگر نتوانستیم رابطه‌ای پیدا کنیم، سراغ سایر اعمال ریاضی مثل بخش‌پذیری، ب.م.م و ... می‌رویم یا سعی می‌کنیم رابطه‌ای بین ارقام اعداد پیدا کنیم.

گام با بررسی حالت‌ها و اَعمال مختلف روی عددهای بالایی می‌بینیم که اگر ب.م.م دو عدد بالایی را به دست آوریم و سپس هر دو را به آن تقسیم کنیم و در نهایت اعداد حاصل را در هم ضرب کنیم، به عدد پایین می‌رسیم:



گام برای رسیدن به ؟، عملیات به‌دست‌آمده در گام اول را روی شکل آخر انجام می‌دهیم:

۳۲- گزینه ۱

استراتژی ک.م.م سه عدد را پیدا کنید.

درس‌نامه برای به دست آوردن کوچک‌ترین مضرب مشترک یا ک.م.م اعداد، ابتدا آن‌ها را تجزیه می‌کنیم، سپس عوامل مشترک با بیشترین توان را در عوامل غیرمشترک آن‌ها ضرب می‌کنیم.

گام برای این‌که ساعتی را به دست آوریم که سه چراغ راهنمایی مجدداً با هم سبز می‌شوند، کافی است ک.م.م آن‌ها را پیدا کنیم؛ پس داریم:

$$\begin{cases} ۴۲ = ۲\times۳\times۷ \\ ۶۰ = ۲^۲\times۳\times۵ \\ ۷۸ = ۲\times۳\times۱۳ \end{cases} \Rightarrow [۴۲,۶۰,۷۸] = ۲^۲\times۳\times۵\times۷\times۱۳ = ۶۰\times۷\times۱۳$$

گام عدد به‌دست‌آمده در گام قبل برحسب ثانیه است. آن را به دقیقه تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{۶۰\times۷\times۱۳}{۶۰} = ۹۱$$

یعنی بعد از ۹۱ دقیقه مجدداً با هم سبز می‌شوند.

گام ۹۱ دقیقه بعد از $۹:۳۰'$ را به دست می‌آوریم:

$$۹:۳۰' \Rightarrow ۱ \text{ ساعت و } ۳۱ \text{ دقیقه} = ۹۱ \text{ دقیقه}$$
$$+۱:۳۱'$$
$$۱۰:۶۱' \Rightarrow ۱۱:۰۱'$$

یعنی در ساعت $۱۱:۰۱'$ مجدداً با هم سبز می‌شوند.

۳۳- گزینه ۳

استراتژی ببینید هر کدام از شیرها به تنهایی در یک ساعت، چه کسری از مخزن را پر یا خالی می‌کنند.

درس‌نامه در سؤالات کار با هم ابتدا مشخص می‌کنیم که هر کدام از افراد یا شیرهای آب یا ... به تنهایی چه کسری از کار مورد نظر را در یک ساعت، یک روز یا ... انجام می‌دهند. سپس با توجه به عملکرد آن‌ها عملیات یا معادلات لازم را می‌نویسیم تا به جواب برسیم.

گام طبق توضیحات سؤال، شیر A در یک ساعت $\frac{۱}{۱۰}$ مخزن، شیر B در یک ساعت $\frac{۱}{۱۲}$ مخزن را پر می‌کنند و شیر C در یک ساعت $\frac{۱}{۳۰}$ مخزن را خالی می‌کند.

گام حالا ببینیم اگر سه‌تا شیر هم‌زمان باز شوند، در یک ساعت چه کسری از مخزن پر می‌شود:

$$\frac{۱}{۱۰}+\frac{۱}{۱۲}-\frac{۱}{۳۰} = \frac{۶+۵-۲}{۶۰} = \frac{۹}{۶۰} = \frac{۳}{۲۰}$$

پس در $\frac{۲۰}{۳}$ ساعت، مخزن پر می‌شود.

گام حالا مشخص می‌کنیم که $\frac{۲۰}{۳}$ ساعت، چند دقیقه است:

$$\frac{۲۰}{۳}\times۶۰ = \frac{۱۲۰۰}{۳} = ۴۰۰ \text{ دقیقه}$$

۳۴- گزینه ۲

مشاوره مبحث درصد از مباحث مهم هوش ریاضی است که البته با تمرین و یادگیری چند روش ساده به راحتی می‌توانید به این سؤالات پاسخ دهید.

استراتژی فرض کنید حقوق امین ۱۰۰ تومان باشد و به راحتی به جواب برسید.

گام امین ۷۵ درصد از حقوق خود را مصرف می‌کند؛ پس وقتی ۱۰۰ تومان داشته باشد، ۷۵ تومان را مصرف کرده و ۲۵ تومان پس‌انداز می‌کند.

گام وقتی حقوق او ۲۰ درصد افزایش می‌یابد، حقوقش برابر ۱۲۰ تومان می‌شود:

$$۱۰۰+۱۰۰\times\frac{۲۰}{۱۰۰} = ۱۰۰+۲۰ = ۱۲۰ \text{ تومان}$$

از طرفی هزینه‌هایش را هم ۱۰ درصد زیاد می‌کند؛ پس هزینه‌های او برابر ۸۲/۵ تومان می‌شود:

$$۷۵+۷۵\times\frac{۱۰}{۱۰۰} = ۷۵+۷/۵ = ۸۲/۵ \text{ تومان}$$

گام بنابراین مقدار پس‌انداز او پس از افزایش حقوق برابر می‌شود با:

$$۱۲۰-۸۲/۵ = ۳۷/۵ \text{ تومان}$$

گام حالا درصد افزایش پس‌انداز او را به دست می‌آوریم:

$$\frac{۱۲/۵}{۲۵}\times۱۰۰ = ۱۲/۵\times۴ = ۵۰ \text{ درصد} \Rightarrow ۳۷/۵-۲۵ = ۱۲/۵ \text{ تومان}$$

۳۵- گزینه ۳

مشاوره در این تیپ از سؤالات، مسئله‌ای با دو حالت داده می‌شود که با حل سؤال در دو حالت و با توجه به خواستهٔ سؤال باید یکی از موارد داده‌شده در صورت سؤال را انتخاب کنید و گزینهٔ مربوط به آن را در پاسخ‌برگ علامت بزنید. معمولاً سؤالات سختی نیستند و با کمی دقت حل می‌شوند.

استراتژی فرض کنید سن اکنون علی برابر x باشد، سپس یک معادله بنویسید.

گام فرض کنیم سن علی اکنون برابر x باشد. طبق اطلاعات سؤال داریم:

$$x+۱۵=۵(x-۵)$$

گام معادلهٔ حاصل را حل می‌کنیم: $x+۱۵=۵x-۲۵ \Rightarrow ۴x=۴۰ \Rightarrow x=۱۰$

یعنی علی اکنون ۱۰ سال دارد.

گام مقادیر «الف» و «ب» را مشخص می‌کنیم:

«الف»: سن علی: ۱۰

«ب»: ۲ برابر سن علی در ۵ سال قبل: $۲(۱۰-۵)=۱۰$

پس مقادیر «الف» و «ب» با هم برابرند و در نتیجه ③ را انتخاب می‌کنیم.

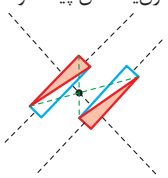
۳۶- گزینه ۱

مشاوره یکی از انواع هوش تصویری، سؤالات تقارن است که خیلی ساده هستند و فقط به کمی دقت نیاز دارند.

استراتژی قرینهٔ هر قسمت از شکل را نسبت به نقطهٔ داده‌شده پیدا کنید.

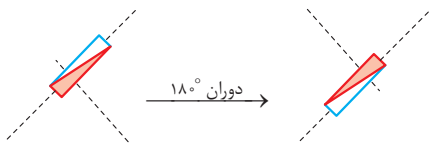
درس‌نامه برای پیداکردن تقارن یک شکل نسبت به نقطه، کافی است از رأس‌های شکل، به آن نقطه وصل کنیم و سپس به همان اندازه آن را ادامه دهیم تا رأس مورد نظر در تقارن‌یافتهٔ آن مشخص شود. قرینهٔ یک شکل، نسبت به یک نقطه با دوران ۱۸۰° آن یکسان است.

روش رأس‌های شکل را به نقطه وصل می‌کنیم و ادامه می‌دهیم تا تقارن‌یافتهٔ آن پیدا شود.



① درست است. ⇒

روش می‌توانیم شکل را ۱۸۰° دوران دهیم:



① درست است. ⇒

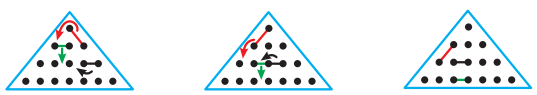
۳۷- گزینه ۱

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش تصویری تعدادی تصویر پشت سر هم قرار می‌گیرند و بین تصویرها رابطه‌ای برقرار است. با پیداکردن این رابطه به راحتی به جواب می‌رسید که البته تمرین زیاد برای حل این سؤالات لازم است.

استراتژی به جابه‌جایی هر کدام از خط‌ها دقت کنید.

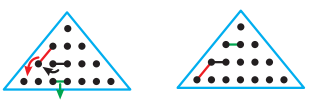
درس‌نامه در سؤالات الگوی تصویری برای پیداکردن شکل یا شکل‌های بعدی الگو باید رابطه‌ای منطقی و تکرارشونده بین شکل‌های الگو پیدا کنیم. برای پیداکردن این رابطه به مواردی مانند دوران، جابه‌جایی اجزا، تغییر تعداد اجزا، حذف یا اضافه شدن اجزا، تغییر اندازه یا تغییر رنگ و ... توجه می‌کنیم.

گام در شکل‌های داده‌شده، خط‌ها تغییر مکان داده‌اند؛ پس سعی می‌کنیم برای جابه‌جایی آن‌ها الگویی پیدا کنیم.



همان‌طور که می‌بینید، پاره‌خط قرمز، یکی به سمت چپ (روی نقطه‌هایی که کنار محیط مثلث قرار دارند)، پاره‌خط سبز، یکی به پایین و پاره‌خط مشکی هم یکی به چپ جابه‌جا شده است.

گام با انجام روند گام قبل روی شکل سوم، شکل بعدی را مشخص می‌کنیم:



① درست است. ⇒

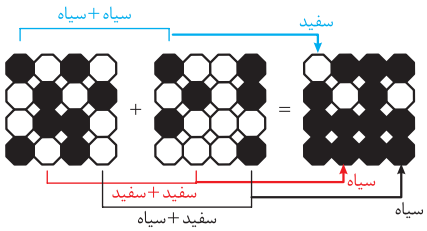
ممکن است برای پیداکردن جای پاره‌خط سبز دچار مشکل شوید، ولی وقتی جای پاره‌خط‌های قرمز و مشکی مشخص می‌شوند، ② و ④ حذف شده و جواب درست، یکی از ① یا ③ است. در ③ پاره‌خط سبز، بالا رفته؛ پس قطعاً اشتباه است؛ در نتیجه ① درست می‌باشد.

۳۸- گزینه ۲

استراتژی به ترکیب رنگ‌ها توجه کنید که نتیجه چه رنگی شده است.

درس‌نامه در سؤالات معادلات اشکال، معمولاً با ترکیب اشکال، جمع‌شدن خطوط یا حذف‌شدن آن‌ها و ... سروکار داریم. با دقت در معادلهٔ داده‌شده، عملی را که روی دو شکل انجام شده و از آن شکل سوم به دست آمده است، پیدا می‌کنیم و سپس همان عمل را روی معادلهٔ خواسته‌شده انجام می‌دهیم.

گام چون در شکل‌ها رنگ دیده می‌شود، بهتر است ترکیب رنگ‌ها را بررسی کنیم:



می‌بینیم که قانون زیر در ترکیب رنگ دو شکل اول انجام شده و شکل سوم به دست آمده است:

سیاه + سفید = سفید　　سیاه + سیاه = سیاه

سیاه + سیاه = سفید

یعنی فقط ترکیب دو سیاه، سفید شده و در بقیهٔ حالت‌ها ترکیب آن‌ها سیاه می‌شود.

گام قانون گام ۱ را روی معادلهٔ دوم انجام می‌دهیم و خیلی راحت، گزینه‌ها را در هر مرحله حذف می‌کنیم:

① حذف می‌شود. ⇒ سطر اول:

③ حذف می‌شود. ⇒ سطر دوم:

④ حذف می‌شود. ⇒ سطر سوم:

بنابراین ② جواب است.

می‌توانستیم در هر سطر، فقط دایره‌ای را که در یک گزینه با گزینه‌های دیگر (باقی‌مانده) اختلاف دارد، بررسی کنیم و سریع‌تر به جواب برسیم.

۳۹- گزینه ۴

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش تصویری تعدادی تصویر پشت سر هم قرار می‌گیرند و بین تصویرها رابطه‌ای برقرار است. با پیداکردن این رابطه به راحتی به جواب می‌رسید که البته تمرین زیاد برای حل این سؤالات لازم است.

استراتژی به دوران هر کدام از قطعات شکل‌ها توجه کنید.

درس‌نامه در سؤالات الگوی تصویری برای پیداکردن شکل یا شکل‌های بعدی الگو باید رابطه‌ای منطقی و تکرارشونده بین شکل‌های الگو پیدا کنیم. برای پیداکردن این رابطه به مواردی مانند دوران، جابه‌جایی اجزا، تغییر تعداد اجزا، حذف یا اضافه شدن اجزا، تغییر اندازه یا تغییر رنگ و ... توجه می‌کنیم.

گام تغییر هر کدام از قطعات شکل‌ها را بررسی می‌کنیم. فلش از چپ به راست در هر مرحله ۹۰° پادساعتگرد دوران کرده است؛ پس در شکل ? باید به صورت ↓ باشد؛ بنابراین ① و ③ حذف می‌شوند.

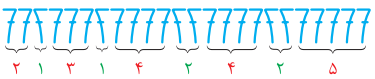
گام جابه‌جایی مربع‌های سفید و مشکی داخل شکل از چپ به راست یک خانه به صورت ساعتگرد است که البته در گزینه‌ها کاملاً یکسان هستند؛ پس اصلاً نیازی به بررسی آن نداریم. به سراغ دوران دایرهٔ رنگی می‌رویم. دایرهٔ رنگی در هر مرحله از چپ به راست، یکی‌درمیان، بالا و پایین رفته؛ پس در شکل ? باید پایین باشد و در نتیجه ④ درست است.

۴۰- گزینه ۳

استراتژی ببینید هر کدام از قطعات 7 و 4 با چه روندی تکرار شده‌اند.

درس‌نامه در سؤالات الگو یا دنباله‌های تکرارشونده تعدادی از قطعات شکل، به طور متناوب، تکرار می‌شوند. باید تعدادی که تکرار می‌شوند و روند تکرار آن‌ها را پیدا کنیم که معمولاً با کمی دقت به راحتی می‌توانید به جواب برسید.

در الگوی داده‌شده دو شکل 7 و 4 را می‌بینیم. بررسی می‌کنیم که با چه روندی تکرار شده‌اند:



همان‌طور که می‌بینید 4 به ترتیب ۱، ۱، ۲ و ۲ بار تکرار شده است؛ پس در بعدی باید ۳تا از آن باشد که تنها در (۳) به تعداد ۳تا دیده می‌شود.

البته بهتر بود الگوی دقیق‌تری رسم می‌شد و برای تکرار 7 ها هم روندی منطقی وجود داشت.

تعلیم و تربیت اسلامی

۱- گزینه ۲

درس نامه

﴿وَ اصبر عَلی ما اَصابَكَ اِنَّ ذلِكَ مِن عَزمِ الأُمورِ﴾ (لقمان، ۱۷)

ترجمه: بر آن‌چه (در این مسیر) به تو می‌رسد صبر کن که این از عزم و اراده در کارهاست.

پیام‌ها:

- شکیبایی و تحمل سختی‌ها برای رسیدن به هدف از نشانه‌های داشتن عزم قوی است.
- یکی از اقدامات لازم برای ثبات قدم در مسیر قرب الهی، تصمیم و عزم برای حرکت است.
- این آیه با حدیث امام کاظم علیه‌السلام «خدایا! می‌دانم که بهترین توشهٔ مسافر کوی تو، عزم و اراده‌ای است که با آن خواستار تو شده باشد.» مرتبط است.

آنان که عزم قوی دارند، سرنوشت را به دست حوادث نمی‌سپارند و با قدرت به سوی هدف قدم برمی‌دارند که عبارت ﴿إنّ ذلك مِن عزم الأمور﴾ بیانگر این مفهوم است.

۲- گزینه ۱

درس نامه

- الگوبودن در امور همواره خوب و باارزش برای بشر، نه امور تغییرپذیر با امور صنعتی و طبیعی.

حدیث امام حسین علیه‌السلام به نقل از پدر گرامی خود:

- تقسیم اوقات پیامبر در منزل به سه قسمت:

۱ قسمتی عبادت

۲ قسمتی اهل خانه

۳ قسمتی رسیدگی به کارهای شخصی

پیام: تقسیم زمان و برنامه‌ریزی، درس و الگویی همیشگی است که از اسوه قراردادن زندگی پیامبر صلی‌الله‌علیه‌وآله می‌آموزیم.

برنامه‌ریزی و تقسیم زمان، درس و الگویی همیشگی است که از این حدیث به دست می‌آید.

۳- گزینه ۴

درس نامه

- پاسخ به آنان این است که: این توجیه با کلام خدا سازگار نیست؛ خداوند شرط اصلی دوستی با خود را عمل به دستوراتش اعلام می‌کند.

آیه: ﴿قُل اِن كُنتُم تُحِبّونَ اللّهَ فَاتَّبعونی یُحببكُمُ اللّهُ وَ یَغفِر لَكُم ذُنوبَكُم وَ اللّهُ غَفورٌ رَحیمٌ﴾ (آل عمران، ۲۱)

ترجمه: «بگو اگر خدا را دوست دارید، از من پیروی کنید تا خدا دوستتان بدارد و گناهانتان را ببخشد و خداوند بسیار آمرزنده و مهربان است.»

پیام‌ها:

- تبعیت از دستورات خدا و پیامبر شرط اصلی دوستی با خداست.
- اطاعت از خدا و رسولش، محبت دوطرفهٔ بنده و معبود را به دنبال دارد و آمرزش الهی را شامل حال انسان می‌کند.
- نشانهٔ محبت مستمر به خدا پیروی از دستورات اوست.

برخی می‌گویند: اگر قلب انسان با خدا باشد، کافی است و عمل به دستورات او ضرورتی ندارد، آن‌چه اهمیت دارد، درون و باطن انسان است، نه ظاهر او.

۴- گزینه ۳

مهم‌ترین فایدهٔ روزه، تقوا می‌باشد. تقوا به معنای حفاظت و نگه‌داری است.

۵- گزینه ۴

درس نامه

- کسی که غسل بر او واجب شده یا وظیفه‌اش تیمم است:

الف) اگر انجام ندهد، نمی‌تواند روزه بگیرد.

ب) اگر سهل‌انگاری کند تا وقت تنگ شود: می‌تواند با تیمم روزه بگیرد، اما در مورد غسل‌نکردن معصیت کرده است.

- شخصی که با عذر شرعی (مانند بیماری) روزه نگیرد، باید قضای روزه را تا سال بعد انجام دهد و برای هر روز یک مُد طعام (۷۵۰ گرم گندم یا جو و ...)، به فقیر دهد.
- شخصی که بدون عذر روزه نگیرد: باید هم قضای آن را انجام دهد، هم کفّاره بدهد.
- اگر شخصی با چیز حرامی روزه‌اش را باطل کند، باید کفّارهٔ جمع بپردازد. (کفّارهٔ جمع: هم ۶۰ روز روزه بگیرد (که یک ماه آن پشت سر هم) و هم ۶۰ مُد طعام به فقیر دهد.)

اگر کسی به علت عذری مانند بیماری نتواند روزه بگیرد و بعد از ماه رمضان عذر او برطرف شود و تا رمضان آینده عمداً قضای روزه را نگیرد، باید هم روزه را قضا کند و هم برای هر روز یک مد (تقریباً ۷۵۰ گرم) گندم و جو و مانند آن‌ها به فقیر بدهد.

۶- گزینه ۱

درس نامه

عفاف:

- حالتی که انسان به وسیلهٔ آن، خود را در برابر تندروی‌ها و کندروی‌ها کنترل می‌کند و در مسیر اعتدال و میانه‌روی پیش می‌رود.
- عفاف در تقابل با تبرّج است.
- تبرّج یعنی زیاده‌روی و افراط در آراسته‌کردن خود، تا حدّ رسیدن به خودنمایی و جلب توجه که از دیدگاه قرآن، کاری جاهلانه است.
- تبرّج باعثِ غفلت انسان از هدف زندگی و مشغول‌شدن او به کارهایی می‌شود که عاقبتی جز دورشدن از خدا ندارد.
- به میزانی که رشته‌های عفاف در روح انسان قوی‌تر و مستحکم‌تر شود، آراستگی و پوشش او باوقارتر می‌شود.
- به همان میزان که رشته‌های عفاف انسان ضعیف و گسسته می‌شود، آراستگی و پوشش او سبک‌تر و جنبهٔ خودنمایی به خود می‌گیرد.

یکی از جلوه‌های عفاف، مربوط به آراستگی و مقبولیت است. به همان میزان که رشته‌های عفاف در روح انسان قوی و مستحکم می‌شود، نوع آراستگی و پوشش او باوقارتر می‌شود و به همان میزان نیز که رشته‌های عفاف انسان ضعیف و گسسته می‌شود، آراستگی و پوشش او سبک‌تر و جنبهٔ خودنمایی به خود می‌گیرد.

۷- گزینه ۲

آیهٔ ﴿الیس اللّه بکافٍ عبده﴾ که بیانگر این مفهوم است که توکل بر خداوند سبب تقویت اراده و عزم می‌شود.

۸- گزینه ۱

انسان متوکل می‌داند که در صورت انجام وظیفه، هر نتیجه‌ای که به دست آید، به مصلحت اوست، گرچه خود به آن مصلحت آگاه نباشد؛ زیرا خداوند آینده‌ای را می‌بیند که ما نمی‌بینیم و به مصلحت‌هایی توجه دارد که ما درک نمی‌کنیم.

این آیه بیانگر این مفهوم است.

۹- گزینه ۳

درس نامه

آیه: ﴿وَ مِن آیاتِهِ اَن خَلَقَ لَكُم مِن اَنفُسِكُم اَزواجاً لِتَسكُنوا اِلَیها وَ جَعَلَ بَینَكُم مَوَدَّةً وَ رَحمَةً اِنَّ فی ذلِكَ لَآیاتٍ لِقَومٍ یَتَفَكَّرونَ﴾ (روم، ۲۱)

ترجمه: و از نشانه‌های خدا آن است که همسرانی از نوع خودتان برای شما آفرید تا با آن‌ها آرامش یابید و میان شما دوستی و رحمت قرار داد؛ همانا که در این مورد نشانه‌هایی است برای کسانی که تفکر می‌کنند.

پیام‌ها:

۱ نیاز به انس و آرامش با همسر و رشد اخلاقی و معنوی اهداف ازدواج است.
۲ فلسفهٔ آفرینش همسر همنوع آرامش‌یابی با آن است.
۳ یکسانی منزلت و مفهوم زوجیت زن و مرد برداشت می‌گردد.
۴ هدف خداوند حکیم از بیان نشانه‌هایش تفکر در آن‌هاست.
۵ جهت ایجاد آرامش، مودّت و رحمت میان زوجین لازم است.
۶ تحکیم بنیان خانواده از مسئولیت‌های مسلمانان برای احیای تمدن اسلامی است.

مطابق آیهٔ ۲۱ سورهٔ روم، خداوند با ازدواج دوستی و رحمت میان زن و مرد قرار می‌دهد که این امر از اهداف ازدواج است.

۱۰- گزینه ۳

مهم‌ترین عامل پایداری خانواده، درک درست از زوجیت و مکمل هم بودن زن و مرد و عمل به این درک است. اگر همسران از این موضوع غافل باشند، به سرعت در محیط خانه از هم بیگانه می‌شوند و با پیش‌آمدن کوچک‌ترین تنش از هم جدا می‌شوند. اما اگر درک متقابل از نیازهای متفاوت یکدیگر داشته باشند، با آرامش در کنار یکدیگر زندگی می‌کنند و به تعبیر قرآن کریم، لباس یکدیگر می‌شوند و کاستی‌ها و نقص‌های یکدیگر را می‌پوشانند.

۱۱- گزینه ۲

درس‌نامه

سیزده آیه در قرآن به سؤال‌های مردم از پیامبر اکرم ﷺ اختصاص یافته که با کلمهٔ «یَسْئَلونَك» همراه است. این نشان می‌دهد که پیامبر ﷺ معلم مردم بوده است.

در قرآن برای توصیف انبیا عبارات متعددی به کار رفته؛ ولی آن‌چه بیش از همه استفاده شده، تعبیر «وَ یُعَلِّمُهُمُ الکِتابَ وَ الْحِکْمَةَ وَ یُزَکّیهِمْ» است که نشان می‌دهد کار پیامبران، تعلیم کتاب و حکمت و تزکیه بوده است. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۱ ـ صفحات ۱۶ و ۱۷)

۱۲- گزینه ۳

درس‌نامه

یکی از نشانه‌های برتری اعمال، ماندگاری آثار آن است؛ چنان‌که حضرت ابراهیم علیه‌السلام از خدا خواست که در تاریخ ماندگار باشد: «و اجعل لی لسان صدق فی الآخرین» «و در میان آیندگان، نام نیکی برای من قرار بده.» خداوند نیز دعای او را این‌گونه پاسخ داد: «و جعلها کلمةً باقیةً فی عقبه لعلّهم یرجعون»: حضرت ابراهیم علیه‌السلام از خدا خواست که در تاریخ ماندگار باشد. «آن [کلمهٔ توحید] را در میان نسلش کلمهٔ ماندگار قرار داد، باشد که آنان (به توحید) بازگردند.» آری! ایمان به تنهایی کافی نیست، بلکه هدایت الهی باید تداوم داشته باشد.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۱ ـ صفحهٔ ۲۲)

۱۳- گزینه ۱

درس‌نامه

﴿قُل هذِهِ سَبیلی أدْعُوا إلَی اللّهِ عَلَی بَصیرَةٍ أنَا وَ مَنِ اتَّبَعَني﴾ «ای پیامبر بگو: این راه من است. من و هر کس پیروی‌ام کرد، با بینایی به سوی خدا دعوت می‌کنیم.)

در زمان ما، بهترین نمونه و مصداق ایمان به خدا و اعتماد به راه خود، وجود مبارک امام خمینی رحمه‌الله بود. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۴۳)

باید منشأ اعتمادبه‌نفس، ایمان به خدا و راه او و داشتن هدف الهی و بصیرت کامل باشد.

۱۴- گزینه ۴

﴿و لو کنت فظاً غلیظ القلب لا نفضّوا من حولك﴾ «و اگر خشن و سنگدل بودی، (مردم) از دور تو پراکنده می‌شدند.»

معلم بداخلاق، افراد را از دور خود پراکنده می‌کند. پس یکی از صفات معلمی داشتن اخلاق خوب است.

۱۵- گزینه ۲

درس‌نامه

قرآن به پیامبر ﷺ می‌فرماید: ﴿وَ اخْفِضْ جَناحَكَ لِمَنِ اتَّبَعَكَ مِنَ الْمُؤْمِنینَ﴾ «برای مؤمنانی که از تو پیروی کرده‌اند، بال خود را بگستر (و متواضع باش)».

﴿و لا تمش فی الأرض مرحاً﴾: «(ای انسان!) هرگز در زمین با کبر و غرور راه مرو.»

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۵۵)

۱۶- گزینه ۱

درس‌نامه

پاورقی صفحهٔ ۶۲:

﴿أَ لَمْ یَجِدْكَ یَتیماً فَآوی * وَ وَجَدَكَ ضالّاً فَهَدی * وَ وَجَدَكَ عائِلاً فَأَغْنی * فَأَمَّا الْیَتیمَ فَلا تَقْهَرْ * وَ أَمَّا السّائِلَ فَلا تَنْهَرْ * وَ أَمَّا بِنِعْمَةِ رَبِّكَ فَحَدِّثْ﴾ «آیا تو را یتیم نیافت، پس پناه داد و سامانت بخشید * و تو را سرگشته یافت، پس هدایت کرد * و تو را تهی‌دست یافت و بی‌نیاز کرد * (حال که چنین است) پس بر یتیم قهر و تندی مکن * و سائل را از خود مران.»

استادی که دردآشنا باشد، موفق‌تر است. برخورد کسی که درد یتیمی و فقر را چشیده باشد، با برخورد کسی که این درد را حس نکرده باشد، فرق دارد. خداوند متعال به پیامبرش می‌فرماید: «آیا خداوند تو را یتیم و فقیر نیافت و به تو ثروت و مأوا نداد؟ پس اکنون که طعم یتیمی و فقر را چشیده‌ای و دردآشنایی، یتیم و فقیر را از خود طرد نکن.» (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۶۲)

۱۷- گزینه ۴

درس‌نامه

معلم موفق، امام و رهبر و الگوی دیگران است؛ لذا اعمال او بسیار تأثیرگذار است و باید در همهٔ کارها پیشگام باشد و قبل از تعلیم دیگران به تعلیم خود بپردازد. چنان‌که امیرالمؤمنین علیه‌السلام فرمودند: «بر هر کس که خود را امام و پیشوا قرار داده، لازم است که قبل از تعلیم دیگران، خود را آموزش بدهد و تأدیب او به رفتارش باشد؛ قبل از آن‌که به زبانش باشد.»

﴿أ تأمرون النّاس بالبرّ و تنسون أنفسکم﴾: «آیا مردم را به نیکی سفارش می‌کنید، در حالی که خودتان را فراموش کرده‌اید؟» (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۷۸)

۱۸- گزینه ۴

درس‌نامه خداوند در قرآن برای چند گروه، جایگاه و درجات مخصوصی قرار داده است؛ انبیا، مجاهدان، نمازگزاران، اهل انفاق، مؤمنانی که عمل صالح انجام می‌دهند و دانشمندان. شاید جملهٔ ﴿یرفع اللّه الذین آمنوا منکم و الّذین أوتوا العلم درجات﴾ نشانهٔ آن باشد که فرمان بلندشدن به خاطر ورود مؤمنان و دانشمندان است، یعنی به احترام آنان قیام کنید.

﴿یرفع اللّه الذین آمنوا منکم و الّذین أوتوا العلم درجات﴾: «خدا از میان شما کسانی را که ایمان آورده و کسانی را که صاحب علم و دانش‌اند، به درجاتی رفعت و بزرگی می‌دهد.»

در گزینهٔ ۲ به درستی به مفهوم این آیه اشاره شده است.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۹۵)

۱۹- گزینه ۲

درس‌نامه

پاورقی صفحهٔ ۹۹:

﴿یا أَیُّهَا الَّذینَ آمَنُوا اتَّقُوا اللّهَ وَ قُولُوا قَوْلاً سَدیداً * یُصْلِحْ لَكُمْ أَعْمالَكُمْ وَ یَغْفِرْ لَكُمْ ذُنُوبَكُمْ وَ مَنْ یُطِعِ اللّهَ وَ رَسُولَهُ فَقَدْ فازَ فَوْزاً عَظیماً﴾: «ای کسانی که ایمان آورده‌اید! تقوای الهی پیشه کنید و سخن (حق و) استوار گویید * تا خداوند کارهای شما را اصلاح کند و گناهانتان را بیامرزد؛ و هر کس خدا و رسولش را اطاعت کند، بدون شک به رستگاری بزرگی دست یافته است.» (أحزاب، ۷۰-۷۱)

در قرآن کریم می‌خوانیم که کلام شما باید محکم و سدید باشد تا به برکات جنبی آن برسید که از جملهٔ آن، اصلاح عمل و بخشش گناهان است. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۹۹)

۲۰- **گزینه ۳**

درس‌نامه

دشمنان با شگردهای گوناگون در صدد ضربه‌زدن به ما هستند؛ شگردهایی همچون:

الف) فساد: ﴿لا یألونکم خبالاً﴾

ب) فشار: ﴿ودوا ما عنتم﴾

ج) نفاق: ﴿ما تخفی صدورهم اکبر﴾

﴿یا أیها الّذین آمنوا لا تتخذوا بطانة من دونکم لا یألونکم خبالاً﴾ «ای کسانی که ایمان آورده‌اید! از غیر خودتان همراز نگیرید ...»

در این آیه بیان شده است که دشمنان خود را بشناسید و هشیار باشید، چراکه آنان ذره‌ای در توطئه و فتنه علیه شما کوتاهی نمی‌کنند. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۱۰۸)

هوش و استعداد معلمی

۲۱- **گزینه ۴**

مشاوره سؤالات متن بلند از جمله سؤالاتی است که به احتمال زیاد در آزمون مطرح می‌شود. سؤال از متن بلند می‌تواند شامل سؤال از نتیجهٔ متن، عنوان متن، منظور از یک واژه، عبارت و ... باشد. برای پاسخگویی به این سؤالات، خواندن متن و درک سؤال و فهمیدن گزینه‌ها بسیار اهمیت دارند.

استراتژی ابتدا سؤال و سپس پاراگراف اول را بخوانید.

بررسی گزینه‌ها: ۱) طبق پاراگراف اول، یکی از کارکردهای آن، علمی برای توصیف، تبیین و پیش‌بینی پدیده‌ها و وقایع اجتماعی است.

۲) در این پاراگراف آمده که «هیچ‌یک از علوم، چه برای پیشرفت خود در یک روند منطبق با شرایط اجتماعی و چه در چهارچوب حکمرانی علمی و چه در جهت اثربخشی خود برای جامعه، بی‌نیاز از علوم انسانی نیستند.»؛ پس این گزینه هم در پاراگراف اول بیان شده است.

۳) طبق پاراگراف اول، «علوم انسانی زمانی شکل گرفت که پس از انقلاب صنعتی، زندگی شهری در اثر گسترش صنعت و توسعهٔ شهرها ...»؛ پس این گزینه هم درست است.

۴) در این پاراگراف فقط بیان شده که «مرزهای آن با سایر علوم پررنگ شد.»، ولی عامل پررنگ‌شدن آن را بیان نکرده است؛ پس این گزینه در پاراگراف اول متن ذکر نشده است.

۲۲- **گزینه ۱**

استراتژی ابتدا گزینه‌ها و بعد متن را با دقت بخوانید تا گزارهٔ نادرست را پیدا کنید.

بررسی گزینه‌ها: ۱) قلمرو علوم انسانی با محدودشدن آن مشخص نشد، بلکه طبق متن داده‌شده «اندک‌اندک توسعه یافت و مرزهای آن با سایر علوم پررنگ شد.»؛ پس این گزینه نادرست است.

۲) طبق دو خط آخر پاراگراف اول، سایر علوم هم در جامعه تأثیرگذار هستند، فقط گفته شده برای این اثربخشی خود، بی‌نیاز از علوم انسانی نیستند؛ پس این گزاره هم طبق متن درست است.

۳) در پاراگراف دوم آمده که «این برداشت‌ها به زبان قابل فهم برای تودهٔ مردم ترجمه می‌شود.»؛ پس می‌توان نتیجه گرفت که «درک برخی مباحث علوم انسانی برای عموم مردم چندان ساده نیست.» و این گزینه هم درست است.

۴) این گزاره، یعنی «پیشرفت علوم متأثر از وضعیت اجتماعی است.» را می‌توان از پاراگراف اول نتیجه گرفت. آن‌جایی که می‌گوید «زندگی شهری در اثر گسترش صنعت و توسعهٔ شهرها نیاز به علومی برای توصیف، تبیین و پیش‌بینی پدیده‌ها و وقایع اجتماعی را هویدا کرد.» یعنی وضعیت اجتماع نیاز به پیشرفت علوم را موجب می‌شود؛ پس این گزینه هم درست است.

۲۳- **گزینه ۳**

استراتژی سه پرسش داده‌شده را با دقت بخوانید و سپس ببینید در مورد کدام‌یک از آن‌ها در متن، مطالبی بیان شده که بتوانید به آن پرسش پاسخ دهید.

بررسی پرسش‌ها: **الف)** در متن فقط تأثیر علوم انسانی بر سایر علوم را بیان کرده، ولی نامی از یکی از علوم غیرانسانی را نیاورده است؛ پس به این پرسش، طبق متن نمی‌توان پاسخ داد.

ب) به این پرسش هم نمی‌توان پاسخ داد، چون مطلبی در این مورد بیان نشده است.

ج) طبق پاراگراف دوم می‌توان در جواب این پرسش گفت که «خیر». علوم انسانی یا به صورت مستقیم روی بینش و نگرش‌های آن‌ها تأثیر می‌گذارد یا به طور غیرمستقیم در شکل‌گیری گفتمان‌های اجتماعی تأثیرگذار است.

پس تنها به پرسش «ج» می‌توان طبق متن پاسخ داد.

۲۴- **گزینه ۱**

مشاوره سؤالات متن کوتاه یکی از انواع سؤالاتی هستند که در آزمون‌ها ممکن است مطرح شوند. در این سؤالات، گاهی به طور مستقیم از اطلاعات متن سؤال می‌پرسند، گاهی باید از متن، یک نتیجه‌گیری شود و گاهی وسط یا انتهای متن، جای خالی قرار می‌دهند که باید متناسب با متن، گزینهٔ مناسب برای جای خالی را انتخاب کنید. گاهی هم فقط قسمت‌هایی از متن اهمیت دارند و در مورد آن‌ها سؤال مطرح می‌شود.

استراتژی متن را به دقت بخوانید و سپس هر گزینه را در جای خالی قرار دهید و ببینید با کدام‌یک از گزینه‌ها جمله کامل می‌شود و در ادامهٔ مطالب گفته شده است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) قبل از جای خالی آمده که «بیرونی توانست تصور کند جز یونانیان ملتی دیگر هم در جهان وجود داشته که دارای فرهنگ اصیل باشد و آن کشور هندوستان است و پس از فارغ‌التحصیلی در دانش یونانی، .....»

بدیهی است که ادامه باید در مورد آموختن او در مورد مطلبی بیاید؛ پس عبارت این گزینه به خوبی ادامهٔ متن را تکمیل می‌کند و منطقی‌ترین گزینه است.

۲) گفته شده که او به دنبال آموختن دانش هندوستان بود نه ترویج دانش در هند! پس این گزینه درست نیست.

۳) باید ادامهٔ متن در مورد آموختن در هند باشد نه آموختن بیشتر در فلسفه و علم یونانی! بنابراین این گزینه هم برای تکمیل متن، منطقی نیست.

۴) طبق توضیحات گزینه‌های قبل، این عبارت هم نادرست است، چون باید در پی جمله‌ای که در مورد دانش هندوستان گفته شده، به دنبال آن باشد نه ماندن در یونان!

۲۵- **گزینه ۴**

استراتژی با دقت متن را بخوانید و بعد ببینید کدام گزینه طبق آن مطالب، قابل نتیجه‌گیری است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) طبق متن، بشر با «رسم نشانه و علامت روی سنگ، .....» پیام خود را منتقل می‌کرده و بعد از آن‌ها نامه ایجاد شده است؛ پس انتقال پیام قبل از ظهور نامه وجود داشته است و این گزینه طبق متن، نادرست است و استنباط نمی‌شود.

۲) این گزینه هم از متن استنباط نمی‌شود، چون در مورد قراردادن گل خشک در کیسه‌های گندم صحبت شده که با استفاده از آن از امانت‌داری آورنده مطمئن شوند و به نوعی از روش‌های ابتدایی انتقال پیام بوده است نه این‌که بعد از آن به وجود آمده باشد.

۳) عبارت این گزینه هم طبق متن، قابل استنباط نیست، چون اصلاً در مورد چنین چیزی، در متن داده‌شده مطلبی نیامده است.

۴) طبق متن، این گزینه کاملاً درست و قابل استنباط است، چون مثال ارائه‌شده در واقع مثالی از کارکرد شبیه نامه قبل از ایجاد نامه را بیان می‌کند، چون برای انتقال پیام از طرف فرستنده به گیرنده انجام می‌شده است.

۲۶- **گزینه ۳**

استراتژی هر گزینه را درست فرض کنید و ببینید با فرض درستی آن، نتیجهٔ پایان متن رد می‌شود یا زیر سؤال می‌رود.

بررسی گزینه‌ها: ۱) با فرض درست‌بودن این گزینه، نتیجهٔ پایانی متن نقض نمی‌شود. به نوعی می‌توان گفت ربطی به انتهای متن ندارد و انتخاب این گزینه مناسب نیست.

۲) درست‌بودن این گزینه هم، نتیجهٔ پایانی متن «توجه به هنر در این دوره» را زیر سؤال نمی‌برد، بلکه در مورد پادشاهان و نام باقی‌مانده از آن‌ها صحبت شده که ربطی به نتیجهٔ پایانی متن ندارد!

۳) با فرض درست‌بودن این گزینه، نتیجهٔ پایانی متن، زیر سؤال می‌رود، چون در انتهای متن، دلیل مورد توجه قرارگرفتن هنر را توجه شاهان عثمانی و هندی به آن دانسته است، ولی در این گزینه از حمایت طبقهٔ فرودست به عنوان دلیل رشد و جایگاه آن صحبت به میان آمده است؛ پس این گزینه جواب مورد نظر است.

۴) این گزینه به تقویت نتیجهٔ متن کمک می‌کند، چون به نوعی در تأیید آن است؛ پس این گزینه هم رد خواهد شد.

۲۷- گزینه ۲

استراتژی دو عبارتی را که زیر آن‌ها خط کشیده شده، به دقت بخوانید و بعد ببینید کدام گزینه ارتباط آن‌ها را به بهترین نحو بیان کرده است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) اولی به درستی بیان شده چون در مورد کاربرد عقل در موجوداتی است که از ماده و جسم مجردند، ولی دومی نادرست است، چون دومی اطلاعاتی دربارهٔ درک حقیقت اشیا توسط همان موجودات را بیان کرده نه موجودات دیگری را.

۲) اولی درست است، چون در مورد موجودات خاص که از ماده و جسم مجردند، بیان شده و دومی هم در مورد چگونگی درک آن‌ها از اشیا (شهود)، مطلبی را بیان کرده است؛ پس همین گزینه به منطقی‌ترین شکل، رابطهٔ دو بخش را نشان می‌دهد.

۳) اولی اشتباه است، چون در مورد کاربرد عقل در موجودات خاص است، نه باور نویسنده به وجود آن موجودات و دومی هم نادرست است، چون در مورد درک آن موجودات از اشیا است نه درک همان موجودات!

۴) اولی نادرست است، چون به صورت پیش‌فرض دربارهٔ خاستگاه عقل صحبت نکرده، بلکه در مورد کاربرد عقل در ارتباط با موجودات خاص بیان شده است و دومی هم ربطی به استدلالی برای آن پیش‌فرض ندارد و مربوط به همان درک موجودات به صورت شهود است که حتی بیان شده به استدلال نیازی ندارند.

۲۸- گزینه ۱

مشاوره یکی از مباحث مهم استدلال و منطق، موضوع آرایش نشستن یا چینش اشیا یا مرتب‌کردن داده‌ها است. با تمرین زیاد روش حل این سؤالات را یاد بگیرید.

درس‌نامه برای حل سؤالات چینش، مطابق صورت سؤال و تعداد افراد یا اشیا جایگاه‌های لازم را در نظر می‌گیریم؛ سپس از شرطی که جایگاه شیئی را مشخص کرده، شروع می‌کنیم و بعد با استفاده از بقیهٔ شرط‌ها به ترتیب جایگاه بقیهٔ اشیا را تعیین می‌کنیم.

استراتژی مهرهٔ آبی را در جایگاه اول قرار دهید و حواستان به شرط کنار هم نبودن دو مهره با رنگ مشابه باشد.

گام چون ۴ مهره به رنگ‌های آبی، سبز و قرمز داریم، پس دوتا از مهره‌ها از یک رنگ هستند. از طرفی می‌خواهیم مهرهٔ اول آبی باشد، پس ۴ جایگاه کشیده و مهرهٔ آبی را در جای اول قرار می‌دهیم:

آبی			
۱	۲	۳	۴

گام چون طبق صورت سؤال دو مهره با رنگ مشابه کنار هم قرار نمی‌گیرند، پس مهرهٔ جایگاه دوم آبی نمی‌تواند باشد، دو حالت مختلف ممکن را در نظر می‌گیریم:

حالت اول:

	قرمز	آبی	
۱	۲	۳	۴

حالت دوم:

	سبز	آبی	
۱	۲	۳	۴

گام طبق شرط سؤال، مهرهٔ سبز دقیقاً بین دو مهرهٔ با رنگ‌های مختلف قرار دارد؛ پس داریم:

حالت اول:

آبی	سبز	قرمز	آبی
۱	۲	۳	۴

حالت دوم:

آبی	قرمز	سبز	آبی
۱	۲	۳	۴

همان‌طور که می‌بینید در هر دو حالت، رنگ مهرهٔ چهارم، آبی است.

۲۹- گزینه ۲

استراتژی مهرهٔ سبز یا در جایگاه دوم یا جایگاه سوم می‌تواند باشد.

گام چون مهرهٔ سبز باید دقیقاً بین دو مهره با رنگ‌های مختلف باشد، پس در یکی از جایگاه‌های دوم یا سوم قرار دارد:

حالت اول:

	سبز		
۱	۲	۳	۴

حالت دوم:

		سبز	
۱	۲	۳	۴

گام چون دو طرف سبز باید رنگ‌های مختلف باشند، پس مهره‌های قرمز هر دو در دو طرف آن نباید باشند. از طرفی دو رنگ قرمز کنار هم نیز نباید قرار داشته باشند؛ پس داریم:

حالت اول:

قرمز	آبی	سبز	قرمز
۱	۲	۳	۴

حالت دوم:

قرمز	سبز	آبی	قرمز
۱	۲	۳	۴

همان‌طور که مشخص است در هر دو حالت، مهره‌های قرمز در جایگاه‌های ۱ و ۴ قرار دارند. دقت کنید که طبق سؤال قبل که دو مهرهٔ آبی داشتیم، به راحتی می‌شد نتیجه گرفت که جایگاه دو مهره با رنگ مشابه ۱ و ۴ است و نیازی به حل این سؤال هم نبود.

۳۰- گزینه ۴

استراتژی مهرهٔ سبز را در جایگاه سوم قرار دهید؛ پس جایگاه‌های دوم و چهارم دو رنگ مختلف دیگر هستند.

گام مهرهٔ سبز در جایگاه سوم قرار دارد؛ پس با توجه به سؤال که باید در دو طرف آن دو مهره با رنگ‌های متفاوت باشد، داریم:

حالت اول:

آبی	سبز	قرمز	
۱	۲	۳	۴

حالت دوم:

قرمز	سبز	آبی	
۱	۲	۳	۴

گام جایگاه باقی‌مانده در هر دو حالت، فقط با یک رنگ می‌تواند پر شود:

حالت اول:

آبی	سبز	قرمز	آبی
۱	۲	۳	۴

حالت دوم:

قرمز	سبز	آبی	قرمز
۱	۲	۳	۴

گام **بررسی گزینه‌ها:** ۱) رنگ دو مهرهٔ مشابه در حالت اول، آبی و در حالت دوم، قرمز است؛ پس این گزینه همواره درست نیست.

۲) رنگ دو مهرهٔ مشابه آبی هم می‌تواند باشد، پس این گزینه هم نادرست است.

۳) جایگاه دو مهرهٔ مشابه در حالت‌های اول و دوم ۱ و ۴ است؛ پس این گزینه درست نیست.

۴) طبق هر دو حالت، جایگاه دو مهرهٔ مشابه ۱ و ۴ است.

دقت کنید که با توجه به دو پرسش قبلی، جواب درست مشخص بود و ۴) می‌شد و باز هم احتیاجی به حل سؤال نبود!

۳۱- گزینه ۳

مشاوره در این سؤالات باید رابطه‌ای بین اعداد سطر یا ستون یا هر دو پیدا کنید که با بررسی اَعمال مختلف روی اعداد می‌توانید به جواب برسید.

درس‌نامه مربع جادویی به مربعی گفته می‌شود که در آن مجموع اعداد سطرها، ستون‌ها و قطرها با هم برابر باشد، از طرفی عدد وسطی برابر است با: $\frac{\text{مجموع اعداد سطر یا ستون}}{\text{تعداد سطرها یا ستون‌ها}}$

از شکل مربع داده‌شده می‌توان حدس زد که با مربع جادویی سروکار داریم. با بررسی مجموع اعداد سطرها و ستون‌ها به این نتیجه می‌رسیم که مجموع همهٔ سطرها، ستون‌ها و قطرها برابر ۱۵ است. از طرفی عدد وسط هم برابر $\frac{۱۵}{۳}=۵$ می‌باشد؛ پس به جای ؟ باید عدد ۹ قرار بگیرد:

$۴+?+۲=۱۵ \Rightarrow ?=۱۵-۶=۹$

۳۲- گزینه ۱

استراتژی ک.م.م دو عدد را پیدا کنید.

درس‌نامه برای به دست آوردن کوچک‌ترین مضرب مشترک یا ک.م.م اعداد، ابتدا آن‌ها را تجزیه می‌کنیم؛ سپس عوامل مشترک با بیشترین توان را در عوامل غیرمشترک آن‌ها ضرب می‌کنیم.

گام برای حل این مدل از سؤالات، باید ک.م.م دو عدد داده‌شده را به دست آوریم؛ پس داریم:

$$\begin{cases} ۸ = ۲^۳ \\ ۱۲ = ۲^۲ \times ۳ \end{cases} \Rightarrow [۸,۱۲] = ۲^۳ \times ۳ = ۲۴$$

گام بنابراین بعد از هر ۲۴ دقیقه، زنگ و بوق مجدداً با هم به صدا درمی‌آیند؛ در نتیجه زمان‌هایی که با هم به صدا درمی‌آیند به صورت زیر می‌شود:

$$۱۶ , ۱۶:۲۴' , ۱۶:۴۸' , ۱۷:۱۲' , ۱۷:۳۶' , ۱۸ , \ldots$$

بنابراین در ساعت ۱۸ نیز هم‌زمان به صدا درمی‌آیند.

۳۳- گزینه ۳

درس‌نامه در سؤالات کار با هم ابتدا مشخص می‌کنیم که هر کدام از افراد یا شیرهای آب یا ... به تنهایی چه کسری از کار مورد نظر را در یک ساعت، یک روز یا ... انجام می‌دهند؛ سپس با توجه به عملکرد آن‌ها عملیات یا معادلات لازم را می‌نویسیم تا به جواب برسیم.

استراتژی ببینید هر کدام به تنهایی در یک روز چه کسری از کار را انجام می‌دهند.

گام طبق توضیحات سؤال، مهسا بقیهٔ کار را در ۹ روز انجام داده و اگر خودش می‌خواسته به تنهایی کار کند، کار را در ۱۰ روز تمام می‌کرده است. از این‌جا می‌توان نتیجه گرفت که ۱ روز کار مهسا معادل با ۴ روز کار نیلوفر است؛ پس اگر نیلوفر بخواهد کار را به تنهایی انجام دهد، در ۴۰ روز آن را تمام می‌کند!

گام طبق اطلاعات به‌دست‌آمده مهسا در یک روز $\frac{۱}{۱۰}$ از کار و نیلوفر $\frac{۱}{۴۰}$ از آن را انجام می‌دهند؛ پس اگر با هم کار کنند، در یک روز مقدار کاری که انجام می‌دهند برابر می‌شود با:

$$\frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۴۰} = \frac{۴+۱}{۴۰} = \frac{۵}{۴۰} = \frac{۱}{۸}$$

در نتیجه اگر با هم کار کنند، در ۸ روز کار تمام می‌شود.

۳۴- گزینه ۲

استراتژی سن امین را x و سن پسرش را y فرض کنید و معادلات مربوط به آن‌ها را بنویسید.

گام فرض کنید سن امین x و سن پسرش y باشد. طبق توضیحات سؤال داریم:

$$x - ۸ = ۴(y - ۸) \Rightarrow x - ۸ = ۴y - ۳۲ \Rightarrow ۴y - x = ۲۴ \quad (I)$$
$$x + ۸ = ۲(y + ۸) \Rightarrow x + ۸ = ۲y + ۱۶ \Rightarrow x - ۲y = ۸ \quad (II)$$

گام حالا دو معادلهٔ (I) و (II) را با هم حل می‌کنیم تا مقادیر x و y را به دست آوریم:

$$\begin{cases} ۴y - x = ۲۴ \\ x - ۲y = ۸ \end{cases} \xrightarrow{+} ۲y = ۳۲ \Rightarrow y = ۱۶ \Rightarrow x = ۴۰$$

یعنی سن امین ۴۰ و سن پسرش ۱۶ سال است و مجموع سن آن‌ها برابر می‌شود با:

$$x + y = ۴۰ + ۱۶ = ۵۶$$

۳۵- گزینه ۴

مشاوره در این تیپ از سؤالات، مسئله‌ای با دو حالت داده می‌شود که با حل سؤال در دو حالت و با توجه به خواستهٔ سؤال باید یکی از موارد داده‌شده در صورت سؤال را انتخاب کنید و گزینهٔ مربوط به آن را در پاسخبرگ علامت بزنید. معمولاً سؤالات سختی نیستند و با کمی دقت حل می‌شوند.

استراتژی با بررسی عددهای مختلف می‌توانید به جواب برسید.

گام در مورد اعداد مثبت دورقمی a و b هیچ اطلاعی نداریم؛ پس اگر به هر دو مقدار یکسان n را اضافه کنیم، باز هم هیچ اطلاعی در مورد $a+n$ و $b+n$ نخواهیم داشت.

گام در «الف» مقدار $a+n$ و در «ب» مقدار $b+n$ داده شده است و همان‌طور که در گام قبل گفتیم، هیچ اطلاعاتی در مورد آن‌ها نداریم؛ پس نمی‌توانیم رابطه‌ای هم بین آن‌ها پیدا کنیم؛ در نتیجه باید ۴ را انتخاب کنیم.

دقت کنید که اگر $a > b$ باشد، $a+n > b+n$، اگر $a < b$ باشد، $a+n < b+n$ و اگر $a = b$ باشد، $a+n = b+n$ می‌شود.

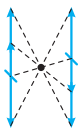
۳۶- گزینه ۳

مشاوره یکی از انواع سؤالات هوش تصویری، سؤالات تقارن است که خیلی ساده هستند و فقط به کمی دقت نیاز دارند.

استراتژی قرینهٔ هر قسمت از شکل را نسبت به نقطهٔ داده‌شده پیدا کنید.

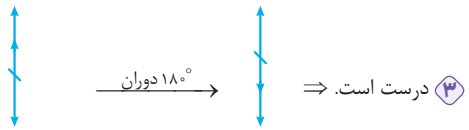
درس‌نامه برای پیداکردن تقارن یک شکل نسبت به نقطه، کافی است از رأس‌های شکل، به آن نقطه وصل کرده و سپس به همان اندازه آن را ادامه دهیم تا رأس مورد نظر در تقارن‌یافتهٔ آن مشخص شود. قرینهٔ یک شکل نسبت به یک نقطه با دوران ۱۸۰° آن یکسان است.

روش قرینهٔ هر قسمت از شکل را نسبت به نقطهٔ داده‌شده پیدا می‌کنیم:



۳ درست است. $\Rightarrow$

روش شکل را ۱۸۰° دوران می‌دهیم:



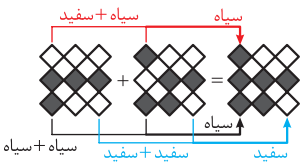
۳ درست است. $\Rightarrow$

۳۷- گزینه ۲

استراتژی به ترکیب رنگ‌ها توجه کنید که نتیجه چه رنگی شده است.

درس‌نامه در سؤالات معادلات اشکال، معمولاً با ترکیب اشکال، جمع‌شدن خطوط یا حذف‌شدن آن‌ها و ... سروکار داریم. با دقت به معادلهٔ داده‌شده، عملی را که روی دو شکل انجام شده و از آن شکل سوم به دست آمده است، پیدا می‌کنیم و سپس همان عمل را روی معادلهٔ خواسته‌شده انجام می‌دهیم.

گام از مجموع دو شکل با مربع‌های سفید و سیاه، یک شکل با مربع‌های سفید و سیاه ایجاد شده است؛ پس کافی است قانون ترکیب رنگ‌ها را پیدا کنیم:



بنابراین قانون زیر در ترکیب رنگ‌ها برقرار است:

سیاه + سفید = سیاه

سیاه + سیاه = سیاه

سفید + سفید = سفید

گام طبق قانون به‌دست‌آمده در گام قبل، ترکیب رنگ‌های دو شکل داده‌شده را به دست می‌آوریم تا شکل ؟ مشخص شود:

سطر اول:  $\Rightarrow$ ۱ و ۳ حذف می‌شوند.

سطر دوم:  $\Rightarrow$ ۲ جواب است.

$\Rightarrow$ ۴ حذف می‌شود.

برای بررسی بیشتر، سطر سوم را هم به دست می‌آوریم:

سطر سوم:  $\Rightarrow$ ۲ درست است.

۳۸- گزینه ۴

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش تصویری تعدادی تصویر پشت سر هم قرار می‌گیرند که بین تصویرها رابطه‌ای برقرار است. با پیداکردن این رابطه به راحتی به جواب می‌رسید که البته تمرین زیاد برای حل این سؤالات لازم است.

استراتژی به جابه‌جایی هر کدام از خط‌ها دقت کنید.

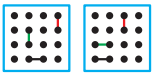
درس‌نامه در سؤالات الگو برای پیداکردن شکل یا شکل‌های بعدی الگو باید رابطه‌ای منطقی و تکرارشونده بین شکل‌های الگو پیدا کنیم. برای پیداکردن این رابطه به مواردی مانند دوران، جابه‌جایی اجزا، تغییر تعداد اجزا، حذف یا اضافه کردن اجزا، تغییر اندازه یا تغییر رنگ و ... توجه می‌کنیم.

گام ✌ در شکل‌های داده‌شده، ۳ پاره‌خط داریم که در هر شکل، نسبت به شکل قبلی جابه‌جا شده‌اند؛ پس الگوی جابه‌جایی خط‌ها را پیدا می‌کنیم:



همان‌طور که می‌بینید پاره‌خط قرمز از شکل اول به دوم از سمت چپ، یکی به چپ رفته و بعد ۳تا به راست جابه‌جا شده است. پاره‌خط سبز از عمودی به افقی و سپس به عمودی تغییر یافته و در هر مرحله یکی به چپ جابه‌جا شده و پاره‌خط مشکی یکی به چپ رفته است.

گام ✌ طبق قانون گام قبل، پاره‌خط قرمز باید یکی به چپ، پاره‌خط سبز به صورت افقی و یکی به چپ و پاره‌خط مشکی یکی به چپ برود؛ پس داریم:



④ درست است. ⇒

۳۹- گزینه ۲

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش تصویری تعدادی تصویر پشت سر هم قرار می‌گیرند که بین تصویرها رابطه‌ای برقرار است. با پیداکردن این رابطه به راحتی به جواب می‌رسید که البته تمرین زیاد برای حل این سؤالات لازم است.

استراتژی به دوران یا جابه‌جایی قطعات دقت کنید.

درس‌نامه در سؤالات الگو برای پیداکردن شکل یا شکل‌های بعدی الگو باید رابطه‌ای منطقی و تکرارشونده بین شکل‌های الگو پیدا کنیم. برای پیداکردن این رابطه به مواردی مانند دوران، جابه‌جایی اجزا، تغییر تعداد اجزا، حذف یا اضافه کردن اجزا، تغییر اندازه یا تغییر رنگ و ... توجه می‌کنیم.

گام ✌ مثلث‌ها در هر مرحله از چپ به راست 90° پادساعتگرد جابه‌جا شده‌اند و از طرفی خودشان 180° چرخیده‌اند، پس در شکل ؟ باید به صورت زیر باشند:



در تمام گزینه‌ها به همین صورت هستند، پس اصلاً نیازی به بررسی آن‌ها نبود!
چون با آن هیچ گزینه‌ای را نمی‌توان حذف کرد.

گام ✌ دایره‌های رنگی به صورت یکی‌درمیان روی قطرها جابه‌جا شده‌اند؛ پس در شکل ؟ باید به صورت ② باشند و این گزینه جواب درست است.

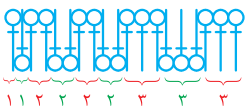


۴۰- گزینه ۱

درس‌نامه در سؤالات الگو یا دنباله‌های تکرارشونده تعدادی از قطعات شکل، به طوری متناوب تکرار می‌شوند. باید تعدادی که تکرار می‌شوند و روند تکرار آن‌ها را پیدا کنیم که معمولاً با کمی دقت به راحتی می‌توانید به جواب برسید.

استراتژی ببینید بین تعداد  و ها چه الگویی برقرار است.

ببینیم هر کدام از شکل‌های و با چه روندی تکرار شده‌اند:



همان‌طور که می‌بینید به ترتیب هر کدام ۱، ۲، ۲، ۳، ۳ بار آمده‌اند؛ پس می‌توان نتیجه گرفت که در جای ؟ باید هر دو ۳ بار آمده باشند و ابتدا شکل باشد و بعد ؛ بنابراین ① درست می‌شود.

می‌توان گفت هر کدام ۱ بار، یکی، ۲ بار، ۲تا و ۳ بار ۳تا تکرار شده‌اند؛ پس در جای ؟ باید داشته باشیم:



① درست است. ⇒

تعلیم و تربیت اسلامی

۱- گزینه ۲

درس‌نامه عهدبستن با خدا:

- کسی که راه رستگاری و سعادت را شناخته و آن را می‌خواهد، با خدا پیمان می‌بندد که آن‌چه خداوند برای رسیدن به این هدف مشخص کرده انجام دهد و خدا را خشنود سازد.
- راه سعادت ما، قرین رضایت خداست، یعنی زمانی خدا از ما راضی است (معلول) که در مسیر سعادت و خوشبختی خود گام برداریم (علت).
- وقتی از ما ناخشنود است (معلول) که به خود ظلم کنیم و در مسیر هلاکت خود قدم گذاریم (علت).
- دو پیشنهاد برای عهدبستن با خدا:

الف) انتخاب بهترین زمان‌ها؛ مانند: بعد از نماز، شب‌های قدر، شب یا روز جمعه.

ب) مستمربودن و تکرار عهد در زمان‌های معین برای استحکام بیشتر و فراموش‌نکردن.

کسی که راه رستگاری را که همان قرب و نزدیک‌شدن به خداست، شناخته و می‌خواهد در این مسیر قدم بگذارد، با خدای خود پیمان می‌بندد که آن‌چه خداوند برای رسیدن به این هدف مشخص کرده است، یعنی واجبات الهی را، انجام دهد و خداوند را خشنود سازد؛ هم‌چنین از انجام آن‌چه که ما را از این هدف دور می‌سازد، یعنی کارهای حرام، اجتناب کند.

۲- گزینه ۳

درس‌نامه اسوه قراردادن از معصوم و اسوهٔ کامل خود قراردادن یعنی:

۱. در حدّ توان پیروی کنیم.
۲. خود را به راه و روش آنان نزدیک‌تر کنیم.
۳. نه این‌که عین آن‌ها عمل کنیم و در حدّ آن‌ها عمل کنیم.

اسوه قراردادن ایشان به این معنا نیست که ما عین او باشیم و در همان حد عمل کنیم، بلکه بدین معناست که در حد توان از ایشان پیروی کنیم و خود را به راه و روش ایشان نزدیک‌تر کنیم.

۳- گزینه ۱

درس‌نامه

- اگر انسان دل به سرچشمهٔ کمالات و زیبایی‌ها سپارد و قلب خود را جایگاه او کند، زندگی‌اش رنگ و بوی دیگری می‌یابد.
- افزایش ایمان (علت)، موجب افزایش محبت به خدا (معلول) می‌شود.
- عشق و محبت الهی مانند اکسیری است که مُرده را حیات می‌بخشد و زندگی حقیقی را به وی عطا می‌کند.
- صفات منفی (رذائل) را به صفات مثبت (فضائل) تبدیل می‌کند.
- دلیل این‌همه تحول این است که قلب انسان جایگاه خداست و جز با خدا آرام و قرار نمی‌یابد.

عشق به خدا چون اکسیری است که مرده را حیات می‌بخشد و زندگی حقیقی به وی عطا می‌کند و آیهٔ شریفهٔ ﴿و الّذین آمنوا اشدّ حبّا لله﴾ به آن اشاره دارد.

۴- گزینه ۴

درس‌نامه

آیه: ﴿قُل اِن کُنتُم تُحِبّونَ اللّٰهَ فَاتَّبِعونی یُحبِبکُمُ اللّٰهُ وَ یَغفِر لَکُم ذُنوبَکم وَ اللّٰهُ غَفورٌ رَحیمٌ﴾ (آل عمران، ۳۱)

ترجمه: بگو اگر خدا را دوست دارید، از من پیروی کنید تا خدا دوستتان بدارد و گناهانتان را ببخشد و خداوند بسیار آمرزنده و مهربان است.

پیام‌ها:

- تبعیت از دستورات خدا و پیامبر شرط اصلی دوستی با خداست.
- اطاعت از خدا و رسولش، محبت دوطرفهٔ بنده و معبود را به دنبال دارد و آمرزش الهی را شامل حال انسان می‌کند.
- نشانهٔ محبت مستمر به خدا پیروی از دستورات اوست.

خداوند، عمل به دستوراتش را که توسط پیامبر ارسال شده است، شرط اصلی دوستی با خود اعلام می‌کند که آیهٔ شریفهٔ ﴿فاتبعوني یحببکُم الله﴾ (از من پیروی کنید تا خدا دوستتان بدارد) به آن اشاره دارد.

۵- گزینه ۳

اگر روزه‌دار سهواً چیزی بخورد روزه صحیح است و اگر چیزی که لای دندانش است عمداً بخورد، روزهٔ او باطل است.

۶- گزینه ۲

درس‌نامه

- عفاف حالتی که انسان به وسیلهٔ آن، خود را در برابر تندروی‌ها و کندروی‌ها کنترل می‌کند و در مسیر اعتدال و میانه‌روی پیش می‌رود.
- عفاف در تقابل با تبرّج است.
- تبرّج یعنی زیاده‌روی و افراط در آراسته‌کردن خود، تا حدّ رسیدن به خودنمایی و جلب توجه که از دیدگاه قرآن، کاری جاهلانه است.
- تبرّج باعثِ غفلت انسان از هدف زندگی و مشغول‌شدن او به کارهایی می‌شود که عاقبتی جز دورشدن از خدا ندارد.

برخی انسان‌ها در آراستگی ظاهری و ابراز وجود و مقبولیت، دچار تندروی می‌شوند؛ به گونه‌ای که در آراسته‌کردن خود، زیاده‌روی می‌کنند و به خودنمایی می‌رسند. قرآن کریم این حالت را «تبرج» می‌نامد و آن را کاری جاهلانه می‌شمرد.

۷- گزینه ۱

درس‌نامه

- حجاب، موجب سلب آزادی و کاهش حضور آنان در جامعه و خانه‌نشین‌کردن آنان نیست؛ زیرا:

۱. دستور حجاب برای داخل خانه نیست؛ بلکه برای حضور زنان در اجتماع و مواجهه با نامحرم است.
۲. این ادّعا با نگاه قرآن و سیرهٔ پیشوایان دین ناسازگار است.

خداوند دستور حجاب را برای زمان حضور زن در اجتماع و مواجههٔ وی با نامحرمان قرار داده است، نه برای داخل خانه و آیهٔ ﴿ذلك أدنى أن یُعرَفن فَلا یُؤذَینَ﴾ به آن اشاره دارد.

۸- گزینه ۳

درس‌نامه

حدیث امام علی علیه‌السلام: «حُبُّ الشَّیءِ یُعمی وَ یُصِمُّ»

ترجمه: علاقهٔ شدید به چیزی آدم را کور و کر می‌کند.

پیام‌ها:

۱. علاقه و محبّت به یک شخص، چشم و گوش را می‌بندد و عقل را به حاشیه می‌راند.
۲. جهت موفّق‌شدن در انتخاب همسر، تسلّط کامل بر شور و احساس جوانی لازم است.
۳. شایسته است با مشورت با والدین انتخاب مناسب‌تری را رقم بزنیم.

حدیث ﴿حبّ الشیء یعمی و یصم﴾ به نقش والدین در انتخاب همسر اشاره دارد. چون در زمانی که چشم و گوش فرد عاشق بسته می‌شود، والدین مهم‌ترین نقش را برای نجات فرزندشان از انتخاب راه غلط خواهند داشت.

۹- **گزینه ۴**

هر جوانی به طور فطری و طبیعی خواستار ازدواج با کسی است که قبل از ازدواج پاکدامنی خود را حفظ کرده و رابطهٔ غیرشرعی با جنس مخالف نداشته باشد. کسی که چنین خواسته‌ای دارد، باید خودش نیز این‌گونه باشد. هم‌چنین هر کس که خواستار آن است تا دیگران به اعضای خانوادهٔ او نظر سوء نداشته باشند، خودش هم باید چنین باشد. نظام هستی بر عدالت استوار است. عمل هر کس، عکس‌العملی دارد که قسمتی از آن در این جهان ظاهر می‌شود و تمام آن در آخرت.

۱۰- **گزینه ۱**

آیهٔ ﴿ان خلق لکم من انفسکم ازواجاً ...﴾ اشاره به انس با همسر

آیهٔ ﴿و جعل لکم من ازواجکم بنین و حفدةً ...﴾ اشاره به رشد و پرورش فرزندان

۱۱- **گزینه ۲**

تعلیم و تربیت مبارک‌ترین کاری است که خداوند آن را بر دوش انبیا و اوصیا گذاشته است.

(مهارت‌های معلمی - فصل ۱ ـ صفحهٔ ۱۸)

۱۲- **گزینه ۴**

درس‌نامه علم را مقدس بدانیم؛ زیرا خداوند هم به قلم قسم خورده است، هم به آن‌چه نوشته می‌شود: ﴿ن وَ القَلَمِ وَ ما یَسْطُرونَ﴾

اسلام برای آموزش هیچ محدودیتی قائل نیست:

۱ نه محدودیت زمانی ۲ نه محدودیت مکانی ۳ نه محدودیت جغرافیایی ۴ نه محدودیت مقداری ۵ نه محدودیت جانی ۶ نه محدودیت انسانی ۷ نه محدودیت مکتبی

محدودیت جانی «لو یعلم الناس ما فی طلب العلم لطلبوه و لو بسفك المهج و خوض اللجج» اگر مردم ارزش علم را می‌دانستند به سراغ آن می‌رفتند، گرچه به قیمت جان خود و فرورفتن در امواج دریا باشد.

(مهارت‌های معلمی - فصل ۱ ـ صفحهٔ ۲۶)

۱۳- **گزینه ۱**

حیات انسان، در ایمان و عمل صالح است و خداوند متعال و انبیا هم مردم را با همان دعوت کرده‌اند: «دعاکم لما یحییکم» (مهارت‌های معلمی - فصل ۱ ـ صفحهٔ ۲۷)

۱۴- **گزینه ۲**

از نعمت‌هایی که خداوند به پیامبر اسلام ﷺ مرحمت فرمود، سعهٔ صدر بود: ﴿أ لم نشرح لك صدرك﴾ «(ای پیامبر) آیا به تو شرح صدر عطا نکردیم؟» (مهارت‌های معلمی - فصل ۲ ـ صفحهٔ ۳۳)

۱۵- **گزینه ۲**

درس‌نامه این عنایت تنها مخصوص علم نیست؛ بلکه گاهی بصیرت، حکمت و نور باطنی ویژه نیز به برخی افراد خاص داده می‌شود که بر اثر آن، با نگاه ساده می‌نگرند، ولی مسائل عمیقی را درک می‌کنند.

معلم باید توفیقاتش را از خدا بداند. بعضی علوم را می‌توان با تعلیم، تحصیل، تدریس، مطالعه و گفت‌وگو کسب کرد؛ اما تمام علوم این‌ها نیست. گاهی بعضی علوم و ادراکات ویژه، به افراد ویژه داده می‌شود. قرآن کریم دربارهٔ حضرت یوسف علیه‌السلام می‌فرماید: ﴿و کذلك یجتبیك ربّك و یعلّمك من تأویل الأحادیث﴾ «خدا تو را انتخاب کرد و علم ویژه به تو داد.»

(مهارت‌های معلمی - فصل ۲ ـ صفحهٔ ۴۰)

۱۶- **گزینه ۳**

درس‌نامه امام رضا علیه‌السلام در نامه‌ای به فرزندش امام جواد علیه‌السلام نوشت: «شنیدم شما را از در ویژه‌ای به جلسات می‌برند؛ ولی شما باید از همان دری بروید که همه می‌روند تا فقرا به شما دسترسی پیدا کنند.»

مربوط به ویژگی مردمی‌بودن.

معلم و استادی موفق است که شاگردان او به راحتی بتوانند به او دسترسی پیدا کنند.

در اولین آیهٔ سورهٔ مجادله می‌خوانیم: ﴿قد سمع الله قول التی تجادلك فی زوجها﴾ این آیه دلالت دارد که یک زن عادی می‌توانست به شخص پیامبر ﷺ دسترسی پیدا کند و مشکلاتی را که با همسرش داشت، مطرح نماید. (مهارت‌های معلمی - فصل ۲ ـ صفحهٔ ۴۵)

۱۷- **گزینه ۴**

درس‌نامه اگرچه در برخورد با افراد معاند یا از بین بردن اشتباه و خطاهای جدی و عمومی یا رفع سستی جامعه در قبال احکام و حدود الهی، بیان صریح حقایق و مبارزه با اوهام و اباطیل لازم است، اما معلمان و گویندگان محترم باید ظرفیت مخاطبان خود را نیز در نظر داشته باشند.

نمونه‌ای از صراحت در بیان قرآن کریم، در ردّ ادعاهای دروغین و خیال‌پردازی‌های فراوان بنی‌اسرائیل است؛ چراکه به صورت علنی، بافته‌های خیالی و موهومات فکری آن‌ها را ردّ کرده است.

(مهارت‌های معلمی - فصل ۲ ـ صفحات ۴۷ و ۴۸)

۱۸- **گزینه ۳**

اگر استاد دردآشنا باشد، به محرومین توجه خواهد داشت. مبلغ و معلم باید بدانند که بی‌توجهی به محرومان و روی‌گرداندن از ایشان، توبیخ خداوند بزرگ را به دنبال دارد: ﴿عبس و تولی * ان جاءه الاعمی﴾ «چرا عبوس و ترش‌رو گشت * از این‌که آن نابینا به حضورش آمد؟»

(مهارت‌های معلمی - فصل ۲ ـ صفحهٔ ۷۰)

۱۹- **گزینه ۱**

درس‌نامه درس عملی عمیق‌تر از درس غیرعملی است. متأسفانه ما از زبان خود و گوش مردم خیلی انتظار داریم و این غلط است. به قول شاعر، «دو صد گفته، چون نیم کردار نیست.» امام صادق علیه‌السلام فرمودند: «با غیر زبان خود مردم را دعوت نمایید.»

خداوند متعال هنگامی که می‌خواهد فرمان صلوات بر پیغمبر ﷺ را صادر کند، می‌فرماید: «من و ملائکه‌ام دائماً بر پیغمبر درود می‌فرستیم»، سپس دستور می‌دهد: «ای اهل ایمان! شما هم بر او صلوات بفرستید.»

یعنی کسی که می‌خواهد دستوری بدهد، باید خودش قبلاً به آن عمل کرده باشد.

(مهارت‌های معلمی - فصل ۳ ـ صفحهٔ ۷۷)

۲۰- **گزینه ۴**

درس‌نامه آشنایی با مقاومت و صبر دیگران، برای انسان مایهٔ تسلی و دلداری است، به ویژه در حوزهٔ تعلیم و تربیت؛ چراکه علما و دانشمندان ما هم در تعلیم و تدریس و هم در پژوهش و تحقیق تلاش‌های کمرشکنی کرده‌اند و در زندگی‌نامه و خاطرات آنان، بخش‌هایی از این تلاش‌ها و صبرها آمده است. برای همهٔ معلمان محترم آشنایی با این اسوه‌های تعلیم و تربیت امری ضروری است.

آشنایی با مشکلات دیگران: اگر انسان فقط به مشکلات خود توجه کند، ناراحت و گلایه‌مند و بی‌نشاط می‌شود؛ اما اگر نیم‌نگاهی به مشکلات دیگران داشته باشد، ظرفیت او بالا، روح او بزرگ و در برابر مشکلات مقاوم‌تر می‌شود. قرآن به پیامبرش می‌گوید: مقاومت و صبر داشته باش، کما این‌که پیامبران اولوالعزم دیگر صبر کردند: ﴿فاصبر کما صبر أولو العزم من الرّسل﴾

(مهارت‌های معلمی - فصل ۳ ـ صفحات ۱۱۴ و ۱۱۵)

هوش و استعداد معلمی

۲۱- **گزینه ۳**

مشاوره سؤالات متن بلند از جمله سؤالاتی است که به احتمال زیاد در آزمون مطرح می‌شود. سؤال از متن بلند می‌تواند شامل سؤال از نتیجهٔ متن، عنوان متن، منظور از یک واژه، عبارت و ... باشد. برای پاسخگویی به این سؤالات، خواندن متن و درک سؤال و فهمیدن گزینه‌ها بسیار اهمیت دارند.

استراتژی ابتدا سؤال و سپس پاراگراف اول را بخوانید.

بررسی گزینه‌ها: ۱) در خط اول پاراگراف اول آمده که «هنر در چارچوب ..... برای آزادسازی ظرفیت‌های خلاق .....» یعنی بر اهمیت خلاقیت افراد تأکید دارد.
۲) در انتهای خط اول پاراگراف اول آمده که «تا در سطوح برتر و پیشرفته‌تر .....» که می‌توان از آن این برداشت را داشت که هنر را به نوعی ابزاری برای اهداف والاتر قلمداد می‌کند.
۳) در هیچ قسمتی از پاراگراف اول در مورد این‌که «هنر را مقوله‌ای اجتماعی ـ سیاسی محسوب کند» نیامده است؛ پس این گزینه جواب است.
۴) در خط سوم پاراگراف اول آمده که «در تربیت هنری که آزادی مطلق دانش‌آموزان را .....»؛ پس «آزادی حداکثری در تربیت هنری را همواره ضروری می‌داند.» را می‌توان نتیجه گرفت.

۲۲- گزینه ۳

استراتژی ابتدا گزینه‌ها را خوانده و بعد با دقت متن را بخوانید و ببینید کدام گزینه در متن دیده می‌شود.

بررسی گزینه‌ها: ۱) طبق متن، برداشت سنتی از ماهیت هنر و دلالت‌های آن برای برنامهٔ درسی و آموزش، یکی از عوامل اصلی علت عدم تمایل نظام‌های آموزشی به سرمایه‌گذاری در حوزهٔ هنر بیان شده، پس این گزینه نادرست است.
۲) این گزینه هم نادرست است، چون در پاراگراف دوم آمده که «نگرش دلوز نسبت به خلاقیت با رویکرد سنتی متفاوت است.»؛ بنابراین این گزینه هم از متن برداشت نمی‌شود.
۳) این گزاره درست است، زیرا طبق پاراگراف دوم متن، «در نگرش دلوز، هنر عرصهٔ تخیل و مرزشکنی و ایجاد فضایی برای مطرح‌کردن فرضیه‌های علمی و فلسفی است.»؛ بنابراین می‌توان گفت که دلوز خلاقیت هنری را به نوعی روشی برای بازکردن عرصه‌های جدید در حوزه‌های مختلف قلمداد می‌کند.
۴) این گزینه هم نادرست است، چون طبق نظر دلوز «هنر را نمی‌توان و الزاماً نباید با علم، فلسفه و عرفان برای موضوعات مختلف دست و پایش را بست و محدود کرد.»

۲۳- گزینه ۴

استراتژی سه پرسش داده‌شده را با دقت بخوانید و سپس ببینید در مورد کدام‌یک از آن‌ها در متن، مطالبی بیان شده که بتوانید به آن پرسش پاسخ دهید.

بررسی پرسش‌ها: الف) در متن هیچ اشاره‌ای به قرنی که انتقادات مطرح شده، نیامده است، پس به این پرسش با توجه به متن داده‌شده نمی‌توان پاسخ داد.
ب) در سخنی که از زبان دلوز مطرح شده، فقط بیان شده که «هنر سینما و نمایش» را به طور خاص‌تر نباید محدود کرد و دلیلی برای این‌که «چرا سینما و نمایش نمونه‌های اصیل هنر هستند»، بیان نشده است؛ پس به این پرسش هم نمی‌توان پاسخ داد.
ج) طبق رویکرد سنتی و نظر دلوز دربارهٔ هنر، خلاقیت از اهمیت بالایی برخوردار است؛ پس به این پرسش با توجه به متن داده‌شده می‌توان پاسخ داد و ۴) درست است.

۲۴- گزینه ۱

مشاوره سؤالات متن کوتاه یکی از انواع سؤالاتی هستند که در آزمون‌ها ممکن است مطرح شوند. در این سؤالات، گاهی به طور مستقیم از اطلاعات متن سؤال می‌پرسند، گاهی باید از متن، یک نتیجه‌گیری شود و گاهی وسط یا انتهای متن، جای خالی قرار می‌دهند که باید متناسب با متن، گزینهٔ مناسب برای جای خالی را انتخاب کنید. گاهی هم فقط قسمت‌هایی از متن اهمیت دارند و در مورد آن‌ها سؤال مطرح می‌شود.

استراتژی متن را به دقت بخوانید و سپس هر گزینه را در جای خالی قرار دهید و ببینید با کدام‌یک از گزینه‌ها جمله کامل می‌شود و در ادامهٔ مطالب گفته شده است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) قبل از جای خالی آمده که «وقتی چشمان ما روی سطوح بزرگ خالی حرکت می‌کند، روی نقطه‌ها متوقف می‌شوند.» بنابراین اگر در ادامه بگوییم که «نقطه‌ها عناصر مؤثری برای جلب نگاه و تأکید بر قسمتی از یک تصویر هستند.» می‌توان گفت که به صورت منطقی و قابل قبولی جملهٔ قبلی را کامل می‌کند؛ پس همین گزینه برای پرکردن جای خالی مناسب است.
۲) این گزینه در مورد بهتربودن «اشکال هندسی موزون و خطوط» صحبت کرده که کاملاً با متن جمله در تناقض است، چون متن در مورد «نقطه» است.
۳) در این گزینه در مورد جایگاه نقطه در عکاسی صحبت کرده که ربطی به جملهٔ قبلی ندارد. چون در جملهٔ قبلی از جای خالی در مورد دید چشم‌ها صحبت شده و جای خالی با کلمهٔ «بنابراین» در ابتدای آن باید نتیجه‌ای از جملهٔ قبلی باشد؛ پس این گزینه هم مناسب نیست.
۴) این گزینه نتیجهٔ مناسبی برای جملهٔ قبلی نیست و البته معطوف‌شدن نگاه به موضوعی به خاطر هنر هنرمند هم ایرادی ندارد که بخواهیم مراقب آن باشیم!

۲۵- گزینه ۲

استراتژی با دقت متن را بخوانید و بعد ببینید کدام گزینه طبق آن قابل نتیجه‌گیری است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) در متن داده‌شده دربارهٔ هنر مناطق مختلف کشور، صحبت شده و فعالیتی که در آن‌ها بیشتر مشهود است، ولی در مورد آرزوهای آن‌ها سخنی به میان نیامده است.
۲) از متن داده‌شده کاملاً می‌توان این گزینه را نتیجه گرفت، چون دقیقاً در مورد هنر آن‌ها با نوع زندگی و فعالیتشان صحبت شده است.
۳) در متن مطلبی در مورد گردشگری نیامده است، لذا نمی‌توان چنین چیزی را نتیجه گرفت.
۴) اولاً که آداب و رسوم مردم ایران بر هنر آن‌ها تأثیر گذاشته و ثانیاً هنرهای شفاهی و مکتوب به نوعی در هم تنیده هستند و تمایزی نمی‌توان برای آن‌ها قائل شد.
در نتیجه ۲) بهترین نتیجه‌گیری از متن داده‌شده است.

۲۶- گزینه ۴

استراتژی هر گزینه را درست فرض کنید و براساس درستی آن ببینید مطلب نهایی متن، طبق آن نقض می‌شود یا خیر.

بررسی گزینه‌ها: ۱) با فرض درستی این گزاره، یعنی «یکی از دلایلی که منجر به تصویب قانون کار کودک شد، تغییر نگرش قانون‌گذاران نسبت به موضوع کودکان کار در آن دوره بوده است» ادعای پایانی متن تقویت می‌شود نه تضعیف و آن را زیر سؤال نمی‌برد.
۲) با فرض درستی این گزاره، ادعای پایانی متن زیر سؤال نمی‌رود، بلکه می‌توان گفت با علاقهٔ لوئیس به عکاسی از این سوژه‌ها و انتشار آن‌ها در اواخر قرن نوزدهم، قانون کار در نیمهٔ اول قرن بیستم تصویب شد.
۳) با فرض درستی این گزاره، ادعای پایانی متن زیر سؤال نمی‌رود، بلکه به نوعی آن را تقویت هم می‌کند.
۴) با فرض درستی این گزاره، یعنی تصویب قوانین کار کودک، نوعی عوام‌فریبی بود، ادعای پایانی متن زیر سؤال می‌رود، چون در پایان متن در مورد نتیجهٔ اَعمال لوئیس، تأثیرش بر قانون کار کودکان و اصلاح آن صحبت شده نه این‌که این قانون به نوعی الکی است؛ پس همین گزینه جواب است.

۲۷- گزینه ۳

استراتژی دو عبارتی را که زیر آن‌ها خط کشیده شده، به دقت بخوانید و بعد ببینید کدام گزینه ارتباط آن‌ها را به بهترین نحو بیان می‌کند.

بررسی گزینه‌ها: ۱) اولی کاملاً درست است و چند روش ساختن صدا با رنگ‌های مختلف را بیان کرده است، ولی دومی به درستی بیان نشده، چون دومی آن روش‌ها را در حوزه‌ای دیگر بیان نمی‌کند، بلکه روش‌های دیگری در نقاشی که نتیجهٔ آن مشابه روش‌های تولید رنگ صوتی است، بیان شده است.
۲) اولی نادرست است، چون اولی چند روش ساخت رنگ صوتی است نه تشخیص آن‌ها ولی دومی تا حدی می‌تواند درست باشد.
۳) اولی درست است، چون چند روش تولید رنگ‌های صوتی متفاوت را بیان کرده و دومی هم به درستی بیان شده، چون با زدن مثال در حوزهٔ دیگری (نقاشی) در مورد آن بیشتر توضیح داده است تا به نوعی بتوانیم نوع عملکرد آن روش را ملموس‌تر ببینیم.
۴) اولی نادرست است، چون روش تولید صدا را بیان می‌کند نه تعیین صدا را و دومی بر اهمیت آن روش‌ها در حوزه‌ای دیگر تأکید نمی‌کند، بلکه با آوردن مثالی در حوزهٔ نقاشی، می‌خواسته درک آن موضوع را برای ما بهتر کند.
در نتیجه می‌توان گفت ۳) رابطهٔ دو بخشی را که زیر آن‌ها خط کشیده شده، به منطقی‌ترین شکل، نشان می‌دهد.

۲۸- گزینه ۲

مشاوره یکی از مباحث مهم استدلال و منطق، موضوع آرایش نشستن یا چینش اشیا یا مرتب‌کردن داده‌ها است. با تمرین زیاد روش حل این سؤالات را یاد بگیرید.

درس‌نامه برای حل سؤالات چینش، مطابق صورت سؤال و تعداد افراد یا اشیا جایگاه‌های لازم را در نظر می‌گیریم؛ سپس از شرطی که جایگاه شیئی را مشخص کرده، شروع می‌کنیم و بعد با استفاده از بقیهٔ شرط‌ها، به ترتیب جایگاه بقیهٔ اشیا را تعیین می‌کنیم.

استراتژی صندلی را دومین سوژه قرار دهید؛ پس میز سومین سوژه می‌شود و ...

گام ۵ سوژه داریم که باید طبق اطلاعات مسئله و دادهٔ این سؤال، ترتیب رسم آن‌ها را مشخص کنیم؛ پس ۵ جایگاه می‌کشیم و صندلی را در دومین جایگاه قرار می‌دهیم:

	صندلی			
پنجمین سوژه	چهارمین سوژه	سومین سوژه	دومین سوژه	اولین سوژه

گام طبق اطلاعات سؤال، میز را باید بعد از صندلی رسم کند؛ پس داریم:

	صندلی	میز		
۱	۲	۳	۴	۵

گام از طرفی باید میز قبل از گلدان رسم شود و چون گل باید درون گلدان رسم شود، پس گل را بعد از گلدان باید رسم کند؛ در نتیجه می‌توان ترتیب زیر را برای آن‌ها نوشت:

گل	گلدان	میز	صندلی	کوه
۱	۲	۳	۴	۵

در نتیجه کوه اولین سوژهٔ نقاشی او خواهد بود.

۲۹- گزینه ۱

استراتژی گل را چهارمین سوژه قرار دهید؛ بنابراین گلدان باید قبل از آن باشد.

گام گل را در چهارمین جایگاه قرار می‌دهیم:

			گل	
۱	۲	۳	۴	۵

گام چون گل باید بعد از گلدان و میز قبل از گلدان رسم شود، حالت‌های زیر را داریم:

حالت اول:

	میز	گلدان	گل	
۱	۲	۳	۴	۵

حالت دوم:

	گل	گلدان		
۱	۲	۳	۴	۵

حالت سوم:

	گل	گلدان	میز	
۱	۲	۳	۴	۵

گام میز را باید بعد از صندلی رسم کند، پس حالت‌های دوم و سوم حذف شده و تنها حالت قابل قبول، حالت اول است و ترتیب رسم سوژه‌ها به صورت زیر می‌شود:

کوه	گل	گلدان	میز	صندلی
۱	۲	۳	۴	۵

در نتیجه قبل از کوه ۴ سوژه رسم شده است.

۳۰- گزینه ۳

استراتژی کوه و میز را در جایگاه‌های ممکن متوالی قرار دهید و بعد شرط رسم میز قبل از گلدان و بعد از صندلی را اِعمال کنید.

گام کوه و میز باید به صورت متوالی رسم شوند و از طرفی میز باید بعد از صندلی و قبل از گلدان رسم شود، پس در جایگاه‌های اول و پنجم نمی‌تواند باشد؛ در نتیجه حالت‌های زیر را داریم:

حالت اول:

	کوه	میز		
۱	۲	۳	۴	۵

حالت دوم:

	میز	کوه		
۱	۲	۳	۴	۵

حالت سوم:

		میز	کوه	
۱	۲	۳	۴	۵

حالت چهارم:

		کوه	میز	
۱	۲	۳	۴	۵

گام میز باید قبل از گلدان و بعد از صندلی و گل بعد از گلدان باشد، پس حالت‌های سوم و چهارم حذف می‌شوند، چون بعد از میز یک جای خالی داریم؛ پس نمی‌توانیم گلدان و گل را بعد از آن قرار دهیم؛ در نتیجه داریم:

حالت اول:

گل	گلدان	میز	کوه	صندلی
۵	۴	۳	۲	۱

حالت دوم:

گل	گلدان	کوه	میز	صندلی
۵	۴	۳	۲	۱

گام گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم: ① در حالت دوم، سوژهٔ دوم کوه نیست. ✗

② در حالت دوم، سوژهٔ سوم میز نیست. ✗

③ در هر دو حالت، گلدان چهارمین سوژه است. ✓

④ در هر دو حالت، صندلی اولین سوژه است نه دومین. ✗

پس تنها ③ به طور قطع درست است.

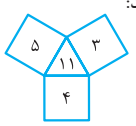
۳۱- گزینه ۱

مشاوره در این تیپ از سؤالات باید با بررسی اعداد و پیداکردن قانون بینشان به جواب برسید که احتیاج به تمرین زیاد دارد.

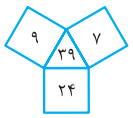
درس‌نامه برای حل سؤالاتی که در آن‌ها چند شکل یکسان با اعداد متفاوت داریم، باید رابطهٔ بین اعداد هر شکل را پیدا کنیم. معمولاً با انجام عملیاتی بین عددهایی که در دور شکل هستند، عدد وسطی به دست می‌آید. ابتدا به سراغ جمع، تفریق، ضرب و تقسیم یا ترکیبی از آن‌ها می‌رویم. اگر با این‌ها نتوانستیم رابطه‌ای پیدا کنیم، سراغ سایر اعمال ریاضی مثل بخش‌پذیری، ب.م.م و ... می‌رویم یا سعی می‌کنیم رابطه‌ای بین ارقام اعداد پیدا کنیم.

استراتژی دو عدد بالایی را در هم ضرب کنید و بعد یک عمل تفریق انجام دهید.

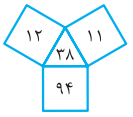
گام با بررسی اَعمال مختلف روی اعداد به این نتیجه می‌رسیم که اگر دو عدد بالایی را در هم ضرب کرده و منهای عدد پایینی کنیم، عدد وسطی به دست می‌آید:



$\Rightarrow (5\times3)-4=15-4=11$

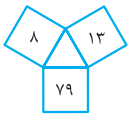


$\Rightarrow (9\times7)-24=63-24=39$



$\Rightarrow (12\times11)-94=132-94=38$

گام حالا قانون گام قبل را روی شکل آخر اِعمال می‌کنیم:



$\Rightarrow (8\times13)-79=104-79=25$

۳۲- گزینه ۴

استراتژی ب.م.م سه عدد را پیدا کنید.

درس‌نامه برای به دست آوردن بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک یا ب.م.م ابتدا اعداد را تجزیه می‌کنیم، سپس عوامل مشترک با کم‌ترین توان آن‌ها را در هم ضرب می‌کنیم.

گام ابتدا اندازهٔ اضلاع را به سانتی‌متر تبدیل می‌کنیم:

$4/5\ m=450\ cm, 9/9\ m=990\ cm, 16/2=1620\ cm$

گام با تجزیهٔ اعداد، ب.م.م آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}450=2\times3^2\times5^2\\990=2\times3^2\times5\times11\\1620=2^2\times3^4\times5\end{cases}\Rightarrow (450,990,1620)=2\times3^2\times5=90\ cm$$

پس بزرگ‌ترین تکه‌چوب مطلوب، ۹۰ سانتی‌متر است.

۳۳- گزینه ۲

استراتژی مقدار شکر اضافه‌شده را x در نظر بگیرید و معادله بنویسید.

گام فرض کنیم x کیلوگرم شکر به محلول آب و شکر اضافه کرده‌ایم. چون غلظت محلول آب و شکر برحسب درصد بیان شده، پس معادله را به این صورت می‌نویسیم:

$$۱۰۰\times x+۲/۸\times ۵۰=۱۰(x+۵۰)$$

گام معادلهٔ حاصل را حل می‌کنیم:

$$۱۰۰x+۱۴۰=۱۰x+۵۰۰ \Rightarrow ۹۰x=۳۶۰ \Rightarrow x=۴$$

کیلوگرم

پس باید ۴ کیلوگرم شکر به آن اضافه کنیم.

۳۴- گزینه ۲

استراتژی پاداش حسن را x فرض کنید. سهم هر نفر و سهم خرید او را برحسب x بنویسید.

گام فرض کنید حسن x هزار تومان پاداش گرفته باشد. با توجه به مسئله ابتدا درصدی را که به همسر و فرزندانش می‌رسد، می‌نویسیم:

$$\text{سهم همسر حسن } \frac{۴۰}{۱۰۰}x=۰/۴x$$

$$\text{سهم فرزندان } \frac{۲۰}{۱۰۰}(x-۰/۴x)=\frac{۲}{۱۰}\times ۰/۶x=۰/۱۲x$$

گام حالا مقدار پولی را که صرف خرید اقلام مورد نیاز کرده، برحسب x می‌نویسیم:

$$\underbrace{\frac{۵۰}{۱۰۰}(x-(۰/۴x+۰/۱۲x))}_{\text{۵۰ درصد باقی‌مانده}}=\frac{۱}{۲}(x-۰/۵۲x)=\frac{۱}{۲}\times ۰/۴۸x=۰/۲۴x$$

گام در نهایت باقی‌ماندهٔ پول او را به دست آورده و برابر ۲۱۰ هزار تومان قرار می‌دهیم:

$$\text{باقی‌ماندهٔ پول}=x-(۰/۴x+۰/۱۲x+۰/۲۴x)=x-۰/۷۶x=۰/۲۴x$$

$$\Rightarrow ۰/۲۴x=۲۱۰ \Rightarrow x=۸۷۵$$

هزار تومان

۳۵- گزینه ۳

مشاوره در این تیپ از سؤالات، مسئله‌ای با دو حالت داده می‌شود که با حل سؤال در دو حالت و با توجه به خواستهٔ سؤال باید یکی از موارد داده‌شده در صورت سؤال را انتخاب کرده و گزینهٔ مربوط به آن را در پاسخبرگ علامت بزنید. معمولاً سؤالات سختی نیستند و با کمی دقت حل می‌شوند.

استراتژی مقدار رنگ زرد را x و مقدار رنگ قرمز را y فرض کنید و تساوی‌های لازم را بنویسید.

گام فرض کنیم مقدار رنگ زرد x و مقدار رنگ قرمز y لیتر باشد؛ در نتیجه داریم:

$$x+y=۱۲/۱$$

$$\frac{۲}{۱۵}y=\frac{۸}{۶۰}x \Rightarrow \frac{۲}{۱۵}y=\frac{۲}{۱۵}x \Rightarrow x=y$$

گام مقادیر «الف» و «ب» را مشخص می‌کنیم، نیازی به حل معادلهٔ $x+y=۱۲/۱$ نیست و از همان تساوی دوم نتیجه می‌گیریم که $x=y$ است، یعنی مقدار رنگ زرد و قرمز برابر می‌باشد؛ بنابراین مقادیر «الف» و «ب» برابر هستند و ③ را انتخاب می‌کنیم.

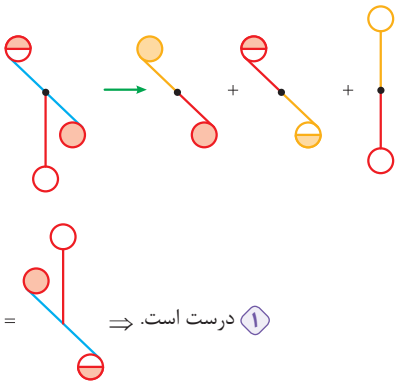
۳۶- گزینه ۱

مشاوره یکی از انواع هوش تصویری، سؤالات تقارن است که خیلی ساده هستند و فقط به کمی دقت نیاز دارند.

استراتژی قرینهٔ هر قسمت از شکل را نسبت به نقطهٔ داده‌شده پیدا کنید.

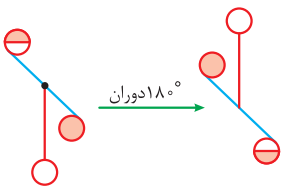
درس‌نامه برای پیداکردن تقارن یک شکل نسبت به نقطه، کافی است از رأس‌های شکل، به آن نقطه وصل کرده و سپس به همان اندازه آن را ادامه دهیم تا رأس مورد نظر در تقارن‌یافتهٔ آن مشخص شود. قرینهٔ یک شکل نسبت به یک نقطه با دوران ۱۸۰° آن یکسان است.

روش قسمت‌های مختلف شکل را به نقطه وصل کرده و تقارن‌یافتهٔ آن را پیدا می‌کنیم:



= ⇒ ① درست است.

روش شکل را ۱۸۰° دوران می‌دهیم:



⇒ ① درست است.

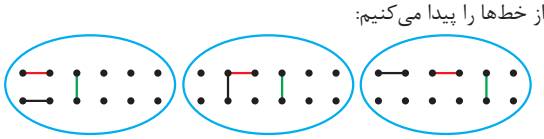
۳۷- گزینه ۴

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش تصویری تعدادی تصویر پشت سر هم قرار می‌گیرند که بین تصویرها رابطه‌ای برقرار است. با پیداکردن این رابطه به راحتی به جواب می‌رسید که البته تمرین زیاد برای حل این سؤالات لازم است.

استراتژی به جابه‌جایی هر کدام از خط‌ها دقت کنید.

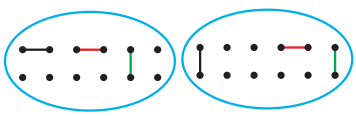
درس‌نامه در سؤالات الگو برای پیداکردن شکل یا شکل‌های بعدی الگو باید رابطه‌ای منطقی و تکرارشونده بین شکل‌های الگو پیدا کنیم. برای پیداکردن این رابطه به مواردی مانند دوران، جابه‌جایی اجزا، تغییر تعداد اجزا، حذف یا اضافه کردن اجزا، تغییر اندازه یا تغییر رنگ و ... توجه می‌کنیم.

گام در شکل‌های داده‌شده در هر مرحله خط‌ها تغییر مکان داده‌اند؛ پس الگوی جابه‌جایی هر کدام از خط‌ها را پیدا می‌کنیم:



پاره‌خط قرمز در هر مرحله یکی به سمت راست جابه‌جا شده است. پاره‌خط سبز هم به همین ترتیب، یکی به راست رفته است. پاره‌خط مشکی ۹۰° پادساعتگرد روی چهار نقطهٔ سمت چپ جابه‌جا شده است.

گام با انجام روند گام قبل روی شکل سوم، شکل ? را پیدا می‌کنیم:



④ درست است. ⇒

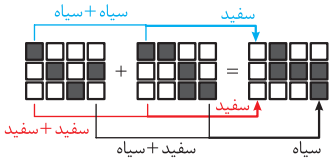
۳۸- گزینه ۲

استراتژی به ترکیب رنگ‌ها توجه کنید که نتیجه چه رنگی شده است.

درس‌نامه در سؤالات معادلات اشکال، معمولاً با ترکیب اشکال، جمع‌شدن خطوط یا حذف‌شدن آن‌ها و ... سروکار داریم. با دقت به معادلهٔ داده‌شده، عملی را که روی دو شکل انجام شده و از آن شکل سوم به دست آمده است، پیدا می‌کنیم و سپس همان عمل را روی معادلهٔ خواسته‌شده انجام می‌دهیم.

گام چون بین دو شکل سمت چپ علامت + وجود دارد و مربع‌های رنگی داریم، به ترکیب رنگ‌ها دقت می‌کنیم:

شکل سمت راست را 90° پادساعتگرد می‌چرخانیم:



توجه کنید که اگر شکل را 90° ساعتگرد بچرخانیم، به قانون خاصی نمی‌رسیم.

همان‌طور که می‌بینید، قانون ترکیب رنگ‌ها به صورت زیر است:

سیاه = سفید + سیاه سفید = سفید + سفید سفید = سیاه + سیاه

گام قانون به‌دست‌آمده را روی معادلهٔ بعدی اِعمال می‌کنیم:



(۲) درست است. ⇒

با بررسی فقط همان ستون اول هم می‌توانستیم به جواب (۲) برسیم.

۳۹- گزینه ۴

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش تصویری تعدادی تصویر پشت سر هم قرار می‌گیرند که بین تصویرها رابطه‌ای برقرار است. با پیداکردن این رابطه به راحتی به جواب می‌رسید که البته تمرین زیاد برای حل این سؤالات لازم است.

استراتژی به دوران یا جابه‌جایی هر قطعه از شکل‌ها دقت کنید.

درس‌نامه در سؤالات الگو برای پیداکردن شکل یا شکل‌های بعدی الگو باید رابطه‌ای منطقی و تکرارشونده بین شکل‌های الگو پیدا کنیم.

برای پیداکردن این رابطه به مواردی مانند دوران، جابه‌جایی اجزا، تغییر تعداد اجزا، حذف یا اضافه کردن اجزا، تغییر اندازه یا تغییر رنگ و ... توجه می‌کنیم.

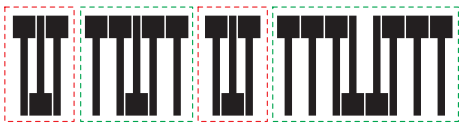
گام مثلث‌های رنگی در دو شکل اول از سمت چپ در سمت بالا و در دو شکل بعدی 90° پادساعتگرد نسبت به آن‌ها جابه‌جا شده‌اند؛ پس در شکل ؟ باید در سمت پایین شکل باشند؛ بنابراین (۱) و (۲) حذف می‌شوند.

گام دایره‌های رنگی در شکل دوم از سمت چپ نسبت به شکل اول، 90° پادساعتگرد جابه‌جا شده‌اند. در شکل سوم، تغییر مکان نداده‌اند و در شکل چهارم مجدداً 90° پادساعتگرد جابه‌جا شده‌اند؛ پس در شکل ؟ هم نباید تغییر مکان بدهند؛ بنابراین (۴) درست است.

۴۰- گزینه ۱

درس‌نامه در سؤالات الگو یا دنباله‌های تکرارشونده تعدادی از قطعات شکل، به طوری متناوب تکرار می‌شوند. باید تعدادی که تکرار می‌شوند و روند تکرار آن‌ها را پیدا کنیم که معمولاً با کمی دقت به راحتی می‌توانید به جواب برسید.

استراتژی برای شکل‌های و  قانون پیدا کنید.



؟

شکل را می‌توان به دسته‌های مشخص‌شده تقسیم کرد که در هر کدام یکی یا دوتا از  داریم که در دو طرف آن به تعداد مساوی  وجود دارد؛ پس به جای ؟ هم باید یک دسته از شکل‌ها با این قانون قرار بگیرند که تنها در (۱) این‌طور است، یعنی دوتا رو به پایین و دوتا رو به بالا در اطراف آن‌ها وجود دارد؛ بنابراین (۱) جواب درست است.

تعلیم و تربیت اسلامی

۱- گزینه ۱

درس‌نامه

- سرنوشت ابدی انسان‌ها در آخرت براساس اعمال آنان در دنیا تعیین می‌شود. (الدُّنیا مَزرَعَةُ الآخِرَة)
- لازم است برای آمادگی جهت سفر عظیم (آخرت) قدم در مسیری بگذاریم که موفقیت آن حتمی باشد و با سربلندی و پیروزی به دیدار پروردگار برسیم، نه حسرت‌زده و پشیمان.
- هدف از خلقت انسان، رسیدن به مقام قرب اوست.
- قراردادن زندگی در مسیر این هدف باعث می‌شود که زندگی دنیا لذت‌بخش و مطمئن شود و رستگاری و خوشبختی را به همراه داشته باشد.
- برای رسیدن به چنین هدف بزرگ و برتری لازم است برنامه‌ریزی کنیم، قدم در راهی بگذاریم که پایان و سرانجامی این‌گونه زیبا داشته باشد و در راهی قرار نگیریم که خود را گرفتار آتش دوزخ کرده باشیم.

هدف از خلقت انسان رسیدن به مقام قرب الهی است که برای رسیدن به آن، برنامه‌ریزی نیاز است.

۲- گزینه ۴

امام علی ﷺ می‌فرماید: «زیرک‌ترین انسان کسی است که از خود و عمل خود برای بعد از مرگ حساب بکشد.»

یکی از بهترین زمان‌های محاسبهٔ سالانهٔ شب‌های قدر، ماه مبارک رمضان است.

توجه: طبق متن کتاب، **یکی از** بهترین زمان‌های محاسبهٔ سالانهٔ شب‌های قدر، ماه مبارک رمضان است، نه بهترین زمان محاسبهٔ سالانه.

۳- گزینه ۳

درس‌نامه

- یکی از ویژگی‌های مؤمنان این است که آن‌ها نسبت به خداوند دوستی و محبت شدیدی دارند.

آیه: ﴿وَ مِنَ النّاسِ مَن یَتَّخِذُ مِن دونِ اللّهِ اَنداداً یُحِبّونَهُم کَحُبِّ اللّهِ وَ الَّذینَ آمَنوا اَشَدُّ حُبّاً لِلّه﴾ (بقره، ۱۶۵)

ترجمه: «و بعضی از مردم همتایانی را به جای خدا می‌گیرند، آنان را دوست می‌دارند، مانند دوستی خدا اما کسانی که ایمان آورده‌اند، به خدا محبت بیشتری دارند.»

پیام‌ها:

- اشتباه برخی از مردم، شریک قراردادن غیرخدا در محبت به خداست.
- از ویژگی‌های مؤمنان، شدت محبّت آنان به خداوند است.
- محبت به خدا (تولّی)، آغاز دینداری است.
- با حدیث امام صادق ﷺ که می‌فرماید: «قلب انسان حرم خداست...»، ارتباط دارد.

قرآن کریم یکی از ویژگی‌های مؤمنان را دوستی و محبت شدید آنان نسبت به خداوند می‌داند. آیه: ﴿و من الناس من یتّخذ من دون اللّه اندادا یحبّونهم کحبّ اللّه ...﴾ حاکی از این مطلب است.

۴- گزینه ۲

درس‌نامه بیزاری از دشمنان خدا و مبارزه با آنان:

- عاشق روشنایی از تاریکی می‌گریزد و دوستدار حق، دشمن باطل است.
- آن‌کس که به دوستی با خدا افتخار می‌کند، با هر چه ضدّ خداست، مقابله می‌نماید.
- عاشقان خدا در حقیقت پرچمداران مبارزه با ستم و ستمگران بوده‌اند.
- مبارزه با ستم در برنامهٔ همهٔ پیامبران الهی بوده است.
- بیشتر پیامبران در حال مبارزه با ستمگران به شهادت رسیده‌اند.
- زیرپاگذاشتن حقوق ملت‌ها توسط مستکبران جز با مبارزه برطرف نخواهد شد.
- دینداری با دوستی خدا آغاز می‌شود و برائت و بیزاری از دشمنان خدا را به دنبال می‌آورد.

﴿ما احبّ اللّه من عصاه﴾: کسی که از فرمان خدا سرپیچی می‌کند، او را دوست ندارد.

تبری یعنی بیزاری از باطل و پیروان او. عاشق روشنایی، از تاریکی می‌گریزد و آن‌کس که به دوستی با خدا افتخار می‌کند، با هر چه ضد خداست، مقابله می‌نماید؛ او دوستدار حق و دشمن باطل است.

۵- گزینه ۱

اگر کسی به چیز حرامی روزهٔ خود را باطل کند، مثلاً دروغی را به خدا نسبت دهند، کفارهٔ جمع بر او واجب می‌شود. یعنی باید هر دو کفارهٔ یادشده را انجام بدهد. البته اگر هر دو برایش ممکن نباشد، می‌تواند هر کدام را که ممکن است، انجام دهد.

۶- گزینه ۲

عفاف حالتی در انسان است که به وسیلهٔ آن خود را در برابر تندروی‌ها و کندروی‌ها کنترل می‌کند تا بتواند در مسیر اعتدال و میانه‌روی پیش رود و از آن خارج نشود.

۷- گزینه ۴

درس‌نامه

- عفاف در تقابل با تبرّج است.
- تبرّج یعنی زیاده‌روی و افراط در آراسته‌کردن خود، تا حدّ رسیدن به خودنمایی و جلب توجه که از دیدگاه قرآن کاری جاهلانه است.
- تبرّج باعثِ غفلت انسان از هدف زندگی و مشغول‌شدن او به کارهایی می‌شود که عاقبتی جز دورشدن از خدا ندارد.

یکی از جلوه‌های عفاف مربوط به آراستگی و مقبولیت است. برخی انسان‌ها در آراستگی ظاهری و ابراز وجود و مقبولیت دچار تندروی می‌شوند.

همان دینی که ما را به آراستگی توصیه می‌کند، از خودنمایی و افراط در آراستگی پرهیز می‌دهد.

۸- گزینه ۳

درس‌نامه

آیه: ﴿وَ الَّذینَ کَسَبُوا السَّیِّئاتِ جَزاءُ سَیِّئَةٍ بِمِثلِها وَ تَرهَقُهُم ذِلَّةٌ﴾ (یونس، ۲۷)

ترجمه: «آنان که بدی پیشه کردند، جزای بد به اندازهٔ عمل خود می‌بینند و بر چهرهٔ آنان غبار ذلت می‌نشیند.»

پیام‌ها:

۱. ارتکاب گناهان و پاسخ مثبت دادن به تمایلات پست و دانی، علتِ ذلیل‌شدن انسان است.

۲. یکی از راه‌های رسیدن به عزّت، ترک معاصی است.

۳. عدل الهی که دلیلی بر ضرورت معاد از دادن جزای بد به همان اندازه برداشت می‌شود.

﴿و الّذین کسبوا السّیّئات جزاء ...﴾: «آنان که بدی پیشه کردند، جزای بد به اندازهٔ عمل خود می‌بینند و بر چهرهٔ آنان غبار ذلت می‌نشیند.»

۹- گزینه ۲

درس‌نامه

- مکمل‌بودن و زوجیت زن و مرد، یعنی با قرارگرفتن در کنار هم، یکدیگر را کامل می‌کنند.
- تفاوت در زن‌بودن و مردبودن، یعنی تفاوت در خصوصیات جسمی، باعث نیازمندی زن و مرد به یکدیگر می‌شود.
- برتری هر کس نزد خداوند به تقواست.
- نقش‌های متفاوت زن و مرد در خانواده:

برای انجام نقش‌های خاص خود براساس وظایفی که خالق حکیم برعهدهٔ هر یک از آن‌ها قرار داده است که خانواده‌ای متعادل را پدید می‌آورد.

مثال ۱: توانمندی عاطفی بیشتر زنان برای محبّت مادری و رشد فرزند
مثال ۲: قدرت جسمی بیشتر مردان برای کارکردن و نان‌آوری
تفاوت‌ها به گونه‌ای است که هر دو را به هم نیازمند کرده است.

۱۰- گزینه ۱

از نظر قرآن کریم، مهم‌ترین معیار همسر شایسته، باایمان‌بودن اوست.
فرزند ثمرهٔ پیوند زن و مرد و تحکیم‌بخش وحدت روحی آن‌هاست.

۱۱- گزینه ۱

درس‌نامه ناگفته پیداست که ربوبیت زمانی کامل است که براساس علم، حکمت، مصلحت و رحمت باشد، که خداوند همه را دارد.
در قرآن کریم، بعد از نام مبارک «اللّٰه»، بیشترین نامی که برای خدا به کار رفته، «رب» است.
(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۱ ـ صفحهٔ ۱۹)

۱۲- گزینه ۴

درس‌نامه انواع غفلت: غفلت از خداوند ـ غفلت از قیامت ـ غفلت از وظیفهٔ خود ـ غفلت از محرومان ـ غفلت از توانمندی‌های خود ـ غفلت از ارزش عمر خود
دلیل انحراف آن‌ها غفلت است. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۱ ـ صفحهٔ ۲۱)

۱۳- گزینه ۳

درس‌نامه تکلف این است که انسان کاری را با مشقت و تصنع انجام دهد؛ در زندگی، کار، پوشش، گفتار و رفتار به خود سخت بگیرد.
پیامبر اسلام ﷺ به مردم می‌فرمود: «و ما انا من المتکلّفین»: «من اهل تکلّف نیستم.»
تکلف این است که انسان کاری را با مشقت و تصنع انجام دهد.
(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۳۴)

۱۴- گزینه ۳

قرآن کریم گروهی را که به علم خود قانع بودند، توبیخ می‌کند.
(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۳۹)

۱۵- گزینه ۲

درس‌نامه در تعلیم و تربیت نباید به مسئولیت‌ها نگاه مادی داشت. افرادی که کنار می‌روند باید به افرادی که تازه روی کار می‌آیند، کمک کنند؛ کمکی براساس ایمان، نه براساس رودربایستی و نفاق و تظاهر.
قرآن در آیهٔ ۸۱ سورهٔ آل عمران می‌فرماید که خداوند از همهٔ انبیا میثاق گرفت، مبنی بر این‌که علی‌رغم داشتن کتاب آسمانی و حکمت، آمادگی جابه‌جایی داشته باشند و اگر بعد از آن‌ها پیامبری آمد، به راحتی مسئولیت را به او واگذار کنند و بدون اخم و قهر به او ایمان بیاورند و او را یاری کنند. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۵۷)

۱۶- گزینه ۴

درس‌نامه تفقد از زیردستان، بازدید از آنان و پرس‌وجوی احوالشان، از اصول اسلامی، اخلاقی، اجتماعی، تربیتی و مدیریتی است.
میان استاد و شاگرد، به غیر از رابطهٔ علمی باید رابطهٔ عاطفی وجود داشته باشد. یکی از مصادیق ارتباط عاطفی آن است که از حال هم باخبر باشند. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۶۰)

۱۷- گزینه ۳

استاد مربی هم باید مثل دیگران تلاش کنند و از ابزار و تخصص بهره گیرند، اما در عین حال، راهی را برای امور پیش‌بینی‌نشده باز کنند.
خداوند به پیامبرش می‌فرماید: اگرچه تو تبلیغ دین می‌کنی، اما هدایت به دست ماست: ﴿انّك لا تهدي من احببت و لكنّ اللّٰه يهدي من يشاء و هو اعلم بالمهتدين﴾؛ «(ای پیامبر) همانا تو نمی‌توانی هر که را دوست داری هدایت کنی (و به مقصد برسانی)؛ بلکه این خداوند است که هر کس را بخواهد هدایت می‌کند و او به ره‌یافتگان آگاه‌تر است.»
آیه به توکل‌داشتن از صفات معلمی اشاره دارد. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۷۱)

۱۸- گزینه ۱

با توجه به آیهٔ شریفهٔ ﴿ادع الی سبیل ربك بالحكمة و الموعظة الحسنة و جادلهم بالتی هی احسن﴾ موعظهٔ نیکو آن است که واعظ به آن‌چه می‌گوید، عمل کند یا تحریک غلط احساسات نباشد. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۸۲)

۱۹- گزینه ۴

﴿وعد اللّٰه الّذين آمنوا منكم و عملوا الصّالحات ليستخلفنّهم في الارض كما استخلف الذين من قبلهم﴾ «خداوند به کسانی از شما که ایمان آورده و کارهای شایسته انجام داده‌اند، وعده داده است که حتماً آنان را در زمین جانشین قرار دهد، همان‌گونه که کسانی پیش از ایشان را جانشین کرد.» (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۱۰۲)

۲۰- گزینه ۲

درس‌نامه معلم و استادی که الگوست، باید چون معلمان الهی، اهل ذکر باشد و پیوسته خدای تعالی را در نظر داشته باشد و در زندگی روزمره‌اش برنامه‌های منظم معنوی داشته باشد. امکان ندارد که انسان بدون یاد خداوند تعالی موفق باشد و بتواند در متعلّمان رشدی ایجاد نماید. علمای بزرگ ما ضمن سخت‌کوشی در علم‌آموزی و تعلیم و پژوهش، یک برنامهٔ منظم عبادی داشتند و با منطق و منش توحیدی خود توانستند انسان‌های بزرگی را تربیت کنند.
﴿الّذين يذكرون اللّٰه قياماً و قعوداً و على جنوبهم﴾؛ «[خردمندان] کسانی هستند که ایستاده و نشسته [خوابیده] بر پهلو یاد خدا می‌کنند.» (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۱۰۶)

هوش و استعداد معلمی

۲۱- گزینه ۳

مشاوره سؤالات متن بلند از جمله سؤالاتی است که به احتمال زیاد در آزمون مطرح می‌شود. سؤال از متن بلند می‌تواند شامل سؤال از نتیجهٔ متن، عنوان متن، منظور از یک واژه، عبارت و ... باشد. برای پاسخگویی به این سؤالات، خواندن متن و درک سؤال و فهمیدن گزینه‌ها بسیار اهمیت دارند.

استراتژی ابتدا سؤال و سپس پاراگراف اول را بخوانید.

بررسی گزینه‌ها:
۱) طبق خط اول، جورج زیمنس استاد دانشگاه منیتوبای کانادا بوده، پس این گزینه در پاراگراف اول بیان شده است.
۲) نام مقالهٔ داونز «مقدمه‌ای بر دانش ارتباطی» بوده است که در خط دوم پاراگراف اول آمده است.
۳) نام مقالهٔ زیمنس در متن نیامده است. فقط گفته شده مقالهٔ او قبل از مقالهٔ داونز به چاپ رسید.
۴) طبق خط اول و دوم، در سال ۲۰۰۴ نظریهٔ ارتباط‌گرایی برای اولین بار ارائه شد.

۲۲- گزینه ۲

استراتژی ابتدا گزینه‌ها را خوانده و بعد با دقت متن را بخوانید و ببینید کدام گزینه در متن دیده می‌شود.

بررسی گزینه‌ها:
۱) طبق خط اول پاراگراف دوم، «در وهلهٔ اول نیازمند تبیین اهمیت و اولویت اطلاعات هستیم و سپس می‌بایست متصل‌بودن و مطلق‌ماندن ..... را حفظ نماییم.» پس متصل‌بودن به اجتماع انسانی در وهلهٔ دوم است.
۲) طبق خط آخر پاراگراف دوم «ساخت شبکه به زبان‌آموز این امکان را می‌دهد که در مواجهه با رشد سریع دانش بتواند همگام با آن پیش رود.» پس این گزینه درست است.
۳) طبق متن «نظریهٔ دانش ارتباطی بود که پایه‌های معرفت‌شناسی ارتباط‌گرایی را شکل داد.» پس این گزینه هم درست نیست.
۴) طبق پاراگراف دوم «یادگیری اساساً فرایند شکل‌دهی ارتباط‌ها یا شبکه‌سازی است نه آن‌که یادگیری از طریق ارتباط یا شبکه‌ها اتفاق بیفتد.» پس این گزینه هم اشتباه است.

۲۳- گزینه ۴

استراتژی سه پرسش داده‌شده را با دقت بخوانید و سپس ببینید در مورد کدام‌یک از آن‌ها در متن، مطالبی بیان شده که بتوانید به آن پرسش پاسخ دهید.

بررسی پرسش‌ها: (الف) دربارهٔ انتقاد به نظریهٔ ارتباط‌گرایی در متن داده‌شده مطلبی نیامده است، پس به این پرسش با توجه به متن نمی‌توان پاسخ داد.

(ب) نظریهٔ دانش ارتباطی بود که پایه‌های معرفت‌شناسی ارتباط‌گرایی را شکل داد؛ پس پیش از نظریهٔ ارتباط‌گرایی مطرح شده است.

(ج) در مورد سال شروع عصر دیجیتال مطلبی در متن نیامده، پس نمی‌توانیم جواب این پرسش را هم طبق متن پیدا کنیم.

بنابراین طبق متن تنها به پرسش «ب» می‌توان پاسخ داد.

۲۴- گزینه ۱

مشاوره سؤالات متن کوتاه یکی از انواع سؤالاتی هستند که در آزمون‌ها ممکن است مطرح شوند. در این سؤالات، گاهی به طور مستقیم از اطلاعات متن سؤال می‌پرسند، گاهی باید از متن، یک نتیجه‌گیری شود و گاهی وسط یا انتهای متن، جای خالی قرار می‌دهند که باید متناسب با متن، گزینهٔ مناسب برای جای خالی را انتخاب کنید. گاهی هم فقط قسمت‌هایی از متن اهمیت دارند و در مورد آن‌ها سؤال مطرح می‌شود.

استراتژی متن را به دقت بخوانید و سپس هر گزینه را در جای خالی قرار دهید و ببینید با کدام‌یک از گزینه‌ها جمله کامل می‌شود و در ادامهٔ مطالب گفته شده است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) در قبل از جای خالی آمده که «فروشندگان در تبلیغات خود با تعیین مهلتی .....» پس باید در ادامه جمله‌ای بیاید که دلیل کار فروشندگان باشد و چون در جملهٔ قبل‌تر گفته شده انسان‌ها برای اشیا و فرصت‌های کمیاب ارزش بیشتری قائل‌اند، پس این‌که در جای خالی بگوییم «افراد را به ثبت‌نام یا خرید کالا ترغیب می‌کنند.» کاملاً منطقی و درست است.

۲) با تبلیغ فروشندگان، کمبود کالا یا خدمات جبران نمی‌شود. (بلکه حتی باعث فروش بیشتر و کمبود بیشتری از کالا می‌شود.)

۳) این جمله هم برای تکمیل عبارت، مناسب نیست. چون شاید درست باشد، ولی در راستای جملات قبلی نمی‌باشد و تکمیل‌کنندهٔ خوبی نیست.

۴) این جمله هم که کاملاً بی‌ارتباط به جملهٔ آخر است و ربطی به رسالت اجتماعی آن‌ها ندارد!

۲۵- گزینه ۳

استراتژی با دقت متن را بخوانید و بعد ببینید کدام گزینه طبق آن مطالب، قابل نتیجه‌گیری است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) طبق متن، اصلاً چنین برداشتی درست نیست، چون از نمونهٔ موفقی نام برده نشده و مثالی از چند واژهٔ من‌درآوردی و خنده‌دار را بیان کرده است.

۲) این گزینه هم از متن استنباط نمی‌شود و اصلاً مطلبی در مورد قابل دفاع بودن تصمیمات فرهنگستان نیامده است.

۳) طبق متن، فرهنگستان بعضی واژه‌های بیگانه را به عنوان واژهٔ جاافتاده در زبان فارسی پذیرفته، پس می‌توان نتیجه گرفت که نوع مواجههٔ فرهنگستان با واژه‌های خارجی لزوماً به یک صورت نیست.

۴) واژهٔ «کش‌لقمه» به عنوان واژهٔ من‌درآوردی و خنده‌دار بیان‌شده، نه واژهٔ مورد استقبال مردم!

پس تنها ۳) طبق متن داده‌شده استنباط می‌شود.

۲۶- گزینه ۲

استراتژی هر گزینه را درست فرض کنید و براساس درستی آن ببینید به مطالبی که در متن گفته شده، می‌رسید یا خیر.

بررسی گزینه‌ها: ۱) اگر این جمله درست فرض شود، استدلال متن را تضعیف می‌کند، چون طبق متن ویرایش زبانی منجر به تغییر داستان می‌شود و این‌که بین آن‌ها تفاوت قائل شویم، نمی‌تواند اثر ویرایش زبانی را به تغییر داستان تأیید کند.

۲) درستی این گزینه، استدلال متن را به شکل مناسبی تقویت می‌کند، چون بدین معنی است که نویسنده پاک‌کردن زیادتری نسبت به نوشتن خود دارد و می‌توان گفت که متن بازنویسی‌شده خیلی با متن اولیه فرق دارد، چون زیاد پاک شده است.

۳) فرض درستی این گزینه، کمکی به تقویت استدلال متن نمی‌کند، چون در متن تأثیر بازنویسی بر متن نویسنده بیان شده، ولی احساس ضرورت آن به نتیجهٔ متن کمکی نمی‌کند و بیان «حوزه‌های علمی» هم دلیل دیگر نادرستی این گزینه است.

۴) فرض درستی این گزینه هم نتیجهٔ متن را تقویت نمی‌کند، چون بازنویسی متن توسط خود نویسنده انجام می‌شود نه ویراستار!

۲۷- گزینه ۴

استراتژی دو عبارتی را که زیر آن‌ها خط کشیده شده، به دقت بخوانید و بعد ببینید کدام گزینه ارتباط آن‌ها را به بهترین نحو بیان کرده است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) اولی بیان درستی است، چون در مورد دو واژهٔ مترادف صحبت کرده، ولی دومی نادرست بیان شده، چون آن را به حوزهٔ گسترده‌تر تعمیم نداده است، بلکه روش آگاهی به کلمات مترادف را بیان کرده که با بسیار خواندن و نوشتن به دست می‌آید.

۲) اولی به نوعی درست بیان شده، ولی دومی اشتباه است، چون نه دو مثال آورده و نه نتیجه‌ای از آن را بیان کرده است.

۳) اولی تا حدی درست بیان شده، ولی دومی اشتباه است، چون عبارت دوم، شرط صحت آن نیست بلکه روش رسیدن به آگاهی در مورد آن است.

۴) اولی درست است، چون از نظر نویسنده واژه‌های مترادف اهمیت دارند و دومی هم درست است، چون روش آگاهی به آن نکته را بیان کرده است.

بنابراین ۴) به منطقی‌ترین شکل، ارتباط دو بخش را نشان داده است.

۲۸- گزینه ۲

استراتژی ببینید حداکثر چند کلمهٔ دوحرفی می‌توانید بنویسید.

گام باید بیش از دو کلمه دارای کم‌ترین تعداد حرف باشند. فرض کنیم ۳ کلمهٔ ۲حرفی داشته باشیم؛ پس ۶ حرف استفاده شده و کلمهٔ بعدی حتماً ۳حرفی است، چون اگر ۲حرفی باشد، تنها یک حرف باقی می‌ماند که طبق شرط سؤال قابل قبول نیست (هر کلمه حداقل ۲ حرف دارد)؛ پس مریم ۳ کلمهٔ ۲حرفی و یک کلمهٔ ۳حرفی و در مجموع ۴ کلمه نوشته است.

۲۹- گزینه ۴

استراتژی یک کلمه با تعداد حروف ۲ یا ۴ یا ۶ در نظر بگیرید.

می‌خواهیم فقط تعداد حروف یک کلمه زوج باشد؛ پس می‌تواند ۲حرفی، ۴حرفی یا ۶حرفی باشد؛ در نتیجه کلمهٔ بلندتر ۷حرفی یا ۵حرفی یا ۶حرفی می‌شود؛ بنابراین نمی‌توان به طور مشخص آن را تعیین کرد.

۳۰- گزینه ۱

استراتژی برای حداقل اختلاف کلمات باید، نزدیک‌ترین تعداد حروف به هم را داشته باشند.

طبق سؤال قبل اگر دو کلمهٔ ۴حرفی و ۵حرفی بنویسیم، حداقل اختلاف تعداد حروف را خواهیم داشت که برابر ۱ است.

۳۱- گزینه ۴

مشاوره در این تیپ از سؤالات باید با بررسی اعداد و پیداکردن قانون بینشان به جواب برسید که احتیاج به تمرین زیاد دارد.

استراتژی ب.م.م اعداد بالا و پایین را به دست آورید.

درس‌نامه برای حل سؤالاتی که در آن‌ها چند شکل یکسان با اعداد متفاوت داریم، باید رابطهٔ بین اعداد را پیدا کنیم. معمولاً با انجام عملیاتی بین دو یا چند عددی که کنار هم هستند، عدد سومی (که تنهاست) به دست می‌آید. ابتدا به سراغ جمع، تفریق، ضرب و تقسیم یا ترکیبی از آن‌ها می‌رویم، اگر نتوانستیم رابطه‌ای پیدا کنیم، سراغ سایر اعمال ریاضی مثل بخش‌پذیری، ب.م.م و ... می‌رویم یا سعی می‌کنیم رابطه‌ای بین ارقام اعداد پیدا کنیم.

گام پس از بررسی محاسبات مختلف به این نتیجه می‌رسیم که اگر ب.م.م اعداد بالا و پایین را به دست آورده و اعداد را به آن تقسیم کنیم و حاصل نهایی هر عدد را با هم جمع کنیم، عدد وسطی به دست می‌آید:

$$\begin{matrix}49\\15\\56\end{matrix} \Rightarrow (49,56)=7 \Rightarrow \begin{cases}49\div 7=7\\56\div 7=8\end{cases} \Rightarrow 7+8=15$$

$$\begin{matrix}15\\8\\25\end{matrix} \Rightarrow (15,25)=5 \Rightarrow \begin{cases}15\div 5=3\\25\div 5=5\end{cases} \Rightarrow 3+5=8$$

$$\begin{matrix}72\\11\\27\end{matrix} \Rightarrow (72,27)=9 \Rightarrow \begin{cases}72\div 9=8\\27\div 9=3\end{cases} \Rightarrow 8+3=11$$

گام طبق روندی که در گام قبل به دست آوردیم، عدد ؟ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{matrix}26\\?\\65\end{matrix} \Rightarrow (26,65)=13 \Rightarrow \begin{cases}26\div 13=2\\65\div 13=5\end{cases} \Rightarrow ?=2+5=7$$

۳۲- گزینه ۳

استراتژی از جدول تناسب استفاده کنید.

گام چون میانگین سن ۳ نفر برابر ۲۵ است، پس مجموع سن آن‌ها برابر می‌شود با:

$$25\times 3=75$$

گام حال با استفاده از یک جدول تناسب، خیلی راحت به جواب می‌رسیم و سن هر کدام را به دست می‌آوریم:

	نسبت	سن
نفر اول	۳	۱۵
نفر دوم	۵	۲۵
نفر سوم	۷	۳۵
مجموع	۱۵	۷۵

گام پس دو فرد بزرگ‌تر ۲۵ و ۳۵ سال دارند و در نتیجه میانگین سن آن‌ها برابر می‌شود با:

$$\frac{25+35}{2}=\frac{60}{2}=30$$

درس‌نامه اگر n داده داشته باشیم، میانگین آن‌ها برابر است با:

$$\text{میانگین}=\frac{\text{مجموع داده‌ها}}{n}$$

بنابراین اگر میانگین n داده را داشته باشیم، مجموع آن‌ها برابر می‌شود با:

$$\text{مجموع داده‌ها}=\text{میانگین}\times n$$

۳۳- گزینه ۱

درس‌نامه در سؤالات کار با هم ابتدا مشخص می‌کنیم که هر کدام از افراد یا شیرهای آب یا ... به تنهایی چه کسری از کار مورد نظر را در یک ساعت، یک روز یا ... انجام می‌دهند. سپس با توجه به عملکرد آن‌ها عملیات یا معادلات لازم را می‌نویسیم تا به جواب برسیم.

استراتژی فرض کنید امین کار را در x روز انجام می‌دهد و کار محمد و علی در یک روز را برحسب x پیدا کنید.

گام فرض کنیم امین کار را در x روز انجام می‌دهد، پس محمد در $x+3$ و علی در $x-3$ روز آن کار را انجام خواهند داد؛ بنابراین در یک روز محمد $\frac{1}{x+3}$ و علی $\frac{1}{x-3}$ از کار را انجام می‌دهند.

گام اگر محمد و علی با هم کاری را در ۴ روز انجام دهند، پس در یک روز $\frac{1}{4}$ از کار را انجام خواهند داد و در نتیجه داریم:

$$\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x-3}=\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{x-3+x+3}{(x+3)(x-3)}=\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{2x}{(x+3)(x-3)}=\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 8x=(x+3)(x-3) \Rightarrow 8x=x^2-9 \Rightarrow x^2-8x-9=0$$

$$\Rightarrow (x-9)(x+1)=0 \Rightarrow \begin{cases}x=9\\x=-1 \text{ غ ق ق}\end{cases}$$

بنابراین امین در ۹ روز آن کار را انجام می‌دهد.

۳۴- گزینه ۱

استراتژی سن زبان‌آموز را x و سن معلم را y فرض کنید و معادلات لازم را بنویسید.

گام فرض کنیم سن زبان‌آموز x و سن معلم او y باشد؛ در نتیجه طبق اطلاعات سؤال می‌توانیم بنویسیم:

$$y-x=16$$

$$y-6=3(x-6) \Rightarrow y-6=3x-18 \Rightarrow y-3x=-12$$

گام حالا با استفاده از معادلات به‌دست‌آمده مقادیر x و y را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{cases}y-x=16\\y-3x=-12\end{cases} \xrightarrow{-} 2x=28 \Rightarrow x=14 \Rightarrow y=30$$

گام در نتیجه مجموع سن این دو نفر برابر می‌شود با:

$$x+y=14+30=44$$

۳۵- گزینه ۴

مشاوره در این تیپ از سؤالات، مسئله‌ای با دو حالت داده می‌شود که با حل سؤال در دو حالت و با توجه به خواستهٔ سؤال باید یکی از موارد داده‌شده در صورت سؤال را انتخاب کرده و گزینهٔ مربوط به آن را در پاسخ‌برگ علامت بزنید. معمولاً سؤالات سختی نیستند و با کمی دقت حل می‌شوند.

استراتژی وزن سعید، اکبر و حسن را به ترتیب x، y و z فرض کنید و روابط بین آن‌ها را بنویسید.

گام فرض کنیم وزن سعید، اکبر و حسن به ترتیب برابر x، y و z باشد. طبق اطلاعات سؤال داریم:

$$x+y=(y+z)-12 \Rightarrow x=z-12 \Rightarrow z-x=12$$

گام مقادیر «الف» و «ب» را به دست می‌آوریم.

(الف) اختلاف وزن حسن و سعید $=z-x=12$

(ب) اختلاف وزن اکبر و سعید $=|x-y|$

طبق اطلاعاتی که داریم، مقدار اختلاف وزن سعید و اکبر را نمی‌توانیم به دست آوریم؛ پس رابطهٔ بین «الف» و «ب» را نمی‌توانیم پیدا کنیم و در نتیجه باید ۴ را به عنوان جواب انتخاب نماییم.

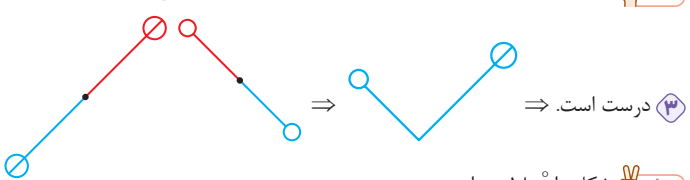
۳۶- گزینه ۳

مشاوره یکی از انواع سؤالات هوش تصویری، سؤالات تقارن است که خیلی ساده هستند و فقط به کمی دقت نیاز دارند.

استراتژی قرینهٔ هر قسمت از شکل را نسبت به نقطهٔ داده‌شده پیدا کنید.

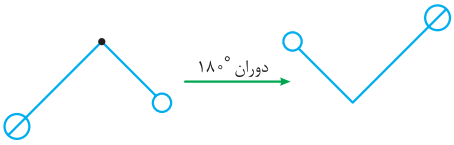
درس‌نامه برای پیداکردن تقارن یک شکل نسبت به نقطه، کافی است از رأس‌های شکل، به آن نقطه وصل کرده و سپس به همان اندازه آن را ادامه دهیم تا رأس مورد نظر در تقارن‌یافتهٔ آن مشخص شود. قرینهٔ یک شکل نسبت به یک نقطه با دوران 180° آن یکسان است.

روش قرینهٔ هر قسمت از شکل را نسبت به نقطهٔ داده‌شده پیدا می‌کنیم:



۳ درست است.

روش شکل را 180° دوران می‌دهیم:



③ درست است. ⇒

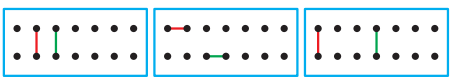
۳۷- گزینه ۲

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش تصویری تعدادی تصویر پشت سر هم قرار می‌گیرند که بین تصویرها رابطه‌ای برقرار است. با پیداکردن این رابطه به راحتی به جواب می‌رسید که البته تمرین زیاد برای حل این سؤالات لازم است.

استراتژی به جابه‌جایی هر کدام از خط‌ها دقت کنید.

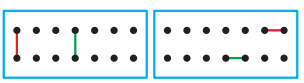
درس‌نامه در سؤالات الگو برای پیداکردن شکل یا شکل‌های بعدی الگو باید رابطه‌ای منطقی و تکرارشونده بین شکل‌های الگو پیدا کنیم. برای پیداکردن این رابطه به مواردی مانند دوران، جابه‌جایی اجزا، تغییر تعداد اجزا، حذف یا اضافه کردن اجزا، تغییر اندازه یا تغییر رنگ و ... توجه می‌کنیم.

گام در هر شکل نسبت به شکل قبلی جابه‌جایی خط‌ها را داریم، الگوی این جابه‌جایی را پیدا می‌کنیم:



همان‌طور که می‌بینید پاره‌خط قرمز در هر مرحله از چپ به راست یکی به چپ و بالا جابه‌جا شده و از حالت عمودی به افقی و از افقی به عمودی تغییر یافته است. پاره‌خط سبز در هر مرحله از چپ به راست یکی به راست و پایین جابه‌جا شده و از حالت عمودی به افقی و از افقی به عمودی تغییر یافته است.

گام طبق الگویی که در گام قبل به دست آوردیم، در شکل ? باید پاره‌خط قرمز یکی به چپ (که از انتهای شکل به ابتدای شکل می‌رود) و بالا جابه‌جا شود و به صورت افقی در بیاید. پاره‌خط سبز باید یکی به راست و پایین جابه‌جا شده و به صورت افقی دربیاید؛ در نتیجه داریم:



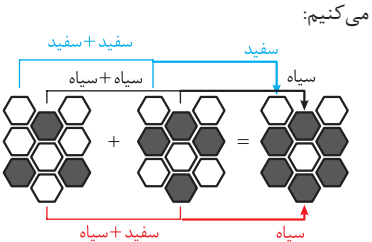
② درست است. ⇒

۳۸- گزینه ۳

استراتژی به ترکیب رنگ‌ها توجه کنید که نتیجه چه رنگی شده است.

درس‌نامه در سؤالات معادلات اشکال، معمولاً با ترکیب اشکال، جمع‌شدن خطوط یا حذف‌شدن آن‌ها و ... سروکار داریم. با دقت به معادلهٔ داده‌شده، عملی را که روی دو شکل انجام شده و از آن شکل سوم به دست آمده است، پیدا می‌کنیم و سپس همان عمل را روی معادلهٔ خواسته‌شده انجام می‌دهیم.

گام چون دو شکل سمت چپ با هم جمع شده‌اند و در آن‌ها قطعات سیاه و سفید داریم، الگویی برای ترکیب رنگ آن‌ها پیدا می‌کنیم:



پس می‌توان گفت قانون زیر برای ترکیب رنگ‌ها برقرار است:

سیاه + سیاه = سیاه　　سفید + سفید = سیاه

گام طبق قانونی که در گام قبل برای ترکیب رنگ‌ها به دست آوردیم، جواب معادلهٔ دوم را پیدا می‌کنیم:



③ درست است. ⇒

۳۹- گزینه ۱

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش تصویری تعدادی تصویر پشت سر هم قرار می‌گیرند که بین تصویرها رابطه‌ای برقرار است. با پیداکردن این رابطه به راحتی به جواب می‌رسید که البته تمرین زیاد برای حل این سؤالات لازم است.

استراتژی به دوران هر کدام از قطعات دقت کنید.

درس‌نامه در سؤالات الگو برای پیداکردن شکل یا شکل‌های بعدی الگو باید رابطه‌ای منطقی و تکرارشونده بین شکل‌های الگو پیدا کنیم. برای پیداکردن این رابطه به مواردی مانند دوران، جابه‌جایی اجزا، تغییر تعداد اجزا، حذف یا اضافه کردن اجزا، تغییر اندازه یا تغییر رنگ و ... توجه می‌کنیم.

گام مربع سیاه در هر مرحله از چپ به راست ۹۰° پادساعتگرد دوران کرده است؛ پس در شکل ? باید در ربع بالا سمت راست دایرهٔ وسطی باشد:



در نتیجه ③ و ④ حذف می‌شوند.

گام دایرهٔ سیاه در دو شکل اول و دوم از سمت چپ در ربع پایین سمت راست قرار دارد و بعد با ۹۰° دوران پادساعتگرد در شکل‌های سوم و چهارم در ربع بالا سمت راست قرار گرفته است؛ پس در شکل ? باید ۹۰° پادساعتگرد دوران کند و در ربع بالا سمت چپ قرار بگیرد؛ در نتیجه ② هم حذف شده و ① جواب است.

گام نیازی به بررسی مثلث‌ها نیست ولی برای تمرین بیشتر الگوی آن را هم پیدا می‌کنیم. از شکل اول به دوم از سمت چپ مثلث‌ها ۹۰° دوران کرده‌اند و رنگ سیاه یکی به سفید تبدیل شده است. از شکل دوم به سوم هم ۹۰° دوران کرده‌اند و هر دو سفید باقی مانده‌اند. از شکل سوم به چهارم مجدداً ۹۰° دوران کرده و یکی از آن‌ها سیاه شده است؛ پس در شکل ? هم باید ۹۰° دوران کرده و تغییر رنگ نداشته باشیم، یعنی یکی سیاه باشد که در ① همین‌طور است.

۴۰- گزینه ۲

استراتژی روند تکرار هر کدام از قطعات Z و S را پیدا کنید.

درس‌نامه در سؤالات الگو یا دنباله‌های تکرارشونده تعدادی از قطعات شکل، به طوری متناوب تکرار می‌شوند. باید تعدادی که تکرار می‌شوند و روند تکرار آن‌ها را پیدا کنیم که معمولاً با کمی دقت به راحتی می‌توانید به جواب برسید.

ببینیم چه الگویی می‌توانیم بین شکل‌ها پیدا کنیم:

ZSZZSSZZZSSZZZSSSZZ ?
۱ ۱ ۲ ۳ ۳ ۲ ۳ ۴

همان‌طور که می‌بینید در دو شکل اول یکی از هر کدام از شکل‌های Z و S وجود دارد. بعد یکی به هر کدام اضافه شده و ۲تا شده‌اند. سپس یکی به Z اضافه شده ولی S اضافه نشده است. در ادامه به Z اضافه نشده ولی به S اضافه شده، پس در مرحلهٔ بعد باید به Z اضافه شود و به S اضافه نشود، یعنی تعداد Z برابر ۴ و تعداد S همان ۳تا بماند. که تنها با قراردادن ② در ادامهٔ الگو این اتفاق می‌افتد:

ZZZZSSSZ
۴ ۳